Динамика пространства в глобальном времени – эффективная альтернатива общей теории относительности

Д. Е. Бурланков[1)]

Нижегородский университет им. Н. И. Лобачевского, 603900 Нижний Новгород, Россия

1. ДИНАМИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Общая теория относительности (ОТО) [1, 2] строится на основе (статической) римановой геометрии четырехмерного пространства-времени. Решения уравнений Эйнштейна определяют все четырехмерное пространство-время: прошлое, настоящее и будущее сразу.

Теория глобального времени (ТГВ) основным физическим объектом полагает трехмерное пространство, динамически изменяющееся в общем для всех точек пространства *глобальном времени*, в котором совершается и мировая динамика.

Геометрия со времен Древней Греции создавалась из наблюдения над взаимным расположением материальных тел и их перемещениями, *не связанными со временем.* И геометрия Евклида, и геометрия Лобачевского, и геометрии Гаусса, Римана не включают в себя понятие времени. Эти геометрии предназначены для спокойно сидящих или медленно прогуливающихся мудрецов, перед которыми расположены чертежи или неподвижные предметы.

Механика Ньютона внесла в математику описания реальности *время.* Однако Ньютон совершенно естественно для своего времени рассматривал лишь однородные движения евклидовых пространств,

Первое описание динамики с неоднородным полем скоростей принадлежит Эйлеру, когда он, формулируя свои знаменитые уравнения гидродинамики, применил в локальной системе координат, связанной с движущейся частицей жидкости, второй закон Ньютона:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\,\nabla p,$$

а затем перенес производную по времени из системы, в которой частица покоится ($\mathbf{v} = 0$), в лабораторную систему, заменив производную по времени на т. наз. *переносную производную*

$$\frac{\partial}{\partial t} \to \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla). \qquad (1)$$

Однако такое перенесение справедливо для скалярной величины и (по случайному совпадению) для самого поля скоростей.

Заготовку для переноса по времени от любых тензоров при произвольном изменении координат по времени создал Софус Ли, введя при бесконечно малом преобразовании координат $\bar{x}^i = x^i - \xi^i(x)$ т. наз *Ли-вариацию* тензорного поля (например, ковариантного векторного поля A_i):

$$\delta_\xi\, A_i = \xi^s\, A_{i},_s + \xi^s,_i\, A_s. \qquad (2)$$

В **динамической геометрии** пространство представляется множеством своих точек и система координат, в которой точки самого пространства своих координат ($\bar{x}^i$) не меняют, назовается *абсолютной инерциальной системой.* Тогда в некоторой другой системе, связь координат точек пространства в которой с координатами в абсолютной инерциальной системе зависит от времени $x^i = f^i(\bar{x}, t)$, существует *поле абсолютных скоростей*

$$V^i = \frac{\partial x^i}{\partial t}, \qquad (3)$$

отсутствующее в абсолютной инерциальной системе (что и является ее формальным признаком). Бесконечно малое приращение времени dt генерирует бесконечно малую вариацию координат $\xi^i(x,t) = V^i(x,t)\,dt$, которое с учетом вариации Ли (2) приводит производную по времени тензорного поля из неинерциальной системы в инерциальную, образуя *ковариантную производную тензорного поля по времени* ([3]). Она содержит $r{+}2$ слагаемых, где r – ранг тензора. В частности, для скалярного поля ($r = 0$)

$$D_t\, f(x,t) = \frac{\partial f}{\partial t} + V^i\,\partial_i\, f.$$

Для ковариантного векторного поля $A^i(x,t)$

$$D_t\, A_i = \frac{\partial A_i}{\partial t} + V^s\, A_{i},_s + V^s,_i\, A_s.$$

Особо важной в динамике пространства является ковариантная производная по времени от метрического тензора

$$D_t\,\gamma_{ij} = \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} + V_{i;j} + V_{j;i}. \qquad (4)$$

[1)] bur@phys.unn.runnet.ru

2. ТЕОРИЯ ГЛОБАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Теория глобального времени исходит из следующей физической концепции пространства и времени:

Пространство является материальным носителем геометрических свойств. Оно трехмерно.

Глобальное время – это собственное время пространства, единое для всех его точек. Оно всюду и всегда течет одинаково равномерно, само являясь мерой равномерности.

Пространство является *носителем геометрических свойств*, потому что геометрические свойства определяются метрическим тензором, шесть компонент которого являются главными полевыми переменными пространства.

Тела движутся в пространстве, динамика полей (например, электромагнитного) совершается в пространстве. Для каждой движущейся точки определена *абсолютная скорость* относительно пространства.

Относительно пространства существует абсолютное движение, или, наоборот, в некоторой системе координат существует поле скоростей пространства. Таким образом динамика пространства описывается шестью компонентами поля метрического тензора $\gamma_{ij}(x,t)$, определяющего его геометрические свойства в заданный момент времени, и тремя компонентами поля абсолютных скоростей $V^i(x,t)$, определяющими, как каждая точка пространства в каждый данный момент движется относительно выбранной системы координат.

Пространство является *материальным* носителем геометрических свойств, потому что уравнения динамики метрического тензора и поле скоростей получаются из лагранжевых уравнений и наряду с другими полями (например, электромагнитным) определяют энергию.

Уравнения динамики метрики и поле скоростей определяются из вариационного принципа, где гравитационное действие представляется как разность кинетической (квадратичной по скоростям деформации метрики) и потенциальной энергий пространства (пропорциональной скалярной кривизне трехмерного пространства):

$$S = \frac{c^4}{16\,\pi\,k}\int(\mu^i_j\,\mu^j_i - (\mu^j_j)^2 + R)\sqrt{\gamma}\,d_3\,x\,dt + S_m, \quad (5)$$

где S_m – действие прочей материи, а μ_{ij} – тензор скоростей деформации пространства, образованный из ковариантных производных по времени метрического тензора (4):

$$\mu_{ij} = \frac{1}{2\,c}D_t\,\gamma_{ij} = \frac{1}{2\,c}(\dot{\gamma}_{ij} + V_{i;j} + V_{j;i}). \quad (6)$$

Поле абсолютных скоростей V^i входит в действие и может входить в него только через этот тензор.

Вариация действия по метрическому тензору γ_{ij} приводит к шести динамическим уравнениям, а по полю абсолютных скоростей – к трем *уравнениям связей*, так что система уравнений динамики пространства – *девять* дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных.

Действие, как обычно в теории поля, определяет плотность энергии динамического пространства и гамильтониан $H_\gamma = \int \rho\,\sqrt{\gamma}\,d_3x$:

$$\rho = \frac{c^4}{16\,\pi\,k}\,(\mu^i_j\,\mu^j_i - (\mu^j_j)^2 - R). \quad (7)$$

Важной его особенностью является знаконеопределенность.

2.1 Собственное время движущегося наблюдателя

В ОТО, как это постоянно подчеркивал Эйнштейн, локально выполняется специальная теория относительности: в малом пространство и время описываются метрикой Минковского (касательное пространство-время).

Глобальная конструкция ТГВ не накладывает никаких ограничений на локальные свойства. Специальная теория относительности как локальная структура пространства-времени также естественно вписывается в ТГВ. Для любого движущегося наблюдателя собственное время определяется через глобальное время и скорость относительно пространства $v^i = \dot{x}^i - V^i$:

$$d\tau = dt\,\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\,\gamma_{ij}\,v^i\,v^j}. \quad (8)$$

Это выражение представляет четырехмерную метрику, локально приводимую к метрике Минковского. Основной ее особенностью является $g^{00} = 1$ всюду и всегда.

3. ОБЛАСТЬ СОВПАДЕНИЯ ТГВ И ОТО

3.1 АДМ-представление

Близость и различие ТГВ и ОТО легче всего проследить в т. наз. АДМ-представлении ОТО. Арновитт, Дезер и Мизнер [4] представили десять компонент четырехмерного метрического тензора через шесть компонент метрического тензора трехмерного пространства γ_{ij}, трехмерный вектор V^i (в обозначениях ТГВ) и функцию *хода времени* $f(x,t)$:

$$g_{00} = f^2 - \gamma_{ij} V^i V^j; \quad g_{0i} = \gamma_{ij} V^j; \quad g_{ij} = -\gamma_{ij}. \quad (9)$$

Компоненты обратного метрического тензора

$$g^{00} = \frac{1}{f^2}; \quad g^{0i} = \frac{V^i}{f^2}; \quad g^{ij} = \frac{V^i V^j}{f^2} - \gamma^{ij}. \quad (10)$$

Десять уравнений Эйнштейна получаются как вариационные уравнения для десяти компонент метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ действия Гильберта

$$S_G = \frac{c^4}{16\pi\, k} \int R \sqrt{g}\, d_4 x, \quad (11)$$

где R – скалярная кривизна *четырехмерного* пространства-времени.

В ТГВ компонента $g^{00} = 1$ ($f = 1$) всегда и везде. При этом условии действие Гильберта (11) переходит в действие пространства (5). Компонента g^{00} не может варьироваться, и функция, которая умножается на эту вариацию, может быть произвольной. Это и есть плотность энергии (7).

В ОТО варьируются все десяти компонент, что приводит к дополнительному по сравнению с девятью уравнениями ТГВ уравнению

$$\rho = 0. \quad (12)$$

Плотность полного гамильтониана – пространства и вещества – равна нулю, а поэтому сам гамильтониан равен нулю.

Решения ОТО, таким образом, определяют подмножество всех решений ТГВ с плотностью энергии всюду равной нулю. Это – десятое уравнение – в дополнение к шести динамическим уравнениям и трем уравнениям связи, вырезающее в ТГВ сектор ОТО.

3.2 Приведение ОТО к глобальному времени

Космологические решения ОТО всегда исходят из метрики в виде:

$$ds^2 = c^2\, dt^2 - \gamma_{ij}(x,t)\, dx^i\, dx^j.$$

Здесь компонента метрики $g^{00} = 1$ – время глобальное, – а $g^{0i} = 0$ – система глобально инерциальная.

Прочие (геодезически полные) решения ОТО также могут быть приведены к глобальному времени. Если имеется четырехмерная метрика $g_{\alpha\beta}$ в произвольных четырехмерных координатах x^α, для приведения ее к глобальному времени нужно преобразовать координаты (точнее – выбрать только новую временну́ю координату $\tau = c\,t$) так, чтобы выполнилось условие $g^{00} = 1$. По законам преобразования тензора

$$\bar{g}^{00} = g^{\alpha\beta} \frac{\partial \tau}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \tau}{\partial x^\beta} = 1. \quad (13)$$

Но это дифференциальное уравнение на τ оказывается уравнением Гамильтона – Якоби для траекторий движения свободно падающих материальных точек (лабораторий), общим собственным временем которых и является t. Таким образом, в глобальном времени реализуется физический *принцип эквивалентности*, привязывающий инерциальную систему к свободно падающей лаборатории, однако в отличие от лифта Эйнштейна, этих лабораторий множество и время в них синхронизировано. Тем самым принцип эквивалентности из локального превращается в глобальный. Но трехмерное многообразие, образованное этими точками-лабораториями, уже не является евклидовым пространством.

В ТГВ доказывается теорема о том, что любое статическое сферически симметричное решение с любым видом материи обладает полной энергией, равной нулю [3]. Поэтому все такие решения в ТГВ и ОТО взаимно приводимы. Например, решение Шварцшильда в глобальном времени имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\,M}{r}\right) dt^2 + 2\sqrt{\frac{2\,M}{r}}\, dt\, dr - \quad (14)$$
$$(dr^2 + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2)).$$

Это выражение было получено из метрики Шварцшильда в 1921 году Пэнлевэ [5], проводившем в метрике Шварцшильда различные преобразования $\tilde{t} = t + \Phi(r)$ и показавшим, что сечения $t = const$ различны при различном выборе функции $\Phi(r)$. В частности, он нашел функцию, при которой пространственное сечение является евклидовым пространством. Это же решение получается как решение уравнений ТГВ [3].

Решая уравнение (13) несложно привести к глобальному времени ($g^{00} = 1$) и другие решения ОТО, например, метрику Нордстрема или метрику Керра.

4. ОТЛИЧИЯ ТГВ ОТ ОТО

Как было показано, решения ОТО образуют подмножество решений ТГВ с плотностью энергии равной нулю. Снятие этого ограничения приводит не только к появлению новых решений, но и к снятию многих проблем ОТО, таких как проблема начальных данных, проблема критической плотности, геодезической полноты, или возврату к теории Шредингера в квантовой области.

4.1 Космологические модели

Для фридмановской модели пространства – трехмерной сферы переменного радиуса $r(t)$ энергия (7) отрицательна и равна (в планковской системе единиц):

$$E = -3\, r\, \dot{r}^2 - 3\, r.$$

Так как в силу уравнений динамики энергия сохраняется, это есть дифференциальное уравнение первого порядка, имеющее решением фридмановскую циклоиду:

$$r = \frac{r_m}{2}(1 - \cos\chi); \quad t = \frac{r_m}{2}(\chi - \sin\chi).$$

Принципиальное отличие от решения Фридмана здесь чисто физическое: в этом решении отсутствует плотность материи. Наличие пылевидной материи лишь изменяет константу E. Таким образом в ТГВ отсутствует *проблема критической плотности* в космологии: Мир может быть открытым или замкнутым независимо от плотности находящейся в нем материи.

4.2 Космическая динамика

Снятие ограничения ОТО о равенстве нулю плотности энергии приводит к решениям, важным для космической динамики: полю космических вихрей [6]. Эти решения обладают удивительно простыми математическими свойствами (слабый принцип суперпозиции) и огромными энергиями. Вместо гипотетических “темной материи”, “темной энергии”, “гигантских черных дыр”, с точки зрения ТГВ громадную энергетическую роль в космической динамике играет динамическая энергия самого пространства.

В работе [6] рассмотрен шар диаметром 20 см., делающий 1 оборот в секунду. Для вовлечения пространства вне шара в когерентное с ним вращение нужно затратить энергию, выделяемую при аннигиляции 300 тысяч тонн вещества.

4.3 Квантовая теория гравитации

Но конечно, наиболее сильное изменение претерпевает квантовая теория гравитации. Снимается катастрофическое соотношение ОТО $H = 0$, останавливающее всю квантовую динамику. В ТГВ квантовая теория гравитации, как и квантовая теория других полей, например, квантовая электродинамика, строится на основе уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\, \Psi, \tag{15}$$

определяющего динамику *вектора состояния* пространства (и других полей) Ψ в глобальном времени.

Мера квантовых флуктуаций при этом определяется не в некотором фиксированном пространстве, а метрикой того искривленного пространства, в котором задаются эти флуктуации. Таким образом, в отличие, например, от квантовой электродинамики, где основной проблемой (при взаимодействии с полем электронов) оказывается нелинейность, а функциональное пространство является плоским, в квантовой гравитации само функциональное пространство обладает кривизной [7].

Компоненты метрики γ_{ij} коммутируют друг с другом, также как и компоненты импульсов π^{kl}, однако выражение для гамильтониана значительно упрощается, если ввести *афинные импульсы*, а из них выделим еще шпур π^l_l, который коммутирует (в смысле скобок Пуассона) с каждым аффинным импульсом:

$$\pi^i_j = q^i_j + \frac{\delta^i_j}{3}\pi; \quad q^i_i = 0; \quad \pi^i_i = \pi, \tag{16}$$

то в этих переменных (и при $V^i = 0$) гамильтониан (7) выглядит проще:

$$H = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\left(2\, q^i_j q^j_i - \frac{\pi^2}{3}\right) - \frac{\sqrt{\gamma}}{2}\overset{(3)}{R}, \tag{17}$$

причем метрика входит в кинетическую энергию только через $\sqrt{\gamma}$, а эта переменная коммутирует с q^i_j, которые, однако, друг с другом не коммутируют:

$$\left\{q^i_j(x), q^k_l(x')\right\} = \frac{1}{2}(\delta^i_l q^k_j - \delta^k_j q^i_l)\delta(x - x'). \tag{18}$$

Это – коммутационные соотношения токов группы $Sl(3)$, которые таким образом естественно возникают в динамической теории гравитации.

Эти осложнения связаны с фоновой независимостью (background independence) квантовой гравитации.

4.4 Квантовая космология

В качестве пробного камня в том или ином подходе к квантовой теории гравитации (почти) всегда рассматриваются космологические задачи с конечным числом степеней свободы.

Рассмотрим компактную космологическую модель фридмановского типа [8], однородную и изотропную с пространством в виде трехмерной сферы, заполненного веществом с уравнением состояния $\varepsilon = 3\,p$. Из геометрии пространства учитывается только изменение радиуса r.

Гамильтониан

$$H = -\frac{p_r^2 + r^2}{2\,r} + \frac{q^2}{2\,r}, \tag{19}$$

где q^2 характеризует сохраняющееся количество ультрарелятивистской материи.

Волновая функция является функцией времени и радиуса сферы r, переменные разделяются. Обозначая штрихом производную по радиусу, симметризуя p^2/r, получаем стационарное космологическое волновое уравнение (в планковской системе единиц):

$$u'' - \frac{u'}{r} + (-r^2 + q^2)u = 2\,r\,E\,u. \tag{20}$$

Вопрос о мере в функциональном пространстве требует дополнительного изучения (видимо, r^5 или r^2), но так как пока мы ставим цель описания в принципе, уравнение (20) записано при мере в функциональном пространстве единица.

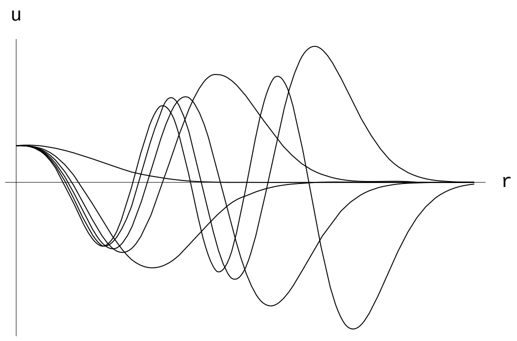
Спектр этого уравнения дискретен. Решения распадаются на два класса по поведению в окрестности нуля: как r^0 и как r^2. Для изучения квантовой проблемы Большого Взрыва представляет интерес первый класс, так как во втором плотность вероятности при $r \to 0$ всегда равна нулю.

Собственные значения энергии для первых восьми таких функций при $q = 0$ (материя отсутствует – динамика только пространства) и $q = 1$ приведены в таблице:

n	q=0	q=1
1	-0.977722	4.42817
2	-3.05247446	-2.3182877
3	-4.16434141	-3.6338011
4	-5.03491431	-4.5990728
5	-5.77537028	-5.3970940
6	-6.43100378	-6.0924244
7	-7.02566164	-6.7165684
8	-7.57373725	-7.2876611

При $q = 0$ все собственные значения энергии отрицательны, при $q \geq 1$ первые моды имеют положительную энергию.

Первые шесть (ненормированных) функций для чистого пространства ($q = 0$) приведены на графике:



Вследствие ненормированности функций и небольшой их неортогональности за счет приближенного интегрирования в конечных пределах вычисляется метрическая матрица

$$M_{ij} = \int_0^{r_{max}} u_i(r)\,u_j(r)\,dr$$

и вычисления матричных операторов проводится с обратной матрицей $K^{ij} = M_{ij}^{-1}$. Для анализа динамики радиуса интересен оператор радиуса

$$r_j^i = \sum_{s=1}^{n} K^{is} \int_0^{r_{max}} r\,u_s(r)\,u_j(r)\,dr.$$

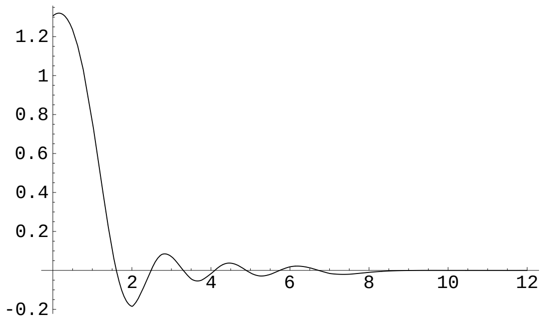
При $n = 8$ собственные значения этой матрицы (собственные значения оператора радиуса) равны

(0.51, 1.7, 2.6, 3.4, 4.2, 5.0, 5.8, 6.8).

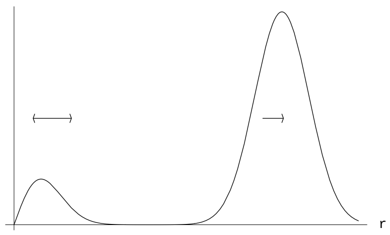
С увеличением n (числа функций) минимальное собственное значение уменьшается, а максимальное растет, так что их произведение приблизительно остается чуть больше π. Поэтому квантовые эффекты не предотвращают Большой Взрыв, а с учетом того, что постоянная Планка в системе единиц Хевисайда имеет размерность квадрата длины, приводят к гипотезе о некотором *космологическом соотношении неопределенностей*:

Произведение максимального и минимального радиусов Мира не меньше $k\,\hbar/c^3$.

На рисунке представлен волновой пакет в пространстве $n = 8$, имеющий минимальное собственное значение радиуса $r = 0.51$.



Однако этот пакет не является стационарным и начинает расплываться. При этом расширение носит не монотонный характер: пакет (квадрат модуля) распадается на две составляющие, одна из которых удаляется от нуля, а вторая осциллирует вблизи нуля:



С точки зрения квантовой механики в какой-либо задаче, например, твердого тела подобное поведение плотности вероятности не вызвало бы серьезных вопросов. Однако применительно к Радиусу Мира – уникальной, единственной переменной – вопросы возникают. Каков же Радиус Мира *для нас?* Если с каким-то средним значением и малыми флуктуациями вокруг него как-то можно смириться, то как трактовать одновременную вероятность двух существенно различных радиусов? Что будет, если измерить Радиус Мира? Произойдет редукция волнового пакета либо в область больших, либо в область малых радиусов?

Ответ состоит в том, что *Радиус Мира непосредственно измерить невозможно.* Хэбл замерил его по свойствам фотонов, идущих от удаленных галактик. Эти фотоны также подчиняются квантовой теории и на их квантовое поведение, доступное нашему измерению, может влиять как область больших, так и малых радиусов, но при фиксации фотона никакой редукции волновой функции Радиуса Мира не происходит (см. [9]).

Подавляющее количество квантовых переменных никем не наблюдается. Их квантово-механическое поведение проявляется лишь через их влияние на малое число наблюдаемых переменных. Радиус Мира с квантово-механической точки зрения может иметь достаточно *размазанные* значения, но это может вызвать лишь специфику в наблюдаемом (или еще не наблюдавшемся) поведении наблюдаемых объектов (фотонов, космических частиц). Видимо, квантовая физика в основе своей имеет не волновую функцию, а матрицу плотности.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Строясь на более развитом математическом аппарате, ТГВ вводит в физику (в общем то старый, давно известный на уровне философии) новый *физический* объект: **пространство**. С точки зрения теоретической физики это есть девятикомпонентное поле с искривленным функциональным пространством. Как и другие поля, например, электромагнитное, оно обладает плотностью и потоком энергии, причем в космических масштабах энергия деформированного пространства огромна вследствие огромности множителя $c^4/(16\,\pi\,k)$ в выражении для плотности энергии (7). Наш мир почти Евклидов не вследствие идеальности евклидовой геометрии, а вследствие того, что отклонения от евклидовости требуют огромных затрат энергии.

Изучение свойств этого физического объекта, возможно, прольет свет на современные проблемы космической динамики, объясняемые сейчас "темной материей" и подобными экзотическими сущностями. Изучение квантовых свойств пространства, возможно, продвинет нас и в понимании квантовой сущности Мира.

Физика пространства до поры до времени не связана с релятивизмом и может строиться *до* специальной теории относительности. Этот путь можно пройти вслед за Нильсом Бьерном (Niels Björn) [10], который хотя и является вымышленной личностью, однако именно работа над его статьями привела автора к ясному пониманию динамики пространства в глобальном времени. Именно ему я выражаю свою благодарность.

Список литературы

1. Misner C.W., Thorne K., Wheeler J.A. *Gravitation* (San Francisco: Freeman, 1974). [Перевод: Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. *Гравитация.* М.:Мир, 1977]. 1.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля.* М.: Наука, 1988. 1.
3. Бурланков Д. Е. *Динамика пространства* (Нижний Новгород: Издательство ННГУ, 2005) 1.3.2, 3.2
4. Arnovitt R, Deser S, and Misner C. W. Phys. Rev. **116**, 1322 (1959). 3.1
5. Painlevé P. C.R. Acad. Sci. (Paris). **173**, 677 (1921). 3.2
6. Burlankov D. E. *arXiv: gr-qc*/0406112 (2004). 4.2
7. Бурланков Д.Е. ЖЭТФ, **51**. 842 (1966). 4.3
8. Burlankov D. E. *arXiv: gr-qc*/0406110v1 (2004). 4.4
9. Блум К. *Теория матрицы плотности и ее приложения.* М.: Мир, 1983. 4.4
10. Бурланков Д. Е. УФН **174**, вып. 8, 899 (2004). 5.