

533.9

## ЗАТУХАНИЕ ЛАНДАУ И ЭХО В ПЛАЗМЕ

Б. Б. Кадоццев

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1946 г. Л. Д. Ландау показал, что волны в плазме должны затухать даже в отсутствие столкновений<sup>1</sup>. Эффект затухания Ландау, как он впоследствии стал называться, играет фундаментальную роль в плазме; он составляет основу для теории коллективных явлений в разреженной плазме. Однако долгое время этот интересный физический эффект оставался вне поля зрения экспериментальных исследований. Лишь в самые последние годы были проведены прямые лабораторные эксперименты по затуханию Ландау, которые показали хорошее согласие результатов измерений с теорией.

Затухание Ландау не связано непосредственно с диссипацией, и поэтому его нельзя считать полностью необратимым процессом: даже затухающая волна в бесстолкновительной плазме сохраняет «память» о предшествовавшем колебательном движении. Эта память может проявляться в эффектах типа эха. Эхо в плазме также было обнаружено только в последние годы. Обзору работ по затуханию Ландау и эху в плазме и обсуждению связи между двумя этими эффектами и посвящена настоящая статья.

## 2. ЗАТУХАНИЕ ЛАНДАУ

Напомним сначала историю вопроса. В 1938 г. А. А. Власов для описания волновых процессов в разреженной плазме предложил использовать кинетическое уравнение с самосогласованным полем<sup>2</sup>. Для ленгмюровских колебаний, представляющих собой волны, распространяющиеся вдоль оси  $x$ , уравнение Власова имеет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial v} = 0. \quad (2,1)$$

Здесь  $F$  — функция распределения электронов по составляющей скорости вдоль оси  $x$ , которую мы обозначили просто через  $v$ ;  $m$  — масса электрона;  $-e$  — его заряд;  $\varphi$  — потенциал электрического поля, который, согласно А. А. Власову, должен находиться из уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 4\pi e \left\{ \int F dv - n_0 \right\} \quad (2,2)$$

(здесь  $n_0$  — плотность ионов, которую в высокочастотных ленгмюровских колебаниях можно считать постоянной).

Для колебаний очень малой амплитуды уравнения (2,1), (2,2) можно линеаризовать. Для этого достаточно положить  $F = f_0 + f$ , где  $f_0$  — равновесная функция, а  $f$  — отклонение от равновесия, и пренебречь

квадратичным членом  $\frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v}$  в (2,1). Будем считать, что в равновесном состоянии плазма однородна и нейтральна, так что  $\int f_0 dv = n_0$ . В силу однородности уравнения (2,1), (2,2) могут быть написаны для каждой компоненты разложения  $f$  и  $\varphi$  в интеграл Фурье относительно переменной  $x$ , поэтому достаточно рассмотреть лишь эволюцию отдельной гармоники. Считая, что функции  $f$  и  $\varphi$  имеют вид  $f(v, t) e^{ikhx}$ ,  $\varphi(t) e^{ikhx}$ , записываем линеаризованные уравнения в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + ikvf + ik\varphi \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = 0, \quad (2,3)$$

$$k^2\varphi = -4\pi e \int f dv. \quad (2,4)$$

Естественно, как это сделал А. А. Власов, попытаться найти собственные колебания плазмы с некоторой частотой  $\omega$ . Для этого положим

$$f(v, t) = f_1 e^{-i\omega t}, \quad \varphi(t) = \varphi_1 e^{-i\omega t}.$$

Тогда из уравнения (2,3), казалось бы, имеем

$$f_1 = \frac{k}{\omega - kv} \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \varphi_1. \quad (2,5)$$

Подставляя это выражение в (2,4), получаем дисперсионное уравнение, связывающее собственную частоту  $\omega$  с волновым числом  $k$ :

$$\varepsilon(k, \omega) \equiv 1 + \frac{4\pi e^2}{km} \int \frac{\partial f_0}{\partial v} \frac{dv}{\omega - kv} = 0. \quad (2,6)$$

Мы ввели здесь обозначение  $\varepsilon$  для величины (2,6), представляющей собой диэлектрическую проницаемость плазмы.

Как мы видим, выражение (2,6) имеет особенность под интегралом, и поэтому им нельзя пользоваться, пока не указано, каким образом следует устранять расходимость. А. А. Власов<sup>3</sup> предложил проводить интегрирование в (2,6) в смысле главного значения, однако для этого не было достаточных оснований.

Правильный подход к решению задачи о малых колебаниях плазмы, который одновременно разрешил и трудность с расходимостью в (2,6), был указан Л. Д. Ландау<sup>1</sup>. Он обратил внимание на то, что в реальной постановке задачи о малых колебаниях плазмы приходится иметь дело либо с заданными начальными данными, либо с заданными граничными условиями, и показал, как должны решаться обе задачи.

Рассмотрим, например, задачу с начальными данными. В этом случае следует считать, что при  $t < 0$  возмущение отсутствует и лишь в момент  $t = 0$  включается внешнее воздействие, которое создает некоторое начальное возмущение функции распределения  $g(v)$ . Задача состоит в определении временной эволюции возмущения. Для этого следует воспользоваться уравнениями (2,3), (2,4) с внешним источником  $g(v) \delta(t)$ , добавленным в правую часть (2,3). Для решения этой системы уравнений можно воспользоваться методом преобразования Лапласа, полагая

$$f_p(v) = \int_0^{\infty} f(v, t) e^{-pt} dt, \quad (2,7)$$

и соответственно для  $\varphi(t)$ .

Умножая уравнение (2,3) с источником  $g(v)\delta(t)$  в правой части на  $e^{-pt}$  и интегрируя по  $t$ , получаем

$$f_p = \frac{ig(v)}{ip - kv} + \frac{k}{ip - kv} \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \Phi_p. \quad (2,8)$$

Как мы видим, это выражение отличается от (2,5) добавлением слагаемого с  $g$  и заменой  $\omega$  на  $ip$ . Подстановка выражения (2,8) в (2,4) позволяет найти  $\Phi_p$ :

$$\Phi_p = \frac{4\pi e}{k^2 \epsilon(k, ip)} \int \frac{g(v) dv}{ip - kv}. \quad (2,9)$$

По известному  $\Phi_p$  теперь нетрудно найти  $\phi(t)$ :

$$\phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty + \sigma}^{i\infty + \sigma} \Phi_p e^{pt} dp. \quad (2,10)$$

Здесь вместо  $p$  удобно перейти к переменной  $\omega = ip$  и, так как по переменной  $p$  интегрирование проводится в правой полуплоскости, по комплексной  $\omega$  следует проводить интегрирование в верхней полуплоскости:

$$\phi(t) = \frac{2e}{k^2} \int_{-\infty + i\sigma}^{\infty + i\sigma} \frac{e^{-i\omega t}}{\epsilon(k, \omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(v) dv}{\omega - kv} d\omega. \quad (2,11)$$

Это выражение полностью решает задачу о колебаниях плазмы, создаваемых начальным возмущением  $g(v)$ . Отсюда видно, что, вообще говоря, не существует определенной зависимости  $\omega$  от  $k$ : при заданном  $k$  интегрирование в (2,11) производится по всем  $\omega$ . Однако, если  $g(v)$  не имеет особенностей, асимптотика интеграла (2,11) при больших  $t$  будет определяться нулями  $\epsilon(k, \omega)$ , т. е.  $\phi(t) \sim e^{-i\omega_k t}$ , где  $\epsilon(k, \omega_k) = 0$ . Таким образом, при очень больших  $t$  из решения (2,11) выделяется ветвь плазменных колебаний с собственной частотой  $\omega_k$ , определяемой соотношением

$$\epsilon(k, \omega_k) = 0. \quad (2,12)$$

Так как интегрирование в (2,11) проводится по горизонтальной прямой в верхней полуплоскости, при вычислении  $\epsilon$  в (2,6) частоту  $\omega$  следует считать находящейся в верхней полуплоскости, т. е. при  $\omega$ , близких к действительной оси, следует положить

$$(\omega - kv)^{-1} \rightarrow (\omega + iv - kv)^{-1} \rightarrow \frac{P}{\omega - kv} - i\pi\delta(\omega - kv),$$

где  $P$  означает главное значение. Это правило обхода полюса принято называть *правилом Ландау*. С учетом правила обхода полюса диэлектрическая проницаемость (2,6) является комплексной:

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi e^2}{km} \int \frac{P}{\omega - kv} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv - \frac{4\pi e^2}{km} \frac{i\pi}{|k|} \frac{\partial f_0}{\partial v} \Big|_{v=\omega/k}. \quad (2,13)$$

Наличие мнимой части в  $\epsilon$  и соответствует затуханию Ландау. Его величина пропорциональна производной  $\frac{\partial f_0}{\partial v} \Big|_{v=\omega/k}$  в точке  $v = \omega/k$ , где скорость частиц совпадает с фазовой скоростью волны. Можно сказать, что затухание Ландау связано с поглощением волны на резонансных частицах. Если электроны распределены по Максвеллу с температурой  $T$ , то диэлектрическая проницаемость (2,13) может быть представлена в виде

$$\epsilon = 1 + \frac{m\omega_0^2}{k^2 T} (1 + i\sqrt{\pi} z W(z)), \quad (2,14)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m}$  — лэнгмюровская частота,  $z = \omega / kv_e$ ,  $v_e = \sqrt{2T/m}$  — средняя тепловая скорость, а функция

$$W(z) = e^{-z^2} + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2 + \xi^2} d\xi. \quad (2,15)$$

Приравнявая (2,14) нулю, можно найти действительную и мнимую части комплексной частоты. При малых  $k \ll a^{-1}$ , где  $a = \sqrt{T/4\pi e^2 n_0}$  — дебаевский радиус, выражение для действительной части частоты имеет вид

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{3T}{m} k^2, \quad (2,16)$$

а мнимая ее часть (т. е. декремент затухания  $\gamma$ ) равна

$$\gamma = \omega_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{(ka)^2} \exp\left(-\frac{1}{2a^2 k^2}\right). \quad (2,17)$$

Как мы видим, при малых  $ka$  декремент затухания экспоненциально мал.

При не очень больших  $t$  определенный вклад в интеграл (2,11) вносит также полюс  $\omega - kv = 0$ , соответствующий свободному разлету частиц начального возмущения, так что зависимость потенциала  $\phi$  от времени может быть довольно сложной.

### 3. ВОЛНЫ ВАН-КАМПЕНА

Итак, лэнгмюровские колебания, возбуждаемые некоторым начальным возмущением  $g(v) \delta(t)$  с плавной функцией  $g(v)$ , должны затухать со временем. Однако это еще не означает невозможности собственных незатухающих колебаний плазмы. В самом деле, вернемся опять к выражению (2,5), связывающему возмущение функции распределения  $f_1$  с потенциалом  $\phi_1$ . По правилу Ландау к частоте  $\omega$  в знаменателе следует добавлять малую мнимую часть  $\omega \rightarrow \omega + i\nu$ , так что (2,5) можно записать в виде

$$f_1 = \frac{P}{\omega - kv} \frac{ke}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \phi_1 - i\pi\delta(\omega - kv) \frac{ke}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \phi_1. \quad (3,1)$$

Здесь  $P$  означает, что при вычислении различных интегралов, содержащих  $f_1$ , особенность следует интегрировать в смысле главного значения. Выражение (3,1) описывает возмущение функции распределения потенциалом электрического поля волны  $\phi_1$ . Как мы видим, это возмущение тем больше, чем ближе скорость к фазовой скорости волны  $\omega/k$ . В непосредственной окрестности этой точки основной вклад дает второе слагаемое, возникшее из-за мнимой части

$$\text{Im} \left( \frac{1}{\omega - kv + i\nu} \right) = \frac{\nu}{(\omega - kv)^2 + \nu^2} = \pi\delta(\omega - kv)$$

при  $\nu \rightarrow 0$ .

Заметим, что учет затухания возмущений за счет столкновений, который в простейшем варианте может быть произведен введением малого слагаемого  $-\nu f$  в левую часть уравнения (2,3), также привел бы к правилу Ландау обхода полюса и, следовательно, к точно такому же выражению (3,1). Это вполне понятно, так как оба эффекта — столкновения и конечное время нарастания возмущения — приводят к качественно одинаковому ограничению возмущения в резонансной точке.

Если подставить (3,1) в уравнение Пуассона (2,4), то как раз и получится дисперсионное уравнение Ландау. Другими словами, в лэнгмю-

ровских колебаниях при больших  $t$  остается лишь такое возмущение функции распределения (3,1), которое создается потенциалом волны.

Допустим теперь, что в начальный момент наряду с плавным возмущением  $g(v)$  вносится некоторый модулированный пучок со скоростью, в точности равной фазовой скорости волны. Если пучковым образом подобрать величину и фазу этого пучка, то можно в точности скомпенсировать возмущение резонансных электронов, описываемое вторым членом в (3,1). Но при этом мы получим выражение (2,5) без  $\delta$ -функции, а следовательно, придем к дисперсионному уравнению Власова с интегралом в смысле главного значения, описывающему лэнгмюровские волны без затухания. Таким образом, решение Власова также имеет определенный физический смысл: оно описывает волну с добавкой группы резонансных частиц.

Однако это решение является довольно частным — оно соответствует некоторому вполне определенному выбору плотности дополнительных частиц. Как показал Ван-Кампен <sup>4</sup>, уравнения (2,3), (2,4) обладают гораздо более широким классом собственных колебаний. Чтобы найти эти колебания, следует устранить ту некорректность, которая была допущена при получении выражения (2,5) для возмущения функции распределения. В самом деле, если  $\omega$  — действительная величина, то однородное уравнение для  $f_1$   $(\omega - kv) f_1 = 0$  имеет нетривиальное решение вида  $\lambda \delta(\omega - kv) \varphi_1$ , где  $\lambda$  — любая константа (точнее, функция от  $\omega$  и  $k$ ). Это решение однородного уравнения должно быть добавлено к (2,5). Принимая для определенности (без нарушения общности), что интеграл от  $1/(\omega - kv)$  берется в смысле главного значения, мы должны написать для собственных колебаний вместо (2,5)

$$f_1 = \frac{P}{\omega - kv} \frac{ke}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \varphi_1 + \lambda \delta(\omega - kv) \varphi_1. \quad (3,2)$$

Подставляя это выражение в уравнение Пуассона, находим дисперсионное уравнение

$$1 + \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{P}{\omega - kv} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv + \frac{4\pi e}{k^2 |k|} \lambda = 0. \quad (3,3)$$

Так как это уравнение содержит две неизвестные величины  $\lambda$  и  $\omega$ , оно не дает однозначной связи  $\omega$  с волновым числом  $k$ . Его скорее следует рассматривать как уравнение для определения  $\lambda$  при заданном  $\omega$ . Это значит, что при данном  $k$  частота может быть совершенно произвольной. Другими словами, для любой частоты  $\omega$  может быть подобрана такая величина  $\lambda$ , т. е. плотность резонансных частиц, при которой решение будет иметь вид незатухающей волны с данной частотой  $\omega$ . Это и есть волна Ван-Кампена. Каждая из волн Ван-Кампена представляет собой модулированный поток частиц, движущийся со скоростью, равной фазовой скорости волны  $v_\phi = \omega/k$  (этот пучок описывается вторым слагаемым в (3,2)), и сопровождающее его поляризационное облако, возникающее в результате воздействия пучка на электроны плазмы. Возмущение  $f_1$  в этом облаке описывается первым слагаемым в (3,2).

Если длина волны возмущения достаточно велика,  $ka \ll 1$ , а частота  $\omega$  близка к плазменной частоте (2,14), то величина  $\lambda$ , определяемая выражением (3,3), очень мала, так как при этом сумма первых двух слагаемых в (3,3) близка к нулю. В этом случае мы имеем дело с плазменной волной с малой добавкой резонансных частиц. Собственно волнами Ван-Кампена целесообразно считать решения, заметно отличающиеся от лэнгмюровских волн, когда второе слагаемое в (3,2) больше или сравнимо с первым. Таким образом, грубо можно сказать, что собственные колебания электронной плазмы состоят из волн Ван-Кампена — модулированных пучков — и лэнгмюровских волн.

Ван-Кампен показал, что система функций (3,2) является полной, т. е. любое начальное возмущение  $g(v)$  может быть разложено по этим функциям, и, следовательно, возбуждаемые в плазме волны можно рассматривать как суперпозицию собственных колебаний. Соответствующее решение в точности совпадает с решением Ландау (2,11).

#### 4. ЗАТУХАНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Работа Ландау полностью решила вопрос о малых колебаниях плазмы и выявила новый физический эффект — затухание волн даже в отсутствие столкновений. Однако физический смысл затухания Ландау все же оставался не вполне ясным. В частности, не до конца было ясно, как полностью обратимое кинетическое уравнение приводит к необратимости, в каких физических условиях могут реализоваться незатухающие волны, что будет, если амплитуда волны не бесконечно мала, и т. д. Все эти вопросы были выяснены впоследствии при рассмотрении затухания волн конечной амплитуды, проведенном Бомом и Гроссом<sup>25</sup>, Веденовым, Велиховым, Сагдеевым<sup>5</sup> и позднее Альтшулем и Карпманом<sup>6</sup> и О'Нилом<sup>7</sup>. Мы приведем здесь лишь качественные результаты этого рассмотрения.

Следуя авторам работ<sup>5-7</sup>, допустим, что в плазме возбуждена волна малой, но конечной амплитуды  $\varphi_0$ . Будем считать, что длина волны достаточно велика, так что фазовая скорость  $v_\phi = \omega_0/k \gg \sqrt{2T/m}$ . Тогда доля резонансных электронов будет очень мала, так что в течение длительного промежутка времени амплитуду волны можно считать постоянной, т. е.  $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t - kx)$ . Это значит, что приближенно можно рассмотреть сначала поведение резонансных частиц в волне постоянной амплитуды, а затем учесть эффект их обратного влияния на волну.

Так как по предположению амплитуда волны мала, то для всех частиц, кроме резонансных, взаимодействие с полем волны мало, т. е. применимо линейное приближение. Рассмотрим теперь резонансные частицы. Для этого удобно перейти к системе координат, движущейся вместе с волной. В этой системе координат волна представляет

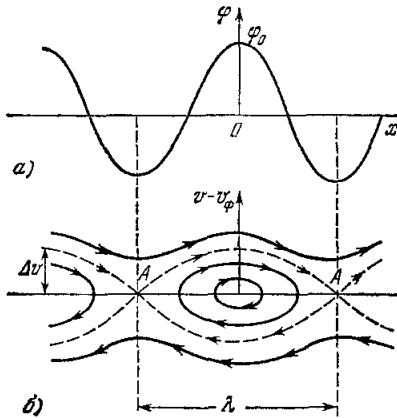


Рис. 1. Фазовые траектории электронов в волне.

собой стационарное возмущение электрического поля:  $\varphi = \varphi_0 \cos kx$ . Электроны в таком поле можно разбить на два класса: захваченные, совершающие колебания вблизи точек с максимальным потенциалом  $\varphi_0$ , и пролетные, энергия которых достаточно велика для преодоления потенциального барьера.

Движение частиц удобно рассматривать на фазовой плоскости  $(x, v)$ . На рис. 1, а представлена зависимость  $\varphi$  от  $x$ , а на рис. 1, б изображены фазовые траектории электронов при их движении в волне. Электроны с малыми скоростями захватываются волной. На электрон, захваченный, например, вблизи  $x = 0$ , действует сила

$$-eE = e \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -e\varphi_0 k \sin kx \approx -e\varphi_0 k^2 x,$$

так что он будет совершать колебания с частотой

$$\Omega = k \sqrt{\frac{e\Phi_0}{m}}. \quad (4,1)$$

По мере увеличения амплитуды колебаний электронов частота уменьшается, и на сепаратрисе, отделяющей захваченные частицы от пролетных и изображенной пунктиром на рис. 1, б, она обращается в нуль, так как соответствующие электроны могут бесконечно долго находиться на

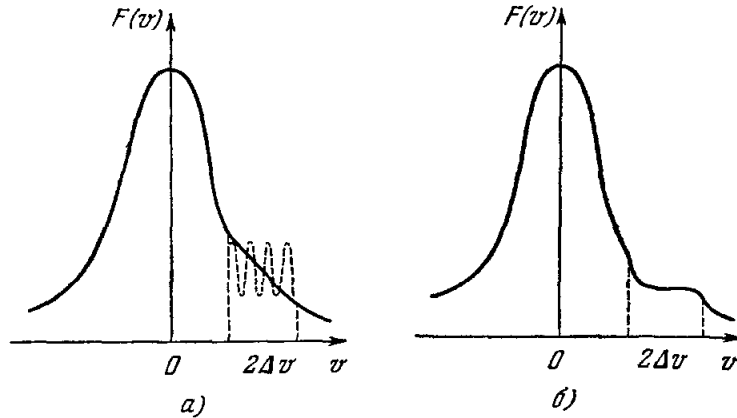


Рис. 2. Образование «плато» на функции распределения

«вершине»  $A$  потенциальной энергии —  $e\varphi$ . Средняя скорость пролетных частиц вблизи сепаратрисы также очень мала и возрастает по мере удаления от сепаратрисы.

Так как полная энергия электрона

$$\frac{m(v - v_\Phi)^2}{2} - e\varphi = \text{const},$$

а в точке  $A$  скорость  $v - v_\Phi = 0$ , полуширина сепаратрисы при  $x = 0$  равна, очевидно,  $\Delta v = \sqrt{e\varphi_0/m}$ , т. е. она убывает с амплитудой волны гораздо медленнее чем по линейному закону. Это значит, что в волне даже очень малой амплитуды захваченных частиц может быть относительно много.

Рассмотрим теперь, как будет эволюционировать функция распределения резонансных частиц со временем. Так как ширина области взаимодействия  $\Delta v$  велика, малым линейным возмущением  $f$  в этой области можно пренебречь, т. е. можно считать, что начальная функция распределения резонансных частиц совпадает с невозмущенной. Мы будем считать, что она убывает с  $v$  как представлено на рис. 2, *a* сплошной линией.

Учтем теперь, что уравнение Власова

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial v} = 0 \quad (4,2)$$

можно рассматривать как уравнение непрерывности для некоторой субстанции с плотностью  $F$  при течении на фазовой плоскости. Так как

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0,$$

это течение является несжимаемым, т. е. величина  $F$  сохраняется вдоль линий тока. Зная эти линии и начальную функцию, нетрудно представить

себе, как будет изменяться  $F$ . Рассмотрим сначала захваченные частицы. Заштрихуем область с меньшими  $v$ , где функция  $F$  больше (рис. 3, а). Так как захваченные частицы совершают колебания с частотой  $\sim \Omega$ , внутренняя часть фазовой области захваченных частиц будет вращаться, так что через полпериода картина приобретет вид рис. 3, б. Частицы, лежащие на сепаратрисе, не вращаются; поэтому эти линии остаются на месте, а для большей части частиц происходит перестановка — плотность быстрых электронов становится больше плотности медленных, т. е. производная  $\partial F/\partial v$  для захваченных частиц меняет знак. Затем эта смена знака будет происходить через каждую половину периода, и по мере увеличения  $t$  картина будет принимать вид все более и более мелких

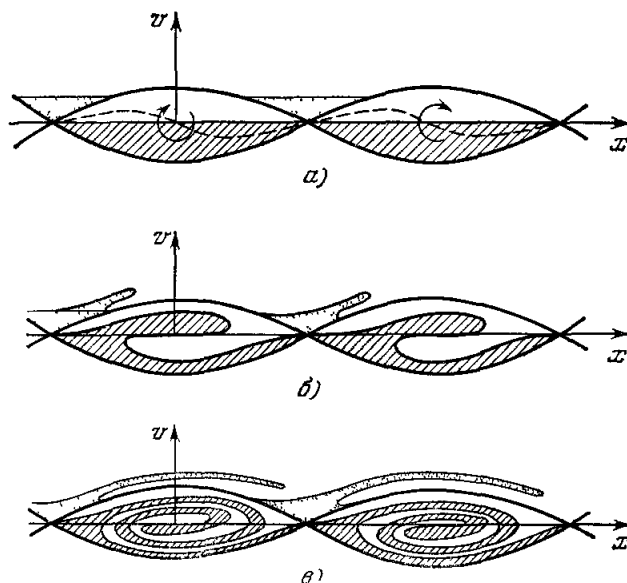


Рис. 3 Движение резонансных частиц в волне.

осцилляций (см. рис. 3, в и пунктир на рис. 2, а). Аналогичное «размешивание» имеет место и для пролетных «резонансных» частиц, находящихся близко к сепаратрисе. Благодаря эффекту «размешивания» довольно быстро (по сравнению со средней частотой столкновений) должно достигаться настолько быстро осциллирующее на фазовой плоскости состояние  $F$ , что в игру могут вступать кулоновские столкновения. Напомним, что кулоновские столкновения приводят к диффузии в пространстве скоростей, и потому эффективное время релаксации мелких осцилляций в фазовом пространстве гораздо меньше среднего времени столкновений для гладкой функции распределения. Вследствие совместного действия «размешивания» и кулоновских столкновений функция распределения в области резонансных частиц должна «сгладиться» около некоторого среднего значения, т. е. на ней должно появиться «плато» (см. рис. 2, б). При этом в течение достаточно большого промежутка времени затухание волны за счет столкновений можно считать еще малым, так что волна длительное время будет чисто периодической. Эта волна и соответствует стационарному решению Власова. В такой волне особенность в точке  $\omega - kv = 0$  устраняется за счет образования «ступеньки» на функции распределения с  $\partial f_0/\partial v = 0$  в резонансной точке, что автоматически приводит к интегрированию особенности в смысле главного значения.



Таким образом, стационарная волна физически может быть реализована как результат эволюции волны с конечной амплитудой. Разумеется, если мы пренебрегаем малыми осцилляциями амплитуды, волну можно будет считать практически стационарной задолго до того, как «неровности» у функции распределения сгладятся за счет столкновений. Для стационарности достаточно, чтобы функция распределения с принятой точностью была постоянной вдоль линий тока в фазовом пространстве.

Мысленно можно представить себе возможность образования также сразу незатухающей волны: для этого достаточно одновременно с возмущением потенциала, создаваемым нерезонансными частицами, произвести такое возмущение функции распределения резонансных частиц, чтобы в последующие моменты времени она оставалась постоянной (в системе координат, движущейся с волной). Например, если функция распределения запертых частиц внутри сепаратрисы на рис. 3 будет постоянна, движение запертых частиц уже не приведет к осцилляциям амплитуды волны (и аналогично для пролетных частиц вблизи сепаратрисы). Отсюда видно, что стационарные ленгмюровские волны соответствуют такой добавке резонансных частиц, при которой сразу образуется что-то вроде плато. Если число дополнительных резонансных частиц увеличивать, то мы получим как бы волну с модулированным пучком, что соответствует переходу к волне Ван-Кампена. Собственно волны Ван-Кампена соответствуют стационарным модулированным пучкам, пронизывающим плазму.

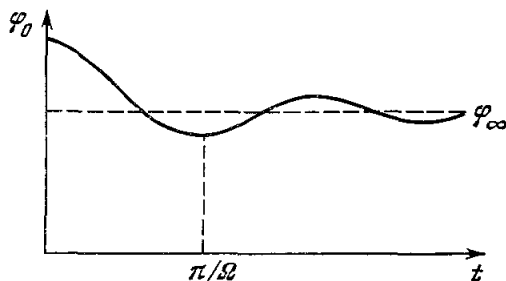


Рис. 4. Затухание волны конечной амплитуды.

Вернемся теперь к начальной стадии затухания волны конечной амплитуды, которая как раз и соответствует затуханию Ландау. Если амплитуда волны стремится к нулю, то первый полупериод затухания (рис. 4) растягивается до бесконечности, так что в линейном приближении осцилляции вообще отсутствуют и амплитуда монотонно убывает. При этом, разумеется, уже нельзя считать амплитуду постоянной, как это мы делали при рассмотрении движения запертых частиц в волне конечной амплитуды. Впрочем, и сами запертые частицы не успевают совершить ни одного колебания — они только-только начинают свое движение в волне, как показано на рис. 3, а пунктиром, а их вклад в величину плотности заряда оказывается уже настолько существенным, что амплитуда волны заметно убывает. Можно сказать, что резонансные частицы имеют слишком большой вес в волне малой амплитуды.

Нетрудно оценить, при какой амплитуде волну можно считать линейной. Для этого достаточно сравнить плотность энергии волны

$$\frac{E^2}{8\pi} = \frac{k^2 \varphi_0^2}{8\pi}$$

с плотностью той энергии, которая передается захваченным частицам при образовании плато. Ширина плато порядка  $\Delta v \sim \sqrt{e\varphi_0/m}$ , а изменение энергии электрона при увеличении его скорости на  $\Delta v$  вблизи фазовой скорости  $\omega/k$  равно  $\sim m \frac{\omega}{k} \Delta v$ . Так как при образовании плато функция

распределения изменяется на величину

$$\Delta f_0 \sim \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k} \Delta v,$$

изменение плотности энергии захваченных частиц по порядку величины равно

$$\Delta \mathcal{E} \sim m \frac{\omega}{k} \Delta v (\Delta f_0 \Delta v) \sim m \left( \frac{e\varphi_0}{m} \right)^{3/2} v \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k}. \quad (4,3)$$

Сравнивая эту величину с плотностью энергии в волне, находим условие линейности лэнгмюровской волны в плазме с максвелловским распределением электронов по скоростям:

$$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{T}} \ll \frac{1}{(ka)^4} \exp \left( -\frac{1}{2a^2 k^2} \right). \quad (4,4)$$

Отсюда видно, что при очень малых  $ka$  волна даже очень малой амплитуды не может считаться линейной. Это связано с тем, что для таких волн число резонансных электронов экспоненциально мало и соответственно их затухание очень быстро прекращается. Наоборот, при  $ka \gg 1$  волна может считаться линейной даже при умеренных значениях  $e\varphi_0/T$ .

Рассмотрение затухания волны конечной амплитуды проясняет и вопрос об обратимости во времени. Вопрос состоит в следующем. С одной стороны, кинетическое уравнение с самосогласованным полем в отсутствие столкновений является полностью обратимым во времени: оно сохраняет свой вид при замене  $t$  на  $-t$  и обращении скоростей частиц. Поэтому все процессы, описываемые этим уравнением, должны быть обратимыми. Но, с другой стороны, наличие экспоненциального затухания волн в линейном приближении, казалось бы, указывает на явную необратимость: по прошествии достаточно большого промежутка времени система заряженных частиц может полностью «забыть» о том, что в ней распространялась волна. Чтобы выяснить этот вопрос, обратимся опять к рис. 3.

Если столкновений нет, то картина эволюции функции распределения резонансных частиц полностью обратима. При замене скоростей захваченных частиц на обратные «змея» на рис. 3,  $e$  должна начать разворачиваться, затем она пройдет через состояние  $t = 0$  и снова начнет свертываться. Соответственно и на амплитуде  $\varphi_0$  появятся сначала осцилляции, затем  $\varphi_0$  достигнет максимального значения, соответствующего  $t = 0$ , и вся картина затухания с осцилляциями вновь повторится.

Аналогичная картина должна иметь место и в случае волны малой амплитуды, т. е. в случае большого числа резонансных частиц. Разумеется, при этом никакого захвата частиц не происходит: волна затухнет гораздо раньше, чем успеет произойти хотя бы одно колебание захваченных частиц. Происходит как бы расползание отдельных групп резонансных частиц, которое сопровождается отбором энергии у волны, так что в конце концов вся энергия колебаний передается резонансным частицам. Но этот процесс также является обратимым. Даже после затухания волны до крайне малой амплитуды среда может длительное время (пока не начнут играть роль столкновения) сохранять «память» о начальном возмущении, и при обращении скоростей частиц весь процесс пошел бы в обратном направлении. Практически, разумеется, нельзя обратить скорость всех частиц, однако «память» о колебаниях может проявляться в эффектах типа эха.

5. ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ЗАТУХАНИЮ ЛАНДАУ

Хотя в последние годы и появлялись некоторые указания на наличие затухания Ландау при распространении волн в ионосфере, а эксперименты Уонга, Д'Анджело и Мотли<sup>8</sup>, казалось бы, достаточно убедительно свидетельствовали о бесстолкновительном механизме затухания ионнозвуковых колебаний, первым наиболее подробным и прямым исследованием затухания Ландау в продольных колебаниях следует все же считать эксперимент Малмберга, Уортона и Драммонда<sup>9</sup>. В этом эксперименте измерялось пространственное затухание продольной электронной волны вида  $\exp(-i\omega t + ik_r x - k_i x)$ , возбуждаемой с помощью ВЧ колебаний,

подаваемых на лэнгмюровский зонд. Плазма с плотностью  $10^8 - 10^9 \text{ см}^{-3}$  и температурой от 5 до 20 эв создавалась с помощью плазмотрона. Для регистрации колебаний

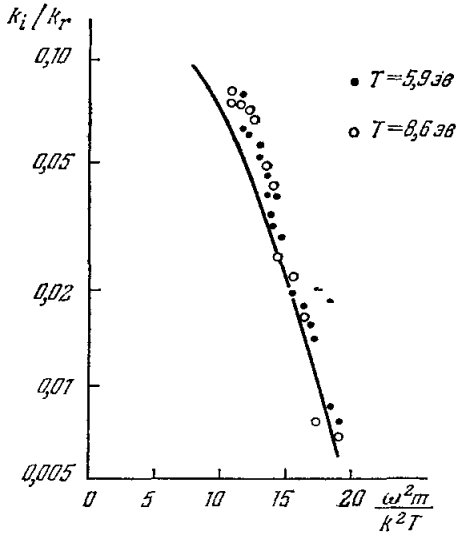


Рис. 5. Зависимость декремента затухания от квадрата отношения фазовой скорости к средней тепловой.

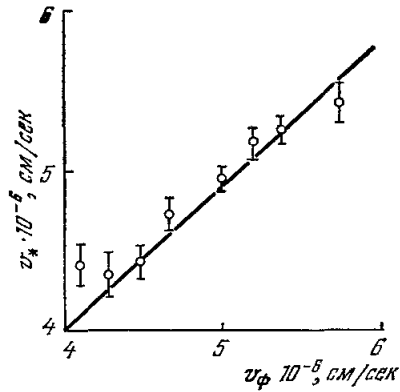


Рис. 6. Зависимость скорости резонансных электронов от фазовой скорости волны.

служил второй лэнгмюровский зонд. На рис. 5 представлены результаты измерения затухания (отношение мнимой части волнового числа  $k_i$  к действительной  $k_r$ ) в зависимости от квадрата отношения фазовой скорости  $v_\phi = \omega/k$  к средней тепловой  $v_e = \sqrt{2T/m}$ . Так как  $k_i$  пропорционально декременту затухания, величина  $k_i/k_r$  должна экспоненциально убывать с  $(\omega/kv_e)^2$ .

Как видно из рис. 5, такая зависимость действительно имеет место, причем экспериментальные точки хорошо ложатся на теоретическую кривую.

Чтобы проверить, что это затухание действительно связано с резонансными электронами, авторы работы<sup>9</sup> изменяли потенциал торцевого электрода и тем самым «обрезали хвост» максвелловского распределения, т. е. устраняли наиболее быстрые электроны. Как только граница обрезания доходила до некоторого определенного значения  $v_*$ , наблюдалось резкое изменение затухания. На рис. 6 представлена зависимость скорости электронов  $v_*$ , при которой наблюдался скачок затухания, от фазовой скорости волны  $v_\phi = \omega/k$ . Этот график убедительно показывает, что затухание действительно связано с резонансными электронами.

В последующих экспериментах Малмберга, Уортона<sup>10</sup>, Ван-Ховена<sup>11</sup> и Дерфлера и Симонена<sup>12, 13</sup> было проведено более подробное исследование дисперсионного соотношения для плазменных волн. На рис. 7 представлены результаты Дерфлера и Симонена для зависимости частоты колебаний  $\omega$  и затухания (мнимой части волнового числа  $k_i$ ) от  $k_r$ , которые

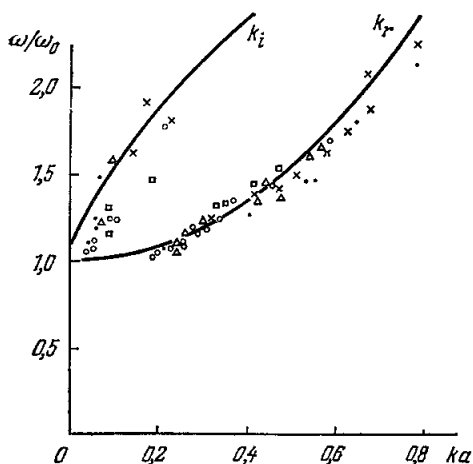


Рис. 7. Дисперсионные кривые для лэнгмюровских волн.

Экспериментальные точки относятся к различным значениям плотности и соответственно лэнгмюровской частоты  $f_0 = \omega_0/2\pi$ :  $\circ$  —  $f_0 = 75$  Мгц,  $\square$  — 60 Мгц,  $\triangle$  — 51 Мгц,  $\times$  — 35 Мгц. Точки сняты при изменении плотности для заданной частоты генератора  $f = 80$  Мгц.

сравниваются с точным дисперсионным соотношением  $\epsilon = 0$  (см. (2,14)) при произвольных  $ka$ . (График рис. 7 следует рассматривать скорее как зависимость  $k_r$  и  $k_i$  от  $\omega$ .) Как мы видим, экспериментальные точки хорошо ложатся на теоретические кривые. Таким образом, в настоящее время не только величину затухания, но и полное дисперсионное соотношение  $\epsilon(k, \omega) = 0$  можно считать надежно установленным экспериментальным фактом.

Совсем недавно Малмберг и Уортон<sup>14</sup> провели исследование затухания волн конечной амплитуды. Их результаты приведены на рис. 8, 9. На рис. 8 показана экспериментально измеренная зависимость амплитуды колебаний от расстояния между зондом-излучателем и зондом-приемником. Амплитуда отложена в относительных единицах. Кривая 1 относится

к волне малой амплитуды. Если не обращать внимания на область расстояний меньше 5 см, где еще не устанавливалась плоская волна, то видно,

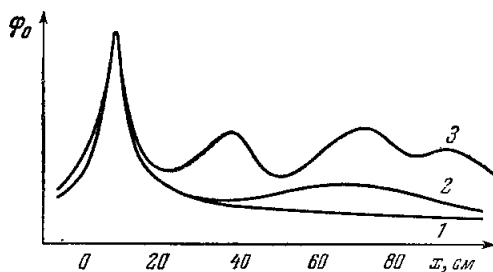


Рис. 8. Затухание волн большой амплитуды.  
1 — 0,9  $\epsilon$ , 2 — 2,85  $\epsilon$ ; 3 — 9  $\epsilon$  переменного поля на зонде-излучателе волн.

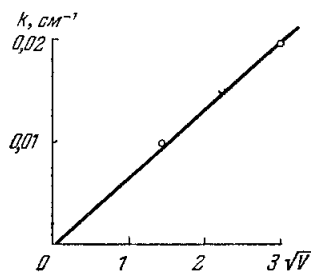


Рис. 9. Зависимость волнового числа  $K$  колебаний амплитуды волны от потенциала  $V$  на зонде-излучателе.

что волна затухает монотонно по экспоненциальному закону. При увеличении амплитуды волны на зависимости амплитуды от расстояния появляются осцилляции, период которых уменьшается по мере увеличения амплитуды. На рис. 9 представлена зависимость волнового числа  $K$  осцилляций амплитуды как функции потенциала  $V$ , подаваемого на зонд-излучатель.

Как видим, эта зависимость согласуется с теоретической (см. (4,1)), по которой частота колебаний  $\Omega$ , а следовательно, и  $K$  должны возрастать, как квадратный корень из амплитуды.

Затухание Ландау, разумеется, относится не только к лэнгмюровским волнам, оно играет существенную роль и во многих других коллективных процессах в плазме. В частности, затуханием Ландау на ионах определяется возможность или невозможность распространения звука, точнее, ионного звука в плазме. Если ионная температура  $T_i$  мала по

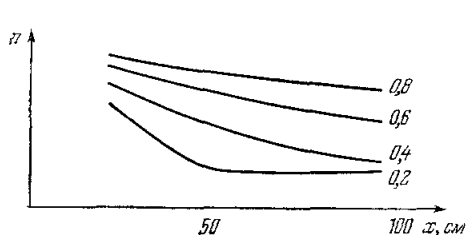


Рис. 10. Расплывание неоднородности плотности в изотермической плазме. Цифры около кривых означают время в мксек.

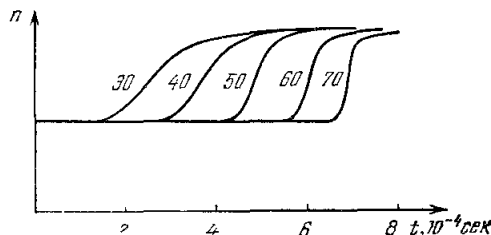


Рис. 11. Формирование ударной волны в неизоотермической плазме.

Числа около кривых указывают расстояние от сетки, создающей начальный перепад плотностей.

сравнению с электронной  $T_e$ , то в плазме могут распространяться звуковые волны с фазовой скоростью  $v_{\phi} = c_s = \sqrt{T_e/M}$ , где  $M$  — масса ионов. По мере повышения температуры  $T_i$  увеличивается число резонансных ионов, что приводит к затуханию волн, а при  $T_i \sim T_e$ , когда средняя тепловая скорость ионов  $v_i = \sqrt{2T_i/M}$  становится порядка  $c_s$ , распространение ионнозвуковых волн вообще становится невозможным. Этот вывод был подтвержден экспериментально <sup>8</sup>.

В какой-то мере он относится и к нелинейным явлениям. В работе <sup>15</sup>, например, изучался вопрос о распространении нелинейных волн в неизоотермической плазме. Эксперимент проводился в щелочной плазме, которая создавалась при помощи ионизации паров цезия на нагретой пластине. Путем изменения давления нейтрального газа в камере авторы могли в достаточно широких пределах варьировать ионную температуру  $T_i$ , так что можно было непрерывно переходить от сильно неизоотермической плазмы ( $T_i \ll T_e$ ) к изотермической ( $T_i = T_e$ ).

Помещая перед нагретой пластиной, на которой происходило образование плазмы, заряженную отрицательно сетку, поглощающую значительную часть падающих на нее ионов, авторы могли создавать начальный перепад плотностей достаточно большой величины. При снятии потенциала сетки начинала распространяться волна повышенной плотности. Как видно из рис. 10, в изотермической плазме эта волна быстро расплывалась за счет «расползания» горячих ионов, связанного с затуханием Ландау. Напротив, в неизоотермической плазме (рис. 11) фронт становился более крутым и происходило образование разрыва плотности, как и должно быть при распространении нелинейной звуковой (простой) волны. Этот эксперимент показывает, что затухание Ландау на ионах при  $T_i = T_e$  оказывается эффективным для волн не только малой, но и конечной амплитуды.

Итак, эффект затухания Ландау к настоящему времени можно считать надежно подтвержденным экспериментально. Возникает еще вопрос,

можно ли экспериментально проверить, что затухание Ландау не приводит непосредственно к необратимости и что в бесстолкновительной плазме сохраняется «память» о затухших колебаниях. Такая проверка может быть сделана в экспериментах с эхом.

## 6. СПИНОВОЕ ЭХО

Напомним сначала, что представляет собой эхо. Эффект эха был обнаружен Ханом <sup>16</sup> в экспериментах по ядерному магнитному резонансу. Внешне он выглядит следующим образом. Если на частоте, близкой к резонансной, приложить два коротких импульса, разделенных промежутком  $\tau$  (рис. 12), то вслед за вторым импульсом через время  $\tau$  появляется импульс, соответствующий спонтанному излучению ядерных спинов на резонансной частоте. Этот эффект, который носит название спинового эха, был объяснен самим Ханом <sup>16</sup>.

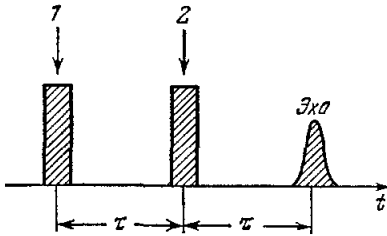


Рис. 12. Спиновое эхо.

Рассмотрим систему ядерных спинов в сильном магнитном поле и допустим, что в начальный момент все магнитные моменты направлены вдоль поля (ось  $z$  на рис. 13). Как известно, наложение резонансных ВЧ колебаний приводит к тому, что спины начинают отклоняться от оси  $z$ . Допустим для простоты, что первый импульс является 90-градусным, т. е. его амплитуда подобрана таким образом, что спины отклоняются на 90° и переходят на ось  $x$ . После прекращения импульса за счет прецессии магнитного момента должно иметь место излучение на резонансной частоте. Однако в силу малой неоднородности внешнего магнитного поля это

излучение быстро прекращается. Так как частота прецессии  $\omega$  немного меняется от точки к точке, вскоре фазы различных спинов «разойдутся», и в среднем по образцу их можно будет считать распределенными равномерно (см. рис. 13, *a*).

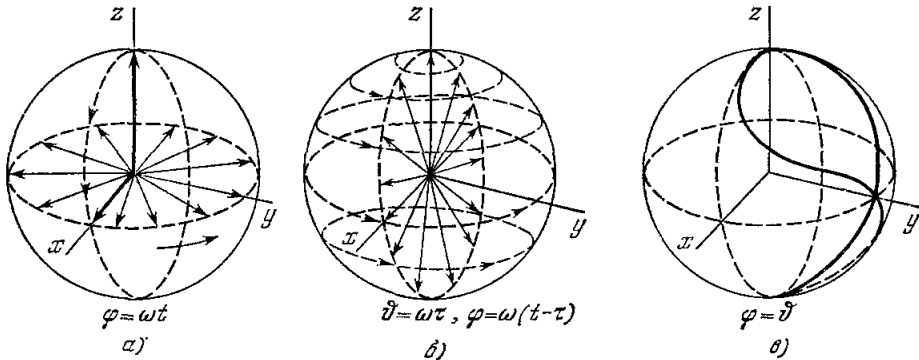


Рис. 13. Поворот и прецессия спинов при наличии эха.

Допустим теперь, что в момент  $t = \tau$  прикладывается второй точно такой же ВЧ импульс, который можно назвать 180-градусным. Этот импульс поворачивает весь «вееер» спинов на 90° (см. рис. 13, *b*), и теперь начальному углу  $\varphi = 0$  будет соответствовать угол  $\varphi = \omega\tau$ . В последующие моменты времени спины будут прецессировать по  $\varphi$ , каждый со своей

частотой  $\omega$ , и очень быстро они распределятся равномерно по сфере рис. 13, б. Однако через промежуток времени  $\tau$  после второго импульса спины снова дадут отличный от нуля макроскопический магнитный момент. В самом деле, к этому моменту времени  $\phi = \omega\tau$ , а фаза для каждого спина также равна  $\phi = \omega\tau$ , т. е. для всех спинов  $\phi = \phi$ , и, следовательно, концы спинов будут равномерно распределены по кривой  $\phi = \phi$ , имеющей вид «восьмерки» (см. рис. 13, в), где угол  $\phi$  следует считать изменяющимся от 0 до  $2\pi$ . Излучение в этот момент и представляет собой эхо. Позднее эффект эха был обнаружен во многих физических объектах (см. обзор <sup>17</sup>).

Нетрудно видеть, что эффект исчезновения макроскопического момента за счет разброса частот прецессии, связанного с неоднородностью магнитного поля, имеет много общего с затуханием Ландау. В первом случае магнитный момент исчезает за счет разброса фаз в пространстве, так что возникает быстро осциллирующее с  $r$  распределение магнитного момента по образцу, а во втором — исчезает среднее электрическое поле за счет «расползания» пучков резонансных частиц по скоростям. Естественно, следует ожидать возможности эффекта типа эха на плазменных колебаниях <sup>18</sup>. Но сначала познакомимся с циклотронным эхом в плазме.

### 7. ЦИКЛОТРОННОЕ ЭХО В ПЛАЗМЕ

Циклотронное эхо в плазме было обнаружено Хиллом и Капланом <sup>19</sup>. Эксперимент ставился следующим образом <sup>19-21</sup>. Поперек столба созданной ВЧ разрядом распадающейся плазмы, когда ток в ней практически

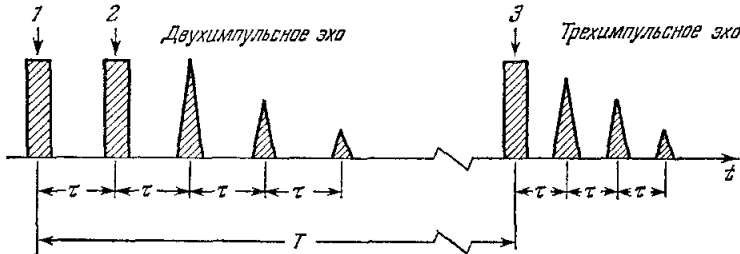


Рис. 14. Циклотронное эхо.

отсутствовал и она была достаточно спокойна, пропускались два импульса ВЧ колебания с интервалом  $\tau$ . Плазма помещалась в магнитное поле около 3 кгс, а частота генератора была близка к циклотронной частоте электронов. Амплитуда ВЧ импульсов была достаточно высокой, так что электроны могли приобретать энергию при циклотронном резонансе, значительно превышающую тепловую. После прохождения двух импульсов от внешнего генератора наблюдались импульсы из плазмы на циклотронной частоте с интервалом  $\tau$  (рис. 14).

Кроме такого двухимпульсного эха авторы наблюдали трехимпульсное эхо, когда третий импульс подавался с большой задержкой  $T$ , значительно превышающей время столкновений электронов с атомами нейтрального газа, но меньшей времени релаксации электронов по энергиям. Как показано схематически на рис. 14, после этого снова наблюдалась серия импульсов из плазмы.

Объяснение механизма циклотронного эха и его основных особенностей было дано Кроуфордом и Хаупом <sup>22</sup> на основе идеи Гулда <sup>23</sup>. В своей

основе циклотронное эхо близко к спиновому. Если при ядерном магнитном резонансе действие ВЧ поля приводит к повороту спинов от оси  $z$ , то при циклотронном резонансе происходит набор энергии электронами.

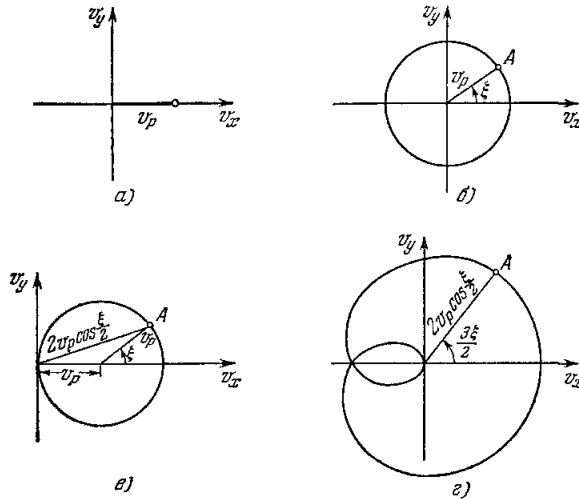


Рис. 15. Распределение электронов по скоростям при наличии двухимпульсного эха.

а) Сразу после импульса 1; б) перед импульсом 2; в) сразу после импульса 2; г) в момент первого эха.

скоро достигнут однородного распределения по фазам в среднем по образцу.

Рассмотрим теперь некоторую группу электронов  $A$ , имеющих одну и ту же фазу перед вторым импульсом (рис. 15, б). Точнее, в эту группу входят все электроны с фазами  $\xi + 2\pi n$ , где  $n$  — целое число. Во время второго импульса электроны набирают или теряют энергию, в зависимости от того, какова их фаза, и действие импульса можно учесть простым сдвигом всей функции распределения на одну и ту же величину  $v_p$ , как и в первом импульсе. Группа  $A$  выделенных нами электронов будет иметь при этом скорость (по абсолютной величине)  $2v_p \cos \frac{\xi}{2}$ , как видно из рис. 15, в. Так как в эту группу входят электроны из различных точек пространства, которым соответствуют разные циклотронные частоты, то в течение времени частицы этой группы начнут расходиться в пространстве скоростей. Однако, поскольку электроны вращаются с той же самой угловой скоростью, что и прежде, они будут вновь группироваться через интер-

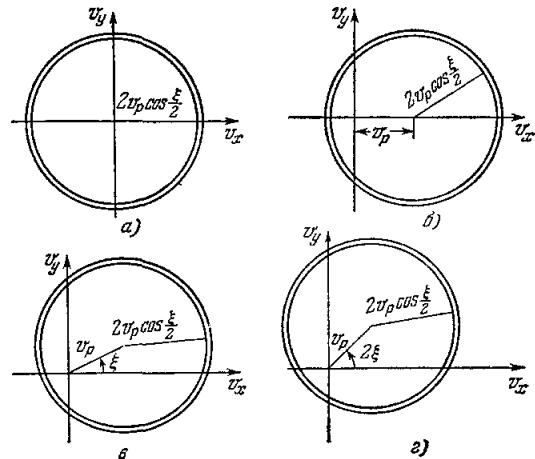


Рис. 16. Распределение электронов по скоростям при наличии трехимпульсного эха.

а) Перед импульсом 3; б) сразу после импульса 3; в) в момент первого эха; г) в момент второго эха.

валом. Однако, поскольку электроны вращаются с той же самой угловой скоростью, что и прежде, они будут вновь группироваться через интер-

Если продолжительность импульса не слишком велика, то в нем содержится достаточно много гармоник, так что даже при наличии некоторой неоднородности магнитного поля можно считать, что все электроны (вначале холодные) приобретают одну и ту же энергию. Пусть в пространстве скоростей  $(v_x, v_y)$ , т. е. в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, положение электронов сразу после первого импульса отвечает точке  $(v_p, 0)$  (рис. 15, а). В последующие моменты времени электроны будут вращаться с циклотронной частотой, и при наличии малой неоднородности магнитного поля они очень



валы времени  $\tau$ . Например, через время  $t = \tau$  после второго импульса, т. е. к первому сигналу эха, частицы этой группы соберутся в точке  $A$  рис. 15,  $z$  с фазой  $3/2\xi$ , а все распределение электронов по скоростям превратится в кривую, изображенную на рис. 15,  $z$ .

Это значит, что электроны, совершающие циклотронные колебания, потенциально содержат эффект эха. Однако фактически распределение рис. 15,  $z$  никакого эха не дает: нетрудно проверить, что при таком распределении суммарный ток, выражающийся через средние значения  $\langle v_x \rangle$ ,  $\langle v_y \rangle$ , равен нулю. Это и не удивительно: ведь рассмотренная нами система является линейной — мы просто сложили эффекты от двух импульсов. Эхо же представляет собой существенно нелинейный эффект: суммарный сигнал здесь не представляет суперпозицию откликов на каждый импульс, он определяется двумя импульсами сразу.

Чтобы циклотронное эхо действительно проявилось, в игру должен вступить какой-нибудь нелинейный механизм, который бы несколько нарушил картину рис. 15,  $z$  и привел к отсутствию точной компенсации всех токов. Таким нелинейным механизмом может быть, например, зависимость массы от скорости (релятивистский эффект), нелинейность волны и т. д. Но наиболее простым и естественным механизмом является просто зависящая от скорости частота столкновений  $\nu(v)$ . Столкновения электронов с атомами нейтрального газа или между собой приводят к тому, что часть электронов выбывает из когерентного движения. Если частота столкновений зависит от скорости, то число выбывших из кривой рис. 15,  $z$  электронов будет различно в разных точках и, следовательно, появится макроскопический ток на циклотронной частоте, т. е. возникнет эхо. Экспериментальные данные хорошо согласуются с этим механизмом<sup>21, 24</sup>. Им же объясняется и трехимпульсное эхо.

Как уже отмечалось выше, для трехимпульсного эха к моменту третьего импульса электроны успевают полностью потерять направленный импульс, но еще не успевают потерять энергию (при упругих столкновениях с атомами нейтрального газа время релаксации энергии в  $M/m$  раз больше времени релаксации импульса). Это значит, что электроны группы  $A$  рис. 15 перед третьим импульсом будут распределены равномерно по сфере радиуса  $2v_p \cos \frac{\xi}{2}$  (рис. 16,  $a$ ). Сразу после третьего импульса эта сфера оказывается сдвинутой на величину  $v_p$  (рис. 16,  $b$ ), а затем электроны этой группы «расползаются» по фазам. Однако через интервалы времени  $\tau$  будет происходить группировка в пространстве скоростей со сдвигом фаз  $\xi$  от импульса к импульсу (рис. 16,  $в$  и  $г$ ). Но опять, чтобы суммарный ток был отличен от нуля, должен действовать механизм зависимости частоты столкновений от скорости. И сам эффект, как нетрудно видеть, достигает максимума, когда частота столкновений становится порядка обратного времени между импульсами  $\tau^{-1}$ . Эти выводы также удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Циклотронное эхо и само по себе представляет большой интерес, как новый нелинейный эффект в плазме, но, кроме того, оно может быть использовано для целей диагностики, в частности для исследования процессов релаксации в плазме.

## 8. ЭХО НА ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛНАХ

Вернемся теперь к плазменным волнам. Как было показано Малмбергом и Уортоном<sup>14</sup>, в них также может проявляться эффект эха. Рассмотрим сначала более простой случай модулированных пучков Ван-Кампена, распространяющихся в виде плоских волн вдоль оси  $x$ .

Такие волны могут возбуждаться в плазме с помощью сетки, на которую подается периодический сигнал. Пусть частота этого сигнала значительно больше плазменной  $\omega_0$ . Тогда диэлектрическую постоянную плазмы  $\epsilon$  можно считать равной единице, т. е. поляризацией среды в волнах можно пренебречь. В этих условиях возмущение функции распределения электронов, прошедших через сетку, равно просто

$$f_1(x, v, t) = f_1(v) \exp\left(-i\omega t + i\omega \frac{x}{v}\right), \quad (8,1)$$

где  $f_1(v)$  — амплитуда возмущения функции распределения вблизи сетки. Вид возмущения (8,1) следует из того, что вдали от сетки  $f_1(v)$  должно удовлетворять уравнению свободного движения частиц

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_1}{\partial x} = 0. \quad (8,2)$$

Функцию распределения (8,1) можно рассматривать как набор модулированных пучков. Вблизи сетки все эти пучки колеблются в фазе, но по мере удаления от нее фазы пучков с разными  $v$  сильно различаются, поэтому плотность заряда

$$\rho = -e \int f_1 dv \quad (8,3)$$

должна быстро уменьшаться при увеличении  $x$  ( $f_1$  становится быстро осциллирующей функцией  $v$ ). Это значит, что колебания электрического потенциала должны быстро убывать при удалении от сетки, и этот эффект вполне аналогичен расфазировке магнитных моментов перед вторым импульсом при наблюдении спинового эха.

Допустим теперь, что на расстоянии  $d$  от первой сетки расположена вторая, на которую подается переменный потенциал с частотой  $\omega'$ , также большей  $\omega_0$ . Тогда от второй сетки также побегут волны Ван-Кампена, возникающие вследствие возмущения  $f_0$ . Но, кроме того, вторая сетка будет модулировать функцию (8,1), так что появится нелинейный отклик  $f_2$  на комбинационной частоте:

$$f_2(x, v, t) = f_2(v) \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \pm i\omega'\left(t - \frac{x-d}{v}\right)\right\}. \quad (8,4)$$

При  $x = \omega'd/(\omega' - \omega)$  экспонента, отвечающая частоте  $\omega'' = \omega - \omega'$ , перестанет зависеть от  $v$ . Это значит, что в точке

$$x = \frac{\omega'}{\omega' - \omega} d = d + \frac{\omega}{\omega' - \omega} d \quad (8,5)$$

должны наблюдаться заметные колебания плотности заряда на частоте  $\omega'' = \omega - \omega'$ . Другими словами, электрический зонд, помещенный в эту точку, должен обнаружить эхо на комбинационной частоте.

Аналогичное рассмотрение можно провести и для более общего случая плазменных колебаний<sup>14</sup>. Наиболее интересным было бы, разумеется, наблюдать эхо в том случае, когда одна из частот  $\omega$ ,  $\omega'$  или  $\omega''$  близка к плазменной. Эксперименты с эхом как на электронных, так и на ионных плазменных волнах были проведены в самое последнее время<sup>26,27</sup>; в частности, было проверено соотношение (8,5) для положения максимума сигнала эха.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прошло больше двадцати лет с того времени, когда Л. Д. Ландау показал, как следует корректно решать кинетическое уравнение для малых колебаний плазмы при заданных начальных и граничных условиях. Обнаруженный им новый эффект бесстолкновительного затухания волн

стал бесспорным достоянием физики плазмы. Но глубокий физический смысл и значение затухания Ландау для коллективных процессов в плазме были выяснены только в последующих работах и главным образом в последние годы.

Рассмотрение затухания нелинейных волн показало, что линейная стадия поглощения энергии волны резонансными электронами продолжается лишь ограниченный промежуток времени и, если резонансных частиц мало, амплитуда волны уменьшается незначительно. Это исследование продемонстрировало ограниченность линейного приближения. Переход к исследованию нелинейных явлений в плазме позволил, кроме того, установить новый для физики плазмы подход, который дает возможность выяснить вопрос об обратимости затухания Ландау. Этот подход связан с явлением эха. Обнаруженный не так давно эффект циклотронного эха был первым шагом на пути исследования этой интересной области нелинейных явлений. Надо полагать, что в ближайшее время будут проведены эксперименты по эффекту эха и связанным с ним коллективным явлениям для более широкого класса колебаний плазмы.

Резюмируя, можно сказать, что в настоящее время затухание Ландау представляет собой фундаментальный и надежно подтвержденный экспериментально эффект. Затухание Ландау и связанный с ним комплекс физических явлений составляют основу для понимания многих коллективных процессов в плазме.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 16, 574 (1946) или УФН 93 (3), 527 (1967).
2. А. А. Власов, ЖЭТФ 8, 291 (1938) или УФН 93 (3), 444 (1967).
3. А. А. Vlasov, J. Phys. (USSR) 9, 25 (1945).
4. N. S. Van Kamp, Physica 21, 949 (1955) (см. перевод в сб. «Колебания сверхвысоких частот в плазме», М., ИЛ, 1961).
5. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, Ядерный синтез, Приложение, часть 3, 1049 (1962).
6. Л. М. Альтшуль, В. И. Карпман, ЖЭТФ 49, 515 (1965).
7. T. M. O'Neil, Phys. Fluids 8, 2255 (1965).
8. A. Y. Wong, N. D'Angelo, R. W. Motley, Phys. Rev. A133, 436 (1964).
9. J. H. Malmberg, C. B. Wharton, W. E. Drummond, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, vol. 1, Vienna, 1966, стр. 485.
10. J. H. Malmberg, C. B. Wharton, Phys. Rev. Lett. 17, 175 (1966).
11. G. Van-Poven, Phys. Rev. Lett. 17, 169 (1966).
12. H. Derfler, T. C. Simonen, Phys. Rev. Lett. 17, 172 (1966).
13. H. Derfler, T. C. Simonen, 8th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers, Vienna, 1967, стр. 335.
14. J. H. Malmberg, C. B. Wharton, Phys. Rev. Lett. 19, 775 (1967).
15. H. K. Andersen, N. D'Angelo, P. Michelson, P. Nielsen, Phys. Rev. Lett. 19, 149 (1967).
16. E. L. Hahn, Phys. Rev. 80, 580 (1950).
17. А. Н. Ораевский, УФН 91(2), 181 (1967).
18. R. W. Gould, T. M. O'Neil, J. H. Malmberg, Phys. Rev. Lett. 19, 219 (1967).
19. R. M. Hill, D. E. Kaplan, Phys. Rev. Lett. 14, 1061 (1965).
20. D. E. Kaplan, R. M. Hill, A. Y. Wong, Phys. Lett. 22, 585 (1966).
21. D. E. Kaplan, R. M. Hill, G. F. Hermann, см.<sup>13</sup>, стр. 424, 1967.
22. R. F. Crowford, R. S. Houpp, J. Appl. Phys. 37, 4405 (1966).
23. R. W. Gould, Phys. Lett. 19, 477 (1965).
24. R. M. Hill, D. E. Kaplan, Phys. Rev. 156, 118 (1967).
25. D. Bohm, E. P. Gross, Phys. Rev. 75, 1851, 1864 (1949).
26. J. H. Malmberg, C. B. Wharton, R. W. Gould, T. M. O'Neil, Phys. Rev. Lett. 20, 95 (1968).
27. H. Ikezi, N. Takahashi, Phys. Rev. Lett. 20, 140 (1968).