Уравнения электродинамики, учитывающие квазистационарные процессы при инерционном движении зарядов

С.А. Цикра (г.Донецк, Украина)
kgs_2@mail.ru

В работе рассмотрены недостатки традиционной системы уравнений электродинамики, которые устранены системой уравнений на основе нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца

1. Недостатки традиционной системы уравнений классической электродинамики и введение нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца

Современную трактовку классической электродинамики заряженных частиц в вакууме выражает система уравнений [1, Таблица 15.1]:

- уравнение скалярно потенциала:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r}dV \; ; \tag{1}$$

- уравнение векторного потенциала:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{j}}{r}dV \; ; \tag{2}$$

- уравнение напряженности электрического поля:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \; ; \tag{3}$$

- уравнение вектора магнитной индукции:

$$\vec{B} = rot\vec{A} \; ; \tag{4}$$

- четыре дифференциальных уравнения системы Максвелла в терминах «силовых» векторных полей электрической напряженности E и магнитной индукции B:

$$\nabla\vec{E} = \rho/\varepsilon_0 \; ; \tag{5}$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \; ; \tag{6}$$

$$\nabla\vec{B} = 0 \; ; \tag{7}$$

$$c^2\nabla\times\vec{B} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} \; ; \tag{8}$$

где $\vec{j} = \vec{u}\rho$ - плотность тока зарядов;

- уравнение силы Лоренца, действующей на заряд:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u}\times\vec{B}) \; ; \tag{9}$$

где u – скорость заряда;

- уравнение калибровки Лоренца:

$$div\vec{A} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} \, . \tag{10}$$

Из этих уравнений следуют выражения в потенциалах:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \nabla^2\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \; ; \tag{11}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} - \nabla^2\vec{A} = \frac{\vec{j}}{c^2\varepsilon_0} \, . \tag{12}$$

Эта система уравнений содержит внутренние систематические недостатки, некоторые из которых были раскрыты в работе [2] и устранены доработкой традиционного уравнения силы Лоренца (9), придав ему **для случая инерционного движения источников полей** вид нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца:

$$\vec{F} = q\left(-\sum_i \nabla\varphi_i - \frac{1}{c^2}\sum_i \left[(\vec{u}_q - \vec{u}_i)\times rot\left((\vec{u}_q - \vec{u}_i)\varphi_i\right)\right] - \sum_j \frac{d\vec{A}_j}{dt} + \sum_j \left[(\vec{u}_q - \vec{u}_j)\times rot\vec{A}_j\right]\right); \qquad (13)$$

где φ_i – потенциал от каждого i-го заряда q_i в месте нахождения данного заряда q;
u_i , u_q - скорость зарядов в данной системе;
A_j – векторные потенциалы стационарных и квазистационарных потенциальных полей ($rotB_j=0$), созданных постоянными магнитами или замкнутыми контурами тока ($divA_j=0$);
u_j - скорость источников потенциальных магнитных полей ($rotB_j=0$, $divA_j=0$) в системе.

В традиционной системе уравнений поле скалярного потенциала инерционно движущегося заряда описывается уравнением (11), которое согласуется с уравнением (1) посредством применения гипотезы запаздывания потенциалов в трактовке Лиенара-Вихерта, что неизбежно ведет к релятивизму. Считаю, что применение запаздывания потенциала, оправданное по отношению к неинерционным зарядам, неоправданно к инерционным, по крайней мере к области вокруг заряда на расстоянии r<ct, где t – время инерционного движения заряда. В этой области поле инерционного заряда соответствует полю неподвижного заряда (подробнее об этом ниже):

$$\nabla^2\varphi = -\rho/\varepsilon_0 \ .$$

Отмечу также, что поле векторного потенциала замкнутых контуров тока и магнитов, являясь соленоидальным ($divA_j=0$), не зависит от скорости их движения, поэтому инвариантно к выбору ИСО. В соответствии с этим, каждое слагаемое в уравнении (13) и все выражение в целом является инвариантным в различных ИСО.

Таким образом, в рамках классических представлений о пространстве, времени и принципе относительности, устранен главный недостаток выражения силы Лоренца – его неинвариантность. Новое выражение работает в тех частных случаях, где не работало традиционное. Например, оно описывает силовое воздействие на неподвижный заряд магнитного поля, движущегося вместе со своим источником в направлении вектора магнитного потенциала (когда в области заряда $\partial\vec{A}/\partial t = 0$), как показано на примере с прямоугольной рамкой с током в работе [2]. Ранее в данном случае силу, действующую на заряд, удавалось рассчитать либо переходя в систему, сопутствующую источнику магнитного поля, в которой заряд движется, либо, оставаясь в первоначальной системе, применить релятивистское преобразование полей, дающее «магнитно-релятивистскую добавку» к скалярному потенциалу в этой системе в соответствии с уравнением:

$$\varphi' = \frac{\varphi - vA_x}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \ .$$

Теперь и с этим случаем благополучно справляется третье слагаемое выражения силы Лоренца:

$$\left[\left(\vec{u}_q - \vec{u}_j\right)\times rot\vec{A}_j\right];$$

без необходимости переходов и преобразований, т.е. оставаясь в рамках классической электродинамики.

Новое выражение получено в работе [2] и для напряженности обобщенного электрического поля, действующего по определению на бесконечно малый неподвижный пробный заряд, для случаев инерционного движения зарядов, контуров с постоянным током и магнитов :

$$\vec{E} = -\sum_i grad\varphi_i - \frac{1}{c^2}\sum_i \left[\vec{u}_i \times rot\left(\vec{u}_i\varphi_i\right)\right] - \sum_j \frac{d\vec{A}_j}{dt} - \sum_j \left[\vec{u}_j \times rot\vec{A}_j\right] \quad ; \qquad (15)$$

где индексом i учтены все инерцонные одиночные заряды системы, а индексом j учтены все замкнутые контуры постоянных токов и постоянные магниты. Скорости здесь не относительные, поэтому величина обобщенной напряженности Е разная в разных системах, но ее инвариантность и не требуется.

Как видим, в этих уравнениях применена полная производная векторного магнитного потенциала по времени вместо частной для потенциальных магнитных полей ($rotB_j=0$, $divA_j=0$) , и добавились два новых слагаемых. Одно учитывает действие непотенциальных магнитных полей движущихся одиночных зарядов, а другое учитывает силовой вклад потенциальных полей движущихся контуров замкнутых токов и постоянных магнитов. Казалось бы, формально оба новых слагаемых можно было бы объединить в одно, аналогичное известной магнитной силе Лоренца $\vec{u} \times \vec{B}$. Однако замечу, что входящее в уравнения (13) и (15) слагаемое:

$$\frac{1}{c^2}\sum_i \left[(\vec{u}_q - \vec{u}_i) \times rot\left((\vec{u}_q - \vec{u}_i)\varphi_i\right)\right]$$

по сути выражает действие на заряд магнитных полей других зарядов, но член:

$$rot\left((\vec{u}_q - \vec{u}_i)\varphi_i\right)$$

формально не является в общем случае вектором индукции этих магнитных полей (объективная величина в выбранной ИСО), поскольку зависит от скорости стороннего для них заряда q (является субъективной величиной). Поэтому и все уравнение в общем случае произвольной ИСО нельзя представить в виде членов, содержащих только скорость заряда и величины полей Е и В в этой ИСО, как привыкли видеть в традиционном выражении силы Лоренца. С другой стороны, входящие в предложенное инвариантное выражение (13) относительные скорости можно представить как скорости внешних для заряда q источников полей в сопутствующей ему системе координат:

$$-\vec{u}_i' = \vec{u}_q - \vec{u}_i ; \qquad -\vec{u}_j' = \vec{u}_q - \vec{u}_j .$$

В этом случае указанный член формально соответствует вектору индукции магнитного поля окружающих зарядов. Поэтому только в сопутствующей заряду системе можно формально правильно представить действующую на него силу через величины внешних для него электрических и магнитных полей, которые условно можно объединить в одном понятии напряженности обобщенного электрического поля в соответствии с уравнением (15):

$$\vec{F} = q\left(-\sum_i \nabla\varphi_i - \frac{1}{c^2}\sum_i\left[\vec{u}_i' \times rot\vec{A}_i'\right] - \sum_j \frac{d\vec{A}_j}{dt} - \sum_j\left[\vec{u}_j' \times rot\vec{A}_j\right]\right) = q\vec{E}' .$$

В классической электродинамике в случае движения заряда в произвольной ИСО аналогичную форму записи искать не следует, оставив это занятие релятивистской электродинамике, нужно пользоваться выражением (13).

2. Описание неволновых квазистационарных процессов уравнениями магнитного поля

В традиционной электродинамике принято считать, что уравнения Максвелла в нестационарных случаях ВСЕГДА выражают некоторые волновые процессы, имеющие скорость света. Иными словами, нестационарные процессы (даже в случае инерционного движения зарядов) могут иметь только вид волн, распространяющихся со скоростью света. Поэтому закрепилось другое название – волновые уравнения Максвелла. Это ошибочное утверждение основывается на том, что если взять ротор от обеих частей уравнения (8), то с учетом уравнения (6) получим уравнение:

$$c^2\nabla \times \left(\nabla \times \vec{B}\right) = -\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \nabla \times \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} \ ;$$

а поскольку, с другой стороны, по правилам векторного анализа:

$$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{B}\right)=\nabla(\nabla\vec{B})-\nabla^2\vec{B}=-\nabla^2\vec{B}\,;$$

получим :

$$\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}-c^2\nabla^2\vec{B}=\nabla\times\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0}\,. \qquad (16)$$

Это уравнение аналогично уравнению (12) для векторного потенциала и уравнению (11) для скалярного. Все они составляют ряд традиционных волновых уравнений. В области свободного пространства, где отсутствуют заряды и нулевая плотность тока $\vec{j}=0$, получим:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}-\nabla^2\vec{B}=0\,. \qquad (17)$$

Прежде всего это уравнение, как и уравнения (11), (12), приводят к выводу, что и при инерционном движении (при наличии ненулевых производных φ, A, B по времени) заряды должны быть источниками электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью света в свободном от зарядов и токов пространстве, поскольку они являются общим (автоколебательным) решением волнового уравнения при любой исходной форме полей. При этом упускают из виду, что это неизбежно привело бы к потере зарядами энергии – их торможению до полной остановки, чего не происходит.

Существует более обдуманное мнение, что поля инерционно движущегося заряда имеют специфическую форму, зависящую от скорости, чем и обеспечиваются пространственные условия для выполнения уравнения (17) без возникновения волн (частное неволновое решение волнового уравнения). Для отвлеченного векторного поля, не обремененного физическим смыслом и связями, такое решение вполне возможно. Однако, в системе уравнений электродинамики уравнения (16) и (17) для поля вектора индукции B приводит к волновому уравнению (12) для скалярного потенциала и уравнению (11) для скалярного потенциала. Поэтому возникает необходимость изменять форму и этих полей в зависимости от скорости заряда.

В классической электродинамике упоминаются два способа обеспечить такую специфическую форму полей. Первый – меняют форму заряда в зависимости от скорости. В опровержение этого замечу, что в классической электродинамике при любой форме заряда, независимо от распределения плотности, на расстоянии, на два-три порядка превышающем его размеры, его электрическое и магнитное поля становятся практически сферическими, так как становится незначительной разница в расстоянии до частей заряда. То есть изменение формы и распределения плотности заряда способны были бы придать специфическую нужную форму полям в ближней зоне, но не способны этого обеспечить в дальней зоне.

Второй, более универсальный и радикальный способ обеспечить специфическую нужную форму полям во всем пространстве – попытаться учесть запаздывание потенциала (потенциалы Лиенара – Вихерта). Однако, в классической трактовке введение запаздывания потенциалов ведет к нарушению принципа относительности. В частности, электростатическое взаимодействие между неподвижными друг относительно друга зарядами в подвижной системе осуществляется не так, как в системе неподвижной. Только введение градиентной инвариантности и релятивистского преобразования полей обеспечивает выполнение принципа относительности, но достигается это ценой преобразований ВСЕГО пространства и времени, в том числе и пространства, занятого зарядами в разные периоды времени, определяемые релятивистской относительностью одновременности. Поэтому для адекватности преобразований также требуется знание структуры зарядов, которая на данный момент весьма неопределенная и спорная.

Если для решения этих уравнений предположить наличие точечных зарядов, приходим к необходимости введения разрывных (сингулярных) условий и определения соответствующих им начальных условий (проблема расходимости). Если же рассматривать непрерывное распределение зарядов конечной плотности, то в общем случае нужно знать это распределение, в том числе и в объеме самих зарядов, т.е. знать структуру зарядов, что на данный момент проблематично.

Этот короткий обзор показывает, что традиционная трактовка уравнений электродинамики приводит к волновым уравнениям типа (11), (12), (16), выводу о различии формы и плотности зарядов и их полей в статике и при инерциальном движении, а затем неизбежно приводит к релятивистским преобразованиям и проблеме определения структуры зарядов.

Как показано в работе [2], есть вполне классический путь обойтись без этих проблем применением нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (13). Непосредственно из него получаются уравнения системы Максвелла (5-7), а вместо уравнения (8) для ротора обобщенного поля магнитной индукции стоит уравнение, получающееся непосредственно из определения магнитной индукции как ротора векторного потенциала. Учитывая потенциальность вектора индукции магнитных полей замкнутых токов и постоянных магнитов (для них rotB=0 во всем наружном пространстве) и калибровку Лоренца, получаем для областей, не занятых проводниками и магнитами:

$$\nabla\times\vec{B}=\nabla\times\left(\nabla\times\vec{A}\right)=\nabla\left(\nabla\vec{A}\right)-\nabla^2\vec{A}\,; \qquad (18)$$

Из калибровки Лоренца также следует простое соотношение, позволяющее трактовать векторный потенциал как ток скалярного потенциала (по аналоги с током плотности заряда) или как импульс (по аналоги с импульсом плотности массы):

$$\vec{A}=\frac{\vec{u}}{c^2}\varphi\,. \qquad (19)$$

В соответствии с этим можно записать для движущихся инерционно зарядов:

$$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{A}_i\right)=\frac{1}{c^2}\nabla\times\left(\nabla\times\left(\vec{u}_i\varphi_i\right)\right).$$

В соответствии с калибровкой Лоренца (10):

$$\nabla\left(\nabla\vec{A}_i\right)=-\frac{1}{c^2}\nabla\frac{\partial\varphi_i}{\partial t}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\varphi_i\right)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}_{\varphi i}}{\partial t}\,;$$

где $\vec{E}_{\varphi i}=-\nabla\varphi_i$ - напряженность кулоновского поля скалярного потенциала i-го заряда.

Еще раз учитывая соотношение (19) получим также для инерционных зарядов:

$$\nabla^2\vec{A}_i=\nabla^2\left(\vec{u}_i\varphi_i\right)=\frac{\vec{u}_i}{c^2}\nabla^2\varphi_i=-\frac{\vec{u}_i\rho_i}{c^2\varepsilon_0}=-\frac{\vec{j}_i}{c^2\varepsilon_0}\,.$$

Поэтому уравнение (18) без учета волновой составляющей для областей, не занятых проводниками и магнитами, можно записать в виде:

$$c^2\nabla\times\vec{B}=\frac{\partial\vec{E}_{\varphi i}}{\partial t}+\frac{\vec{j}_i}{\varepsilon_0}\,;$$

где справа стоит напряженность стационарных и квазистационарных полей скалярного потенциала. В этом главное отличие от традиционного уравнения Максвелла (8), которое предусматривает наличие справа напряженности обобщенного электрического поля, включающего и «магнитную» составляющую $\partial\vec{A}/\partial t$.

Это же уравнение может описывать макроскопическое магнитное поле в проводниках, если движение отдельных свободных зарядов в проводнике представить как непрерывный макроскопический ток проводимости $\vec{j}_j$ при неизменном макроскопическом кулоновском поле (или его отсутствии) внутри нейтрального проводника:

$$c^2\nabla\times\vec{B}_j=\frac{\vec{j}_j}{\varepsilon_0}\,.$$

Обобщая эти случаи, можно записать для инерционно движущихся источников:

$$c^2\nabla\times\vec{B} = -\frac{\partial\nabla\varphi_i}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} \ ; \qquad (20)$$

где $\vec{j} = \vec{j}_i + \vec{j}_j$ - обобщенная плотность токов, включающая плотность токов свободных зарядов (токов конвекции) и токов проводимости.

Как показано в предшествующей работе [2] (уравнение (35)), для инерционных зарядов справедливо выражение:

$$rot[\vec{u}_i \times rot(\vec{u}_i\varphi_i)] = (\vec{u}_i grad)rot(\vec{u}_i\varphi_i) = -\frac{\partial}{\partial t}rot(\vec{u}_i\varphi_i).$$

Это означает, что для напряженности обобщенно электрического поля i-го инерционного заряда (15), включающую и магнитную составляющую, справедливо выражение:

$$\nabla\times\vec{E}_i = -\nabla\times[\vec{u}_i\times\vec{B}_i] = (\vec{u}_i grad)(\vec{B}_i) = -\frac{\partial\vec{B}_i}{\partial t}.$$

где B_i – магнитная индукция i-го заряда.

Это полностью соответствует традиционному уравнению Максвелла (6):

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t};$$

при трактовке обобщенной напряженности E в соответствии с уравнением (15).

Равенство $(\vec{u}_i grad)(\vec{B}_i) = \frac{\partial\vec{B}_i}{\partial t}$ означает, что поле магнитной индукции движется со скоростью заряда, а не со скоростью света, сохраняя свою форму (полная производная по времени равна нулю $d\vec{B}_i / dt = 0$).

Для второй производной магнитной индукции по времени получаем:

$$\frac{\partial^2\vec{B}_i}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{E}_i) = -(\vec{u} grad)(\nabla\times\vec{E}_i).$$

Это означает, что и вторая производная представляется векторным полем, движущимся со скоростью заряда, сохраняя свою форму. Но эти выводы противоречат традиционному уравнению (16), для которого в области пространства, свободной от плотности тока j, справа получаем ноль, а слева нет, что указывает на его неадекватность (подробнее в главе 4).

Теперь рассмотрим магнитные поля движущихся замкнутых проводников с током или движущихся постоянных магнитов, обозначив их, как и ранее, индексом j.

Взяв ротор от обеих частей уравнения (20), получим:

$$-c^2\nabla^2\vec{B} = \nabla\times\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} \ ;$$

так как кулоновское поле зарядов $\vec{E}_{\varphi i}$ потенциальное - ротор его напряженности равен нулю.

Снаружи проводников и постоянных магнитов получаем $\nabla^2\vec{B}_j = 0$.

В этом уравнении отсутствуют производные по времени, поэтому оно описывает стационарные и квазистационарные неволновые процессы перемещения полей вместе с их источниками со скоростью, меньшей скорости света, при неизменной плотности и форме зарядов и сопутствующих потенциальных полей, которые имеют тот же вид, что и для неподвижных (стационарных) зарядов. То же самое относится и к магнитным полям замкнутых контуров с током и магнитов, движущихся инерционно – они перемещаются вместе с их источниками с той же скоростью, их форма не зависит от скорости (по крайней мере в области пространства, удаленной от источника поля на расстояние менее ct, где t - время инерционного движения).

Как показано в начале главы при выводе уравнения (16), традиционная система уравнений Максвелла может иметь либо волновое, либо тривиальное нулевое решение (статическое), но не содержит решений для квазистатических процессов инерционного движения зарядов. Для отображения этих процессов неизбежен переход к статике - в сопутствующие зарядам системы (ИСО) с применение релятивистских преобразований, что в исходной системе воспринимается как изменение плотности и формы зарядов и их полей. Система уравнений на основе нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (13) для квазистатических случаев приводит к замене уравнения (8) уравнением (20) и устраняет такую предрешенность, показывая, что при инерционном движении зарядов не возникает волн, движущихся со скоростью света. При этом форма и распределение плотности зарядов остается неизменной, что пока не так очевидно (будет показано ниже). Волновые поля являются полями неинерциальных зарядов с учетом конечной скорости распространения возмущения (полем «запаздывающего» потенциала). Они определяются либо входящими в систему неинерциальными зарядами, либо граничными условиями.

В заключение этой главы отмечу также еще раз, что поле вектора магнитной индукции инерционного заряда стационарно относительно заряда и его кулоновского поля (движется вместе с ним). Они связаны уравнением:

$$c^2\vec{B}_i = \nabla \times \left(\vec{u}_i\varphi_i\right) = -\vec{u}_i \times \nabla\varphi_i = \vec{u}_i \times \vec{E}_{\varphi i}\,.$$

На первый взгляд, это не согласуется с тем, что в системе координат, связанной с зарядом (сопутствующей), он не имеет собственного магнитного поля, стационарного в этой системе. Это кажущееся противоречие. Оно связано с общепринятым мнением, что магнитное поле является самостоятельной энергетической сущностью. На самом деле магнитное поле вторично, оно является кинетической характеристикой поля скалярного потенциала заряда, движущегося относительно других зарядов. Поэтому утверждение, что с движущимся зарядом стационарно связано его собственное магнитное поле, верно, так же, как и утверждение, что с движущимся материальным телом стационарно связана его собственная кинетическая энергия, хотя в сопутствующей телу системе координат она отсутствует. Это соответствует преобразованиям кинетической и полной энергии тел, давно и хорошо известным в классической механике. Разница лишь в том, что энергия магнитного поля заряда, являясь кинетической, рассредоточена в окружающем пространстве, а механическая кинетическая энергия тела считается сконцентрированной в самом теле. Поэтому логичнее считать магнитное поле кинетической характеристикой не самого заряда, а характеристикой сопутствующего заряду поля скалярного потенциала, рассредоточенного в пространстве. Именно эту зависимость и отражают выражения (19) и (21), а также известная калибровка Лоренца (10). Исходя из этого, магнитное поле и его энергия, как и кинетическая энергия, в общем случае принципиально не может быть инвариантным к смене системы координат, а его преобразования описываются в рамках классической электродинамики с учетом нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (13) и не имеют отношения к релятивистским преобразованиям.

Казалось бы, такую трактовку опровергает наличие стационарных магнитных полей у замкнутых контуров с током и постоянных магнитов. Ведь в этом случае магнитное поле наблюдается там, где не наблюдается поле скалярного потенциала и его движение. Но то, что движение поля скалярного потенциала не наблюдается, еще не означает, что его нет. Поле скалярного потенциала свободных носителей тока компенсируется полем связанных ионов проводника, поэтому в окружающем пространстве ни то, ни другое непосредственно не наблюдается. Но первое движется вместе со свободными зарядами, а второе неподвижно, как и порождающие его ионы. Движение поля скалярного потенциала свободных носителей тока и наблюдается косвенно как его кинетическая характеристика в виде магнитного поля. В принципе то же самое можно утверждать и о магнитном поле постоянных магнитов – оно является макроскопической кинетической характеристикой стохастически организованного микроскопического движения полей скалярного потенциала зарядов.

Можно возразить еще, что магнитные поля контуров с током и магнитов не меняются при переходе из одной инерциальной системы координат в другую, на основании чего традиционно делается вывод, что они являются самостоятельными сущностями, энергия которых инвариантна к смене системы координат. Но в этих конкретных случаях движение поля скалярного потенциала организовано специфически – оно замкнутое. Соответствующее ему поле векторного потенциала А соленоидальное, а поле магнитной индукции В – потенциальное. Именно этим обеспечивается их инвариантность, в отличие от неинвариантного случая движения отдельного заряда, векторный потенциал которого не соленоидальный, а магнитная индукция не потенциальная. Так что контуры с током и магниты не опровергают, а подтверждают изложенную трактовку магнитного поля как кинетической характеристики поля скалярного потенциала, подчиняясь специфическим особенностям такой трактовки.

3.Расширение потенциальных уравнений электродинамики с учетом квазистационарных процессов при инерционном движении зарядов

Система уравнений электродинамики на основе нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (13) [2] предусматривает одинаковое распределение плотности и форму заряда и его поля скалярного потенциала в стационарном случае и при инерционном движении:

$$\nabla^2\varphi_i = -\frac{\rho_i}{\varepsilon_0}; \tag{21}$$

что при наличии у движущегося заряда ненулевой производной потенциала по времени отличается от общепринятого уравнения (11).

При инерционном движении источников магнитных полей (зарядов i или контуров с током и магнитов j) и при отсутствии неинерционных и волновых источников для векторного потенциала имеем:

$$\nabla^2\vec{A}_{i,j} = -\frac{\vec{j}}{c^2\varepsilon_0}. \tag{22}$$

Это уравнение также отличается от общепринятого уравнения (12) отсутствием производной по времени несмотря на ее ненулевое значение.

В традиционной электродинамике для векторного потенциала уравнение (22) применяется только в случае стационарных полей замкнутых токов, при этом распределение плотности зарядов также считается стационарным. Если попытаться рассматривать с традиционных позиций ток в проводящем контуре как структуру с движущимися дискретными зарядами, то наличие ненулевой второй производной по времени в традиционном уравнении (12) и ее отсутствие в (22) неизбежно приводит к выводу об отличии формы поля векторного потенциала (его пространственных производных) и распределения плотности обособленных зарядов от тех же характеристик для зарядов в проводнике с током. Таким образом, в традиционной модели замкнутые токи, порождающие стационарные магнитные поля (в том числе и поля постоянных магнитов), не имеют структуры, определяемой движением дискретных заряженных частиц – носителей тока. Наоборот, плотность заряда движущихся частиц равномерно «размазывается» по всему контуру тока, чтобы сделать нулевой производную их потенциалов по времени, что в квантовой механике выражается непрерывной пси-функцией. Как увидим ниже, новая трактовка уравнений электродинамики позволяет избавиться от такой необходимости и беспрепятственно выражать макротоки в проводниках и соответствующие им макрополя движением дискретных зарядов с соответствующими квазистатическими полями.

Традиционная трактовка также подразумевает, что при инерционном движении отдельных зарядов поля их потенциалов описываются уравнениями (11) и (12), имеют специфическую форму, обеспечивающую выполнение «нулевых» волновых уравнений в областях, свободных от зарядов. Иначе говоря, наличие ненулевой производной по времени влияет на пространственную производную, изменяя форму поля. Я уже отмечал выше проблемы такой трактовки. Без учета «запаздывания» потенциалов определяющие их интегральные уравнения (1) и (2) дают в дальней зоне сферические поля при любой форме зарядов, т.е форма зарядов не может обеспечить необходимую форму поля во всем пространстве. Введение «запаздывания» потенциалов в случае инерциального движения неизбежно приводит к релятивистским преобразованиям пространства и времени и необходимости учета структуры зарядов.

Как уже было сказано, трактовка классической электродинамики на основе нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (13) [2] подразумевает неизменную форму и распределение плотности для стационарного и для любого инерционно движущегося заряда. Форма поля скалярного потенциала инерциального заряда определяется интегральным выражением (1), которое приводит к уравнению (21). Аналогично, из интегрального уравнения (2) следует уравнение поля векторного потенциала инерциального заряда (22). Впрочем, это же уравнение может быть получено и из уравнения скалярного потенциала с учетом калибровки Лоренца (10). В уравнения (21), (22) не входят производные по времени, которые определяются распределением плотности зарядов и их скоростью, но не влияют ни на первое, ни на другое при инерциальном движении. Это противоречит общепринятым уравнениям (11) и (12) и указывает на то, что они не являются справедливыми в случае инерционного движения зарядов, выражающегося квазистационарными процессами.

Докажу это вначале для поля скалярного потенциала. С учетом калибровки Лоренца (10) и выражения (20) для ротора магнитной индукции инерционного заряда справедливо выражение (промежуточные преобразования сохранены для ясности):

$$\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right) = -\frac{\vec{u}_i}{c^2}\nabla\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial t}\right) + \frac{\vec{u}_i}{c^2}\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2} + \frac{u_i^2}{c^2}\frac{\rho_i}{\varepsilon_0} \ ; \qquad (23)$$

Отсюда определяем вторую производной скалярного потенциала по времени:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2} = \vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right) - \frac{u_i^2}{c^2}\frac{\rho}{\varepsilon_0} \ . \qquad (24)$$

Это же выражение получается непосредственно из формального определения производных:

$$\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{u}_i\nabla\varphi_i\right) = -\vec{u}_i\frac{\partial\nabla\varphi_i}{\partial t} = c^2\vec{u}_i\nabla\left(\nabla\vec{A}_i\right) = c^2\vec{u}_i\nabla\times\left(\nabla\times\vec{A}_i\right) + c^2\vec{u}_i\nabla^2\vec{A}_i;$$

с учетом соотношения (22), что подтверждает правильность и непротиворечивость выводов.

Отмечу, что в области, непосредственно характеризуемой инерционно движущейся плотностью заряда ρ_i (плотностью конвекционного тока j_i), его скалярный потенциал имеет экстремум, а его градиент и производная по времени равны нулю:

$$\left.\nabla\varphi_i\right|_{r_i} = 0 \ ; \qquad \left.\frac{\partial\varphi_i}{\partial t}\right|_{r_i} = 0 .$$

Тогда имеем соотношение:

$$\left.\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right)\right|_{r_i} = \left.\frac{1}{c^2}\vec{u}_i\left[\nabla\left(\nabla\left(\vec{u}_i\varphi_i\right)\right) - \nabla^2\left(\vec{u}_i\varphi_i\right)\right]\right|_{r_i} = \left.\frac{1}{c^2}\vec{u}_i\left[-\nabla\frac{\partial\varphi_i}{\partial t} + \frac{\vec{j}_i}{\varepsilon_0}\right]\right|_{r_i} = \frac{u_i^2}{c^2}\frac{\rho_i}{\varepsilon_0};$$

откуда по уравнению (24) получим:

$$\left.\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}\right|_{r_i} = 0 \ .$$

Эти соотношения решают проблему неопределенности (расходимости) поля точечного заряда, присущую традиционной трактовке.

Решение задачи с ускоряющимся объемным (не точечным) зарядом зависит от нескольких условий. Во-первых, если произведение размеров заряда на градиент внешнего силового поля намного меньше его амплитуды, а отношение плотности заряда к его массовой плотности одинаковое, то соответствующие удельные объемные силы не вызывают деформации заряда. Однако, даже при выполнении этих условий следует учесть силу взаимодействия частей заряда между собой, которая одинаковая только при инерционном движении. Рассмотрение этого вопроса будет проведено в дальнейшем, а пока заряды будем считать не подверженными деформации внутренними силами, что справедливо при ускорениях *a* и размерах *R*, удовлетворяющих критерию:

$$aR \ll c^2 \ .$$

Сложив выражение (24) с выражением (21), получим:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}-\nabla^2\varphi_i=\left(1-\frac{u_i^2}{c^2}\right)\frac{\rho_i}{\varepsilon_0}+\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right) .$$

Это и есть «волновое» уравнение для скалярного потенциала инерционного заряда. Подчеркну, что оно является формальной суммой независимых уравнений (21) и (24), где в первом присутствует пространственная производная потенциала, а во втором – производная по времени.

Замечу, что последнее уравнение не следует воспринимать как уравнение обобщенного макрополя, если в него подставить суммарную плотность зарядов, находящихся в некотором объеме, но движущихся по-разному. Это вызвано наличием нелинейного множителя u_i^2/c^2, нарушающего линейность правила суперпозиции полей. Уравнение для «смеси» неподвижных и инерционно движущихся зарядов получается из индивидуальных полей по правилу суперпозиции:

$$\frac{1}{c^2}\sum_i\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}-\sum_i\nabla^2\varphi_i=\sum_i\left(1-\frac{u_i^2}{c^2}\right)\frac{\rho_i}{\varepsilon_0}+\sum_i\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right) ; \qquad (25)$$

Поле скалярного потенциала неинерционного заряда φ_k отличается от квазистационарного поля волной деформации, описываемой «нулевым» волновым уравнением:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial t^2}-\nabla^2\tilde{\varphi}=0 . \qquad (26)$$

Это уравнение является условием связи между полем второй производной по времени $\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2}$ и полем $c^2\nabla^2\varphi_k$, которые для квазистационарных полей инерционных зарядов являются независимыми. Это условие означает, что деформация поля $\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2}$ должна компенсироваться деформацией поля $c^2\nabla^2\varphi_k$:

$$\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}=c^2\nabla^2\varphi_k-c^2\nabla^2\varphi'_k ;$$

Где φ'_k – условный потенциал, равный потенциалу эквивалентного заряда (плотности заряда), движущегося инерционно со скоростью, равной «запаздывающей» скорости рассматриваемого неинерционного заряда:

$$\vec{u}_k\big|_{r,t}=\vec{u}_k\big|_{r_k,t'}$$

и находящегося на его месте (имеющего «запаздывающие» координаты) $\vec{r}_k\big|_{t'}$.

Условный потенциал является элементом условного квазистационарного поля эквивалентного заряда, для которого в данном месте в данное время также определяются временные и пространственные производные, т.е. рассчитывается множество параметров:

$$\left(\varphi_k^{'};\frac{\partial\varphi_k^{'}}{\partial t};\nabla\varphi'_k;\frac{\partial^2\varphi_k^{'}}{\partial^2 t};\nabla^2\varphi'_k\right)_{r,t}.$$

Между первыми производными присутствует связь:

$$\left(\frac{\partial\varphi_k^{'}}{\partial t}\right)_{r,t}=-\vec{u}_k\left(\nabla\varphi_k^{'}\right)_{r,t};$$

Где $$\left(\nabla^2\varphi'_k\right)_{r,t}=-\left(\frac{\rho_k}{\varepsilon_0}\right)_{r,t}. \qquad (27)$$

Выражение (27) для условного квазистационарного потенциала содержит не условную, а реальную плотность заряда и совпадает с выражением (21) потому, что непосредствено в месте нахождения неинерционного заряда запаздывание отсутствует.

Вторая производная по времени определяется в малой области δ, в которой на момент t рассчитываются параметры условного квазистационарного поля эквивалентного заряда, находящегося в одном и том же месте $\vec{r}_k\big|_{t'}$:

$$\left(\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}\right)_{r,t}=\vec{u}_k\nabla\left(\vec{u}_k\left(\nabla\varphi_k^{'}\right)_{r+\delta,t}\right).$$

Последняя производная описывается уравнением (21):

т.е. оператор Лагранжа равен нулю везде, где нет плотности рассматриваемого неинерционного заряда, а там, где она есть, отсутствует запаздывание и деформация поля, и можно записать:

$$\nabla^2\varphi'_k=-\frac{\rho_k}{\varepsilon_0}=\nabla^2\varphi_k.$$

Поэтому уравнение деформации принимает вид:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}=\frac{\rho_k}{\varepsilon_0}+\nabla^2\varphi_k; \qquad (28)$$

где условное квазистацонаное поле представлено только второй производной по времени, хотя ее расчет требует определения и других соответствующих параметров.

Обе части этого уравнения инвариантны к выбору системы координат.

Введение условного локального «запаздывающего» квазистационарного поля и его деформации для неинерционных объектов (в дальнейшем, кроме зарядов, это будет применено к контурам с током и магнитам) имеет некоторую отдаленную аналогию с введением локальной системы отсчета в теории относительности, по крайней мере, ведет к использованию того же математического аппарата тензорного анализа. Но его бесспорное преимущество в том, что не затрагивает классические представления о пространстве и времени. Кроме того, как уже было отмечено, для инерционных объектов локальные поля оказываются тождественными реальным полям во всей области окружающего пространства r<ct, где t – время инерционного движения объекта. В теории относительности такой тождественности нет, «запаздывание» полей присуще даже инерционным объектам.

Добавив к уравнению (25), соответствующему инерционным зарядам, члены, соответствующие неинерционным зарядам по уравнению (28), с учетом выражения (24), получим уравнение обобщенного поля скалярного потенциала:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\nabla^2\varphi=\sum_{i,k}\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0}+\frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}\right);$$

где, кроме инерционных зарядов i, индексом k обозначены слагаемые, соответствующие условным локальным квазистационарным полям неинерционных зарядов.
Это выражение можно записать в виде:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}\right)=\sum_{i,k}\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0}-\nabla^2\varphi\,; \tag{29}$$

где обе части выражают деформацию поля скалярного потенциала (слева по времени, справа в пространстве), вызванную неинерционным движением зарядов.

Перейдем к векторному потенциалу инерционного заряда. Учитывая соотношение (19), его вторая производная по времени получается из уравнения (24) пропорциональным умножением на вектор скорости заряда:

$$\frac{\partial^2\vec{A}_i}{\partial t^2}=-\frac{u_i^2}{c^2}\frac{\vec{j}_i}{\varepsilon_0}+\vec{u}_i\left(\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right)\right)\,. \tag{30}$$

Как и для скалярного потенциала, она не зависит от пространственной производной $\nabla^2\vec{A}$, описываемой уравнением (22), но формально их можно сложить вместе, получив:

$$\frac{\partial^2\vec{A}_i}{\partial t^2}-c^2\nabla^2\vec{A}_i=\left(1-\frac{u_i^2}{c^2}\right)\frac{\vec{j}_i}{\varepsilon_0}+\vec{u}_i\left(\vec{u}_i\left(\nabla\times\vec{B}_i\right)\right).$$

Так же, как для скалярного потенциала, поле векторного потенциала неинерционного заряда $\vec{A}_k$ отличается от квазистацонарного поля эквивалентного инерционного заряда $\vec{A}'_k$ волной деформации, описываемой волновым уравнением:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\tilde{A}=0\,. \tag{31}$$

Это уравнение является условием связи между полем второй производной по времени $\frac{\partial^2\vec{A}_k}{\partial t^2}$ и полем $c^2\nabla^2\vec{A}_k$, которые для инерционных зарядов являются независимыми. Это условие означает, что деформация поля $\frac{\partial^2\vec{A}_k}{\partial t^2}$ должна компенсироваться деформацией поля $c^2\nabla^2\vec{A}_k$:

$$\frac{\partial^2\vec{A}_k}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\vec{A}'_k}{\partial t^2}=c^2\nabla^2\vec{A}_k-c^2\nabla^2\vec{A}'_k\,;$$

Где $\vec{A}'_k$ – условный векторный потенциал, соответствующий в данной локальной области такому же по величине эквивалентному заряду (плотности заряда), движущемуся инерционно со скоростью, равной «запаздывающей» скорости рассматриваемого неинерционного заряда:

$$\vec{u}_k\big|_{r,t}=\vec{u}_k\big|_{r_k,t'}\,;$$

и находящегося на его месте (имеющего «запаздывающие» координаты) $\vec{r}_k\big|_{t'}$.
Условный квазистационарный векторный потенциал описывается уравнением:

$$c^2\nabla^2\vec{A}'_k=-\frac{\vec{j}_k}{\varepsilon_0}\,; \tag{32}$$

содержащим реальную плотность тока, как и в уравнении для инерционных зарядов (22), потому что непосредственно в месте протекания тока (даже нестационарного) запаздывание для него отсутствует.
Поэтому собственное поле неинерционного заряда соответствует уравнению:

$$\frac{\partial^2\vec{A}_k}{\partial t^2}-c^2\nabla^2\vec{A}_k=\frac{\vec{j}_k}{\varepsilon_0}+\frac{\partial^2\vec{A}'_k}{\partial t^2}\,.$$

Как и для скалярного потенциала, член $\frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}$ является расчетным параметром условного квазистационарного поля в малой области δ:

$$\left(\frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}\right)_{r,t} = (\vec{u}_k \nabla)\left((\vec{u}_k \nabla)_{r+\delta,t} \vec{A}'_k\right);$$

соответствующего плотности тока $\vec{j}_k = \vec{u}_k \rho_k$, протекающего в точке с координатами «запаздывающего» радиус-вектора заряда $\vec{r}_k\big|_{t'}$, не зависящего от δ.

Добавив к уравнению, соответствующему инерционным зарядам i, члены, соответствующие неинерционным зарядам k, с учетом выражения (31), получим уравнение:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \vec{A} = \sum_{i,k} \frac{\vec{j}_{i,k}}{\varepsilon_0} + \sum_i \frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} + \sum_k \frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}.$$

Это выражение можно записать в виде:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \sum_i \frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} - \sum_k \frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2} = \sum_{i,k} \frac{\vec{j}_{i,k}}{\varepsilon_0} + c^2 \nabla^2 \vec{A}; \qquad (33)$$

где обе части выражают деформацию поля векторного потенциала (слева по времени, справа в пространстве), вызванную неинерционным движением зарядов.

Для случаев инерционного движения зарядов, в частности, свободных зарядов в идеальных проводниках, получаем уравнение (22). Поэтому в новой трактовке уравнение (22) позволяет выражать макроскопические поля замкнутых токов и постоянных магнитов движением дискретных зарядов – носителей тока, сохраняя соответствующее им распределение плотности зарядов, устраняет необходимость равномерного распределения плотности зарядов по всему контуру тока, присущую традиционной трактовке. Расширяя рамки классической электродинамики, такой подход свидетельствует о необоснованности квантовомеханической непрерывной пси-функции зарядов в контуре тока и необходимости пересмотра ее концепции. Отмечу интересную особенность, что эти две теории в данном случае меняются ролями: именно новый подход в классических электродинамике (традиционно считающейся «непрерывной») возвращает току дискретную структуру из отдельных носителей заряда, в то время, как квантово-механическая теория, само название которой должно означать приверженность дискретным структурам, требует непрерывного распределения пси-функции зарядов в контуре тока.

Рассмотрим теперь поле векторного потенциала контуров с током и магнитов. Как уже было отмечено, это поле соленоидальное $div\vec{A}_j = 0$ и ему соответствует потенциальное поле магнитной индукции $rot\vec{B}_j = 0$, которые остаются такими при любом инерционном движении вместе с их источниками, не меняясь по величине. При плоско-параллельном переносном движении замкнутых контуров постоянного тока и магнитов имеем соотношение:

$$\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} = -(\vec{u}_j \nabla)\vec{A}_j.$$

При их вращении переносная скорость $\vec{u}_j = 0$, но не равна нулю производная векторного потенциала по времени:

$$\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} = \vec{\omega}_j \times \vec{A}_j - \left((\vec{\omega}_j \times \vec{r})\nabla\right)\vec{A}_j \neq 0;$$

Где $\vec{\omega}_j$ - угловая скорость вращения;

$\vec{r}$ - радус-вектор из центра вращения в данную точку поля;

Первое слагаемое учитывает поворот вектора при сохранении его величины, второе – изменение величины вектора при повороте поля вместе с источником (контуром тока или магнитом), третье – линейное перемещение контура или магнита.
Общее уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} = \vec{\omega}_j \times \vec{A}_j - ((\vec{\omega}_j \times \vec{r})\nabla)\vec{A}_j - (\vec{u}_j \nabla)\vec{A}_j . \tag{34}$$

Для второй производной получим:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}_j}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{\omega}_j \times \vec{A}_j - ((\vec{\omega}_j \times \vec{r})\nabla)\vec{A}_j - (\vec{u}_j \nabla)\vec{A}_j\right]. \tag{35}$$

Как и в случае плоско-параллельного переносного инерционного движения, при вращении замкнутого контура тока или магнита с постоянной окружной скоростью ω в предлагаемой теории считается, что поле его векторного потенциала такое же, как у неподвижного контура или магнита в этот же момент времени в области на расстоянии $r<ct$, где t – время равномерного вращения, то есть поле квазистационарное и соответствует уравнению (22):

$$c^2 \nabla^2 \vec{A}_j = -\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} .$$

При неравномерном движении возникает деформация квазистационарного поля, распространяющаяся со скоростью света, что описывается выражением:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}_m}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \vec{A}'_m}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{A}_m + \frac{\vec{j}_m}{\varepsilon_0} ; \tag{36}$$

Где $\vec{A}'_m$ – условный векторный потенциал, соответствующий в данной локальной области δ такому же по величине условному источнику (контуру постоянного тока или магниту), движущемуся равномерно (прямолинейно или вращаясь) со скоростью, равной «запаздывающей» скорости рассматриваемого неинерционного источника, и находящегося на его месте (имеющего «запаздывающие» координаты, в том числе и по углу поворота).
Для условного векторного потенциала выполняется соотношение, аналогичное (22) и (32):

$$c^2 \nabla^2 \vec{A}'_m = -\frac{\vec{j}_m}{\varepsilon_0} .$$

Вектор плотности тока $\vec{j}_m$ при этом не условный, а реальный, поскольку в соответствующем месте запаздывание для него отсутствует.

Условному квазистационарному полю соответствует производная по времени:

$$\frac{\partial \vec{A}'_m}{\partial t} = \left[\vec{\omega}_m \times \vec{A}'_m - ((\vec{\omega}_m \times \vec{r})\nabla)\vec{A}'_m - (\vec{u}_m \nabla)\vec{A}'_m\right]_{r+\delta,t} ;$$

и вторая производная по времени:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}'_m}{\partial t^2} = \left[\vec{\omega}_m \times \frac{\partial \vec{A}'_m}{\partial t} - ((\vec{\omega}_m \times \vec{r})\nabla)\frac{\partial \vec{A}'_m}{\partial t} - (\vec{u}_m \nabla)\frac{\partial \vec{A}'_m}{\partial t}\right]_{r+\delta,t} ;$$

где $\vec{\omega}_m, \vec{u}_m$ - «запаздывающие» круговая и линейная скорость контура или магнита, взятые при условии, что они зависят от r, но не зависят от δ.

Остался нерассмотренным случай, когда в неподвижном или инерционно движущемся контуре изменяется величина тока. Этот случай также представляется распространением со скоростью света процесса деформации квазистационарного поля, величина которого в данном месте r в данное время t определяется «запаздывающим» током каждого элемента контура. В общем случае это довольно трудоемкая задача интегрирования, при решении которой нужно переходить к рассмотрению каждого неинерционного носителя тока, которые составляют общий ток. При малой скорости изменения тока одинаково по всей длине контура и небольших размерах контура в дальней от него зоне задачу можно упростить, сведя ее к рассмотренным выше случаям с той разницей, что эквивалентный источник и соответствующие параметры квазистационарных полей рассчитываются исходя из «запаздывающей» величины тока.

С учетом уравнений (22), (31), (33) и (36) и, составим общее уравнение, в котором в левой части стоит деформация поля второй производной по времени $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$, а в правой части – деформация поля пространственной производной $\nabla^2 \vec{A}$ обобщенного поля векторного потенциала в сравнении с реальными полями инерционных источников (зарядов i, контуров тока и магнитов j) и условными квазистационарными полями неинерционных источников (k,m):

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}\right) - \sum_{j,m}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_m}{\partial t^2}\right) = \sum_{i,k}\frac{\vec{j}_{i,k}}{\varepsilon_0} + \sum_{j,m}\frac{\vec{j}_{j,m}}{\varepsilon_0} + c^2\nabla^2\vec{A}. \quad (37)$$

Несмотря на непривычную внешнюю сложность, полученное уравнение имеет простой общеизвестный смысл: в области, свободной от зарядов (плотности тока), со скоростью света распространяются только процессы деформации квазистационарных полей векторного потенциала:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}\right) - \sum_{j,m}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_m}{\partial t^2}\right) = c^2\nabla^2\vec{A}.$$

При переходе в другую инерционную систему координат в обобщенном поле изменяются только составляющие, соответствующие квазистационарным полям, которые вычитаются из обобщенного поля в уравнении деформации, поэтому остается только сама деформация $\nabla^2\vec{A}$, инвариантная к смене ИСО. Производные по времени квазистатических полей полностью определяются скоростью движения и распределением плотности зарядов (токов), но никак не влияют на это распределение, которое соответствует статическому случаю. Деформация квазистатических полей потенциалов происходит только при неравномерном движении их источников и ни в коей мере не связана с трансформациями пространств и времени. Именно такой подход позволяет непротиворечиво выразить законы классической электродинамики независимо от выбора инерциальной системы координат, что обеспечивает их инвариантность не прибегая к релятивистским преобразованиям.

4. Уравнения для обобщенного поля магнитной индукции

В главе 2 было приведено общее уравнение ротора магнитной индукции (18), вытекающее непосредственно из определения ее как ротора магнитного потенциала, которое с учетом калибровки Лоренца принимает вид:

$$\nabla \times \vec{B} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial \nabla\varphi}{\partial t} - \nabla^2\vec{A}. \quad (38)$$

Отмечу, что в традиционной теории из уравнения (8) можно получить безусловно верное соотношение (18) только с помощью релятивистского преобразования полей.

Для квазистатических процессов при инерционном движении источников магнитного поля (зарядов, контуров тока и магнитов) получено уравнение (20):

$$c^2\nabla \times \vec{B} = -\frac{\partial \nabla\varphi_i}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0}.$$

С учетом выражений (22), (31), (32), выражение (38) можно представить в виде:

$$c^2\nabla \times \vec{B} = -\frac{\partial \nabla\varphi}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} - c^2\nabla^2\widetilde{A} = -\frac{\partial \nabla\varphi}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} - \frac{\partial^2 \widetilde{A}}{\partial t^2}; \quad (39)$$

которое отличается от традиционного уравнения (8) тем, что не содержит составляющих, присущих инерционным зарядам $-\dfrac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2}$ и условным локальным квазистационарным полям неинерционных зарядов $-\dfrac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}$.

В традиционной системе уравнения (8) и (5) приводят к соотношению:

$$\nabla \vec{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t}; \qquad (40)$$

которое является одним из выражений закона сохранения заряда. Однако, как уже было сказано, традиционное уравнение (11) приводит к выводу об отличии плотности движущегося заряда от плотности заряда неподвижного, что приводит к релятивистским пребразованиям.

В новой системе из уравнений (38) и (22) получим:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \nabla^2 \varphi}{\partial t} = -\nabla\left(\nabla^2 \vec{A}\right) = \nabla \frac{\vec{j}}{c^2 \varepsilon_0};$$

откуда с учетом уравнения (21) получим тот же самое соотношение. Но в новой трактовке плотность и распределение зарядов, образующих ток в некоторой ИСО, такие же, как и в сопутствующей им системе, позволяя работать в неизменном общем пространстве.

Следующее уравнение получим из уравнения векторного потенциала (37), взяв ротор от обеих его частей:

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2 \vec{B}_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}'_k}{\partial t^2}\right) - \sum_{j,m}\left(\frac{\partial^2 \vec{B}_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}'_m}{\partial t^2}\right) = \nabla \times \left(\sum_{i,k}\frac{\vec{j}_{i,k}}{\varepsilon_0} + \sum_{j,m}\frac{\vec{j}_{j,m}}{\varepsilon_0}\right) + c^2 \nabla^2 \vec{B}.$$

Уравнение содержит для неинерционных источников локальные квазистационарные составляющие $\vec{B}'_{k,m}$ и волновую часть, входящую в общее поле $\vec{B}$. О волновой составляющей нам достоверно известно то, что она соответствует уравнению:

$$\frac{\partial^2 \widetilde{B}}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \widetilde{B} = 0.$$

Рассмотрим более подробно с новых позиций электромагнитные процессы вокруг заряда, колеблющегося около некоторого центра. В соответствии с калибровкой Лоренца (10) и вытекающим из нее соотношением (19) :

$$c^2 \vec{B} = c^2 \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left(\widetilde{u}\varphi\right);$$

где φ и $\widetilde{u}$ - поле скалярного потенциала колеблющегося заряда (с учетом запаздывания) и его «запаздывающая» скорость соответственно.

Поле скалярного потенциала можно представить в виде суперпозиции двух полей:

$$\varphi = \varphi_0 + \widetilde{\varphi};$$

т.е. суммы стационарного или квазистационарного кулоновского поля φ_0, исходящего из центра колебаний заряда, и волнового поля:

$$\widetilde{\varphi}_{r,t} = -\vec{s}_{t'} \nabla \varphi_0;$$

где $\vec{s}_{(t-r'/c)}$ - смещение заряда от центра колебаний в «запаздывающий» момент времени *t'*:

$$t' = t - r'/c;$$

r' – расстояние от данной точки поля до заряда в «запаздывающий» момент времени *t'*.

В первом приближении для дальней зоны и малых смещений можно принять:

$r' = r$; $\qquad$ $t' = t - r/c$.

Из свойств волновых полей известно, что выполняются соотношения:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \widetilde{\varphi}}{\partial t^2} - \nabla^2 \widetilde{\varphi} = 0; \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \widetilde{u}}{\partial t^2} - \nabla^2 \widetilde{u} = 0.$$

В итоге для вектора магнитной индукции можно записать:

$$c^2\vec{B} = \varphi_0\left(\nabla \times \widetilde{u}\right) + \nabla\varphi_0 \times \widetilde{u} + \widetilde{\varphi}\left(\nabla \times \widetilde{u}\right) + \nabla\widetilde{\varphi} \times \widetilde{u} \ . \qquad (41)$$

Конечно, точный расчет этих полей для пространственно рассредоточенного заряда требует знания его распределения плотности. Но с учетом того, что длина волн имеет порядок cT, где T – характерное время процесса (например, период колебаний), для сравнительно медленных процессов при достаточно малых размерах заряда R_q его можно считать точечным. Критерием может служить соотношение:

$$R_q << cT \ .$$

Даже с критериально обоснованным переходом к точечным зарядам дальнейшее преобразование этих уравнений в общем виде при произвольном неинерциальном движении не представляется возможным. Для конкретного примера рассмотрим простейший случай колебаний заряда вдоль оси координат X с частотой f (периодом T). Векторы скорости и магнитного потенциала имеют одну ненулевую составляющую, параллельную оси X.

Смещение по оси X:

$$s_{x,t} = S\sin\left(\omega t\right); \qquad (42)$$

где S – амплитуда колебаний;

$\omega = 2\pi f$ - циклическая частота.

Учитывая радиальное направление вектора поля $\nabla\varphi$, для волнового поля скалярного потенциала получим:

$$\widetilde{\varphi}_{r,t} = -\left|\nabla\varphi_0\right| S\sin(\omega(t - r/c))\cos\alpha = -\left|\nabla\varphi_0\right| s_{x,t'}\cos\alpha \ ; \qquad (43)$$

где α - угол между радиус-вектором данной точкой поля из центра колебаний и осью X.

Это поле на одинаковом удалении r от заряда будет иметь максимальную амплитуду на линии, параллельной оси X, и нулевую амплитуду (отсутствовать) на плоскости, перпендикулярной оси X.

Градиент поля волнового скалярного потенциала колеблющегося заряда также является волновым полем, и имеет две составляющие:

$$\nabla\widetilde{\varphi}_{r,t} = -s_{x,t'}\cos\alpha\left(\nabla\left|\nabla\varphi_0\right|\right) - s_{x,t'}\left|\nabla\varphi_0\right|\nabla\left(\cos\alpha\right) - \left|\nabla\varphi_0\right|\cos\alpha\nabla s_{x,t'} \ . \qquad (44)$$

Первая и третья составляющая градиента качественно определяется функцией $cos\alpha$ и ведет себя так же, как и волновое поле потенциала – максимальное вдоль оси колебаний и отсутствует в перпендикулярной плоскости. Вторая составляющая наоборот, минимальная вдоль оси и максимальная в перпендикулярной плоскости.

Рассмотрим теперь волновое поле скорости скалярного потенциала $\widetilde{u}$. В каждой точке пространства на удалении r от центра колебаний оно равно «запаздывающей» производной смещения заряда по времени:

$$\widetilde{u}_{t,r} = \left(\frac{\partial\vec{s}}{\partial t}\right)_{t'} ; \qquad (45)$$

которая в рассматриваемом случае имеет одну ненулевую составляющую вдоль оси X:

$$u_{x,t} = \omega S\cos\left(\omega\left(t - r/c\right)\right). \qquad (46)$$

Определим также ротор скорости потенциала:

$$rot\widetilde{u} = \vec{n}_y\frac{\partial u_{x,t}}{\partial z} - \vec{n}_z\frac{\partial u_{x,t}}{\partial y} = \omega s_{x,t'}\left(\vec{n}_z\frac{\partial r}{\partial y} - \vec{n}_y\frac{\partial r}{\partial z}\right) = \omega s_{x,t'}\left(\vec{n}_z\cos\delta - \vec{n}_y\cos\gamma\right); \qquad (47)$$

где γ и δ - углы между радиус-вектором r из центра колебаний заряда в данную точку поля и осями Y и Z соответственно;

$\vec{n}_y$, $\vec{n}_z$ - единичные векторы (орты) вдоль осей Y и Z соответственно.

Таким образом, $rot\widetilde{u}$ является волновой функцией, амплитуда которой максимальна в плоскости, перпендикулярной оси колебаний, и равна нулю вдоль оси, а направление ротора перпендикулярно оси колебаний (нулевая составляющая вдоль оси X), а также перпендикулярно учитываемой составляющей $s_{x,t'}|\nabla\varphi_0|\nabla(\cos\alpha)$ вектора поля $\nabla\tilde{\varphi}$.

Найдем также дивергенцию поля скорости потенциала в рассматриваемом случае:

$$div\tilde{u} = \frac{\partial u_{x,t}}{\partial x} = -\omega S \sin(\omega(t - r/c))\frac{\partial r}{\partial x} = -\omega s_{x,t'} \cos\alpha \ . \qquad (48)$$

Дивергенция скорости потенциала $\tilde{u}$ получается волновой скалярной функцией, амплитуда которой максимальная вдоль оси колебаний и равна нулю в перпендикулярной плоскости (как и поле волновой составляющей потенциала $\tilde{\varphi}$).

Из полученных качественных описаний волновых полей скалярного потенциала и его скорости следует, что экспериментально известным электромагнитным волнам, амплитуда которых максимальна на плоскости, перпендикулярной оси колебаний излучающего заряда, и равна нулю вдоль оси колебаний, не соответствует третье слагаемое уравнения (41) $\tilde{\varphi}(\nabla\times\tilde{u})$. Можно предположить, что извесным электромагнитным волнам соответствует часть члена $\nabla\tilde{\varphi}\times\tilde{u}$, а именно $s_{x,t'}|\nabla\varphi_0|\nabla(\cos\alpha)\times\tilde{u}$ (другие части, определяемые уравнением (44), им заведомо не отвечают). Но направление вектора $s_{x,t'}|\nabla\varphi_0|\nabla(\cos\alpha)$ определяется направлением вектора $\nabla(\cos\alpha)$. Так как скалярная функция cosα неизменна вдоль радиус-вектора, а ее изменение максимально в плоскости, проходящей через ось X (ось колебаний), то ее градиент лежит в этой плоскости и всегда перпендикулярен радиус-вектору. Поэтому на всей плоскости, перпендикулярной оси колебаний и проходящей через центр, вектор $s_{x,t'}|\nabla\varphi_0|\nabla(\cos\alpha)$ параллелен оси колебаний и вектору $\tilde{u}$. Последнее означает, что в указанной плоскости этот член равен нулю:

$$s_{x,t'}|\nabla\varphi_0|\nabla(\cos\alpha)\times\tilde{u} = 0 \ .$$

Таким образом, известным электромагнитным волнам соответствуют только первое и второе слагаемые уравнения (38), связанные не с волновой, а со стационарной частью поля скалярного потенциала. Так как амплитуда поля скорости потенциала $\tilde{u}$ не меняется с удалением от центра колебаний, затухание волн определяется свойствами поля скалярного потенциала и его градиента. Поскольку потенциал φ_0 обратно пропорционален расстоянию r, а его градиент $\nabla\varphi_0$ – второй степени расстояния, то соответственно первое слагаемое $\varphi_0(\nabla\times\tilde{u})$ описывает дальнодействующие волны, а второе слагаемое $\nabla\varphi_0\times\tilde{u}$ соответствует быстро затухающим волнам ближней зоны, что полностью согласуется с известной теорией и практикой электромагнитных волн. Поскольку амплитуда волновой составляющей поля скалярного потенциала $\tilde{\varphi}$ определяется его градиентом $\nabla\varphi_0$, соответствующие ей члены также быстро затухают при удалении. Поэтому соответствующие волны и не исследованы до сих пор, как и теоретически обоснованные традиционной теорией, но не исследованные волны ближней зоны $\nabla\varphi_0\times\tilde{u}$.

На основе рассмотренного примера можно сделать вывод, что волновое поле магнитной индукции, описываемое уравнением (38), безусловно являясь вихревым, т.е. ротором волнового поля векторного потенциала, в общем случае содержит потенциальную часть $rot\tilde{B} = 0$ и непотенциальную часть $rot\tilde{B} \neq 0$. В частности, волновое поле колеблющегося заряда присутствует во всем окружающем его пространстве, но потенциальная часть поля сосредоточена вдоль оси колебаний и быстро уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния, а непотенциальная часть поля сосредоточена около плоскости, перпендикулярной оси колебаний, и имеет составляющую, убывающую обратно пропорционально первой степени расстояния, соответствующую экспериментально изученным электромагнитным волнам.

5. Обобщенное силовое воздействие на заряд

Вернемся к силовому воздействию на заряд, чтобы уточнить его для неинерционных источников и порождаемых ими волновых полей. Перед этим напомню, что в традиционной системе уравнений классической электродинамики силовое воздействию на заряд описывается уравнением (9), где напряженность обобщенного электрического поля выражена уравнением (3). Общеизвестно и еще раз показано в этой статье, что эти уравнения, связанные с другими уравнениями традиционной трактовки классической электродинамики, имеют скрытые системные недостатки, особенно ярко выраженные при рассмотрении инерционного движения зарядов, которые неизбежно ведут к релятивизму. Поэтому выше вместо них предложены уравнения, основанные на нерелятивистском инвариантном выражении полной силы Лоренца (13). В частности, обобщенное электрическое поле описывается расширенным уравнением (15), при этом оно, во-первых, не является инвариантным к выбору системы координат, а во-вторых, определяет силовое воздействие только на неподвижный заряд. В этом принципиальное отличие от традиционной классической трактовки напряженности обобщенного электрического поля (3), которая по замыслу должна быть инвариантной, т.е не зависеть от скорости заряда, действовать на движущийся заряд так же, как и на неподвижный. Как я уже показал выше, возникающая при этом неинвариантность традиционного выражения силы Лоренца (за счет магнитной составляющей $\vec{u}_q \times \vec{B}$) устраняется только путем релятивистских преобразований полей. В этом нет надобности при новом подходе.

Входящая уравнения (13) и (15) полная производная векторного потенциала замкнутых контуров тока и магнитов представляется в виде частных производных:

$$\frac{d\vec{A}_j}{dt} = \frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} + \left(\vec{u}_j \nabla\right)\vec{A}_j;$$

где $\left(\vec{u}_j \nabla\right)\vec{A}_j$ - частная производная $\vec{A}_j$ по направлению скорости $\vec{u}_j$ источника поля j.

Полная производная не равна нулю для инерционных контуров с переменным током, а также для неинерционно движущихся магнитов и контуров с током *m*.

Такие же члены нужно ввести и для отдельных зарядов *i, k*:

$$\frac{d}{dt}\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right) + \left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\nabla\right)\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right). \qquad (49)$$

Для инерционных зарядов i в системе, сопутствующей заряду q, эти члены также дают полную производную векторного потенциала по времени, которая равна нулю, поэтому на результат вычислений эта добавка не влияет. Это же справедливо и в других ИСО, поскольку полная производная по времени есть инвариантная величина, хотя член $(\vec{u}_i - \vec{u}_q)\varphi$ формально уже не выражает магнитного потенциала в произвольной ИСО. Для неинерционных зарядов *k* выражение (49) уже не равно нулю из-за наличия «запаздывающих» волновых полей, движущихся со скоростью света и описываемых уравнением (31), хотя по-прежнему остается инвариантной полной производной, потому что содержит инвариантные величины.

Таким образом, выражение полной силы Лоренца должно содержать члены:

$$\frac{d}{dt}(\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k} \qquad \text{и} \qquad \frac{dA_{j,m}}{dt}.$$

Общее инвариантное нерелятивистское выражение полной силы Лоренца, отнесенной к величине заряда (т.е. удельной величины силы) примет вид:

$$\frac{\vec{F}}{q} = -\sum_{i,k}\nabla\varphi_{i,k} - \frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\frac{d}{dt}\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right) - \frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\left[(\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\times rot\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right)\right] - \\ - \sum_{j,m}\frac{d\vec{A}_{j,m}}{dt} - \sum_{j,m}\left[(\vec{u}_{j,m} - \vec{u}_q)\times rot\vec{A}_{j,m}\right] \qquad (50)$$

В этой записи магнитные члены для отдельных зарядов *i, k* и для замкнутых контуров тока и магнитов *j, m* выглядят одинаково (над ними производятся одинаковые операции), хотя смешивать их по-прежнему нельзя из-за преобразования $rot\left((\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right)$ и отсутствия преобразования $rot\vec{A}_{j,m}$ при переходе в другую ИСО. Полные производные тоже смешивать нежелательно, несмотря на их инвариантность, чтобы не забывать, что в общем случае член $(\vec{u}_{i,k} - \vec{u}_q)\varphi_{i,k}$ формально не является векторным потенциалом источника в некоторой ИСО. Непривычная громоздкость этого выражения оправдана тем, что оно является инвариантным и адекватно описывает процессы не выходя за рамки классических представлений, в отличие от общепринятого выражения (9), внешняя изящность и лаконичность которого требует релятивистских преобразований не только входящих в него полей, но и всего пространства и времени.

Как видим, для полного и точного описания действующей на заряд силы нужно знать движение всех источников полей. Зачастую движение некоторых внешних для рассматриваемой системы источников неизвестно, и их воздействие заменяется граничными условиями – внешними полями. Если внешнее воздействие оказывают удаленные неинерциальные источники (чаще всего так и бывает), пренебрегают квазистационарно связанными с ними полями (что оправдано их быстрым ослаблением в зависимости от расстояния в квадрате), и ограничиваются заданием дальнодействующей части $\partial\widetilde{A}/\partial t$.

Подчеркну еще раз, что силовое воздействие на заряд сторонних электромагнитных полей может быть формально выражено через величины Е и В только в сопутствующей заряду системе координат, так как член $(\vec{u}_i - \vec{u}_q)\varphi_i$ формально не выражает какое-то магнитное поле в произвольной ИСО, хотя по сути является субъективным магнитным полем сторонних зарядов i с позиции рассматриваемого заряда q, т.е. в сопутствующей ему системе отсчета. Естественно, величина этого члена меняется при изменении скорости заряда, значит, изменяется и действующая на него сила. Это полностью соответствует понятию магнитного поля как кинетической характеристики, неинвариантной к выбору системы координат. Это также вполне классически объясняет, почему в лабораторных системах, в которых есть обособленные заряды с соответствующим полем скалярного потенциала (заряженные тела, конденсаторы и т.п.), на неподвижный и движущийся заряды действуют разные по величине силы, что до сих пор воспринимается как релятивистское изменение массы заряда со скоростью при неизменной силе электрического воздействия. Таким образом, опыты Кауфмана и аналогичные, яко бы подтверждающие релятивистскую теорию, на самом деле подтверждают справедливость общего нерелятивистского инвариантного выражения полной силы Лоренца (50) и основанной на нем системы электродинамики в рамках классического принципа относительности и всеобщего пространства и времени [3].

6. Обобщенное электрическое поле

Если заряд q' есть пробный малый неподвижный заряд, то в сопутствующей ему системе координат действующая на него сила по уравнению (50) может быть выражена через условную напряженность обобщенного электрического поля:

$$\vec{F} = q'\vec{E};$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \sum_{i,j,k,m} \frac{d\vec{A}_{i,j,k,m}}{dt} - \sum_{i,j,k,m} \left[\vec{u}_{i,j,k,m} \times rot\vec{A}_{i,j,k,m}\right]. \qquad (51)$$

Рассмотрим свойства этой условной величины. Прежде всего отмечу, как и в предыдущей главе в отношении силы, что точное решение требует знания движения всех источников полей. Именно поэтому полная производная векторного потенциала определяется суммой полных производных составляющих полей. Но зачастую движение некоторых источников неизвестно. Поэтому часто решают приближенную задачу, где пренебрегают составляющими, квазистационарно связанными с удаленными движущимися источниками, затухающими обратно пропорционально квадрату расстояния, и задавая лишь свободно распространяющееся волновое воздействие $\partial\widetilde{A}/\partial t$, для которого выполняется (31):

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\widetilde{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\widetilde{A}=0\,.$$

Тогда для волновой части напряженности в пространстве, свободном от зарядов, из уравнений (31), (38) и (51) приближенно получаем:

$$\frac{\partial\widetilde{E}}{\partial t}=-\frac{\partial^2\widetilde{A}}{\partial t^2}\approx c^2\nabla\times\left(\nabla\times\widetilde{A}\right)=c^2\nabla\times\widetilde{B}\,.$$

Как видим, в новой теории это всего лишь приближение, хотя традиционно это считается точным следствием уравнений (3) и (8) в области, лишенной зарядов.

С учетом указанного приближения для напряженности обобщенного электрического поля в системе, в которую входят только инерционные источники i, j, можно записать:

$$\vec{E}\approx-\sum_i\nabla\varphi_i-\sum_{k,m}\frac{\partial\widetilde{A}_{k,m}}{\partial t}-\sum_j\frac{d\vec{A}_j}{dt}-\sum_{i,j}\left[\vec{u}_{i,j}\times rot\vec{A}_{i,j}\right]\qquad(52)$$

где индексы k, m относятся к свободной волновой части поля удаленных неинерционных источников, воздействие которых задается соответствующими граничными условиями.

Это уравнение означает, что в случае неподвижного контура с переменным током в окружающем его пространстве со скоростью света распространяется волна деформации поля векторного потенциала, традиционно воспринимаемая как ЭДС индукции:

$$\frac{\partial\vec{E}_j}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{d\vec{A}_j}{dt}\right)=\frac{\partial^2\vec{A}_j}{\partial t^2}=c^2\nabla^2\vec{A}_j=c^2\nabla\times\vec{B}_j\,.$$

Такой контур аналогичен неинерционно движущимся источникам.

В общепринятой теории это же соотношение приписывается магнитам и контурам с постоянным током при их инерционном движении, на основании возникновения при этом изменяющейся ЭДС индукции. Из этого обычно делается вывод, что они создают в пространстве специфическое непотенциальное поле индукции $rot\vec{B}\neq 0$, в отличие от неподвижных контуров и магнитов, индукция которых потенциальная $rot\vec{B}=0$, т.е. получают неинвариантность к выбору системы координат. Более того, при этом нарушается классический закон полного тока:

$$\oint_L\vec{B}d\vec{l}=I\,,$$

из которого непосредственно следует, что $rot\vec{B}=0$ во всей области, охватывающей участок постоянного тока (иначе изменение контура интегрирования L привело бы к изменению циркуляции B, что при постоянном токе невозможно). Таким образом традиционная теория неминуемо приводят к релятивизму.

Как уже было отмечено выше, в новой системе уравнений поле магнитной индукции контуров с постоянным током и магнитов потенциальное независимо от их движения, согласуясь с законом полного тока, а их вклад в обобщенную напряженность (или в ЭДС индукции) в соответствии с уравнением (51) описывается соотношением:

$$\vec{E}=-\sum_j\left[\vec{u}_j\times rot\vec{A}_j\right];$$

справедливым и для потенциального поля магнитной индукции. Поэтому новая система уравнений, оставаясь в рамках классических представлений о пространстве и времени, лишена указанного традиционного недостатка.

Для инерционно движущегося заряда новая трактовка дает выражение напряженности обобщенного электрического поля:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi_i - \vec{u}_i \times rot(\vec{u}_i\varphi_i); \qquad (53)$$

которое получатся эллипсоидной формы с малой осью вдоль направления движения, как и в традиционной теории. Но это связано с перемещением поля скалярного потенциала, выражающимся в воздействии его кинетической характеристики – векторного потенциала, а не с изменением формы поля потенциала или его запаздыванием, как не связано с изменением формы и плотности заряда и тем более – с релятивистскими преобразованиями.

Дивергенцию напряженности обобщенного электрического поля выразим слагаемыми, отдельными для зарядов *i, k* и для замкнутых контуров тока и магнитов *j, m* :

$$\nabla\vec{E} = \sum_{i,k}\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0} + \frac{1}{c^2}\sum_k \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\varphi_k}{\partial t}\right) - \sum_{j,m}\nabla\frac{d\vec{A}_{j,m}}{dt} - \sum_{i,j,k,m}\nabla\left[\vec{u}_{i,j,k,m} \times rot\vec{A}_{i,j,k,m}\right]. \qquad (54)$$

Первое слагаемое получено с учетом уравнений (21) и (27), второе – с учетом калибровки Лоренца (10) и нулевой полной производной для инерционных зарядов.

Четвертое слагаемое уравнения (53) преобразовывается по правилам векторного анализа:

$$\nabla\left[\vec{u} \times rot\vec{A}\right] = rot\vec{A}\cdot rot\vec{u} - \vec{u}\cdot rot\left(rot\vec{A}\right).$$

Для инерционно движущихся магнитов и контуров с током все выражение равно нулю, т.к.

$$rot\vec{u} = 0; \qquad rot\left(rot\vec{A}_j\right) = 0.$$

Для инерционных зарядов с учетом соотношения (24) получаем:

$$\nabla\left[\vec{u}_i \times rot(\vec{u}_i\varphi_i)\right] = -\vec{u}_i \cdot rot\left(rot\vec{B}_i\right) = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2} - \frac{u_i^2}{c^2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Для дивергенции обобщенной напряженности инерционно движущегося заряда получаем:

$$\nabla\vec{E}_i = \left(1 + \frac{u_i^2}{c^2}\right)\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}; \qquad (55)$$

Т.е. она больше дивергенции напряженности кулоновского поля, как и в традиционной теории электродинамики. Соответственно, больше и поток напряженности обобщенного поля через замкнутую поверхность, окружающую заряд. Как уже было отмечено, это не связано с изменением формы и плотности заряда и формы поля скалярного потенциала или его запаздыванием, и тем более не связано с релятивистскими преобразованиями.

С другой стороны, даже при отсутствии плотности зарядов возможно наличие дивергенции обобщенной напряженности и соответственно ее потока через замкнутую поверхность в связи с изменением скалярного или векторного потенциалов. Это является важным дополнением теории электромагнитных волн, но выходит за рамки данной работы.

Для ротора напряженности обобщенного поля по выражению (51) имеем:

$$\nabla\times\vec{E} = -\sum_{i,j,k,m}\frac{d\vec{B}_{i,j,k,m}}{dt} - \nabla\times\sum_{i,j,k,m}\left[\vec{u}_{i,j,k,m}\times\vec{B}_{i,j,k,m}\right]. \qquad (56)$$

Когда в рассматриваемую систему входят только инерционные источники полей (заряды, контуры с постоянным током и магниты) и нет внешних волновых полей, полная производная по времени равна нулю, и подтверждается традиционное второе уравнение Максвелла (6), что отмечалось еще во второй главе для инерционных источников:

$$\nabla\times\vec{E}_{i,j} = -\nabla\times\left[\vec{u}_{i,j}\times\vec{B}_{i,j}\right] = \left(\vec{u}_{i,j}\nabla\right)\left(\vec{B}_{i,j}\right) = -\frac{\partial\vec{B}_{i,j}}{\partial t}.$$

В случае неподвижного контура с переменным током наоборот, нулю равно второе слагаемое уравнения (56), а полная производная по времени становится равной частной, в итоге тоже получается уравнение (6). Эти оба случая экспериментально подтверждаются опытами Фарадея по электромагнитной индукции. Но в общем случае, включающем и неинерционное движение источников, вместо уравнения (6) нужно употреблять уравнение (56) совместно с расширенной трактовкой напряженности обобщенного поля (51).

Следует также отметить, что из соотношений:

$$\nabla \times \frac{d\vec{A}_{i,j,k,m}}{dt} = \frac{d\vec{B}_{i,j,k,m}}{dt}; \qquad \nabla \times \frac{\partial \vec{A}_{i,j,k,m}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{B}_{i,j,k,m}}{\partial t};$$

выводится соотношение:

$$\nabla \times \left(\vec{u}_{i,j,k,m}\nabla\right)\vec{A}_{i,j,k,m} = \left(\vec{u}_{i,j,k,m}\nabla\right)\left(\vec{B}_{i,j,k,m}\right); \qquad (57)$$

которое, несмотря на его кажущуюся тривиальность и очевидность, в общем случае не просто доказать по правилам векторного анализа.

Как уже было сказано выше, дальнодействующим электромагнитным волнам, излучаемым колеблющимся зарядом и изученным еще в опытах Герца, соответствует только одна составляющая волн магнитной индукции, описанных уравнением (38): $\varphi_0\left(\nabla \times \tilde{u}\right)$.

В уравнении напряженности обобщенного электрического поля (51) один соответствующий член выделить нельзя. Волновое поле E с амплитудой, максимальной в плоскости, перпендикулярной оси колебаний и вектором вдоль этой оси, формируется каждым из трех слагаемых, и имеет как непотенциальную, так и потенциальную часть. Как известно, работа потенциального поля в замкнутом цикле равна нулю. Но именно такой цикл характерен для полей колеблющегося заряда. Поэтому потенциальные составляющие электромагнитных волн в макроэкспериментах себя не проявляют и до сих пор не обнаружены, что ни в коей мере не говорит об их принципиальном отсутствии.

В заключение этой главы еще раз отмечу, что обобщенное электрическое поле и его напряженность являются условными понятиями, включающими помимо кулоновского поля градиента скалярного потенциала и производные от магнитных полей, причем последние имеют как потенциальный, так и непотенциальный характер. В традиционной теории величина напряженности обобщенного электрического поля считается инвариантной к выбору системы координат, поэтому одинаково действует как на неподвижный, так и на движущийся заряд. Этим оправдывается уделяемое ей большое внимание, но присущи указанные выше принципиальные проблемы, разрешимые только в релятивистской теории. В новой системе электродинамики, непротиворечиво основывающейся на классическом представлении о пространстве и времени, величина напряженности обобщенного электрического поля разная в разных ИСО, и адекватно описывает силовое воздействие только на неподвижный заряд. Поэтому она уже не имеет такого большого принципиального значения, а внимание, уделенное ее анализу в этой главе, обусловлено, во-первых, сложившейся традицией, а во-вторых, желанием подчеркнуть отличительные особенности новой теории, в которой, наоборот, возросла роль полной силы Лоренца в ее нерелятивистском инвариантном выражении, описываемом уравнением (50).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог, представлю новую систему уравнений электродинамики, основанную на классическом представлении о пространстве и времени и нерелятивистском инвариантном выражении полной силы Лоренца в том же порядке, в котором соответствующие уравнения традиционной системы были даны в начале статьи, с сохранением нумерации по тексту.

- Уравнение скалярно потенциала:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r}dV; \qquad (1)$$

- уравнение векторного потенциала:

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\vec{j}}{r}dV\,. \qquad (2)$$

Внешне эти два уравнения не изменились. Изменения касаются области интегрирования V, расстояния r и плотности заряда ρ, которые для инерционных зарядов являются незапаздывающими мгновенными величинами в области r<ct, где t – время инерционного движения заряда. Для неинерционных зарядов применяются запаздывающие величины, соответствующие расстоянию r' в запаздывающий момент времени:

$$t'=t-r'/c\,.$$

- Уравнение напряженности обобщенного электрического поля:

$$\vec{E}=-\nabla\varphi-\sum_{i,j,k,m}\frac{d\vec{A}_{i,j,k,m}}{dt}-\sum_{i,j,k,m}\left[\vec{u}_{i,j,k,m}\times rot\vec{A}_{i,j,k,m}\right]; \qquad (51)$$

$u_{i,k}$ – скорость отдельных зарядов с учетом запаздывания для неинерционных *k*;
$u_{j,m}$ – скорость замкнутых контуров тока и магнитов с учетом запаздывания для неинерционных *m*.

- уравнение вектора магнитной индукции:

$$\vec{B}=rot\vec{A}\,; \qquad (4)$$

- уравнения пространственных производных напряженности обобщенного электрического поля E и магнитной индукции B:

$$\nabla\vec{E}=\sum_{i,k}\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0}+\frac{1}{c^2}\sum_k\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\varphi_k}{\partial t}\right)-\sum_{j,m}\nabla\frac{d\vec{A}_{j,m}}{dt}-\sum_{i,j,k,m}\nabla\left[\vec{u}_{i,j,k,m}\times rot\vec{A}_{i,j,k,m}\right]; \qquad (54)$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\sum_{i,j,k,m}\frac{d\vec{B}_{i,j,k,m}}{dt}-\nabla\times\sum_{i,j,k,m}\left[\vec{u}_{i,j,k,m}\times\vec{B}_{i,j,k,m}\right]; \qquad (56)$$

$$\nabla\vec{B}=0\;; \qquad (7)$$

$$\nabla\times\vec{B}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial\nabla\varphi}{\partial t}-\nabla^2\vec{A}\,; \qquad (38)$$

- уравнение силы Лоренца, действующей на заряд:

$$\frac{\vec{F}}{q}=-\sum_{i,k}\nabla\varphi_{i,k}-\frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\frac{d}{dt}\left((\vec{u}_{i,k}-\vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right)-\frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\left[(\vec{u}_{i,k}-\vec{u}_q)\times rot\left((\vec{u}_{i,k}-\vec{u}_q)\varphi_{i,k}\right)\right]-$$
$$-\sum_{j,m}\frac{d\vec{A}_{j,m}}{dt}-\sum_{j,m}\left[(\vec{u}_{j,m}-\vec{u}_q)\times rot\vec{A}_{j,m}\right] \qquad (50)$$

где u_q – скорость заряда;
$u_{i,k}$ – скорость отдельных зарядов с учетом запаздывания для неинерционных *k*;
$u_{j,m}$ – скорость замкнутых контуров тока и магнитов с учетом запаздывания для `неинерционных *m*.

- уравнение калибровки Лоренца:

$$div\vec{A}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}. \qquad (10)$$

- Уравнения в потенциалах (уравнения квазистационарных полей и их деформации):

$$\nabla^2\varphi_i=-\frac{\rho_i}{\varepsilon_0}\,; \qquad (21)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{1}{c^2}\sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\varphi'_k}{\partial t^2}\right)=\sum_{i,k}\frac{\rho_{i,k}}{\varepsilon_0}-\nabla^2\varphi\,; \qquad (29)$$

где индексом i обозначены слагаемые, соответствующие инерционным зарядам;

индексом $'_k$ обозначены потенциалы, соответствующие условным локальным квазистационарным полям неинерционных зарядов k;

$$\nabla^2 \vec{A}_{i,j} = -\frac{\vec{j}}{c^2 \varepsilon_0}; \qquad (22)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \sum_{i,k}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_k}{\partial t^2}\right) - \sum_{j,m}\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'_m}{\partial t^2}\right) = \sum_{i,k}\frac{\vec{j}_{i,k}}{\varepsilon_0} + \sum_{j,m}\frac{\vec{j}_{j,m}}{\varepsilon_0} + c^2\nabla^2 \vec{A}. \qquad (37)$$

где в левой части стоит деформация второй производной по времени, а в правой части – деформация пространственной производной обобщенного поля векторного потенциала в сравнении с реальными полями инерционных источников (зарядов i, контуров тока и магнитов j) и условными квазистационарными полями неинерционных источников (k,m).

Как уже отмечалось, введение условных локальных квазистационарных полей для неинерционных источников отдаленно напоминает преобразования пространства и времени в теории относительности. Создается впечатление, что предложенная система уравнений приводит к тем же фактическим результатам, что и теория относительности. Даже если бы это было так, переход к новой системе имеет смысл, поскольку не приводит к пересмотру классических представлений о пространстве и времени. Однако, новая теория электродинамики дает и практические результаты, отличные от теории относительности. Прежде всего, при инерционном движении отсутствуют деформации потенциальных полей. Вместо этого дается обоснование зависимости силы взаимодействия зарядов от их относительной скорости. Дается не только классическое объяснение «релятивистским» результатам опытов Кауфмана, но и объясняется полученное в некоторых случаях несовпадения с релятивистской теорией, в частности, при изменении расстояния между заряженными пластинами с сохранением напряженности поля или смене радиоактивного источника быстрых электронов [3]. Новая теория также дает электромагнитное объяснение гравитации как статистического дисбаланса электромагнитного взаимодействия разноименных зарядов, движущихся с разными статистическими скоростями, например, атомарных структур, характеризуемых разными скоростями движения отрицательных зарядов (орбитальных электронов) и положительных зарядов (ядер) [4]. Есть еще множество других практических отличий и приложений, нуждающихся в развитии.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике, Т.5,6: М., «Наука», 1966.
2. Цикра С.А. Нерелятивистское выражение силы, действующей на электрический заряд, инвариантное в различных ИСО.
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/10116.html.
3. Цикра С.А. Анализ опытов Кауфмана с позиций классической электродинамики http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/10321.html.
4. Цикра С.А. Исследование баланса электрических сил между нейтральными телами с атомарной структурой
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/10187.html.