

случаях, когда ускорение сменялось бы замедлением, а абсолютная величина скорости оставалась бы той же самой.

Однако во всех донные фактически наблюдавшихся случаях индуктированные токи полностью зависят от силы токов и изменений силы токов в поле и не могут быть возбуждены в поле, в котором отсутствуют магнитные силы и токи. В той мере, в какой они зависят от движения проводников, они зависят от скоростей, а не от изменений скоростей этих движений.

Таким образом, мы имеем три метода обнаружения существования членов формы T_{me} , ни один из которых до сих пор не привел к положительному результату. Я изложил их с большой тщательностью потому, что твердая уверенность касательно пункта, имеющего столь существенное значение для теории электричества, кажется мне весьма важной.

Поскольку до сих пор не было получено никакого очевидного доказательства существования таких членов, я в дальнейшем буду исходить из допущения, что они не существуют или, по меньшей мере, не дают заметного эффекта, что значительно упростит нашу динамическую теорию⁽⁸⁾. Однако мы будем иметь случай, обсуждая отношение магнетизма к явлениям света, показать, что движение, которое представляет собой свет, может входить как фактор в члены, выражающие движения, составляющие сущность магнетизма.



ГЛАВА VII

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

578.] Обратим теперь наше внимание на ту часть кинетической энергии системы, которая зависит от квадратов и произведений сил электрических токов. Мы будем называть эту часть *электрокинетической* энергией системы. Часть, зависящая от движения проводников, относится к обычной динамике, части же, зависящей от произведений скоростей и токов, как мы это видели, не существует.

Пусть A_1, A_2 и т. д. обозначают различные проводящие цепи. Пусть их форма и относительное положение выражаются в переменных x_1, x_2 и т. д., число которых равно числу степеней свободы механической системы. Эти величины мы будем называть *геометрическими переменными*.

Пусть y_1 обозначает количество электричества, которое прошло через данное сечение проводника A_1 , начиная от начального момента времени t . Сила тока будет обозначаться через \dot{y}_1 , производную этого количества.

Действительный ток мы будем обозначать через y_1 , а через y_1 — интегральный ток. Для каждого тока в системе имеется одна переменная такого рода.

Пусть T обозначает электрокинетическую энергию системы. Она является однородной функцией второй

степени от сил токов и имеет форму

$$T = \frac{1}{2} L_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \dot{y}_2^2 + \dots + M_{12} \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \dots, \quad (1)$$

где коэффициенты L , M и т. д. являются функциями геометрических переменных x_1 , x_2 и т. д. Электрические переменные y_1 , y_2 не входят в это выражение.

Мы можем называть L_1 , L_2 и т. д. электрическими моментами инерции цепей A_1 , A_2 и т. д. и M_{12} — электрическим произведением инерции двух цепей A_1 и A_2 . Желая избежать языка динамической теории, мы будем называть L_1 коэффициентом самоиндукции цепи A_1 , а M_{12} — коэффициентом взаимной индукции цепей A_1 и A_2 ; M_{12} также называется потенциалом цепи A_1 по отношению к A_2 . Эти величины зависят только от формы и относительного положения цепей. Мы установим, что в электромагнитной системе измерения они являются величинами, имеющими размерность длины (см. параграф 627).

Дифференцируя T по y , мы получаем величину p_1 , которая в динамической теории может быть названа количеством движения, соответствующим y . В электрической теории мы будем называть p_1 электрокинетическим количеством движения цепи A_1 . Его значение есть:

$$p_1 = L_1 \dot{y}_1 + M_{12} \dot{y}_2 + \dots$$

Электрокинетическое количество движения цепи A_1 , следовательно, строится из произведения его собственного тока на коэффициент самоиндукции плюс сумма произведений токов в других цепях, помноженных на коэффициенты взаимной индукции цепи A_1 и других цепей.

Электродвижущая сила

579.] Пусть E будет электродвижущая сила, действующая в цепи A , происходящая от вольтовой или термоэлектрической батареи, дающей электрический ток независимо от электромагнитной индукции.

Пусть R будет сопротивление цепи. Тогда по закону Ома для преодоления сопротивления цепи потребуется электродвижущая сила $R\dot{y}$. Оставшаяся часть электродвижущей силы $E - R\dot{y}$ может быть использована для изменения количества движения цепи. Называя эту силу Y' , мы согласно общим уравнениям имеем:

$$Y' = \frac{dp}{dt} - \frac{dT}{dy},$$

но так как T не включает y , последний член исчезает.

Отсюда уравнение электродвижущей силы будет:

$$E - R\dot{y} = Y' = \frac{dp}{dt},$$

или

$$E = R\dot{y} + \frac{dp}{dt}.$$

Действующая электродвижущая сила E , следовательно, является суммой двух частей. Первая $R\dot{y}$ требуется для того, чтобы поддерживать ток \dot{y} против сопротивления R . Вторая часть требуется для увеличения электромагнитного количества движения. Это есть электродвижущая сила, которая должна доставляться источниками, независимыми от магнитно-электрической индукции. Электродвижущая сила, возникающая от магнитно-электрической индукции, очевидно, равна $-\frac{dp}{dt}$, или скорости уменьшения электрокинетического количества движения цепи.

Электромагнитная сила

580.] Пусть X' будет механическая сила, обусловленная внешними причинами и стремящаяся увеличивать переменную x . Согласно общим уравнениям

$$X' = \frac{d}{dt} \frac{dT}{dx} - \frac{dT}{dx}.$$

Так как выражение для электрокинетической энергии не содержит скорости (\dot{x}), первая часть второго члена исчезает, и мы находим:

$$X' = -\frac{dT}{dx}.$$

Здесь X' есть внешняя сила, необходимая для уравновешивания сил, возникающих от электрических причин. Обычно принято рассматривать эту силу как реакцию против электромагнитной силы, которую мы будем называть X и которая равна и противоположна X' . Отсюда

$$X = \frac{dT}{dx},$$

или электромагнитная сила, стремящаяся увеличивать какую-нибудь переменную, равна скорости увеличения электрокинетической энергии при возрастании этой переменной при условии, что токи остаются постоянными.

Если при помощи батареи токи поддерживаются постоянными в течение перемещения, при котором электродвижущей силой производится некоторое количество, W , работы, электрокинетическая энергия системы за это же время увеличивается на W . Поэтому батарея должна доставить двойное количество энергии, или $2W$, в дополнение к той, которая идет на производство тепла в цепи. Это впервые было высказано В. Томсоном*). Сравни этот результат с электростатическим свойством, указанным в параграфе 93**).

Случай двух цепей

581.] Назовем A_1 первичной цепью, а A_2 — вторичной. Электрокинетическая энергия системы может быть

*) Nichol's Cyclopaedia of the Physical Sciences, изд. 1860 г., глава «Magnetism, Dynamical Relations of».

***) Этот параграф в настоящее издание не вошел. (Ред.)

написана в виде

$$T = \frac{1}{2} L \dot{y}_1^2 + M \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \frac{1}{2} N \dot{y}_2^2,$$

где L и M являются коэффициентами самоиндукции соответственно первичной и вторичной цепей, а M — коэффициент их взаимной индукции.

Предположим, что во вторичной цепи не действует никакой электродвижущей силы, за исключением той, которая индуктируется первичной цепью. Мы тогда имеем:

$$E_2 = R_2 \dot{y}_2 + \frac{d}{dt} (M \dot{y}_1 + N \dot{y}_2) = 0.$$

Интегрируя это уравнение по t , получим:

$$R_2 y_2 + M \dot{y}_1 + N \dot{y}_2 = C,$$

где C — постоянная, а y_2 есть интегральный ток во вторичной цепи.

Метод измерения интегрального тока небольшой продолжительности будет описан в параграфе 748, а в большинстве случаев легко удостовериться в том, что длительность вторичного тока будет весьма короткой.

Обозначим величины переменных в уравнении в конце времени t при помощи штрихов. Тогда, если y_2 есть интегральный ток, т. е. все количество электричества, которое протекает через сечение вторичной цепи в течение времени t ,

$$R_2 y_2 = M \dot{y}_1 + N \dot{y}_2 - (M' \dot{y}_1' + N' \dot{y}_2').$$

Если вторичный ток возникает целиком от индукции, его начальная величина \dot{y}_2 должна быть равна нулю, если первичный ток постоянен и проводники находятся в покое в начале времени t .

Если время t достаточно для того, чтобы вторичный ток мог исчезнуть, \dot{y}_2' — его конечное значение —

также равно нулю, так что уравнение принимает вид

$$R_2 y_2 = M \dot{y}_1 - M' \dot{y}'_1.$$

Интегральный ток вторичной цепи зависит в этом случае от начальных и конечных значений $M y_1$.

Индуктированные токи

582.] Предположим сначала, что первичная цепь разомкнута, т. е. что $\dot{y}_1 = 0$, и пусть \dot{y}'_1 будет ток, возникающий в этой цепи при замыкании контакта.

Уравнение, которое определяет вторичный интегральный ток, есть:

$$R_2 y_2 = -M \dot{y}'_1.$$

Когда цепи помещаются рядом друг с другом и в том же самом направлении, M' является положительной величиной. Отсюда следует, что при замыкании первичной цепи во вторичной цепи индуктируется отрицательный ток.

При размыкании первичной цепи первичный ток прекращается и индуктированный интегральный ток будет y_2 , откуда

$$R_2 y_2 = M \dot{y}_1.$$

В этом случае вторичный ток положителен.

Если первичный ток поддерживается постоянным и форма или относительное положение цепей изменяется так, что M становится M' , интегральный вторичный ток будет y_2 , откуда

$$R_2 y_2 = (M - M') \dot{y}_1.$$

В случае двух цепей, помещенных рядом друг с другом и в том же самом направлении, величина M уменьшается по мере того, как увеличивается расстояние между цепями. Поэтому индуктированный ток положи-

телен при увеличении этого расстояния и отрицателен при его уменьшении.

Это—элементарные случаи индуктированных токов, описанные в параграфе 530.

Механическое действие между двумя цепями

583.] Пусть x будет одна из геометрических переменных, от которых зависят форма и относительное положение цепей; электромагнитная сила, стремящаяся увеличить x , будет:

$$X = \frac{1}{2} \dot{y}_1^2 \frac{dL}{dx} + \dot{y}_1 \dot{y}_2 \frac{dM}{dx} + \frac{1}{2} \dot{y}_2^2 \frac{dN}{dx}.$$

Если движение системы, соответствующее изменению x , таково, что каждая цепь движется как твердое тело, L и N будут независимы от x и уравнение сводится к

$$X = \dot{y}_1 \dot{y}_2 \frac{dM}{dx}.$$

Поэтому, если первичный и вторичный токи имеют тот же самый знак, сила X , которая действует между цепями, будет стремиться двигать их так, чтобы увеличивать M .

Если цепи расположены рядом друг с другом и токи текут в одном и том же направлении, M будет увеличиваться при их сближении. Следовательно, в этом случае сила X есть притяжение.

584.] Весь комплекс явлений взаимного действия двух цепей, будь то индукция токов или механическая сила, зависит от величины M , которую мы назвали коэффициентом взаимной индукции. Метод вычисления этой величины из геометрических отношений цепей дан в параграфе 524*), но в исследованиях, которым посвящена следующая глава, мы не будем исходить из знания математической формы M . Мы будем рассматривать эту величину как полученную из опытов

*) Этот параграф в настоящее издание не вошел. (Ред.)

по индукции, например, путем наблюдения интегрального тока при внезапном перемещении вторичной цепи из данного положения на бесконечное расстояние или в любое положение, при котором мы знаем, что $M = 0$.

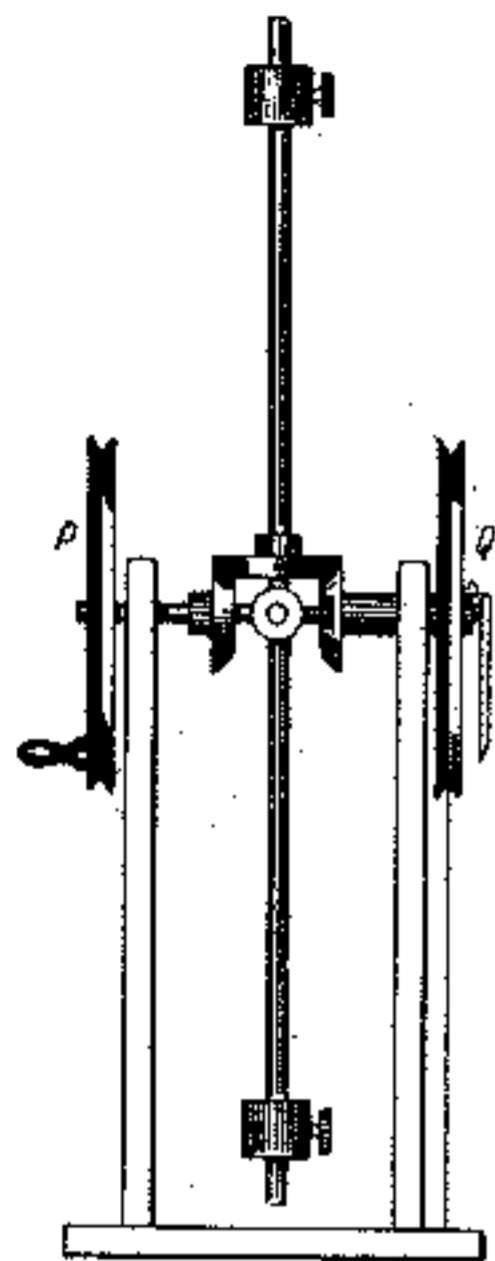


Рис. 12.

П р и м е ч а н и е. (В лаборатории Кавендиша (Cavendish) имеется модель, сконструированная Максвеллом, которая весьма ясно иллюстрирует законы индукции токов. Она изображена на рис. 12. P и Q —два диска, вращение P представляет первичный ток, вращение Q —вторичный ток. Эти диски соединены друг с другом дифференциальным приводом. Промежуточная зубчатка вращает маховик, момент инерции которого меняется при изменении положения грузиков, ближе или дальше от центра. Сопротивление вторичной цепи представлено трением канатика, охватывающего диск Q и прижимаемого упругой лентой. При приведении диска P в движение (что изображает начало тока в первичной цепи) диск Q будет вращаться в противоположном направлении (обратный ток при появлении тока в первичной цепи). Когда скорость вращения P становится равномерной, Q останется в покое (во вторичной цепи нет тока, когда первичный ток неизменен); если остановить диск P , то диск Q начнет вращаться в том направлении, в котором до этого вращался P

(прямой ток во вторичной цепи при перерыве контакта первичной цепи). Эффект, производимый железным сердечником, в отношении увеличения индукции может иллюстрироваться посредством увеличения момента инерции маховика.)

ГЛАВА VII

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ
ВТОРИЧНОЙ ЦЕПИ

585.] В параграфах 582, 583, 584 мы доказали, что электромагнитные взаимодействия между первичной и вторичной цепями зависят от величины, обозначаемой через M , которая является функцией формы и относительного положения обеих цепей.

Хотя эта величина M в действительности то же самое, что и потенциал двух цепей, математическую форму и свойства которого мы вывели в параграфах 423, 492, 521, 539 из магнитных и электромагнитных явлений, мы здесь не будем ссылаться на эти результаты, но начнем заново от новой предпосылки без каких-либо допущений, за исключением допущений динамической теории в том виде, как она изложена в главе VII.

Электрокинетическое количество движения вторичной цепи состоит из двух частей (параграф 578): одна, Mi_1 , зависит от первичного тока i_1 , в то время как другая, Ni_2 , зависит от вторичного тока i_2 . Мы займемся сейчас исследованием первой из этих частей, которую мы обозначим через p :

$$p = Mi_1. \quad (1)$$

Мы также предположим, что первичная цепь неподвижна и что первичный ток имеет постоянную величину. Количество p —электрокинетическое количество движения вторичной цепи—в этом случае зависит