

Об интерпретации основ квантовой механики

Егорушкин В.Е.

Томский государственный университет, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

В работе не предлагается новая интерпретация квантовой механики. В ней обсуждается квантовое поведение частицы, определяемое флуктуациями переменных физического пространства-времени (ПВ). Эти флуктуации – неоднородности в однородном фазовом ПВ задаются их вероятностью и определяют «обратное» пространство. Флуктуации являются скоррелированными с отличной от нуля энтропией корреляции. Вместе с минимальными энтропией $(S) - k$ – постоянная Больцмана, действием $(s) - h$ – постоянная Планка и существованием адиабатического инварианта (АИ) Вина – Эренфеста, флуктуации приводят к необходимости информационного (вероятностного) Гильбертова пространства, связывающего физическое и «обратное» ПВ. Физические величины в информационном пространстве представляются линейными, эрмитовыми операторами, что обусловлено производством энтропии при наличии АИ.

Эволюция квантовой системы описывается волновыми функциями, имеющими смысл информации о виртуально-возможных состояниях квантовой частицы. Волновые функции являются решением уравнения Шредингера и представляют навигационную «дорожную» карту для движения частицы, которая следует этой карте. Квантовая система, по существу, является классической Гамильтоновой системой в пространстве коэффициентов C_n, C_n^* разложения волновой функции по собственным функциям операторов. Эти коэффициенты задают «траекторию» частиц в пространстве C_n, C_n^* .

Линейность и эрмитовость операторов определяет «траекторию» и «принцип суперпозиции» (а не наоборот) при волновом поведении флуктуаций. Принцип неопределенности, следующий из $\Delta s \geq h$, отражает скоррелированность флуктуаций и, как следствие – нелокальность.

Обсуждается фаза волновой функции, фаза Берри, её связь с квантованием, различимостью состояний и макроскопическими квантовыми эффектами, обусловленными локализацией частицы и возможностью дальнейшего изменения энтропии при переходе в новое – термодинамическое состояние.

Рассматривается интерференция: интерферируют информационные волны; частицы следуют интерференционной «дорожной» карте; измерение координат частиц вносит дополнительную неопределенность в импульс. Волновые свойства проявляют не частицы (материя), а флуктуации пространственно-временных координат. Двойственность флуктуаций: с одной стороны (для когерентных состояний) $\Delta x = h/p$, а с другой Δx - разность хода интерферирующих волн, которая в силу условия интерференции равняется длине волны - λ . Условие $\Delta x = \lambda$ обеспечивает интерференцию даже для одной квантовой частицы.

Сопряженные флуктуирующим переменным физические характеристики - энергия, импульс и др. определяют величины соответствующих флуктуаций, а не волновые свойства материи. У материи нет волновых свойств.

Обсуждается отличие объективной информации от знания.

«Если вы не можете объяснить результат на простом, не отягощенном специальными терминами языке, это значит вы не понимаете его по-настоящему.»

Э. Резерфорд

1. Введение.

Несмотря на столетнюю историю квантовой механики (КМ) интерес к осознанию её основ только возрастает. Ежегодные симпозиумы и знаменательный прогресс в экспериментальном изучении единичных квантовых объектов, различные технические применения: квантовые вычисления, криптография и др. подогревают этот интерес [1,2].

Считается, что проблема связана с квантовыми измерениями, описанию которых и посвящены существующие интерпретации. Эти многочисленные обоснования КМ от копенгагенского до информационного [3-17] всё же не позволяют отчетливо представить и донести суть основ КМ: принципов неопределенности, суперпозиции, дополненности; корпускулярно-волнового дуализма, смысла волновой функции, уравнения Шредингера, коллапса волновой функции при измерении, квантовой интерференции до студентов даже специальных физических факультетов.

По мнению большинства ученых это обусловлено отсутствием в КМ основополагающих принципов, которые могли бы лечь в основу квантовой теории, таких, например, как в СТО – постоянство скорости света (c) и инвариантность интервала. Однако в квантовой теории, подобно скорости света в СТО, существует постоянная Планка – h , определяющая минимум изменения действия – Δs , так что

$$\Delta s \geq h.$$

Кроме этого, существует установленный Эренфестом [18] и Вином [19], адиабатический инвариант – ν/T , определяемый отношением постоянных Больцмана – k и Планка – h .

Исследование особенностей квантового мира ЭПР-парадокса, перепутанных состояний, неравенство Белла, декогеренции, возможности классического исхода квантовых событий, нелокальности и пр. ушли настолько далеко [20], что об истоках квантового поведения – существования h и адиабатического инварианта вспоминают редко.

Будучи много лет профессором физического факультета университета, читая курс лекций по атомной и ядерной физике, квантовой механике, физике неравновесных явлений [21], обращаясь к современным исследованиям, приходится ежегодно излагать истоки и основы квантового описания. Если математическая сторона вопроса логично определяет правильный конечный результат, то физическая интерпретация основ выглядит почти догмой.

«Непонимание по-настоящему» побудило меня провести анализ квантовых особенностей исходя из двух указанных выше фактов – «принципов» и следующих из них выводов, касающихся волнового поведения флуктуаций; принципов неопределенности,

суперпозиции, дополненности; смысла волновых функций и их фаз; дуализма, уравнения Шредингера, интерференции, макроскопического квантового поведения.

2. Принцип наименьшего действия и принцип неопределенности.

1) Соотношение неопределенностей

Используем тот факт, что постоянная Планка h является минимумом механического действия, т.е. никакое изменение действия (s) не может быть меньше h (принцип наименьшего действия)

$$\Delta s \geq h. \quad (*)$$

Запишем механическое действие через сопряженные переменные (p, x) в одномерном случае. Из (*), найдем

$$\Delta(p \cdot x) = x \Delta p + p \Delta x \geq h \quad (**)$$

Считая $\Delta p, \Delta x \neq 0$, получим

$$\Delta p \Delta x \geq \left(\frac{W_x W_p}{W_x + W_p} \right) h, \quad (1)$$

где $W_x = \frac{\Delta x}{x}$ – вероятность того, что координата x имеет флуктуацию (неопределенность) -

Δx , а $W_p = \frac{\Delta p}{p}$ – вероятность неопределенности Δp импульса p .

Величина $W = \frac{W_x W_p}{W_x + W_p}$ обусловлена корреляцией флуктуаций Δx - Δp и представляет приведенную вероятность, равную отношению вероятности $W_x W_p$ совмещения ($\Delta x \cap \Delta p$) независимых $\Delta x, \Delta p$ к вероятности $(W_x + W_p)$ объединения ($\Delta x \cup \Delta p$) несовместных $\Delta x, \Delta p$.

Т.к. $\frac{W_x + W_p}{W_x W_p} \geq 2$, то если (1) выполняется при равенстве двум, то оно выполняется для всех $\frac{W_x + W_p}{W_x W_p} > 2$, т.е. (1) можно переписать

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2}, \quad (2)$$

как соотношение неопределенностей Гейзенберга.

2) Формула Эйнштейна для флуктуаций. Энтропия связи.

Вернемся к (1). Возьмем \ln от обеих частей (1) и умножим на постоянную Больцмана. Тогда для равенства (когерентных состояний) имеем

$$k \ln \frac{\Delta x \Delta p}{2\pi\hbar} = k \ln W \quad (3)$$

В левой части (3) по определению – энтропия (ΔS), обусловленная флуктуациями Δx , Δp , т.е.

$$\Delta S = k \ln W \quad (4)$$

- формула Эйнштейна для флуктуаций (в общем случае ΔS не меньше $k \ln W$).

Т.к.
$$\Delta S = k (\ln W_x W_p - \ln(W_x + W_p)), \quad (5)$$

то, подобно энергии связи, ΔS – энтропия связи обусловлена несовместностью Δx , Δp , т.е. корреляцией между ними. Избавиться от этих корреляций внутри квантового описания невозможно: $\Delta S \neq 0$ ни при каких условиях без внешнего вмешательства. Это обуславливает нелокальность квантового поведения – волнового поведения флуктуаций, не имеющих пока отношения к перепутыванию состояний и неравенствам Белла. Подчеркнем, что именно энтропия связи определяет появление соотношений (1), (2).

Подобные (1), (2) соотношения будут иметь место и для $\Delta E \Delta t \geq \left(\frac{W_E W_t}{W_E + W_t} \right) \hbar$ и для других сопряженных переменных.

3) Волновой характер флуктуаций.

«Чудо» появления \hbar – дискретность фазового пространства приводит к флуктуациям физических величин и пространственно-временных координат. Эти флуктуации не связаны с измерением и наблюдателем (если только само появление \hbar не обязано данным обстоятельствам).

Из соотношений (1) – (3) ясно, что \hbar определяет связь флуктуаций физических величин и пространственно-временных образов с информацией.

Появление флуктуаций «ухудшает» однородность пространства (Δp), времени (ΔE) и изотропность пространства (ΔM). Требования максимальной однородности ПВ определяет $\Delta p \rightarrow 0$, $\Delta E \rightarrow 0$, при этом ошибочно утверждать, исходя из соотношения (2), что Δx , Δt не определены.

Чтобы понять, что происходит с пространственно-временными флуктуациями следует обратиться не к (2), а к соотношению (**), из которого при $\Delta p \rightarrow 0$, имеем

$$\Delta x \geq h/p \quad (+)$$

При выполнении равенства (+) превращается в определение длины волны де Бройля $\Delta x = x = h/p$ и $p = \hbar k$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$). Аналогично $\Delta t = h/\Delta E$ и $E = \hbar\omega$ ($\omega = \frac{1}{2\pi\Delta t}$).

Пространственно-временные флуктуации соответствуют длине и частоте некоей волны. При этом неопределенными оказываются координаты x и моменты времени t – траектория. В квантовой системе вместо x , t движение связано с k , они следовательно принцип неопределенности является необходимым условием появления дополнительности: указывает на волновой характер изменений пространственных характеристик, не конкретизируя физический смысл данных волн. Кроме того, общеизвестно, что минимизация неопределенности плотности энергии одноэлектронного атома по Δx дает оценки $\Delta x \sim \frac{\hbar^2}{me^2} \sim 0.5 \text{ \AA}$, $\Delta E \sim \frac{me^4}{\hbar^2} \sim 13.6 \text{ эВ}$ – возможное расстояние электрона от ядра и энергия ионизации в атоме водорода, а также при максимальной величине $\Delta x = c\Delta t$ – соотношение $\Delta E = \Delta mc^2$.

Т.о. соотношение неопределенностей отражает связь «пространственно-временных образов», законов сохранения и процесса движения квантовой частицы независимо от процесса измерения характеристик этого движения. Абсолютно в духе эйнштейновского: «Существует нечто вроде реального состояния физической системы, существующее объективно, независимо от какого бы то ни было измерения и наблюдателя».

Связывать существование \hbar с измерением и наблюдателем, на мой взгляд, как связать с этим постоянную Больцмана k (квант энтропии) или число Авогадро, имеющих не меньшую смысловую нагрузку чем \hbar . Вопрос о причине появления \hbar остается открытым.

Объективности ради отметим, что соотношение (+) отражает лишь связь флуктуаций с импульсом и энергией, а не указывает на волновой характер поведения. Мы лишь использовали «похожесть» на формулу де Бройля. Однако в дальнейшем, при рассмотрении интерференции Δx будет однозначно связано с длиной интерферирующих волн.

II. Уравнение Шредингера и волновые функции.

1. Информационное Гильбертово пространство.

В физическом однородном ПВ возникновение $\Delta x \neq 0$, $\Delta t \neq 0$ одинаково возможно в любой области и следовательно соотношение типа (4) выполняется для плотностей $S(x,t)$, $W(x,t)$. Процесс появления флуктуаций (и их волновой характер) связан с производством энтропии $\frac{dS(x,t)}{dt}$ и изменением $\frac{dS(x,t)}{dx}$.

Проанализируем изменение энтропии с учетом существования \hbar и адиабатического инварианта Вина-Эренфеста.

Для плотности величин из (4), имеем

$$S(x,t) = k \ln W(x,t) \quad (5)$$

Найдем производство энтропии при условии, что имеется область неоднородности действия ($\Delta x \cdot \Delta p$), которое определяет $\frac{dS}{dt}$ так, что $\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$, как это обычно принято в локально равновесных процессах.

Используем то, что

$$\frac{dS}{ds} = \lim_{\Delta S \rightarrow \hbar} \frac{\Delta S}{\Delta s} = \frac{k}{\hbar} = \frac{\omega}{T} = \frac{E\omega}{ET} = \frac{S}{s} . \quad (6)$$

является адиабатическим инвариантом.

Следовательно, появление \hbar в квантовом поведении системы обязано существованию кванта энтропии – k .

Заметим, что классический принцип наименьшего действия $\delta s = 0$ имеет место только в том случае, если $\Delta S = 0$, т.е. когда \hbar и k можно пренебречь по сравнению с большими величинами s , S .

С учетом (6) сразу имеем связь действия и вероятности

$$s(x, t) = \hbar \ln W(x, t) . \quad (7)$$

Т.к. $\frac{ds}{dt} = -H$ - функции Гамильтона, то из (7)

$$-H(x, t) = \hbar \frac{d}{dt} \ln W(x, t) , \quad (8)$$

т.е. энергия системы тратится на производство информации о ней, а \hbar играет роль переводного коэффициента между физической величиной – энергией и информацией о пространственно-временных флуктуациях, имеющих волновую природу (λ, ω) и характеризующих движение квантовой частицы. Следовательно величины, ответственные за изменение $\Delta x, \Delta p, \Delta t, \Delta E, \dots$ могут проявляться в виде колебаний или вращений (и соответствующих Фурье-образов). Что же это за величины, связанные с вероятностью $W(x, t)$?

В физическом (фазовом), евклидовом, однородном пространстве, где $\Delta x, \Delta t$ есть лишь характеристики волн, а $\Delta p, \Delta E, \dots$ равны нулю, ни о каких колеблющихся величинах, связанных с $W(x, t)$, да и самих $W(x, t)$ не может быть и речи.

По существу $W(x, t) = \frac{W_x}{(W_x + W_p)^{1/2}} \cdot \frac{W_p}{(W_x + W_p)^{1/2}}$ представляет некую «билинейную

форму», которая в физическом пространстве – тождественный ноль, т.к. $W_p \sim \Delta p \approx 0$.

Для анализа правой части (8) необходимо рассматривать другое – информационное, квантовое пространство, в котором определены (распространяются) волны, представляющие плотность вероятности $W(x, t)$. Волновыми характеристиками этих волн являются флуктуации $\Delta x, \Delta t$, а само пространство должно быть «изотопическим» по отношению к физическому, фазовому пространству.

Это информационное пространство должно быть пространством функций, представляющих волны. Оно также должно быть двойственным [22]. Если ввести квантовое (мацубаровское) время $t \rightarrow it$, то информационным, квантовым ПВ с нормальной системой координат и унитарными преобразованиями будет комплексное Гильбертово пространство [21].

2. Операторы физических величин в информационном ПВ. Квантовомеханическое описание виртуальных состояний.

Представим $W(x,t)$ в информационном пространстве так $W(x,t) = \psi(x,t)\psi^*(x,t)$. Разделим в (8) ψ и ψ^* , используя для S также комплексные переменные согласно (4). С учетом квантового времени it , получим

$$H\psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}; \quad H\psi^*(x,t) = -i\hbar \frac{\partial \psi^*(x,t)}{\partial t}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что энергия при квантовом поведении представима линейным оператором $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ (эрмитовой формой) в Гильбертовом пространстве – обобщении евклидова пространства конечных векторов к функциям с конечной нормой при $\int |\psi|^2 dx = 1$ (или бесконечной с другим условием нормировки). Именно переход к квантовому времени определяет эрмитовость операторов и, как станет ясно в дальнейшем, классическую гамильтоновость квантовой динамики.

Вводя вместо $\frac{d}{dt}$ субстанциональную производную $\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}$, аналогично предыдущему, приравнивая левую и правую части выражений при $\frac{\partial}{\partial t}$ и $\frac{\partial}{\partial x}$ соответственно, наряду с (9) получим,

$$p\psi(x,t) = -i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}. \quad (10)$$

Импульсу в пространстве $\psi(x,t)$ соответствует линейный, эрмитов оператор $(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x})$ и, следовательно, импульс определяет (определяется) пространственным изменением $\psi(x,t)$ - неоднородностью информации.

Т.о. пространственно-временная неоднородность информации определяет квантовую динамику.

Подчеркнем, что (9) не является уравнением. Оно лишь определяет операторы энергии в Гильбертовом пространстве. Если же представить H в виде оператора \hat{H} , выразив его

через операторы \hat{p}, \hat{x}, \dots , используя принцип соответствия, то (9) превратится в уравнение Шредингера.

В квантовом случае вместо фазового ПВ где движется частица, появляется другое – «изотопическое», информационное ПВ, обусловленное флуктуациями пространственно-временных координат движения, возникающих вследствие того, что изменение действия не может быть меньше \hbar , а изменение энтропии – меньше k . При этом как и в пространстве движения механическое состояние частицы определяется интегралами движения – сохраняющимися физическими величинами E, p, N, \dots , так и информационное пространство обеспечивает определение механического состояния таким же образом – через интегралы движения – средние значения физических величин E, p, M, \dots так:

$$p = -i\hbar \left\langle \psi \left| \frac{\partial}{\partial x} \right| \psi \right\rangle; \quad E = i\hbar \left\langle \psi \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| \psi \right\rangle \quad (\text{в обозначении Дирака}). \quad (11)$$

Поскольку операторы физических величин линейны и эрмитовы, то произвольная $\psi(x, t)$ представима в виде суперпозиции собственных функций $\{\psi_n\}$ этих операторов с собственными значениями физических величин¹, т.е.

$$\psi(x, t) = \sum_n C_n(t) \psi_n(x, t), \quad (12)$$

где

$$C_n(t) = \int \psi(x, t) \psi_n^*(x, t) dx \quad (13)$$

и $\int \psi_n^*(x, t) \psi_m(x, t) dx = \delta_{n,m}.$

Величины $|C_n|^2$ представляют вероятность состояния с номером n в суперпозиции (12).

Этот результат – принцип суперпозиции в квантовой механике в данном случае следует из соответствия физическим величинам в «изотопическом» пространстве линейных операторов с различными (соотношения ортогональности) собственными состояниями, при этом средние значения физических величин $\langle f \rangle$ совпадают с наиболее вероятными f_n – собственными значениями и (вероятность флуктуаций также максимальная).

Указанный характер связи между пространством и физическими величинами, определяющими состояние системы, имеет место в теории тяготения. Там в такой роли выступает метрическое пространство, кривизна которого связана с тензором энергии-импульса – состоянием физической системы.

В случае квантовой системы пространство является информационным, Гильбертовым пространством состояний с определенными средними значениями физических величин, эти состояния определяющих. Уравнение Шредингера связывает физические величины (энергию, материю) с информационным пространством, подобно тому, как уравнения гравитации Эйнштейна связывают энергию (материю) с метрическим.

¹ О линейных операторах в любой книге по квантовой механике

Более того квантовые состояния также как в теории тяготения (масса – кривизна), виртуальны, т.к. их суммарная энергия равна нулю, ибо волновые функции $\psi(x,t)$ соответствуют $E>0$, а $\psi^*(x,t)$ - $E<0$ ².

Т.е. состояния квантовой системы – это лишь возможные состояния с вероятностью $|C_n|^2$ каждого. При этом смысл $|\psi(x,t)|^2$ - максимальная плотность вероятности скоррелированных флуктуаций $(\Delta x-\Delta p)$, $(\Delta t-\Delta E)$, $(\Delta\theta-\Delta M)$..., создающих информационные волны $\psi(x,t)$, $\psi^*(x,t)$ с координатами x, t – фронта этих волн.

Пространство, в котором все это происходит – триедино: Эвклидово вазовое пространство (x, t) , обратное ему – пространство флуктуаций $(k = \frac{2\pi}{\Delta x}, \omega = \frac{1}{2\pi\Delta t})$ и информационное Гильбертово (ψ, ψ^*) , связывают два предыдущих.

Характеристики движения самой частицы: E, p, x, M, \dots определяются как средние значения $\langle \psi | \hat{f} | \psi \rangle$, соответствующих операторов \hat{f} , совпадающие с наиболее вероятными значениями f_n - спектром этих операторов.

Сами флуктуации не локализованы $\Delta x \sim k^{-1}$, $\Delta t \sim \omega^{-1}$ и могут обладать дисперсией $\omega(k)$, обусловленной скоррелированностью $\Delta x - \Delta t$. В некоторых ситуациях, например, при локализации частицы, $|\psi(x,t)|^2$ может представлять её плотность (массы, заряда, ...), а движение описывать уравнениями типа уравнения Эренфеста.

Такое движение квантовой частицы в фазовом пространстве можно представить как движение камня, брошенного в воду. Камень, погружаясь, создает волны на воде, распространение которых несет информацию о движении невидимого камня.

Каким же образом $\psi(x,t)$ может описывать реальные, а не виртуальные состояния? Один из возможных сценариев подобен таковому в теории тяготения – черные дыры. Также как и гравитацию, черные дыры могут поглощать информацию, связанную с ψ^* , т.е. содержать пространство состояний для античастиц. Если черные дыры могут быть носителем квантового антимира, то увеличение энтропии вне черной дыры при поглощении информации компенсирует уменьшение энтропии при изменении информации, связанной с $\psi(x,t)$ и, тем самым, делает квантовую эволюцию обратимой.

В этом случае, связь между гравитацией (метрическим пространством), физическим состоянием и информационным, квантовым пространством для областей больших Планковской длины может выглядеть так

$$R = -\frac{8\pi k}{C^4} \langle \psi(x,t) | \hat{T} | \psi(x,t) \rangle -$$

уравнение Эйнштейна, где R – скалярная кривизна, в скобках – среднее значение оператора энергии-импульса при соответствующем метрическому пространству определенных x, t .

² Вместо обращения времени

Если $T^{(n)}$ - собственные значения \hat{T} , то $R^{(n)} = -\frac{8\pi k}{C^4} T^{(n)}$ и каждому из n – состояний в информационном пространстве соответствует $R^{(n)}$ - кривизна метрического. Т.е. в метрическом пространстве возможные состояния, которые может занимать частица с вероятностью $|C_u|^2$ определяются «квантовой» кривизной. Здесь объединены метрическое пространство, материя и информация (отец, сын и святой дух).

Средняя кривизна будет $R = \sum_n |C_n|^2 R^{(n)}$ в условиях обратимой эволюции, а само пространство будет состоять из «вложенных» n – подпространств.

Другой способ реализации состояний – нарушение симметрии: спонтанное, внешним полем, измерением или за счет вмешательства сознания (мозга) наблюдателя. Примеры последнего – просто опущено уравнения для ψ^* , или различные «мысленные эксперименты» - ЭПР-парадокс, неравенства Белла и пр.

3. Фаза волновой функции.

Проанализируем временную зависимость $\psi(t)$.

Запишем (9) в виде

$$\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = -i \frac{E(t)}{\hbar} \psi(t) \quad (9')$$

$$\text{и } \psi(t) = \sum_k C_k(t) \psi_k(t). \quad (12')$$

Подставив (12') в (9'), имеем

$$\sum_k \left\{ \dot{C}_k \langle n|k \rangle + C_k \langle n|\dot{k} \rangle + \frac{iE(t)}{\hbar} C_k \langle n|k \rangle \right\} = 0.$$

Из условия разрешимости $\det|a_{nk}| = 0$, где $a_{nk} = \frac{\dot{C}_n}{C_k} \langle n|k \rangle + \langle n|\dot{k} \rangle + \frac{iE}{\hbar} \langle n|k \rangle$, точка означает $\frac{\partial}{\partial t}$, получим, что если $|n\rangle$ и $|k\rangle$ не ортогональны, то C_n и C_k не делимы. Это означает, что функции $\psi(x, t)$ не представимы суперпозицией, т.е. нарушена унитарная симметрия квантовой системы. Следовательно, ортогональность $\psi(x, t)$ - необходимое условие различимости квантовых состояний и унитарной эволюции системы.

Для ортогональных состояний из (9') и (12'), умноженных скалярно на $\langle n|$, имеем

$$\dot{C}_k \delta_{nk} + C_k (\psi_n, \dot{\psi}_k) + \frac{iE_k}{\hbar} C_k \delta_{nk} = 0.$$

Решая данное уравнение, получим

$$\begin{cases} n \neq k & 1 = e^{-\int_0^t (\psi_n, \dot{\psi}_k) dt'} & \text{а)} \\ n = k & C_n = e^{-\int_0^t \left\{ (\psi_n, \dot{\psi}_k) dt' + \frac{iE_n(t')}{\hbar} \right\} dt'} & \text{б)} \end{cases} \quad (14)$$

В (14,б) $\int_0^t E(t') dt'$ - динамическая фаза волновой функции, при $E_n(t) = E_n$, переходящая в фазу стационарных состояний. В стационарных состояниях $C_n = e^{\frac{iE_n t}{\hbar}}$ и $i \int_0^t (\psi_n, \dot{\psi}_n) dt' = 2\pi n$, где n - целые числа. Если ψ от времени зависит не явно $\psi(t) = \psi(q(t))$, то

$$\begin{aligned} i \int_0^q (\psi_n(q'), \frac{\partial}{\partial q} \psi_n(q')) dq' &= \left| i\hbar (\psi_n(q'), \frac{\partial}{\partial q} \psi_n(q')) = p_n \right| = \\ &= \int_0^q p_n(q') dq' = 2\pi\hbar n \end{aligned}$$

- условие квантования Бора - Зоммерфельда.

Величина $\int_0^t (\psi_n, \dot{\psi}_n) dt'$ - геометрическая (топологическая) фаза волновой функции. При этом $(\psi_n, \dot{\psi}_n)$ - мнимая и $(\psi_n, \dot{\psi}_n) = -(\dot{\psi}_n, \psi_n)$, для вещественных ψ_n , - $(\psi_n, \dot{\psi}_n) = 0$. Обозначив $(\psi_n, \dot{\psi}_n) \equiv A(E)$, имеем $A(E) = A^*(-E)$. Из (14,а) следует

$$i \int_0^t (\psi_n(t'), \dot{\psi}_k(t')) dt' = 2\pi m \hbar, \quad (15)$$

где $m=0,1,2,\dots$ - целые числа.

Если квантовые числа не меняются со временем (адиабатический инвариант Эренфеста), то продифференцировав (15) по t , имеем

$$(\psi_n(t), \dot{\psi}_n(t)) = 0 \quad (16)$$

- условие фиксации фазы волновой функции (условие Борна-Фока) при адиабатических условиях - $\left| \frac{(\psi_m | \dot{H} | \psi_n)}{E_n - E_m} \right| \ll 1$.

Выделим явно фазу волновой функции, представив

$$\psi_n(t) = \psi_n(q(t)) = e^{i\theta(q(t))} \varphi_n(q(t)) \quad (17)$$

Пусть время t располагается в некотором интервале $0 \leq t \leq t_0$. Тогда при $(\varphi_n, \varphi_k) = \delta_{nk}$ из (17), (16), имеем

$$\dot{\theta}^{(n)}(q) = i \left(\varphi_n, \frac{\partial \varphi_n}{\partial q} \right) \dot{q}. \quad (18)$$

Обозначим
$$i \left(\varphi_n, \frac{\partial \varphi_n}{\partial q} \right) \equiv A^n \quad (19)$$

Тогда
$$\dot{\theta}^{(n)} = A^n \dot{q}. \quad (20)$$

И
$$A^n = \frac{\partial \theta^{(n)}(q)}{\partial q}. \quad (21)$$

Если фаза волновой функции не константа, то её производная определяет калибровочное поле A^n . В случае электрически заряженной частицы A^n - векторный потенциал электромагнитного поля, преобразующийся так $\dot{A}^n = A^n + \frac{\partial \alpha_n}{\partial q}$, где $\frac{\partial \alpha_n}{\partial q}$ - калибровка потенциала.

Исходя из (18) – (21) сама фаза имеет вид

$$\theta^{(n)}(t_0) = \int_0^{t_0} \dot{\theta}^{(n)} dt = \int_C A^n dq = \theta^{(n)}(q(t_0)) - \theta^{(n)}(q(0)). \quad (22)$$

Если движение циклическое – контур C – замкнут, то

$$\theta^{(n)}(t_0) = \oint_C A^n dq \quad (23)$$

и фаза определяется только замкнутым контуром – топологическая фаза Берри [23]. Используя теорему Стокса, получим

$$\theta^{(n)} = \int_s \vec{F} d\vec{s}, \quad (24)$$

где ds – элемент поверхности, натянутый на контур C , а $F^{(n)} = \text{rot} \vec{A}^{(n)}$ - напряженность калибровочного поля.

а) Если рассматриваем электромагнитное поле, то циркуляция A^n , а также (24) определяют магнитный поток $\Phi^{(n)}$ и фаза имеет смысл магнитного потока, который согласно (15) квантован - $\Phi_0 = (2\pi m \hbar)$.

б) Если φ_n - волновые функции квантовых упругих смещений атомов в кристаллах, то A^n – калибровочное поле линейных дефектов – полное смещение, а $\theta^{(n)}$ имеет смысл вектора Бюргера $\sim na$ (a – постоянная решетки) и $F_{ik}^{(n)} = \frac{\partial A_k^{(n)}}{\partial q_i} - \frac{\partial A_i^{(n)}}{\partial q_k}$ – тензор плотности дислокаций. И в этом и в другом случае $\theta^{(n)}$ является квантованной, макроскопической, наблюдаемой величиной.

Из формул для $F^{(n)}$ и $A^{(n)}$, имеем

$$F^{(n)} = \nabla \chi A^{(n)} = \text{Im}(\nabla \varphi_n \times \nabla \varphi_n).$$

Используя для $\nabla \varphi_n$ первый порядок теории возмущений

$$\nabla \varphi_n = \sum_{m \neq n} \frac{(\varphi_m | \nabla A | \varphi_n)}{E_m - E_n} + (\varphi_n | \nabla \varphi_n | \varphi_n),$$

имеем

$$F^{(n)} = \text{Im} \sum_{m \neq n} \frac{(n | \nabla H | m) \times (m | \nabla H | n)}{(E_m - E_n)^2}. \quad (25)$$

Величина $F^{(n)}$ сингулярна при $E_m = E_n$ - вырождении спектра и является геометрическим (топологическим) аналогом напряженности магнитного поля (H – Гамильтониан системы).

4. Макроскопические квантовые эффекты.

Вычислим квантовый электрический ток по известной формуле

$$j = \frac{i\hbar e}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) \quad (26)$$

Используя (17) и (21), получим

$$j = \frac{\hbar}{2m} 2e \nabla \theta^{(n)} + \frac{i\hbar e}{2m} (\varphi_n \nabla \varphi_n^* - \varphi_n^* \nabla \varphi_n) \quad (27)$$

Рассмотрим первое слагаемое (27). Т.к. $\nabla \theta^{(n)}$ из (21) есть \vec{A} , то, обозначив это слагаемое j_s ,

$$\vec{j}_s = 2e \frac{\hbar}{2m} \vec{A}. \quad (28)$$

Вклад j_s в общий ток определяется векторным потенциалом электромагнитного поля, причем переносится заряд $-2e$. Ток j_s существует при $E=0$ ($A \neq 0$). Но из закона Ома $\rho \vec{j} = \vec{E}$ следует, что при $E=0$, $j \neq 0$ только при $\rho=0$ ($\sigma \rightarrow \infty$). Если при этом магнитное поле

проникает в проводник, то это – идеальный металл, а если нет (эффект Мейснера), то образец – сверхпроводник. Для такого тока, кроме (28) из условия $\vec{E} = \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ имеем

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \sim \vec{E}, \quad (29)$$

т.е. стационарный ток не связан с \vec{E} , а (28), (29) – уравнение Лондонов для сверхпроводников. Отметим, что как и а), б) предыдущего пункта, (28), (29) описывают реальный макроскопический квантовый ток, тогда как в (26) входит волновая функция, имеющая информационный смысл.

Сверхпроводящий ток переносится парами электронов. Пары эти сконденсированы в макроскопическое, сверхпроводящее состояние с нарушенной калибровочной симметрией. Состояние это является новой термодинамической фазой металлического материала с квантовым магнитным потоком $\sim n\Phi_0$. При этом эффект Мейснера соответствует $n=0$, когда волновая функция, определяющая \vec{A} не терпит разрыва и контур интегрирования $\int A^{(n)} dq$ фазы волновой функции (Ааронова-Бома) может быть стянут в точку. Явление сверхпроводимости детально изучено, но вопрос о взаимосвязи квантово-механической волновой функции и волновой функции макроскопического описания остается открытым. В этой связи:

волновые функции в Гильбертовом пространстве не могут описывать сверхпроводящее состояние, т.к. они уже несут максимум информации о исходной квантовой системе, соответствующей наименьшей энтропии. Дальнейшее уменьшение энтропии $\Delta S = S_s - S_n < 0$ при переходе в сверхпроводящее макроскопическое состояние возможно только при взаимосвязи квантового, информационного и макроскопического, физического пространств. Эта взаимосвязь (некая декогеренция исходного состояния) понижает симметрию Гамильтониана, делая его неинвариантным относительно калибровочных преобразований (вращений в «изотопическом» пространстве), но оставляет инвариантным термодинамический потенциал Гинзбурга-Ландау в токе перехода – T_c .

При этом в $T=0$ и $T=T_c \Delta S=0$. Взаимосвязь приводит к локализации двух электронов на длине 2λ их связи, так, что для плотности каждой частицы

$$\hat{\rho}\psi(x') = e\delta(x-x')\psi(x')$$

$$\langle \rho \rangle = \langle x | \hat{\rho} | x \rangle = e|\psi(x)|^2 -$$

- есть реальная средняя плотность заряда в точке x – $n(x)$.

Такая «локализация» - декогеренция подавляет флуктуации Δn , так, что флуктуации самой плотности заряда $\Delta n(x) \gg \Delta n$. Далее Бозе-Эйнштейновская конденсация приводит к макроскопичности $\psi(x)$ и макроскопическому заряду – $2Ne$, образуя новый дальний порядок – сверхпроводящую фазу. Сверхпроводящий (сверхтекучий) ток, связанный с неоднородностью фазы конденсата, является макроскопической величиной.

Формула для тока формально совпадает с (26) но ψ является макроскопическим параметром порядка, динамика которого (уравнения Ландау – Халатникова) и определяет фазовый переход в новое термодинамическое состояние. Все это относится лишь к спаренным электронам. Остальные будут оставаться в прежнем микроскопическом состоянии и, следовательно, чем меньше микрочастиц, тем кооперативнее будет макроквантовое состояние.

Т.о. образование пар (декогеренция микросостояний) и конденсация спаренной части электронов превращает дорожную карту возможного поведения микрочастиц в реальное макроскопическое состояние.

Этому состоянию соответствует $n=0$, а «дорожной карте» $n=1,2,\dots$. При температурах меньше T_c (близких к нулю) наличие состояний с $n=1,2,\dots$ и соответственно магнитного поля \vec{B} (фаза Ааронова-Бома) разрушает сверхпроводящее состояние тем, что уменьшает число состояний с $n=0$. «Локализация» квантового объекта делает его наблюдаемым, при этом флуктуации $\Delta x \rightarrow 0$ и волновые функции в информационном пространстве становятся разрывными. Эти разрывы: для плотности $\delta\psi(x) = \psi_+ - \psi_-$, для смещений $\delta U = U_+ - U_-$ и определяют сверхтекучее движение. Макроскопическим квантовым объектам соответствуют разрывы сплошности в Гильбертовом, информационном пространстве. В этих разрывах не определены $\psi(x)$, но определены $\delta\psi(x)$ так, что $\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x_i \partial x_j} \neq \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x_j \partial x_i}$

именно $\delta\psi$ задают поведение системы либо как фазовый переход вследствие температурных флуктуаций параметра порядка, либо как вихри Абрикосова-Шубникова, либо – дислокации в случае смещений $U(x)$, либо как квантовый фазовый переход [24].

Важно, что это происходит при подавлении флуктуаций Δx . Забегая вперед (до обсуждения интерференции) укажем, что по существу Δx - это возможная «разность хода» при интерференции волн вероятности. Для когерентных состояний из условия максимумов интерференции $\Delta x = n\lambda$ ясно, что при $n \rightarrow \infty$ $\lambda \rightarrow 0$ - классический предел. Но $n=0$ возможно только при $\Delta x = 0$, т.е. в отсутствии флуктуаций координат. В этом состоянии λ может быть не равно нулю и эта длина волны соответствует кооперативному, макроскопическому квантовому состоянию. При $\vec{B} = 0, \rho = 0$ - это сверхпроводящее состояние. Заметим также, что $n=1$ соответствует максимуму интенсивности - $|\psi|^2$.

III. Квантовая интерференция и корпускулярно-волновой дуализм.

Кратко подведем итог прежде чем обсуждать интерференцию.

1. Квантовая механика – это описание пространственно-временных флуктуаций, определяющих движение квантового объекта в однородном физическом ПВ. В силу сохранения однородности флуктуации не могут быть локализованы и имеют волновую форму: флуктуации координат представляют длину волны, а флуктуации времени её частоту, образуя «обратное пространство». Как и любые другие флуктуации, эти определяются вероятностью, энтропией, и

поэтому, вполне естественно, что сами волны, представляющие эти флуктуации, являются волнами вероятности – информации.

2. Волны информации представимы волновыми функциями на «изотопическом» Гильбертовом информационном пространстве.

3. Производство энтропии, связанной с вероятностью флуктуаций при адиабатических условиях и наличии адиабатического инварианта задает на этом пространстве функционалы, соответствующие физическим величинам в обычном ПВ. Эти функционалы по определению являются линейными эрмитовыми операторами, а их средние значения представляют физические величины.

4. Для определения волновых функций конструируется уравнение (Шредингера), объединяющее определение оператора энергии в пространстве волновых функций и явный вид оператора, представленного через саму физическую величину, согласно принципу соответствия.

5. Волновые функции представляют «дорожную карту» (навигатор) для возможного движения квантовой частицы. Естественно, это и интерферирующие волны (волна) интерференции описывают так же возможное движение. Что же заставляет квантовую частицу двигаться согласно «дорожной карте»? Ответ заключается в следующем.

6. Полученное ранее соотношение (14,б) для коэффициентов $C_n(t)$ при адиабатической эволюции определяет их через топологическую фазу Берри. В более общем случае ($\dot{q} \neq 0$) уравнения для $C_n(t)$ имеют вид

$$\dot{C}_n(t) = i \sum_{m \neq n} C_m \gamma_{nm} e^{-i \int_0^t (E_m - E_n) dt'} \quad (30)$$

и соответствующие уравнения для $C_n^*(t)$.

Здесь $\gamma_{nm} = -i \int \psi_n^* \frac{d}{dt} \psi_m dq$ - эрмитова матрица. Уравнения для C и C^* являются гамильтоновой системой уравнений в классическом смысле с функцией Гамильтона

$$H(C, C^*, t) = -i \sum_{n,m} \gamma_{nm} C_n^* C_m e^{-i \int_0^t (E_m - E_n) dt'}, \quad (31)$$

описывающей классическую распределенную систему [25], что легко показать переходя от переменных C_n, C_n^* к переменным действие I_n , угол α_n : $C_n = \sqrt{I_n} e^{-i\alpha_n}$; $C_n^* = \sqrt{I_n} e^{i\alpha_n}$;

$$I_n = |C_n|^2, \quad \alpha_n = -\text{arctg} \frac{C_n - C_n^*}{i(C_n + C_n^*)} [25].$$

Вместо (30) и (31) будут иметь место следующие

$$H(H, \alpha, t) = \sum_{n,m} \gamma_{n,m} \sqrt{I_n I_m} e^{[\alpha_m - \alpha_n + (E_m - E_n)t]} \quad (32)$$

$$\dot{I}_n = 2 \sum_{m=0} \sqrt{I_n I_m} \gamma_{nm} e^{-i[\alpha_n - \alpha_m + (E_m - E_n)t]}$$

и

$$\dot{\alpha}_n = 2 \sum_{m=0} \sqrt{\frac{I_n}{I_m}} \operatorname{Re} \left\{ \gamma_{nm} e^{-i[\alpha_n - \alpha_m + (E_m - E_n)t]} \right\} \quad (33)$$

Система (33) является классической Гамильтоновой системой [25]. Это означает, что коэффициенты C, C^* задают «траекторию» квантовой частицы в информационном пространстве, по которой осуществляется «классическое» движение, также как классическая частица движется по фазовой траектории (19). Заметим, что именно $|C_u|^2 = I_n$ - действию, а изменение $|C_u|^2$ со временем соответствует неопределенной (нефиксированной) энергии при таком движении, представимом суперпозицией состояний.

Рассмотрим квантовую интерференцию на двух щелях (рис. 1):

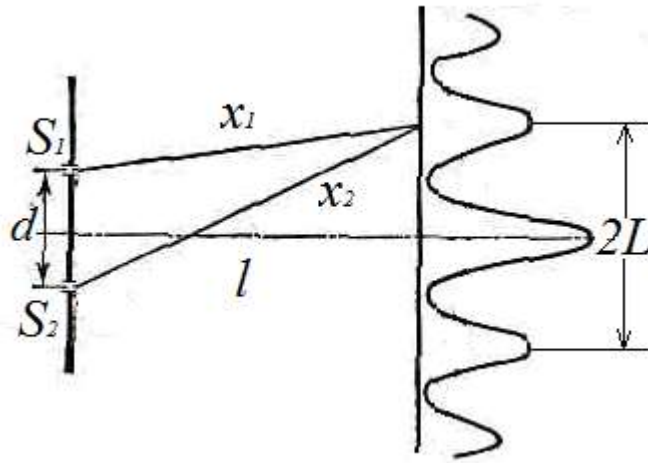


Рис.1. Интерференция на двух щелях волны информации.

Длина экрана – $2L$, расстояние до экрана – l , расстояние между щелями – d , положение частицы на экране – x .

При наличии двух щелей S_1, S_2 волновая функция имеет вид $\psi = \psi_1 + \psi_2$, где

$$\psi_1 = a_1 e^{2\pi i \left(\frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)}; \quad \psi_2 = a_2 e^{2\pi i \left(\frac{x_2}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)}.$$

В $|\psi|^2$ входит интерференционное слагаемое, увеличивающее (или уменьшающее) интенсивность $\sim \cos \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{\lambda}$, где

$$x_1 - x_2 = \Delta x \approx \frac{xd}{l} - \text{разность хода.}$$

При квантовом движении частицы разность хода соответствует неопределенности (флуктуациям) координат $\Delta x \geq \frac{h}{p}$. Для когерентных состояний именно эти флуктуации и определяют возможность разности хода даже для одной частицы. Условие $\Delta x = n\lambda$ и определяет появление интерференционных максимумов и связь длины информационной волны λ с импульсом $\lambda_{\max} = \frac{h}{p}$.

Т.о. неопределенность Δx представляет возможную разность хода и соответственно интерференционную картину волн информации. Место попадания частицы на экране по представленной «дорожной карте» не может быть определено как $\langle x \rangle = \langle \psi | x | \psi \rangle$, т.к. при точно определенном импульсе $\langle x \rangle = 0$. Это положение определяется соотношением $\Delta x = \frac{xd}{l}$, при $\Delta x = n\lambda$ и $\lambda_{\max} = \frac{h}{p}$, $p = \sqrt{2mE}$, $E \rightarrow eU, kT, \dots$

То есть $\langle x \rangle$ задается импульсом (энергией) приготовленного состояния частицы, участвующей в эксперименте и параметрами эксперимента.

Любое обстоятельство, приводящее к определенности так, что $\Delta x \rightarrow 0$ приводит к исчезновению интерференции. Действительно при $\Delta x \rightarrow 0$ определено x и $\Delta p \neq 0$ (что нарушает однородность пространства). Это приводит к появлению $\Delta \lambda \sim \frac{h}{\Delta p}$ и декогеренции волн информации – исчезновению интерференционной картины. В общем случае $x = \frac{h - \Delta xp}{\Delta p}$ и при интерференции, когда разность хода $\Delta x = \frac{xd}{l}$ имеем

$$x = \frac{h}{\Delta p + \frac{d}{l} p} = \frac{h}{\Delta P}. \quad (34)$$

Прибор (измерение) вносит дополнительную неопределенность $\Delta p' = \frac{d}{l} p$ в импульс. Т.о. без вмешательства «измерения» локализация может происходить только при $\Delta x \rightarrow 0$, но измерение вносит неопределенность $\Delta p'$ в импульс, даже при $\Delta p = 0$ приводит к локализации частицы с $x = \frac{h}{\frac{d}{l} p}$, и положение частицы определяется параметрами

измерения (прибора) и исходного приготовленного состояния (p) квантовой частицы.

Здесь уместно сделать несколько замечаний:

1. Возвращаясь к энтропии связи ΔS , отвечающей за квантовые корреляции, видим, что избавиться от этих корреляций в рамках квантового описания невозможно: $\Delta S \neq 0$ ни при каких условиях. Т.е. локализовать частицу без внешнего вмешательства (нарушение симметрии, измерение, «стороннее» взаимодействие) невозможно и, следовательно, квантовое описание нелокально по своей природе – либо квантовые корреляции, либо локализация объекта. Подчеркнем, что локализация происходит в физическом пространстве. Это означает, что измерение фиксирует частицу в физическом, а не «изотопическом» пространстве. Именно это и является коллапсом волновой функции

(информации) при измерении, которое переводит информацию в знание. Локализация приводит к переходу информации в «реальную», наблюдаемую физическую характеристику объекта. Этот переход фактически означает переход от представления линейными операторами и суперпозиции информационных волн к данной физической величине – её среднему значению, и в случае собственных состояний этих операторов – к конкретизации самого физического состояния. Конечно, информация не превращается в материю, а лишь определенно указывает где располагается плотность материи.

Это означает, что в микромире волновые свойства проявляет не материя, а характеристики движения материи (частицы) – флуктуации пространственно-временных координат. Эти флуктуации (как, впрочем, и другие) описываются вероятностью, которая вследствие волнового поведения самих флуктуаций, представима волнами вероятности (волновым процессом) в «изотопическом» информационном пространстве – времени. Волновые характеристики флуктуаций $\Delta x, \Delta t$ - длина волны и частота, в свою очередь, определяются импульсом и энергией «приготовленных» состояний, участвующих в движении частиц.

Для Δx связь такова $\Delta x \geq \frac{h}{p}$ и $\Delta x = \lambda$ (подобно и для Δt). Это позволяет утверждать,

что равенства $\frac{h}{p} = \lambda$, $h\nu = E$ являются следствием волнового характера флуктуаций, не

коим образом не соотношениями, подтверждающими волновые свойства материи. У материи нет волновых свойств. Т.е. корпускулярно-волновой дуализм состоит в двойственности флуктуаций пространственно-временных координат: с одной стороны (для когерентных состояний) $\Delta x = \frac{h}{p}$, вследствие того, что $h = \min \Delta S$ (действие) и физическое фазовое пространство – однородно, а с другой – соотношение $\Delta x = \lambda$ определяет разность хода, даже для одной частицы (!), и соответствующее условие интерференции волны вероятности – информации. Такое волновое поведение является объективно нелокальным, вследствие квантовых корреляций, и представляет виртуальные состояния объекта – информацию о нем, и лишь измерение (внешняя среда) может локализовать объект, предать ему «реальные черты» и знания о них.

На наш взгляд следует отличать информацию об объекте и знания о нем. Информация – объективная мера познаваемости объекта, явления (возможность получения знания).

Знание – субъективная мера познания объекта, явления наблюдателем.

Между тем и другим стоит процесс измерения. С этим процессом связано дополнительное изменение энтропии $\Delta S_{изм}$, которое, изменяя энтропию связи ΔS , разрушает квантовые корреляции и локализует частицу, возможно превращая её в классический объект. Мерой такого перевода является энтропия невязки [20] равная $\Delta S - \Delta S_{изм}$. Обращение $\Delta S - \Delta S_{изм}$ в нуль и определяет это превращение.

Кроме физического явления (системы) существует информация о нем и возможность наблюдателя фиксировать эту информацию – получать знания об явлении.

Примером отличия информации может служить следующее:

Пусть квантовая частица имеет момент количества движения $M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = l(l+1)$, (в единицах \hbar). При $l=1$, $M=2$ и трем проекциям момента соответствует магнитное квантовое число $m = 1, 0, \bar{1} \rightarrow x, z, y$.

Будем измерять M_z . Согласно постулату проектирования, этому измерению соответствует проектор $P_m = |m\rangle\langle m|$. Хотим определить M_z . Однако до измерения все три оси координат эквивалентны. Нет сомнения, что информация о M_z существует, но чтобы её получить (превратить в знание) необходимо зафиксировать систему координат. Т.е. фиксация системы координат (системы отсчета) необходима наблюдателю для получения знания.

Литература

1. Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А. (2002) Физика квантовой информации. Москва, Постмаркет, - 376 с.
2. Холево А.С. (2010) Квантовые системы, каналы, информация, Москва, из-во МУНМО, 327с.
3. Стайер Д. и др. (2002) Девять формулировок квантовой механики. Am. J. Phys. 70, 13.
4. Born N. (2001) Quantum Theory of Measurement. Edited W. Zurek, Princeton N.J. PUP.
5. Schrodinger E. (1978) Collected Paper on Wave Mechanics, Chellsea, New-York.
6. B.L.V. der Warder (1967) Sources of Quantum Mech., North-Holland, Amsterdam.
7. Heisenberg W. (1971) Physics and beyond, New-York, Harper Mol Rau.
8. Feynman R. (1948) Space-time approach to non-relativ. Q.M. Rev. Mod. Phys. 20, 367.
9. Wigner E. (1937) On the quantum correation for thermodynamic equilibrium, Phys. Rew. 40, 749.
10. Everett H. (1957) "Relative-State" Formulation of QM" Rev. of Modern. Phys. 29, 454.
11. Уаллес Д. Миры в эверетовой интрепритации arxiv: quant-ph/0103092VI. Матю 2001.
12. Fuchs C., Perecs A. (2000) Quantum Theory Needs no "Interpretation", Phys.To Day 53 (3), 70.
13. Griffilts R. (1984) Consistent Histories and the Interpretation on QM. J. Stat. Phys. 36, 219\$ (1999) Consisten Histories and Quant. Measurement, Phys. Today 52, 26.
14. Gramer J. (1988) The transaetional Interpritation on QM duf. J. Thear. Phys. 27, 227.
15. Valentini A. (1996) "Pilot-Wave Theory of fields, gravitation and cosmology in Cushin, Fine and Goldstein, 45-66.
16. Фон Нейман Д. (1964) Математические основы квантовой механики, М, Наука.
17. Fuchs C. Quantum Mechanics as Quantum anformation, Mostly, QL-3zy DRhoy.pdf.
18. Ehrenfest P.E. (1916) Adiabatische Invarianten und Quantentheorie. Ann. D. Phys. 51, 327.
19. Wien W.V. (1896) Anmaleu der Physik, Bd 58, s. 662-669.
- Коростылев В.М. 2000 Микромеханическая кинетика фотонного газа. Москва, Машиностроение, 238с.
20. Zurek W. (2003) Decoherence, einselection and the quantum origins of the classical. Rev. Mod. Phys. 75, 715; (2009) Nat. Phys. 5, 181.
21. Егорушкин В.Е. (2010) Физика неравновесных явлений (курс лекций) Томск, ИНТЛ, 203с.
22. Вейль Г (1986) Теория групп и квантовая механика, М., Наука. – 496 с.

1. Aspect A. and al. (1982) Experimental Test of Bell's inequalities..., Phys. Rev. Lett. 49, 1804.
23. Berry M. (1984) Quantice phase accompanying. Proc. R. Soc. Lond. A 392, 45.
24. Гантмахер В. Ф., Долгополов В. Т. 2008 Квантовые фазовые переходы... УФН, 178 №1
25. Арнольд В.И. (1979) Математические методы классической механики, М., Наука-431 с.; Чирков А.Г. 2008 Физические и математические основы нерелятивистской квантовой механики. С-Петербург, Из-во Полит. Университет, 313с.