

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Сверхсветовые волны в усиливающих средах

А.Н. Ораевский

В усиливающих средах могут распространяться стационарные волны со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. При этом принципы специальной теории относительности не нарушаются. Обсуждается возможность генерации аналогичных волн в процессах индуцированного рождения элементарных частиц.

PACS numbers: 42.50.Gy, 42.55.-f, 42.65.-k

Содержание

1. Введение (1311).
2. Сверхсветовой импульс излучения в усиливающей среде (1311).
3. Скорость распространения сверхсветового импульса (1313).
4. Математическая модель лазера и сверхсветовые стационарные волны (1313).
5. Параметрический распад фотонов в нелинейной среде и сверхсветовые волны (1318).
6. Сверхсветовое излучение (1319).
7. Сверхсветовые волны в усиливающих средах и физика элементарных частиц (1320).

Список литературы (1321).

1. Введение

В 60-х и начале 70-х гг. широко обсуждалась проблема возможности сверхсветового движения. Была выдвинута гипотеза существования сверхсветовых частиц — тахионов [1–3]. Для того чтобы оставаться в рамках специальной теории относительности, пришлось приписать тахионам мнимую массу покоя im_0 . Однако мнимая масса покоя тахионов не вызвала большой тревоги, так как считалось, что тахионы могут существовать только при скоростях u , больших скорости света в вакууме c . В этом отношении ситуация с тахионами не является исключительной. Ведь такие частицы, как фотоны и нейтрино, не могут двигаться со скоростью меньше c . При $u > c$ масса тахиона равна

$$m = \frac{m_0}{(u^2/c^2 - 1)^{1/2}} \quad (1)$$

и, значит, всегда вещественна.

Большие сложности вызвала проблема причинности. Способы примирить существование тахионов с

принципом причинности [2, 3] были хотя и остроумными, но не привели к безусловному успеху. К тому же зарегистрировать тахионы экспериментально пока не удалось. Поэтому интерес к проблеме тахионов как элементарных частиц постепенно угас.

Между тем в 1965 г. был обнаружен физический объект, движущийся со сверхсветовой скоростью. Это был импульс света стационарной формы, распространявшийся в лазере-усилителе со скоростью, превышающей скорость света в пустоте [4–7].

В 1974 г. была опубликована работа [8], в которой сверхсветовые движения связывались с распространением возмущений в неустойчивых средах. Авторы [8], рассматривая примеры неустойчивых сред, в качестве одного из них обсуждают и работу [4]. Развитие идеи сверхсветовых движений в неустойчивых средах было продолжено в [9]. Сравнительно недавно появилась публикация [10], в которой обсуждалась возможность "тахионоподобного" распространения света в усиливающей нерелаксирующей среде двухуровневых атомов — случай, абсолютно совпадающий с моделью, обсуждавшейся в [8]. Однако в [10] нет никаких упоминаний как о предшествующих экспериментальных и теоретических работах по усилению света [4–7], так и о работе [8], которые, по-видимому, остались неизвестными авторам [10]. Поэтому одним из побудительных мотивов написания настоящей статьи явилось желание восстановить историческую связь событий и обсудить ряд подробностей, связанных с существованием тахионоподобных волн в усиливающих средах.

2. Сверхсветовой импульс излучения в усиливающей среде

В начале 60-х гг. после открытия лазеров возникла проблема получения импульсов света длительностью порядка 1 нс (10^{-9} с), обладающих достаточно большой энергией. Для этого с помощью так называемого задающего лазера-генератора формировался короткий импульс света, который затем усиливался с помощью лазера-усилителя [3–6]. Схематическое изображение экспериментальной установки показано на рис. 1. Им-

А.Н. Ораевский. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 117924 Москва, Ленинский просп. 53, Россия
Тел. (095) 132-15-29
E-mail: oraevsky@sci.lebedev.ru

Статья поступила 20 апреля 1998 г.

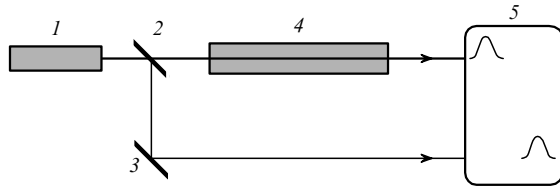


Рис. 1. Схематическое изображение установки для усиления коротких световых импульсов: 1 — задающий лазер-генератор; 2 — пластинка, расщепляющая луч задающего генератора на два луча; 3 — зеркало; 4 — усилитель; 5 — осциллограф.

пульс света от задающего генератора расщеплялся на две части. Одна, более мощная, часть пропусклась через усилитель. Другая часть распространялась в воздухе и в конечном счете служила репером, с которым можно сравнивать усиленный импульс. Оба импульса фиксировались приемниками излучения, сигналы которых подавались на осциллограф для визуального наблюдения. Ожидалось, что импульс в воздухе будет распространяться со скоростью, большей скорости импульса в усилителе. Априори полагалось, что должно происходить не только увеличение интенсивности импульса, проходящего через усилитель, но и изменение его формы за счет нелинейного усиления. Таково было ожидание. Реальный же результат эксперимента вызвал у исследователей изумление и некоторое замешательство. Распространяясь в усилителе, импульс не изменял своей формы. И самое парадоксальное состояло в том, что импульс через усилитель распространялся со скоростью большей, чем скорость света в вакууме. Обработка результатов показала, что скорость распространения импульса света в усилителе превышала скорость распространения света в вакууме в несколько раз!

Замешательство среди физиков, связанных с этими исследованиями, длилось недолго. Ни у кого не возникло даже малейшего сомнения в принципах специальной теории относительности. Именно это и помогло достаточно быстро найти правильный ответ: ведь если не сомневаться в основных принципах теории относительности, то сразу становится ясно, что с исследователями сыграла шутку усиливающая среда.

Задающий лазер-генератор излучает импульс света, имеющий передний фронт, начальная стадия которого нарастает во времени по закону $\exp(t/\tau)$. Характерное время τ определяется параметрами задающего генератора. На рисунке 2 представлена временная развертка светового импульса от лазера-генератора. Стрелка указывает на длинную начальную стадию импульса. Как правило, она по своей протяженности в несколько десятков раз превышает длительность ядра импульса, которую обычно принято измерять на половине максимальной интенсивности. Эта длинная начальная стадия импульса является его передним фронтом при входе в лазер-усилитель (см. рис. 3). В усилителе фотоны, представляющие в совокупности импульс света, движутся со скоростью, соответствующей скорости света в среде усилителя, которую часто называют "активной средой".

В активной среде, наряду с усилением, могут происходить процессы, приводящие к потере энергии импульсом света. В итоге усиление определяется разностью между увеличением концентрации фотонов за счет энер-

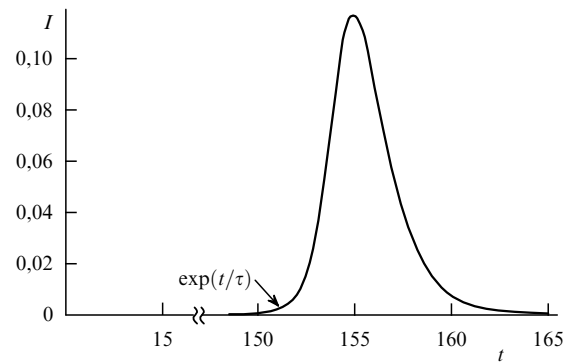


Рис. 2. Форма импульса задающего генератора. Ось абсцисс — время, ось ординат — концентрация фотонов. Обе величины даны в относительных единицах.

гии активной среды и ее уменьшением за счет процессов поглощения.

Для наглядности вообразим, что мы наблюдаем за импульсом с помощью прибора, движущегося со скоростью света в усиливающей среде. Если бы среда, в которой распространяется импульс света, была прозрачной, мы бы видели импульс, как застывшую картину: неизменным во времени и распределенным по концентрации фотонов во времени и распределенным по концентрации фотонов в пространстве (рис. 3, график 1). Но среда усиливает. Поэтому количество фотонов в каждой точке изменяется со временем. В начальной области импульса, где концентрация фотонов не слишком велика, этот рост пропорционален их концентрации (линейное усиление). В той области, где концентрация фотонов достаточно велика, усиление меньше линейного. Наконец, там, где запас энергии в среде существенно истощен путем передачи ее световому импульсу, наблюдается даже уменьшение концентрации фотонов. В этой области среда лишь поглощает, потеряв возможность усиливать. Поглощение практически всегда пропорционально концентрации фотонов. На рисунке 3 (график 2) представлен неподвижный импульс света, усиленный в передней и ослабленный в задней его части. Но что же в итоге сделала усиливающая среда? Она как бы подвинула импульс вперед! Раз прибор движется со скоростью света, а импульс за время

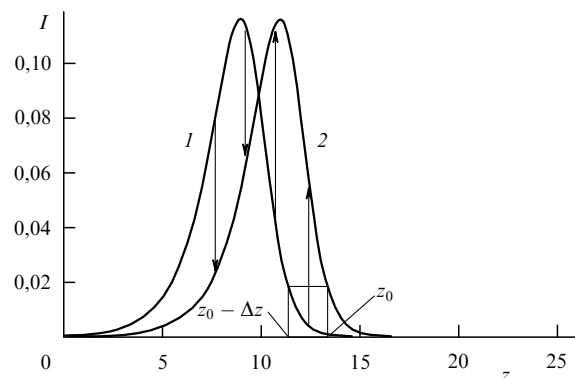


Рис. 3. Импульс света в усилителе в системе координат, движущейся со скоростью света. Все величины даны в относительных единицах. График 2 получен из графика 1 путем увеличения (за счет усиления) одних областей (стрелки направлены вверх) и путем уменьшения (за счет поглощения) других областей (стрелки направлены вниз).

наблюдения переместился вперед по отношению к прибору, значит, он распространяется со скоростью, большей скорости света! Именно это явление и было зафиксировано экспериментаторами в описанных выше опытах. Как мы видим, противоречия с теорией относительности нет: ведь фотоны сами по себе перемещаются со скоростью света. Просто из-за усиления концентрация *ранее вышедших* фотонов оказывается больше, чем вышедших позже. Перемещаются со сверхсветовой скоростью не фотоны, а огибающая импульса, в частности, его максимум. Импульс как бы "перекатывается" по выдвинутому вперед экспоненциальному фронту. Сверхсветовой "снос" обеспечивает и стационарность распространяющейся волны.

После того, как стал понятен механизм сверхсветового распространения импульса света, удалось, и успешно, решить первоначальные задачи эксперимента. Дело в том, что максимум импульса, "перекатываясь" по его переднему фронту, должен в конце концов подойти к началу импульса. (С этого момента он должен усиливаться и сокращаться.) Однако из-за достаточно длинного переднего фронта это может потребовать большой длины усилителя. Максимум импульса может достичь конца усилителя так и не добежав до своей начальной точки. Фактически это и происходило в экспериментах, о которых шла речь выше. Поэтому для успешного решения задачи увеличения энергии и сокращения длительности импульса света пришлось отсечь его длинный передний фронт с помощью специального затвора, т.е. была отсечена дорожка, по которой импульс мог катиться со сверхсветовой скоростью. Импульс с отсеченным передним фронтом распространяется в среде усилителя со скоростью света, насыщается энергией (усиливается) и сокращается [5, 6]. Но формирование мощного и короткого импульса лазерного излучения — это специальная тема, которая выходит за рамки этой статьи.

3. Скорость распространения сверхсветового импульса

Вычислим скорость распространения сверхсветовой волны (ССВ). Эксперимент показывает, что ССВ распространяется как единое целое, не меняя своей формы. Это значит, что максимум импульса распространяется с той же скоростью, что и его менее интенсивные части. Поэтому для проведения расчетов выберем малоинтенсивную часть переднего фронта импульса, для которой процесс усиления носит линейный характер. Обозначим через u искомую скорость и рассмотрим две точки, разделенные малым пространственным интервалом Δz (см. рис. 3). Время, за которое объект, движущийся со скоростью u , проходит этот интервал, равно $\Delta t = \Delta z/u$. Как уже отмечалось, световой импульс покоится в системе координат, движущейся со скоростью света в среде, но усиливается за счет взаимодействия с активной средой. В линейной области увеличение концентрации фотонов ΔI_+ в точке z_0 за счет усиления в течение малого интервала времени Δt пропорционально этому интервалу и концентрации фотонов $I(z_0)$ в данной точке пространства:

$$\Delta I_+ = \kappa c I(z_0) \Delta t. \quad (2)$$

Величину κ обычно называют погонным (или дифференциальным) коэффициентом усиления. Аналогично,

уменьшение концентрации фотонов ΔI_- за счет поглощения

$$\Delta I_- = -\alpha c I(z_0) \Delta t, \quad (3)$$

где α — погонный (дифференциальный) коэффициент поглощения. Суммарное относительное изменение концентрации фотонов в точке z_0 за время Δt

$$\frac{\Delta I}{I(z_0)} = \frac{\Delta I_+ + \Delta I_-}{I(z_0)} = (\kappa - \alpha) c \Delta z. \quad (4)$$

Ранее уже отмечалось, что передний фронт импульса света, выходящего из лазера, в области малой концентрации фотонов нарастает во времени по закону $\exp(t/\tau)$. За малый интервал времени $\Delta z/u$ относительное изменение концентрации фотонов равно $\Delta z/ut$. Поэтому число фотонов в точке z_0 в момент времени $t + \Delta t$ будет равно числу фотонов в точке $z_0 - \Delta z$ в момент времени t , если $\kappa c \Delta t = \Delta z/ut$. Импульс выглядит сместившимся на расстояние Δz за время Δt (см. рис. 3). Значит, скорость его смещения в движущейся системе координат равна $\Delta u = \Delta z/\Delta t$. Суммарная же скорость ССВ в лабораторной системе координат есть $u = c + (\kappa - \alpha) c u t$, или

$$u = \frac{c}{1 - (\kappa - \alpha) c t}. \quad (5)$$

Формула (5) показывает, что при тех значениях параметров, когда

$$0 < (\kappa - \alpha) c t < 1, \quad (6)$$

u может заметно превышать скорость света. Скорость ССВ зависит как от параметров усилителя через его коэффициент усиления, так и от параметров задающего генератора через характерное время τ . Изменяя τ , можно управлять скоростью распространения импульса, не меняя параметров усиливающей среды.

Для иллюстрации приведем численный пример. Пусть коэффициент усиления $\kappa = 0,003 \text{ см}^{-1}$, $\alpha = 0,001$, $\tau = 2,5 \times 10^{-8} \text{ с}$. Такие значения параметров вполне реально получить на эксперименте. Скорость света в материале усилителя $2 \times 10^{10} \text{ см}^{-1}$ (показатель преломления материала принят равным 1,5). В этом случае, согласно (4), скорость распространения импульса в 11 раз превышает скорость света в материале усилителя и в 7,3 раза скорость света в вакууме. Подбором параметров можно получить и другие значения скорости распространения максимума импульса света.

А что же происходит с импульсом света, если $(\kappa - \alpha) c t > 1$ или $(\kappa - \alpha) c t < 0$? В первом из этих случаев усиление столь велико, что максимум волны усиления возникает в самом начале импульса и смещается в сторону, обратную направлению распространения импульса света. Во втором случае проведенное рассмотрение просто теряет смысл, так как среда в целом является не усиливающей, а поглощающей.

4. Математическая модель лазера и сверхсветовые стационарные волны¹

Количественные закономерности распространения ССВ можно описать, основываясь на следующей достаточно

¹ Здесь излагаются сведения, хорошо известные специалистам в области лазерной физики. Однако автор надеется, что статья заинтересует более широкий круг читателей.

простой модели резонансного взаимодействия света с веществом. Предположим, что взаимодействие вещества с полем носит электрический характер. Тогда распространение электромагнитного поля в веществе можно описать с помощью волнового уравнения для электрической компоненты электромагнитного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 2\alpha c_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{P}_T(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где c_0 — скорость света в вакууме, $\mathbf{P}_T(\mathbf{r}, t)$ — поляризация среды усилителя. Последнюю естественно подразделить на две части: $\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$. Величина $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ описывает поляризацию атомов, непосредственно "ответственных" за усиление в среде (рабочих атомов). Они находятся в возбужденном состоянии и резонансно взаимодействуют с полем излучения. Для ее описания необходима динамическая модель, о которой речь пойдет ниже. Величина $\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t)$ описывает вклад в поляризацию всех остальных атомов среды, концентрация которых, как правило, много больше концентрации рабочих атомов. Эту часть поляризации можно считать квазиравновесной и описывать соотношением

$$\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t) = \hat{\chi}_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (8)$$

Для наших дальнейших целей оператор $\hat{\chi}_0$ можно считать константой. Суммарная поляризация среды, с учетом поправки Лоренца на действующее поле, оказывается равной [11]

$$\mathbf{P}_T(\mathbf{r}, t) = \chi_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\varepsilon_0 + 2}{3} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t), \quad \varepsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_0. \quad (9)$$

В итоге уравнение (6) запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{c_0^2}{\varepsilon_0} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 2\alpha c_0 \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \\ = -4\pi \frac{\varepsilon_0 + 2}{3\varepsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (10a)$$

Наиболее распространенная модель для описания динамики поляризации рабочих атомов — так называемое двухуровневое приближение. В атоме, взаимодействующем с полем, принимаются в расчет только два энергетических уровня, переход между которыми находится в резонансе с частотой действующего поля (рабочие уровни). Можно показать [11–13], что поляризация атомов $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ подчиняется уравнениям

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \frac{2}{\tau_2} \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = -2\omega_0 \frac{|\mu|^2}{\hbar} N E_L, \quad (10б)$$

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau_1} (N - N^{(0)}) = J(t) + \frac{2}{\hbar\omega_0} E_L \frac{dP}{dt}, \quad (10в)$$

где τ_2 — время релаксации поляризации, определяющее ширину спектральной линии, τ_1 — время релаксации населенности уровней, ω_0 — частота перехода между рабочими уровнями атомов, μ — матричный элемент дипольного момента, соответствующий этому переходу. В уравнения (10б, в) входит действующее на частицу поле, которое связано с максвелловским полем, входящим в уравнение (8), соотношением [11]

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_0 + 2}{3} \left[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \right]. \quad (11)$$

В уравнениях (10б, в) наряду с поляризацией фигурирует динамическая переменная N — разность населенностей рабочих уровней активной среды, которые находятся в резонансе с частотой электромагнитного поля. $N^{(0)}$ — значение разности населенностей рабочих уровней в отсутствие накачки. В состоянии термодинамического равновесия $N^{(0)}$ определяется больцмановским распределением. Как уже отмечалось, для усиления необходимо (но не достаточно!), чтобы населенность верхнего рабочего уровня превышала населенность нижнего, т.е. разность населенностей была бы положительной. Для этого необходима подкачка энергии в систему путем перевода атомов с нижнего энергетического уровня на верхний. Подкачка описывается членом $J(t)$. Уравнения (10) содержат все принципиально важные обстоятельства, связанные как с работой лазера, так и с прохождением импульса света через усилитель. За дополнительной информацией мы отсылаем читателя к статье "Лазер" и другим статьям в Физической энциклопедии [14], относящимся к лазерной тематике.

Система уравнений (10), как модель лазера, широко применяется для исследования динамики квантовых генераторов и усилителей (см., например, [12–22]).

Соотношения между входящими в уравнения параметрами таковы, что их анализ может быть проведен методом "медленных комплексных амплитуд". Применительно к описанию волны усиления поле и поляризация представляются в виде плоской волны²:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}(z, t) \exp(k_0 z - \omega_0 t), \\ \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{B}(z, t) \exp(k_0 z - \omega_0 t), \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $A(z, t)$, $B(z, t)$ — медленные, по сравнению с быстроосциллирующей экспонентой, функции времени и координаты. Разность населенностей $N(z, t)$ также следует считать медленной функцией координаты и времени. Подробно процедура подстановки (12) в уравнения (9) изложена, например, в [11, 14, 16, 17]. В результате этой подстановки получается следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} + \tilde{\alpha} c \mathbf{A} = i\beta \mathbf{B},$$

$$c = \frac{c_0}{\varepsilon_0}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad \beta = 2\pi\omega_0 \frac{\varepsilon_0 + 2}{3\varepsilon_0}; \quad (13a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \frac{1}{\tau_2} \mathbf{B} = -i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N \mathbf{A}, \quad \tilde{\mu}^2 = |\mu|^2 \frac{\varepsilon + 2}{3}; \quad (13б)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\tau_1} N = \tilde{J}(t) + \frac{i}{2\hbar} (A B^* - A^* B), \quad \tilde{J} = J + \frac{N^{(0)}}{\tau_1}. \quad (13в)$$

В (13б) мы пренебрегли членом $4\pi(\varepsilon_0 + 2)\mu^2 NB/(9\hbar)$ в сравнении с B/τ_2 . В лазерных средах, используемых обычно в усилителях мощных импульсов света, отношение этих членов не превышает 0,01.

Несмотря на относительную простоту системы уравнений (13), всесторонний ее анализ возможен только численно. Численные расчеты [7] в полном соответствии

² В случае лазера-генератора активная среда помещается в резонатор; и поле, и поляризация обычно представляются в виде разложения в ряд по собственным функциям резонатора.

с экспериментом показывают, что в определенных условиях при распространении в усиливающей среде импульс света приобретает *стационарную* форму:

$$\mathbf{A}(z, t) = \mathbf{A}(\xi), \quad \mathbf{B}(z, t) = \mathbf{B}(\xi),$$

$$N(z, t) = N(\xi), \quad \xi = t - \frac{z}{u},$$

где u — пока неизвестная скорость распространения импульса. В таком случае уравнения (13) принимают вид

$$\left(1 - \frac{c}{u}\right) \frac{d\mathbf{A}}{d\xi} + \tilde{\alpha}c\mathbf{A} = i\beta\mathbf{B}, \tag{14a}$$

$$\frac{d\mathbf{B}}{d\xi} + \frac{1}{\tau_2} \mathbf{B} = -i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N\mathbf{A}, \tag{14б}$$

$$\frac{dN}{d\xi} + \frac{1}{\tau_1} N = \tilde{J}(t) + \frac{i}{2\hbar} (\mathbf{A}\mathbf{B}^* - \mathbf{A}^*\mathbf{B}). \tag{14в}$$

Если импульс стационарен, то те его части, где поле велико, распространяются с той же скоростью, что и малоинтенсивные. В малоинтенсивной области импульса уравнения (12) можно линеаризовать. В уравнении (14в) можно пренебречь членом $(i/2\hbar)(\mathbf{A}\mathbf{B}^* - \mathbf{A}^*\mathbf{B})$, так как он является произведением двух малых величин. Тогда это уравнение сразу же решается, и его стационарное решение при постоянной накачке есть $N = \tilde{J}\tau_1 \equiv N_0$. Подставляя это значение N в уравнение (14б), получим систему двух линейных уравнений, так как N_0 — постоянная величина:

$$\left(1 - \frac{c}{u}\right) \frac{d\mathbf{A}}{d\xi} + \tilde{\alpha}c\mathbf{A} = i\beta\mathbf{B},$$

$$\frac{d\mathbf{B}}{d\xi} + \frac{1}{\tau_2} \mathbf{B} = -i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N_0\mathbf{A}. \tag{15}$$

Представляя решение системы (15) в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}_1 \exp \frac{\xi}{\tau}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{C}_2 \exp \frac{\xi}{\tau}, \tag{16}$$

получим характеристическое уравнение, связывающее между собой характеристическое время нарастания переднего фронта импульса, коэффициент усиления и скорость распространения импульса:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{c}{u}\right) + \tilde{\alpha}c & -i\beta \\ i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N_0 & \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_2} \end{vmatrix} = 0, \tag{17}$$

или

$$u = \frac{c}{1 - [\kappa\tau/(\tau + \tau_2) - \tilde{\alpha}]c\tau}, \tag{18}$$

где $\kappa = \beta(\tilde{\mu}^2/\hbar)\tau_2 N_0$ — дифференциальный коэффициент усиления слабого поля. Мы видим, что более последовательная теория приводит к выражению для скорости распространения импульса усиления, совпадающему с (5), если $\tau_2 \ll \tau$. Множитель $\tau/(\tau + \tau_2)$ можно интерпретировать следующим образом. Модели активной среды в форме уравнений (10б, в) соответствует лоренцева спектральная форма коэффициента усиления с характер-

ной шириной $1/\tau_2$. Значит, коэффициент усиления не одинаков для различных спектральных компонент усиливаемого импульса. Чем меньше длительность импульса τ , тем шире его спектр. Так как усиление падает с увеличением отстройки спектральной компоненты импульса от резонансной частоты усиливающей среды, среднее значение коэффициента усиления уменьшается с уменьшением τ , что и отражает формула (17).

Форма распространяющегося импульса зависит от того, действует ли накачка непрерывно или усиление создано накачкой, представляющей собой короткий импульс. При непрерывной накачке амплитуда волны экспоненциально растет в линейной части переднего фронта и асимптотически приближается к стационарному значению. В том случае, когда $\tilde{\alpha}c/(u - c) \gg \tau_1^{-1}$, приближение к стационарному значению может быть осцилляторным (рис. 4). Временной интервал между первым и вторым всплесками определяется интенсивностью накачки. В системах, подобных исследованной в [3], этот интервал на много порядков превышает длительность первого всплеска. Поэтому осцилляторная форма ССВ экспериментально не наблюдалась. В случае, когда $\tilde{\alpha}c/(u - c) \ll \tau_1^{-1}$, приближение амплитуды к стационарному значению имеет плавный характер (рис. 5) и описывается неявной формулой:

$$\frac{A^2}{(r - 1 - A^2/A_s^2)^r} = A_0^2 \exp \frac{2\xi}{\tau}, \tag{19}$$

где A_0 — начальное (стартовое) значение поля, $A_s = (\tilde{\mu}/\hbar)\sqrt{\tau_1\tau_2}$ — так называемая насыщающая ампли-

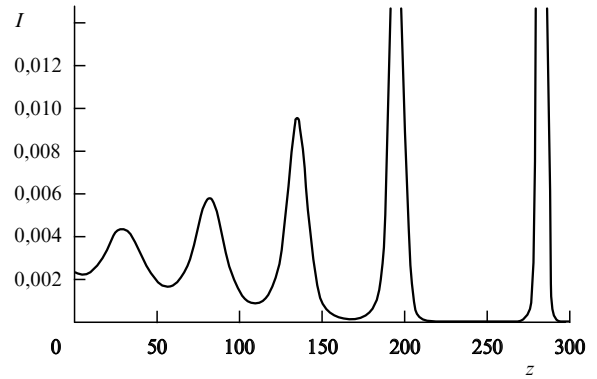


Рис. 4. Осцилляторная форма сверхсветовой волны.

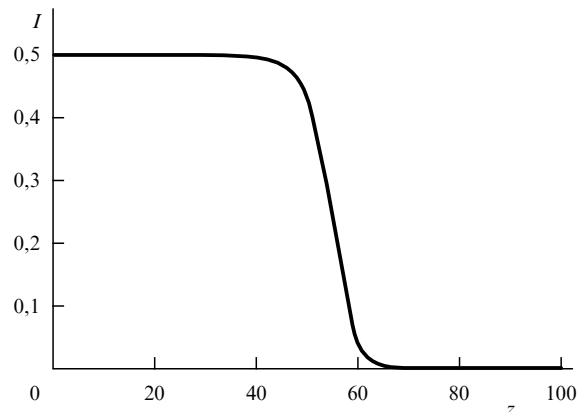


Рис. 5. Плавная форма сверхсветовой волны.

туда поля, $r = \kappa/\tilde{\alpha}$. Характерное время нарастания экспоненциального переднего фронта τ не определяется параметрами усилителя, а является дополнительным параметром, привносимым "извне". Это характерное время задается формой переднего фронта усиливаемой волны, которая, проникая в усилитель извне, "выстиляет" дорожку для ССВ. Таким образом, ССВ не может родиться в однородно возбужденном усилителе за счет спонтанного испускания фотонов. Ее возникновение требует именно экспоненциального переднего фронта импульса. Если форма переднего фронта увеличивается плавнее экспоненты, импульс бежит ускоренно до достижения им стационарной формы. Если же форма переднего фронта круче экспоненциальной (например, гауссова), импульс распространяется со скоростью света и, увеличивая интенсивность, сокращает свою длительность [6].

Очевидно, что для усиления необходимо $r > 1$. Если r превышает единицу незначительно, то формула (18) позволяет выписать форму волны в явном виде:

$$A^2(\xi) = A_0^2 \frac{(r-1) \exp(2\xi/\tau)}{1 + (A_0^2/A_s^2) \exp(2\xi/\tau)}. \quad (20)$$

Исследование стационарного значения на устойчивость показывает, что в области параметров, удовлетворяющих соотношениям

$$a > b + 1, \quad r > \frac{a(a+b+3)}{a-b-1}, \quad (21)$$

где

$$a = \alpha c \tau_2 \frac{u}{u-c}, \quad b = \frac{\tau_2}{\tau_1},$$

распространение волны становится хаотическим [19]. Это аналог хаотической генерации в лазерах-генераторах. Процесс хаотической генерации в лазерах впервые был предсказан в [20, 21] и в настоящее время подробно исследован как теоретически, так и экспериментально [14, 21]. Первое из соотношений (21) требует достаточно большого коэффициента поглощения фотонов. Отличие лазера-усилителя от лазера-генератора состоит в том, что эффективное поглощение в усилителе может регулироваться скоростью распространения ССВ. На рисунке 6 приведен пример хаотического режима. Для того, чтобы подчеркнуть хаотический характер процесса, на рис. 6 показаны изменения амплитуды и фазы.

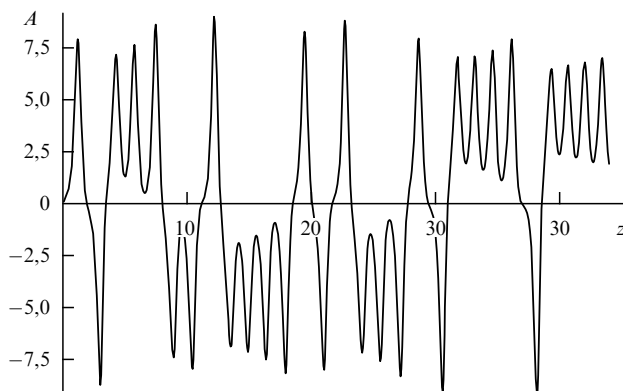


Рис. 6. Хаотическая форма сверхсветовой волны ($a = 3, b = 1, r = 22$).

В отличие от лазеров-генераторов хаотический режим в лазерах-усилителях исследован мало из-за сложности как теоретической модели (уравнения в частных производных), так и постановки эксперимента. Наиболее существенная трудность в постановке эксперимента — подавить усиление спонтанного излучения (суперлюминесценцию) в активной среде с достаточно большим коэффициентом усиления. Этого можно достичь, добавляя в активную среду частицы, резонансно поглощающие на той же частоте, что и рабочие атомы. Добавочные атомы должны иметь *большое* сечение поглощения, чтобы присутствие их в *малой* концентрации подавило усиление спонтанных возмущений [23, 24]. Развитию же возбуждений достаточно большой амплитуды добавочные атомы не будут препятствовать, так как (из-за большого сечения) поглощение в ней будет насыщаться уже при сравнительно малых интенсивностях излучения.

Модель с насыщающимся поглощением состоит в добавлении в (14а) члена $\alpha_1/(1 + \sigma A^2)$, так что (14а) модифицируется в следующее уравнение:

$$\left(1 - \frac{c}{u}\right) \frac{d\mathbf{A}}{d\xi} + \left(\tilde{\alpha} + \frac{\alpha_1}{1 + \sigma A^2}\right) c\mathbf{A} = i\beta\mathbf{B}. \quad (14а')$$

Уравнения (14б, в) остаются неизменными. Численное интегрирование системы уравнений (14а, б, в) приводит к результату, представленному на рис. 7. Видно, что через некоторое время волна прерывается, несмотря на непрерывную накачку. Длительность волны, хотя и зависит от стартового значения амплитуды, но носит хаотический характер. Этот, на первый взгляд неожиданный, результат объясняется следующим образом. Нетрудно видеть, что система уравнений (14) имеет нулевое решение, если в какой-либо момент времени амплитуда поля и поляризации одновременно обращаются в нуль³. При хаотическом режиме поле излучения и поляризация раз от разу проходят через нулевое значение (см. рис. 6). Но это не останавливает процесс, поскольку поляризация и поле не проходят через нуль одновременно. Однако в модели с насыщающимся поглощением генерацию может остановить не только одновременное обращение поля и поляризации в нуль, но и одновременное уменьшение абсолютного значения их амплитуды до значения меньше критического, опре-

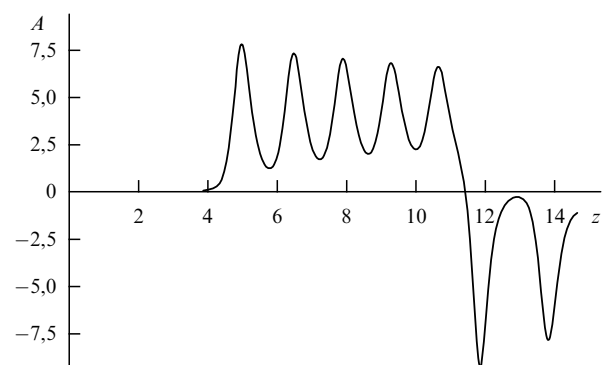


Рис. 7. Хаотическая форма сверхсветовой волны в среде с насыщающимися потерями ($a = 3, b = 1, r = 22, a_1 = 30, \sigma = 1000$).

³ При учете спонтанного излучения развитие процесса не остановится полностью, однако задержится во времени.

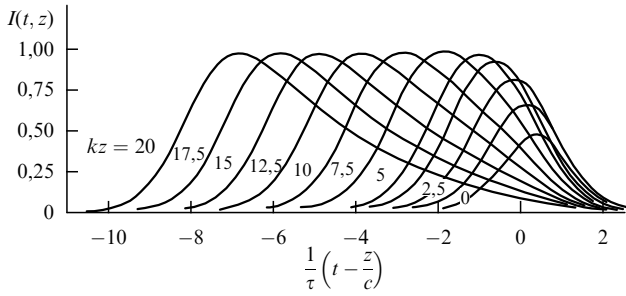


Рис. 8. Выход импульса на режим стационарного распространения.

деляемого насыщающимся поглотителем. Это рано или поздно происходит, так что развитие процесса прекращается.

Аналитическое решение уравнений (14) при импульсной накачке получить не удастся. Численное исследование уравнений (13) показывает [7], что при выполнении условий (6) формируется стационарный импульс (рис. 8).

Аналитическое решение удастся найти, если пренебречь поглощением в активной среде усилителя, а релаксационные процессы считать медленными в сравнении с длительностью импульса. Распространение импульса в такой среде подчиняется уравнениям (13), в которых $\alpha = 0$ и $1/\tau_1 = 1/\tau_2 = 0$. В этом случае решения уравнений (13а, б) могут быть получены в аналитическом виде:

$$B = -iN_0\tilde{\mu} \sin \psi, \quad N = N_0 \cos \psi, \quad \psi = \frac{\tilde{\mu}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\xi} A(\xi') d\xi'. \quad (22)$$

Используя (21), уравнение (12а) преобразуем к виду

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = \frac{1}{\tau_2} \sin \psi, \quad \frac{1}{\tau_2} = \frac{u}{u-c} \beta \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N_0. \quad (23)$$

Это уравнение хорошо известно в теории солитонов [25]. Если τ_0^2 — положительная величина, то оно имеет решение в виде одиночного стационарного импульса:

$$A(\xi) = \frac{2\hbar}{\tilde{\mu}\tau} \operatorname{sech} \frac{\xi}{\tau}. \quad (24)$$

Значит, в усиливающей среде ($N_0 > 0$) стационарный уединенный импульс может распространяться только со сверхсветовой скоростью ($u > c$). Скорость распространения импульса тесно связана с величиной τ , характеризующей его длительность. Она может быть выражена в явном виде:

$$u = \frac{c}{1 - \chi c \tau^2 / \tau_2}. \quad (25)$$

Формула (25) может быть получена из (18), если в последней пренебречь поглощением в активной среде и считать $\tau \ll \tau_2$.

Импульс, описываемый формулой (24), обладает интересным свойством. Нетрудно вычислить, что

$$\psi(\infty) = \frac{\tilde{\mu}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) d\xi = 2\pi. \quad (26)$$

Поэтому импульсы (24) получили название 2π -импульсов. Их особенность состоит в том, что они при распро-

странении в среде оставляют ее в прежнем состоянии. Действительно, из (22) видно, что разность населенностей энергетических уровней N с возрастанием ψ сначала уменьшается и становится отрицательной: передняя часть импульса света "изымает" всю энергию, запасенную в заданной точке пространства в области прохождения импульса. Затем изъятая энергия возвращается обратно. Численные исследования показывают [7, 26], что одиночные 2π -импульсы в усиливающей среде неустойчивы. Вошедший в усиливающую среду импульс с площадью, несколько меньшей 2π , трансформируется в два импульса: стационарный сверхсветовой 2π -импульс и следующий за ним стационарный π -импульс. Однако эти детали не меняют существа излагаемой проблемы.

Уравнения (10а, б) представляют собой модель так называемой однородно уширенной линии, когда спектральные характеристики среды определяются лишь τ_2 — временем релаксации поляризации. В практике чаще встречаются среды с неоднородно уширенной спектральной линией, когда наряду с временем релаксации в уширение линии вносит вклад разброс резонансных частот отдельных рабочих атомов. В газовых средах это прежде всего зависимость резонансной частоты от скорости атома вследствие эффекта Доплера. В твердотельных средах это небольшой разброс частот рабочих атомов из-за того, что разные атомы имеют различное смещение по отношению к узлам образующей кристалл решетки. Для неоднородно уширенной спектральной линии уравнения (13) можно модифицировать в следующую систему:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = i\beta \int \mathbf{B}(\Omega, t) g(\Omega, \omega_0) d\Omega, \quad (27а)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\Omega - \omega_0) \right] B(\Omega, t) = -i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N(\Omega, t) A(t), \quad (27б)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\Omega, t) = \tilde{J}(\Omega) + \frac{i}{2\hbar} [\mathbf{A}(t)\mathbf{B}^*(\Omega, t) - \mathbf{A}^*(t)\mathbf{B}(\Omega, t)]. \quad (27в)$$

В этой системе уравнений Ω означает индивидуальную частоту рабочего атома. Анализ показывает [26], что уединенная стационарная волна в форме (24) является решением и этой системы уравнений. Однако в формулу для скорости распространения ССВ

$$u = \frac{c}{1 - \chi c \tau} \quad (28)$$

характерное время τ входит в первой степени. Это можно интерпретировать следующим образом. При выводе формулы (28) неоднородная ширина линии предполагается заметно большей спектральной ширины импульса, определяемой обратным значением τ . Поэтому весь спектр импульса усиливается практически равномерно с коэффициентом усиления χ .

Энергия электромагнитного поля, содержащаяся в ССВ, может быть связана со скоростью их распространения. Например, в случае идеальной среды энергия, приходящаяся на единицу площади поперечного сечения 2π -импульса, распространяющегося в среде с неоднородной шириной спектральной линии $\Delta\omega$, есть

$$W = \int \frac{E^2}{8\pi} dz = 2\hbar\omega \frac{N_0}{\Delta\omega} \frac{u^2}{u-c}. \quad (29)$$

Попутно заметим, что 2π -импульсы, возвращая среду в исходное состояние, могут распространяться без изменения интенсивности даже в резонансно *поглощающей* среде⁴. Из (23) следует, что в этом случае их скорость распространения меньше скорости света. Поэтому детальный анализ распространения 2π -импульсов в поглощающей среде не является предметом настоящей статьи. Более детальные сведения на эту тему можно почерпнуть из [26].

В [9] исследовался спектр слабых возбуждений, соответствующий линеаризованной системе уравнений, описывающей усилитель без потерь и релаксации:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = i\beta \mathbf{B}, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -i \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N_0 \mathbf{A}. \quad (30)$$

Этой системе соответствует характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_0)^2 - (k - k_0)(\omega - \omega_0) + \omega_R^2 &= 0, \\ \omega_R^2 &= \beta \frac{\tilde{\mu}^2}{\hbar} N_0. \end{aligned} \quad (31)$$

Определяемая им связь между частотой поля ω и его волновым числом k изображена на рис. 9. Ветвям для положительных значений $k - k_0$ соответствуют "медленно бегущие" возбуждения, ветвям для отрицательных значений $k - k_0$ — "быстро бегущие" возбуждения. Скорость распространения возбуждений в точке слияния верхней и нижней ветвей полностью определяется параметрами системы и равна

$$u = \frac{\omega}{k} \approx \frac{c}{1 - \omega_R/\omega_0}. \quad (32)$$

Она отличается от скорости распространения уединенной стационарной волны. Скорость последней зависит от κ — дифференциального коэффициента усиления среды, в то время, как $\omega_R \propto \sqrt{\kappa}$. У ССВ малой амплитуды, определяемой ветвями левой дисперсионной кривой, имеются конкуренты. В интервале

$$-\omega_R < c(k - k_0) < \omega_R \quad (33)$$

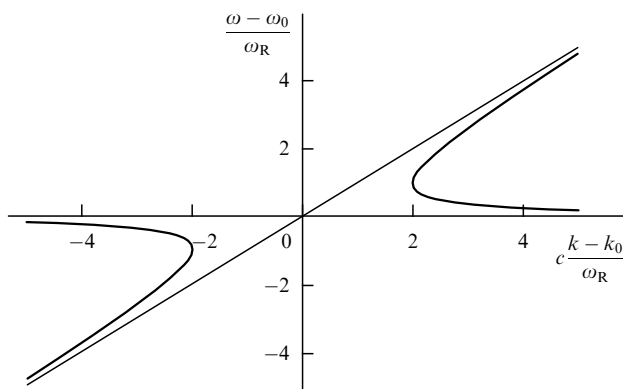


Рис. 9. Дисперсионные кривые малых возмущений в усиливающей среде с однородным усилением линии.

⁴ Речь идет о резонансной части среды усилителя. Что касается нерезонансного поглощения, описываемого коэффициентом α , то оно должно отсутствовать (идеальная среда) или быть очень малым.

волны малых возмущений имеют комплексные значения частот и нарастают во времени. Наибольший декремент нарастания имеет волна с $k = k_0$. Ее комплексная частота $\omega = \omega_0 \pm i\omega_R$, так что волна нарастает во времени пропорционально $\exp(\omega_R t)$. Со временем она подавит сверхсветовые возбуждения малой амплитуды. В отличие от возбуждений малой амплитуды, рассмотренные выше уединенные стационарные сверхсветовые волны устойчивы.

Любопытно дисперсионное соотношение

$$(\omega - \omega_0) - (k - k_0) = i\pi\omega_R^2 g(\omega, \omega_0) \quad (34)$$

для малых возмущений в средах с неоднородным уширением спектральной линии. Оно соответствует линеаризованной системе уравнений (27) (при условии, что форм-фактор неоднородного уширения $g(\Omega, \omega_0)$ не имеет полюсов). В качестве форм-фактора часто используется гауссиан

$$g(\Omega, \omega_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\omega} \exp\left[-\frac{(\Omega - \omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right] \quad (35)$$

с неоднородной шириной линии $\Delta\omega$. Из уравнения (34) следует, что в случае неоднородно-уширенной линии существуют только нарастающие малые возбуждения. Стационарные малые возбуждения не существуют вообще.

5. Параметрический распад фотонов в нелинейной среде и сверхсветовые волны

Ясно, что резонансно усиливающие среды не являются монополистом в области генерации стационарных ССВ, которые можно обнаружить практически в любых процессах, где решающую роль играет *индуцированное* усиление. В оптике к таким процессам можно отнести вынужденное рассеяние Мандельштамма–Бриллюэна, вынужденное комбинационное рассеяние, рассеяние крыла линии Рэлея, вынужденные температурное и энтропийное рассеяния и другие процессы в нелинейных средах [14]. В этом разделе мы остановимся на процессе параметрического распада фотонов в нелинейной среде.

При распространении излучения в нелинейной среде может происходить его преобразование, так что вместо потока фотонов исходной частоты ω_0 возникает два потока фотонов с частотами ω_1 и ω_2 ($\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$). Такой процесс называют параметрическим распадом. Если $\omega_1 = \omega_2$, процесс называют вырожденным, и он подчиняется следующим уравнениям [27]:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} = -\gamma_1 A_0 A_1^*, \quad (36a)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial A_0}{\partial z} = -\gamma_0 A_1^2. \quad (36b)$$

Здесь γ_0 и γ_1 — константы, определяемые нелинейной восприимчивостью среды, а A_0 и A_1 — амплитуды волн исходной и преобразованной частот. Сами же поля, очевидно, имеют вид $E_0 = A_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)]$ и $E_1 = A_1 \exp[i(k_1 z - \omega_1 t)]$. Эти уравнения имеют решение в виде стационарной солитоноподобной волны [27]:

$$A_1 = A_{1c} \sinh \frac{\xi}{\tau}, \quad A_0 = A_{0c} \tanh \frac{\xi}{\tau}, \quad \xi = t - \frac{z}{u}. \quad (37)$$

Параметры этой волны связаны между собой соотношениями

$$\left(1 - \frac{u_0}{u}\right) \left(1 - \frac{u_1}{u}\right) = \gamma_0 \gamma_1 A_{1c}^2 \tau, \quad \left(1 - \frac{u_1}{u}\right) = \gamma_1 A_{0c} \tau. \quad (38)$$

Из (38), в частности, следуют выражения для скорости распространения u и амплитуды солитонообразной волны:

$$u = \frac{u_1}{1 - \gamma \tau u_1 A_{00}}, \quad A_{1c}^2 = \frac{u_1 - u_0 + \gamma_1 \tau u_1 u_0 A_{00}}{u_1 \gamma_0} A_{00}, \quad (39)$$

A_{00} — значение амплитуды волны частоты ω_0 на входе в нелинейную среду. Видно, что скорость солитона может значительно превышать не только групповую скорость u_1 , но и скорость света в вакууме. При $u_0 > u_1$ для возникновения солитоноподобной ССВ амплитуда основной частоты должна превысить пороговое значение, определяемое условием положительности выражения для A_{1c}^2 . Параметрический солитон имеет много общего с 2π -импульсом в резонансно усиливающей среде. Но есть и существенное отличие: в случае 2π -импульса имеется жесткая связь между его длительностью и интенсивностью; в параметрическом солитоне такой жесткой связи нет.

6. Сверхсветовое излучение

Распространение ССВ должно сопровождаться излучением дополнительных электромагнитных волн. Механизм их испускания во многом напоминает механизм испускания волн Вавилова – Черенкова. Однако, в отличие от эффекта Вавилова – Черенкова, для рассматриваемого испускания не требуется замедления фазовой скорости света в среде, так как скорость ССВ может заметно превышать скорость света в вакууме. Излучение, испускаемое в рамках механизма ССВ логично назвать сверхсветовым излучением (ССИ).

Вектор-потенциал Герца для волн ССИ должен удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}(r, \varphi, z; t)}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \mathbf{\Pi}(r, \varphi, z; t) = \gamma \mathbf{B}_T(r, \varphi; \xi) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)], \quad (40)$$

$$\gamma = 4\pi \frac{\epsilon_0 + 2}{3\epsilon_0},$$

причем

$$\mathbf{E} = c^2 \text{grad div } \mathbf{\Pi} - \frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}}{\partial t^2}, \quad \mathbf{H} = c^2 \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \mathbf{\Pi}. \quad (41)$$

В (40) r и φ — поперечные координаты волны.

Ранее мы пренебрегали поперечной зависимостью поля и поляризации, считая их плоскими волнами. Для последующих расчетов наличие поперечной зависимости поляризации имеет принципиальное значение.

Считая поля цилиндрически симметричными, не зависящими от азимутальной координаты, представим вектор Герца для волн ССИ в виде

$$\mathbf{\Pi}(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int \mathbf{\Pi}_n(p, t) J_0(q_n r) \exp(ipz) dp, \quad (42)$$

$$\mathbf{B}_T(r, \varphi, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \int \mathbf{B}_T^{(n)}(\Omega) J_0(q_n r) \exp(-i\Omega \xi) d\Omega,$$

где $q_n = \alpha_n/a$, α_n — n -й корень нулевой функции Бесселя, a — пока неопределенная величина, имеющая размерность длины. Из (40) следует, что

$$\frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}_n(p, t)}{\partial t^2} + c_0^2(p^2 + q_n^2) \mathbf{\Pi}_n(p, t) = \gamma u \mathbf{B}_T^{(n)}(\Omega) \exp[-i(\Omega + \omega_0)t], \quad p = k_0 + \frac{\Omega}{u}. \quad (43)$$

Решение уравнения (43) очевидно:

$$\mathbf{\Pi}_n(p, t) = \frac{\gamma u}{c^2(p^2 + q_n^2) - (\Omega + \omega_0)^2} \times \mathbf{B}_T^{(n)}(\Omega) \exp[-i(\Omega + \omega_0)t]. \quad (44)$$

Таким образом, волне с волновым вектором k_n ($k_n^2 = p^2 + q_n^2$) соответствует частота $\Omega + \omega_0$. Чтобы волна ССИ "отрывалась" от основной, уходя в сторону от направления ее распространения, необходимо

$$\frac{\Omega + \omega_0}{c} > p \equiv k_0 + \frac{\Omega}{u}.$$

Отсюда сразу вытекает условие $u > c$, необходимое для возникновения волны ССИ. Из (44) следует, что не существует излучение с $q_n \neq 0$ для плоской ССВ. Поэтому возникновение волны ССИ тесным образом связано с конечным поперечным размером ССВ. Это обстоятельство не является особенностью рассматриваемого случая: для поперечно-однородного потока электронов излучение Вавилова – Черенкова тоже отсутствует.

Дальнейшие расчеты проведем в предположении, что волна ССИ является малым возмущением к процессу распространения ССВ. Тогда поляризацию в (40), (42)–(44) можно считать заданной. В случае 2π -импульса для волны, однородной в поперечном сечении, поле дается аналитической формулой (24). Чтобы использовать эту формулу в дальнейших расчетах для волны, ограниченной в поперечном сечении, мы предположим П-образную зависимость амплитуды волны от поперечных координат⁵. В таком случае

$$\mathbf{B}(r, \xi) = \begin{cases} \chi_0 \frac{2\hbar}{\mu\tau} \text{sech} \frac{\xi}{\tau}, & r \leq a, \\ 0, & r > a, \end{cases} \quad (45)$$

$$\mathbf{B}(r, \xi) = \begin{cases} -i\tilde{\mu} N_0 \sin \psi = -2i\tilde{\mu} N_0 \text{sech} \frac{\xi}{\tau} \tanh \frac{\xi}{\tau}, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (46)$$

⁵ П-образное в поперечнике решение не является самосогласованной волной. Поэтому дальнейшие расчеты следует понимать как оценочные.

Теперь входящая в (42) величина a приобретает смысл поперечного размера ССВ. В соответствии с этим⁶

$$\mathbf{B}_0^{(n)}(\Omega) = 2\chi_0 \frac{\hbar}{\tilde{\mu}} \frac{1}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} \operatorname{sech} \frac{\pi\Omega\tau}{2}, \quad (47)$$

$$B^{(n)}(\Omega) = \tilde{\mu} N \frac{1}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} F(\Omega\tau),$$

$$iF(\Omega\tau) = \Gamma\left(\frac{3+i\Omega\tau}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1-i\Omega\tau}{2}\right) - \Gamma\left(\frac{3-i\Omega\tau}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1+i\Omega\tau}{2}\right), \quad (48)$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера. Функция $F(x)$ представлена на рис. 10. Полюса формулы (44) определяют набор излучаемых частот:

$$\Omega_n \approx \frac{c^2}{2} \frac{\alpha_n^2}{a^2 \omega_0} \frac{u}{u-c}. \quad (49)$$

Расчет показывает, что интенсивность компонент довольно резко убывает с ростом индекса n . Поэтому в поле волны ССИ доминирует первая компонента с

$$\Omega_1 \approx 2,88 \frac{c^2}{a^2 \omega_0} \frac{u}{u-c}. \quad (50)$$

Одна из характерных особенностей излучения Вавилова–Черенкова состоит в том, что оно испускается в сравнительно узком конусе, расположенном под углом к направлению распространения излучающей частицы. Для излучения частоты ω угол определяется формулой [28]

$$\cos \theta = \frac{c_0}{u} \frac{1}{n(\omega)}, \quad (51)$$

$n(\omega)$ — показатель преломления среды, в которой распространяются излучающие частицы. Зависимость показателя преломления от частоты и определяет параметры конуса излучения. В случае ССИ аналогичный

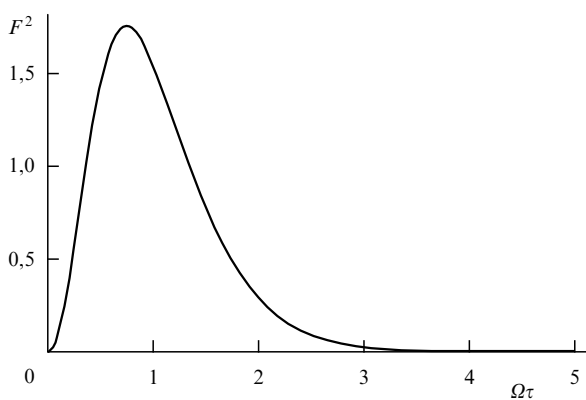


Рис. 10. График функции $F^2(\Omega\tau)$.

угол определяется соотношением

$$\sin \theta_n = \frac{q_n}{k_n}. \quad (52)$$

Для $n = 1$ и $k_0 \sim 10^5 \text{ см}^{-1}$ $\theta_1 \approx 0,14^\circ$.

Волны ССИ с $q \neq 0$ могут быть усилены за счет энергии, накопленной в среде усилителя, если частота этих волн не выходит за пределы спектральной полосы усиления. Расчет усиления связан с вычислением поляризации, вызываемой в усиливающей среде волной ССИ.

Для вычисления волны ССИ в случае параметрического распада фотонов следует использовать поляризацию, описываемую формулой (45), в которой величину $2\hbar/(\tilde{\mu}\tau)$ нужно заменить на A_{1c} .

Все проведенные в этой статье расчеты справедливы лишь в том случае, если амплитуда волны ССИ мала в сравнении с амплитудой ССВ. В противном случае необходимо исследовать возникновение ССВ и волны ССИ как единый процесс. Эта достаточно трудоемкая вычислительная задача выходит за рамки статьи.

7. Сверхсветовые волны в усиливающих средах и физика элементарных частиц

Испускание волны ССИ показывает, что ССВ — нечто большее, чем просто кинематический эффект, связанный с движением огибающей импульса в усиливающей среде. ССВ может проявлять себя, как физический объект, и ее вполне уместно назвать *оптическим тахионом*. Тем не менее сверхсветовые движения в усиливающих (нестабильных) средах являются коллективным процессом, что противоречит изначальной идее тахиона как разновидности элементарных частиц. Было бы интересно посмотреть на проблему сверхсветовых движений в физике элементарных частиц с позиции усиливающих сред и рассмотренных выше результатов. Если какая-либо частица по мере своего распространения может распадаться на частицы другого вида, то поток исходных частиц представляет собой нестабильную, усиливающую среду. Оптические тахионы — это прямое следствие *индуцированного* испускания фотонов. Для их возникновения необходимо, чтобы вероятность индуцированных актов в каком-либо процессе превышала вероятность спонтанных (или, по крайней мере, была заметной на их фоне). Известно, что индуцированные переходы начинают превалировать над спонтанными, если спектральная плотность бозонов, генерируемых в каком-либо процессе, превосходит спектральную плотность их возможных состояний в фазовом пространстве. Поэтому тахионы, подобные оптическим, могут проявляться в процессах с участием многих частиц. Плотность состояний в фазовом пространстве растет с ростом энергии частиц. При небольшой энергии меньшей плотностью состояний обладают частицы с нулевой массой покоя (рис. 11). С этой точки зрения интересными объектами выглядели бы нейтрино. Однако они, будучи фермионами, напрямую не годятся в качестве агента, индуцирующего процесс. Но, быть может, возможен индуцированный процесс с участием сразу двух нейтрино, жестко связанных по фазе? На эту мысль наводит описанный выше процесс параметрического распада фотонов. При вырожденном параметрическом распаде в каждом элементарном процессе распада рождается пара совершенно идентичных фотонов, отличающихся

⁶ Обратим внимание на любопытный факт: фурье-образ от гиперболического секанса является также гиперболическим секансом.

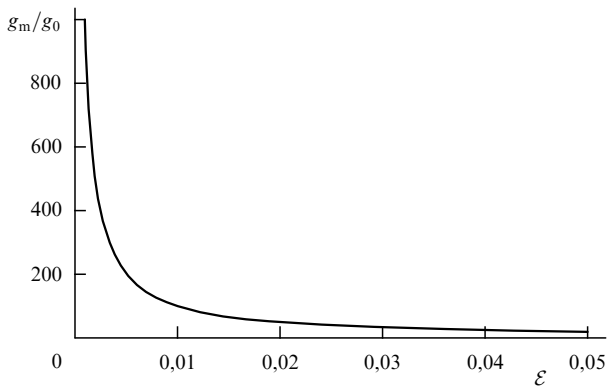


Рис. 11. Отношение спектральных плотностей состояний в фазовом пространстве для частиц с отличной от нуля (g_m) и нулевой (g_0) массой покоя. Отложенная по оси абсцисс кинетическая энергия нормирована на энергию покоя частиц с ненулевой массой покоя.

постоянной фазой. Эту пару часто называют бифотоном. Соответствующая им электромагнитная волна находится в так называемом сжатом состоянии (*squeezed state*) [29–31]. По аналогии с параметрическим процессом распада фотонов рождающуюся в каком-либо процессе пару сильно скоррелированных нейтрино можно было бы назвать "бинейтрино". Могут ли бинейтрино быть индуцирующим агентом, и если да, то при каких условиях? Этот вопрос требует специального рассмотрения. Аналогично, связанная в позитроний электрон-позитронная пара могла бы играть роль индуцирующего агента в процессах рождения пар.

В процессах типа параметрического распада фотона должен выполняться закон сохранения момента и импульса [27, 32]. Поэтому фазовый объем спонтанно рождающихся фотонов тем меньше, чем когерентнее волна фотонов исходной частоты, т.е. чем меньше у нее разброс по волновым векторам и частотам. То же самое должно быть справедливо в отношении процессов рождения "бинейтрино" (да и других частиц), если процесс их рождения не сопровождается появлением дополнительных частиц, расширяющих фазовый объем возможных конечных состояний. Подбором реакции и условий ее протекания, по-видимому, можно обеспечить условия, когда вынужденные процессы будут играть существенную роль при достижимых в природе плотностях рождающихся частиц.

Список литературы

1. Feinberg G *Phys. Rev.* **159** 1089 (1967)
2. Барашенков В С "Тахионы. Частицы, движущиеся со скоростями больше скорости света" *УФН* **114** 133 (1974)

3. Биланюк О, Сударшан Е, в сб. *Эйнштейновский сборник 1973* (Под ред. В Л Гинзбурга) (М.: Наука, 1974) с. 112; Фейнберг Дж, там же, с. 134; Чонка П Л, там же, с. 178; Бладман С А, Рудерман М А, там же, с. 190
4. Басов Н Г и др. *ЖЭТФ* **50** 23 (1966)
5. Амбарцумян Р В и др. *Письма в ЖЭТФ* **4** 19 (1966)
6. Ambartsumyan R V et al. *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-2** 436 (1966)
7. Крюков П Г, Летохов В С "Распространение импульса света в резонансно усиливающей (поглощающей) среде" *УФН* **99** 169 (1969)
8. Киржниц Д А, Сазонов В Н, в сб. *Эйнштейновский сборник 1973* (Под ред. В Л Гинзбурга) (М.: Наука, 1974) с. 84
9. Андреев А Ю, Киржниц Д А "Тахионы и неустойчивость физических систем" *УФН* **166** 1135 (1996)
10. Chiao R Y, Kozhokin A E, Kurizki G *Phys. Rev. Lett.* **77** 1254 (1996)
11. Crenshaw M L, Bowden C *Proc. of SPIE* (special issue on Photon Echo and Coherent Spectroscopy) **3239** 190 (1997)
12. Ораевский А Н *Молекулярные генераторы* (М.: Наука, 1964)
13. Аллен Л, Эберли Дж *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978)
14. Ораевский А Н, в кн. *Физическая энциклопедия* Т. 2 (М.: Советская энциклопедия, 1990) с. 546
15. Khanin Ya I *Principles of Laser Dynamics* (Amsterdam: North Holland, 1995)
16. Narducci L M, Abraham N B *Laser Physics and Laser Instabilities* (New Jersey: World Scientific, 1988)
17. Самсон А М, Котомцева Л А, Лойко Н А *Автоколебания в лазерах* (Минск: Наука і тэхніка, 1990)
18. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах* (Под ред. Ю Л Климонтовича) (М.: Наука, 1974)
19. Ораевский А Н, Бенди Д К *Квант. электрон.* **21** 355 (1994)
20. Grasiuk A Z, Oraevsky A N "Transient processes in a beam maser" *Proc. of the 4th Int. Congress on Microwave Tubes, September 1962* (Holland: Sheveningen) p. 446
21. Грасюк А З, Ораевский А Н *Радиотехника и электроника* **9** 524 (1964)
22. Ораевский А Н "Динамика одномодовых лазеров и динамический хаос" *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **4** (1) 3 (1996)
23. Ривлин Л А *ЖЭТФ* **47** 624 (1964)
24. Воропаев Н Д, Ораевский А Н *Изв. вузов. Радиофизика* **8** 409 (1965)
25. *Солитоны в действии* (Под ред. К Лонгрена, Э Скотта) (М.: Мир, 1981)
26. Полуэктов И А, Попов Ю М, Ройтберг В С "Эффект самоиндуцированной прозрачности" *УФН* **114** 97 (1974)
27. Сухоруков А П *Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике* (М.: Наука, 1988) гл. 7
28. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Гостехиздат, 1959) гл. XII
29. "Squeezed states of the electromagnetic fields" *J. Opt. Soc. Am.* **B 4** (10) 1453 (1984)
30. Додонов В В, Курмышев Е В, Манько В И *Труды ФИАН* **176** 128 (1986)
31. Килин С Я *Квантовая оптика. Поля и их детектирование* (Минск: Наука і тэхніка, 1990)
32. Ахманов С А, Дьяков Ю Е, Чиркин А С *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981)

Superluminal waves in amplifying media

A.N. Oraevsky
P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences
Leninskii prosp. 53, 117924 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 132-15 29
E-mail: oraevsky@sci.lebedev.ru

In amplifying media steady-state waves can travel faster than the speed of light without violating the principles of special relativity. The possibility of generating superluminal waves in induced particle production processes is discussed.

PACS numbers: 42.50.Gy, 42.55.-f, 42.65.-k
Bibliography — 32 references

Received 20 April 1998