

34. Там же, 113.
35. Le Conte. «Phil. Mag.», 1864, 27, 1.
36. Potter. «Phil. Mag.», 1864, 27, 107.
37. F e c h n e r. Введение ко второму изданию книги «Ueber die physikalische und philosophische Atomlehre», Lpz., 1864.
38. Croll. «Phil. Mag.», 1864, 27, 346; «Sillmann's J.», 1864, 38, 267.
39. Norton. «Sillmann's J.», 1864, 38, 61; «Phil. Mag.», 1865, 30, 95.
40. Croll. «Phil. Mag.», 1867, 34, 449.
41. Challis. «Phil. Mag.», 1864, 27, 92.
42. Challis. «Phil. Mag.», 1865, 30, 207.
43. Girdolstone. «Phil. Mag.», 1865, 29, 108.
44. Stewart. An Elementary Treatise on Heat. Oxford. 1866, стр. 367.
45. Naumann. «Ann. der Chemie und Pharm.», 1867, 142, 284; «Phil. Mag.», 1867, 34, 373; Naumann. «Liebig's Ann.», 1867, 5, 253; «Phil. Mag.», 1867, 34, 551.
46. Naumann. «Ann. der Chemie und Pharm.», 1867, 142, 265; «Phil. Mag.», 1867, 34, 205.
47. Naumann. «Ber. der deutsch. chem. Ges.», 1869, 2, 690; «Phil. Mag.», 1870, 39, 217.
48. Ransome. «Phil. Mag.», 1867, 33, 360.
49. Stoney. «Phil. Mag.», 1868, 36, 132.
50. Cazin. The Phenomena and Laws of Heat. L., 1868, стр. 29.
51. Pell. «Trans. Roy. Soc. New South Wales», 1871, 5, 27; «Phil. Mag.», 1872, 43, 161.

Максвелл, ток смещения и симметрия *

А. М. Борк

В физике XX столетия соображения математической симметрии и красоты стали играть существенную роль как в создании новых физических теорий, так и в изящном сочетании симметрии с законами сохранения. Иногда приписывают Джемсу Клерку Максвеллу то, что он одним из первых использовал такие соображения при развитии новой теории. Норман Кемпбелл¹ говорит: «Предположим, вы нашли страницу со следующими знаками на ней — не важно, что они что-нибудь означают (уравнения Максвелла без токов смещения — в левой части и с токами смещения — в правой части). Я думаю, вы увидите, что совокупность символов в правой части «красивее» в некотором смысле, чем символы в левой части: они более симметричны. Оказывается, великий физик Джемс Клерк Максвелл около 1870 г. думал то же самое и, подставив символы правой части вместо символов левой части, основал современную физику и, среди прочих результатов, сделал возможным беспроволочный телеграф». Подобные же утверждения встречаются также и в более новых источниках².

В аудитории мы привыкли подчеркивать симметрию уравнений Максвелла; мы можем даже позволить аудитории «открыть» ток смещения так, как, по мнению Кемп-

* Из журнала «American Journal of Physics», 1963, № 11, стр. 854—859.

белла, открыл его Максвелл. Но отражает ли этот педагогически полезный прием действительно историческое рассуждение, обосновавшее введение этого понятия? Хотя множество исторически точных событий и множество педагогически полезного материала, конечно, имеют не пустые пересекающиеся части, все же это не тождественные множества. В настоящее время физики и историки науки с горечью убедились в той легкости, с которой расцветают исторические легенды в науках. Наша цель здесь попытаться определить исторические события, лежащие в основе введения Максвеллом тока смещения. Сначала мы посмотрим, что мог Максвелл сказать относительно тока смещения, затем исследуем некоторые вторичные источники и, наконец, попытаемся сделать некоторые выводы.

Три главные статьи

Труды Максвелла по теории электромагнитного поля опубликованы в основном в трех главных статьях: I — «О линиях сил Фарадея» (1855—1856), II — «О физических линиях сил» (1861—1862) и III — «Динамическая теория электромагнитного поля» (1864). Эти статьи обнаруживают постепенное развитие мыслей Максвелла. Эта линия развития была рассмотрена Уиттекером³ и Джиллиспай⁴, так что здесь достаточно будет только краткого резюме. Как показывает название, первая статья основана на труде Фарадея, в частности представляет его математическое обобщение. Вторая статья использует разработанную механическую модель вращающихся ячеек и содержит все существенные математические результаты в 20 уравнениях относительно 20 неизвестных. Третья статья окончательная — модель уже оставлена, уравнения собраны вместе (в части 3) и введен термин «электромагнитное поле».

Но мы хотим определить, что говорит каждая из этих статей о члене, содержащем ток смещения⁵. В I ток смещения не появляется. Уравнения с $\text{curl } H$ встречаются только с членом, выражающим ток проводимости в правой части этих трех уравнений (следует отметить, что это название употреблено здесь только ради удобства, Максвелл не пользуется этим обозначением в I, II или III). Непосредственно вслед за этими уравнениями он говорит: «Мы

можем отметить, что вышеуказанные уравнения по дифференцированию дают

$$da_z/dx + db_z/dy + dc_z/dz = 0,$$

что представляет собой уравнение непрерывности для замкнутых токов. Таким образом, наши исследования в настоящее время ограничиваются замкнутыми токами; и мы мало знаем относительно магнитных действий каких-либо не замкнутых токов»⁶. На этом он оставляет эту тему и переходит к другим вещам.

Ток смещения появляется в первый раз в II⁷. Максвелл указывает на смещение электричества в каждой молекуле вследствие электрического поля, наложенного на диэлектрик и измеряемого электрическим смещением. «Эффект этого действия на всю массу диэлектрика заключается в общем смещении электричества в определенном направлении. Это смещение не достигает степени тока, потому что, когда оно достигает известного значения, оно остается постоянным; но это — начало тока, и его изменения составляют токи в положительном или отрицательном направлении — в зависимости от того, увеличивается ли смещение или уменьшается». Несколькими страницами ниже он пользуется этим заключением в Предложении XIV, «чтобы внести поправку в уравнения электрических токов (9) на влияние упругости среды... изменение смещения эквивалентно току, причем этот ток должен быть учтен в уравнениях (9) и добавлен к [току проводимости]...» Затем он устанавливает уравнение непрерывности с членом, представляющим собой производную по времени.

Как уже сказано, III во многом является более отделанным и изящным вариантом II. Среди двадцати уравнений электромагнитного поля находятся такие, которые образуют «истинные» токи путем сложения токов смещения и токов проводимости. «Электрическое смещение состоит в противоположной электризации сторон молекулы или частицы тела, что может сопровождаться или не сопровождаться передачей сквозь тело... Изменения электрического смещения должны быть добавлены к токам p , q и r для того, чтобы получить полное движение электричества...»⁸ Уравнение непрерывности является также одним из двадцати уравнений, не выводимым здесь из

других. Стоит отметить, что в III уравнении с $\text{curl } H$ не появляются явно с производной по времени от смещения в этих уравнениях, потому что уравнения для истинных токов устанавливаются в качестве отдельных уравнений. Это противоречит II.

«Трактат по электричеству и магнетизму»

«Трактат» появлялся в трех изданиях — в 1873, 1881 и 1892 гг. В отношении тока смещения все издания почти тождественны. Максвелл пересмотрел только первую часть второго издания. В общем «Трактат» похож по тону на III; основные уравнения собраны вместе во втором томе почти так же, как в III. В первом томе Максвелл уже намекает на этот ток при рассмотрении электрического смещения⁹. «Когда в диэлектрике имеет место индукция, то имеет также место некоторое явление, эквивалентное смещению электричества в направлении этой индукции... Любое увеличение этого смещения эквивалентно, в продолжении времени увеличения, току положительного электричества изнутри наружу, и всякое уменьшение смещения эквивалентно току в противоположном направлении». Уиттекер¹⁰, по-видимому, просмотрел этот абзац.

Во втором томе появляется один новый элемент: Максвелл явно утверждает, что ток смещения — это новый вклад¹¹. «Одной из главных особенностей «Трактата» является положение, которое он утверждает, а именно, что истинный электрический ток C — тот, от которого зависят электромагнитные явления, — не то же самое, что R — ток проводимости, но что производная по времени от D — электрическое смещение — должно быть принято во внимание при оценке полного движения электричества, так что мы должны писать $C = R + \dot{D}$ (Уравнение Истинных Токов)...» Непосредственно перед этим¹² он выписывает уравнение для $\text{curl } H$ с током в нем; он указывает, что это предполагает нулевую дивергенцию для тока и, таким образом, замкнутые цепи. «Это уравнение истинно только, если мы примем u , v и w в качестве компонентов того электрического тока, который создается изменением электрического смещения так же, как истинной проводимостью». Он продолжает: «Мы имеем очень мало экспериментальных доказательств, относящихся к непосредствен-

ному электромагнитному действию токов, вызванному изменением электрического смещения в диэлектриках, но исключительная трудность согласования законов электромагнетизма с существованием незамкнутых — электрических токов — одна из причин среди многих, почему мы должны допустить существование переходных токов, создаваемых изменением смещения. Важность их будет ясна, когда мы перейдем к электромагнитной теории света».

Другие статьи и письма Максвелла

Во второй части краткой статьи «Метод для прямого сравнения между электростатической и электромагнитной силой; с заметкой об электромагнитной теории света» Максвелл пересматривает электромагнитную теорию света с тем, чтобы отличить свой подход от подходов Римана, Вебера и Лоренца¹³. После формулирования трех теорем он говорит: «Если диэлектрик подвергается действию электродвижущей силы, то он испытывает то, что мы можем называть электрической поляризацией. Если направление электродвижущей силы мы назовем положительным и если мы предположим, что диэлектрик ограничен двумя проводниками, A — с отрицательной и B — с положительной стороны, то поверхность проводника A электризуется положительно, а поверхность B — отрицательно...» Тогда «(теорема D) — если электрическое смещение увеличивается или уменьшается, то эффект эквивалентен эффекту электрического тока в положительном или отрицательном направлении. Так, если в последнем случае мы соединим два указанных проводника проволокой, то по проволоке будет проходить ток от A к B ... Согласно этой точке зрения, ток, создаваемый при разряде конденсатора, это полный ток, и он может быть прослежен внутри самого диэлектрика соответственно сконструированным гальванометром. Я не убежден, что это было сделано, так что эта часть теории хотя она и является естественным следствием первой, не была проверена прямым экспериментом. Такой эксперимент, конечно, был бы очень деликатным и трудным». Вслед за тем Максвелл из этих допущений выводит плоские электромагнитные волны не выписывая уравнений поля в общей форме.

Мы должны напомнить и о другой работе: «Обращение

к математической и физической секциям Британской ассоциации», представленной 15 сентября 1870 г. Здесь, наконец, мы обнаруживаем, что Максвелл затрагивает вопросы математической симметрии. Вследствие важности этого для настоящего исследования и вследствие общего интереса к этой теме мы цитируем часть этого обращения¹⁴ полностью.

«Учащийся, который хочет овладеть какой-нибудь наукой, должен подробно ознакомиться с различного рода величинами, относящимися к этой науке. Когда он понимает все соотношения, существующие между этими величинами, он рассматривает их, как образующие связную систему и классифицирует всю систему величин вместе, как принадлежащую данной специальной науке. Эта классификация является наиболее естественной с физической точки зрения, и по времени она обычно является первой.

Но когда учащийся ознакомился с несколькими различными науками, он находит, что математические процессы и линии рассуждения в одной науке напоминают эти процессы и рассуждения в другой настолько сильно, что его знание одной науки может оказать весьма полезную помощь при изучении другой.

Когда он исследует причины этого, то он находит, что в обеих науках он имел дело с системами величин, в которых математические формы соотношений величин оказываются одинаковыми в обеих системах, хотя физическая природа величин может быть очень различна.

Таким образом, он приходит к признанию классификации величин на новом принципе, согласно которому физическая природа величины подчинена ее математической форме. Это — та точка зрения, которая характерна для математика: но она является вторичной по времени для физического аспекта, потому что для освоения различного рода величин человеческий мозг сначала должен иметь их представленными в природе».

Но здесь нет явной ссылки на ток смещения, и Максвелл только цитирует примеры из других работ. Примеры, которые приходят на ум из чтения предыдущего утверждения, суть: 1) аналогия между теплопроводностью и статическим электричеством, указанная В. Томсоном, и 2) общая аналогия между гидродинамикой и электромагнитным полем, упомянутая Максвеллом в начале I.

По-видимому, нет систематического собрания писем Максвелла. Некоторые письма приводятся в биографии Кемпбелла и Гарнета¹⁵. Важные письма к В. Томсону были напечатаны в отдельном томе¹⁶. Часто цитируемое письмо к Томсону описывает статью 1861 г., но не упоминает по названию ток смещения. В нем сказано: «Таким образом, будет иметь место смещение частиц, пропорциональное электродвижущей силе, и когда эта сила будет устранена, частицы восстановят свое положение». Опубликованные письма к Г. Стоксу¹⁷ и П. Тэту¹⁸ ничего не добавляют к описанию тока смещения. Наконец, и стихи¹⁹ Максвелла тоже не содержат никаких ссылок.

Вторичные источники

Труд Максвелла по электромагнитной теории, так же как и труд Ньютона по механике, не был сразу признан даже в Англии. Три главные статьи, по-видимому, обратили на себя мало внимания, и только после «Трактата» теория нашла сторонников. Большинство близких друзей Максвелла не смогли оценить ее. В. Томсон на протяжении всей жизни сохранял отрицательное отношение к теории, особенно к токам смещения. Известный физик П. Тэт, написал как рецензию (без подписи) на «Трактат», так и статью, уже после смерти Максвелла, с оценкой всех его работ^{20, 21}. Статья написана в весьма одобрительном тоне, в ней Максвелл сравнивается с Ньютоном. Но, перечисляя девять пунктов, особенно заслуживающих внимания (включая и упоминание о кватернионах!), Тэт опускает упоминание о токе смещения. Этот пропуск вместе с такой оценкой заставляет думать, что Тэт не понял новую теорию полностью. Рецензии в «Quarterly Journal of Science» и «American Journal of Science and Arts» также не упоминают о токе смещения. Как и следовало ожидать, английские ученые, которые приняли теорию Максвелла, находились под сильным влиянием его трактовки. Уотсон и Барбери²² приводят те же самые аргументы относительно поляризации диэлектрической среды, какие мы видели в оригинальном тексте.

Насколько известно пишущему эти строки, Оливер Хевисайд был первым физиком, явно отметившим симметрию уравнений Максвелла. В прекрасном предисловии к «Электромагнитной теории»²³ он упоминает о своем изложении

«электромагнитной теории с точки зрения Фарадея — Максвелла с некоторыми незначительными изменениями и обобщениями уравнений Максвелла». Он предлагает три изменения: во-первых, он пользуется рационализированными единицами; во-вторых, он пользуется векторным обозначением, похожим на современное обозначение, с символами curl и div и жирным шрифтом, и, в-третьих, он обращается к двойной форме, которая была введена им в 1885 г., «причем электрическая и магнитная стороны электромагнетизма симметрично представлены и связаны...». Ясно, что он рассматривает «двойную форму» как существенное нововведение, не имеющееся в статьях и книгах Максвелла. Как в своей более ранней статье «Электромагнитная индукция и ее распространение»²⁴, так и в «Электромагнитной теории» он пользуется этой симметрией. Например, в первой статье он пишет два вихревых уравнения одно за другим, замечая: «Мы должны заменить магнитную силу на электрическую силу, взятую отрицательно, а электрический ток на магнитный ток», причем ток применяется в максвелловском смысле, включая члены, производные по времени. Предполагается²⁵, что ток смещения делает такую форму возможной: «Электрический ток в непроводнике был той самой вещью, которая была необходима для координации электростатики и электрокинетики и для того, чтобы последовательно согласовать уравнения электромагнетизма». Хевисайд даже пользуется этой симметрией для обобщения уравнений Максвелла: он явно вводит член с магнитным током проводимости, чтобы уравновесить член с электрической проводимостью и таким образом сделать уравнения полностью симметричными, за исключением знаков, несмотря на признание, что «вероятно, не существует такой вещи, как магнитный ток проводимости с диссипацией энергии»²⁶. Такое добавление, хотя оно и никогда не получало общего признания, было сделано физиками текущего столетия по различным соображениям. В другом месте²⁷ мы увидим, что он рассматривает эту симметрию как вспомогательное средство при расчетах, основанных на уравнениях Максвелла; «этот метод трактовки электромагнитной схемы Максвелла, употребляемый в тексте (впервые введенный в статье «Электромагнитная индукция и ее распространение» в «The Electrician» от 3 января 1885 г. и позже) может, пожалуй, быть назван «дуплекс-методом», так как он характеризуется выявлени-

ем электрических, магнитных и электромагнитных соотношений в двойной форме, симметричной относительно электрической и магнитной сторон. Но это не просто метод выявления скрытых ранее соотношений путем введения вектор-потенциала и паразитных формул, а представляет собой также и рабочий метод».

Вебстер [28] ссылается скорее на Хевисайда, чем на Максвелла, когда он говорит: «Эти уравнения с $[\text{curl } \mathbf{V}]$ теперь полностью аналогичны уравнениям (5) с $[\text{curl } \mathbf{E}]$ за исключением только различия знака в левой части...» Джордж Френсис Фицджеральд, другой «последователь» Максвелла, в очень благоприятной рецензии²⁹ на «Electrical Papers» Хевисайда также упоминает об этом аспекте: «Дуализм электричества и магнетизма является старым и известным фактом. Закон обратных квадратов применим к обоим. Каждая задача в одном имеет соответственного двойника в другом. Хевисайд распространил это на весь электромагнетизм. Допущением возможности магнитной проводимости он сделал все уравнения симметричными. Каждый математик может оценить значение и изящество этого». Герц³⁰ не ссылается прямо на симметрическую сторону уравнений Максвелла, но он пишет уравнения современным способом (без векторного обозначения), а затем замечает: «Оливер Хевисайд работал в том же самом направлении, начиная с 1885 г. Из уравнений Максвелла он устраняет те же символы, что и я; и та простейшая форма, которую эти уравнения приобретают при этом, по существу та же самая, к которой и я прихожу».

Пожалуй, мы не отойдем слишком далеко в сторону, если отметим основное влияние Хевисайда на распространение идей Максвелла. По-видимому, он был первым исследовавшим следствия, которые вытекают в различных направлениях из этой теории. Мы уже отметили его интерес к основной формулировке теории. Он открыл соотношение энергии для электромагнитного поля независимо от Пойнтинга; он проводил обширные исследования по различным типам электромагнитных волн и изучал то излучение, которого следует ожидать от движущегося заряда, более тщательно, чем это делал Дж. Дж. Томсон; таким образом, ему обязано происхождением понятие электромагнитной массы, которое было позже развито Лоренцем и Абрагамом. Любое тщательное рассмотрение истории электромагнитной теории должно уделить значительное

внимание Хевисайду. Нужно согласиться с отзывом, сопровождавшим получение им почетной степени из Геттингена в 1905 г.: «...среди пропагандистов максвелловской науки он был скорее всего первым».

Дюгем³¹ ссылается на ток смещения в его неудачном сравнении английских и континентальных физиков. Он сожалеет, что Максвелл внезапно вводит это недостаточно подготовленное понятие, в противоположность тому, что можно было бы ожидать от французского или немецкого физика. Он утверждает: «Этот ток смещения был введен Максвеллом для того, чтобы дополнить определение свойств диэлектрика *ad hoc*... [он] имеет некоторые близкие аналогии с током проводимости...»

Возвращаясь к нашей исходной точке зрения, мы находим, что сам Кемпбелл непоследователен во взгляде на эту проблему. В противоречие с абзацем в его книге «Что такое наука», он говорит в книге «Элементы физики»³²: «Введение [тока смещения]... было вызвано теорией электростатического поля Фарадея...» В другом рассуждении о токе смещения³³ эстетические соображения не упоминаются.

Выводы

На основе только что представленных доказательств можно считать, по-видимому, обоснованными следующие выводы.

1) Максвелл последовательно приводит два родственных фактора, когда он применяет ток смещения. Во-первых, уравнения с $\text{curl } \mathbf{H}$ без такого члена будут подразумевать, что токи проводимости должны протекать только в замкнутых цепях, — неприемлемое положение, если иметь в виду ток проводимости. Мы замечаем этот вывод в I до того, как там появляется хоть какой-нибудь намек на дополнительный ток. Но «истинный ток» действительно течет только в замкнутых цепях. И уравнение непрерывности для тока сгруппировано с уравнениями поля в следующих двух статьях. Во-вторых, ток смещения есть физический ток в диэлектрической среде, он такой же «реальный», как и ток проводимости. «Уравнения истинных токов» это подчеркивают. Максвелл даже обсуждает трудности, связанные с попытками измерить этот ток.

Следует помнить, что вакуум в смысле электромагнитной теории есть понятие чуждое Максвеллу, так что диэлектрик включает и тот случай, который мы бы описали как пустое пространство. Как говорит Хевисайд, «эфир — диэлектрик». Аргумент об изменении смещений заряда (измеряемым электрическим смещением) в молекулах среды, рассматриваемом, как ток, встречается снова и снова в несколько измененной форме.

2) Нет прямого доказательства того, что Максвелл ввел член с током смещения для того, чтобы улучшить симметрию уравнений электромагнитного поля. Ни в трех его статьях, ни в «Трактате» нет утверждения, которое могло бы быть так истолковано; фактически встречаются только иные доводы для его введения (перечисленные в первом пункте выше). Наиболее близкий подход к вопросу о симметрии появляется в рассуждении о симметрии в «Обращении» через девять лет после первого введения тока смещения. Но, как отмечено, нужно читать действительно между строк, чтобы увидеть рассуждения, относящиеся к току смещения. Тот факт, что две группы из трех симметричных уравнений приводятся в III, как три группы уравнений (таким образом, как группы, лишенные свойств симметрии), свидетельствует против Кемпбелла; но II более благоприятно к нему в этом отношении.

Другое объяснение Кемпбелла сделанного изменения также должно быть обращено против него. Далее, можно отметить, что в книге «Что такое наука» он приписывает дату «около 1870 года». Это на десять лет позже, чем то время, когда Максвелл начал пользоваться током смещения; любопытно, однако, что эта дата соответствует «Обращению». Происхождение утверждения Кемпбелла, связанного с этим соображением, нужно рассматривать как спекулятивное. Более вероятно, что этот аргумент Кемпбелла является приукрашением двойной формы Хевисайда, хотя Хевисайд не применяет ее для оправдания существования тока смещения. Как мы видели, сам Хевисайд приписывает параллель между электричеством и магнетизмом самому себе, а Вебстер и Фицджеральд согласны с ним.

Этот отрицательный вывод, как всякий нулевой результат, нуждается в обычных оговорках. Во-первых, более тщательное знакомство с источниками, пока не известными, может вновь подвести базу под аргумент симметрии. Письма Максвелла и статьи его в Кавендишской лабора-

тории могут также кое-что добавить к этим соображениям. Во-вторых, если даже в идеальном случае, когда все возможные источники будут известны и изучены, не найдется поддержки этому предположению, его все же нельзя будет считать невозможным. Всегда имеется разрыв (даже у гениев, подобных Кеплеру) между человеком творящим и человеком пишущим, между процессом мышления, скрытым за открытием, и позднейшим описанием этого открытия в книгах и статьях. Это то, что делает изучение «научного метода», чем ученые фактически занимаются, столь трудным.

Примечания

- ¹ N. R. Campbell. What is science? L., 1921, стр. 155—156.
- ² E. Rogers. Physics for the Inquiring Mind. Princeton, New Jersey, 1960, стр. 471.
- ³ E. T. Whittaker. A history of the theories of Aether and Electricity. L., 1910.
- ⁴ C. C. Gillispie. The edge of Objectivity. Princeton, New Jersey, 1960.
- ⁵ Ради краткости, эти статьи обозначены римскими цифрами I, II и III. Указания страниц этих статей относятся к изданию «The Scientific Papers of James Clerk Maxwell». Cambridge, 1890, т.т. 1—2.
- ⁶ Цит. соч., стр. 194.
- ⁷ Цит. соч., стр. 491.
- ⁸ Цит. соч., стр. 554.
- ⁹ J. C. Maxwell. A treatise on electricity and magnetism. Oxford, v. I, 1-е изд. 1873, стр. 132; 2-е изд. 1881, стр. 154; 3-е изд. 1892, стр. 166. Во втором и в третьем изданиях применяется несколько иная терминология.
- ¹⁰ E. T. Whittaker, цит. соч., стр. 300.
- ¹¹ J. C. Maxwell (см. примеч. 9), II, 1-е изд., стр. 232; 2-е изд., стр. 234.
- ¹² Maxwell (см. примеч. 9), II, 1-е изд., стр. 231; 2-е изд. 233.
- ¹³ См. примеч. 5, II, стр. 139. Первоначально было опубликовано в «Phil. Trans. Royal. Soc.», L., 1868, 158.
- ¹⁴ См. примеч. 5, стр. 218.
- ¹⁵ L. Campbell and W. Garnett. The life of James Clark Maxwell. L., 1882.
- ¹⁶ [J. Larmor.] Origins of Clark Maxwell's electric ideas as described in Familiar Letters to William Thomson, ed. by J. Larmor. Cambridge, 1937.
- ¹⁷ [J. Larmor.] Memoir and Scientific Correspondence of the late Sir George Gabriel Stokes, ed. by J. Larmor. Cambridge, 1907, стр. 41.
- ¹⁸ C. G. Knott. Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait. Cambridge, 1911.
- ¹⁹ См. примеч. 15.

- ²⁰ P. G. Tait. Clerk Maxwell's Electricity and Magnetism. «Nature», 1873, 7, 478.
- ²¹ P. G. Tait. Clerk Maxwell's Scientific Work. «Nature». 1880, 21, 327.
- ²² H. W. Watson and S. H. Burbury. Mathematical Theory of Electricity and Magnetism. Oxford, 1885.
- ²³ O. Heaviside. Electromagnetic Theory. L., 1893, стр. 1.
- ²⁴ O. Heaviside. Electrical Papers. L., 1892, т. I. (Перепечатано из «Electrician» от 3 января 1885 г.).
- ²⁵ O. Heaviside (см. примеч. 23) стр. 67. (Перепечатано из «Electrician» от 29 мая 1891 г.).
- ²⁶ O. Heaviside (см. примеч. 24) стр. 441.
- ²⁷ O. Heaviside. On the Forces, Stresses and Fluxes of Energy in the Electro-magnetic Field. «Phil. Trans. Roy. Soc. Ind.», 1893, 183A, 423—480.
- ²⁸ A. G. Webster. The Theory of Electricity and Magnetism. L., 1897, стр. 507.
- ²⁹ G. F. Fitz-Gerald. Heaviside's Electrical Papers. «The Electrician», 1893, 11; опубликовано в кн.: J. Larmor. The Scientific Writings of the late George Francis Fitz-Gerald. Dublin, 1902, стр. 292—300.
- ³⁰ H. Hertz. Electric Waves. L., 1900, стр. 196. (Первоначально опубликовано в «Göttingen Nachr.», 19 марта 1890 г.).
- ³¹ P. Duhem. The Aim and Structure of Physical Theory. Princeton, New Jersey, 1954, гл. IV (Есть русский перевод).
- ³² N. R. Campbell. Physics. The Elements. Cambridge, 1919; перепечатано под названием «Foundations of Science», N. Y., 1957.
- ³³ N. R. Campbell. Modern Electrical Theory. Cambridge, 1913.