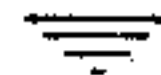


совершенно независим от среды и который, как Нейман сам подчеркивает, чрезвычайно отличен от способа распространения света. В теориях Римана и Бетти, как будто, предполагается, что действие распространяется каким-то способом, более похожим на распространение света.

Как бы там ни было, но все эти теории естественным образом вызывают вопрос: если нечто передается от одной частицы к другой на расстояние, каково состояние этого нечто после того, как оно покинуло одну частицу и еще не достигло другой? Если это нечто есть потенциальная энергия двух частиц, как в теории Неймана, должны ли мы рассматривать эту энергию, как существующую в какой-то точке пространства, не совпадающей ни с той, ни с другой частицей? Действительно, каким бы способом энергия ни передавалась от одного тела к другому во времени, должна быть среда или субстанция, в которой энергия существует после того, как она оставила одно тело и еще не достигла другого, ибо энергия, как заметил Торричелли *), «есть квинт-эссенция такой тонкой природы, что она не может содержаться ни в каком другом сосуде, как только в самой сокровенной субстанции материальных вещей». Таким образом, все эти теории приводят к концепции среды, в которой имеет место распространение. И если мы примем эту среду в качестве гипотезы, я считаю, что она должна занимать выдающееся место в наших исследованиях и что нам следовало бы попытаться сконструировать рациональное представление о всех деталях ее действия, что и было моей постоянной целью в этом трактате.

*) *Lezioni Accademiche* (Firenze, 1715), стр. 25.

ПРИМЕЧАНИЯ РЕДАКТОРА И ПЕРЕВОДЧИКА



Лебедевым давления света; последнее открытие устранило всякие сомнения в правильности максвелловской теории.

А. К. Тимирязев (см. его «Введение в теоретическую физику», стр. 168) рассказывает, со слов П. Н. Лебедева, следующий интересный эпизод, связанный с электромагнитной теорией света Максвелла.

В 1888 г., т. е. за год до знаменитых опытов Герца, видный теоретик проф. Э. Кон читал в Страсбурге курс теоретической оптики на основе классической теории Юнга-Френеля, причем взгляды Максвелла в этом курсе передавались как курьез на одной из заключительных лекций. В 1889 г. тот же проф. Кон читал курс теоретической оптики уже полностью на основе теории Максвелла. (Перев.)

ТРАКТАТ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ

1. (Стр. 345.) Знаменитый «Трактат» Максвелла, вышедший в 1873 г., завершает круг его работ, посвященных теории электромагнитного поля. Максвелл подводит в нем итоги развития учения об электромагнитных явлениях, как в трудах своих предшественников и современников (Остроградского, Гаусса, Ампера, Фарадея, Ленца, Грина, Вебера, Неймана, Кирхгофа, Томсона, Гельмгольца и др.), так и итоги своих собственных исследований.

Понятно, что этот труд стал настольной книгой для всякого, занимающегося электричеством. Однако труд Максвелла, несмотря на все усилия автора выполнить задачу, сформулированную им в его «Предисловии»: перевести идеи Фарадея на язык математики, оставался по выражению Больцмана «книгой за семью печатями» для профессионалов физиков. Причина этого обстоятельства заключалась безусловно в глубине и новизне идей Максвелла, но справедливо также и то, что Максвелл уделил в «Трактате» обоснованию и развитию этих идей значительно меньше места, чем в своих предыдущих работах.

С другой стороны, Максвелл в своем «Трактате» стремился последовательно провести концепцию близкодействия и противопоставить ее господствующим формальным теориям далекодействия, и эту задачу он безусловно разрешил.

«Трактат» разбит на два тома и четыре части. Первый том состоит из двух частей: «Электростатика» и «Электрокинематика» (т. е. учения о постоянном токе). Второй том содержит также две части: третью часть трактата «Магнетизм», содержащую восемь глав, и последнюю, четвертую, часть, посвященную электромагнетизму и содержащую двенадцать три главы.

Всем этим четырем частям предпосланы «Предисловие» и вводная глава, содержащая учение о размерностях, измерениях и основы векторного анализа. В настоящем издании переведены главы, представляющие наиболее существенное принципиальное значение. Это, во-первых, «Предисловие» и затем главы I,

III—XI и XIX—XXIII четвертой части «Трактата». Перевод выполнен с третьего английского издания 1904 г.

Дополнения, сделанные ко второму изданию Нивеном, выделены квадратными скобками, дополнения, сделанные к третьему изданию Дж. Дж. Томсоном, выделены фигурными скобками.

2. (Стр. 382.) Это сопоставление Максвеллом метода, которого придерживался Ампер, и метода Фарадея поистине замечательно. Чрезвычайно ценно, что Максвелл показывает стремление профессиональных ученых замазать, скрыть пути, приведшие их к тому или иному результату, и представить развитие идей в логически завершенной форме, как бы сразу вылившимся из головы. Иное дело метод Фарадея, который не скрывает своих неудач и исканий. Передовые деятели науки, такие, как Ломоносов, Фарадей, в дальнейшем Менделеев, по существу боролись за демократизацию науки. Ампер, несмотря на то, что был прогрессивным ученым, не мог отрешиться от формального метода, который у его эпигонов превратился в бронированный щит против фарадеевских идей. (Ред.)

3. (Стр. 389.) При применении этих правил следует иметь в виду, что северный конец стрелки компаса показывает на южный магнитный полюс земли. (Ред.)

4. (Стр. 412.) Применение этих уравнений Максвеллом к электродинамике рассматривалось как сведение последней к механике или, во всяком случае, как констатация глубокой аналогии между электродинамикой и механикой. (См., например, характеристику теории Максвелла, данную М. Абрагамом во введении к его известному учебнику «Теория электричества» (Theorie d. Electricität), т. 1.) На самом деле «механического вывода» уравнений Максвелла не удалось достигнуть ни самому Максвеллу ни его последователям, что нашло свое отражение в известных словах Герца: «Теория Максвелла— это уравнения Максвелла». Дело в том, что уравнения Лагранжа (вытекающие из вариационного принципа) выходят за рамки механики и могут быть применены к решению задач физики и химии. (Ред.)

5. (Стр. 420.) Дж. Лармор, включив эту главу V «Трактата» в издание книги Максвелла «Материя и движение» 1920 г., дает в этом месте следующее примечание.

«Выше было указано *), что закон сохранения энергии, как это уже давно отметил Лагранж, может доставить только одно из уравнений, требующихся для определения движения динамической системы. Отсюда вытекает, что рассуждение этого отдела,

*) Речь идет о дополнении Лармора к изданию 1920 г.

которое как будто выводит все эти уравнения, должно быть недостаточным. Доказательство начинается там с предположения, что система движется по какому-нибудь произвольному пути, т. е. предполагается, что движение определяется различными возможными типами связей без трения, согласных со структурой системы. Затем уравнения (9) правильно выводятся из уравнений (7) и (8), так как вариации δq совершенно произвольны, но наложенные связи вводят новые и неизвестные силы реакции связей, которые должны быть включены в число приложенных сил F_r , и эти силы сделали бы результат, как он там доказан, неверным.

Тем не менее, уравнения (9) справедливы, хотя этот их вывод и недостаточен. Как объяснено выше, лагранжевы уравнения (20) можно вывести непосредственно из принципа наименьшего действия, установленного независимо, а в таком случае уравнения (9) можно вывести, ведя рассуждение в обратном порядке *).

Вывод уравнений Лагранжа из принципа наименьшего действия общеизвестен, и мы не сочли нужным его здесь приводить. (Ред.)

6. (Стр. 433.) Максвелл обращает внимание на неполноту установившейся аналогии между током и текущей в трубках жидкостью и вводит идею локализации кинетической энергии тока в окружающем пространстве, опираясь на явление взаимной индукции. (Ред.)

7. (Стр. 438.) Высказывания Максвелла относительно следствий из наличия энергии T_{me} очень интересны. Максвелл определенно указывает (стр. 437), что по этим следствиям может быть решен вопрос о «субстанции тока».

8. (Стр. 442.) Если обозначить коэффициенты в выражении этой энергии c_{ik} , то

$$T_{me} = c_{11} \dot{x}_1 \dot{y}_1 + c_{12} \dot{x}_2 \dot{y}_2 + \dots,$$

где c_{ik} зависят только от координат x_i , но не от зарядов q_i . Наличие в выражении энергии части T_{me} приводит к появлению механических сил

$$X'_{me} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T_{me}}{\partial x}$$

и электродвижущих сил

$$\dot{Y}_{me} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{y}} \right) \quad \left(\text{так как } \frac{\partial T_{me}}{\partial y} = 0 \right)$$

*) Д. Максвелл, Материя и движение, ГИЗ, Москва, стр. 142—143.

В случае неподвижных проводников

$$\frac{\partial T_{me}}{\partial x} = 0 \quad (x = \text{const})$$

и остается первая часть силы

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{me}}{\partial x} \right),$$

зависящая от скоростей изменения сил токов. В случае постоянных токов остается сила $\frac{\partial T_{me}}{\partial x}$, меняющая знак с изменением направления токов (или скоростей движения проводников). Таким образом, наличие в выражении энергии члена T_{me} приводит к следующим эффектам:

1) возникновение механических сил в неподвижных проводниках при всяком изменении сил токов в них (при ускорениях зарядов),

2) возникновение механической силы между движущимися проводниками, меняющей знак при изменении направления токов или скоростей движения,

3) возникновение индукционных электродвижущих сил в отсутствии магнитных полей вследствие ускорения проводников.

Опыты Максвелла дали отрицательный результат, на основании чего он сделал заключение о ничтожной роли члена T_{me} . Однако с точки зрения электронной теории такие эффекты должны иметь место. Они были действительно обнаружены в известных опытах Стюарта и Толмана в 1916 г. (Ред.)

9. (Стр. 455.) Исчисление кватернионов — та форма векторного анализа, которая была разработана Гамильтоном. Кватернион Гамильтона есть обобщение комплексного числа и представляется выражением вида $t + ix + jy + kz$, где t названа им скалярной, а $ix + jy + kz$ — векторной частью.

Для основных векторов i, j, k Гамильтон принимает:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1; \quad jk = i, \quad ki = j, \quad ij = k; \quad kj = -i,$$

$$ik = -j, \quad jk = -k,$$

тогда произведение двух векторов (считая применимым распределительный закон) будет:

$$(ia + jb + kc)(ix + jy + kz) = -(ax + by + cz) + \\ + i(bz - cy) + j(cx + az) + k(ay - bx);$$

это — кватернион, скалярную часть которого называют внутренним (скалярным) произведением, а векторную — внешним (векторным) произведением. Несмотря на большое увлечение кватернионами вплоть до образования международного общества содействия кватернионам, Максвелл не принял целиком кватернионную форму, а взял только то, что соответствует векторному исчислению.

Для скалярного произведения векторов \mathcal{A} и \mathcal{B} Максвелл применяет обозначение $S.\mathcal{A}\mathcal{B}$, для векторного $V.\mathcal{A}\mathcal{B}$. Если ρ — радиус-вектор элемента кривой, то элемент этого вектора $d\rho$ и скалярное произведение этого элемента на вектор \mathcal{A} будут:

$$S.\mathcal{A}d\rho = -(F dx + G dy + H dz),$$

что и поясняет формулу (7). (Ред.)

10. (Стр. 457.) Формула (12) — теорема Стокса:

$$\oint A_i dl = \int_S \text{rot}_n A dS = \int_S B_n dS. \quad (\text{Ред.})$$

11. (Стр. 458.) Максвелл ссылается на данную им классификацию векторных величин (т. I, параграф 12). По этой классификации существует два рода величин: одни, имеющие характер силы и потому придающие криволинейным интегралам вида $\int A_i dl$ значение, родственное значению работы в механике. К этого рода величинам относятся векторы напряженности электрического и магнитного полей E и H . Другие величины аналогичны вектору смещения частиц тела и придают смысл поверхностному интегралу $\int B_n dS$, анало-

гичный потоку частиц жидкости через поверхность. К этого рода величинам относятся вектор электрического смещения D и вектор магнитной индукции B . (Ред.)

12. (стр. 472.) Формула (11) в современных обозначениях — выражение для плотности сил, действующих на ток в магнитном поле:

$$f = [jB]. \quad (\text{Ред.})$$

13. (Стр. 482.) Принцип замкнутости тока, выражаемый уравнением

$$\text{div } j = 0,$$

как неоднократно указывалось, имеет в теории Максвелла

фундаментальное значение. Ток смещения объединяет с током проводимости то, что он также создает магнитное поле. Во времена Максвелла это было только гипотезой. Непосредственное опытное доказательство этой гипотезы было дано в классических опытах А. А. Эйхенвальда, описанных в его работе «О магнитном действии тел, движущихся в магнитном поле», опубликованной в 1904 г., т. е. через 30 лет после выхода «Трактата». (Ред.)

14. (Стр. 486.) Микроскопическая электродинамика Лоренца знает только один вектор — вектор напряженности микрополя \mathbf{h} . Усреднение этого поля дает вектор индукции \mathbf{B} макрополя, а вектор \mathbf{H} вводится только как вспомогательный вектор, вихрями которого являются заданные макроскопические токи в проводниках. Сохранение коэффициента μ (равно как и ϵ) и для вакуума в современной теоретической электротехнике в тех целях, о которых говорит Максвелл в конце параграфа, стало традиционным, так же как и различные наименования единиц для вектора индукции и напряженности поля (гаусс и эрстед). (Ред.)

15. (Стр. 489.) Здесь дается метод решения уравнения

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}$$

с помощью вектор-потенциала

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A} = \mu \mathbf{H},$$

причем дополнительно налагается условие $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, тогда

$$\mathbf{A} = \mu \int \frac{\mathbf{j} dv}{r}. \quad (\text{Ред.})$$

16. (Стр. 491.) Имея в виду обозначения Гамильтона (примечание 9), мы можем выразить написанные здесь формулы в современном начертании

$$\mathfrak{B} = [\nabla \mathfrak{A}] = \operatorname{rot} (\mathfrak{A}),$$

где ∇ — оператор Гамильтона.

Вместо $S, \nabla \mathfrak{A} = 0$ напишем $\nabla \mathfrak{A} = \operatorname{div} \mathfrak{A} = 0$. Для напряженности электрического поля

$$\mathbf{b} = [\mathfrak{B}] - \dot{\mathfrak{A}} - \nabla \Psi, \\ \left(\mathbf{E} - [\mathbf{v} \mathbf{B}] - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \Psi \right).$$

Для плотности силы

$$\mathfrak{F} = [\mathfrak{C} \mathfrak{B}] + e\mathfrak{E} - m\nabla \Omega.$$

Объемная плотность электричества

$$\epsilon = \nabla \mathfrak{D} = \operatorname{div} \mathfrak{D}.$$

(Максвелл одновременно применяет для нее и латинское e и готическое ϵ .) Объемная плотность магнетизма

$$m = \nabla I = \operatorname{div} I. \quad (\text{Ред.})$$

17. (Стр. 499.) С таким категорическим утверждением в наше время трудно согласиться. Например, с системами CGSE и CGSM сейчас успешно конкурирует рационализованный практическая система MKSM. В атомной физике предлагались разные системы. Каждая из этих систем имеет свою научную и практическую ценность. Но во времена Максвелла, когда существовал полный хаос в электрических и магнитных единицах (единицы «даниэль», «кларк» для электродвижущих сил, «якоби», «сименс» для сопротивления и т. п.), системы CGSE и CGSM были единственными системами, имевшими научное обоснование. Для теории Максвелла вопрос о системах единиц имел то принципиальное значение, что в соотношения между обеими системами входит скорость света, что подтверждает идею о связи между электромагнитными и оптическими явлениями. Поэтому А. Г. Столетов в 1881 г. на Первом международном конгрессе электриков в Париже, на котором обсуждался вопрос об единицах, с полным основанием заявил, «что с точки зрения простоты обе системы (электростатическая и электромагнитная) имеют равные права, так как каждая из них оказывается более удобной, пока речь идет о явлениях, соответствующих одной из этих двух групп. При этом обе должны быть сохранены, чтобы напоминать о связи, которая, повидимому, существует между электричеством и светом» (Столетов, Собр. соч., т. 1, стр. 347). (Ред.)

18. (Стр. 504.) В 1861 г. Британская ассоциация после доклада Латимера Кларка и Г. Брандта создала по предложению В. Томсона комитет по эталонам электрического сопротивления. Первый эталон сопротивления был предложен еще в 1838 г. петербургским академиком Э. Ленцем. В 1848 г. Якоби изготовил и разослал эталон, представляющий медную проволоку длиной 25 футов (7,62 м), весом 345 гран (22,5 грамма) и диаметром около 23 мм. Эта единица составляла около 6,3 ома и под названием «якоби» была весьма употребительна. В 1851 г. Вебер предлагает за единицу сопротивления принять сопротивление, в котором единица CGS электродвижущей силы создает единицу CGS силы тока. В 1860 г. Сименс изготавливает эталон сопротивления из ртути длиной 100 см и сечением 1 мм².

Комитет в составе Уитстона, В. Томсона, Максвелла и др. остановился на двух системах единиц: CGSE и CGSM, но рекомендовал для практического употребления систему CGSM и в качестве практической единицы сопротивления единицу, равную

10° CGSM-единиц сопротивления. Эту единицу решили эталонизировать. В качестве материала для эталона был выбран сплав из двух частей серебра и одной части платины. Работу по установлению эталона проводили в течение 1863—1864 гг. Максвелл, Флеминг Дженкин и Бальфур Стюарт, которые и установили единицу, достаточно близкую к 10° CGSM, которую они назвали омом. С этого эталона были приготовлены платиново-серебряные копии.

На Международном конгрессе электриков в 1881 г. возник спор между британской и германской ассоциациями по вопросу об единицах сопротивления. Конгресс принял предложение Столетова, предложившего сохранить обе системы CGSE и CGSM и изготовить ртутный эталон, возможно более близко подходящий к теоретическому ому. (Ред.)

19. (Стр. 505.) На основании соотношения

$$\int_V \Psi \operatorname{div} \mathbf{D} dV = \int_V \operatorname{div} (\Psi \mathbf{D}) dV - \int_V (\mathbf{D} \operatorname{grad} \Psi) dV$$

и принимая во внимание формулу Остроградского-Гаусса вместе с граничными условиями, получим уравнение (4). (Ред.)

20. (Стр. 528) Таким образом, Максвелл вводит гипотезу, что конвекционный ток производит такое же магнитное действие, как и обычный ток проводимости. Сила магнитного притяжения двух таких элементов тока равна:

$$F = \frac{ee'v^2}{c^2r^2},$$

согласно закону Ампера

$$F = \frac{I_1 I_2}{c^2 r^2} [dl_1 [dl_2 r]],$$

и она равна силе их электрического отталкивания, если $v=c$. (Ред.)

21. (Стр. 529.) Магнитное поле конвекционного тока было замечено А. А. Эйхенвальдом, подтвердившим правильность гипотезы Максвелла. (Ред.)

22. (Стр. 550.) Создание электромагнитной теории света явилось венцом творчества Максвелла и привело к глубоким следствиям как теоретического, так и прикладного значения. Электромагнитная теория света—научная база радиотехники, берущей свое начало с бессмертного открытия А. С. Попова (1895). Во времена Максвелла единственными доступными экспериментальной проверке следствиями теории были: 1) вывод

о совпадении константы единиц со скоростью света в вакууме, 2) равенство диэлектрической проницаемости квадрату показателя преломления. Оба эти следствия были получены уже в «Динамической теории поля» и привлекли внимание экспериментаторов еще до появления «Трактата». Больцман начал проверку соотношения $n^2=\epsilon$ еще в 1872 г. Однако имеющиеся в распоряжении Максвелла данные им самим считались еще недостаточными. По поводу первого следствия он выражает надежду (стр. 577), что «в результате дальнейших опытов отношение между размерами этих двух величин будет установлено более точно». Следует отметить замечательные исследования А. Г. Столетова в этом направлении, внесшего, таким образом, важный вклад в дело обоснования новой теории. Что же касается соотношения $n^2=\epsilon$, то в «Трактате» (стр. 558—559) Максвелл высказывает глубокую мысль о том, что «наши теории структуры тел должны быть значительно улучшены прежде, чем мы сможем выводить оптические свойства тел из их электрических свойств». Здесь же он дает указание, что для проверки соотношения $n^2=\epsilon$ надо измерить n при волнах «наибольших периодов, движение которых может быть сравнено с медленными процессами, с помощью которых мы определяем емкость диэлектрика».

Следуя этому указанию, русский физик Н. И. Шиллер в 1874 г. впервые применял метод *электрических колебаний* для определения диэлектрической проницаемости с помощью конденсатора и проверял соотношение $n^2=\epsilon$. В 1875 г. П. А. Зилов в лаборатории Столетова проводил «опытное определение диэлектрической поляризации в жидкостях», причем теоретической основой работы была электромагнитная теория света Максвелла, изложенная Зиловым в отдельной главе его диссертации, опубликованной на русском языке в 1877 г. Таким образом, русская физика сразу и активно включилась в борьбу за обоснование и развитие электромагнитной теории света. После опытов Герца (1887—1889 г.) наступил новый этап этой борьбы, в котором опять-таки русская физика оказалась на передовых позициях. В отписках работ, принадлежавших П. Н. Лебедеву, имеется отпечаток речи А. Г. Столетова «Эфир и электричество», произнесенной 3 января 1890 г. На отписке имеется надпись, сделанная рукою автора: «Новейшему от древнейшего (в России) пропалатору герцологии». «Герцология», т. е. учение об электромагнитных волнах, глубоко захватила Столетова. В указанной речи он ставит ряд проблем в этом направлении—это, во-первых, проблема единства электромагнитных волн, которую надо решать путем непрерывного уменьшения длины электромагнитных волн. В 1895 г. П. Н. Лебедев получил самые короткие электромагнитные волны—длиной 6 мм—и доказал существование двойного лучепреломления для этих лучей. В 1921 г. А. А. Глаголева-Аркадьева перекрыла интервал между электрическими и молекулярными колебаниями.

Далее Столетов ставит вопрос: «нет ли в спектре Солнца лучей с большей длиной волны, вроде герцевых лучей?». Современ-

менная физика ответила на этот вопрос положительно, и радиоспектроскопия Солнца, как и вся радиоастрономия, развивается сейчас необычайно интенсивно.

Оставляя в стороне вопрос о давлении света, которому посвящено отдельное примечание (23), отметим здесь, что в интересном вопросе о пондеромоторных действиях света русской науке принадлежит также инициатива. А. И. Садовским было доказано теоретически наличие в световом луче вращательного момента и предсказано существование механического эффекта при прохождении поляризованного по кругу луча через пластинку $\frac{\lambda}{4}$. Такой эффект был экспериментально подтвержден Батом в 1936 г.

В заключение отметим, что в развитие электромагнитной теории света А. А. Эйнвальд в 1909 г. разработал теорию полного внутреннего отражения, а в развитии электронной теории дисперсии важную роль сыграли классические исследования Д. С. Рождественского (1912 г.). (Ред.)

23. (Стр. 563.) Предположение о существовании давления света было высказано еще Кеплером, т. е. задолго до теории Максвелла. Его пытались выводить как из корпускулярной, так и из френелевской теории света. В так называемой «мельнице» Крукса (1874) некоторые усматривали обнаружение давления света. В 1876 г. Бартоли на основании термодинамического анализа пришел к выводу о необходимости существования такого давления, ибо его отсутствие привело бы к нарушению второго закона термодинамики. Занимавшийся этим вопросом М. Больцман попутно теоретически получил (1884) известный закон излучения Больцмана-Стефана, экспериментально установленный последним в 1879 г.

Давление света было впервые обнаружено Н. Н. Лебедевым в 1899 г. Опыты Лебедева сыграли важную роль в утверждении электромагнитной теории света. По собственному признанию В. Томсона он принял теорию Максвелла только в результате опытов Лебедева.

Как показал в 1922 г. С. И. Вавилов (УФН, т. 3, стр. 492, 493), классические опыты Лебедева явились также первым экспериментальным подтверждением соотношения между массой и энергией $E = mc^2$.

Фундаментальной важности применение концепции светового давления было сделано Ф. А. Бредихиным в его исследованиях по теории кометных хвостов. (Перев.)

24. (Стр. 616.) Дадим краткий очерк развития электродинамических теорий, основанных на принципе дальнего действия.

Теоретическим завершением экспериментальных исследований Ампера было знаменитое сочинение «Мемуар о мате-

матической теории электродинамических явлений, выведенной исключительно из опыта». Это сочинение было впервые опубликовано в «Мемуарах» Парижской Академии наук за 1822—1823 гг. и отдельно издано в 1826 г.

Основные опыты, из которых исходит Ампер, таковы: а) действие тока остается неизменным по абсолютной величине, но обратным по направлению, если направление тока меняется на обратное, иначе действие двух одинаковых, рядом протекающих по противоположным направлениям, токов равно нулю; б) действие двух одинаковой силы токов, протекающих между двумя точками, является одинаковым, протекают ли эти токи по прямолинейному пути или же по зигзагообразному, мало отличающемуся от прямолинейного; в) действие любого замкнутого тока на элемент тока всегда нормально к последнему; г) взаимодействие двух элементов тока остается тем же самым, если при неизменной силе тока и подобном положении эти элементы увеличиваются в том же отношении, как их расстояния друг от друга.

Из первого опыта Ампер выводит, что взаимодействие двух элементов тока $i_1 dl_1$ и $i_2 dl_2$ должно иметь форму

$$Ki_1 i_2 dl_1 dl_2.$$

Из второго опыта, предполагая ньютонову форму закона взаимодействия, Ампер получает, что взаимодействие двух элементов тока должно иметь форму

$$dF = \frac{Ki_1 i_2 dl_1 dl_2}{r^n} [\cos \epsilon + (k-1) \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2],$$

где ϵ — угол между элементами dl_1 и dl_2 , ϑ_1 и ϑ_2 — углы между элементами и радиусом-вектором, соединяющим середину элементов.

Полагая $K = -1$, т. е. принимая определенную единицу для измерения силы тока*), Ампер из третьего и четвертого опытов выводит, что $1 - n - 2k = 0$ и $n = 2$, и получает окончательную формулу

$$dF = \frac{-i_1 i_2 dl_1 dl_2}{r^2} \left(\cos \epsilon - \frac{3}{2} \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 \right). \quad (I)$$

Из формулы Ампера вытекает, что действие полюса m_1 на элемент тока $i_2 dl_2$ определяется соотношением

$$|dF| = \frac{m_1 i_2 dl_2 \sin(r, dl_2)}{\sqrt{2} r^2} \quad (II)$$

Если предположить, что элемент тока действует с той же силой, но противоположного направления на полюс m_1 , то

*) Эта единица равна 221,4 а.

приведенная формула является теоретическим выражением закона Био-Савара.

Однако между законом Био-Савара и законом Ампера имеется одно, весьма существенное различие. Именно, при выводе своих формул Ампер исходит из положения, что два элемента тока взаимодействуют вдоль радиуса, их соединяющего, аналогично тому, как это утверждается законом Ньютона для гравитирующих масс, и что действие равно и прямо противоположно противодействию.

Следует отметить, что Ампер, ошибаясь в вопросе о направлении действия силы, тем не менее не мог проверить это на опыте, так как на опыте всегда имеют дело с замкнутыми токами. Легко показать, что для замкнутых токов закон Ампера дает правильный результат.

Следующим этапом развития теории Ампера была теория Ф. Неймана, развитая в 1845—1848 гг. в работах: «Математические законы индуктированных электрических токов» (1845) и «Общий принцип математической теории индуктированных электрических токов» (1848). Теория Неймана основывается на трех законах и ряде «опытных» положений. Первый закон — закон индукции, открытый Фарадеем в 1831 г., второй закон — закон Ленца, сформулированный последним в 1834 г., третий закон — закон Ома. Опытные положения Неймана таковы: а) индуктированные токи возникают при измерении (закон Фарадея) «виртуального действия электродинамических сил», т. е. изменении того действия, которое оказал бы индуцирующий ток, если бы по индуцирующему проводнику протекал постоянный ток силы, равной единице; б) при прочих равных условиях наведенная электродвижущая сила и согласно закону Ома наведенный ток пропорциональны скорости относительного перемещения наводимого и наводящего элементов тока и независимы от вещества проводов; в) при прочих равных условиях наведенная сила тока пропорциональна наводящей; г) слагающая электродинамического действия наводящего тока на элемент наводимого, взятая по направлению скорости перемещения, противоположна этой скорости (закон Ленца).

Нейман первоначально рассматривает индуцируемый провод, движущийся параллельно индуцирующему со скоростью v . Если i — сила индуцированного тока, f — электродинамическая сила на единицу длины и единицу тока, то электродинамическое действие на элемент dl будет $fi dl$ или $f_v i dl$ по направлению скорости v , где $f_v = f \cos(f, v)$ — слагающая действия по направлению скорости v .

Согласно пункту б) $i = kv$, следовательно, $f_v i dl = kf_v v dl$, и полное электродинамическое действие F_v будет:

$$F_v = kv \int f_v dl.$$

Согласно закону Ленца (пункт г)) знак F_v должен быть обратным знаку v . Нейман полагает поэтому $k = -K \int f_v dl$, где K — постоянная. Таким образом, он получает:

$$i = kv = -Kv \int f_v dl.$$

Согласно закону Ома $E = \int \mathcal{E} dl = i\omega$, следовательно,

$E = \int \mathcal{E} dl = -\varepsilon v \int f_v dl$, где $\varepsilon = K\omega$. Поскольку согласно пункту б) индуктированная электродвижущая сила независима от материала провода, $\varepsilon = K\omega$ должна быть универсальной константой, которую Нейман, базируясь на законе сохранения энергии, полагает равной единице. Так Нейман получает:

$$\mathcal{E} = f_v v. \quad (1)$$

Это есть основной закон индукции Неймана: *удельная наведенная электродвижущая сила пропорциональна слагающей удельной электродинамической силы по направлению скорости и величине этой скорости*. Нейман далее получает тот же результат, рассматривая провода любой формы с любыми относительными движениями их частей. Одним из центральных понятий теории Неймана является понятие потенциала замкнутых токов. Для двух таких токов i_1 и i_2 потенциал Неймана имеет форму

$$P_N = -\frac{i_1 i_2}{2} \int_{i_1} \int_{i_2} \frac{dl_1 dl_2 \cos(dl_1, dl_2)}{r}.$$

Нейман доказывает, что работа наведенного тока i_2 , проявляющаяся в форме тепла, пропорциональна механической работе, затрачиваемой на преодоление действия электродинамических сил, исходящих от наводящего тока. Согласно Нейману эта механическая работа определяется разностью потенциалов $(P_{i_1 i_2})_1 - (P_{i_1 i_2})_0$, где $(P_{i_1 i_2})_1$ и $(P_{i_1 i_2})_0$ — конечное и начальное значения неймановского потенциала для пары замкнутых токов: наводящего i_1 и наведенного i_2 . В дифференциальной форме, если dW — элемент работы наведенного тока, $dW = i_2 P_{i_1 i_2}$. Так как, с другой стороны, $dW = E i_2 dt$,

то $E = \frac{dP_{i_1 i_2}}{dt}$, т. е. индуктированная электродвижущая сила равна изменению потенциала в единицу времени.

Пользуясь теорией Ампера, Нейман выводит следующее соотношение для двух бесконечно малых замкнутых токов с площадками s_1 и s_2 и силы 1:

$$P_{i_1 i_2} = -\frac{s_1}{2} \frac{\partial K_2}{\partial n_1} = -\frac{s_2}{2} \frac{\partial K_1}{\partial n_2}.$$

Здесь $K = \frac{s \cos(\widehat{r, n})}{r^2}$. Так как $s \cos(\widehat{r, n})$ есть проекция площадки s на плоскость, нормальную к радиусу r , то K_1 не что иное, как кажущаяся величина площадки s_1 , рассматриваемая на расстоянии r из площадки s_2 , K_2 — кажущаяся величина площадки s_2 , рассматриваемой из s_1 . Обобщая полученный результат и рассматривая, с одной стороны, систему бесконечно малых плоских контуров тока c , эквивалентных конечному току i_2 с контуром C , охватывающему контуры c , а с другой — систему бесконечно малых плоских контуров с площадью s , образующих бесконечный соленоид с расстоянием между витками, равным a , и током i_1 , Нейман получает, что

$$P_{i_1 i_2} = -\frac{i_1 i_2 s}{2a} K_p,$$

где K_p — кажущаяся величина контура C , рассматриваемого из полюса соленоида.

Согласно теории Ампера полюс соленоида эквивалентен полюсу магнита $m = \frac{st_1}{\sqrt{2a}}$, следовательно: $P_{i_2 m} = -\frac{i_2 m}{\sqrt{2}} K_p$, или для единичного тока $i_2 = 1$

$$P_{1m} = -\frac{m}{\sqrt{2}} K_p.$$

Индуктированная электродвижущая сила

$$E = \int \mathcal{E} dl = \frac{dP_{1m}}{dt} = -\frac{m}{\sqrt{2}} \frac{dK_p}{dt},$$

т. е. эта сила пропорциональна изменению отверстия конуса с вершиной в магнитном полюсе, проходящего через контур рассматриваемого индуцируемого тока.

Важную роль в развитии теории имели работы В. Вебера, изложенные им в известном сочинении «Электродинамические мероопределения» (1840—1878).

Остановимся прежде всего на выдвинутой Вебером совместно с Гауссом электромагнитной системе мер.

При установлении этой системы Вебер первоначально исходил из выражения потенциала Неймана для плоского зам-

кнутого тока i с площадью контура s и единичного магнитного полюса. Имеем согласно вышеприведенным формулам

$$P = -\frac{Kts \cos(\widehat{r, n})}{r^2},$$

где K — некоторый коэффициент пропорциональности, равный при электродинамической мере силы тока $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Если заменить

контур с током i магнитом длиной l и с полюсом m , помещенным в центре контура нормально к поверхности, то по закону Кулона получим для P :

$$P = -\frac{ml}{r^2} \cos(\widehat{r, n}) = -\frac{M \cos(\widehat{r, n})}{r^2}.$$

Следовательно:

$$M = Kts.$$

Полагая $K=1$, Вебер тем самым определяет электромагнитную меру силы тока i , которую он обозначает через I , так

что $P = -\frac{Is \cos(\widehat{r, n})}{r^2}$. Так как, с другой стороны, при элект-

родинамической мере тока $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$ получается, что $I = \frac{i}{\sqrt{2}}$,

т. е. электромагнитная мера в $\sqrt{2}$ раз меньше электродинамической. При установлении соотношения между электромагнитной и электростатической мерами Вебер исходит из развитой им в 1846 г. теории кинетического потенциала.

Для понимания этой теории необходимо прежде всего иметь в виду дуалистическую концепцию тока, которой придерживался Вебер: всякий электрический ток представляет собой течение по противоположным направлениям положительного и отрицательного электрических флюидов. Исходя из этого представления, Вебер формулирует следующие исходные «опытные» положения: а) два элемента тока, расположенных на одной прямой, взаимно притягиваются или отталкиваются в зависимости от того, движутся ли токи по противоположным или одинаковым направлениям; б) обратное имеет место для двух параллельных элементов тока, нормальных к линии их соединения; в) элемент тока, расположенный с элементом проводника вдоль одной прямой, наводит в последнем токи прямо противоположных направлений — при возрастании и убывании силы наводящего тока.

Если e_1 и e_2 — два электрических заряда на расстоянии r , движущиеся с некоторой относительной скоростью, радиальная составляющая которой $\frac{dr}{dt}$, то потенциал Вебера имеет следующую форму:

$$P_W = \frac{e_1 e_2}{r} (1 - a^2 \dot{r}^2). \quad (I)$$

Соответствующая сила взаимодействия по Веберу будет:

$$F_W = -\frac{e_1 e_2}{r^2} (1 - a^2 \dot{r}^2 - 2a^2 r \ddot{r}). \quad (II)$$

Для определения постоянной a Вебер получает очень важное равенство:

$$\frac{I(\text{стат})}{I(\text{эл. маг.})} = \frac{1}{a\sqrt{2}}.$$

Согласно измерениям Вебера и Кольрауша в 1855 г. величина $\frac{1}{a}$ оказалась равной $439\,450 \cdot 10^6$ миллиметров в секунду, или 41 949 геогр. милям в секунду, что соответствовало значениям для скорости света, полученным Брадлеем (41 994) и Физо (41 882). Вебер мог поэтому считать свою константу $a^2 = \frac{1}{c^2}$. Он действительно с 1858 г. придал своему потенциалу

форму $P_W = \frac{e_1 e_2}{r} \left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2}\right)$, где c — скорость света. Однако более точные измерения скорости света показали, что именно $I(\text{стат}) : I(\text{эл. маг.}) = 1 : a\sqrt{2} = c$, так что константа Вебера a^2 оказалась равной $\frac{1}{2c^2}$.

Вебер ограничился констатацией указанного соотношения между электростатической и электромагнитной единицами, не желая или не решаясь сделать отсюда важнейшее заключение о физической природе электромагнитных сил.

Боязнь выйти за пределы формализма особенно ярко выступает в признаниях Гаусса. Когда в 1845 г. Вебер сообщил Гауссу о своем электродинамическом основном законе, Гаусс ответил, что он уже лет десять думает о том, чтобы построить электродинамическую теорию не на основе понятия дальнего действия, а исходя из представления о постоянно распространяющихся наподобие света взаимодействиях. Гаусс признает, что он не решаясь опубликовать результатов своих исследований, так как «ему не доставало конструктивного представ-

ления о том способе, каким образом это распространение происходит».

Чтобы получить такого рода представление, необходимо, в самом деле, выдвинуть гипотезу среды, но этого не могли сделать приверженцы формально-эмпирической школы.

Сам Гаусс предложил следующий закон силового действия:

$$F_G = \frac{e_1 e_2}{r^2} \left[1 + k \left(u^2 - \frac{3}{2} \dot{r}^2 \right) \right],$$

где u — относительная скорость, \dot{r} — радиальная составляющая. Максвелл показал, что формула Гаусса противоречит законам индукции. Открыто, хотя и формально, представление о конечной скорости распространения электромагнитных действий выдвинул Риман в 1858 г. и развил в сочинении «Тяжесть, электричество и магнетизм», изданном в 1876 г. Риман предложил обобщенное уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \nabla^2 P + 4\pi\rho,$$

где ρ — объемная плотность, a — величина скорости распространения. Решением указанного уравнения является потенциал

$$P = \frac{e_1 e_2}{r(t; t')},$$

где $r(t; t')$ — расстояние e_1 в момент t от e_2 в момент t' . В электронной теории Лоренца принята та же форма для так называемого «запаздывающего потенциала». В первом исследовании (1858 г., опубликованном в 1876 г.) Риман для двух токов получает выражение потенциала Неймана с величиной $a=c$, т. е. скорости света.

В работе 1861 г. (опубликована в 1876 г.) Риман выдвигает понятие так называемого эффективного потенциала*):

$$P_R = \frac{e_1 e_2}{r} \left(1 - \frac{u^2}{2c^2} \right),$$

где u — относительная скорость зарядов e_1 и e_2 , c — скорость света. То обстоятельство, что в потенциале Римана фигурирует не радиальная слагающая скорости, а самая скорость u , имеет глубокий методологический и физический смысл.

* Эта форма связана с действительной формой потенциала Вебера:

$$P_W = \frac{e_1 e_2}{r} (1 - a^2 \dot{r}^2), \quad \text{где } a^2 = \frac{1}{2c^2}.$$

Одним из последних представителей школы Ампера был *Карл Нейман*. Первые исследования Неймана относятся к 1865 г. и опубликованы в ряде изданий. Сводной работой является книга «Общие исследования ньютонова принципа дальнего действия» (1896 г.). Нейман в отличие от Римана стремился исключить из рассмотрения понятия абсолютного пространства (эфира) и абсолютной скорости и оперировать лишь относительными расстояниями r . Будучи, однако, вынужденным ввести понятие о распространении во времени силовых действий, К. Нейман прибегнул к представлениям, которые по характеристике Максвелла рационально понять весьма трудно и даже невозможно. Согласно Нейману «потенциал» распространяется относительно—вдоль переменного радиуса-вектора, а отнюдь не в абсолютном пространстве. В момент t_1 от электрической частицы e_1 исходит «приказ», распространяющийся с большой скоростью вдоль переменного радиуса-вектора и достигающей частицы e_2 в момент $t = t_1 + \Delta t$, где $\Delta t = \frac{r}{\beta}$ и r —расстояние между частицами в момент t . Этот «приказ» или «эффективный потенциал» определяется расстоянием $r_1 = r - \Delta r$ между частицами в момент t_1 . Полагая $P_N = e_1 e_2 \varphi(r_1) = e_1 e_2 \varphi(r - \Delta r)$ и разлагая $\varphi(r_1)$ в ряд по степеням малой величины $\Delta t = \frac{r}{\beta}$, Нейман из условия, что его потенциал должен удовлетворять принципу Гамильтона, получает следующее выражение для потенциала:

$$P_N = \frac{e_1 e_2}{r} \left(1 + \frac{r^2}{\beta^2} \right),$$

где $\beta = \sqrt{2}c$ (c —скорость света).

Нейман подчеркивает отличие его эффективного потенциала, который он также называет ньютоновым запаздывающим потенциалом, от римановского: в основе римановского потенциала лежит представление о реальном распространении со скоростью света электродинамических действий в некоторой абсолютной среде, у Неймана аналогия с распространением света является чисто внешней аналогией, неймановская скорость β отнюдь не равна скорости света, а в $\sqrt{2}$ раз больше. Неймановский потенциал каким-то образом распространяется вдоль переменных радиусов-векторов.

Не останавливаясь на исследованиях Неймана, посвященных выводу дифференциального закона электродвижущей силы, аналогичного пондеромоторному закону Ампера, перейдем к работам Клаузиуса.

Клаузиус прежде всего поставил себе целью заменить дуалистическую концепцию электрического тока унитарной, рассматривая ток как движение лишь положительного электриче-

ства. Клаузиус указывает, что законы Вебера и Римана необходимо соответствуют дуалистической гипотезе.

Пользуясь законом сохранения энергии и рядом других допущений, Клаузиус получает для потенциала следующее выражение:

$$P_{Cl} = \frac{e_1 e_2}{r} [1 + kv_1 v_2 \cos(v_1, v_2)],$$

где v_1 и v_2 —абсолютные скорости частиц e_1 и e_2 , отнесенные к абсолютному пространству (эфиру), $k = c^{-2}$.

Для получения выражения силы Клаузиус, вслед за Риманом, пользуется принципом Гамильтона, который дает:

$$F_{x_1} = -e_1 e_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{r} \right) [1 - kv_1 v_2 \cos(v_1, v_2)] - ke_1 e_2 \frac{d}{dt} \frac{\dot{x}_2}{r} \text{ и т. д.}$$

Выражения для потенциала и силы, в которых фигурируют абсолютные скорости v_1 и v_2 , показывают, что в основе теории Клаузиуса лежит представление о промежуточной среде. Вот почему потенциал Клаузиуса по существу совпадает с векторным потенциалом теории электронов Г. А. Лоренца, подобно тому как потенциал Римана тождественен скалярному потенциалу той же теории. Теории Римана и Клаузиуса имеют в своей основе то же самое представление об абсолютной среде (эфире), из которого исходит теория электронов Г. А. Лоренца.

Наглядное выражение различия точек зрения можно дать при помощи следующего сопоставления вторых частей различных потенциалов:

$$V_W = -\frac{e_1 e_2}{2c^2 r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2; \quad V_R = -\frac{e_1 e_2}{2c^2 r} u^2; \quad V_{Cl} = \frac{e_1 e_2}{c^2 r} v_1 v_2 \cos(v_1, v_2).$$

У Вебера фигурирует чисто относительная радиальная скорость, у Римана относительно-абсолютная скорость, у Клаузиуса сами абсолютные скорости зарядов.

Подводя итоги, можно сказать, что заложенные Ампером формально-математические основы теории электрических и магнитных явлений в процессе своего развития вынуждены были отрицать самих себя. Опыт все более и более раскрывал внутреннюю противоречивость этих основ. (Перев.)