

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.17

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ И УПРАВЛЯЕМЫЕ
ТЕРМОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ *)***Б. Б. Кадомцев*

Как известно, главным препятствием на пути получения управляемых термоядерных реакций является неустойчивость плазмы. Именно о нее разбиты надежды на быстрое решение этой проблемы на основе самосжимающихся сильноточных разрядов. Именно неустойчивость плазмы и связанные с ней коллективные процессы выявили недостаточность имеющихся у нас знаний для понимания происходящих в плазме процессов и перевели исследования по программе управляемых реакций на рельсы упорного и кропотливого изучения физики плазмы. Можно без преувеличения сказать, что в настоящее время на каждой из установок с высокотемпературной плазмой приходится изучать тот или иной вид неустойчивости.

Что касается теоретических исследований, то в них также значительная доля усилий тратится на обнаружение и изучение различного рода неустойчивостей плазмы. Некоторое время назад ввиду нескончаемого потока статей, в которых обнаруживались все новые и новые виды неустойчивостей, казалось, что мы никогда не достигнем полного описания неустойчивостей разреженной плазмы в сильном магнитном поле. К счастью, в последнее время ситуация стала улучшаться. Несмотря на то, что активность в области исследования неустойчивостей плазмы сохраняется на прежнем уровне, становится ясно, что реальную угрозу для удержания высокотемпературной плазмы в магнитном поле представляет лишь некоторое ограниченное число неустойчивостей.

Почему это так, можно понять из следующей цепочки рассуждений. Источником неустойчивости плазмы служит любая ее неравновесность: неоднородность в пространстве, неизотермичность, анизотропия, наличие пучков и т. д. С термодинамической точки зрения неравновесная плазма в пренебрежении столкновениями представляет собой метастабильное состояние, а раскачка колебаний из-за неустойчивости соответствует одному из возможных путей установления термодинамического равновесия. Стабилизация неустойчивости соответствует наложению запрета на данный вид перехода, и подобно тому, как при запрете одной из схем распада радиоактивного ядра реализуется другая, менее вероятная, так и при подавлении одной из основных неустойчивостей выступает другая, менее бурная. Так например, в экспериментах М. С. Иоффе с сотрудниками¹, в которых изучалось поведение плазмы в ловушках с магнитными пробками, подавление наиболее опасной желобковой неустойчивости привело к тому, что на первый план выступила более тонкая пиллоуэновская неустойчивость. А поскольку полная стабилизация

*) Доклад, прочитанный на сессии Отделения общей и прикладной физики АН СССР 23 января 1966 г.

всех неустойчивостей разреженной плазмы, по-видимому, невозможна, то в каждом конкретном эксперименте существует ограниченная группа неустойчивостей, наиболее опасных из числа нестабилизированных, которая и будет ответственна за коллективные процессы в плазме.

Какая именно группа неустойчивостей является наиболее опасной, это зависит от конкретных экспериментальных условий, т. е. от конфигурации магнитного поля, температуры и плотности плазмы, методов ее создания и т. д. Имея в виду приложения к управляемым термоядерным реакциям, мы рассмотрим здесь только тороидальные системы, обладающие гораздо большим «запасом прочности» по сравнению с адиабатическими ловушками, т. е. менее чувствительные к превышению потерь над классическими.

Если отвлечься от возможностей стабилизации, то наибольшую опасность представляют, безусловно, магнитогидродинамические неустойчивости², в которых макроскопические участки плазмы могут перемещаться со скоростями порядка тепловой скорости ионов $v_i = \sqrt{T/m_i}$, где T — температура, m_i — масса иона. В зависимости от энергетических источников неустойчивости и характера колебаний плазмы, можно различать более частные виды магнитогидродинамических неустойчивостей — винтовую, желобковую и баллонную. Винтовая неустойчивость может развиваться в тороидальных системах при наличии продольного тока, именно энергия магнитного поля тока и составляет энергетический резервуар этой неустойчивости. Однако в действительности винтовую неустойчивость не следует считать опасной, так как она сравнительно легко стабилизируется наложением сильного продольного магнитного поля, когда начинает выполняться критерий Шафранова — Крускала. Не представляет большой опасности и винтовая неустойчивость с конечной проводимостью (*tearing-mode*). Что касается желобковой и тесно связанной с ней баллонной неустойчивостей, развивающихся за счет выталкивания диамагнитной плазмы в сторону выпуклости силовых линий, то при достаточно малом давлении плазмы p по сравнению с давлением магнитного поля $H^2/8\pi$ и наличии «шира» — перекрещенности силовых линий — они также легко стабилизируются. Таким образом, с учетом возможностей стабилизации магнитогидродинамические неустойчивости можно считать не опасными. Другими словами, не представляет больших трудностей добиться наложения запрета на распад плазмы через магнитогидродинамические неустойчивости.

Нетрудно понять, почему удается достигнуть запрета. Дело в том, что быстрые перемещения плазмы со скоростями порядка тепловой возможны только за счет возникновения поперечного электрического поля в плазме \mathbf{E} , в котором частицы дрейфуют со скоростью $\mathbf{v} = \frac{c[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{H^2}$. Это же соотношение можно записать в виде $\mathbf{E} = -\frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}]$, и из уравнения Максвелла получаем

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{rot} [\mathbf{v}\mathbf{H}]. \quad (1)$$

Последнее соотношение, как можно показать, эквивалентно вмороженности в плазму силовых линий магнитного поля. Таким образом, быстрые перемещения плазмы в тороидальной геометрии в отсутствие замыкания силовых линий неизбежно приводят к искривлению силовых линий, т. е. к возмущению магнитного поля. Потенциальный барьер, связанный с увеличением энергии магнитного поля при возмущении, как раз и создает стабилизирующий эффект.

В условиях, когда магнитогидродинамически плазма устойчива, роль наиболее опасных начинают играть более медленные неустойчивости, к которым относятся прежде всего дрейфовые неустойчивости³. Дрейфовые неустойчивости могут развиваться на потенциальных колебаниях, при которых магнитное поле не возмущается. Их характерное время развития — порядка времени обращения a/v_d частиц вокруг плазменного шнура при дрейфовом движении со скоростью $v_d \sim v_i \rho_i / a \sim v_e \rho_e / a$, где v_i — тепловая скорость ионов, $\rho_i = \frac{v_i}{\Omega H_i} = \frac{v_i m_i c}{c H}$ — их средний ларморовский радиус, v_e, ρ_e — те же величины для электронов, a — радиус плазменного шнура. Время развития дрейфовой неустойчивости с не очень малой длиной волны в $a/\rho_i > 1$ раз больше характерного времени магнитогидродинамических колебаний.

Дрейфовые неустойчивости не поддаются полной стабилизации, однако и в этом случае можно воспользоваться эффектами запрета. Один из них связан с тем, что электронная компонента плазмы имеет тенденцию быть «приклеенной» к силовым линиям магнитного поля. В самом деле, допустим, что силовые линии магнитного поля лежат на замкнутых тороидальных магнитных поверхностях, вложенных друг в друга, уравнение которых дается соотношением $\psi(x, y, z) = \text{const}$. Ввиду очень большой подвижности электронов вдоль силовых линий и достаточно большой частоты электрон-электронных столкновений, у электронов быстро устанавливается распределение Максвелла с температурой T_e , постоянной на магнитных поверхностях: $T_e = T_e(\psi)$. Поскольку функция распределения электронов по скоростям близка к максвелловской, то для них можно воспользоваться гидродинамическим уравнением равновесия

$$\nabla n T_e - en \nabla \varphi - \frac{en}{c} [\mathbf{v}_e \mathbf{H}], \tag{2}$$

где φ — потенциал электрического поля.

Проектируя векторное уравнение (2) на направление магнитного поля, получим

$$\nabla_{\parallel} n T_e = en \nabla_{\parallel} \varphi. \tag{3}$$

Отсюда следует, что вдоль силовой линии устанавливается распределение Больцмана:

$$\varphi = - \frac{T_e}{e} \ln n - \varphi_0. \tag{4}$$

Если силовые линии не замыкаются, а заполняют всю поверхность $\psi = \text{const}$, то φ_0 зависит только от ψ , и в этом случае в любом направлении вдоль поверхности $\psi = \text{const}$ градиент давления электронов уравновешен электрическим полем: $\nabla_{\perp} n T_e = en \nabla_{\perp} \varphi$. Из уравнения (2) следует при этом, что нормальная к поверхности $\psi = \text{const}$ компонента скорости электронов v_{en} обращается в нуль. Таким образом, если удается установить распределение Больцмана, то даже при наличии медленных колебаний плотности электроны не могут перемещаться поперек магнитных поверхностей. Другими словами, развитие неустойчивостей, связанных с градиентом плотности, и аномальная поперечная диффузия на колебаниях происходят только за счет нарушения распределения Больцмана.

В разреженной плазме такое нарушение возникает вследствие того, что столкновения не успевают восстанавливать максвелловское распределение. При очень редких столкновениях это приводит к возможности развития неустойчивости на запертых частицах: в неоднородном магнитном поле тороидальных систем всегда имеется группа частиц, запертых между «пробками» — областями с повышенным магнитным полем,

и в отсутствие столкновений на этих частицах может развиваться неустойчивость типа желобковой. Если столкновения не очень редки, то неустойчивость на запертых частицах отсутствует, и нарушение максвелловского распределения происходит либо за счет взаимодействия резонансных электронов с дрейфовыми волнами, либо из-за продольной инерции электронов, либо за счет электрон-ионной силы трения, т. е. конечной проводимости. Последние эффекты невелики, и при наличии перекрещенности силовых линий соответствующие неустойчивости малоэффективны. При этом на первый план выступает дрейфово-температурная неустойчивость. Эта неустойчивость, как видно из ее названия, принадлежит к классу дрейфовых и связана с градиентом температуры. Дрейфово-температурная неустойчивость не приводит к сильной диффузии плазмы, но создает большой поток тепла поперек магнитного поля. Она развивается только при достаточно большом градиенте температуры, а именно, при $\frac{d \ln T}{d \ln n} > 1$. Поэтому, добиваясь снижения плотности плазмы у стенок камеры, можно заметно снизить величину аномальной теплопроводности от этой неустойчивости.

Второй эффект запрета, существующий в дрейфовых неустойчивостях, состоит в следующем. Все дрейфовые неустойчивости развиваются на медленных колебаниях, распространяющихся по малому азимуту с фазовой скоростью порядка $v_d \sim v_i \rho_i / a$. Дрейфовые волны существуют только в том случае, если их фазовая скорость вдоль магнитного поля превышает тепловую скорость ионов v_i , т. е. если соответствующие возмущения сильно вытянуты вдоль магнитного поля. При наличии перекрещенности силовых линий — «шира» — этот эффект приводит к сильной локализации колебаний в радиальном направлении. Величину «шира» можно определить следующим образом. Введем в рассмотрение величину s — угол прокручивания силовых линий по малому азимуту после обхода тора. Если угол s изменяется с радиусом, т. е. с расстоянием от магнитной оси системы, то это и означает, что силовые линии перекрещиваются, т. е. изменяют свой наклон по отношению к магнитной оси по мере увеличения радиуса r . Пусть Δs есть изменение угла при переходе от оси ($r = 0$) к краю шнура ($r = a$). Тогда в качестве величины «шира» можно принять $\theta = \frac{a}{L_0} \Delta s$, где L_0 — длина обхода тора. При малых Δs величина θ представляет собой угол между приосевой и периферийной силовыми линиями.

Ширина локализации дрейфовых волн порядка ρ_i / θ , и увеличивая θ , ее можно снизить до величины порядка нескольких ρ_i , причем локализованные в различных точках по радиусу волны должны иметь различное число узлов по азимуту. Это приводит к тому, что различные волны оказываются слабо связанными друг с другом, и конвекция тепла или частиц принимает эстафетный характер — тепло, переносимое одной ячейкой, подхватывается следующей и т. д. В результате, процесс переноса напоминает обычную теплопроводность или диффузию, и поскольку локализация ячеек может быть доведена до нескольких ρ_i , а характерная скорость переноса составляет величину порядка $v_d \sim \rho_i v_i / a$, то эффективный коэффициент температуропроводности (а тем более диффузии) в системах с большим «широм» может быть снижен до величины порядка $\chi \sim \rho_i v_d \sim \rho_i^2 v_i / a$.

Это утверждение, разумеется, справедливо только при условии, что в плазме существуют замкнутые магнитные поверхности. Если силовые линии не лежат на замкнутых поверхностях, а выходят из плазмы, так что их длина внутри плазмы составляет величину порядка L_H , то при

достаточно большой длине $L_H > a^2/\rho_i$ прямого нарушения равновесия еще не происходит, так как за время $t \sim a/v_i$ оборота по малому радиусу за счет дрейфового движения ионы не будут успевать выходить на стенки вдоль силовых линий. Однако поскольку подвижность электронов вдоль магнитного поля очень велика, то может развиваться процесс утечки, при котором электроны покидают ловушку вдоль, а ионы поперек магнитного поля. Для того чтобы имела место бомовская утечка с временем жизни

$$\tau = \frac{\pi a^2 e H}{c T}, \quad (5)$$

достаточно, чтобы электроны успевали выходить из ловушки вдоль силовых линий за время τ , т. е. $L_H/v_e < \tau \sim a^2/\rho_e v_e$. Таким образом, при

$$a^2/\rho_i < L_H < a^2/\rho_e \quad (6)$$

должна иметь место утечка порядка бомовской.

Ввиду этого вопрос о наличии или отсутствии магнитных поверхностей является первостепенным по важности для всей проблемы магнитной термоизоляции. Более конкретно его можно сформулировать следующим образом: какие требования должны быть предъявлены к магнитной конфигурации, чтобы даже при наличии некоторых начальных возмущений магнитное поле в присутствии плазмы стремилось бы со временем к состоянию с вложенными друг в друга замкнутыми магнитными поверхностями? В настоящее время этот вопрос еще не проанализирован полностью. Можно, по-видимому, лишь утверждать, что в осесимметричных системах (типа токамак, левитрон и др.) при наличии минимума среднего магнитного поля эффект восстановления магнитных поверхностей существует. Что же касается систем со слабым продольным полем (типа зеты), где силовые линии выпуклы наружу, или сложных магнитных конфигураций типа стелларатор, то для них требуется провести дополнительное исследование.

Итак, если магнитные поверхности существуют, то в системе с достаточно большим «широм» можно существенно снизить аномальную утечку достаточно плотной плазмы, на фактор порядка ρ_i/a по сравнению с бомовской⁴. Однако соответствующие потери все же намного больше классических. Представляет интерес рассмотреть, что означают такие потери с точки зрения достижения самоподдерживающейся термоядерной реакции и к каким требованиям они приводят.

В равнокомпонентной смеси дейтерия и трития при $\beta = \frac{8\pi p}{H^2} < 1$ для достижения самоподдерживающейся реакции необходимо обеспечить время удержания⁵ $\tau > 6 \cdot 10^7/H^2\beta$. Если в качестве масштаба принять бомовское время (6), учитывая возможность увеличения множителем $\alpha^{-1} > 1$, то условие самоподдержания реакции запишется в виде

$$a^2 H^3 > 2 \cdot 10^7 \frac{\alpha}{\beta} \frac{c T}{e}. \quad (7)$$

Отсюда видно, что для самоподдерживающегося реактора необходимо использовать максимально возможное магнитное поле. В настоящее время имеется принципиальная возможность создания при помощи сверхпроводящих обмоток магнитного поля $H = 10^5$ э. Подставляя это значение в (7) и полагая $T = 10$ кэв, получаем

$$a > 1,4 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что при $\beta = 10^{-2}$ и бомовской утечке ($\alpha = 1$) малый радиус тора оказывается равным 14 м. При утечке, на два порядка мень-

шей ($\alpha = 10^{-2}$), радиус a принимает более приемлемое значение $a = 1,4$ м. При этом $\rho_i/a \sim 10^{-3}$, т. е. возможность достижения $\alpha = 10^{-2}$ и даже меньших значений α кажется вполне реальной. При $\beta \sim 10^{-2}$, что соответствует плотности $n \sim 10^{15}$ см $^{-3}$ при температуре $T = 10$ кэв, следует ожидать, что магнитогидродинамически плазма будет устойчива, и к утечке должны приводить только дрейфовые неустойчивости. Что касается неустойчивости на запертых частицах, то при указанной плотности она также еще не опасна. Таким образом, величины $a \approx 10^2$ см, $H \approx 10^5$ э можно считать ориентировочными значениями для размера и магнитного поля термоядерного реактора. Сам реактор можно представить себе в виде крутого тора типа токамак, в котором магнитные поверхности создаются за счет продольного тока.

Рассмотрим теперь вопрос о возможности достижения термоядерной температуры ($T > 5$ кэв) при помощи джоулева нагрева. Джоулево тепловыделение в единице объема равно

$$j^2/\sigma \approx \frac{c^2 H_\phi^2}{4\pi^2 \sigma a^2}, \quad (9)$$

где σ — проводимость, j — плотность тока, H_ϕ — значение азимутального магнитного поля на краю разряда. Чтобы плазма нагревалась, джоулево тепло должно быть больше энергетических потерь, равных $\alpha \frac{cT}{eN\lambda a^2} 3nT$. Учитывая, что $2nT = \beta H^2/8\pi$, получаем

$$H > \alpha\beta \frac{H^2}{H_\phi^2} \frac{\sigma T}{ec}. \quad (10)$$

Подставляя сюда $T = 5$ кэв (при этом $\sigma = 4 \cdot 10^{18}$), находим

$$H > 10^9 \alpha\beta \frac{H^2}{H_\phi^2}. \quad (11)$$

Отсюда видно, что при $\alpha = \beta = 10^{-2}$ и $H = 10^5$ э, что представляется вполне разумным, джоулев нагрев был бы достаточен, если бы имелась возможность поднимать H_ϕ до величины H . Проведенные к настоящему времени эксперименты на токамаках показывают, что шнур с током макроскопически устойчив при $q > q_0 = 2 \div 4$, где $q = \frac{aH}{RH_\phi}$ — «коэффициент запаса», т. е. при $\frac{H^2}{H_\phi^2} > \frac{R^2 q_0^2}{a^2}$. Однако из теоретического рассмотрения не видно, почему нельзя получать меньшие значения q , подбирая соответствующее распределение тока по радиусу. Поэтому было бы желательным провести более подробное исследование винтовой неустойчивости на токамаках. Кроме того, следовало бы выяснить, какая максимальная тороидальность (т. е. максимальное отношение малого радиуса тора a к большому R) может быть создана практически.

Если величину H^2/H_ϕ^2 не удастся снизить до значения порядка 10, то можно использовать еще возможность снижения величины α и β хотя бы на время джоулева нагрева. Как мы видим из соотношения (11), при $\alpha = \beta = 10^{-3}$ и $H = 10^5$ э джоулев нагрев проходит даже при $H_\phi/H \sim \sim 10^{-1}$ (при $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ магнитнотормозное излучение еще не играет роли). Из теоретических представлений следует, что возможность временного снижения величины α существует. Для этого можно использовать эффект малости коэффициента диффузии по сравнению с коэффициентом температуропроводности и на время нагрева производить «отрыв» плазмы от стенок либо наращиванием магнитного поля, либо перемещением диафрагмы. Кроме того, снаружи от шнура можно добавить примеси, чтобы

уменьшить проводимость и увеличить джоулево тепловыделение в этой области. Таким образом, нельзя полностью исключить джоулев нагрев как один из возможных методов создания «термоядерной плазмы», хотя его эффективность лежит на грани необходимой.

Резюмируя, можно сказать, что хотя почти и не осталось надежд на полную стабилизацию плазмы, теоретически кажется возможным существенно снизить эффект от неустойчивостей путем увеличения размеров системы, величины магнитного поля и перекрещенности силовых линий. При этом должны быть полностью стабилизированы быстрые магнитогидродинамические неустойчивости идеальной плазмы, а следующие по опасности дрейфовые неустойчивости сильно подавляются. Для достижения управляемых термоядерных реакций на этом пути необходимо преодолеть огромные технические трудности, связанные с проблемой создания магнитного поля порядка 10^5 э в объеме порядка многих кубометров. Эти выводы носят предварительный характер. Чтобы получить уверенность в их правильности, необходимо провести обширные физические исследования, ставящие своей общей целью создание полных представлений о коллективных процессах в плазме.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Г о т т, М. С. И о ф ф е, Е. Е. Ю ш м а н о в, in «Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research», vol. 1, Vienna, 1966, стр. 35.
2. Б. Б. К а д о м ц е в, в сб. «Вопросы теории плазмы», т. 1, М., Госатомиздат, 1963.
3. А. Б. М и х а и л о в с к и й, в сб. «Вопросы теории плазмы», т. 3, М., Госатомиздат, 1963.
4. Б. Б. К а д о м ц е в, О. П. И о г у ц е, in «Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research», vol. 1, Vienna, 1966, стр. 365.
5. Л. А. А р ц и м о в и ч, Управляемые термоядерные реакции, М., Физматгиз, 1961, стр. 49.