

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Энергетические потери в релятивистской плазме: квантовая хромодинамика в сравнении с квантовой электродинамикой

С. Пенье, А.В. Смилга

Обзор посвящён проблеме оценки энергетических потерь ультрарелятивистских заряженных частиц, движущихся через находящуюся в тепловом равновесии высокотемпературную e^+e^- - или кварк-глюонную плазму. Средние энергетические потери ΔE зависят от энергии E и массы M частицы, температуры плазмы T , константы связи α в квантовой электродинамике (КЭД) (α_s в квантовой хромодинамике (КХД)) и длины пробега L частицы в среде. В энергетические потери вносят вклад два основных механизма: упругие столкновения и тормозное излучение. Используются простые физические аргументы, чтобы получить для каждого из вкладов функциональную зависимость $\Delta E(E, M, T, \alpha_{(s)}, L)$ в различных областях параметров. В некоторых областях эффект Ландау–Померанчука–Мигдала приводит к подавлению тормозного излучения. Кроме того, излучение тяжёлых частиц нередко подавлено вследствие кинематических причин. Тем не менее при не слишком малой длине пробега L и достаточно большой энергии ($E \gg M^2/(\alpha T)$ в абелевом случае и $E \gg M/\sqrt{\alpha_s}$ в неабелевом) радиационные потери преобладают над столкновительными. Заново выводятся известные результаты и делаются новые наблюдения. В частности, для лёгких частиц ($m^2 \ll \alpha T^2$) различие в поведении ΔE в КЭД и КХД главным образом обусловлено различием в постановке задачи. В КЭД естественно изучать энергетические потери электрона, происходящего из бесконечности. В КХД, напротив, физический интерес представляют индуцированные средой энергетические потери партона, рождённого **внутри** среды. В случае электрона, рождённого внутри КЭД-плазмы, поведение индуцированных средой радиационных энергетических потерь ΔE_{rad} аналогично поведению ΔE_{rad} в КХД (в частности, $\Delta E_{\text{rad}} \propto L^2$ при малых L), несмотря на радикальное различие спектров фотонного и глюонного излучения вследствие того, что конусы тормозного излучения для мягких глюонов шире, чем для мягких фотонов. Показано, что средние радиационные потери асимптотического лёгкого партона, движущегося в КХД-плазме, аналогичны потерям асимптотического электрона, движущегося в КЭД-плазме. Для тяжёлых частиц ($M^2 \gg \alpha T^2$) различие между ΔE_{rad} в КЭД и КХД более заметно, даже когда рассматривается одна и та же физическая ситуация.

PACS numbers: 12.38.Mh, 25.75.-q, 52.27.Ny, 61.85.+p

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200907a.0697

Содержание

1. Введение (697).
2. Столкновительные энергетические потери быстрой заряженной частицы (699).
 - 2.1. Горячая плазма КЭД. 2.2. Кварк-глюонная плазма.
3. Радиационные потери быстрой асимптотической заряженной частицы: квантовая электродинамика (703).
 - 3.1. Быстрый электрон. 3.2. Быстрый мюон.
4. Радиационные потери "асимптотического партона" (708).
 - 4.1. Лёгкий партон. 4.2. Тяжёлый кварк.
5. Радиационные потери частицы, рождённой в плазме (714).
 - 5.1. Горячая плазма КЭД. 5.2. Кварк-глюонная плазма.
6. Заключение (719).
7. Приложения (721).
 - А. Типичное импульсное уширение в кулоновском перерасеянии. Б. Эффект Ландау–Померанчука–Мигдала и фейнмановские диаграммы.

Список литературы (725).

1. Введение

Оценка энергетических потерь заряженных частиц, движущихся в обычном веществе, представляет собой стандартную задачу ядерной физики, очень хорошо изученную как теоретически, так и экспериментально (см., например, [1]). Известно, в частности, что для тяжёлых частиц (протонов) с не слишком высокой энергией основной вклад в энергетические потери обусловлен столкновениями с отдельными атомными электронами,

С. Пенье, А.В. Смилга. SUBATECH, UMR 6457, Université de Nantes, Ecole des Mines de Nantes, IN2P3/CNRS, 4 rue Alfred Kastler, 44307 Nantes cedex 3, France
E-mail: peigne@subatech.in2p3.fr, smilga@subatech.in2p3.fr

Статья поступила 26 ноября 2008 г.,
после доработки 10 марта 2009 г.

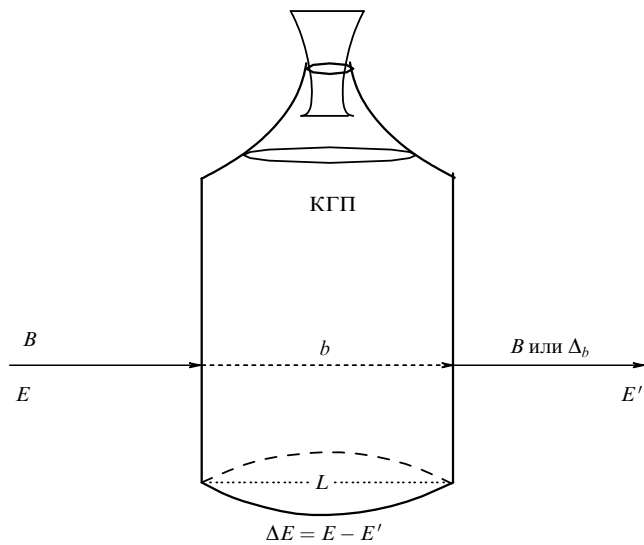


Рис. 1. Тяжёлый кварк, пролетающий через термос, заполненный КГП.

тогда как для лёгких частиц (электронов) с теми же энергиями эти потери связаны с тормозным излучением.

Задачу об энергетических потерях можно также поставить для частиц, движущихся через горячую ультрарелятивистскую плазму¹. В частности, можно задать вопросом о том, что происходит, когда частица, обладающая *цветным* зарядом, проходит через горячую среду КХД. В пределе, когда температура T среды очень высока, $T \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, такая среда представляет собой кварк-глюонную плазму (КГП), т.е. систему, состоящую из кварков и глюонов со слабым эффективным взаимодействием кулоновского типа², $\alpha_s(T) \ll 1$. Конечно, цветные частицы не существуют в виде асимптотических состояний, но можно представить себе ряд мысленных экспериментов, в которых можно было бы в принципе измерить энергетические потери движущегося через КГП быстрого партонна. Рассмотрим быстрый тяжёлый мезон (например, V -мезон), состоящий из тяжёлого кварка и лёгкого антикварка, приходящий из бесконечности (т.е. образовавшийся в далёком прошлом) и влетающий в крошечный термос на лабораторном столе, заполненный КГП, как показано на рис. 1. В горячей окружающей среде тяжёлый кварк избавляется от своего лёгкого партнёра и движется через плазму, теряя энергию. Когда он вылетает из термоса, он соединяется с лёгким антикварком или двумя лёгкими кварками, образуя тяжёлый бесцветный адрон. Разница между энергиями прилетающего мезона и вылетающего тяжёлого адрона примерно совпадает с энергетическими потерями тяжёлого кварка.

¹ Во всем обзоре мы рассматриваем нерасширяющуюся (статическую) плазму в состоянии теплового равновесия.

² Мы используем термин КГП в том ограниченном смысле, который является естественным обобщением общепринятого определения плазмы [2]. Когда Шурык впервые предложил этот термин, он имел в виду именно эту аналогию [3]. К сожалению, в реальных столкновениях тяжёлых ионов достигаемые температуры не настолько высоки, для того чтобы выполнялось условие $\alpha_s(T) \ll 1$, и неясно, можно ли описывать систему пертурбативно. В настоящем обзоре мы рассматриваем только случаи, в котором эффективное взаимодействие мало и теория возмущений применима.

С теоретической точки зрения такая ситуация является, по всей видимости, наиболее прозрачной. Если масса тяжёлого кварка очень велика, $M \gg T$, то плотность таких кварков в плазме экспоненциально подавлена, так что пролетающий тяжёлый кварк является меченым. Но провести такой эксперимент в реальности, конечно, нельзя. Горячая материя КХД возникает в результате столкновений тяжёлых ионов на несколько 10^{-23} -х долей секунды, и изучить её взаимодействие с пучком V -мезонов невозможно. Возможно, однако, определить энергетические потери тяжёлых или лёгких частиц, рождённых *внутри* плазмы (посредством жёсткого партонного подпроцесса). Кварк-антикварковая пара, рождённая с большим относительным поперечным импульсом в жёстком партонном процессе, порождает две отдельные адронные струи. В столкновениях тяжёлых ионов энергетические потери кварка за время, прошедшее между его рождением и его вылетом из КГП, смягчают спектр p_T лидирующих адронов в соответствующей струе по сравнению со спектром протон-протонных столкновений. Этот эффект, впервые предсказанный Бьёркеном [4] и называемый *гашением струй*, в настоящее время хорошо наблюдается в экспериментах на коллайдере RHIC [5–8]³. Аналогичный эффект в холодной ядерной материи при более низких энергиях, а именно смягчение распределения адронов по энергиям в глубоконеупругом рассеянии на ядрах, наблюдался коллаборациями HERMES [10] и CLAS [11].

Что касается партонна, рождённого в (пертурбативной) КГП, то здесь имеются два различных случая: либо рождённый партон является лёгким, либо он представляет собой тяжёлый кварк. Для лёгких партоннов с достаточно высокой энергией, $E \gg T$, преобладающим механизмом энергетических потерь (при не слишком малых L) является глюонное тормозное излучение. Эта задача ранее рассматривалась в работах [12–22]. Для того чтобы правильно вычислить радиационные потери, важно учитывать эффект Ландау–Померанчука–Мигдала (ЛПМ) [23–25], обобщённый на случай КХД. Кратко, тормозное излучение представляет собой процесс, в котором заряженная частица сбрасывает сопровождающее её поле излучения. Однако вновь рождённая "раздетая" частица должна прежде всего "одеться" в свою радиационную шубу, прежде чем она снова сможет её сбросить. Если время, необходимое для такого "одевания" (*время формирования*), велико, то интенсивность излучения и, следовательно, радиационные энергетические потери подавляются. Для тяжёлых кварков тормозное излучение подавлено сильнее, чем для лёгких партоннов [26], и относительный вклад столкновительных потерь возрастает. Когда масса частицы не слишком велика, $M \ll \sqrt{\alpha_s E T}$ в КЭД и $M \ll \sqrt{\alpha_s} E$ в КХД, а длина пробега L не слишком мала, радиационные потери все ещё преобладают над столкновительными.

Наша цель состоит в том, чтобы заново вывести и объяснить известные результаты относительно простым образом. Мы не пытаемся проводить точные вычисления (в том, что касается радиационных потерь, такие вычисления очень сложны и, возможно, их и нельзя провести модельно-независимым способом), а приводим только физические аргументы, проясняющие пара-

³ Недавний обзор по поводу гашения струй см. в [9].

метрическую зависимость величины $\Delta E(E, M, T, \alpha_{(s)}, L)$ в различных областях значений параметров. Этот физический акцент и детальный анализ спектра излучения для лёгких и тяжёлых частиц отличают наш обзор от обзора [27].

Как подчёркивалось выше, исследование энергетических потерь партонов, рождённых в КГП, представляет феноменологический интерес при изучении столкновений тяжёлых ионов. Однако поучительно также обсудить задачу энергетических потерь в КЭД. В этом случае более естественно рассматривать асимптотическую частицу (на массовой оболочке), влетающую в область, содержащую ультрарелятивистскую e^+e^- плазму, а затем покидающую её. Однако в принципе можно рассмотреть и рождение заряженной частицы *внутри* плазмы КЭД⁴. Таким образом, представляется полезным вычислить энергетические потери ультрарелятивистской заряженной частицы во всех различных ситуациях, какие только можно вообразить, даже если некоторые из них представляют лишь академический интерес.

Сначала, в разделе 2, мы обсудим столкновительный вклад в энергетические потери, рассматривая случаи КЭД и КХД, а также случаи тяжёлых и лёгких частиц. Для столкновительных потерь не важно, каким образом произошло рождение частицы (в далёком прошлом вне плазмы или внутри её). В разделах 3 и 4 мы обсуждаем радиационные энергетические потери асимптотической частицы, движущейся через высокотемпературную плазму. Раздел 3 посвящён КЭД, в которой такая физическая ситуация представляется более естественной. В разделе 4 мы решаем аналогичную задачу в рамках КХД, где влетающие в плазму "асимптотические" партоны следует понимать как конститuentы бесцветных адронов. В разделе 5 мы рассматриваем частицы, рождённые в плазме, в рамках как КЭД, так и КХД. Там же мы показываем, что квадратичная зависимость индуцированных радиационных потерь от размера плазмы L при достаточно малых L не является характерной особенностью только КХД. Она также имеет место для КЭД, причём зависимость коэффициента при L^2 от параметров в целом такая же (но логарифмические факторы могут различаться). Однако дифференциальные спектры излучения глюонов и фотонов качественно различны. Поскольку это может оказаться полезным для феноменологии гашения струй, мы достаточно подробно обсуждаем энергетические спектры индуцированного излучения глюонов в случае лёгких и тяжёлых кварков. Наконец, в разделе 6 мы кратко подводим итоги и приводим некоторые общие замечания.

2. Столкновительные энергетические потери быстрой заряженной частицы

Первое вычисление столкновительных энергетических потерь быстро движущегося через горячую плазму заряда было проведено Бьёркеном [4]. Это вычисление было сделано в контексте КХД и легло в основу идеи

Бьёркена использовать гашение струй как сигнатуру КГП. Результат, полученный Бьёркеном для столкновительных потерь (на единичную длину) лёгкого партона с большой энергией (лёгкого кварка q или глюона g), имеет вид

$$\left. \frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \right|_{q,g} = C_R \pi \alpha_s^2 T^2 \left(1 + \frac{n_f}{6} \right) \ln \frac{ET}{\mu^2}, \quad (2.1)$$

где n_f — число ароматов кварков, находящихся в тепловом равновесии, $C_R = C_F = 4/3$ (для кварка) или $C_R = N_c = 3$ (для глюона), μ — величина эффективного инфракрасного обрезания. С логарифмической точностью, с которой выведено уравнение (2.1), μ можно принять равной дебаевской экранирующей массе в КГП, $\mu \sim gT$.

Детальное исследование столкновительных потерь в КЭД- и КХД-плазме представлено, например, в работах [28–34]. Ниже мы даём краткий обзор этой проблемы, подчёркивая различие между двумя случаями: *меченой* (тяжёлой) и *немеченой* (лёгкой) частицы.

2.1. Горячая плазма КЭД

2.1.1. Ультрарелятивистский мюон. Рассмотрим ультрарелятивистский мюон с массой M и 4-импульсом $P = (E, \mathbf{p})$, пролетающий через горячую e^+e^- -плазму с температурой T при $E \gg M \gg T$. Последнее неравенство обеспечивает отсутствие мюонов в термостате. Мюон может терять энергию либо при кулоновских столкновениях с электронами и позитронами (рис. 2а), либо при комптоновских столкновениях с фотонами (рис. 2б).

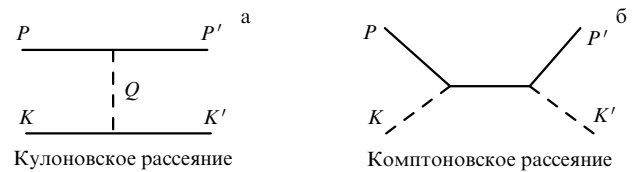


Рис. 2. Типичные диаграммы, получающиеся при столкновениях мюона с плазменными частицами.

Рассмотрим сначала потери, обусловленные кулоновским рассеянием. Дифференциальное кулоновское⁵ сечение рассеяния имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{Coulomb}}}{dt} \sim \frac{\alpha^2}{(t - \mu^2)^2}, \quad (2.2)$$

где $t \equiv Q^2 = (K - K')^2$ — мандельштамовский инвариантный переданный импульс, $\mu \sim eT$ — дебаевская экранированная масса в плазме КЭД. Полное кулоновское сечение рассеяния имеет вид

$$\sigma_{\text{Coulomb}} \sim \frac{\alpha^2}{\mu^2} \sim \frac{\alpha}{T^2}. \quad (2.3)$$

⁴ Можно иметь в виду, например, энергетические потери заряженного лептона, рождённого при столкновении тяжёлых ионов (впрочем, в этом случае они должны быть малы из-за малости размера КГП по сравнению с длиной свободного пробега лептона).

⁵ Как принято в литературе по данной теме, мы используем термин "кулоновский" в обобщённом смысле — как *экранированный кулоновский*, т.е. юкавский.

Импульсы K и K' на рис. 2 относятся к частицам в тепловом равновесии и имеют порядок T . Заметим, что из-за влияния среды они слегка сходят с массовой оболочки, $K^2 \sim K'^2 \sim \mu^2$, что, впрочем, не влияет на оценки, которые мы получим ниже. Поскольку интеграл для полных столкновительных потерь насыщается в области $|t| \gg \mu^2$ (как мы это сейчас увидим), можно записать $t = -2KQ = -2(|\mathbf{K}|Q_0 - \mathbf{KQ})$. В среднем имеем $Q_0 \sim -t/(2|\mathbf{K}|) \sim -t/T$. Таким образом, средняя потеря энергии при однократном рассеянии есть

$$\langle \Delta E \rangle_{1 \text{ scat}} \sim \frac{1}{\sigma_{\text{Coulomb}}} \int dt \frac{d\sigma_{\text{Coulomb}}}{dt} \frac{-t}{T} \sim \alpha T \ln \frac{|t|_{\text{max}}}{\mu^2}. \quad (2.4)$$

Логарифм возникает из широкого логарифмического интервала $\mu^2 \ll |t| \ll |t|_{\text{max}}$, откуда (с логарифмической точностью) следует, что передача энергии при одном столкновительном акте мала по сравнению с E .

Вводя кулоновскую длину свободного пробега

$$\lambda_{\text{Coulomb}} \equiv \frac{1}{n\sigma_{\text{Coulomb}}} \sim \frac{1}{\alpha T}, \quad (2.5)$$

где $n \sim T^3$ — плотность частиц в плазме, оценим скорость энергетических потерь на единицу расстояния:

$$\frac{dE_{\text{Coulomb}}}{dx} \sim \frac{\langle \Delta E \rangle_{1 \text{ scat}}}{\lambda_{\text{Coulomb}}} \sim \alpha^2 T^2 \ln \frac{|t|_{\text{max}}}{\mu^2}. \quad (2.6)$$

Максимальная передача $|t|_{\text{max}}$ определяется как

$$|t|_{\text{max}} = \frac{(s - M^2)^2}{s} \sim \begin{cases} ET, & M^2 \ll ET, \\ \frac{E^2 T^2}{M^2}, & M^2 \gg ET, \end{cases} \quad (2.7)$$

где мы использовали $s = (P + K)^2 = M^2 + 2PK$, так что $s \sim ET$ в области малых масс и $s \sim M^2$ в области больших масс. Таким образом, мы видим, что логарифмический множитель в (2.6) принимает различный вид в областях, определяемых значениями массы $M^2 \ll ET$ и $M^2 \gg ET$:

$$\frac{dE_{\text{Coulomb}}}{dx} \sim \alpha^2 T^2 \begin{cases} \ln \frac{ET}{\mu^2}, & M^2 \ll ET, \\ 2 \ln \frac{ET}{\mu M}, & M^2 \gg ET. \end{cases} \quad (2.8)$$

Здесь уместно сделать два замечания.

1. Строго говоря, использование соотношения (2.2) для определения дифференциального сечения некорректно. Во-первых, это соотношение записано для статических и скалярных плазменных частиц, тогда как эти частицы движутся и имеют спин. Во-вторых, диаграмма на рис. 2 была оценена с помощью модельного выражения $1/(t - \mu^2)$ для фотонного пропагатора, тогда как на самом деле он выражается более сложным образом. В-третьих, ни S -матрица, ни сечение не являются в среде корректно определёнными понятиями, поскольку в среде отсутствуют асимптотические состояния и адекватной величиной является не σ^{tot} , а скорость затухания ζ ультрарелятивистского коллективного возбуждения с мюонными квантовыми числами, которая связана с длиной свободного пробега мюона соотношением

$\lambda = \zeta^{-1}$. Скорость затухания, которая была вычислена в работе [35], имеет вид⁶

$$\lambda = \zeta^{-1} = \left(\frac{1}{2} \alpha T \ln \frac{C}{\alpha} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Таким образом, по сравнению с нашей оценкой (2.5), выражение для длины свободного пробега содержит дополнительный логарифм константы связи. Это происходит потому, что кроме кулоновского рассеяния выражение (2.9) зависит также от магнитных взаимодействий [35, 36]. Таким образом, строго говоря, именно равенство (2.9) следует принимать в качестве определения λ , которое будет использоваться в разделах 3–5. Однако учёт логарифмов константы связи представляет собой сложную задачу, которую мы здесь не рассматриваем. Единственные логарифмы, которые мы удерживаем, — это логарифмы, зависящие от энергии частицы E . Поэтому мы везде будем использовать величину $\lambda \sim 1/(\alpha T)$, которая совпадает с выражением для кулоновской длины свободного пробега (2.5).

2. При более стандартном способе определения длины свободного пробега используют не выражение (2.5), а $\lambda^{\text{tr}} = 1/(n\sigma^{\text{tr}})$, где

$$\sigma^{\text{tr}} = \int d\sigma (1 - \cos \theta) \quad (2.10)$$

— транспортное сечение, содержащее дополнительный подавляющий множитель для малых углов рассеяния. Транспортная длина свободного пробега λ^{tr} удобна при описании явлений переноса, связанных со столкновениями (таких как вязкость, электрическая проводимость и т.д.)⁷. В задаче об энергетических потерях, обусловленных столкновениями, при выводе (2.6) можно с тем же успехом использовать определение (2.10) (оценки для $\langle \Delta E \rangle_{1 \text{ scat}}$ и λ могут различаться, однако их отношение не должно меняться). Масштаб (2.5) представляется не очень физичным и в задаче о радиационных потерях. Почти все результаты зависят не от λ как таковой, а от комбинации $\hat{q} = \mu^2/\lambda$, которая представляет собой коэффициент переноса. "Отдельный" масштаб λ входит только в аргумент некоторых логарифмов. Мы вернёмся к обсуждению этого вопроса в заключительном разделе 6. Здесь мы лишь подчеркнём, что, независимо от того, является ли определённое в (2.5) или (2.9) понятие длины свободного пробега наблюдаемым, оно оказывается достаточно наглядным и удобным, и мы будем пользоваться им на протяжении всего обзора.

Теперь рассмотрим столкновительные потери, обусловленные комптоновским рассеянием (рис. 2б), и сосредоточимся на области $M^2 \ll ET$. Дифференциальное сечение комптоновского рассеяния при $M^2 \ll |u| \ll s \sim ET$ имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{Compton}}}{dt} \sim \frac{\alpha^2}{su}. \quad (2.11)$$

⁶ Вычисление было проведено для КХД, однако если в работе [35] положить $c_F = 1$, то из результата для ζ_q непосредственно получается абелев результат.

⁷ Подробное обсуждение явлений переноса в КГП приведено в работах [37].

Отсюда получаем выражение для полного комптоновского сечения:

$$\sigma_{\text{Compton}} \sim \frac{\alpha^2}{s} \ln \frac{s}{M^2} \sim \frac{\alpha^2}{ET} \ln \frac{ET}{M^2}. \quad (2.12)$$

Логарифм возникает от интегрирования в интервале $M^2 \ll |u| \ll s \simeq |t|$ (напомним, что $s + t + u = 2M^2$). По аналогии с (2.4) найдём энергетические потери для единичного акта комптоновского рассеяния:

$$\langle \Delta E \rangle_{1 \text{ Compton scat}} \sim \frac{1}{\sigma_{\text{Compton}}} \int dt \frac{d\sigma_{\text{Compton}}}{dt} \frac{-t}{T} \sim \frac{s}{T} \sim E. \quad (2.13)$$

Таким образом, характерная передаваемая энергия оказывается порядка E . (Экспериментальные проекты по получению энергичных фотонов путём рассеяния быстрых электронов на лазерных лучах основаны именно на этом свойстве комптоновского рассеяния [38].) Вводя комптоновскую длину свободного пробега

$$\lambda_{\text{Compton}} \equiv \frac{1}{n\sigma_{\text{Compton}}} \sim \frac{E}{\alpha^2 T^2 \ln(ET/M^2)} \gg \lambda_{\text{Coulomb}}, \quad (2.14)$$

получаем

$$\frac{dE_{\text{Compton}}}{dx} \sim \frac{E}{\lambda_{\text{Compton}}} \sim \alpha^2 T^2 \ln \frac{ET}{M^2}. \quad (2.15)$$

Заметим, что логарифм в уравнении (2.15) возникает из того же логарифмического интеграла (по u), что и для полного комптоновского сечения (2.12), и он присутствует только в области масс $M^2 \ll ET$.

Мы видим, что потери, обусловленные кулоновским и комптоновским рассеянием, имеют один порядок, хотя сами процессы кардинально различаются. Комптоновское рассеяние происходит редко, $\lambda_{\text{Compton}} \gg \lambda_{\text{Coulomb}}$, но, как говорилось выше, обладает высокой эффективностью в отношении переноса энергии. Суммируя вклады от кулоновского и комптоновского рассеяния в столкновительные потери в области $M^2 \ll ET$, получаем⁸

$$\frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \Big|_{\mu^-} = \frac{\pi}{3} \alpha^2 T^2 \left[\ln \frac{ET}{\mu^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{ET}{M^2} + \mathcal{O}(1) \right], \quad M^2 \ll ET. \quad (2.16)$$

При комптоновском рассеянии, когда $M^2 \ll ET$, мы имеем $|u| \ll s$ в главном логарифмическом приближении, откуда следует, что $|t| \simeq |t|_{\text{max}} \simeq s$. Таким образом, в этой области масс комптоновское рассеяние характеризуется конечным состоянием в виде *мягкого* мюона и *жесткого* фотона (с энергией $\simeq E$), вылетевших из плазмы. В этом состоит отличие от кулоновского рассеяния, при котором основной (логарифмически усиленный) вклад в сечение дают процессы с малой передачей энергии. Если же выйти за пределы главного логарифмического приближения, то константные кулоновские и комптоновские вклады в dE/dx происходят от схожих характерных конфигураций, в которых конечный мюон и рассеянная

частица примерно поровну делят между собой начальную энергию E [33].

Наконец, отметим, что при $M^2 \gg ET$ комптоновский логарифм в уравнении (2.16) следует опустить, а кулоновский логарифм модифицировать (см. (2.8)), что даёт

$$\frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \Big|_{\mu^-} = \frac{2\pi}{3} \alpha^2 T^2 \left[\ln \frac{ET}{\mu M} + \mathcal{O}(1) \right], \quad M^2 \gg ET. \quad (2.17)$$

2.1.2. Ультррелятивистский электрон. На первый взгляд, столкновительные потери энергетического электрона, пролетающего через e^+e^- -плазму, даются выражением (2.16), в которое вместо массы мюона $M \gg \mu$ следует подставить массу теплового электрона в среде, $m_{\text{th}} \sim eT \sim \mu$. Однако, как было отмечено выше, главный комптоновский вклад соответствует случаю, при котором налетающая частица теряет почти всю энергию. Таким образом, в конечном состоянии не представляется возможным отличить мягкий электрон от электрона среды. Другими словами, когда быстрый электрон после взаимодействия с плазмой становится мягким, он как бы исчезает. Кроме того, налетающий электрон может аннигилировать с тепловым позитроном. Аналогичная ситуация возникает при рассмотрении энергетических потерь позитрона в обычной среде.

Один из лучших способов определить *наблюдаемые* энергетические потери в этом случае — потребовать, чтобы электрон в конечном состоянии был достаточно жёстким, скажем, имел бы энергию $E' > E/2$. При этом ограничении конечный электрон нельзя спутать с тепловым электроном (энергетическое распределение Ферми–Дирака тепловых электронов содержит подавление, $n_F(E') \simeq \exp(-E'/T) \ll 1$ при $E' \gtrsim E/2 \gg T$. Требование наличия быстрого электрона в конечном состоянии позволяет исключить из рассмотрения канал аннигиляции, а также главный (логарифмический) комптоновский вклад. Следует удерживать только кулоновский вклад, который с логарифмической точностью соответствует малым переносам энергии.

В этих рамках из (2.16) получаем

$$\frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \Big|_{e^-, E' \gtrsim E/2} = \frac{\pi}{3} \alpha^2 T^2 \left[\ln \frac{ET}{\mu^2} + \mathcal{O}(1) \right]. \quad (2.18)$$

2.2. Кварк-глюонная плазма

2.2.1. Меченый тяжёлый кварк. В данном разделе мы рассмотрим случай ультррелятивистского тяжёлого кварка ($E \gg M \gg T$), движущегося в КГП. Для определённости сосредоточим внимание на области $M^2 \ll ET$. (Как и в КЭД, при $M^2 \gg ET$ комптоновский логарифм следует отбрасывать, а кулоновский логарифм модифицировать, см. (2.8).) Чисто столкновительные энергетические потери не сильно зависят от механизма рождения тяжёлого кварка. Последний может быть рождён в жёстком процессе в среде (как при столкновениях тяжёлых ионов) или существовать исходно внутри тяжёлого мезона, приходящего из бесконечности. Существенное различие между этими двумя случаями проявится при изучении радиационных энергетических потерь кварка, обусловленных его перерассеянием в плазме.

Вычисления столкновительных потерь для тяжёлого кварка в КГП аналогичны вычислениям для мюона, пролетающего через e^+e^- -плазму. Основное различие заключается в том, что константа связи α_s зависит здесь

⁸ Точные вычисления приведены в работе [33], где помимо логарифмов определена также константа.

от масштаба. Это важно учитывать не только для повышения точности предсказаний, но и для получения правильной энергетической зависимости удельных потерь dE/dx .

Вклад в dE/dx , даваемый кулоновским рассеянием быстрого тяжёлого кварка на кварках и глюонах в состоянии теплового равновесия, легко вывести из соответствующего выражения в КЭД. Кулоновское дифференциальное сечение рассеяния пропорционально α_s^2 , а масштаб, на котором вычисляется α_s , определяется самим передаваемым инвариантным импульсом t . Вследствие непостоянства α_s логарифмический интеграл, возникающий в выражении с постоянным взаимодействием (КЭД) (2.4), приобретает вид [32]

$$\alpha^2 \int_{\mu^2}^{ET} \frac{d|t|}{|t|} \rightarrow \int_{\mu^2}^{ET} \frac{d|t|}{|t|} \alpha_s^2(t). \quad (2.19)$$

Используя $\alpha_s(t) \sim 1/\ln(|t|/\Lambda^2)$, правую часть (2.19) можно точно проинтегрировать и переписать в виде

$$\alpha^2 \ln \frac{ET}{\mu^2} \rightarrow \alpha_s(\mu^2) \alpha_s(ET) \ln \frac{ET}{\mu^2}. \quad (2.20)$$

Аналогичные рассуждения применимы и для вклада от комптоновского рассеяния на тепловых глюонах⁹. С логарифмической точностью обмен по u -каналу преобладает над комптоновским рассеянием. Соответствующий масштаб, определяющий взаимодействие в дифференциальном сечении для этого вклада, имеет порядок $\mathcal{O}(u)$. Полное сечение комптоновского рассеяния в КХД получается из выражения (2.12) для КЭД с помощью замены

$$\alpha^2 \int_{M^2}^{ET} \frac{d|u|}{|u|} \rightarrow \int_{M^2}^{ET} \frac{d|u|}{|u|} \alpha_s^2(u). \quad (2.21)$$

Другими словами,

$$\alpha^2 \ln \frac{ET}{M^2} \rightarrow \alpha_s(M^2) \alpha_s(ET) \ln \frac{ET}{M^2}. \quad (2.22)$$

Используя (2.20) и (2.22) в уравнении (2.16), получаем столкновительные потери быстрого тяжёлого кварка в пределе $M^2 \ll ET$ (после выполнения температурного усреднения по кваркам и глюонам среды и введения цветовых множителей [34])

$$\left. \frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \right|_Q = \frac{4\pi}{3} T^2 \left[\left(1 + \frac{n_f}{6} \right) \alpha_s(\mu^2) \alpha_s(ET) \ln \frac{ET}{\mu^2} + \frac{2}{9} \alpha_s(M^2) \alpha_s(ET) \ln \frac{ET}{M^2} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right]. \quad (2.23)$$

Константный член $\sim \mathcal{O}(\alpha_s^2)$ был получен в работе [34]. Как и в случае КЭД, главный комптоновский логарифм в уравнении (2.23) соответствует конечным состояниям со

струей мягкого (но *меченого*) тяжёлого кварка и жёсткой струей, вызванной выбитым из плазмы глюоном с энергией¹⁰ $\simeq E$.

2.2.2. Лёгкий (немеченый) партон. По тем же соображениям, что и в обсуждавшемся выше случае КЭД, ошибочно было бы оценивать энергетические потери лёгкого быстрого партона с помощью простой замены в выражении (2.23) массы M массой лёгкого теплового партона $\sim gT$. Во-первых, пусть этого и не делают на практике, теоретически возможно наблюдать события с мягким меченым тяжёлым кварком. Однако для лёгкого (и потому немеченого) партона это невозможно. Во-вторых, лёгкие кварки могут аннигилировать с лёгкими антикварками в термостате, и это только усугубляет неопределённость в вопросе о том, что же представляют собой энергетические потери лёгкого партона.

Что касается комптоновского рассеяния, ситуация ещё хуже, чем в КЭД, где детектирование энергичного фотона в конечном состоянии могло бы, по крайней мере, послужить сигналом того, что произошло комптоновское рассеяние. В КХД очень трудно отличить адронную струю, вызванную жёстким конечным глюоном, возникшим в результате комптоновского рассеяния, от адронной струи, вызванной жёстким конечным кварком, претерпевшим мягкие кулоновские обмены.

Для лёгкого (или в более общем случае немеченого) партона *наблюдаемые* энергетические потери должны определяться на партонном уровне относительно главного (т.е. имеющего наибольшую энергию) партона. При $E' < E/2$, или, эквивалентно, $|u| < s/2$, соответствующие энергетические потери, таким образом, равны $\Delta E = E - |\mathbf{K}'| = E' - |\mathbf{K}| \simeq E' \sim |u|/(2|\mathbf{K}|)$. При $E' > E/2$ мы имеем $\Delta E = E - E' \sim |t|/(2|\mathbf{K}|)$, как и в случае меченого партона. Комптоновский вклад в dE/dx , таким образом, имеет вид

$$\frac{dE_{\text{Compton}}}{dx} \sim n \int_{M^2}^s d|u| \frac{\alpha_s^2}{s|u|} \left[\frac{|u|}{T} \Theta\left(\frac{s}{2} - |u|\right) + \frac{|t|}{T} \Theta\left(|u| - \frac{s}{2}\right) \right]. \quad (2.24)$$

Заметим, что, в отличие от "меченого" случая, комптоновский вклад не претерпевает логарифмического усиления. Причина этого понятна: логарифм $\sim \ln(ET/M^2)$ в уравнении (2.23) происходит из области малых u . Однако при использовании "немеченого" физического определения (2.24) малые u отвечают малой передаваемой энергии и не дают никакого значимого (логарифмического) вклада в энергетические потери. В рамках такого определения отметим также, что вклад аннигиляционного канала также не приводит ни к какому логарифму.

Таким образом, из логарифмов остается только кулоновский логарифм в t -канале, возникающий из широкого интервала $\mu^2 \ll |t| \ll ET$. Этот кулоновский логарифм можно вывести из (2.23). Обобщение на

⁹ В КХД термины *кулоновский* и *комптоновский* относятся не к различным процессам, как в КЭД, а к различным кинематическим областям, связанным с одним и тем же процессом. При малых $|t|$ основной вклад в амплитуду $\mathcal{M}(Qg \rightarrow Qg)$ даёт кулоновская диаграмма с обменом мягким глюоном. Если же мало $|u|$, то в ту же амплитуду основной вклад даёт диаграмма комптоновского типа, соответствующая обмену по u -каналу.

¹⁰ Заметим, что в настоящее время на экспериментальной установке RHIC такие конфигурации не регистрируются; это связано с тем, что при отборе меченых событий, связанных с тяжёлыми кварками, используется обрезание на более низких энергиях. При таких экспериментальных условиях в уравнении (2.23) должен сохраняться только главный (кулоновский) логарифм.

случай глюона очевидно, и мы получаем

$$\left. \frac{dE_{\text{coll}}}{dx} \right|_{q, g} = C_R \pi T^2 \left[\left(1 + \frac{n_f}{6} \right) \alpha_s(\mu^2) \alpha_s(ET) \ln \frac{ET}{\mu^2} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right], \quad (2.25)$$

где $C_R = 4/3$ (3) — цветовой заряд кварка (глюона). Делая в уравнении (2.25) замену $\alpha_s(\mu^2) \alpha_s(ET) \rightarrow \alpha_s^2$, мы воспроизводим результат Бьёркена (2.1), выведенный в предположении постоянной α_s . Подчеркнём, что результат Бьёркена справедлив в логарифмическом приближении и относится к немеченому партону.

3. Радиационные потери быстрой асимптотической заряженной частицы: квантовая электродинамика

Теперь рассмотрим радиационные энергетические потери, обусловленные тормозным излучением. В данном разделе мы рассмотрим случай *асимптотической* (т.е. рождённой в далёком прошлом) заряженной частицы, пролетающей через слой плазмы конечного размера. Этот случай соответствует естественной постановке эксперимента в КЭД, когда быстрый влетающий в плазму электрон можно приготовить на массовой оболочке, уже "одетым" в свою радиационную шубу. Таким образом, сначала мы рассмотрим случай КЭД. В разделе 4 мы исследуем несколько академический, но методически интересный случай "асимптотического кварка", пролетающего через КГП.

3.1. Быстрый электрон

В этом разделе мы вычислим радиационные энергетические потери быстрого электрона на массовой оболочке, пролетающего через ультррелятивистскую e^+e^- -плазму. Будем считать, что $E \gg T$ и $\mu \sim eT \gg m$, где $m \equiv m_e$ — масса электрона. Электрон рассеивается на частицах плазмы, изменяет направление своего движения и испускает тормозные фотоны.

$L \ll \lambda$: режим Бете–Гайтлера. Сначала рассмотрим случай очень тонкого плазменного слоя размером $L \ll \lambda$, где длина свободного пробега электрона λ является характерным расстоянием между следующими друг за другом упругими столкновениями¹¹. Как обсуждалось в разделе 2, λ определяется равенством (2.9) или даже (2.5), поскольку в нашем исследовании мы пренебрегаем логарифмами константы связи. Вероятность того, что прилетающий электрон претерпевает кулоновское рассеяние, есть $\sim L/\lambda \ll 1$, а вероятность того, что произошло несколько рассеяний, подавлена дополни-

¹¹ В данном обзоре L обозначает расстояние, которое проходит частица в плазме, и его следует отличать от размера плазмы L_p . Для того чтобы наступило тепловое равновесие, размер среды должен быть много больше, чем *транспортная* длина свободного пробега плазменной частицы (которая имеет тот же порядок, что и транспортная длина свободного пробега быстрого электрона), $L_p \gg \lambda^{\text{tr}} \sim 1/(\alpha^2 T) \gg \lambda$. Таким образом, случай $L \ll \lambda$, что означает и $L \ll L_p$, совершенно нереалистичен для асимптотического электрона, в отношении которого мы ожидаем $L \sim L_p$, кроме того случая, когда электрон пролетает через плазму вблизи её края. Предел $L \ll \lambda$ имеет несколько больший смысл в случае частиц, рождённых внутри плазмы, рассмотренном в разделе 5.) Однако для лучшего понимания того, что происходит в более физической ситуации при больших L , представляется полезным сначала рассмотреть случай $L \ll \lambda$.

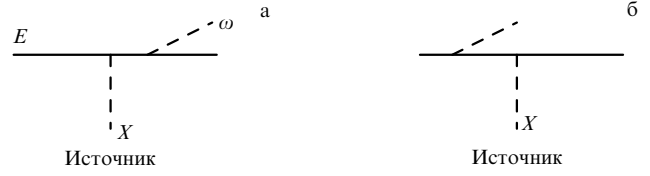


Рис. 3. Две диаграммы излучения фотона, индуцированного кулоновским рассеянием электрона.

тельно. Средние энергетические потери после прохождения расстояния L , таким образом, выражаются в виде

$$\Delta E(L \ll \lambda) \sim \frac{L}{\lambda} \Delta E_{1 \text{ scat}}^{\text{rad}}, \quad (3.1)$$

где $\Delta E_{1 \text{ scat}}^{\text{rad}}$ — радиационные энергетические потери, обусловленные однократным кулоновским рассеянием¹². Эти потери получаются из спектра фотонного излучения, который следует из вычисления двух диаграмм на рис. 3:

$$\Delta E_{1 \text{ scat}}^{\text{rad}} = \int \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \omega d\omega. \quad (3.2)$$

Результат для спектра излучения не сильно зависит от природы сталкивающихся объектов. Он зависит главным образом от характерного сечения рассеяния и, следовательно, от характерного передаваемого импульса q_{\perp} . Как будет аргументировано ниже, комптоновское рассеяние здесь не играет почти никакой роли и можно рассматривать только кулоновское рассеяние. Таким образом, частицы плазмы можно заменить статическими источниками и использовать дифференциальное сечение в виде (2.2). Интеграл, дающий полное кулоновское сечение (2.3), насыщается на значениях $|t| \simeq q_{\perp}^2 \sim \mu^2$, и в большинстве оценок (за несколькими исключениями, к которым мы ещё вернёмся) можно полагать, что q_{\perp} имеет порядок дебаевской массы μ .

В приближении мягкого фотона $\omega = |\mathbf{k}| \ll E$, которое является достаточным для наших целей¹³, интенсивность фотонного излучения имеет вид

$$dI_{\text{rad}} = \sum_{i=1,2} e^2 \left| \frac{P \varepsilon_i}{Pk} - \frac{P' \varepsilon_i}{P'k} \right|^2 \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3 2\omega}, \quad (3.3)$$

где ε_i — два поперечных вектора поляризации фотона. Когда "угол" излучения фотона $\theta \equiv \mathbf{k}_{\perp}/\omega$ и "угол" рассеяния электрона $\theta_s \equiv \mathbf{q}_{\perp}/E$ малы, $\theta, \theta_s \ll 1$, сумма по поляризациям фотона даёт

$$dI_{\text{rad}} = \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{d\omega}{\omega} d^2 \theta \mathbf{J}_e^2, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{J}_e = \frac{\theta'}{\theta'^2 + \theta_m^2} - \frac{\theta}{\theta^2 + \theta_m^2}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{J}_e^2 = \frac{\theta_s^2}{(\theta^2 + \theta_m^2)(\theta'^2 + \theta_m^2)} - \left(\frac{\theta_m}{\theta^2 + \theta_m^2} - \frac{\theta_m}{\theta'^2 + \theta_m^2} \right)^2, \quad (3.6)$$

где $\theta_m \equiv m/E$ и $\theta' \equiv \theta - \theta_s$.

¹² Мы будем называть радиационные энергетические потери, обусловленные однократным рассеянием, потерями Бете–Гайтлера.

¹³ В действительности, характерная частота испускаемых фотонов, дающих вклад в ΔE_{rad} , имеет порядок E (см., например, спектр (3.9) ниже). Однако это изменяет результат, полученный в приближении мягкого фотона, только на численные множители, которые нас здесь не беспокоят.

Нас интересуют пределы малых и больших масс, в которых соответственно $\theta_m \ll \theta_s$ и $\theta_m \gg \theta_s$. Приведём соответствующие результаты:

$$\theta_m \ll \theta_s \Rightarrow \int \frac{d^2\theta}{2\pi} \mathbf{J}_e^2 \simeq \ln \frac{\theta_s^2}{\theta_m^2} \Rightarrow \omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \simeq \frac{2\alpha}{\pi} \ln \frac{\theta_s^2}{\theta_m^2}, \quad (3.7)$$

$$\theta_m \gg \theta_s \Rightarrow \int \frac{d^2\theta}{2\pi} \mathbf{J}_e^2 \simeq \frac{1}{3} \frac{\theta_s^2}{\theta_m^2} \Rightarrow \omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \simeq \frac{2\alpha}{3\pi} \frac{\theta_s^2}{\theta_m^2}. \quad (3.8)$$

Соотношение (3.7) справедливо с логарифмической точностью. Логарифм возникает из первого члена в правой части (3.6) и из угловых областей $\theta_m \ll \theta \ll \theta_s$ и $\theta_m \ll \theta' = |\theta - \theta_s| \ll \theta_s$. Асимптотические выражения (3.7) и (3.8) удобно объединить в следующую интерполяционную формулу для энергетического спектра:

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} = \frac{2\alpha}{\pi} \int \frac{d^2\theta}{2\pi} \mathbf{J}_e^2 \simeq \frac{2\alpha}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\theta_s^2}{3\theta_m^2} \right) \sim \alpha \ln \left(1 + \frac{q_{\perp}^2}{3m^2} \right). \quad (3.9)$$

Точное выражение ведёт себя качественно так же, но является более сложным [39].

При $q_{\perp} \sim \mu \gg m$ (и тем самым при $\theta_s \gg \theta_m$) получаем

$$\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}} \sim \int^E \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \omega d\omega \sim \alpha E \ln \frac{\mu^2}{m^2}, \quad (3.10)$$

а для энергетических потерь Бете–Гайтлера (БГ) на единицу длины находим

$$\frac{dE_{\text{BH}}}{dx} (L \ll \lambda) \sim \frac{\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}}}{\lambda} \sim \alpha^2 E T \ln \frac{\mu^2}{m^2}. \quad (3.11)$$

Обсудим теперь возможную модификацию этого результата, связанную с комптоновским рассеянием. Фактически, она отсутствует! (В этом состоит отличие от случая столкновительных потерь. В разделе 2 мы видели, что в том случае вклады комптоновского и кулоновского рассеяния имеют один и тот же порядок.) Действительно, для комптоновского рассеяния $\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}}$ имеет тот же порядок, что и для кулоновского, $\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}} \sim \alpha E$, однако соответствующая средняя длина свободного пробега (2.14) много больше, причём

$$\frac{dE_{\text{Compton}}^{\text{rad}}}{dx} (L \ll \lambda) \sim \frac{\alpha E}{\lambda_{\text{Compton}}} \sim \alpha^3 T^2 \quad (3.12)$$

много меньше, чем вклад БГ (3.11), индуцированный кулоновским рассеянием. Комптоновский вклад (3.12) ещё меньше, чем столкновительные потери (2.18), и в данном обзоре больше не упоминается.

Мы видим, что при $L \ll \lambda$ радиационные потери БГ (3.11) быстрого электрона, пролетающего через ультрарелятивистскую плазму, много больше его столкновительных потерь (2.18),

$$L \ll \lambda \Rightarrow \frac{dE_{\text{BH}}}{dE_{\text{coll}}} \sim \frac{E}{T} \gg 1. \quad (3.13)$$

Поучительно сравнить этот результат с энергетическими потерями ультрарелятивистской частицы в обычной среде [1], состоящей из нерелятивистских электронов и статических ядер. Основное различие между обычным веществом и e^+e^- -плазмой состоит в том, что в первом эффекты экранирования не играют важной роли. Разумеется, электрические поля отдельных электронов и ядер

экранированы на атомных расстояниях $\sim 1/(\alpha m)$, но это сравнительно большие расстояния (см. сноску ниже). Экранирование в обычной среде может влиять на аргументы некоторых логарифмов, но во всех других отношениях не оказывает влияния на оценки по порядку величины. В приводимом ниже отступлении по поводу обычной среды мы пренебрегаем логарифмами.

Рассмотрим сначала столкновительные потери. Снабжая кулоновское дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma/dt \sim \alpha^2/t^2$ процесса $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ весом в виде передаваемой энергии $\Delta E(t)$, получаем

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{coll}}^{\text{usual matter}} \sim nZ \int \frac{\alpha^2}{t^2} \Delta E(t) dt, \quad (3.14)$$

где n — число атомов в единице объёма, Z — число электронов в одном атоме. Используя соотношение $t = -2KQ \simeq -2(mQ_0 - \mathbf{KQ})$, имеем $Q_0 = \Delta E(t) \simeq |t|/(2m)$. С точностью до логарифмов получаем

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{coll}}^{\text{usual matter}} \sim \frac{nZ\alpha^2}{m}. \quad (3.15)$$

Заметим, что столкновительные энергетические потери в горячей плазме получаются по порядку величины из (3.15) с помощью замен $Z \rightarrow 1$, $n \rightarrow T^3$ и $m \rightarrow T$.

Теперь обсудим радиационные потери. Будем полагать (как мы полагали и для горячей плазмы), что слой вещества достаточно тонкий, такой, что $\Delta E(L) \ll E$. Кроме того, будем сначала считать, что рассеивающаяся быстрая частица — электрон, а среда — водород ($Z = 1$). Тогда радиационные потери, обусловленные рассеянием на электронах и ядрах (протонах), имеют один и тот же порядок. При $q_{\perp} \ll m$ характерные энергетические потери при однократном рассеянии равны величине $\sim \alpha E$, умноженной на фактор подавления $\sim q_{\perp}^2/m^2 \simeq |t|/m^2$ (см. (3.8)). Таким образом, вместо соотношений (3.14) и (3.15) получаем радиационные потери БГ в виде

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{BH}}^{\text{hydrogen}} \sim n \int \frac{\alpha^2}{t^2} (\alpha E) \frac{|t|}{m^2} d|t| \sim \frac{n\alpha^3 E}{m^2}. \quad (3.16)$$

В пренебрежении логарифмами оценка (3.11) для радиационных потерь в ультрарелятивистской (тонкой) плазме следует из (3.16), если сделать замены $n \rightarrow T^3$ и $m \rightarrow \mu \sim eT$ (а не $m \rightarrow T$, как в случае столкновительных потерь)¹⁴.

В холодном водороде характерное отношение радиационных и столкновительных потерь равно

$$\frac{dE_{\text{BH}}}{dE_{\text{coll}}} \sim \frac{\alpha E}{m}, \quad (3.17)$$

где из-за различия экранирующих свойств плазмы и обычного вещества появился дополнительный, по сравнению с (3.13), подавляющий множитель α . Поэтому радиационные потери в обычной среде преобладают только при сравнительно высоких энергиях, $E \gg m/\alpha$.

¹⁴ Это можно понять, заметив, что вследствие экранирования в плазме на масштабе μ вклад даёт только область $|t| \gtrsim \mu^2 \gg m^2$. (Для обычной среды экранирование имеет место на некотором масштабе $|t|_{\text{min}} \ll m^2$.) Таким образом, множитель $|t|/m^2$ в (3.16) исчезает и интеграл по t насыщается областью $|t| \sim \mu^2$.

Для электронов в водороде критическая энергия, при которой радиационные и столкновительные потери сравниваются, составляет $E_c \sim 350$ МэВ [40].

Физика столкновительных потерь и физика радиационных потерь различаются в одном важном аспекте. Быстрая частица при столкновении с отдельным электроном теряет ничтожно малую часть энергии, подобно тому, как пушечное ядро теряет ничтожную часть энергии при столкновении с отдельной молекулой воздуха. Адекватная физическая величина для описания этого процесса — сила сопротивления (сила трения) $dp/dt = dE/dx$. С другой стороны, во время одиночного акта излучения теряется около половины исходной энергии частицы. Оценка (3.16) относится к *средней* силе трения, однако её флуктуации могут быть достаточно велики. Поэтому радиационные потери обычно описывают не в терминах силы сопротивления (3.16), а в терминах радиационной длины X_0 — среднего расстояния, на котором теряется примерно половина энергии (точнее, её часть равная $1 - 1/e$). Такое описание является в особенности естественным, если учесть, что $-dE_{\text{ВН}}/dx \propto E$ и поэтому энергия убывает экспоненциально.

Ниже мы увидим, что хотя радиационные энергетические потери лёгких партонов, движущихся через КХД-плазму, сильно флуктуируют по тем же причинам, что и радиационные потери электронов, понятие радиационной длины применять здесь не очень разумно, поскольку линейный закон БГ (3.16) не выполнен и зависимость производной dE/dx от энергии является более сложной. Кроме того, забегая вперёд, отметим, что спектр излучения достаточно тяжёлых кварков (но не тяжёлых абелевых заряженных частиц!) оказывается мягким, так что физика здесь больше похожа на физику столкновительных потерь, а флуктуации силы трения подавлены.

Если $Z > 1$ и налетающая частица является тяжёлой, $M \gg m$, то в игру вступают два новых эффекта. Во-первых, излучение главным образом возникает тогда, когда налетающая частица рассеивается на тяжёлом ядре, из-за наличия множителя Z^2 (квадрат заряда ядра), увеличивающего сечение по сравнению с сечением в водороде. Столкновительные потери по-прежнему обусловлены рассеянием на электронах и содержат только фактор Z (число электронов в атоме). Во-вторых, интенсивность излучения при малых переданных импульсах подавлена множителем $\sim q_{\perp}^2/M^2$. Получаем

$$\frac{dE_{\text{ВН}}}{dE_{\text{coll}}} \sim \frac{Z\alpha Em}{M^2}. \quad (3.18)$$

Фактор подавления $q_{\perp}^2/M^2 \sim \mu^2/M^2$ также действует в случае радиационных потерь массивной частицы, пролетающей через ультрарелятивистскую плазму КЭД (см. уравнения (3.8) и (3.37)). Теперь становится ясным смысл условия $\mu \sim eT \gg m$, наложенного в начале раздела. При $\mu \gg M$ частицу с массой M , пролетающую через плазму, можно считать лёгкой, а при $M \gg \mu$ её следует считать тяжёлой, причем её радиационные потери в плазме КЭД подавлены, по крайней мере при $L \ll \lambda$ (см. уравнение (3.37) ниже), множителем $\sim \mu^2/M^2$ ¹⁵.

¹⁵ Это подавление, которое обусловлено, как можно заключить из (3.8), подавлением излучения в конусе $\theta < \theta_M \equiv M/E$, иногда называют эффектом *мёртвого конуса* [26].

$L \gg L^*$: **режим ЛПМ**. После сделанного отступления вернемся к случаю горячей плазмы и рассмотрим среду очень больших размеров. Оценка (3.1) верна для малых $L \ll \lambda$, причём множитель L/λ имеет смысл *вероятности* рассеяния электрона. На первый взгляд, можно распространить эту оценку на область $L \gg \lambda$, интерпретируя множитель L/λ как *число* актов рассеяния электрона, однако это не верно, поскольку в этом случае не выполняется основное допущение, в рамках которого была получена оценка (3.1), что в каждом акте рассеяния испускается один фотон.

Действительно, процесс излучения занимает определённое время. Частица не готова снова излучать, пока она не сформирует сопутствующее ей одевающее поле излучения. Строго говоря, для полного формирования одевающего поля, позволяющего интерпретировать частицу как асимптотическое состояние, требуется бесконечное время. Однако, если мы интересуемся только излучением фотонов в некотором заданном диапазоне волновых векторов, не обязательно ждать вечность, следует только удостовериться в том, что соответствующие фурье-гармоники поля излучения уже присутствуют в радиационной шубе. Длина, на которой формируется гармоника, соответствующая излучению фотона с частотой ω в угол θ , — *длина формирования* — даётся выражением¹⁶

$$\ell_f(\omega, \theta) \sim \frac{E}{\kappa^2} \simeq \frac{1}{\omega\theta^2} \simeq \frac{\omega}{k_{\perp}^2}, \quad (3.19)$$

где $\kappa^2 \simeq 2E\omega(1 - \cos\theta) \simeq E\omega\theta^2$ — виртуальность внутреннего электрона на рис. 3а.

Длину формирования $\sim 1/(\omega\theta^2)$ можно интерпретировать как длину, на которой фотон с энергией ω , излучённый в угол θ , приобретает фазу порядка единицы в системе отсчёта движущейся частицы. Действительно, последнее условие имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \text{рассогласование фаз} \rangle &\sim \omega t - k_{\parallel} \ell \sim \\ &\sim \ell \left(\omega - \sqrt{\omega^2 - \omega^2 \theta^2} \right) \sim \ell \omega \theta^2 \sim 1, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где мы предполагаем, что электрон движется со скоростью света, $t = \ell$ (такое предположение справедливо, поскольку $k_{\perp} \simeq \omega\theta \gg m$).

Основное наблюдение состоит в том, что даже если электрон рассеивается *несколько* раз, пока он пролетает расстояние $\ell_f(\omega, \theta)$, он не может (в главном порядке по α) излучить более *одного* фотона с энергией ω в угол θ . Действительно, в этом случае мы не можем говорить о независимых актах излучения фотона, так как имеем дело с когерентным излучением отдельного фотона в процессе многократного рассеяния. В результате излучение фотонов с $\ell_f(\omega, \theta) \gg \lambda$ подавлено по сравнению с излучением в разреженной среде, где оно аддитивно по числу актов упругого рассеяния. Это явление известно как эффект Ландау–Померанчука–Мигдала (ЛПМ) [23–25].

¹⁶ Для наших целей лучше говорить о длине формирования, чем о времени формирования. В системе покоя виртуального электрона время/длина формирования имеют порядок $1/\sqrt{\kappa^2}$. В лабораторной системе отсчёта эта величина умножается на лоренцев множитель $E/\sqrt{\kappa^2}$. В общем случае угол θ , входящий в (3.19), представляет собой угол между фотоном и испустившим его электроном (конечным электроном на рис. 3а).

При фиксированном ω и при $\mu \gg t$ спектр излучения (3.9), индуцированного однократным рассеянием, происходит из углов, принадлежащих областям $\theta_m \ll \theta \ll \theta_s$ и $\theta_m \ll \theta' \equiv |\theta - \theta_s| \ll \theta_s$, что соответствует длинам формирования, удовлетворяющим условиям

$$\frac{E^2}{\omega\mu^2} \ll \ell_f(\omega, \theta) \ll \frac{E^2}{\omega t^2}. \quad (3.21)$$

В проинтегрированном спектре мы имеем $\omega \sim E$, поэтому радиационные потери БГ (3.11) происходят из области фотонных длин формирования

$$\frac{E}{\mu^2} \ll \ell_f(E, \theta) \ll \frac{E}{m^2}. \quad (3.22)$$

При $E \gg T$ мы имеем $E/\mu^2 \gg \lambda$, следовательно, излучённые фотоны, вносящие вклад в потери БГ (3.11), формируются вдали от слоя среды размером $L \ll \lambda$.

Что происходит, когда размер среды увеличивается, т.е. $L \gg \lambda$? Используя оценку E/μ^2 для характерной длины формирования излучённых фотонов (полученную ранее для тонкой среды размером $L \ll \lambda$), можно было бы наивно ожидать, что энергетические потери будут приблизительно определяться величиной $\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}}$, представленной в (3.10), вплоть до масштаба $L \sim E/\mu^2$, причём вся среда будет действовать как единый центр рассеяния. Однако это не так. Критический размер L^* , за пределами которого $\Delta E(L)$ сильно отличается от $\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}}$, оказывается намного меньше, чем E/μ^2 . Он приблизительно равен геометрическому среднему λ и E/μ^2 :

$$\lambda \ll L^* \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2}} \sim \frac{1}{\alpha T} \sqrt{\frac{E}{T}} \ll \frac{E}{\mu^2}. \quad (3.23)$$

Чтобы понять, как возникает этот масштаб, рассмотрим предел $L \rightarrow \infty$. В этом случае все излучённые фотоны формируются в среде, а оценка характерной фотонной длины формирования ℓ_f^{med} изменяется по сравнению с таковой в вакуумном случае. Чтобы увидеть это, подставим в оценку (3.19) вместо θ^2 характерный угол отклонения электрона θ_s^2 на длине ℓ_f^{med} :

$$\ell_f^{\text{med}} \sim \frac{1}{\omega \theta_s^2 (\ell_f^{\text{med}})} \sim \frac{1}{\omega N \mu^2 / E^2}, \quad (3.24)$$

где $N = \ell_f^{\text{med}}/\lambda$ — число актов рассеяния электронов на длине ℓ_f^{med} . Последняя оценка в (3.24) основана на картине броуновского движения, а именно на допущении о том, что передачи поперечного импульса в последовательных упругих рассеяниях не коррелированы. Получаем

$$\ell_f^{\text{med}}(\omega) \sim \sqrt{\frac{\lambda E^2}{\omega \mu^2}}. \quad (3.25)$$

Подставляя $\omega \sim E$, находим, таким образом, оценку (3.23) для характерной длины формирования в среде L^* .

Центры рассеяния, находящиеся в пределах расстояния $\sim L^*$, действуют как один эффективный центр рассеяния, приводя к однократному излучению фотона. При $L \gg L^*$ среда содержит L/L^* эффективных центров рассеяния и оценка радиационных энергетических потерь получается умножением этого числа на энергетические

потери при однократном излучении фотона¹⁷:

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha E \frac{L}{L^*} \sim \alpha L \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} E \sim \alpha^2 L \sqrt{ET^3}. \quad (3.26)$$

Эта оценка получена в предположении, что характерный квадрат переданного импульса после N рассеяний электрона $q_{\perp}^2(N) \sim N\mu^2$ (μ — характерный переданный импульс при однократном рассеянии). В действительности это верно только тогда, когда распределение по q_{\perp} в однократном упругом рассеянии убывает достаточно быстро при больших q_{\perp} , так что среднее $\langle q_{\perp}^2 \rangle$ корректно определено. Но при кулоновском рассеянии интеграл

$$\langle q_{\perp}^2 \rangle = \int dq_{\perp}^2 q_{\perp}^2 \frac{\mu^2}{(q_{\perp}^2 + \mu^2)^2} \quad (3.27)$$

логарифмически расходится, когда ультрафиолетовое обрезание $q_{\perp}^2|_{\text{max}} \sim |t|_{\text{max}} \sim ET$ стремится к бесконечности. Можно показать (см. [14] или же альтернативный вывод в приложении А), что характерная передача импульса после N кулоновских рассеяний ведёт себя как $(N \ln N) \mu^2$, а не как $N\mu^2$. Присутствие здесь логарифма несколько изменяет оценку (3.23) для L^* , но в остальном не влияет на приведённый выше эвристический вывод. Таким образом, получаем

$$L^* \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2 \ln(L^*/\lambda)}} \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2 \ln(E/(\lambda \mu^2))}}, \quad (3.28)$$

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha E \frac{L}{L^*} \sim \alpha^2 L \sqrt{ET^3 \ln \frac{E}{T}}. \quad (3.29)$$

Параметрическая зависимость последнего результата согласуется с результатом, полученным в работе [41]. Радиационные энергетические потери пропорциональны L , как при малых $L \ll \lambda$ (см. (3.1)), так и при больших $L \gg L^*$ (см. (3.29)). Однако коэффициенты пропорциональности в этих двух областях различны. При больших L угловой коэффициент меньше вследствие подавления ЛПМ. Зависимость $\Delta E(L)$ схематически представлена на рис. 4.

Следует заметить, что при $L \gg L^*$ энергетический спектр излучённых фотонов в среде легко получить из (3.25):

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega}(L) \sim \alpha \frac{L}{\ell_f^{\text{med}}(\omega)} \sim \alpha \sqrt{\frac{\omega \omega_c}{E^2}}, \quad \omega > \frac{E^2}{\omega_c}, \quad (3.30)$$

где мы ввели энергетический масштаб

$$\omega_c \sim \frac{L^2 \mu^2}{\lambda}. \quad (3.31)$$

¹⁷ Эти потери определяются соотношением (3.10), но без зависящего от массы логарифмического множителя. Это связано с тем, что, в отличие от (3.22), наша оценка $\ell_f^{\text{med}} \sim L^*$ не демонстрирует логарифмического разброса. Его отсутствие можно объяснить, заметив (с использованием (3.19)), что движущийся в среде электрон находится вне массовой оболочки, с характерной виртуальностью порядка $\kappa_{\text{med}}^2 \sim E/L^* \sim \sqrt{E\mu^2/\lambda} \sim \alpha\sqrt{ET^3}$. Такая ситуация отличается от ситуации в вакууме, где имеет место логарифмический разброс виртуальностей $m^2 \ll \kappa^2 \ll \mu^2$.

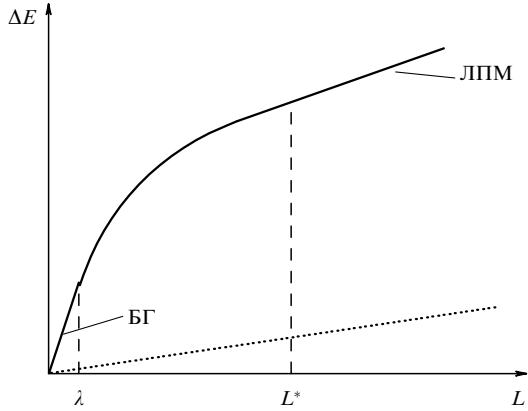


Рис. 4. Схематический график радиационных энергетических потерь асимптотической лёгкой ($m \ll \mu$) и быстрой ($E \gg T$) заряженной частицы, пролетающей через горячую e^+e^- -плазму, как функции расстояния L , проходимого частицей в плазме. Пунктирная линия показывает столкновительные потери энергии $\Delta E_{\text{coll}}(L) \sim \alpha^2 T^2 L$.

С учётом обсуждавшегося выше правильного логарифмического множителя спектр (3.30) принимает вид

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega}(L) \sim \alpha^2 L \sqrt{\frac{\omega}{E^2} T^3 \ln \frac{E^2}{\omega T}}. \quad (3.32)$$

Интегрируя этот спектр по ω до $\omega \sim E$, мы воспроизводим (3.29). Подавление ЛПМ сильнее выражено при малых ω , при которых фотонная длина формирования (3.25) больше.

В случае обычной среды эффект ЛПМ наблюдался экспериментально для быстрых электронов, пролетающих через тонкую металлическую фольгу, на ускорителе SLAC [42] и недавно в ЦЕРНе на ускорителе SPS [43]. Тщательный анализ данных на основе строгих теоретических вычислений можно найти в работах [24, 44].

Промежуточная область $\lambda \ll L \ll L^*$. Область $\lambda \ll L \ll L^*$ является переходной между режимами БГ и ЛПМ. Энергетические потери в этой области такие же, как и потери, вызванные однократным эффективным рассеянием с характерным переданным импульсом $q_{\perp}^2(N) \sim (N \ln N) \mu^2$, где $N = L/\lambda$. Оценка для потерь энергии получается по аналогии с (3.10):

$$\Delta E(\lambda \ll L \ll L^*) \sim \alpha E \ln \left(\frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{m^2} \right). \quad (3.33)$$

Последняя оценка связана с фотонными длинами формирования

$$\frac{E}{\mu^2 L / \lambda} = \ell_f|_{\min} \ll \ell_f \ll \frac{E}{m^2} \quad (3.34)$$

(см. (3.22)). Результат (3.33) выполняется, когда излучённый фотон "видит" только один эффективный центр рассеяния, т.е. когда $\ell_f|_{\min} \gg L$. Это условие в точности эквивалентно условию $L \ll L^*$.

Режимы $L \ll \lambda$ и $\lambda \ll L \ll L^*$ гладко сшиваются при $L \sim \lambda$ (см. (3.11) и (3.33)). Сравнивая теперь (3.33) и (3.29), мы видим, что оценка (3.33) величины $\Delta E(L = L^*)$ содержит дополнительный логарифмический фактор и доминирует в этой точке. Этот фактор связан с фотонами, сформированными вне среды. Добавляя в правую

часть (3.33) линейный ЛПМ-член (3.29), получаем

$$\Delta E(L \gtrsim L^*) \sim \alpha E \ln \left(\frac{L^*}{\lambda} \frac{\mu^2}{m^2} \right) + \alpha E \frac{L}{L^*}. \quad (3.35)$$

Линейный режим устанавливается, когда начинает доминировать второй член. Это происходит на масштабе

$$L \sim L^* \ln \left(\frac{L^*}{\lambda} \frac{\mu^2}{m^2} \right), \quad (3.36)$$

который несколько превосходит L^* .

3.2. Быстрый мюон

Что происходит, если ультррелятивистская частица, движущаяся через плазму, является тяжёлой, $M \gg \mu \sim eT$? Как уже говорилось, интенсивность излучения БГ для массивных заряженных частиц подавлена множителем $\sim \mu^2/M^2$ (см. (3.8)). Таким образом, при $L \ll \lambda$ имеем

$$\Delta E(L \ll \lambda) \sim \alpha E \frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{M^2} \sim \frac{\alpha^3 T^3 E}{M^2} L. \quad (3.37)$$

Подавляющий множитель $\sim \mu^2/M^2$ в (3.8) происходит от интеграла по углу излучения фотона, имеющего вид

$$\theta_s^2 \int_{\theta_M^2}^{\theta^2} \frac{d\theta^2}{\theta^4} \sim \frac{\theta_s^2}{\theta_M^2}, \quad (3.38)$$

который насыщается углами $\theta^2 \sim \theta_M^2 \equiv M^2/E^2$.

Заметим теперь, что для массивной частицы выражение (3.19) для вакуумной длины формирования меняется:

$$\ell_f(\omega, \theta) \rightarrow \ell_f(\omega, \theta, M) \sim \frac{1}{\omega(\theta^2 + \theta_M^2)}. \quad (3.39)$$

Характерная длина формирования испущенных фотонов, таким образом, имеет порядок

$$\ell_f^{\text{heavy}} \sim \frac{1}{\omega \theta_M^2} \sim \frac{E}{M^2}. \quad (3.40)$$

Если $M^2 \ll \alpha ET$, то $\ell_f^{\text{heavy}} \gg \lambda \gg L$, т.е. фотоны большей частью образуются вне среды.

Рассмотрим теперь поведение радиационных энергетических потерь при больших длинах. Здесь имеется два различных случая в зависимости от того, меньше M^2 , чем $\alpha \sqrt{ET^3}$, или больше. Появление такого масштаба легко понять из нашего предыдущего анализа случая лёгких частиц. Мы показали, в частности, что результат (3.26), или, точнее, (3.29), в области $L \gg L^*$ соответствует виртуальности электронов внутри среды порядка $k_{\text{med}}^2 \sim \alpha \sqrt{ET^3}$. Таким образом, мы ожидаем существенного изменения $\Delta E(L)$ по сравнению с величиной потерь для лёгких частиц при $M^2 \gg \alpha \sqrt{ET^3}$ и лишь слабой её модификации при $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$.

А) $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$. Условие $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$ эквивалентно утверждению о том, что длина формирования (3.40) превосходит масштаб L^* , определяемый соотношениями (3.23) или (3.28):

$$\frac{E}{M^2} \gg L^* \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2}} \Leftrightarrow M^2 \ll \sqrt{\frac{\mu^2 E}{\lambda}} \sim \alpha \sqrt{ET^3}. \quad (3.41)$$

Когда L ненамного превосходит λ , среда всё ещё продолжает действовать как единый эффективный центр рассеяния, передающий массивной частице импульс $q_{\perp}^2 \sim (L/\lambda)\mu^2$. Энергетические потери определяются величиной αE , умноженной на фактор подавления $q_{\perp}^2/M^2 \sim (L/\lambda)(\mu^2/M^2)$, поскольку $q_{\perp}^2/M^2 \ll 1$. Получаемый результат *совпадает* с выражением (3.37), которое тем самым оказывается справедливым при увеличении L вплоть до масштаба L^{**} , определяемого как

$$L^{**} \equiv \lambda \frac{M^2}{\mu^2} \gg \lambda. \quad (3.42)$$

Таким образом, можно записать

$$\Delta E(L \ll L^{**}) \sim \alpha E \frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{M^2} \sim \frac{\alpha^3 T^3 E}{M^2} L. \quad (3.43)$$

Как только фактор подавления исчезает, задача сводится к уже рассмотренному случаю лёгкой частицы. Вакуумная длина формирования (3.40) модифицируется в среде, становясь равной L^* . При больших длинах $L \gg L^*$ зависимость ΔE от L является линейной с тем же коэффициентом, что и для лёгких частиц,

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha E \frac{L}{L^*}. \quad (3.44)$$

Как и для лёгкой частицы, можно вывести, что в промежуточной области $L^{**} \ll L \ll L^*$ выполнено соотношение (см. (3.33)):

$$\Delta E(L^{**} \ll L \ll L^*) \sim \alpha E \ln \left(\frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{M^2} \right) \sim \alpha E \ln \frac{L}{L^{**}}. \quad (3.45)$$

Зависимость энергетических потерь показана на рис. 5 сплошной кривой. Её поведение аналогично поведению $\Delta E(L)$ в случае лёгкой частицы (см. рис. 4), причём масштаб L^{**} играет роль λ . Отметим также соотношение

$$L^* = \sqrt{L^{**} \ell_f^{\text{heavy}}}, \quad (3.46)$$

аналогичное (3.23).

В) $M^2 \gg \alpha \sqrt{ET^3}$. Этот случай соответствует длине формирования (3.40), меньшей, чем L^* :

$$\frac{E}{M^2} \ll L^* \Leftrightarrow M^2 \gg \alpha \sqrt{ET^3}. \quad (3.47)$$

Если вакуумная длина формирования (3.40) меньше гипотетической длины формирования L^* внутри среды, то эффект ЛПМ не играет никакой роли. Линейный закон (3.37) верен при *всех* длинах. Действительно, он естественным образом распространяется вплоть до масштаба $L = E/M^2$, при котором всё ещё присутствует подавляющий множитель $(L/\lambda)(\mu^2/M^2) \sim L/L^{**}$. При дальнейшем увеличении L подавляющий множитель уже не изменяется, однако увеличивается число испущенных фотонов:

$$\Delta E \left(L \gg \frac{E}{M^2} \right) \sim \frac{L}{E/M^2} \left(\frac{E/M^2}{L^{**}} \right) \alpha E \sim \alpha E \frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{M^2}. \quad (3.48)$$

Этот результат совпадает с (3.37). Поведение $\Delta E(L)$ в этом случае показано штрихпунктирной кривой на рис. 5.

Подведём итог результатам, полученным в этом разделе, кратко обсудив наклоны различных кривых,

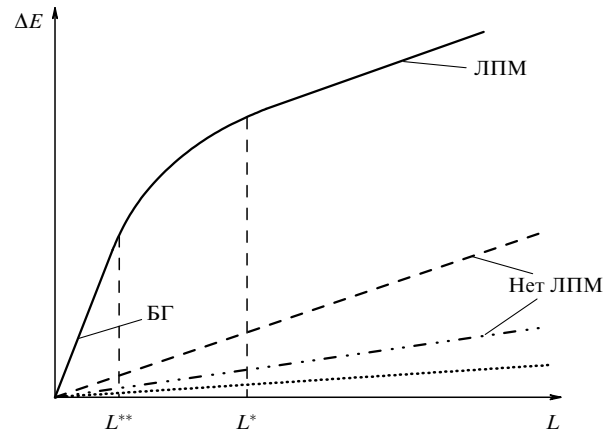


Рис. 5. Радиационные энергетические потери тяжелой заряженной КЭД-частицы. Сплошная кривая: умеренно тяжёлая частица, $\mu^2 \sim \alpha T^2 \ll M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$. Штриховая кривая: $M^2 \sim \alpha \sqrt{ET^3}$. Штрихпунктирная кривая: $M^2 \gg \alpha \sqrt{ET^3}$. Пунктирная кривая: столкновительные потери.

приведённых на рис. 4 и 5. Рассмотрим фиксированную энергию E и будем постепенно увеличивать массу частицы. До тех пор пока частица лёгкая (см. рис. 4), наклон при $L \ll \lambda$ больше, чем при $L \gg L^*$, в $\sqrt{E/T}$ раз. При увеличении массы (см. рис. 5, сплошная кривая) линейный режим при малых L продолжается вплоть до L^{**} (вместо λ), при этом наклон кривой становится меньше за счёт множителя μ^2/M^2 . Наклон остаётся большим, чем наклон при $L \gg L^*$ до тех пор, пока $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$. Если $M^2 \sim \alpha \sqrt{ET^3}$ (см. рис. 5, штриховая кривая), то L^{**} совпадает с L^* , оба наклона тоже совпадают, а $\Delta E(L)$ имеет вид (3.37) для всех L . Если M продолжает возрастать (см. рис. 5, штрихпунктирная кривая), то $\Delta E(L)$ по-прежнему имеет вид (3.37) и, в частности, наклон убывает как $\sim 1/M^2$.

Сравнивая этот наклон с наклоном $\sim \alpha^2 T^2$ для столкновительных энергетических потерь (см. раздел 2), мы видим, что радиационные потери массивной КЭД-частицы параметрически преобладают над столкновительными (пунктирная кривая на рис. 5), если масса не слишком велика или, что эквивалентно, при достаточно больших энергиях:

$$M^2 \ll \alpha ET \Leftrightarrow E \gg \frac{M^2}{\alpha T}. \quad (3.49)$$

Это условие преобладания радиационных потерь в КЭД-плазме на самом деле эквивалентно условию, что вакуумная длина формирования $\ell_f^{\text{heavy}} \sim E/M^2$ больше длины свободного пробега λ . Интересно также отметить, что оценку (3.48) можно соотнести с энергетическими потерями (3.15), (3.18) массивной частицы, движущейся в обычном веществе, если сделать замены $Z \rightarrow 1$ и $m \rightarrow T, n \rightarrow T^3$.

4. Радиационные потери "асимптотического партона"

Эксперимент, в котором налетающий быстрый партон (входящий в состав асимптотического адрона) влетает в приготовленную КГП, претерпевает радиационные энергетические потери, а затем вылетает из КГП, к сожалению, не реализуем. Тем не менее мы смотрим на задачу

об оценке радиационных потерь такого "асимптотического партона," движущегося через КГП, как на поучительное и полезное теоретическое упражнение. Мы потратим на него некоторое время, прежде чем перейти к рассмотрению в разделе 5 более реалистичного случая партона, рождённого в среде.

Задача об энергетических потерях партона, происходящего из бесконечности, поставлена несколько лучше (по крайней мере, на уровне мысленного эксперимента) для меченого тяжёлого кварка, чем для лёгкого партона. Если кварк является тяжёлым (т.е. если масса кварка удовлетворяет условию $M \gg \Lambda_{\text{QCD}}$), то его можно рассматривать как тяжёлый мезон (или тяжёлый барион), рассеивающийся в термосе с КГП, как это обсуждалось во введении. Энергетические потери тяжёлого кварка в КГП приближённо равны разности энергий начального тяжёлого мезона и конечного быстрого адрона с тем же ароматом.

Если налетающей частицей является лёгкий мезон (скажем, пион), то в него входят, по крайней мере, два лёгких валентных кварка, а энергетические потери проходящего через КГП отдельного кварка ненаблюдаемы вследствие отсутствия маркировки частиц. Можно, тем не менее, представить себе мысленный эксперимент, в котором наблюдались бы энергетические потери отдельных конститuentов лёгкой налетающей частицы при прохождении через некоторую среду. Рассмотрим ситуацию, при которой два валентных кварка из налетающего пиона материализуются после прохождения через среду в виде двух отдельных струй. Для отчётливого разделения струй они должны обладать большим относительным поперечным импульсом. Это может иметь место, если пион влетает в среду в компактной конфигурации (т.е. с большим относительным поперечным импульсом между кварками) и теряет когерентность из-за перерассеяния в среде. Хотя суммарная энергия конечных струй должна совпадать с начальной энергией пиона, энергетические потери лёгких кварков после диссоциации пиона должны влиять на распределение по энергии лидирующих адронов внутри струй. Процесс дифракционной диссоциации пиона в холодной ядерной материи, $\pi + A \rightarrow 2 \text{ струи} + A$, исследовался экспериментально в работе [45] в качестве инструмента для извлечения информации о пионной волновой функции [46]. Энергетические потери лёгкого кварка в ядерной материи должны в принципе влиять на этот процесс. Можно рассмотреть похожий эксперимент и с КГП. Таким образом, энергетические потери "асимптотического лёгкого партона," пролетающего через КГП, в принципе наблюдаемы.

Ниже мы исследуем случаи как лёгкого, так и тяжёлого партонов, полагая при этом партон *лёгким*, если его масса меньше дебаевской массы $\mu \sim gT$ в КГП, и *тяжёлым* в противном случае. Мы полагаем, что $\mu \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, так что партон, лёгкий в рамках данного определения ($m \ll \mu$), может оказаться тяжёлым в обычном смысле ($m \gg \Lambda_{\text{QCD}}$). Следуя той же логике, что и при рассмотрении КЭД (см. раздел 3), мы исследуем поведение радиационных потерь при различных расстояниях L , проходимых цветными частицами.

4.1. Лёгкий партон

Рассмотрим случай лёгкого кварка, а не глюона, поскольку это удобнее технически (мы также обсудим

тяжёлые кварки, при этом будет интересно посмотреть, что именно меняется при увеличении массы). В приведённых ниже формулах m обозначает массу кварка при $\Lambda_{\text{QCD}} \ll m \ll \mu$, но m следует заменить параметром Λ_{QCD} , если кварк является лёгким в обычном смысле, $m \lesssim \Lambda_{\text{QCD}}$. Все результаты для глюона качественно такие же, как и для лёгкого кварка, с учётом замены $m \rightarrow \Lambda_{\text{QCD}}$ и модифицированных цветовых множителей, однако в данном обзоре мы этого не рассматриваем.

$L \ll \lambda$: режим Бете–Гайтлера. При $L \ll \lambda$ достаточно определить радиационные потери, обусловленные однократным рассеянием, как это сделано в соотношении (3.1). В амплитуду излучения глюона \mathcal{M}_{rad} , индуцированного однократным упругим рассеянием, кроме диаграмм, приведённых на рис. 3 (с соответствующими цветовыми множителями), входит также диаграмма с трёхглюонной вершиной, показанная на рис. 6. Эта диаграмма вычислена, например, в работе [47] в случае безмассового кварка. Обобщение для массивного кварка тривиально, так что сумма трёх диаграмм при $\omega \ll E$ (мы последовательно действуем в этом приближении, как и в случае КЭД) даёт

$$\mathcal{M}_{\text{rad}} \propto \left(\frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta^2 + \theta_m^2} t^a t^b - \frac{\boldsymbol{\theta}'}{\theta'^2 + \theta_m^2} t^b t^a - \frac{\boldsymbol{\theta}''}{\theta''^2 + \theta_m^2} [t^a, t^b] \right) \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (4.1)$$

В этом выражении параметры $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{k}_\perp/\omega$, $\boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}_s = \boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}_\perp/E$ и $\theta_m = m/E$ такие же, как и в (3.5). Кроме того, мы ввели обозначение $\boldsymbol{\theta}'' = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_g$, где $\boldsymbol{\theta}_g = \mathbf{q}_\perp/\omega$. Параметр θ_g можно интерпретировать как угол рассеяния виртуального глюона с энергией $\simeq \omega$ на рис. 6. Цветовые множители удобно сгруппировать в коммутатор $[t^a, t^b]$ и антикоммутатор $\{t^a, t^b\}$ цветовых матриц. Соотношение (4.1) можно переписать в виде

$$\mathcal{M}_{\text{rad}} \propto \left[[t^a, t^b] \left(\mathbf{J}_q - \frac{1}{2} \mathbf{J}_e \right) + \{t^a, t^b\} \frac{1}{2} \mathbf{J}_e \right] \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (4.2)$$

где \mathbf{J}_e (уже определённый в (3.5)) и \mathbf{J}_q имеют вид

$$\mathbf{J}_e = \frac{\boldsymbol{\theta}'}{\theta'^2 + \theta_m^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta^2 + \theta_m^2}, \quad (4.3)$$

$$\mathbf{J}_q = \frac{\boldsymbol{\theta}''}{\theta''^2 + \theta_m^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta^2 + \theta_m^2}. \quad (4.4)$$

Интенсивность излучения мягкого глюона можно получить, возводя в квадрат соотношение (4.2), суммируя/усредняя по цветовым индексам и нормируя на сечение упругого рассеяния. Если число цветов кварков



Рис. 6. Диаграмма с трёхглюонной вершиной, дающая вклад в третий член в (4.1).

равно N_c , то мы получаем

$$\begin{aligned} dI_{\text{rad}} &= \frac{\alpha_s}{\pi^2} \frac{d\omega}{\omega} d^2\theta \left[N_c \left(\mathbf{J}_q - \frac{1}{2} \mathbf{J}_e \right)^2 + \frac{N_c^2 - 2}{N_c} \left(\frac{1}{2} \mathbf{J}_e \right)^2 \right] = \\ &= \frac{\alpha_s}{\pi^2} \frac{d\omega}{\omega} d^2\theta \left\{ N_c \mathbf{J}_q^2 - \frac{1}{2N_c} \mathbf{J}_e^2 + \frac{N_c}{2} [(\mathbf{J}_q - \mathbf{J}_e)^2 - \mathbf{J}_q^2] \right\}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Во втором выражении члены сгруппированы так, чтобы облегчить интегрирование по углам. Для лёгкого кварка при $m \ll \mu$ мы видим, учитывая (3.7), что первый член в правой части (4.5) даёт следующий вклад в энергетический спектр:

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \Big|_{\text{broad}} \sim \alpha_s \ln \frac{\theta_g^2}{\theta_m^2} \sim \alpha_s \ln \left(\frac{\mu^2 E^2}{m^2 \omega^2} \right), \quad (4.6)$$

при этом логарифм возникает из *широкой* угловой области $\theta_m \ll \theta \ll \theta_g$. Второй член аналогичен таковому для случая КЭД (см. (3.4)). Его вклад в спектр

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \Big|_{\text{narrow}} \sim \alpha_s \ln \frac{\theta_s^2}{\theta_m^2} \sim \alpha_s \ln \frac{\mu^2}{m^2} \quad (4.7)$$

возникает из *узкой* угловой области $\theta_m \ll \theta \ll \theta_s$. Третий член в правой части (4.5) вообще не содержит логарифма в энергетическом спектре, и ниже мы им пренебрегаем. Интегрируя выражения (4.6) и (4.7) по ω , видим, что члены $\propto \mathbf{J}_q^2$ и $\propto \mathbf{J}_e^2$ дают одинаковый вклад в радиационные потери¹⁸:

$$\Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}} \sim \alpha_s E \ln \frac{\mu^2}{m^2}. \quad (4.8)$$

Таким образом, в случае лёгкого кварка, $m \ll \mu$, мы имеем оценку энергетических потерь, аналогичную таковой в случае КЭД (см. (3.1) и (3.10)):

$$\Delta E(L \ll \lambda) \sim \frac{L}{\lambda} \Delta E_{1\text{scat}}^{\text{rad}} \sim \alpha_s E \frac{L}{\lambda} \ln \frac{\mu^2}{m^2}. \quad (4.9)$$

Итак, картина такова: при фиксированном $\omega \ll E$ имеем $\theta_s \ll \theta_g$, причём дифференциальный энергетический спектр получает два логарифмических вклада: вклад КЭД-типа из узкой области $\theta_m \ll \theta \ll \theta_s$ и вклад КХД-типа из широкой области $\theta_m \ll \theta \ll \theta_g$. Второй вклад (преобладающий при больших N_c) имеет вид

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \Big|_{\text{broad}} \sim \alpha_s \int d^2\theta \mathbf{J}_q^2. \quad (4.10)$$

Используя $\mathbf{k}_\perp \simeq \omega \boldsymbol{\theta}$ и пренебрегая массой кварка, можно записать спектр (4.10) в виде

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega d^2\mathbf{k}_\perp} \Big|_{k_\perp \gg \omega\mu/E} \sim \alpha_s \frac{q_\perp^2}{k_\perp^2 (\mathbf{k}_\perp - \mathbf{q}_\perp)^2}, \quad (4.11)$$

что представляет собой хорошо известный спектр Гуниона – Бёрча [47].

Подчеркнём, что спектр (4.10) получен из спектра КЭД (3.4) заменой угла рассеяния электрона $\theta_s \equiv q_\perp/E \sim \mu/E$ углом рассеяния виртуального глюона $\theta_g \equiv q_\perp/\omega \sim \mu/\omega$ (ср. (4.3) и (4.4)). Этот факт имеет интересные следствия.

1. При фиксированном $\omega \ll E$ широкая область углов $\theta_m \ll \theta \ll \theta_g$, вносящая вклад в (4.10), даёт интервал глюонных длин формирования:

$$\frac{\omega}{\mu^2} \ll \ell_f(\omega) \ll \frac{E^2}{\omega m^2}, \quad (4.12)$$

что уместно сравнить с соответствующим интервалом (3.21) в случае КЭД. Видно, что образование глюона в КХД начинается на гораздо меньших длинах,

$$\ell_f(\omega) \Big|_{\text{min}} \sim \frac{\omega}{\mu^2}, \quad (4.13)$$

чем образование фотона в КЭД. Поскольку в КХД $\ell_f(\omega) \Big|_{\text{min}} \propto \omega$, можно ожидать, что подавление ЛПМ энергетических потерь будет *возрастать* как ω (в КЭД дело обстоит обратным образом, см. замечание после формулы (3.32)). Мы обсудим это подробнее ниже.

2. Поскольку в *проинтегрированном* спектре выполняется соотношение $\omega \sim E$ (в этом случае широкая КХД-область $\theta \ll \theta_g$ совпадает с узкой КЭД-областью $\theta \ll \theta_s$), характерные длины формирования в КЭД и КХД лежат в том же интервале (см. (3.22)):

$$\frac{E}{\mu^2} \ll \ell_f(\omega \sim E) \ll \frac{E}{m^2}. \quad (4.14)$$

Таким образом, забегаая вперед, мы утверждаем, что средние радиационные потери лёгкого кварка демонстрируют параметрическую зависимость, аналогичную таковой для электрона для всех длин пробега L .

3. С другой стороны, если бы характерные частоты ω в проинтегрированном спектре были много меньше E , то широкая область углов действительно была бы шире, чем узкая, и параметрическое поведение радиационных потерь было бы различным для КХД и КЭД. В разделе 4.2 мы увидим, что именно это и имеет место в случае тяжёлых кварков.

$L \gg L^*$: режим ЛПМ. При выводе выражения для энергетических потерь лёгкого кварка при $L \gg L^*$ мы действуем, как и в случае КЭД, но с некоторыми отличиями, которые обсуждаются ниже. Во-первых, при $L \gg L^*$ одиночный глюон испускается, как и фотон, в процессе многократного рассеяния, состоящего из $N \sim \ell_f^{\text{med}}(\omega)/\lambda$ отдельных рассеяний. Это сводится к обмену N глюонами в t -канале. Данное N -глюонное состояние может быть либо цветным октетом, либо цветным синглетом (старшие представления не дают вклада в амплитуду рассеяния кварка). В случае цветного синглета физика та же, что и в случае КЭД, при этом испущенный глюон излучается в узкий конус¹⁹ с углом $\theta_s^2(N) \sim N\mu^2/E^2$. Для цветного октета физика та же, что и в обсуждавшемся выше процессе с однократным глюонным обменом, когда имеются два конуса, но в данном случае углы узкого и широкого конусов имеют соответственно порядок $\theta_s^2(N) \sim N\mu^2/E^2$ и $\theta_g^2(N) \sim N\mu^2/\omega^2$. В пределе больших N_c вероятность иметь синглетное N -глюонное состояние в t -канале подавлена по сравнению с вероятностью иметь октетное состояние множителем $1/N_c^2$. Это подавление имеет тот же порядок, что и подавление абелева вклада, приводящее к узкому конусу

¹⁸ Это связано с тем, что в проинтегрированном спектре $\omega \sim E$ и поэтому широкая и узкая области углов совпадают.

¹⁹ В отличие от режима БГ, этот конус не порождает никакого логарифмического множителя (см. сноску, относящуюся к уравнению (3.26)).

излучения в однократном глюонном обмене (второй член в уравнении (4.5)). Другими словами, динамика излучения глюона в процессе многократного рассеяния приблизительно та же, что и при однократном рассеянии, единственное различие состоит в том, что характерный переданный импульс μ^2 умножается на $N \sim \ell_f^{\text{med}}(\omega)/\lambda$.

Глюонная длина формирования в среде $\ell_f^{\text{med}}(\omega)$ получается из (3.19) заменой угла излучения глюона θ^2 углом $\theta_g^2(N) \sim N\mu^2/\omega^2$:

$$\ell_f^{\text{med}}(\omega) \sim \frac{\omega}{N\mu^2} \Rightarrow \ell_f^{\text{med}}(\omega) \sim \sqrt{\frac{\omega\lambda}{\mu^2}}. \quad (4.15)$$

Глюонная длина формирования возрастает с ростом ω . Такое поведение противоположно наблюдаемому в случае КЭД (см. (3.25)). Тем не менее глюоны с $\omega \sim E$ образуются на длине L^* , определяемой соотношением (3.23), и возникает та же параметрическая зависимость радиационных потерь, что и в КЭД:

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha_s E \frac{L}{L^*} \sim \alpha_s L \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} E \sim \alpha_s^2 L \sqrt{ET^3}. \quad (4.16)$$

Имеются, однако, различия между динамикой потерь электрона и лёгкого кварка.

1. Как и в случае КЭД, типичный передаваемый импульс после N перерассеяний $q_{\text{тип}}^2(N)$ не равен в точности $N\mu^2$ из-за наличия длинного хвоста в кулоновском потенциале рассеяния. Как показано в приложении А, в КЭД $q_{\text{тип}}^2 \sim (N \ln N) \mu^2$, однако в КХД из-за непостоянства α_s эта простая зависимость заменяется зависимостью (А.25). При очень больших N величина $q_{\text{тип}}^2(N)$ определяется выражением (А.26), в которое не входит множитель $\ln N$. Это означает, что множитель $\sim \sqrt{\ln E}$ в выражении для энергетических потерь лёгких быстрых партонных в области больших L исчезает при асимптотически больших энергиях, $\ln(E/T) \gg \ln(\mu/\Lambda_{\text{QCD}})$. Вместо соотношений (3.28) и (3.29) мы получаем

$$L^* \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2 \ln \mu/\Lambda_{\text{QCD}}}}, \quad (4.17)$$

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha_s E \frac{L}{L^*} \sim \alpha_s^2 L \sqrt{ET^3 \ln \frac{\mu}{\Lambda_{\text{QCD}}}}. \quad (4.18)$$

Если энергия большая, но не асимптотически большая, то зависимость имеет более сложный вид:

$$\Delta E(L \gg L^*) \sim \alpha_s^2 L \sqrt{ET^3 \frac{\alpha_s(\mu^2 \sqrt{E}/(\lambda\mu^2))}{\alpha_s(\mu^2)}} \ln \frac{E}{T}. \quad (4.19)$$

2. Из-за различия между глюонной (4.15) и фотонной (3.25) длинами формирования глюонный спектр уже не описывается выражением (3.30), а принимает следующий вид:

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega}(L) \sim \alpha_s \frac{L}{\ell_f^{\text{med}}(\omega)} \sim \alpha_s \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}}, \quad \omega > \lambda\mu^2, \quad (4.20)$$

где ω_c по-прежнему определяется выражением (3.31), но теперь ω_c зависит от параметров μ и λ , соответствующих неабелевой плазме. Как и ожидалось, подавление ЛПМ в КХД, в отличие от такового в КЭД, возрастает с ростом

ω . Заметим, что при частотах ниже $\lambda\mu^2$ длина формирования меньше, чем λ , и мы получаем некогерентный режим БГ, в котором спектр определяется выражением (4.6), умноженным на число перерассеяний L/λ .

Учитывая обсуждавшийся выше логарифмический множитель, получаем

$$\omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega}(L) \sim \alpha_s^2 L \sqrt{\frac{T^3}{\omega} \ln \frac{\mu}{\Lambda_{\text{QCD}}}}, \quad (4.21)$$

где предполагается, что $\ln(\omega/T) \gg \ln(\mu/\Lambda_{\text{QCD}})$ (если это неравенство не выполнено, то получается более сложное выражение, в соответствии с (4.19)).

Промежуточная область $\lambda \ll L \ll L^*$. В этой области весь анализ, проведённый в разделе 3.1 для электрона, непосредственно переносится на случай КХД лёгкого кварка, что приводит к результату

$$\Delta E(\lambda \ll L \ll L^*) \sim \alpha_s E \ln \left(\frac{L}{\lambda} \frac{\mu^2}{m^2} \right). \quad (4.22)$$

Как и в случае КЭД, результат (4.22) соответствует среде, действующей как единый эффективный центр рассеяния. Зависимость от размера среды проявляется только через полный переданный импульс $q_{\perp}^2 \sim (N \ln N) \mu^2$, где $N = L/\lambda$.

Выражение (4.22) представляет собой так называемый *факторизационный член*, упоминавшийся ранее в работах [12, 13, 15, 41]. Хотя основная цель работы [15] состояла в определении радиационных потерь кварка, рождённого в плазме, там отмечено, что в случае "асимптотического кварка," влетающего в среду, при вычислении *индуцированных* энергетических потерь факторизационный член можно отбросить. Вследствие этого в работе [15] для ΔE в области $\lambda \ll L \ll L^*$ был получен результат $\Delta E \propto \alpha_s \omega_c$, а не (4.22). Однако на самом деле для асимптотического кварка нет различия между индуцированными и полными радиационными энергетическими потерями²⁰ и факторизационный член (4.22) следует сохранить. Хотя факторизационный член демонстрирует слабую (логарифмическую) зависимость от L , он преобладает в этой области над членом, вычисленным в [15]. Действительно, при $L \ll L^*$ имеем $\alpha_s \omega_c \ll \alpha_s E$.

Чтобы проиллюстрировать этот момент, на рис. 7 показан спектр излучения глюонов в области $\lambda \ll L \ll L^*$. При $L \ll L^*$ мы имеем $\omega_c \sim L^2 \mu^2/\lambda \ll E$ и спектр определяется выражениями (4.20) или (4.21) в интервале $\lambda\mu^2 \ll \omega \ll \omega_c$. Как было отмечено выше, при $\omega \ll \lambda\mu^2$ спектр определяется выражением (4.6), умноженным на L/λ . При $\omega \gg \omega_c$ время формирования глюона больше, чем L , и спектр является таким же, как и при однократном эффективном рассеянии, т.е. он снова получается из (4.6) с помощью замены $\mu^2 \rightarrow \mu^2 L/\lambda$. Эта плоская часть спектра даёт преобладающий вклад в энергетические потери лёгкого кварка (см. (4.22)).

Таким образом, закон $\Delta E(\lambda \ll L \ll L^*) \propto L^2$ [13–15, 17] для индуцированных энергетических потерь лёгкого кварка, рождённого в среде (мы рассмотрим этот случай в разделе 5), не справедлив для асимптотического кварка.

²⁰ Это связано с тем, что "асимптотический кварк на массовой оболочке" в отсутствие среды не излучает, в отличие от рождённого в жёстком подпроцессе кварка, который излучает даже в вакууме. Подробнее этот вопрос обсуждается в разделе 5.

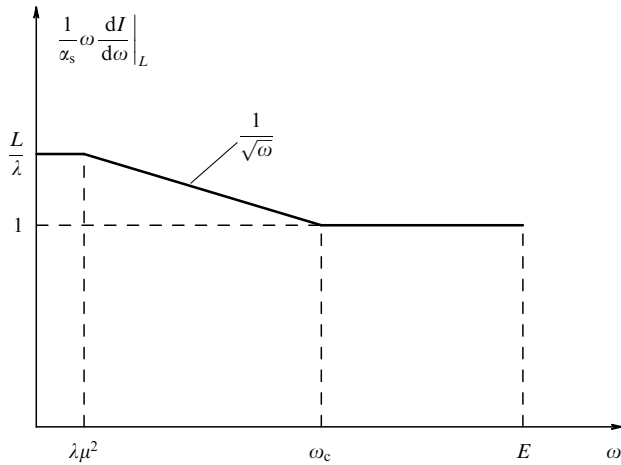


Рис. 7. Спектр глюонного излучения асимптотического лёгкого кварка, пролетающего через горячую КХД-среду размером L , при $\lambda \ll L \ll L^*$ (в двойном логарифмическом масштабе).

Комбинируя выражения (4.9), (4.22) и (4.16), мы видим, что средние радиационные потери асимптотического лёгкого кварка аналогичны таковым для асимптотического электрона, движущегося через КЭД-плазму. Они показаны на рис. 4.

4.2. Тяжёлый кварк

Мы выяснили, что радиационные энергетические потери асимптотического лёгкого кварка, движущегося через КГП, демонстрируют такую же параметрическую зависимость (не считая логарифмического множителя при $L \gg L^*$), что и потери электрона, движущегося через горячую e^+e^- -плазму, несмотря на радикальное различие спектров излучения в этих двух случаях. Теперь мы увидим, что радиационные потери тяжёлого кварка *отличаются* от потерь тяжёлого мюона в КЭД и демонстрируют более богатую параметрическую зависимость. Неабелева динамика радиационных энергетических потерь проявляет себя более отчётливо в случае тяжёлого кварка, чем в случае лёгкого.

Сначала рассмотрим режим БГ, $L \ll \lambda$.

Для тяжёлых кварков, $M \gg \mu$, интенсивность глюонного излучения подавлена, как и в случае тяжёлых лептонов в КЭД. Однако в неабелевом случае подавление (эффект мёртвого конуса) не столь велико, поскольку мягкие глюоны излучаются в более широкий, чем в случае КЭД, конус (см. (4.10) и соответствующие обсуждения). Оценку (3.9) для спектра излучения КЭД следует заменить выражением

$$\begin{aligned} \omega \frac{dI_{\text{rad}}}{d\omega} \Big|_{1\text{scat}} &\sim \alpha_s \int d^2\theta \mathbf{J}_q^2 \sim \alpha_s \ln \left(1 + \frac{\theta_g^2}{\theta_M^2} \right) \sim \\ &\sim \alpha_s \ln \left(1 + \frac{\mu^2 E^2}{M^2 \omega^2} \right). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Интегрируя этот спектр по ω и умножая на вероятность рассеяния L/λ , получаем

$$\Delta E(L \ll \lambda) \sim \alpha_s E \frac{L}{\lambda} \frac{\mu}{M} \sim \frac{g^5 T^2 E}{M} L. \quad (4.24)$$

Таким образом, при $L \ll \lambda$ радиационные потери асимптотического тяжёлого кварка подавлены множителем $\sim \mu/M$, а не множителем $\sim \mu^2/M^2$, как в случае КЭД (см. (3.37)). Очень важное отличие КХД от КЭД состоит в том, что спектр излучения тяжёлого кварка (4.23) является мягким. Действительно, характерная энергия испущенных глюонов $\omega_{\text{char}} \sim \mu E/M \ll E$, и за пределами этого масштаба спектр быстро убывает (как $1/\omega^2$). (Спектр фотонного излучения тяжёлой заряженной частицы, напротив, остаётся плоским: влияние массы обуславливает равномерное подавление $\sim \mu^2/M^2$ при всех ω .) Результат (4.24) происходит из малых глюонных энергий, $\omega \sim \omega_{\text{char}}$. Типичные глюонные углы, вносящие вклад в (4.24), имеют порядок $\theta_{\text{char}}^2 \sim \theta_g^2 \sim \mu^2/\omega_{\text{char}}^2 \sim \theta_M^2$. Поэтому характерная глюонная длина формирования

$$\ell_{\text{f}}^{\text{QCD heavy}} \sim \frac{1}{\omega_{\text{char}} \theta_{\text{char}}^2} \sim \frac{\omega_{\text{char}}}{\mu^2} \sim \frac{E}{\mu M}. \quad (4.25)$$

Как и в абелевом случае, поведение радиационных потерь при больших длинах зависит от соотношения разных пространственных масштабов: длины свободного пробега λ , характерной длины формирования и масштаба L^{**} , на котором исчезает подавление $\sim \mu/M$. Относительная величина этих масштабов зависит от массы тяжёлого кварка. В абелевом случае имеются две области масс (3.41) и (3.47). В неабелевом случае имеются три различные области.

А) $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$. В этом случае наименьшим масштабом длины является $\lambda \sim 1/(\alpha_s T)$. При $L \ll \lambda$ выполняется закон (4.24). Когда L превосходит λ , энергетические потери можно представить как потери, индуцированные одним эффективным рассеянием с переданным импульсом $\mu_{\text{eff}}^2 \sim (L/\lambda) \mu^2$:

$$\Delta E(L) \sim \alpha_s E \frac{\mu \sqrt{L/\lambda}}{M} \sim \frac{\alpha_s^2 E \sqrt{LT^3}}{M}. \quad (4.26)$$

Этот закон выполняется в области

$$\lambda \ll L \ll L^{**} = \lambda \frac{M^2}{\mu^2} \sim \frac{M^2}{\alpha_s^2 T^3}. \quad (4.27)$$

На масштабе L^{**} подавление $\sim \mu_{\text{eff}}/M$ исчезает и физика становится такой же, как и для лёгких кварков. Когда L превосходит L^{**} , но остаётся меньше длины формирования в среде L^* , определяемой соотношениями (4.17), всё ещё имеет место однократное эффективное рассеяние и мы находимся в промежуточной области. Когда $L \gg L^*$, число эффективных рассеяний растёт как L/L^* и радиационные потери определяются выражением (4.18) — оценкой, полученной для лёгкого кварка. Схематический график, описывающий поведение потерь энергии, приведён на рис. 8.

В) $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$. Когда M^2 превосходит $\alpha_s \sqrt{ET^3}$, масштаб L^* становится меньше масштаба L^{**} , на котором исчезает подавление мёртвого конуса. Прежде, чем двигаться дальше, заметим, что оценка $L^* \sim \sqrt{\lambda E}/\mu^2$ для длины формирования в среде в этом случае более не выполняется, и следует заменить L^* другим масштабом \tilde{L}^* .

Действительно, напомним, что длина формирования в среде определяется условием её совпадения с вакуумной длиной формирования для эффективного рассеяния с передачей $\mu_{\text{eff}}^2 \sim (L/\lambda) \mu^2$. Для лёгкого кварка это усло-

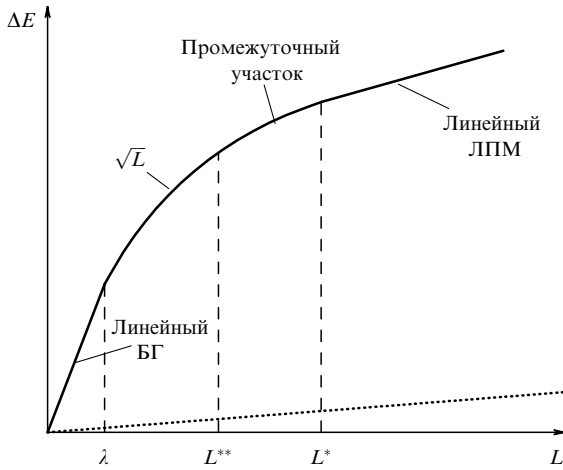


Рис. 8. Радиационные энергетические потери асимптотического тяжёлого кварка при $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$. (Пунктирная кривая — столкновительные потери.)

вие имеет вид

$$L \sim \frac{E}{\mu_{\text{eff}}^2} \Rightarrow L^* \sim \sqrt{\frac{\lambda E}{\mu^2}}. \quad (4.28)$$

Для массивного кварка вакуумная длина формирования определяется соотношениями (4.25), и мы получаем

$$L \sim \frac{E}{\mu_{\text{eff}} M} \Rightarrow \tilde{L}^* \sim \left(\frac{\lambda E^2}{\mu^2 M^2}\right)^{1/3} \sim \left(\frac{L^{*4}}{L^{**}}\right)^{1/3} \sim \frac{1}{T} \left(\frac{E}{\alpha_s M}\right)^{2/3}. \quad (4.29)$$

Заметим, что определяющее рассматриваемый интервал масс условие $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ эквивалентно условию $\lambda \ll \tilde{L}^* \ll L^*$.

При $L \gg \tilde{L}^*$ размер эффективного центра рассеяния, ответственного за излучение одного глюона, равен $\sim \tilde{L}^*$, а подавляющий фактор мёртвого конуса $\sim \mu_{\text{eff}}/M$ остаётся фиксированным на значении

$$\left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{M}\right)_{\text{max}} \sim \frac{\mu}{M} \sqrt{\frac{\tilde{L}^*}{\lambda}} \sim \left(\frac{\alpha_s \sqrt{ET^3}}{M^2}\right)^{2/3}. \quad (4.30)$$

Энергетические потери демонстрируют в данной области линейную зависимость от L с наклоном, определённым в [48]:

$$\Delta E(L \gg \tilde{L}^*) \sim \alpha_s E \frac{L}{\tilde{L}^*} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{M}\right)_{\text{max}} \sim \alpha_s L \left(\frac{\mu^2 E}{\lambda M}\right)^{2/3} \sim \alpha_s^{7/3} T^2 L \left(\frac{E}{M}\right)^{2/3}. \quad (4.31)$$

Схематический график зависимости $\Delta E(L)$ выглядит аналогично представленному на рис. 4, но с двумя качественными отличиями: 1) масштаб L^* заменён масштабом \tilde{L}^* ; 2) в области между λ и \tilde{L}^* $\Delta E(L) \propto \sqrt{L}$ (как в (4.26)), а не $\Delta E(L) \propto \ln L$, как в (3.33).

Обсудим теперь энергетический спектр испущенных глюонов. Пусть $L \gg \tilde{L}^*$. Ожидается, что спектр будет отличаться от спектра лёгкого кварка (см. (4.20) и рис. 7), как только типичный угол $\theta_{\text{тип}}$, вносящий вклад в

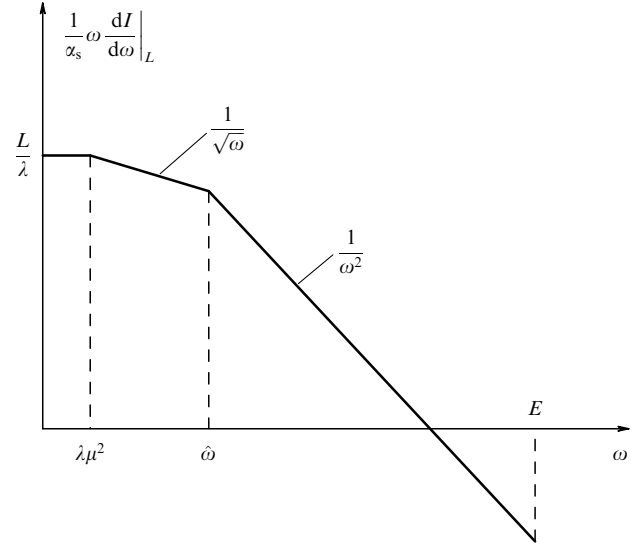


Рис. 9. Спектр глюонного излучения тяжёлого кварка, рождённого в горячей КГП, при $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ и $L \gg \tilde{L}^*$.

спектр (4.20), станет меньше параметра $\theta_M = M/E$. Типичные углы, связанные с (4.20), выражаются как

$$\theta_{\text{тип}}^2 \sim \frac{1}{\omega \ell_{\text{f}}^{\text{med}}(\omega)} \sim \sqrt{\frac{\mu^2/\lambda}{\omega^3}}, \quad (4.32)$$

где мы использовали (4.15). Условие $\theta_{\text{тип}} < \theta_M$, таким образом, эквивалентно условию

$$\sqrt{\frac{\mu^2/\lambda}{\omega^3}} < \frac{M^2}{E^2} \Leftrightarrow \omega > \hat{\omega} \equiv \left(\frac{\mu^2 E^4}{\lambda M^4}\right)^{1/3} \sim T \left(\frac{\alpha_s E^2}{M^2}\right)^{2/3}.$$

Заметим, что условие $L \gg \tilde{L}^*$ эквивалентно условию $\hat{\omega} \ll \omega_c$. При $\omega > \hat{\omega}$ спектр имеет вид

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \sim \alpha_s \frac{L}{\ell_{\text{f}}^{\text{med}}} \frac{\theta_{\text{тип}}^2}{\theta_M^2} \sim \alpha_s L \frac{\mu^2 E^2}{\lambda M^2} \frac{1}{\omega^2} \sim \alpha_s \sqrt{\frac{\omega_c \hat{\omega}^3}{\omega^2}} \quad (\omega > \hat{\omega}). \quad (4.33)$$

При $\omega < \hat{\omega}$ спектр выражается в виде (4.20). Общее поведение спектра показано на рис. 9. Заметим, что зависимость $\propto \omega^{-2}$, найденная нами для $\omega > \hat{\omega}$, отличается от зависимости $\propto \omega^{-7/2}$, полученной в работе [26]. Интегрируя спектр, мы воспроизводим выражение для средних потерь (4.31), основной вклад в которые дают $\omega \sim \hat{\omega}$. Замечая, что

$$\hat{\omega} \sim E \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{M}\right)_{\text{max}} \sim \frac{\mu E}{M} \sqrt{\frac{\tilde{L}^*}{\lambda}}, \quad (4.34)$$

выражение для средних потерь (4.31) можно переписать в компактном виде:

$$\Delta E(L \gg \tilde{L}^*) \sim \alpha_s \hat{\omega} \frac{L}{\tilde{L}^*}, \quad (4.35)$$

что уместно сравнить с оценкой (4.16), полученной для лёгкого кварка.

С) $M^2 \gg \alpha_s E^2$. При очень больших массах эффект ЛПМ не играет никакой роли и линейный закон БГ (4.24) выполнен на всех длинах. Действительно, когда M^2 превосходит $\alpha_s E^2$, длина формирования \tilde{L}^* стано-

вится меньше, чем λ , и глюоны испускаются в отдельных актах некогерентных рассеяний. В этом случае радиационные потери подавлены по сравнению со столкновительными, в чём можно убедиться, если сравнить наклон (4.24) с наклоном $\sim \alpha_s^2 T^2$ в случае столкновительных потерь. На основе этого мы заключаем, что радиационные потери (4.24) затруднительно или вовсе невозможно наблюдать (даже в мысленном эксперименте). Более подробно этот вопрос обсуждается в разделе 6.

Как было отмечено выше, спектр испущенных глюонов в этом случае является мягким и определяется выражением (4.23), умноженным на число рассеяний L/λ . Спектр начинает убывать как $\sim \omega^{-2}$ на масштабе $\mu E/M$, а не на масштабе $\hat{\omega}$, как это происходит в области промежуточных масс.

Линейная энергетическая зависимость $\Delta E(L) \propto E$ может побудить описывать радиационные потери тяжёлого кварка в терминах радиационной длины, как это обычно делается для ультррелятивистских электронов в обычной среде. Однако здесь это неудобно по двум причинам: 1) в отличие от случая ультррелятивистских электронов, столкновительные потери в данном случае преобладают над радиационными; 2) спектр испущенных глюонов является мягким, а флуктуации энергетических потерь много меньше, чем, например, для электронов, образованных атмосферными ливнями.

5. Радиационные потери частицы, рождённой в плазме

В этом разделе мы рассмотрим заряженную частицу, рождённую в плазме. Такая ситуация гораздо более естественна для КХД, где быстрый партон может родиться в жёстком партонном подпроцессе внутри горячей среды, образованной в столкновениях тяжёлых ионов. Однако мы начнем с рассмотрения менее естественного, но более простого случая КЭД — электрического заряда, рождённого в плазме КЭД, — а затем уже исследуем случай КХД.

5.1. Горячая плазма КЭД

5.1.1. Электрон. Когда в жёстком процессе рождается быстрая заряженная частица, она испускает фотоны тормозного излучения. Это излучение возникает, даже если частица рождается в вакууме, и его следует отличать от радиационных потерь, вызванных средой.

В данном разделе мы рассмотрим быструю и лёгкую заряженную частицу, рождённую в горячей плазме КЭД (можно иметь в виду, например, глубокоэластичное рассеяние на плазме КЭД или прямое рождение лептона в КГП), и сосредоточим внимание на её радиационных потерях, индуцированных средой. Эти потери связаны с фурье-компонентами одевающего поля частицы, которые могли сформироваться на расстоянии L , пройденном в плазме только что рождённой частицей, так что эти компоненты могут высвободиться в виде фотонов, испускаемых в последующих перерассеяниях. Другими словами, только фотоны, длина формирования которых (3.19) не превышает L , дают вклад в индуцированные радиационные потери:

$$\ell_f(\omega, \theta) \sim \frac{1}{\omega \theta^2} \lesssim L. \quad (5.1)$$

В случае асимптотической частицы, изученном в разделах 3 и 4, определённый вклад в энергетические потери происходит из области $\ell_f \gg L$. В частности, в режиме БГ ($L \ll \lambda$) электронные энергетические потери (3.11) связаны с фотонами, имеющими длины формирования $\ell_f \gg E/\mu^2 \gg L$ (см. (3.22)). Ввиду предписания (5.1) этим вкладом мы сейчас должны пренебречь. Нам надо учитывать только те фотоны, длина формирования которых не превосходит L , что даёт дополнительное подавление радиационных потерь, индуцированных средой. Таким образом, когда лёгкая частица рождается внутри плазмы, режим БГ вообще не наблюдается²¹. Мы вскоре увидим, в зависимости какого типа он преобразуется.

С другой стороны, результат (3.26) (или, точнее, (3.29)) для радиационных энергетических потерь в протяжённой среде, $L \gg L^*$, должен быть справедлив также, когда частица рождается в плазме, а не в далёком прошлом. Действительно, результат (3.26) соответствует длинам формирования $\ell_f^{\text{med}}(\omega) \sim \ell_f^{\text{med}}(E) \sim L^* \ll L$, тем самым удовлетворяется условие (5.1). Когда $L \gg L^*$, частица забывает условия своего рождения.

Рассмотрим сначала область $L \ll \lambda$. В этой области частицы испытывают однократное рассеяние с вероятностью $\sim L/\lambda$. Амплитуда излучения фотона даётся суммой двух диаграмм, показанных на рис. 10. При малых частотах фотона, $\omega \ll E$, и малых углах рассеяния и излучения амплитуда даётся выражением $\mathcal{M} \propto e \varepsilon \mathbf{J}(L)$, где

$$\mathbf{J}(L) = \frac{\boldsymbol{\theta}'}{\theta'^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{i\omega L \theta^2}{2}\right) \right]. \quad (5.2)$$

Здесь L — расстояние, которое проходит частица с момента её рождения до момента её рассеяния. Мы предполагаем, что частица является безмассовой. Член $\propto \boldsymbol{\theta}$ представляет собой вклад диаграммы, изображённой на рис. 10а, а член $\propto \boldsymbol{\theta}'$ — вклад диаграммы, изображённой на рис. 10б.

Строгий вывод результата (5.2) для амплитуды приведен в приложении Б, однако его структура выглядит вполне естественной в контексте приведённых выше эвристических соображений. Если L велика по сравнению с длиной формирования (5.1), то быстро осциллирующий множитель $\sim \exp(-i\omega L \theta^2/2)$ можно опустить и тогда ток $\mathbf{J}(L)$ сводится к выражению (3.5) для асимптотической частицы. С другой стороны, если фотонная длина формирования больше, чем L , то вклад диаграммы на рис. 10а подавлен и остаётся только вторая диаграмма, соответствующая излучению фотона из конечной электронной линии, как и в отсутствие перерассеяния. Поскольку нас интересует интенсивность

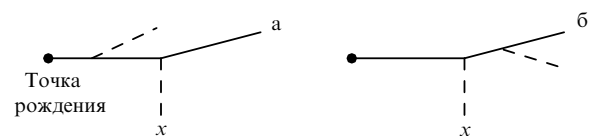


Рис. 10. Излучение фотонов электроном, рождённым и рассеянным в КЭД-плазме.

²¹ Для тяжёлых частиц это не так (см. обсуждение ниже).

излучения, индуцированного средой, необходимо вычесть из сечения рассеяния этот вклад, что даёт

$$\begin{aligned} \omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} &\sim \alpha \frac{L}{\lambda} \left\langle \int d^2\theta \left(|\mathbf{J}(L)|^2 - |\mathbf{J}(0)|^2 \right) \right\rangle = \\ &= 2\alpha \frac{L}{\lambda} \operatorname{Re} \left\langle \int d^2\theta \frac{\theta}{\theta^2} \left(\frac{\theta}{\theta^2} - \frac{\theta'}{\theta'^2} \right) \left[1 - \exp \left(-\frac{i\omega L\theta^2}{2} \right) \right] \right\rangle. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Усреднение проводится по поперечному импульсу \mathbf{q}_\perp , передающемуся в процессе рассеяния (напомним, что $\theta' \equiv \theta - \theta_s = \theta - \mathbf{q}_\perp/E$). Усредним сначала по азимутальным направлениям вектора θ_s . Используя тождество

$$\int \frac{d\phi}{2\pi} \left(\frac{\theta}{\theta^2} - \frac{\theta - \theta_s}{(\theta - \theta_s)^2} \right) = \frac{\theta}{\theta^2} \Theta(\theta_s^2 - \theta^2), \quad (5.4)$$

получаем

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha \frac{L}{\lambda} \left\langle \int \frac{d\theta^2}{\theta^2} \left(1 - \cos \frac{\omega L\theta^2}{2} \right) \Theta(\theta_s^2 - \theta^2) \right\rangle. \quad (5.5)$$

Теперь необходимо усреднить по θ_s^2 с нормированной вероятностью $P(\theta_s^2)$, полученной возведением в квадрат импульсной фурье-гармоники экранированного кулоновского (юкавского) потенциала (см. (2.2)),

$$P(\theta_s^2) = \frac{\mu^2/E^2}{(\theta_s^2 + \mu^2/E^2)^2}. \quad (5.6)$$

Результат имеет вид

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha \frac{L\mu^2}{\lambda E^2} \int_0^\infty \frac{d\theta^2}{\theta^2(\theta^2 + \mu^2/E^2)} \left(1 - \cos \frac{\omega L\theta^2}{2} \right). \quad (5.7)$$

Если $\omega L\mu^2/E^2 \ll 1$, что справедливо в области $L \ll \lambda$, которую мы сейчас рассматриваем, то интеграл насыщается на углах излучения²²

$$\theta^2 \gtrsim \frac{1}{\omega L} > \frac{1}{EL} \gg \frac{1}{E\lambda} \gg \frac{\mu^2}{E^2}. \quad (5.8)$$

Интеграл в уравнении (5.7) имеет порядок ωL . Таким образом, спектр даётся выражением

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha \frac{L^2\mu^2}{\lambda} \frac{\omega}{E^2} \sim \alpha \frac{\omega\omega_c}{E^2}, \quad (5.9)$$

а энергетические потери имеют вид

$$\Delta E(L \ll \lambda) \sim \alpha \omega_c \sim \alpha^3 T^3 L^2. \quad (5.10)$$

Интересно отметить аналогию с энергетическими потерями массивной асимптотической частицы, обсуждавшимися в разделе 3.2. Эффективное обрезание при $\theta^2 > 1/(EL)$, которое здесь возникает, аналогично обрезанию по "мёртвому конусу" $\theta^2 > M^2/E^2$ в интеграле (3.38), где параметр $\sqrt{E/L}$ играет роль массы. И в самом деле, оценку (5.10) можно получить с помощью замены $M^2 \rightarrow E/L$ в (3.43).

²² Последнее неравенство в (5.8) следует из неравенства $E \gg \lambda\mu^2 \sim T$. Мы также предполагаем, что $EL \gg 1$, т.е. хотя L и меньше, чем λ , эта длина, тем не менее, остаётся больше длины волны быстрой частицы.

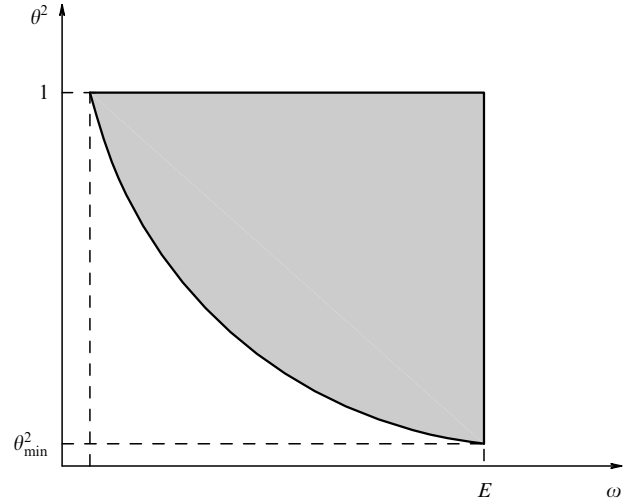


Рис. 11. Энергии фотонов и углы излучения, удовлетворяющие условию $\ell_t(\omega, \theta) < L$.

Мы видим, что $\Delta E(L)$ демонстрирует квадратичную, а не линейную зависимость при малых L . Причина этого, как мы уже объяснили качественно, вполне ясна. Вновь рождённый жёсткий электрон ещё не создал одевающего поля и не способен излучать. Грубо говоря, *способность* к излучению dE/dx обращается в нуль при $L = 0$, а затем линейно возрастает с ростом L . Интегрирование

$$\Delta E = \int_0^L dx \frac{dE}{dx} \quad (5.11)$$

приводит к появлению ещё одного множителя $\sim L$.

Поучительно обсудить более эвристический вывод оценки (5.10), в котором не используется точное выражение (5.2) для амплитуды излучения, но который заключается просто в интегрировании спектра (3.6) (полученного для асимптотической частицы) по ω и θ с условием $1/(\omega\theta^2) < L$. Соответствующая область интегрирования показана на рис. 11. Поскольку $\theta^2 \gg \mu^2/E^2$, угловой спектр можно аппроксимировать выражением $\mu^2/(E^2\theta^4)$. Тогда энергетические потери принимают вид

$$\begin{aligned} \Delta E(L \ll \lambda) &\sim \alpha \frac{L}{\lambda} \int_0^E d\omega \int_{1/(\omega L)}^1 d\theta^2 \frac{\mu^2}{E^2\theta^4} \sim \\ &\sim \alpha \frac{L\mu^2}{\lambda E^2} \int_0^E d\omega \omega L \sim \alpha \omega_c \end{aligned} \quad (5.12)$$

и происходят из характерных углов $\theta^2 \sim \theta_{\min}^2 \sim 1/(EL)$ и $\omega \sim E$. Это совпадает с выражением (5.10).

Подчеркнём, однако, что хотя рассмотренное выше простое и физически ясное соображение приводит к правильному результату, оно не позволяет, вследствие своей эвристичности, выявить тонкое динамическое свойство, проявляющееся при точном выводе на основе (5.2)²³. Действительно, соображение, приводящее к эври-

²³ Другими словами, диаграммы на рис. 10, описывающие излучение фотона в одиночном рассеянии рождённой в плазме частицы, определяют динамику, несколько отличную от динамики одиночного рассеяния, полученной на основе приведённых на рис. 3 диаграмм для асимптотической частицы с учётом условия (5.1). С другой стороны, физические аргументы, с помощью которых выводится динамика многократного рассеяния на основе диаграмм однократного рассеяния и понятия длины формирования, по-видимому, работают во всех случаях.

стической оценке (5.12), в неявном виде предполагает, что значение передаваемого импульса фиксировано на значении $q_{\perp}^2 = \mu^2$. Оно относится, тем самым к гипотетической модели, в которой кулоновская плотность вероятности (5.6) заменена вероятностью $P(\theta_s^2) = \delta(\theta_s^2 - \mu^2/E^2)$ (соответствующей потенциалу рассеяния $V(r) \sim J_0(\mu r)$). С другой стороны, при замене $\theta_s^2 \rightarrow \mu^2/E^2$ мы бы получили из следующего диаграммного анализа выражения (5.5),

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{q_{\perp}^2 = \mu^2} \sim \alpha \frac{\omega^2 L^3 \mu^4}{\lambda E^4}, \quad (5.13)$$

что приводит к энергетическим потерям, подавленным по сравнению с (5.12). Таким образом, для гипотетической модели, в которой $P(\theta_s^2) = \delta(\theta_s^2 - \mu^2/E^2)$, оценка (5.12) оказывается неверной.

Для более реалистичного юкавского потенциала результаты, полученные на основании (5.5) и (5.12), одинаковы, но интегралы насыщаются в различных кинематических областях. В рамках эвристического предписания (5.12) характерный угол излучения $\theta_{\text{rad}}^2 \sim 1/(\omega L)$ гораздо больше, чем характерный угол рассеяния $\theta_{\text{scat}}^2 \sim \mu^2/E^2$. В более точной формуле (5.7) оба угла велики (см. (5.4)):

$$\theta_{\text{rad}}^2 \sim \theta_{\text{scat}}^2 \sim \frac{1}{\omega L}. \quad (5.14)$$

Отличительная особенность юкавского потенциала рассеяния состоит в том, что он допускает передачи очень больших импульсов по сравнению с типичным значением $\sim \mu$. Таким образом, условия $\theta_s^2 \geq \theta^2$ (см. (5.4)) и $\theta^2 \sim 1/(\omega L) \gg \mu^2/E^2$ (см. (5.8)) можно реализовать одновременно.

Рассмотрим теперь более протяжённую среду, $L \gg \lambda$, с юкавским рассеивательным потенциалом. В этом случае электрон рассеивается N раз, $N \sim L/\lambda$. Если $L \ll L^*$, то излучается только один фотон. Амплитуда излучения фотона в процессе многократного рассеяния точно вычислена в приложении Б. Оказывается, что основной вклад в спектр излучения происходит из области, в которой *один* из углов рассеяния большой, как в выражении (5.14), а другие углы рассеяния относительно малы, $\sim \mu/E$. Другими словами, один из N импульсов рассеяния $\sim \sqrt{E/L}$ (мы предполагаем, что $\omega \sim E$), он много больше, чем характерный переданный импульс $\mu_{\text{eff}} \sim \mu\sqrt{N}$ во всех остальных рассеяниях²⁴. Подобным образом может быть выделено каждое из N рассеяний, что даёт множитель $N \sim L/\lambda$ в спектре излучения. Спектр по-прежнему даётся интегралом (5.7), множитель L/λ которого теперь интерпретируется как характерное число рассеяний, а не как вероятность рассеяния. Оценка для энергетических потерь по-прежнему выражается соотношением (5.10), которое, таким образом, выполняется в расширенной области $L \ll L^*$:

$$\Delta E(L \ll L^*) \sim \alpha \omega_c \sim \alpha^3 T^3 L^2. \quad (5.15)$$

Наконец, как уже отмечалось, при $L \gg L^*$ ограничение (5.1) не действенно. Мы получаем ту же зависи-

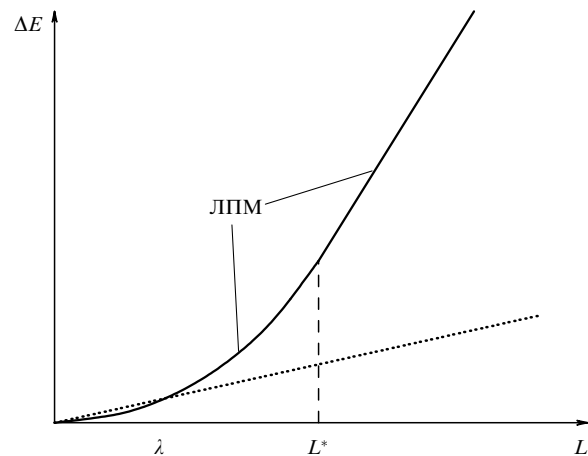


Рис. 12. Радиационные потери энергии электрона, рождённого в плазме КЭД. Квадратичная зависимость (5.15) при $L \ll L^*$ сменяется линейной зависимостью (3.29) при $L \gg L^*$. (Пунктирная кривая — столкновительные потери.)

мость (3.29), что и для частицы, приходящей из бесконечности. Результаты представлены на рис. 12. На больших длинах ΔE линейно зависит от L , при этом $dE/dx \propto \sqrt{E}$, что знакомо нам из разделов 3, 4. Если L меньше, чем L^* , то $\Delta E(L)$ демонстрирует квадратичную зависимость (5.15).

5.1.2. Мюон. Рассмотрим теперь радиационные потери массивной частицы, рождённой в плазме. Как и в случае частицы, приходящей из бесконечности, поведение $\Delta E(L)$ в областях (3.41) и (3.47) различно.

А) $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$. Покажем, что в этой области нет отличий от случая лёгкой частицы, а $\Delta E(L)$ ведёт себя так, как показано на рис. 12. Напомним, что для массивной частицы вакуумная длина формирования имеет вид (3.39).

Мы ранее показали, что при $L \ll L^*$ индуцированные радиационные потери лёгкой КЭД-частицы происходят из областей $\omega \sim E$ и $\theta^2 \sim 1/(\omega L) \sim 1/(EL)$. Таким образом, поскольку выполняется соотношение

$$\frac{1}{EL} \gg \theta_M^2 = \frac{M^2}{E^2}, \quad (5.16)$$

результат (5.10) для лёгкой частицы применим также к тяжёлой частице. Интуитивно, это происходит, когда M мало по сравнению с эффективной "массой" $\sim \sqrt{E/L}$ лёгкой частицы (см. обсуждение после (5.10)). Чтобы увидеть, что условие (5.16) выполнено, заметим, что из $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$ следует $L^* \ll E/M^2$. При $L \ll L^*$ имеем $M^2 \ll E/L^* \ll E/L$. Таким образом, результат (5.15) справедлив также и для умеренно массивной частицы.

Эффекты, обусловленные ненулевой массой, несущественны в области $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$ также и для больших длин $L \gg L^*$. Действительно, при $L \gg L^*$ радиационные потери электрона возникают из области $\omega \sim E$ на фотонных длинах формирования $1/(\omega\theta^2)$ порядка L^* , откуда следует, что $\theta^2 \sim 1/(EL^*) \gg \theta_M^2$, где мы снова использовали соотношение $L^* \ll E/M^2$. Таким образом, результат для лёгкой частицы (3.29) справедлив в области $M^2 \ll \alpha \sqrt{ET^3}$.

²⁴ Условие $\sqrt{E/L} \gg \mu\sqrt{L/\lambda}$ эквивалентно условию $L \ll L^*$.

Другой способ объяснить это заключается в следующем. Длина, при превышении которой массой можно пренебречь, определяется условием $\mu_{\text{эф}}^2 \sim (L/\lambda)\mu^2 \sim M^2$, т.е. масштабом L^{**} (см. (4.27)). При $M^2 \ll \alpha\sqrt{ET^3}$ имеем $L^{**} \ll L^*$, так что при $L \gg L^*$ эффектами массы по давню можно пренебречь.

В) $M^2 \gg \alpha\sqrt{ET^3}$. В этой области характерная вакуумная длина формирования $\ell_f \sim E/M^2$ меньше, чем масштаб L^* , и проявляет себя раньше. Квадратичный закон (5.15) работает только до масштаба $L \sim E/M^2$, после чего на смену ему приходит закон (3.37), так же как и для асимптотических и тяжёлых КЭД-частиц.

5.2. Кварк-глюонная плазма

5.2.1. Лёгкий партон. Лёгкий быстрый партон с большим p_{\perp} , рождённый в протон-протонном столкновении, можно "наблюдать" в качестве струи адронов, которую он порождает. Эти адроны являются продуктами тормозного излучения партона, индуцированного его внезапным ускорением в момент рождения. В процессе создания асимптотического ($t \rightarrow +\infty$) одевающего поля "голый" первоначально партон излучает квазиколлинеарные глюоны Докшицера–Грибова–Липатова–Альтарелли–Паризи. Энергию партона в момент его рождения можно в принципе определить, измеряя полную энергию струи.

Если партон рождается в плазменной области с конечным размером, то его энергетические потери, индуцированные перерассеяниями в горячей среде, могут влиять на структуру адронной струи. В частности, индуцированные средой энергетические потери приводят к подавлению сечения рождения адронов с большим p_{\perp} (гашение струй) в ультрарелятивистских столкновениях тяжёлых ядер по сравнению с таким сечением в протон-протонных столкновениях. Кроме того, индуцированное средой глюонное излучение повышает множественность адронов внутри струи. Мы хотим получить индуцированные средой радиационные энергетические потери лёгкого кварка. Как объяснялось в разделе 5.1, длина формирования индуцированного средой глюонного излучения должна быть меньше L (см. (5.1)).

Сначала рассмотрим область $L \ll \lambda$. В этом случае физика та же, что и в абелевом случае, с тем единственным отличием, что характерную абелеву ширину конуса излучения $\sim \mu/E$ следует заменить неабелевой $\sim \mu/\omega$ (см. раздел 4.1 и замечания, приведённые после соотношения (4.11)). Таким образом, выражение (5.7), полученное для случая КЭД, преобразуется в выражение

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}}^{\text{QCD}} \sim \alpha_s \frac{L\mu^2}{\lambda\omega^2} \int_0^\infty \frac{d\theta^2}{\theta^2(\theta^2 + \mu^2/\omega^2)} \left(1 - \cos \frac{\omega L\theta^2}{2}\right). \quad (5.17)$$

Спектр (5.17) выглядит по-разному в зависимости от того, больше или меньше глюонная вакуумная длина формирования $\ell_f(\omega) \sim \omega/\mu^2$, чем L :

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}}^{\text{QCD}} \sim \alpha_s \frac{L}{\lambda} \ln \frac{L\mu^2}{\omega}, \quad \omega < L\mu^2, \quad (5.18)$$

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}}^{\text{QCD}} \sim \alpha_s \frac{\omega_c}{\omega}, \quad L\mu^2 < \omega < E. \quad (5.19)$$

Вклады этих областей в индуцированные энергетические потери имеют вид

$$\Delta E_{\text{QCD},1}(L \ll \lambda) \sim \alpha_s \omega_c, \quad (5.20)$$

$$\Delta E_{\text{QCD},2}(L \ll \lambda) \sim \alpha_s \omega_c \ln \frac{E}{L\mu^2}. \quad (5.21)$$

Второй вклад логарифмически усилен.

Выражение (5.21) для радиационных потерь лёгкого партона в области БГ получено в работе [19]. Его происхождение то же, что и в случае КЭД. А именно, энергетические потери возникают на углах излучения, больших, чем характерный угол рассеяния: $\theta^2 \sim 1/(\omega L) \gg \mu^2/E^2$ в КЭД и $\theta^2 \sim 1/(\omega L) \gg \mu^2/\omega^2$ в КХД. Таким образом потери (5.21) в КХД, как и потери (5.10) в КЭД, специфичны для юкавского потенциала рассеяния.

В области $\lambda \ll L \ll L^*$ при достаточно малых частотах начинает сказываться влияние среды и длина формирования имеет вид (4.15). В спектре можно выделить две (или, если угодно, две с половиной) области.

1. Если $\ell_f^{\text{med}}(\omega) \ll L$, откуда следует $\omega \ll \omega_c$, то спектр тот же, что и для асимптотической частицы в режиме ЛПМ (см. (4.20) и рис. 7),

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha_s \frac{L}{\lambda}, \quad \omega < \lambda\mu^2, \quad (5.22)$$

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha_s \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}}, \quad \lambda\mu^2 < \omega < \omega_c.$$

Второе выражение происходит из типичных углов излучения, определённых в (4.32):

$$\theta^2 \sim \frac{1}{\omega \ell_f^{\text{med}}(\omega)} \sim \sqrt{\frac{\mu^2/\lambda}{\omega^3}} \gg \frac{1}{\omega L}. \quad (5.23)$$

Вклад области $\omega < \lambda\mu^2$ в энергетические потери мал. Область $\lambda\mu^2 < \omega < \omega_c$ даёт вклад

$$\Delta E_1(\lambda \ll L \ll L^*) \sim \alpha_s \omega_c. \quad (5.24)$$

Этот вклад, специфичный для КХД (в КЭД $\ell_f^{\text{med}}(\omega)$ превосходит L , если L меньше L^*), был получен в работах [13, 17]²⁵.

2. Если $\omega > \omega_c$ (заметим, что $\omega_c \ll E$, поскольку $L \ll L^*$), то $\ell_f^{\text{med}}(\omega) > L$. В этом случае спектр излучения тот же, что и для одного *эффективного* рассеяния с характерным углом рассеяния $N\mu^2/\omega^2$, где $N \sim L/\lambda$. При этом спектр определяется выражением (5.17). Отсюда следует оценка (5.19), но теперь она справедлива при условии $1/(\omega L) \gg N\mu^2/\omega^2$ (которое точно совпадает с условием $\omega \gg \omega_c$):

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{induced}} \sim \alpha_s \frac{\omega_c}{\omega}, \quad \omega_c < \omega < E. \quad (5.25)$$

²⁵ Мы не выписали логарифмический фактор $\propto \ln L/\lambda$, который, вообще говоря, может присутствовать во вкладе (5.24). Как было отмечено в работах [13, 17], такой логарифмический фактор возникает в случае кулоновского потенциала рассеивания. Неизвестно, однако, насколько утверждение о наличии такого фактора является модельно-независимым.

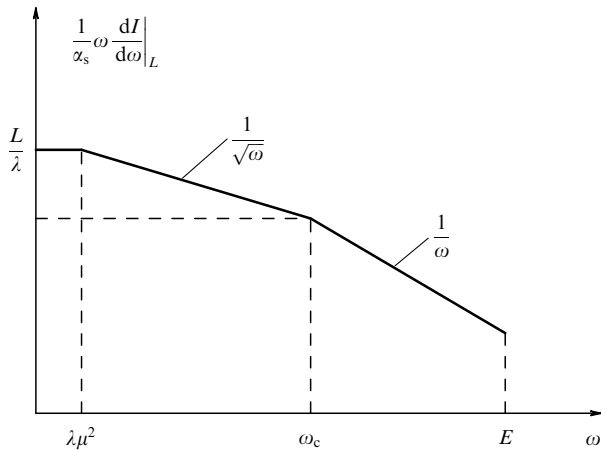


Рис. 13. Спектр индуцированного глюонного излучения лёгкого кварка, рождённого в горячей КХД-среде, при $\lambda \ll L \ll L^*$ (в двойном логарифмическом масштабе).

Эта часть спектра происходит из области характерных углов

$$\theta^2 \sim \frac{1}{\omega L} \quad (5.26)$$

(это означает, что длина формирования имеет порядок L) и даёт в энергетические потери вклад вида

$$\Delta E_2(\lambda \ll L \ll L^*) \sim \alpha_s \omega_c \ln \frac{E}{\omega_c} \sim \alpha_s \omega_c \ln \frac{L^*}{L}. \quad (5.27)$$

Этот вклад рассматривался в работе [19]. Он является КХД-аналогом выражения (5.15) для КЭД и возникает вследствие наличия в кулоновском потенциале рассеяния длинного хвоста при больших импульсах.

Полный спектр излучения представлен на рис. 13. В области $\omega \ll \omega_c$ спектр такой же, как и для асимптотического кварка (см. рис. 7). В области $\omega \gg \omega_c$ спектр подавлен по сравнению со спектром в случае асимптотической частицы из-за условия $\theta^2 \geq 1/(\omega L)$. Однако эта область по-прежнему даёт доминирующий вклад в энергетические потери²⁶. При высоких энергиях вклад (5.27) преобладает над вкладом (5.24)²⁷.

Наконец, если $L \gg L^*$, то параметр ω_c превосходит E и более не играет никакой роли. При этом спектр определяется выражением (5.22) для всех $\omega > \lambda \mu^2$, как и для асимптотической частицы. Интегрирование по ω воспроизводит оценку (4.16) для энергетических потерь асимптотической частицы в протяжённой среде.

В целом поведение величины $\Delta E(L)$ такое же, как и в абелевом случае²⁸ (см. рис. 12). Снова подчеркнём, что квадратичное возрастание при малых $L \ll L^*$ является специфической особенностью индуцированных средой энергетических потерь вновь рождённой частицы. Оно проявляется в случае как абелевой, так и неабелевой плазмы.

²⁶ Жёсткая часть спектра даёт главный вклад в средние энергетические потери. В другие величины, включающие в себя все моменты распределения $dI/d\omega$, такие как гасящие множители [49], определяющий вклад может вносить мягкая часть (5.22) спектра излучения.

²⁷ Это справедливо вне зависимости от того, включает в себя или нет вклад (5.24) фактор $\sim \ln(L/\lambda)$.

²⁸ Что касается $\Delta E(L)$, единственное различие между КЭД и КХД состоит в не столь существенном логарифмическом факторе усиления, входящем в (5.21) и (5.27).

5.2.2. Тяжёлый кварк. Наконец, обсудим радиационные потери тяжёлого кварка, рождённого в плазме. Как и в случае асимптотического кварка, имеются три основные области масс. Однако случай тяжёлого кварка, рождённого в плазме, является более сложным. Как мы увидим ниже, вторая массовая область $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ разбивается на две подобласти со слегка различными логарифмическими зависимостями величины ΔE .

А) $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$. В этой области зависимость $\Delta E(L)$ такая же, как для лёгких кварков. Причина этого, по существу, та же, что и в абелевом случае. Характерный угол излучения глюона имеет тот же порядок, что и угол излучения фотона, как в (5.26), или же превосходит его, как в (5.23); этот угол много больше, чем θ_M^2 , во всей области изменений L и ω .

В) $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$. В этой области соответствующая длина формирования в среде \tilde{L}^* , определяемая в (4.29), больше, чем λ , но меньше длины формирования в среде для лёгкого кварка L^* . Закон $\Delta E(L) \sim L^2$, выполняющийся при малых L , сменяется линейной зависимостью на масштабе \tilde{L}^* , а не на масштабе L^* . Это — главный эффект, обусловленный массой кварка.

Кроме того, имеется более тонкий эффект: логарифмический множитель при $\alpha_s \omega_c$ в оценке величины $\Delta E(L)$ при малых L может меняться. Действительно, логарифмические множители в (5.21) и (5.27) происходят из интегрирования спектров (5.19) и (5.25) по соответствующим интервалам $L\mu^2 < \omega < E$ и $\omega_c < \omega < E$. Однако достаточно большая масса приводит к эффективному обрезанию спектра, когда характерный угол $\sim 1/(\omega L)$ становится меньше, чем θ_M^2 . Это происходит, когда энергия глюона превосходит масштаб

$$\omega_{\square} \equiv \frac{E^2}{LM^2}. \quad (5.28)$$

При $\omega > \omega_{\square}$ спектр быстро убывает по закону $\sim 1/\omega^2$. Такое поведение характерно для жёсткой части энергетического спектра за пределами обусловленного массой обрезания (ср. (4.23) и рис. 9). Очевидно, приведённое выше утверждение имеет смысл, только когда $\omega_{\square} < E$, т.е. когда $L > E/M^2$. Результаты для $\Delta E(L)$, таким образом, слегка различаются в зависимости от того, выполнено ли неравенство $E/M^2 > \lambda$ (т.е. $M^2 < \alpha_s ET$) или же $E/M^2 < \lambda$ (т.е. $M^2 > \alpha_s ET$). Представляя радиационные потери в виде

$$\Delta E(L \ll \tilde{L}^*) \sim \alpha_s \omega_c \ln R, \quad (5.29)$$

мы приведём оценки для R в двух рассматриваемых подобластях²⁹.

В1) $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s ET$. В этой подобласти имеем

$$R_{B1} = \begin{cases} \frac{E}{L\mu^2}, & L \ll \lambda, \\ \frac{E}{\omega_c}, & \lambda \ll L \ll \frac{E}{M^2}, \\ \frac{\omega_{\square}}{\omega_c}, & \frac{E}{M^2} \ll L \ll \tilde{L}^*. \end{cases} \quad (5.30)$$

²⁹ Мы делаем это для полноты рассмотрения несмотря на то, что изменение аргумента логарифма, возможно, является слишком тонким эффектом для наблюдения в эксперименте. Кроме того могут возникать дополнительные логарифмические факторы, не связанные с интегралом $\int d\omega/\omega$ (см. сноску²⁵).

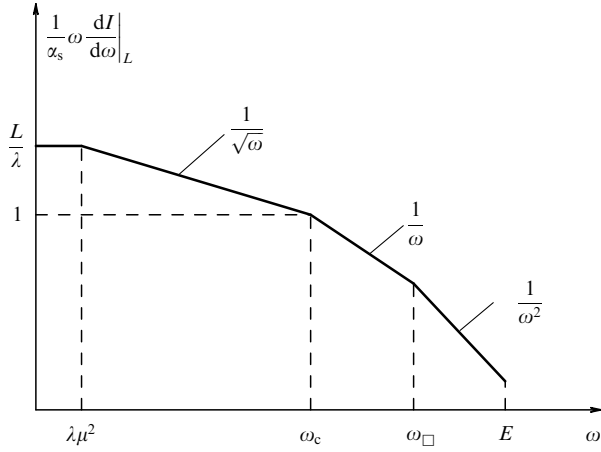


Рис. 14. Спектр индуцированного глюонного излучения тяжёлого кварка, рождённого в горячей КГП, при $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s ET$ и $E/M^2 \ll L \ll \tilde{L}^*$ (в двойном логарифмическом масштабе).

Для иллюстрации на рис. 14 представлен спектр индуцированного излучения для последнего случая, а именно $E/M^2 \ll L \ll \tilde{L}^*$.

B2) $\alpha_s ET \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$. Здесь оценки для R принимают вид

$$R_{B2} = \begin{cases} \frac{E}{L\mu^2}, & L \ll \frac{E}{M^2}, \\ \frac{\omega_{\square}}{L\mu^2}, & \frac{E}{M^2} \ll L \ll \lambda, \\ \frac{\omega_{\square}}{\omega_c}, & \lambda \ll L \ll \tilde{L}^*. \end{cases} \quad (5.31)$$

Логарифмическое усиление $\Delta E(L)$ исчезает при $L \sim \tilde{L}^*$, когда энергетические потери равны

$$\Delta E(L \sim \tilde{L}^*) \sim \alpha_s \omega_c(\tilde{L}^*) \sim \alpha_s E \left(\frac{\alpha_s \sqrt{ET^3}}{M^2} \right)^{2/3}, \quad (5.32)$$

что представляет собой ту же оценку, что и (4.30) и (4.31) для асимптотического тяжёлого кварка. Как было отмечено, при $L \gg \tilde{L}^*$ квадратичный закон (5.29) сменяется линейным с наклоном, определённым в (4.31).

C) $M^2 \gg \alpha_s E^2$. Если масса столь велика, то масштаб \tilde{L}^* становится меньше, чем λ . В этом случае среда не влияет на длину формирования и она равняется $E/(\mu M)$ (см. (4.25)), а не $E/(\mu_{\text{eff}} M)$ (см. (4.29)). На таком масштабе квадратичный по L закон сменяется линейным законом (4.24), таким же, как и для асимптотического тяжёлого кварка.

При $L \ll E/(\mu M)$ оценка энергетических потерь даётся выражением (5.29). Как и в предыдущем случае, аргумент R логарифма зависит от того, имеет ли место соотношение $L < E/M^2$ (тогда по-прежнему верна оценка для лёгкого кварка (5.21)), или соотношение $L > E/M^2$ (тогда в спектр вводится верхнее обрезание (5.28)). Подводя итог, запишем

$$R_C = \begin{cases} \frac{E}{L\mu^2}, & L \ll \frac{E}{M^2}, \\ \frac{\omega_{\square}}{L\mu^2}, & \frac{E}{M^2} \ll L \ll \frac{E}{\mu M}. \end{cases} \quad (5.33)$$

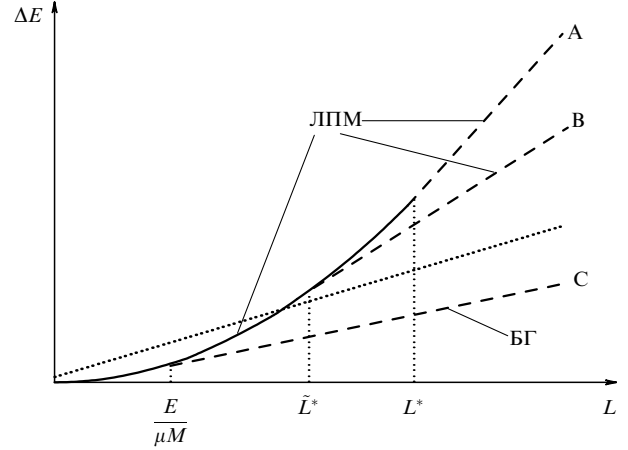


Рис. 15. Индуцированные радиационные энергетические потери тяжёлого кварка, рождённого в КГП. А — $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$; В — $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$; С — $M^2 \gg \alpha_s E^2$. (Пунктирная кривая — столкновительные потери.)

Мы видим, что закон $\Delta E(L) \sim \alpha_s \omega_c \propto L^2$ является универсальным и не изменяется при достаточно малых L , сколь велика ни была бы масса кварка. С другой стороны, чем больше масса, тем раньше квадратичный закон сменяется линейным. Наклон убывает при возрастании массы. При $M^2 \gg \alpha_s E^2$ наклон выражается формулой БГ (4.24).

Наши основные результаты для рождённого в плазме тяжёлого кварка качественно представлены на рис. 15. Переход от квадратичного закона к линейному происходит на масштабе $\sim \min(L^*, \tilde{L}^*, E/(\mu M))$, который при $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$ равен L^* , при $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ равен \tilde{L}^* , а при $M^2 \gg \alpha_s E^2$ — $E/(\mu M)$.

6. Заключение

Основная цель данного обзора, как и любого другого обзора, состояла в том, чтобы собрать вместе и систематически представить результаты, рассеянные по оригинальным работам. Другая цель заключалась в том, чтобы заново вывести эти результаты, используя простые физические аргументы, без привлечения сложного формализма. Мы попытались, например, полувыверстическим способом объяснить происхождение квадратичной зависимости $\Delta E_{\text{rad}} \propto L^2$ для тонкой плазмы или закона $\Delta E_{\text{rad}} \propto L\sqrt{E}$ для протяжённой плазмы. Но помимо обсуждения известных результатов мы сделали ряд новых наблюдений.

Во-первых, мы нашли, что закон L^2 , который всегда считался характерной особенностью КХД, справедлив также в абелевом случае. При малых L всегда имеет место дополнительное подавление по сравнению с линейным законом $\Delta E_{\text{rad}}(L) \propto L$, если частица рождена в среде в жёстком процессе. Это происходит потому, что вновь рождённой частице требуется время, чтобы образовать одевающее поле и приобрести возможность его излучать. Подчеркнём, что, хотя абелева и неабелева физические картины и результаты одинаковы до тех пор, пока речь идёт о *средних* радиационных энергетических потерях, *спектры* испущенных фотонов в плазме КЭД и испущенных глюонов в КГП различны (соответствующие спектры для протяжённой плазмы даются выражениями (3.30) и (4.20)). Как мы видели в разделах 3 и 4,

различие обусловлено разной кинематикой тормозного излучения фотонов и глюонов. В КХД наличие дополнительной диаграммы на рис. 6 (а также диаграмм на рис. 3 с соответствующими цветовыми множителями) уширяет угловой глюонный спектр (см. (4.6) и (4.7)).

Другая задача, которую мы ставили перед собой, — это систематический анализ радиационных энергетических потерь массивной частицы в различных областях M и L . Как мы подчёркивали (см. рис. 15), эффекты массы не играют никакой роли на достаточно малых длинах, независимо от того, насколько велика при этом масса кварка. При $M^2 \ll \alpha_s \sqrt{ET^3}$ они также не играют никакой роли при больших L . При больших массах (следует различать основные области $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ и $M^2 \gg \alpha_s E^2$) потери тяжёлого кварка $\Delta E_{\text{rad}}(L)$ начинают отличаться от потерь лёгкого кварка при превышении некоторой критической длины, которая убывает при возрастании M .

Рассмотрим теперь вопрос о физическом смысле длины свободного пробега λ . Определение (2.9) связывает λ с так называемым *аномальным затуханием* ζ ультрарелятивистских коллективных возбуждений с кварковыми или глюонными квантовыми числами [35]. Аномальное затухание зависит от полного сечения рассеяния ($\zeta \sim n\sigma^{\text{tot}}$), а не от транспортного сечения (2.10). Именно последнее, а не первое определяет масштаб различных явлений переноса, так что встаёт законный вопрос о том, является ли ζ (или, что эквивалентно, λ) физически наблюдаемой величиной.

Этот вопрос изучался в работе [50]. В ней не было найдено способа измерить ζ в ультрарелятивистской плазме, даже в мысленном эксперименте, но было обнаружено, что в нерелятивистской (больцмановской) плазме в некоторой области параметров ζ появляется в аргументе кулоновских логарифмов, описывающих явления переноса.

Возвращаясь к задаче об энергетических потерях, мы видим, что в большинство формул λ входит не сама по себе, а в составе коэффициента переноса

$$\hat{q} = \frac{\mu^2}{\lambda} \sim \alpha_s^2 T^3. \quad (6.1)$$

Например, оценка (3.26) для электронных радиационных потерь в протяжённой плазме имеет вид $\Delta E_{\text{rad}}(L \gg L^*) \sim \alpha L \sqrt{\hat{q}E}$. Параметр \hat{q} описывает, как поперечный импульс частицы возрастает с увеличением расстояния, $\langle q_{\perp}^2(L) \rangle = \hat{q}L$. Точнее, \hat{q} имеет вид (ср. с (2.4))

$$\hat{q} \sim n \int_{\mu^2}^{|\mathbf{t}|_{\text{max}}} \frac{d\sigma}{dt} |\mathbf{t}| d|\mathbf{t}| \propto \alpha^2 T^3 \ln \frac{ET}{\mu^2} \quad (6.2)$$

и тем самым логарифмически зависит от энергии налетающей частицы. Недавно коэффициент при логарифме в (6.2) был вычислен аналитически [51].

На первый взгляд, параметр λ может проявляться как масштаб, отделяющий очень тонкую плазму, $L \ll \lambda$, в которой частица претерпевает не более одного рассеяния, от промежуточной области $\lambda \ll L \ll L^*$, в которой применима кинематика многократного рассеяния. Всюду в нашем обсуждении мы проводили чёткое различие между этими двумя областями и трактовали их по-разному.

Что касается радиационных энергетических потерь частицы, рождённой в плазме, то при $L \sim \lambda$ не происходит ничего существенного, как можно качественно видеть из рис. 12. Можно всё же заметить, что в случае лёгкого кварка, рождённого в КПП, параметр λ входит при $L \ll \lambda$ в аргумент логарифма в (5.21) (надо использовать соотношение $\mu^2 = \hat{q}\lambda$). Однако область $L \ll \lambda$ описывает достаточно маргинальную ситуацию, при которой кварк рождается вблизи края плазмы. Поскольку маркировать такие кварки представляется нереалистичным, наблюдаемость λ в этом случае находится под вопросом. В более реалистичном случае, $\lambda \ll L \ll L^*$, логарифм в выражении (5.27) зависит только от комбинации (6.1). С другой стороны, как уже отмечалось, вклад от малых частот $\omega \sim \omega_c$ может дать логарифмический фактор $\sim \ln(L/\lambda)$, и тогда возникает слабая логарифмическая зависимость от масштаба $\sim \lambda$, которую можно в принципе наблюдать. Этот тонкий вопрос заслуживает дальнейшего изучения.

Иная ситуация складывается для асимптотической частицы. Как ясно видно из рис. 4, зависимость существенно меняется при $L \sim \lambda$. Кроме того, наклон кривой в области БГ $L \ll \lambda$ даётся оценкой (4.9), в которую явно входит λ . С другой стороны, трудно представить себе, как можно создать плазму (в состоянии теплового равновесия) размером $L \sim \lambda$ или меньше, как мы уже упоминали в сноске в начале раздела 3.1.

Ещё одна попытка точно определить явную зависимость от λ связана с оценкой (4.24) для радиационных энергетических потерь тяжёлого кварка. Мы видели, что когда масса достаточно велика, $M^2 \gg \alpha_s E^2$, эта оценка справедлива не только для нефизически тонкой, $L \ll \lambda$, но и для протяжённой плазмы (см. штриховую кривую, соответствующую $M^2 \gg \alpha_s E^2$ на рис. 15). В выражение (4.24) входит комбинация $\mu/\lambda = \sqrt{\hat{q}/\lambda}$. Однако (4.24) описывает только *радиационные* энергетические потери. А как мы видели, при $M^2 \gg \alpha_s E^2$ радиационные потери подавлены по сравнению со *столкновительными*. Для лёгких кварков поведение радиационных и столкновительных потерь различно: характерная энергия излучённых глюонов имеет порядок E , что много больше характерной энергии, передаваемой в одном упругом столкновении. Однако спектр излучения тяжёлых кварков является мягким. Спектр обрезается на масштабе $\mu E/M$, который при больших массах $M^2 \gg \alpha_s E^2$ меньше, чем температура плазмы T . Другими словами, для столь тяжёлых кварков представляется невозможным выделить радиационную компоненту в полной силе сопротивления dE/dx и определить μ/λ и тем самым λ . Любопытно, что для меньших масс, при которых преобладают радиационные потери, величина этих потерь оказывается нечувствительной к λ . Например, нетривиальная оценка (4.31) в области промежуточных масс $\alpha_s \sqrt{ET^3} \ll M^2 \ll \alpha_s E^2$ зависит только от \hat{q} .

Тем не менее параметр λ (а не только комбинация (6.1)) имеет, по-видимому, независимый физический смысл. Действительно, этот параметр появляется под знаком логарифма в уточнённых оценках (3.29), (4.19) для радиационных потерь лёгкой частицы (напомним, что $T \sim \lambda \mu^2 = \hat{q}\lambda^2$). Эти оценки учитывают поведение $\sim (N \ln N) \mu^2$ (вместо $N \mu^2$) для характерного импульса, передаваемого при эффективном рассеянии. В развитом режиме ЛПМ выполнено равенство $N = L^*/\lambda =$

$= \sqrt{E/(\lambda\mu^2)}$. Если предположить, что оценки (3.29) и (4.19) верны³⁰, то ситуация оказывается аналогичной той, которая наблюдалась в работе [50] для бoльцмановской плазмы: параметр λ влияет на наблюдаемые величины слабым — лoгарифмическим — образом.

Другими словами, физический статус величины λ (или ζ) в ультрарелятивистской плазме остаётся неясным. Но она, без сомнения, весьма полезна как теоретический инструмент, позволяющий получать значимые физические результаты для спектров излучения и энергетических потерь.

"На десерт" обсудим весьма любопытный вопрос об энергетических потерях в $\mathcal{N} = 4$ -суперсимметричной теории Янга–Миллса (СЯМ). При слабой связи эта теория почти не отличается от КХД и ожидается, что оценки, приведённые в настоящем обзоре, также применимы к $\mathcal{N} = 4$ -СЯМ. Основной интерес к $\mathcal{N} = 4$ -теории СЯМ определяется тем, что в пределе больших N_c многие величины можно также вычислить при больших значениях константы связи 'т Хофта³¹ $\lambda = g^2 N_c \gg 1$, используя гипотезу дуальности [52]. В частности, сила сопротивления dE/dx , действующая на тяжёлый кварк, движущийся через протяжённую $\mathcal{N} = 4$ -СЯМ-плазму, имеет вид [53]

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \frac{\sqrt{E^2 - M^2}}{M}, \quad \lambda \gg 1. \quad (6.3)$$

Эта оценка справедлива при $M \gg (\lambda T E^2)^{1/3}$ [48, 54]. Зависимость (6.3) похожа на пертурбативный результат (4.24). Различие заключается в том, что последний является справедливым в другой области масс, а именно при $M \gg gE$, и он описывает только радиационные энергетические потери, подавленные в этой области по сравнению со столкновительными потерями.

В работах [55] (см. также [56]) получены оценки энергетических потерь лёгких партонoв в $\mathcal{N} = 4$ -плазме при сильной связи. Была найдена зависимость

$$\frac{dE}{dx} \sim -\lambda^{1/6} (E^2 T^4)^{1/3} \quad (6.4)$$

для *средней* силы сопротивления (для лёгких партонoв эта величина претерпевает большие флуктуации). Этот результат отличается от пертурбативной зависимости $dE/dx \propto \sqrt{E}$. В этом направлении требуются дополнительные исследования.

Благодарности. Мы благодарим Ю. Докшицера, Ф. Арлео, П.-Б. Госсю и А. Вайнштейна за полезные обсуждения и замечания. С.П. также благодарит А. Пешье за плодотворное сотрудничество в области столкновительных энергетических потерь, послужившее основой для написания большей части раздела 2 настоящего обзора.

³⁰ Они были получены в модели, в которой частица рассеивается на наборе статических кулоновских источников, разделённых средним расстоянием λ . Наличие в (3.29) множителя $\propto \sqrt{\ln E}$ является жёстким модельно-независимым свойством, причём происхождение лoгарифма то же, что и в (6.2). С другой стороны, вопрос о конкретной структуре аргумента лoгарифма: равен ли он E/T , $ET/\mu^2 \sim E/(xT)$ или какому-то другому отношению, является более деликатным и трудным. Только точные модельно-независимые вычисления (возможно, с использованием формализма работы [37]) могли бы его разрешить.

³¹ Не следует путать с длиной свободного пробега.

7. Приложения

А. Типичное импульсное уширение в кулоновском перерассеянии

В этом приложении мы рассмотрим заряженную (цветную) частицу с энергией $E \rightarrow \infty$, движущуюся в пертурбативной плазме КЭД (КХД) и испытывающую n последовательных кулоновских рассеяний. Предполагается, что радиус действия $1/\mu$ кулоновского потенциала много меньше длины свободного пробега λ между двумя последовательными рассеяниями, так что упругие кулоновские перерассеяния являются независимыми. Вычислим типичный поперечный импульс $q_{\text{тип}}(N)$ частицы после N рассеяний. В случае фиксированной константы связи (КЭД) в работе [14] был получен результат $q_{\text{тип}}^2(N) \sim \mu^2 N \ln N$. Мы дадим альтернативный вывод этого результата и обобщим его для случая бегущей константы связи (КХД).

Сначала рассмотрим абелев случай с фиксированной константой. Кулоновское рассеяние с передачей поперечного импульса \mathbf{q}_i связано с нормированной плотностью вероятности

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d\sigma}{d^2\mathbf{q}_i} \equiv P(\mathbf{q}_i) = \frac{1}{\pi} \frac{\mu^2}{(\mathbf{q}_i^2 + \mu^2)^2}, \quad (A.1)$$

$$\int d^2\mathbf{q}_i P(\mathbf{q}_i) = 1.$$

Средний передаваемый импульс $\langle \mathbf{q}^2 \rangle$ в однократном кулоновском рассеянии лoгарифмически расходится. (Расходимость обрезается кинематическим ограничением на максимальный поперечный передаваемый импульс $|\mathbf{q}|_{\text{max}}$, но мы сосредоточимся на пределе $E \rightarrow \infty$, при котором $|\mathbf{q}|_{\text{max}} \rightarrow \infty$.) С другой стороны, корректно определён *типичный* (медианный) передаваемый поперечный импульс $q_{\text{тип}}$. Он определяется, как передаваемый импульс, при котором вероятность выполнения условия $|\mathbf{q}| < q_{\text{тип}}$ равна $1/2$. Решая уравнение

$$\int d^2\mathbf{q} P(\mathbf{q}) \Theta(q_{\text{тип}}^2 - \mathbf{q}^2) = \frac{1}{2}, \quad (A.2)$$

легко находим, что в однократном рассеянии $q_{\text{тип}}$ равен дебаевской массе μ .

Теперь вычислим типичный передаваемый импульс $q_{\text{тип}}(N)$ после N рассеяний, определяемый из

$$\int d^2\mathbf{q} \left(\prod_{i=1}^N d^2\mathbf{q}_i P(\mathbf{q}_i) \right) \delta^2\left(\mathbf{q} - \sum_{i=1}^N \mathbf{q}_i\right) \Theta(q_{\text{тип}}^2(N) - \mathbf{q}^2) = \frac{1}{2}. \quad (A.3)$$

Представляя δ -функцию в виде

$$\delta^2\left(\mathbf{q} - \sum_{i=1}^N \mathbf{q}_i\right) = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{(2\pi)^2} \exp\left[i\mathbf{r}\left(\mathbf{q} - \sum_{i=1}^N \mathbf{q}_i\right)\right], \quad (A.4)$$

из (A.3) получаем

$$\frac{1}{2} = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{2\pi} [\tilde{P}(\mathbf{r})]^N \int \frac{d^2\mathbf{q}}{2\pi} \exp(i\mathbf{r}\mathbf{q}) \Theta(q_{\text{тип}}^2(N) - \mathbf{q}^2), \quad (A.5)$$

где

$$\tilde{P}(\mathbf{r}) = \int d^2\mathbf{q} P(\mathbf{q}) \exp(-i\mathbf{r}\mathbf{q}) = \mu r K_1(\mu r). \quad (A.6)$$

Интеграл по \mathbf{q} в (A.5) можно взять точно, что приводит к равенству

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \int_0^\infty dr q_{\text{тип}}(N) J_1(q_{\text{тип}}(N)r) [rK_1(r)]^N = \\ &= - \int_0^\infty dr [rK_1(r)]^N \frac{\partial}{\partial r} J_0(q_{\text{тип}}(N)r). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Здесь и ниже r выражается в единицах μ^{-1} , а $q_{\text{тип}}(N)$ — в единицах μ . Интегрируя по частям и используя $(rK_1(r))' = -rK_0(r)$, получаем

$$\frac{1}{2} = N \int_0^\infty dr r J_0(q_{\text{тип}}(N)r) [rK_1(r)]^{N-1} K_0(r). \quad (\text{A.8})$$

Уравнение (A.8) для $q_{\text{тип}}(N)$ выведено из уравнения (A.3) без использования каких-либо приближений. Теперь предположим, что число рассеяний велико, $N \gg 1$, и найдём асимптотическое поведение $q_{\text{тип}}(N)$ в этом пределе.

Очевидно, что при $N \gg 1$ интеграл в уравнении (A.8) насыщается при $r \ll 1$. Таким образом, можно приближённо записать

$$K_0(r) \simeq -\ln r; \quad rK_1(r) \simeq 1 - \frac{r^2}{4} \ln \frac{1}{r^2} \simeq \exp\left(-\frac{r^2}{4} \ln \frac{1}{r^2}\right). \quad (\text{A.9})$$

Поскольку при $r \ll 1$ $K_0(r)$ является медленно изменяющейся функцией, из уравнения (A.8) получаем

$$\frac{1}{2} \simeq N \left\langle \ln \frac{1}{r} \right\rangle \int_0^1 dr r J_0(q_{\text{тип}}(N)r) \exp\left(-\frac{Nr^2}{4} \ln \frac{1}{r^2}\right). \quad (\text{A.10})$$

Основной вклад в интеграл даёт область

$$Nr^2 \ln \frac{1}{r^2} \sim 1 \stackrel{N \gg 1}{\iff} r^2 \sim \frac{1}{N \ln N}. \quad (\text{A.11})$$

Учитывая это, можно переписать (A.10) в виде

$$1 \simeq N \ln N \int_0^1 dr r J_0(q_{\text{тип}}(N)r) \exp\left[-(N \ln N) \frac{r^2}{4}\right]. \quad (\text{A.12})$$

Введём $u = (N \ln N) r^2$, тогда (A.12) примет вид

$$1 \simeq \int_0^\infty \frac{du}{2} J_0\left(\frac{q_{\text{тип}}(N)}{\sqrt{N \ln N}} \sqrt{u}\right) \exp\left(-\frac{u}{4}\right). \quad (\text{A.13})$$

Используя

$$\int_0^\infty du J_0(C\sqrt{u}) \exp\left(-\frac{u}{4}\right) = 4 \exp(-C^2), \quad (\text{A.14})$$

окончательно получаем (восстанавливая размерность импульса $q_{\text{тип}}(N)$)

$$q_{\text{тип}}^2(N) \simeq (\ln 2) (N \ln N) \mu^2. \quad (\text{A.15})$$

Этот результат немедленно следует также из выражения

$$f(q_\perp^2, N) \simeq \frac{1}{\pi \mu^2 N \ln N} \exp\left(-\frac{q_\perp^2}{\mu^2 N \ln N}\right) \quad (\text{A.16})$$

для распределения вероятности передаваемого поперечного импульса q_\perp^2 после N рассеяний, полученного в работе [14]. Действительно, определяя типичный переданный импульс как в уравнении (A.3), т.е. как

$$\int d^2\mathbf{q} f(q^2, N) \Theta(q_{\text{тип}}^2(N) - q^2) = \frac{1}{2}, \quad (\text{A.17})$$

и используя (A.16), мы воспроизводим соотношение (A.15).

Приведённый выше вывод был проделан для фиксированной константы связи, и оценка (A.15) тем самым справедлива для КЭД. В КХД следует учитывать бег константы связи, что приводит к некоторым модификациям. Эффективная константа связи зависит от переданного поперечного импульса q^2 . Нормированная плотность вероятности однократного кулоновского рассеяния теперь имеет вид

$$\begin{aligned} P(\mathbf{q}) \Big|_{\text{QCD}} &= \frac{1}{\pi} \frac{\mu^2}{(q^2 + \mu^2)^2} \frac{\alpha_s^2(q^2)}{\alpha_s^2(\mu^2)} F\left(\frac{\mu}{\Lambda_{\text{QCD}}}\right) \simeq \\ &\simeq \frac{1}{\pi} \frac{\mu^2}{(q^2 + \mu^2)^2} \frac{\ln^2(\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}{\ln^2(q^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

где $F(x)$ — гладкая функция, стремящаяся к единице в интересующем нас пределе $\mu \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, поэтому мы можем положить $F = 1$. Анализ проводится аналогично тому, как это делалось в случае КЭД.

Сначала заметим, что уравнение (A.8) можно переписать для общей плотности вероятности рассеяния $\tilde{P}(\mathbf{r})$ как

$$\frac{1}{2} = -N \int_0^\infty dr J_0(q_{\text{тип}}(N)r) [\tilde{P}(\mathbf{r})]^{N-1} \frac{\partial \tilde{P}(\mathbf{r})}{\partial r}. \quad (\text{A.19})$$

Если $N \gg 1$, то характерные r малы, $r \ll 1$ (где r выражено в единицах μ^{-1}), откуда следует, что $\tilde{P}(\mathbf{r}) \simeq 1$ (см. (A.21)). Таким образом, уравнение (A.19) можно аппроксимировать как

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &\simeq N \int_0^\infty dr J_0(q_{\text{тип}}(N)r) \exp[-(N-1)(1 - \tilde{P}(\mathbf{r}))] \times \\ &\times \frac{\partial}{\partial r} (1 - \tilde{P}(\mathbf{r})). \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Используя (A.18), получаем (выражая q в единицах μ)

$$\begin{aligned} 1 - \tilde{P}(\mathbf{r}) &= \int d^2\mathbf{q} P(\mathbf{q}) \Big|_{\text{QCD}} (1 - \exp(-i\mathbf{r}\mathbf{q})) \simeq \\ &\simeq \int_0^{1/r^2} dq^2 \frac{1}{(q^2 + 1)^2} \frac{\ln^2(\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}{\ln^2(q^2\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)} \frac{r^2 q^2}{4} \simeq \\ &\simeq \frac{r^2}{4} \ln^2\left(\frac{\mu^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right) \int_1^{1/r^2} \frac{dq^2}{q^2 \ln^2(q^2\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)} \simeq \\ &\simeq \frac{\alpha_s(\mu^2/r^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \frac{r^2}{4} \ln \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Сравнение с (A.9) показывает, что непостоянство α_s проявляет себя в множителе $\alpha_s(\mu^2/r^2)/\alpha_s(\mu^2)$. Теперь, учитывая соотношение (A.11), мы заключаем, что бег константы связи изменяет оценку (A.15) для фиксирован-

ной константы, приводя её к следующему виду:

$$q_{\text{тип}}^2(N) \Big|_{\text{QCD}} \sim \frac{\alpha_s(N\mu^2)}{\alpha_s(\mu^2)} (N \ln N) \mu^2. \quad (\text{A.22})$$

Интересно отметить, что типичный переданный импульс при больших N в КЭД и в КХД (см. (A.15) и (A.22)) можно эвристически получить из следующих формул:

$$q_{\text{тип}}^2(N) \sim \mu^2 N \int_{\mu^2}^{q_{\text{тип}}^2(N)} \frac{dq^2}{q^2} \quad (\text{КЭД}), \quad (\text{A.23})$$

$$q_{\text{тип}}^2(N) \sim \mu^2 N \int_{\mu^2}^{q_{\text{тип}}^2(N)} \frac{dq^2}{q^2} \frac{\alpha_s^2(q^2)}{\alpha_s^2(\mu^2)} \quad (\text{КХД}). \quad (\text{A.24})$$

Наконец, отметим, что выражение (A.22) можно также представить в виде

$$q_{\text{тип}}^2(N) \Big|_{\text{QCD}} \sim \mu^2 N \frac{\ln(\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2) \ln N}{\ln(\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2) + \ln N}. \quad (\text{A.25})$$

Таким образом, при *очень* больших N , а именно при $\ln N \gg \ln(\mu/\Lambda_{\text{QCD}})$, получаем

$$q_{\text{тип}}^2(N) \Big|_{\text{QCD}} \sim N \mu^2 \ln \frac{\mu}{\Lambda_{\text{QCD}}} \sim N T^2. \quad (\text{A.26})$$

Масштаб T^2 является не чем иным, как средним переданным импульсом $\langle q_{\perp}^2 \rangle$, связанным с плотностью вероятности (A.18) в КХД. В КЭД эта величина логарифмически расходится, но в КХД непостоянство α_s приводит к тому, что интеграл по $\langle q_{\perp}^2 \rangle$ сходится, даже если в качестве верхнего предела интегрирования взята бесконечность, как это можно видеть из формулы (A.24).

Б. Эффект Ландау – Померанчука – Мигдала и фейнмановские диаграммы

В основном тексте настоящего обзора мы имели дело преимущественно с эвристическими аргументами, основанными на оценках длины формирования и формулах для однократного рассеяния. Те же результаты можно получить, вычисляя фейнмановские диаграммы, описывающие излучение фотонов (глюонов) в процессе многократного рассеяния быстрой частицы в плазме. В данном приложении мы не пытаемся дать полный диаграммный анализ, но приводим некоторые иллюстративные вычисления, которые могут помочь лучше понять природу подавления ЛПМ. Ограничимся абелевым случаем и будем в основном следовать анализу работы [41].

Как и в приложении А, примем модель, в которой скалярная безмассовая частица рассеивается на статических центрах с юковским потенциалом

$$V(\mathbf{x}) \sim \alpha \sum_i \frac{\exp\{-\mu|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|\}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|}, \quad (\text{Б.1})$$

где \mathbf{x}_i — координата i -го центра. Рассмотрим случай, когда таких центров только два, и предположим, что $\mathbf{x}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}_2 = (\mathbf{x}_{2\perp}, z)$. Тогда амплитуда упругого рассеяния (рис. 16) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{el}} \propto e^2 \int \frac{d^3\mathbf{q}_1 d^3\mathbf{q}_2}{(q_1^2 + \mu^2)(q_2^2 + \mu^2)} \delta^{(3)}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}) \times \\ \times \exp(-i\mathbf{q}_2 \mathbf{x}_2) \frac{1}{p_1^2 + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

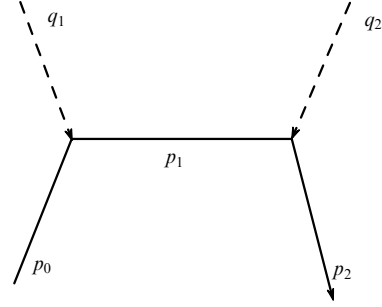


Рис. 16. Упругое рассеяние электрона на двух центрах.

Полный переданный импульс \mathbf{q} и промежуточный 4-импульс электрона p_1 даются выражениями

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_0, \quad p_1 = (E, \mathbf{q}_{1\perp}, E + q_{1\parallel}), \quad (\text{Б.3})$$

где мы выбрали $p_0 = (E, \mathbf{0}_{\perp}, E)$. В модели статических центров энергия, переданная при каждом упругом рассеянии, строго равна нулю, $q_1^0 = q_2^0 = 0$, откуда следует $p_0^0 = p_1^0 = p_2^0 = E$.

Проинтегрируем по $dq_{1\parallel} dq_{2\parallel} \delta(q_{1\parallel} + q_{2\parallel} - q_{\parallel})$, замыкая контур в верхней полуплоскости $q_{1\parallel}$ и беря вклад полюса по p_1^2 при³²

$$p_{1\parallel} = E + q_{1\parallel} \simeq E - \frac{q_{1\perp}^2}{2E}. \quad (\text{Б.4})$$

Используя условие массовой оболочки $p_2^2 = 0$, получаем $q_{\parallel} \simeq -q_{\perp}^2/(2E)$ и из соотношения (Б.2) находим

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{el}} \propto e^2 \int \frac{d^2\mathbf{q}_{1\perp} d^2\mathbf{q}_{2\perp}}{(q_{1\perp}^2 + \mu^2)(q_{2\perp}^2 + \mu^2)} \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{1\perp} + \mathbf{q}_{2\perp} - \mathbf{q}_{\perp}) \times \\ \times \exp(-i\mathbf{q}_{2\perp} \mathbf{x}_{2\perp}) \exp(i\Phi_{\text{scat}}), \end{aligned} \quad (\text{Б.5})$$

где

$$\Phi_{\text{scat}} = z(p_{1\parallel} - p_{2\parallel}) \approx \frac{z}{2E} [(\mathbf{q}_{1\perp} + \mathbf{q}_{2\perp})^2 - \mathbf{q}_{1\perp}^2]. \quad (\text{Б.6})$$

Для того чтобы вычислить упругое сечение, фиксируем продольное расстояние z между центрами рассеяния и усредним $|\mathcal{M}_{\text{el}}|^2$ по $\mathbf{x}_{2\perp}$. Интегрируя затем по $d^2\mathbf{q}_{\perp}$, получим

$$\sigma_{\text{scat}} \propto \alpha^2 \int \frac{d^2\mathbf{q}_{1\perp} d^2\mathbf{q}_{2\perp}}{(q_{1\perp}^2 + \mu^2)^2 (q_{2\perp}^2 + \mu^2)^2}. \quad (\text{Б.7})$$

Теперь рассмотрим процесс, в котором быстрый рассеянный электрон излучает дополнительный фотон. Имеются три диаграммы, представленные на рис. 17.

Удобно определить импульсы p_i так же, как и в случае упругого рассеяния (см., например, (Б.3)), таким образом, чтобы p_i "не знали" об излученном фотоне. С другой стороны, конечный импульс теперь равен $p_2 - k$, а не p_2 , а промежуточный импульс $p_1 - k$ появляется в диаграммах на рис. 17а, б. Этот сдвиг импульсов приводит к

³² Вклады полюсов по $\mathbf{q}_1^2 + \mu^2$ и $\mathbf{q}_2^2 + \mu^2$ подавлены фактором $\sim \exp(-\mu z) \ll 1$. Действительно, расстояние между последовательными центрами рассеяния $z \sim \lambda$, где λ — длина свободного пробега λ удовлетворяет условию $\lambda \sim 1/(e^2 T) \gg \mu^{-1} \sim 1/(eT)$ в пертурбативной плазме.

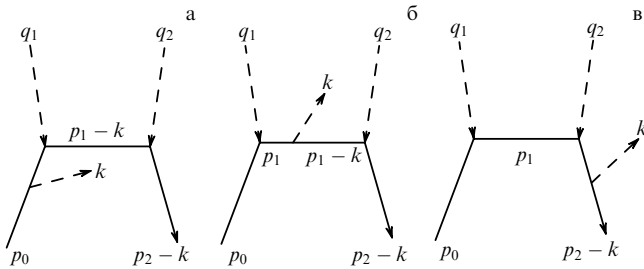


Рис. 17. Амплитуда фотонного излучения, индуцированного двойным упругим рассеянием.

изменению фазовых множителей в амплитуде. Для различных диаграмм эти изменения различны, и поэтому теперь нельзя избавиться от фазовых множителей, как это делалось в случае упругого рассеяния при переходе от (Б.2) к (Б.7).

Разберём теперь механизм появления этих фазовых множителей детально. Рассмотрим сначала диаграмму на рис. 17а. Из условий $(p_1 - k)^2 = 0$ и $(p_2 - k)^2 = 0$ соответственно следует

$$p_{1\parallel} \simeq E - \frac{p_{1\perp}^2}{2E} - \frac{\omega\theta_1^2}{2}, \quad p_{2\parallel} \simeq E - \frac{p_{2\perp}^2}{2E} - \frac{\omega\theta_2^2}{2}, \quad (\text{Б.8})$$

где $\theta_{1,2}$ — углы между направлением излучённого фотона и $\mathbf{p}_{1,2}$. Мы предполагаем, что углы малы³³. Подставляя выражения (Б.8) в фазу $\Phi = z(p_{1\parallel} - p_{2\parallel})$, получаем для диаграммы на рис. 17а

$$\Phi_{\text{rad}}^{(a)} = \Phi_{\text{scat}} + \frac{\omega z}{2} (\theta_2^2 - \theta_1^2), \quad (\text{Б.9})$$

где Φ_{scat} даётся уравнением (Б.6). Соответствующий вклад в амплитуду излучения имеет вид

$$\mathcal{M}_{\text{rad}}^{(a)} = -\frac{\boldsymbol{\theta}_0 \boldsymbol{\varepsilon}}{\theta_0^2} \exp\left[\frac{i\omega z}{2} (\theta_2^2 - \theta_1^2)\right] \mathcal{M}_{\text{el}}, \quad (\text{Б.10})$$

где $\boldsymbol{\theta}_0 = \mathbf{k}_{\perp}/\omega$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — вектор поляризации фотона.

Для диаграммы на рис. 17в, описывающей излучение от конечной линии, структура $-\boldsymbol{\theta}_0 \boldsymbol{\varepsilon}/\theta_0^2$ преобразуется в $\boldsymbol{\theta}_2 \boldsymbol{\varepsilon}/\theta_2^2$. Фазовый множитель отличается от такового для диаграммы на рис. 17а из-за различной кинематики. Помещение промежуточного импульса на массовую оболочку даёт в этом случае условие $p_1^2 = 0$, а не условие $(p_1 - k)^2 = 0$, так что выражение для $p_{1\parallel}$ не изменяется по сравнению с соответствующим выражением для случая упругого рассеяния. Имеем

$$\Phi_{\text{rad}}^{(c)} = \Phi_{\text{scat}} + \frac{\omega z}{2} \theta_2^2, \quad (\text{Б.11})$$

$$\mathcal{M}_{\text{rad}}^{(c)} = \frac{\boldsymbol{\theta}_2 \boldsymbol{\varepsilon}}{\theta_2^2} \exp\left(\frac{i\omega z}{2} \theta_2^2\right) \mathcal{M}_{\text{el}}. \quad (\text{Б.12})$$

Диаграмма на рис. 17б даёт два различных вклада от полюсов при $p_1^2 = 0$ и $(p_1 - k)^2 = 0$. Оба вклада содержат структуру $\boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\varepsilon}/\theta_1^2$, но вычеты имеют разные знаки. Кроме того, фазовые множители для этих двух вкладов также различны. Для полюса при $p_1^2 = 0$ фаза совпадает с (Б.11),

тогда как для полюса при $(p_1 - k)^2 = 0$ она совпадает с (Б.9). Сумму всех вкладов можно выразить как $\mathcal{M}_{\text{rad}} = e \mathcal{M}_{\text{el}} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{J}$, где

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 \exp\left[i \frac{\omega z}{2} (\theta_2^2 - \theta_1^2)\right] + \mathbf{J}_2 \exp\left(i \frac{\omega z}{2} \theta_2^2\right), \quad (\text{Б.13})$$

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\boldsymbol{\theta}_1}{\theta_1^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}_0}{\theta_0^2}, \quad \mathbf{J}_2 = \frac{\boldsymbol{\theta}_2}{\theta_2^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}_1}{\theta_1^2}. \quad (\text{Б.14})$$

Каждый член в сумме (Б.13) соответствует излучению, индуцированному упругим рассеянием на соответствующем центре. Разность фаз $\omega z \theta_1^2/2$ между двумя членами можно интерпретировать как фазу, приобретаемую фотоном с энергией ω в системе отсчёта, движущейся вместе с быстрой частицей (см. (3.20)).

Результат (Б.13) легко обобщить для N центров рассеяния. Положим, что их продольные координаты равны $z_n = (n-1)\lambda$, $n = 1, \dots, N$. Тогда

$$\mathbf{J}(N) = \exp\left[i \frac{\omega\lambda(N-1)}{2} \theta_N^2\right] \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n \exp(i\Phi_n), \quad (\text{Б.15})$$

$$\mathbf{J}_n = \frac{\boldsymbol{\theta}_n}{\theta_n^2} - \frac{\boldsymbol{\theta}_{n-1}}{\theta_{n-1}^2}; \quad \boldsymbol{\theta}_n \equiv \boldsymbol{\theta}_0 - \sum_{m=1}^n \frac{\mathbf{q}_{m\perp}}{E}, \quad (\text{Б.16})$$

$$\Phi_n = -\frac{\omega\lambda}{2} \sum_{m=n}^{N-1} \theta_m^2, \quad n = 1, \dots, N-1, \quad \Phi_N = 0. \quad (\text{Б.17})$$

Энергетический спектр излучения имеет вид

$$\omega \frac{dI}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi^2} \int d^2\boldsymbol{\theta}_0 \left| \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n \exp(i\Phi_n) \right|^2. \quad (\text{Б.18})$$

Этот результат следует усреднить по $\mathbf{q}_{n\perp}$ с весом

$$\prod_n \frac{\mu^2 d^2\mathbf{q}_{n\perp}}{\pi(q_{n\perp}^2 + \mu^2)^2}. \quad (\text{Б.19})$$

Анализ выражения (Б.18) подтверждает физическую картину, которую мы нарисовали в общих чертах в разделе 3. В частности, 1) полный характерный угол рассеяния есть $\theta_{\text{tot}}^2 \sim N\mu^2/E^2$; 2) вклады различных центров рассеяния в выражение (Б.18) когерентны (так что в этом случае мы имеем дело с однократным эффективным рассеянием), если $\omega N\lambda\theta_{\text{tot}}^2 \sim \omega L\theta_{\text{tot}}^2 \ll 1$, т.е. если $L \ll \ll (\lambda E^2/(\omega\mu^2))^{1/2}$. Масштаб $(\lambda E^2/(\omega\mu^2))^{1/2}$ совпадает с $\ell_{\text{f}}^{\text{med}}(\omega)$, определённым в (3.25). При $\omega \sim E$ последняя величина совпадает с характерной длиной формирования в среде L^* (т.е. с длиной когерентности при излучении одного фотона с энергией $\sim E$).

Результаты (Б.15) и (Б.18) получены для асимптотической частицы. В случае, когда частица рождается в среде, амплитуду излучения можно получить из (Б.15), рассматривая положение первого центра рассеяния как точку рождения и опуская вклад диаграммы, аналогичной диаграмме на рис. 17а, описывающей излучение из начальной линии. Опуская несущественный общий фазовый множитель, стоящий перед суммой в (Б.15), делая замену $N \rightarrow N+1$ и сдвигая нумерацию $1 \rightarrow 0$ и т.д., получаем

$$\mathbf{J}_{\text{creation}+N \text{ scatterings}} = \frac{\boldsymbol{\theta}_0}{\theta_0^2} \exp(i\Phi_0) + \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n \exp(i\Phi_n). \quad (\text{Б.20})$$

При $N = 1$ воспроизводим результат (5.2).

³³ Действительно, малые углы дают основной вклад в вероятность излучения.

Спектр индуцированного средней излучения имеет вид

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_N^{\text{induced}} \sim \int d^2\theta_0 \left(|\mathbf{J}|^2 - \frac{1}{\theta_0^2} \right), \quad (\text{Б.21})$$

где мы вычли из (Б.20) квадрат первого члена (соответствующий вакуумному вкладу), аналогично тому, как это делалось в (5.3). Получаем соотношение

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_N^{\text{induced}} \sim \alpha \int d^2\theta_0 \left[2 \frac{\theta_0}{\theta_0^2} \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n \cos(\Phi_0 - \Phi_n) + \left| \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n \exp(i\Phi_n) \right|^2 \right], \quad (\text{Б.22})$$

которое удобно представить в виде³⁴

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_N^{\text{induced}} \sim \alpha \int d^2\theta_0 \left\{ 2 \frac{\theta_0}{\theta_0^2} \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n [\cos(\Phi_0 - \Phi_n) - 1] + \sum_{n \neq m=1}^N \mathbf{J}_n \mathbf{J}_m [\cos(\Phi_n - \Phi_m) - 1] \right\}. \quad (\text{Б.23})$$

Очевидно, что индуцированный спектр обращается в нуль при $L = 0$, поскольку тогда $\Phi_n = 0$ для всех n .

Рассмотрим сначала вклад первого члена в (Б.23) и сосредоточимся на отдельном слагаемом суммы \sum_n . Как можно видеть из (Б.17), разность фаз $\Phi_n - \Phi_0$ не зависит от θ_n , а следовательно, и от $\mathbf{q}_{n\perp}$. Поэтому можно усреднить по $\mathbf{q}_{n\perp}$ до интегрирования. Усреднение по азимутальным направлениям даёт (см. (5.4))

$$\langle \mathbf{J}_n \rangle_{\text{azim}} = \left\langle \frac{\theta_{n-1} - \mathbf{q}_{n\perp}/E}{(\theta_{n-1} - \mathbf{q}_{n\perp}/E)^2} - \frac{\theta_{n-1}}{\theta_{n-1}^2} \right\rangle_{\text{azim}} = -\frac{\theta_{n-1}}{\theta_{n-1}^2} \Theta \left(\frac{q_{n\perp}^2}{E^2} - \theta_{n-1}^2 \right). \quad (\text{Б.24})$$

Далее, усредняя по $q_{n\perp}^2$ с весом (5.6), находим

$$\langle \mathbf{J}_n \rangle \sim -\frac{\mu^2}{E^2} \frac{\theta_{n-1}}{\theta_{n-1}^2 (\theta_{n-1}^2 + \mu^2/E^2)}. \quad (\text{Б.25})$$

Таким образом, получаем вклад

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{1st term}}^{\text{induced}} \sim \alpha \frac{\mu^2}{E^2} \sum_{n=1}^N \int d^2\theta_0 \frac{\theta_0 \theta_{n-1}}{\theta_0^2 (\theta_{n-1}^2 + \mu^2/E^2)} \times \left[1 - \cos \left(\frac{\omega\lambda}{2} \sum_{m=0}^{n-1} \theta_m^2 \right) \right], \quad (\text{Б.26})$$

где все ещё должно быть проведено усреднение каждого слагаемого суммы по $\mathbf{q}_{m\perp}$ при $m \neq n$.

Будем полагать, что $L \ll L^*$ (иначе физика была бы такой же, как и для асимптотической частицы, и не было смысла анализировать (Б.23) вместо (Б.18)). Тогда $1/(\omega L) > 1/(EL) \gg N\mu^2/E^2$. Таким образом, имея в виду, что $\theta_0^2 \sim 1/(\omega L)$ (что подтверждается последующей проверкой) и $|\mathbf{q}_{(m \neq n)\perp}| \sim \mu$, получаем

$$m \neq n \Rightarrow \theta_m^2 \simeq \theta_0^2 \sim \frac{1}{\omega L} \gg N \frac{\mu^2}{E^2}. \quad (\text{Б.27})$$

Мы приходим к оценке (5.7) спектра, что даёт (см. (5.9))

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{1st term}}^{\text{induced}} \sim \alpha \frac{\omega \omega_c}{E^2}, \quad (\text{Б.28})$$

причём вклад в средние потери

$$\Delta E \Big|_{\text{1st term}} \sim \alpha \omega_c. \quad (\text{Б.29})$$

Действительно, интеграл получает основной вклад от углов порядка $1/(\omega L)$.

Теперь покажем, что при $L \ll L^*$ вклад второго члена в (Б.23) подавлен по сравнению с (Б.28) и (Б.29). В сумму входит $\sim N^2$ слагаемых. Рассмотрим одно из этих слагаемых, например слагаемое с $m = 1, n = N$. Разность фаз

$$\Phi_{1N} = \Phi_N - \Phi_1 = \frac{\omega\lambda}{2} \sum_{k=1}^{N-1} \theta_k^2$$

не зависит от $\mathbf{q}_{n\perp}$, и, как и раньше, \mathbf{J}_n можно по нему усреднить. Кроме того, выбирая θ_1 , а не θ_0 в качестве переменной интегрирования, можно заметить, что Φ_{1N} не зависит от $\mathbf{q}_{1\perp}$, и можно также усреднить \mathbf{J}_1 по $\mathbf{q}_{1\perp}$. Получаем

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{1N} \sim \alpha \frac{\mu^4}{E^4} \int d^2\theta_1 \frac{\theta_1 \theta_{N-1} (1 - \cos \Phi_{1N})}{\theta_1^2 (\theta_1^2 + \mu^2/E^2) \theta_{N-1}^2 (\theta_{N-1}^2 + \mu^2/E^2)}. \quad (\text{Б.30})$$

В отличие от интеграла (Б.26), этот интеграл не насыщается большими углами с $\Phi_{1N} \sim 1$. Действительно, полагая $\theta_k \simeq \theta_1$, приходим к интегралу

$$\sim \int_{N\mu^2/E^2} \frac{d\theta^2}{\theta^6} [1 - \cos(\omega L \theta^2)], \quad (\text{Б.31})$$

который насыщается при

$$N \frac{\mu^2}{E^2} \ll \theta^2 \ll \frac{1}{\omega L}, \quad (\text{Б.32})$$

и демонстрирует логарифмическое поведение. Разлагая $\cos(\omega L \theta^2)$ (что допустимо вследствие (Б.32)), умножая вклад одного слагаемого из суммы второго члена правой части (Б.23) на N^2 и пренебрегая логарифмическим множителем, несущественным для нашего рассмотрения, получаем оценку

$$\omega \frac{dI}{d\omega} \Big|_{\text{2nd term}}^{\text{induced}} \sim \alpha \left(\frac{\omega \omega_c}{E^2} \right)^2. \quad (\text{Б.33})$$

Интегрирование по ω даёт средние потери

$$\Delta E \Big|_{\text{2nd term}} \sim \alpha \frac{\omega_c^2}{E} \sim \alpha E \left(\frac{L}{L^*} \right)^4. \quad (\text{Б.34})$$

Этот результат действительно подавлен по сравнению с вкладом (Б.29) первого члена в (Б.23) множителем $\sim \omega_c/E \sim (L/L^*)^2 \ll 1$.

Список литературы

1. Jackson J D *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley, 1999)
2. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Физматлит, 2007) [Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Physical Kinetics* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995)]
3. Shuryak E D *Phys. Rep.* **61** 71 (1980)

³⁴ Мы используем тождества $\sum_n \mathbf{J}_n = \theta_N/\theta_N^2 - \theta_0/\theta_0^2$ и $\int d^2\theta_0 (1/\theta_N^2 - 1/\theta_0^2) = 0$.

4. Bjorken J D, Fermilab Preprint PUB-82/59-THY (1982)
5. Adcox K et al. (PHENIX Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **88** 022301 (2002); nucl-ex/0109003; Adler S S et al. (PHENIX Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **91** 072301 (2003); nucl-ex/0304022
6. Adler C et al. (STAR Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **89** 202301 (2002); nucl-ex/0206011
7. Adler S S et al. (PHENIX Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **96** 032301 (2006); nucl-ex/0510047
8. Abelev B I et al. (STAR Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **98** 192301 (2007); nucl-ex/0607012
9. d'Enterria D, in *Relativistic Heavy-Ion Physics* (Landolt-Börnstein Series) (Berlin: Springer-Verlag, 2008) (to appear); arXiv:0902.2488
10. Airapetian A et al. (HERMES Collab.) *Eur. Phys. J. C* **20** 479 (2001); hep-ex/0012049; *Phys. Lett. B* **577** 37 (2003); hep-ex/0307023; *Nucl. Phys. B* **780** 1 (2007); arXiv:0704.3270
11. Albino S et al., arXiv:0804.2021
12. Baier R et al. *Phys. Lett. B* **345** 277 (1995); hep-ph/9411409
13. Baier R et al. *Nucl. Phys. B* **483** 291 (1997); hep-ph/9607355
14. Baier R et al. *Nucl. Phys. B* **484** 265 (1997); hep-ph/9608322
15. Baier R et al. *Nucl. Phys. B* **531** 403 (1998); hep-ph/9804212
16. Zakharov B G *Письма в ЖЭТФ* **63** 906 (1996) [*JETP Lett.* **63** 952 (1996)]; hep-ph/9607440
17. Zakharov B G *Письма в ЖЭТФ* **65** 585 (1997) [*JETP Lett.* **65** 615 (1997)]; hep-ph/9704255
18. Захаров Б Г *ЯФ* **61** 924 (1998) [Zakharov B G *Phys. Atom. Nucl.* **61** 838 (1998)]; hep-ph/9807540
19. Zakharov B G *Письма в ЖЭТФ* **73** 55 (2001) [*JETP Lett.* **73** 49 (2001)]; hep-ph/0012360
20. Gyulassy M, Lévai P, Vitev I *Nucl. Phys. B* **571** 197 (2000); hep-ph/9907461
21. Gyulassy M, Levai P, Vitev I *Phys. Rev. Lett.* **85** 5535 (2000); nucl-th/0005032
22. Gyulassy M, Levai P, Vitev I *Nucl. Phys. B* **594** 371 (2001); nucl-th/0006010
23. Ландау Л Д, Померанчук И *ДАН СССР* **92** 535, 735 (1953) [Translated into English: Landau L D, Pomeranchuk I, in Landau L *The Collected Papers of L.D. Landau* (New York: Pergamon Press, 1965) p. 589]
24. Migdal A V *Phys. Rev.* **103** 1811 (1956)
25. Фейнберг Е Л *УФН* **132** 255 (1980) [Feinberg E L *Sov. Phys. Usp.* **23** 629 (1980)], for a pedagogic review
26. Dokshitzer Yu L, Kharzeev D E *Phys. Lett. B* **519** 199 (2001); hep-ph/0106202
27. Baier R, Schiff D, Zakharov B G *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **50** 37 (2000); hep-ph/0002198
28. Thoma M H, Gyulassy M *Nucl. Phys. B* **351** 491 (1991)
29. Mrówczyński S *Phys. Lett. B* **269** 383 (1991)
30. Braaten E, Thoma M H *Phys. Rev. D* **44** 1298 (1991); **44** R2625 (1991)
31. Thoma M H *J. Phys. G* **26** 1507 (2000); hep-ph/0003016
32. Peshier A *Phys. Rev. Lett.* **97** 212301 (2006); hep-ph/0605294
33. Peigné S, Peshier A *Phys. Rev. D* **77** 014015 (2008); arXiv:0710.1266
34. Peigné S, Peshier A *Phys. Rev. D* **77** 114017 (2008); arXiv:0802.4364
35. Lebedev V V, Smilga A V *Ann. Physics* **202** 229 (1990); см. обзор Smilga A V *Phys. Rep.* **291** 1 (1997); hep-ph/9612347
36. Blaizot J-P, Iancu E *Phys. Rep.* **359** 355 (2002); hep-ph/0101103
37. Arnold P, Moore G D, Yaffe L C *JHEP* **0011** 001 (2000); hep-ph/0010177; **0305** 051 (2003); hep-ph/0302165
38. Гинзбург И Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **34** 514 (1981) [Ginzburg I F et al. *JETP Lett.* **34** 491 (1981)]
39. Weinberg S *The Quantum Theory of Fields I* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995) Ch. 13; Smilga A V *Lectures on Quantum Chromodynamics* (River Edge, NJ: World Scientific, 2001) Lecture 10
40. См. обзор по ионизационным потерям in Yao W-M et al. "Review of Particle Physics" *J. Phys. G* **33** 1 (2006)
41. Baier R et al. *Nucl. Phys. B* **478** 577 (1996); hep-ph/9604327
42. Anthony P L et al. (SLAC-E-146 Collab.) *Phys. Rev. D* **56** 1373 (1997); hep-ex/9703016; *Phys. Rev. Lett.* **75** 1949 (1995)
43. Hansen H D et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 014801 (2003)
44. Zakharov B G *Письма в ЖЭТФ* **64** 737 (1996) [*JETP Lett.* **64** 781 (1996)]; hep-ph/9612431; *Письма в ЖЭТФ* **78** 1279 (2003) [*JETP Lett.* **78** 759 (2003)]; hep-ph/0311063
45. Aitala E M et al. (Fermilab E791 Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **86** 4773 (2001); hep-ex/0010044
46. Ashery D *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **161** 8 (2006); hep-ex/0511052
47. Gunion J F, Bertsch G *Phys. Rev. D* **25** 746 (1982)
48. Marquet C, arXiv:0810.2572
49. Baier R et al. *JHEP* **0109** 033 (2001); hep-ph/0106347
50. Smilga A V *Can. J. Phys.* **71** 295 (1993)
51. Arnold P, Xiao W *Phys. Rev. D* **78** 125008 (2008); arXiv:0810.1026
52. Maldacena J M *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** 231 (1998); hep-th/9711200; Gubser S S, Klebanov I R, Polyakov A M *Phys. Lett. B* **428** 105 (1998); hep-th/9802109
53. Herzog C P et al. *JHEP* **0607** 013 (2006); hep-th/0605158; Gubser S S *Phys. Rev. D* **74** 126005 (2006); hep-th/0605182
54. Fadafan K B et al., arXiv:0809.2869
55. Gubser S S et al. *JHEP* **0810** 052 (2008); arXiv:0803.1470; Hatta Y, Iancu E, Mueller A H *JHEP* **0805** 037 (2008); arXiv:0803.2481
56. Chesler P M et al., arXiv:0810.1985

Energy losses in relativistic plasmas: QCD versus QED

S. Peigné, A.V. Smilga

SUBATECH, UMR 6457, Université de Nantes

Ecole des Mines de Nantes, IN2P3/CNRS,

4 rue Alfred Kastler, 44307 Nantes cedex 3, France

E-mail: peigne@subatech.in2p3.fr, smilga@subatech.in2p3.fr

We review the problem of evaluating the energy loss of an ultrarelativistic charged particle crossing a thermally equilibrated high-temperature e^+e^- or quark–gluon plasma. The average energy loss ΔE depends on the particle energy E and mass M , the plasma temperature T , the QED (QCD) coupling constant α (α_s), and the distance L the particle travels in the medium. Two main mechanisms contribute to the energy loss: elastic collisions and bremsstrahlung. For each contribution, we use simple physical arguments to obtain the functional dependence $\Delta E(E, M, T, \alpha_{(s)}, L)$ in different regions of the parameters. The suppression of bremsstrahlung due to the Landau–Pomeranchuk–Migdal effect is relevant in some regions. In addition, radiation by heavy particles is often suppressed for kinematical reasons. Still, when the travel distance L is not too small, and for large enough energies ($E \gg M^2/(\alpha T)$ in the Abelian case and $E \gg M/\sqrt{\alpha_s}$ in the non-Abelian case), radiative losses dominate over collisional ones. We rederive the known results and make some new observations. In particular, we emphasize that for light particles ($m^2 \ll \alpha T^2$), the difference in the behavior of $\Delta E(E, m, T, \alpha_{(s)}, L)$ in QED and QCD is mostly due to the different way the problem is usually posed in these two cases. In QED, it is natural to study the energy losses of an electron coming from infinity. In QCD, the quantity of physical interest is the medium-induced energy loss of a parton produced within the medium. In the case of an electron produced within a QED plasma, the behavior of medium-induced radiative energy loss ΔE_{rad} is similar to the behavior of ΔE in QCD (in particular $\Delta E_{\text{rad}} \propto L^2$ at small L), despite the photon and gluon radiation spectra being drastically different because the bremsstrahlung cones for soft gluons are broader than for soft photons. We also show that the average radiative loss of an "asymptotic light parton" crossing a QCD plasma is similar to that of an asymptotic electron crossing a QED plasma. For heavy particles ($M^2 \gg \alpha T^2$), the difference between ΔE_{rad} in QED and in QCD is more pronounced, even when the same physical situation is considered.

PACS numbers: 12.38.Mh, **25.75**–q, 52.27.Ny, **61.85** + p
Bibliography — 56 references

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200907a.0697
Received 26 November 2008, revised 10 March 2009