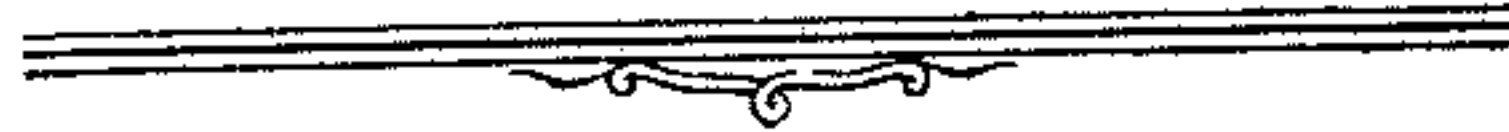


37. (Стр. 82.) Это уравнение содержит основу электродинамики движущихся тел.

38. (Стр. 87.) Это, как известно, оспаривается; если силы содержат даже и вторые производные по времени, принцип сохранения энергии все же может оставаться в силе. Однако здесь не место для обсуждения вопроса о совместимости закона Вебера с принципом сохранения энергии.

---

## О ФИЗИЧЕСКИХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ



ЧАСТЬ I (4)

**ТЕОРИЯ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ВИХРЕЙ  
В ПРИМЕНЕНИИ К МАГНИТНЫМ ЯВЛЕНИЯМ \*)**

Во всех явлениях, где встречаются притяжение или отталкивание или какие-либо зависящие от относительного положения тел силы, мы должны определить *величину и направление* силы, которая действует на данное тело, когда оно приведено в данное положение.

В случае, когда сфера действует на данное тело по закону тяготения, эта сила обратно пропорциональна квадрату расстояния и направлена по прямой линии к центру сферы [1]. В случае притяжения двумя сферами или несферическим телом величина и направление силы подчиняются более сложным законам. В электрических и магнитных явлениях величина и направление результирующей силы в каждой точке являются основным предметом исследования. Предположим, что направление силы в каждой точке известно; тогда если мы проведем линию так, что в каждой точке она совпадет по направлению с силой в этой точке, то эта линия может быть названа *силовой линией*, так как она указывает направление силы в каждой точке.

Начертив достаточное число силовых линий, мы можем указать направление силы в любой части пространства, в которой она действует.

\*) Phil. Mag., т. XXI, стр. 161—175.

Если мы рассыпем железные опилки на бумаге вблизи магнита, то каждая отдельная крушинка намагнитится и противоположные полюса любых двух соседних крупинок соединятся так, что опилки расположатся по кривым, которые укажут в каждой точке направление силовой линии. Прекрасная иллюстрация действия магнитной силы, даваемая этим опытом, естественно заставляет нас думать о силовых линиях, как о чем-то реальном и показывающем нечто большее, чем только результирующую двух сил, непосредственная причина которых находится где-то на расстоянии и которые даже не существуют до тех пор, пока магнит не будет помещен в эту часть поля <sup>(2)</sup>. Мы не удовлетворены объяснением, основанным на гипотезе притягивающей и отталкивающей сил, исходящих от магнитных полюсов, даже в том случае, если мы убеждаемся, что явления находятся в полном согласии с этой гипотезой, и мы не можем отказаться от мысли, что в каждой точке, где мы находим эти силовые линии, должно существовать какое-то физическое состояние или действие, обладающее достаточной энергией, чтобы вызвать указанные явления <sup>(3)</sup>.

Моей целью в настоящей работе является расчистка пути для теоретических исследований в этом направлении путем изучения механических эффектов известных состояний натяжения и движения в среде и сравнения их с наблюдаемыми явлениями магнетизма и электричества. Уточняя механические следствия таких воззрений, я полагаю, что принесу некоторую пользу тем, кто приписывает эти явления действию среды, но сомневается, как с помощью этой гипотезы объяснить установленные экспериментальные законы, которые до сих пор выражались на языке других гипотез [теории дальнего действия].

В своей предыдущей работе \*) я попытался дать ясное геометрическое представление о связи силовых

линий с пространством, в котором они проходят. Используя представление о токах в жидкости, я показал, как следует изображать силовые линии, чтобы их число давало величину силы, так что каждая отдельная линия могла бы быть названа единичной силовой линией \*), и исследовал, далее, ход этих линий там, где они переходят из одной среды в другую.

В той же работе я нашел геометрический смысл «электротонического состояния» и вывел математические связи между электротоническим состоянием, магнетизмом, электрическими токами и электродвижущей силой, используя механические образы для того, чтобы помочь воображению, но отнюдь не относя их к причинам явлений.

Я намереваюсь теперь рассмотреть магнитные явления с механической точки зрения и исследовать, какие напряжения или движения среды способны вызвать наблюдаемые явления. Если при помощи этой же гипотезы мы могли бы связать явления магнитного притяжения с электромагнитными явлениями и с явлениями индуцированных токов, то в этом случае мы нашли бы теорию, может быть даже и неправильную, однако ложность которой могла бы быть доказана только при помощи экспериментов, значительно расширяющих наши познания в этой области физики <sup>[2]</sup> <sup>(4)</sup>.

Механическое состояние среды, находящейся под действием магнитных сил, понималось то как течение, то как волновое движение, то как состояние смещения или растяжения, давления или напряжения. Токи, исходящие из северного полюса и входящие в южный полюс магнита или циркулирующие около электрического тока, имеют то преимущество, что дают возможность точно представить геометрическое расположение силовых линий, если бы только можно было, исходя из механических принципов, объяснить явления притяжения, расположение самих токов и их устойчивое существование.

\*) См. работу «О фарадеевых силовых линиях», Cambridge Philosophical Transactions, т. X, часть 1: стр. 11 настоящего издания.

\*) Faraday, «Exp. Res.» (3122).

Колебания, исходящие из центра, согласно расчетам профессора Челлис \*) произвели бы действие, подобное притяжению в направлении центра, но, допуская это, мы вместе с тем знаем, что две серии колебаний, проходящие через то же самое пространство, не складываются в одно результирующее, как это имеет место в случае двух притяжений; эффект зависит от соотношения их фаз, а также их интенсивностей, и если ничто не мешает этим колебательным движениям распространяться, они проходят друг сквозь друга без какого-либо взаимодействия [3]. В действительности математические законы притяжения не похожи ни в каком отношении на законы колебаний, но обнаруживают замечательную аналогию с законами течения жидкости, тепло- и электропроводности и с законами поведения упругих тел.

Профессор В. Томсон дал механическое представление электрических, магнитных и гальванических сил посредством деформаций упругого тела, находящегося под действием упругих сил \*\*). В этом представлении мы должны допустить, что угловое смещение каждого элемента объема твердого тела пропорционально магнитной силе в соответствующей точке магнитного поля; причем направление оси этого вращения соответствует направлению магнитной силы.

Абсолютное смещение какой-либо частицы будет тогда соответствовать по величине и направлению тому, что я отождествил с электротоническим состоянием, а относительное смещение частицы по отношению к частице, находящейся в ее непосредственном соседстве, по величине и направлению будет соответствовать количеству электрического тока [плотности тока] в этой точке поля. Автор этого способа представления не пытается объяснять происхождения наблюдаемых сил действиями, обусловленными напряжениями в упругом

\*) Challis, Phil. Mag., 20, стр. 431, 1860; 21, стр. 65 и 92, 1861.

\*\*\*) Cambr. and Dubl. Math. Journ., январь 1847 г.

твердом теле, а только использует математические аналогии обеих проблем для того, чтобы помочь воображению при их изучении.

Мы хотим теперь, однако, рассмотреть магнитное действие как род некоторого давления или натяжения или, вообще говоря, напряжения в среде.

Напряжение есть действие и противодействие между смежными частями тела и состоит вообще из сил давления или натяжения, которые в одной и той же точке среды могут быть различны в различных направлениях.

Необходимые отношения между этими силами были исследованы математиками; было показано, что наиболее общий тип упругой силы состоит в суперпозиции трех главных сил давлений или натяжений, перпендикулярных друг к другу.

Когда два главных давления равны, то третье становится осью симметрии наибольшего или наименьшего давления, причем давления, направленные под прямыми углами к этой оси, все равны.

Когда все три главных давления равны, то давление одинаково во всех направлениях, так что мы имеем напряжение без определенных главных осей; примером такого давления может служить обычное гидростатическое давление.

Общий тип не подходит для представления магнитной силы; потому что хотя магнитная силовая линия имеет направление и интенсивность, она не имеет третьего качества, которое отличало бы различные к ней перпендикулярные направления, как, например, в поляризованном световом луче, где резко отличаются друг от друга различные перпендикулярные к нему направления \*).

Если мы поэтому представляем магнитную силу в какой-либо точке через напряжение, то мы должны предполагать, что в каждой точке имеется единственная ось наибольшего или наименьшего давления и все

\*) Faraday, «Exp. Res.» (3252).

давления, перпендикулярные к этой оси, равны между собой. Могут возразить, что непоследовательно изображать силовую линию, которая по существу своему дипольна, главной осью напряжения, которая по необходимости изотропна. Но мы знаем, что *каждое* явление действия и противодействия в *общем результате* изотропно, ибо действия силы на тела, между которыми она действует, равны и противоположны, в то время как природа и происхождение силы могут быть дипольными, как это, например, имеет место в явлении притяжения между северным и южным полюсами.

Рассмотрим теперь механический эффект состояния напряжения, симметричного относительно какой-либо оси. Во всех случаях мы можем разложить его на простое гидростатическое давление и простое давление или натяжение вдоль оси. Когда ось является осью наибольшего давления, то действующая вдоль оси сила также будет давлением. Когда она, напротив, является осью наименьшего давления, то сила, действующая вдоль оси, будет силой натяжения.

Если мы рассмотрим силовые линии между двумя магнитами, как они видимы посредством железных опилок, то заметим, что всякий раз, когда силовые линии идут от одного полюса к другому, имеется *притяжение* между полюсами; наоборот, когда силовые линии обоих полюсов отклоняются и рассеиваются в пространстве, полюсы *отталкивают* друг друга, так что в обоих случаях полюсы движутся в том направлении, которое в конечном счете имеют силовые линии.

Отсюда вытекает, что напряжение вдоль оси магнитной силовой линии есть *натяжение*, подобное натяжению упругого шнура.

Если мы рассчитаем силовые линии вблизи двух тяготеющих тел, мы найдем их такими же по направлению, как и силовые линии между магнитными одноименными полюсами; однако мы знаем, что механическим эффектом в этом случае является притяжение вместо отталкивания. Силовые линии в этом случае

не идут от одного тела к другому, но отходят друг от друга и рассеиваются в пространстве. Для того чтобы произвести эффект притяжения, напряжение вдоль силовой линии тяготения должно быть *давлением*.

Предположим теперь, что явление магнетизма связано с существованием натяжения в направлении силовых линий в сочетании с гидростатическим давлением, или, иначе говоря, с давлением, которое имеет большую величину в экваториальном, чем в аксиальном направлении. Тогда следующим вопросом будет вопрос о том, какое механическое объяснение можем мы дать этому неравенству давлений в жидкой или, вообще говоря, подвижной среде? Объяснение, которое прежде всего приходит в голову, заключается в том, что излишек давления в экваториальном направлении возникает от центробежной силы вихрей или водоворотов в среде, оси которых параллельны направлениям силовых линий.

Это объяснение причины неравенства давлений сразу же дает средство для представления дипольного характера силовых линий. Каждый вихрь по существу дипольрен, так как оба конца его оси отличаются друг от друга по направлению вращения вихря, когда последний наблюдается с этих точек.

Мы также знаем, что когда электричество циркулирует в кольцеобразном проводнике, оно производит магнитные силовые линии, проходящие через плоскость контура, причем направление линий зависит от направления тока. Мы можем принять, что направление вращения, соответствующего силовой линии вихря, совпадает с тем, в котором «стеклянное» электричество должно протекать вокруг силовых линий, для того чтобы производить силовые линии, направление которых одинаково с направлением данных [4], (5).

Предположим теперь, что все вихри, в какой бы то ни было малой части поля, вращаются в том же направлении около почти параллельных осей, но что при перемещении от одной части поля к другой направле-

ние осей, скорость вращения и плотность вещества, составляющего вихри, могут изменяться. Мы исследуем результирующее механическое действие на элемент среды и изучим физический смысл различных членов математических выражений для рассматриваемых случаев (6).

**Предложение I.** Если в двух геометрически подобных жидких системах скорости и плотности в соответствующих точках пропорциональны, тогда обусловленные движением различия давлений в соответствующих точках будут относиться, как квадраты скоростей и первые степени плотностей (6).

Пусть  $l$  будет отношение линейных размеров,  $m$  — отношение скоростей,  $n$  — отношение плотностей и  $p$  — отношение давлений, обусловленных движением. Тогда отношение масс соответствующих элементов объема будет  $l^3 n$ , а отношение скоростей этих элементов при прохождении аналогичных путей в обеих системах будет равно  $m$ , так что  $l^3 m n$  есть отношение количеств движения приобретенных аналогичными частями жидкостей при прохождении аналогичных частей их путей.

Отношение подобных поверхностей равно  $l^2$ , отношение действующих на них давлений равно  $l^2 p$ , а отношение времен, в течение которых они действуют, равно  $\frac{l}{m}$ , так что отношение импульсов сил равно  $\frac{l^3 p}{m}$ . Мы получаем, таким образом,

$$l^3 m n = \frac{l^3 p}{m},$$

или

$$m^2 n = p,$$

т. е. отношение  $p$  давлений, обусловленных движением, равно произведению отношения плотностей  $n$  и квадрата отношения скоростей  $m^2$  и не зависит от линейных размеров движущихся систем.

Если в круговом вихре, вращающемся с равномерной угловой скоростью, давление на оси есть  $p_0$ , тогда

на окружности оно будет  $p_1 = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$ , где  $\rho$  есть плотность и  $v$  — скорость на окружности. Среднее давление параллельно оси будет:

$$p_0 + \frac{1}{4} \rho v^2 = p_2.$$

Если бы такие вихри с параллельными осями плотно прилегали друг к другу, они образовали бы в совокупности среду, в которой имелось бы давление  $p_2$ , параллельное осям, и другое давление  $p_1$  в направлении, перпендикулярном к первому. Если вихри круговые и если они повсюду имеют одинаковые угловые скорости и плотности, тогда

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{4} \rho v^2. \quad [1a]$$

Если вихри не круговые и если угловые скорости и плотности повсюду не одинаковы, но изменяются согласно одному и тому же закону для всех вихрей:

$$p_1 - p_2 = C \rho v^2, \quad [1b]$$

где  $\rho$  есть средняя плотность и  $C$  — величина, зависящая от распределения угловой скорости и плотности в вихре (6). В дальнейшем вместо  $C\rho$  мы будем писать  $\frac{\mu}{4\pi}$ , так что

$$p_1 - p_2 = \frac{\mu v^2}{4\pi}, \quad (1)$$

где  $\mu$  — величина, пропорциональная плотности, а  $v$  — линейная скорость на окружности каждого вихря.

Среда такого рода, наполненная молекулярными вихрями с параллельными осями, отличается от обычной жидкости тем, что она имеет различные давления в различных направлениях. Если бы она не сдерживалась надлежащим противодействием, то она стремилась бы растянуться в экваториальном направлении. При этом получилось бы, что диаметр каждого вихря

увеличивался, а скорость его уменьшалась бы в той же самой пропорции. Для того чтобы среда, обладающая этими неодинаковыми в различных направлениях давлениями, могла бы быть в равновесии, должны быть выполнены условия, которые мы исследуем.

**Предложение II.** Даны направляющие косинусы осей вихрей относительно осей  $x, y, z$ , обозначаемые через  $l, m, n$ ; найти нормальное и тангенциальное напряжения, действующие на поверхности, параллельные координатным плоскостям.

Действительное натяжение может быть разложено на простое гидростатическое давление  $p_1$ , действующее равномерно во всех направлениях, и натяжение  $p_1 - p_2$ , или  $\frac{1}{4\pi} \mu v^2$ , действующее только вдоль оси вихря.

Обозначим через  $p_{xx}, p_{yy}, p_{zz}$  нормальные напряжения, параллельные трем координатным осям; будем считать положительными их направления, если напряжение стремится увеличить параллельный соответствующей оси отрезок; через  $p_{yz}, p_{zx}, p_{xy}$  обозначим тангенциальные напряжения, которые действуют на поверхности, параллельные трем плоскостям координат; будем считать их направления положительными, когда они стремятся одновременно увеличивать координаты, соответствующие индексам [7]. Тогда, разлагая напряжения, получим \*):

$$p_{xx} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 l^2 - p_1, \quad p_{yz} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 mn,$$

$$p_{yy} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 m^2 - p_1, \quad p_{zx} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 nl,$$

$$p_{zz} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 n^2 - p_1, \quad p_{xy} = \frac{1}{4\pi} \mu v^2 lm \text{ [8], (7)}.$$

\*) Rankine, Applied Mechanics, § 106.

Если положить  $\alpha = vl, \beta = vm$  и  $\gamma = vn$ , тогда будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= \frac{1}{4\pi} \mu \alpha^2 - p_1, & p_{yz} &= \frac{1}{4\pi} \mu \beta \gamma, \\ p_{yy} &= \frac{1}{4\pi} \mu \beta^2 - p_1, & p_{zx} &= \frac{1}{4\pi} \mu \gamma \alpha, \\ p_{zz} &= \frac{1}{4\pi} \mu \gamma^2 - p_1, & p_{xy} &= \frac{1}{4\pi} \mu \alpha \beta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

**Предложение III.** Найти результирующую силу, действующую на элемент среды, которая обусловлена изменением внутреннего напряжения.

По закону равновесия напряжений \*) для компоненты силы, действующей на единицу объема в направлении абсциссы, имеем:

$$X = \frac{d}{dx} p_{xx} + \frac{d}{dy} p_{xy} + \frac{d}{dz} p_{xz}. \quad (3)$$

В нашем случае это выражение может быть написано в форме

$$X = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{d(\mu\alpha)}{dx} \alpha + \mu\alpha \frac{d\alpha}{dx} - 4\pi \frac{dp_1}{dx} + \right. \\ \left. + \frac{d(\mu\beta)}{dy} \alpha + \mu\beta \frac{d\alpha}{dy} + \frac{d(\mu\gamma)}{dz} \alpha + \mu\gamma \frac{d\alpha}{dz} \right\}. \quad (4)$$

Так как  $\alpha \frac{d\alpha}{dx} + \beta \frac{d\beta}{dx} + \gamma \frac{d\gamma}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$ , то можно написать:

$$X = \alpha \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{d}{dx} (\mu\alpha) + \frac{d}{dy} (\mu\beta) + \frac{d}{dz} (\mu\gamma) \right\} + \\ + \frac{1}{8\pi} \mu \frac{d}{dx} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - \mu\beta \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right) + \\ + \mu\gamma \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \right) - \frac{dp_1}{dx}. \quad (5)$$

Выражения для сил, действующих в направлении осей  $y$  и  $z$ , могут быть написаны по аналогии (8).

Нам теперь следует истолковать значение каждого члена этого выражения. Мы предполагаем, что  $\alpha, \beta, \gamma$  —

\*) Rankine, Applied Mechanics, § 116.

составляющие силы, которая действовала бы на находящийся в данном месте единичный северный магнитный полюс;  $\mu$  представляет магнитную индуктивную емкость [магнитную проницаемость] среды в данной точке по отношению к воздуху;  $\mu\alpha$ ,  $\mu\beta$ ,  $\mu\gamma$  — величины магнитной индукции через единичные площадки, перпендикулярные к трем осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

Все количество магнитной индукции через замкнутую поверхность, окружающую полюс магнита, зависит только от силы этого полюса, так что если  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  есть элемент объема, то

$$\left( \frac{d}{dx} \mu\alpha + \frac{d}{dy} \mu\beta + \frac{d}{dz} \mu\gamma \right) dx dy dz = 4\pi m dx dy dz. \quad (6)$$

Написанное соотношение представляет все количество магнитной индукции, направленное вовне через поверхность элемента объема  $dx dy dz$ , или количество заключенной в элементе объема «воображаемой магнитной массы», которую можно принять за северный магнетизм [или южный магнетизм, смотря по тому, будет это выражение положительным или отрицательным] [9].

Первый член правой стороны выражения (5)

$$\alpha = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d}{dx} \mu\alpha + \frac{d}{dy} \mu\beta + \frac{d}{dz} \mu\gamma \right) \quad (7)$$

может быть написан в виде

$$\alpha m, \quad (8)$$

где  $\alpha$  есть интенсивность магнитной силы,  $m$  есть плотность северной магнитной массы в соответствующей точке.

Физический смысл этого члена следующий: сила,двигающая северный полюс в положительном направлении оси  $x$ , равна произведению интенсивности компоненты магнитной силы в этом направлении на силу соответствующего северного магнитного полюса [10]. Пусть параллельные линии, направленные слева направо на рис. 1, представляют собой однородное поле магнитной силы, причем  $sn$  — направление с юга на север. Согласно нашей теории вихри будут вращаться в направлении ма-

леньких стрелок на рис. 2, т. е. в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям, и в направлении часовой стрелки, если их наблюдать, смотря от  $s$  к  $n$ . Частицы вихрей над плоскостью бумаги будут двигаться по направлению  $e$ , а частицы ниже плоскости бумаги — по направлению  $w$ .

Мы всегда будем отмечать стрелкой направление, в котором мы должны смотреть, для того чтобы видеть вихри вращающимися по часовой стрелке. Стрелка будет тогда указывать на северное направление в маг-

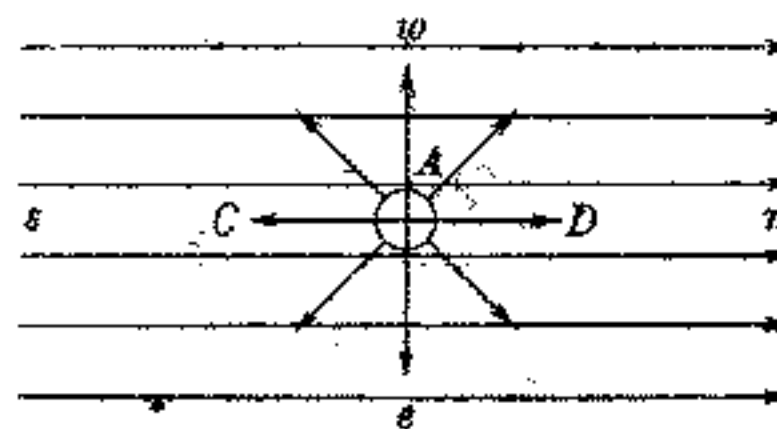


Рис. 1.

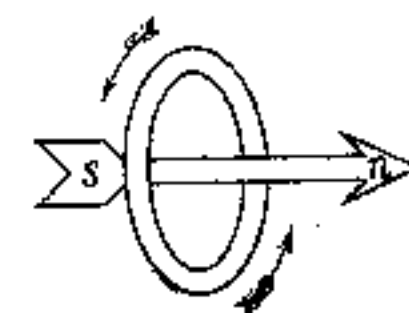


Рис. 2.

нитном поле, т. е. направление, в котором установился бы тот конец магнита, который указывает на север.

Пусть теперь  $A$  будет северный полюс магнита. Так как он отталкивает северные концы других магнитов, то силовые линии будут направлены от  $A$  по всем направлениям. На северной стороне  $A$  силовая линия  $AD$  имеет то же самое направление, что и линии магнитного поля, так что скорость вихрей на этой стороне будет *увеличиваться*. На южной стороне линия  $AC$  будет направлена в обратном направлении, скорости вихрей будут *уменьшаться*, так что в итоге силовые линии окажутся более мощными на северной стороне  $A$ , чем на южной стороне.

Мы видели, что благодаря механическому действию вихрей вдоль их осей возникает натяжение, поэтому результирующее действие на полюс  $A$  будет заклю-



чатся в том, что он более сильно будет притягиваться по направлению к  $D$ , чем по направлению к  $C$ , т. е.  $A$  будет стремиться двигаться к северу.

Пусть  $B$  на рис. 3 представляет собой южный полюс; относящиеся к нему силовые линии направлены к  $B$ , при этом мы найдем, что силовые линии поля оказываются более сильными в сторону  $E$ , чем в сторону  $F$ , так что результирующим эффектом в этом случае будет сила, действующая на  $B$  по направлению к югу.

Мы видим, таким образом, что в теории молекулярных вихрей первый член уравнения (5) дает механическое объяснение силы, действующей в магнитном поле на северный или южный полюс.

Перейдем к рассмотрению второго члена:

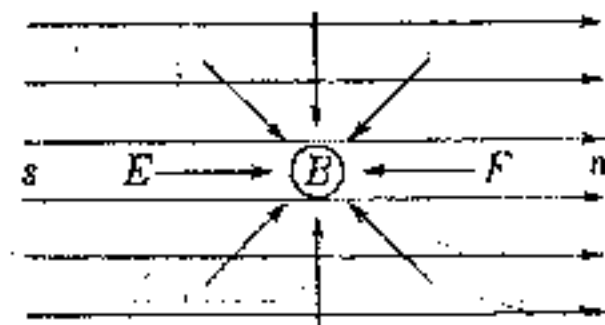


Рис. 3.

$$\frac{1}{8\pi} \mu \frac{d}{dx} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2). \quad [8a]$$

Здесь  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$  есть квадрат интенсивности [напряженности] в какой-нибудь точке поля и  $\mu$  есть магнитная индуктивная емкость [магнитная проницаемость] в том же самом месте. Таким образом, всякое тело, внесенное в поле, будет испытывать действие силы, направленной к местам большей магнитной интенсивности и пропорциональной произведению его собственной магнитной индуктивной емкости и производной квадрата силы поля в данном направлении.

Если тело окружено жидкостью, то последняя так же, как и тело, будет проталкиваться по направлению к местам большей интенсивности и ее гидростатическое давление [которое выражается последним членом уравнения (5)] будет расти в этом направлении. Результирующим действием на помещенное в жидкость тело будет *разница* действий на тело и на вытесненную им жидкость, так что тело будет стремиться двигаться

по направлению к местам или от мест наибольшей силы магнитного поля в зависимости от того, имеет ли оно большую или меньшую магнитную индуктивную емкость, чем окружающая среда.

На рис. 4 силовые линии представлены сходящимися на правой стороне, так что магнитная напряженность в  $B$  сильнее, чем в  $A$ , и тело  $AB$  будет двигаться направо. Если удельная емкость магнитной индукции больше

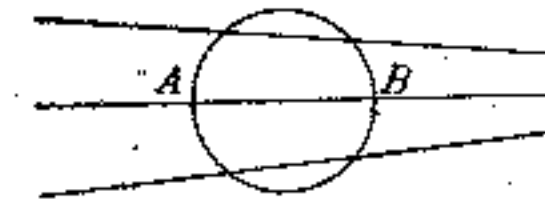


Рис. 4.

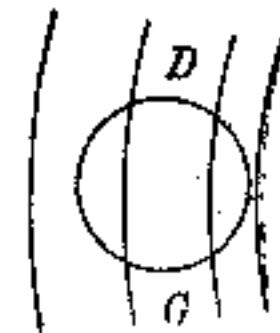


Рис. 5.

в теле, чем в окружающей среде, то оно будет двигаться в правую сторону, а если меньше — то в левую.

Мы можем предположить в этом случае, что силовые линии сходятся на правой стороне к магнитному полюсу, безразлично к северному или к южному [11].

На рис. 5 силовые линии сгущаются к правой стороне. Можно показать, что если сила увеличивается по направлению к правой стороне, то линии сил будут изогнуты в правую сторону [12]. Действие магнитных натяжений будет тогда заключаться в том, что на тело в правую сторону действует сила, пропорциональная излишку его магнитной индуктивной емкости над индуктивной емкостью окружающей среды.

Мы можем представить себе, что на рис. 5 силовые линии возбуждаются электрическим током, перпендикулярным к плоскости бумаги и находящимся направо от  $CD$ .

Эти две иллюстрации показывают механическое действие на парамагнитное или диамагнитное тело, помещенное в поле изменяющейся интенсивности вне зависимости от того, имеет ли место увеличение интен-

сивности вдоль силовых линий или перпендикулярно к ним. Форма второго члена уравнения (5) указывает на общий закон, который совершенно независим от направления силовых линий, а зависит исключительно от того, каким образом сила *изменяется* при переходе от одной части поля к другой.

Обратимся теперь к третьему члену выражения для  $X$ :

$$-\mu\beta \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right). \quad (8b)$$

Здесь  $\mu\beta$ , как и раньше, является количеством магнитной индукции через единичную площадку, перпендикулярную к оси  $y$ , а  $\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}$  есть выражение, которое исчезло бы, если бы  $\alpha dx + \beta dy + \gamma dz$  было полным дифференциалом, т. е. если бы сила, действующая на единичный магнитный полюс, подчинялась тому условию, что работа при передвижении полюса по замкнутому пути равна нулю. Величина  $\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}$  представляет работу, выполненную при прохождении полюсом контура единичной площадки, параллельной плоскости  $xy$ , в направлении от  $+x$  к  $+y$ . Пусть вдоль оси  $z$  проходит электрический ток, сила которого равна  $r$ , причем мы будем предполагать, что ось  $z$  направлена вертикально вверх; тогда если ось  $x$  направлена на восток, а ось  $y$  — на север, единица северного полюса будет двигаться вокруг оси  $z$  в направлении от  $x$  к  $y$ , так что выполненная за один оборот работа будет равна  $4\pi r$ . Отсюда  $\frac{1}{4\pi r} \left( \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right)$  представляет плотность электрического тока, параллельного оси  $z$ , проходящего через единичную площадку [13]. Если мы напишем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \right) &= p, \\ \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \right) &= q, \quad \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right) = r, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

то  $p$ ,  $q$ ,  $r$  выразят количества электрического тока, проходящие через единичные площадки, перпендикулярные соответственно осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Физическое истолкование рассматриваемого нами третьего члена  $\mu\beta r$  таково, что если  $\mu\beta$  есть количество магнитной индукции в направлении оси  $y$ , а  $r$  — количество электричества, текущего в направлении  $z$ , то элемент объема будет двигаться в направлении  $-x$ , перпендикулярно как к направлению тока, так и к силовым линиям, т. е. идущий вверх электрический ток в магнитном поле, направленном к северу, будет стремиться двигаться на запад.

Для того чтобы иллюстрировать действие молекулярных вихрей, предположим, что  $zn$  есть направление магнитной силы поля, и пусть  $C$  — сечение направленного вверх электрического тока, перпендикулярного к плоскости бумаги. Силовые линии, относящиеся к этому току, будут кругами, имеющими направление, противоположное направлению движения часовых стрелок, т. е. направление  $nw$ .

В  $e$  силовые линии будут представлять сумму линий поля и тока, а в  $w$  они будут равны разности этих двух родов линий, так что вихри на восточной стороне тока будут сильнее, чем вихри на западной стороне. Оба рода вихрей поворачивают свои экваториальные части в сторону  $C$  и стремятся растянуться по направлению к  $C$ ; таким образом, вихри, которые находятся на восточной стороне, оказывают большее действие, в результате чего ток смещается по направлению к западу.

Четвертый член

$$+\mu\gamma \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \right) \quad \text{или} \quad +\mu\gamma q \quad (10)$$

может быть интерпретирован таким же образом и показывает, что ток  $q$ , направленный по  $y$ , т. е. к северу, и помещенный в магнитное поле, в котором силовые

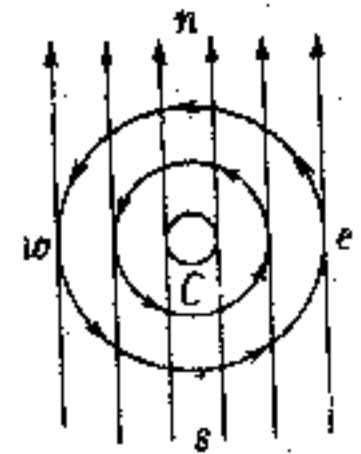


Рис. 6.

линии направлены вертикально вверх, по направлению  $z$ , будет двигаться по направлению к востоку.

Пятый член

$$-\frac{dp_1}{dx} \quad (11)$$

просто указывает, что элемент объема будет двигаться в направлении, в котором гидростатическое давление  $p_1$  уменьшается [14].

Мы теперь можем написать выражения составляющих результирующей силы на элемент объема среды (рассчитанных на единицу объема) в следующей форме:

$$X = am + \frac{1}{8\pi} \mu \frac{d}{dx} (v^2) - \mu\beta r + \mu\gamma q - \frac{dp_1}{dx}, \quad (12)$$

$$Y = \beta m + \frac{1}{8\pi} \mu \frac{d}{dy} (v^2) - \mu\gamma p + \mu\alpha r - \frac{dp_1}{dy}, \quad (13)$$

$$Z = \gamma m + \frac{1}{8\pi} \mu \frac{d}{dz} (v^2) - \mu\alpha q + \mu\beta p - \frac{dp_1}{dz}. \quad (14)$$

Первый член правой части каждого уравнения выражает силу, действующую на магнитный полюс; второй член — силу, действующую на тела, способные намагничиваться индуктивно; третий и четвертый члены относятся к силе, действующей на электрические токи, и пятый член представляет обычное гидростатическое давление.

Прежде чем углубляться в дальнейшее общее изучение вопроса, мы должны рассмотреть применение уравнений (12), (13), (14) в специальных случаях, соответствующих тем упрощенным условиям исследований, которые мы стараемся получить для того, чтобы опытным путем установить законы явлений природы.

Мы нашли, что величины  $p$ ,  $q$ ,  $r$  представляют собой составляющие плотности электрического тока в направлениях трех координатных осей. Предположим, прежде всего, что нет электрического тока или что  $p$ ,  $q$ ,  $r$  исчезают.

Тогда согласно уравнению (9) мы имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} = 0, \quad \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} = 0, \\ \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

откуда следует, что

$$\alpha dx + \beta dy + \gamma dz = d\varphi \quad (16)$$

является полным дифференциалом от  $\varphi$ , так что

$$\alpha = \frac{d\varphi}{dx}, \quad \beta = \frac{d\varphi}{dy}, \quad \gamma = \frac{d\varphi}{dz}. \quad (17)$$

$\mu$  пропорционально плотности вихрей и представляет «индуктивную магнитную емкость» среды [магнитная проницаемость]. Она равна единице в воздухе или в какой-нибудь другой стандартной среде, которая выбирается для опытов по определению действия магнитов, силы электрических токов и т. д.

Предположим, что  $\mu$  постоянно, тогда

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d}{dx} (\mu\alpha) + \frac{d}{dy} (\mu\beta) + \frac{d}{dz} (\mu\gamma) \right) = \\ &= \frac{1}{4\pi} \mu \left( \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

представляет плотность воображаемой магнитной жидкости в единице объема. Для того чтобы на данный элемент объема не действовала сила, соответствующая первому члену уравнения (12), (13) или (14), мы должны иметь  $m = 0$ , или

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0. \quad (19)$$

Может быть показано, что если уравнение (19) выполняется в данной области пространства, то магнитные силы в этом пространстве по своему действию эквивалентны ряду силовых центров, лежащих за пределами этого пространства и производящих притяже-

ние или отталкивание обратно пропорционально квадрату расстояния.

Отсюда следует, что силовые линии в той части пространства, где  $\mu$  постоянно и где нет электрических токов, должны идти так, как это следует из теории воображаемой магнитной жидкости, действующей на расстоянии по этому закону. Предпосылки этой теории не похожи на наши предпосылки, но результаты одинаковы.

Рассмотрим прежде всего случай одного единственного магнитного полюса, т. е. одного конца магнита, настолько длинного, что его другой конец отстоит слишком далеко, чтобы иметь какое-либо значительное влияние на рассматриваемую нами часть поля. Условия тогда являются такими, что уравнение (18) должно быть выполнено для магнитного полюса, а уравнение (19) во всех других местах. Единственным решением при этих условиях является

$$\varphi = -\frac{m}{\mu} \frac{1}{r}, \quad (20)$$

где  $r$  есть расстояние от полюса и  $m$  — сила полюса.

Отталкивание единичного полюса в какой-нибудь точке поля равно

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{m}{\mu} \frac{1}{r^2}. \quad (21)$$

В стандартной среде  $\mu = 1$ , так что отталкивание в этой среде просто равно  $\frac{m}{r^2}$ , что было показано Кулоном [16].

В среде, имеющей большую величину  $\mu$  (как, например, кислород, растворы большинства солей железа и т. д.), притяжение согласно нашей теории должно быть *меньше*, чем в воздухе, а в диамagnetных средах (таких, как вода, расплавленный висмут и т. д.) притяжение между теми же магнитными полюсами должно быть *больше*, чем в воздухе.

Экспериментальное доказательство различия в притяжении двух магнитов сообразно магнитному или

диамagnetному характеру среды, в которую они помещены, потребовало бы большой точности, учитывая небольшую величину разности магнитных емкостей известных нам жидких и газовых сред и малость ожидаемой разницы по сравнению со всем притяжением.

Рассмотрим теперь случай электрического тока, количество которого равно  $C$ , текущего через цилиндрический проводник радиуса  $R$ , длина которого бесконечна по сравнению с размерами рассматриваемого поля сил.

Пусть ось цилиндра будет осью  $z$  и направление тока положительное, тогда в проводнике количество тока на единицу площади есть

$$r = \frac{C}{\pi R^2} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right), \quad (22)$$

так что внутри проводника

$$\alpha = -2 \frac{C}{R^2} y, \quad \beta = 2 \frac{C}{R^2} x, \quad \gamma = 0. \quad (23)$$

За пределами проводника, в окружающем его пространстве:

$$\varphi = 2C \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha = \frac{d\varphi}{dx} &= -2C \frac{y}{x^2 + y^2}, & \beta = \frac{d\varphi}{dy} &= 2C \frac{x}{x^2 + y^2}, \\ \gamma = \frac{d\varphi}{dz} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Если  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  есть расстояние по перпендикуляру какой-нибудь точки от оси проводника, то на единицу северного полюса в этой точке будет действовать сила  $\frac{2C}{\rho}$ , стремящаяся двигать его вокруг проводника в направлении часовой стрелки, если наблюдатель смотрит в направлении движения тока.

Рассмотрим теперь второй ток, текущий параллельно оси  $z$  в плоскости  $xz$  на расстоянии  $\rho$  от первого.

Пусть количество тока будет  $c'$ , длина рассматриваемой части  $l$ , ее сечение  $s$ , так что  $\frac{c'}{s}$  есть плотность тока. Подставляя это количество вместо  $r$  в уравнения (12), (13), (14), мы находим [16]

$$X = -\mu\beta \frac{c'}{s}$$

на единицу объема; умножая на  $ls$ —объем рассматриваемой части проводника, мы находим:

$$Xls = -\mu\beta c'l = -2\mu \frac{Cc'l}{\rho}, \quad (26)$$

откуда следует, что второй проводник будет притягиваться к первому с силой, обратно пропорциональной расстоянию. Мы видим, что и в этом случае сила притяжения зависит от величины  $\mu$ , однако притяжение прямо пропорционально  $\mu$  вместо того, чтобы быть обратно пропорциональным, так что притяжение между двумя проводниками с током будет больше в кислороде, чем в воздухе, и больше в воздухе, чем в воде.

В дальнейшем мы рассмотрим природу электрических токов и электродвижущих сил в связи с теорией молекулярных вихрей.



## ЧАСТЬ II

### ТЕОРИЯ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ВИХРЕЙ В ПРИМЕНЕНИИ К ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКАМ\*)

Мы уже показали, что все силы, действующие между магнитами, намагничивающимися путем индукции веществами и электрическими токами, можно механически объяснить, предполагая, что окружающая среда находится в таком состоянии, что в каждой точке давления различны в различных направлениях, причем направление наименьшего давления является направлением наблюдаемых силовых линий, а разность наибольшего и наименьшего давлений пропорциональна квадрату интенсивности силы в этой точке.

Если предположить существование в среде такого состояния напряжения, соответствующего известным законам распределения силовых линий, то среда будет действовать на магниты, токи и т. д. в точности с теми же результирующими силами, что и силы, вычисленные на основании обычной гипотезы непосредственного действия на расстоянии. Это верно независимо от какой-либо частной теории, касающейся причины этого состояния напряжения или способа, которым это состояние может быть поддерживаемо в среде. Мы поэтому можем дать положительный ответ на вопрос: «имеется ли какая-нибудь механическая гипотеза,

\*) Phil. Mag., т. XXI, стр. 281—291, 338—348.