И.А. Соломещ

ПАРАДОКС ЧАСОВ. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ*

Аннотация

Даётся подробный разбор парадокса часов. Показано, что он возник из-за неоправданного, как оказалось, отождествления показаний часов в момент их возвращения с отсчитанным ими временем.

1 Введение

1.1 Уже в первой статье [1,1905] по специальной теории относительности (СТО) для инерциальных систем отсчета (ИСО) Эйнштейн вывел из преобразований Лоренца необычное следствие об отставании движущихся часов, для ссылок будем называть его леммой. На основе этой леммы в той же статье Эйнштейн доказал удивительное

Утверждение 1[1]. *Пусть в точке a на оси x некоторой ИСО S находятся двое одинаковых синхронизированных часов C и C'. Если одни из них – C' переместить вдоль оси x с постоянной скоростью v в другую точку b оси x и затем сразу же с той же скоростью и по тому же пути возвратить в исходную точку, то по возвращении показание двигавшихся часов окажется меньше показания часов, всё время остававшихся в точке a.*

При этом приращение показаний подвижных часов от начала движения до возвращения в точку a будет в

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \tag{1.1}$$

раз меньше приращения показаний неподвижных часов между этими же моментами (c – скорость света в вакууме).

*На английском языке эта статья помещена на сайте http://lanl.arxiv.org/abs/0710.0197 .

[1]Формулировки даются применительно к пространственно одномерному случаю, единственно интересующему нас в этой работе.

Парадоксальность утверждения 1 резко увеличивается, если с подвижными часами связать систему координат с осью x', сонаправленной с осью x, и той же единицей масштаба. Исходя из относительности движения неподвижными можно считать часы C', а движущимися относительно них считать часы C. Тогда, казалось бы, утверждение 1, но со сменой ролей часов C и C', приводит к выводу, что

Утверждение 2. К моменту возвращения меньшим уже окажется показание часов C ,

что, как считалось, противоречит прежнему утверждению. Это противоречие и было названо парадоксом часов (времени, близнецов). Итак,

Парадокс часов состоит в том, что, казалось бы, обоснованные утверждения 1 и 2 несовместимы.

Справедливость парадокса часов, как представлялось, неминуемо влечёт заключение о внутренней противоречивости СТО.

Дальнейшее развитие событий здесь можно описать лишь пунктиром, в общих чертах.

В 1911 году Ланжевен [2] придал утверждению об отставании движущихся по замкнутому маршруту часов (утверждение 1) форму утверждения о замедлении старения космических путешественников и возможности совершать как угодно далекие космические путешествия в течение жизни одного поколения космонавтов. В этой же работе Ланжевен выдвинул против доказательства утверждения 2

Довод 1. Система отсчета, связанная с движущимися часами C', не является инерциальной из-за ускорения, которое она неизбежно претерпевает в связи с изменением направления движения, и выводы СТО к ней неприменимы[2].
Таким образом утверждение 2 несостоятельно и парадокс разрешён.

В ответ Лауэ [3, 1913] отметил, что в вопросе об отставании двигавшихся часов по возвращении в исходную точку ускорение несущественно, т.к. за счет увеличения участков равномерного движения отставание на них можно сделать как угодно большим по сравнению с изменением показаний часов на участках ускорения. Определяющим является то, что часы C' последовательно покоятся в двух различных ИСО. Кроме того в ([4],1913) Лауэ привел обоснование утверждения 1 для более близкого к реальности случая, когда изменение скорости часов C' в начале, при повороте в удаленной точке и в конце пути происходит плавно.

Однако аргументацию Лауэ можно применить и в случае, когда движущимися считаются часы C, и это приводит к выводу, что

Довод 2. На участке удаления C' от C с постоянной скоростью, как и на участке возвращения к C с постоянной скоростью, система отсчёта, связанная с C', будет инерциальной, хотя и разной, на каждом из них. Значит на каждом из этих участков движущимися можно считать часы C и, согласно лемме, отставать будут именно они. Следовательно, при достаточной удаленности точки по-

[2]Заметим, что это возражение можно отнести и к обоснованию Эйнштейном утверждения 1.

ворота часов C' от C и сохранении режима ускорения при повороте, утверждение 2 останется верным и парадокс остаётся.[3]
Более того, можно обеспечить с любой заданной относительной точностью равенство отношения приращений показаний часов, теперь уже C' к приращению показаний часов C, выражению (1.1) .

1.2 Ввиду огромной теоретической (для СТО) и "практической"(после работы Ланжевена [2]) важности, простоты формулировки и несложности используемого математического аппарата, парадокс часов привлёк внимание большого числа профессионалов и любителей.

"Литературы по данному предмету чудовищно много", – писал Мардер ещё в 1971 году во введении книги [5, более 300 библиографических ссылок], представляющей подробный на тот год обзор работ по парадоксу часов.

Поток публикаций на эту тему не иссякает до настоящего времени (последняя известная мне работа [7,2007]).

Чтобы как-то охарактеризовать это море литературы, рассмотрим сначала возможные пути разрешения парадокса.

Коль скоро признано, что утверждения 1 и 2 являются взаимно исключающими, то, учитывая, что доказательство утверждения 1 методами СТО не вызывает сомнений, а единственно известный способ обоснования утверждения 2 – это довод 2, имеются лишь две возможности:

Возможность 1. *Утверждение 2 ошибочно.*

Возможность 2. *СТО внутренне противоречива.*

Следовательно, есть только три пути разрешения парадокса часов.

Путь 1. *Доказать, что средствами СТО утверждение 2 не может быть доказано, чем парадокс был бы снят(в рамках СТО) навсегда.*

Путь 2. *Показать, что приведенное в доводе 2 доказательство утверждения 2 несостоятельно. Этим парадокс был бы снят, по крайней мере, на настоящий момент.*

Путь 3. *Доказать противоречивость СТО, что устраняет и парадокс и саму СТО.*

Обратимся теперь к вопросу о доказательности попыток разрешить парадокс часов.

Первый путь не пройден никем[4]. Достаточно обоснованных работ, следующих третьему пути, тоже нет.

Все работы по парадоксу часов направлены в конечном счёте на опровержение утверждения 2 и по способу выполнения этой задачи распадаются на 2 группы.

---

[3]Мне неизвестно, кто и когда впервые пришел к подобному обоснованию утверждения 2 (его „должен“ был бы выдвинуть Лауэ).Тем не менее это обоснование приведено и тотчас же „опровергается“ в [5, гл.3, §1] и в [6, гл.1, §2].

[4]Здесь и далее такого типа утверждения подразумевают оговорку „насколько известно автору“.

К первой относятся работы, в которых повторяется аргументация Ланжевена(довод 1), что безусловно отвергает все обоснования утверждения 2, типа, приведенного выше (перед формулировкой этого утверждения), но при этом не учитывается довод 2. В эту группу, в частности, попадают работы [8–17].

Ко второй группе относятся работы, в которых тем или иным способом убедительно доказывается справедливость утверждения 1, после чего, молчаливо предполагая непротиворечивость СТО, утверждение 2 считается опровергнутым. Ценность этих работ в плане парадокса лишь в том, что они дают различные варианты доказательства утверждения 1. Однако, поскольку из утверждения 2 следует противоречивость СТО, эти работы не опровергают утверждение 2, а просто изначально полагают его ложным. К этой группе относятся работы [6; 18–21].

Таким образом второй путь тоже никем не пройден и нельзя не согласиться с мнением, высказанным в работе [22]: „Девяносто лет, сотни книг, тысячи статей, но дело фактически не сдвинулось с места, на котором его оставил Лауэ. “.

1.3 В предлагаемой работе показано, что кроме возможностей 1 и 2 имеет место третья возможность – утверждение 2 тоже справедливо и не противоречит утверждению 1. Удалось показать, что тот факт, что показания часов C' при встрече их с часами C больше, ещё не означает, что C' отсчитали большее время. Решение парадокса близнецов оказалось совсем не там, где его искали, понадобилось только уточнить содержание утверждений 1 и 2.

Ситуация тут вполне аналогична случившейся с неким мистером N.

В 9 часов вечера мр. N отъехал от городских часов, направляясь в пункт A, намереваясь вернуться к 6 часам утра следующего дня. На прошлой неделе N уже преодолевал этот маршрут за 9 часов. Мр.N проделал маршрут, полностью соблюдая скоростной режим прошлой поездки. Однако, когда N вернулся, то был поражен - городские часы показывали 7 часов. Таинственное явление объяснялось просто: мр. N упустил из виду, что в минувшую ночь в связи с переходом на летнее время стрелки городских часов передвинули на час вперёд.

2 Вспомогательные сведения. Постановка задачи

В работе рассматриваются лишь пространственно-одномерные ИСО специальной теории относительности S, S' и т.д. с одинаково направленными координатными осями x, x' и т.д., скользящими одна по другой при наличии относительного движения. Точки координатной оси x (x' и т.д.) снабжены часами, синхронизированными между собой по Эйнштейну. Время ИСО S (S' и т.д.) обозначим t (t' и т.д.), начало координат оси x (x' и т.д.) обозначим O (O' и т.д.).

2.1 Вспомогательные сведения. Для удобства приведём часто используемые далее сведения из СТО.

2.1.1 Пусть $\boldsymbol{A}$ – точечное событие, т.е. событие, произошедшее в определённой точке пространства в определённый момент времени.

Пространственно-временными координатами $\boldsymbol{A}$ в ИСО S называются $x_{\boldsymbol{A}}$ – координата на оси x точки, в которой произошло событие, и $t_{\boldsymbol{A}}$ – время по находящимся в этой точке часам, когда это событие произошло. Коротко говорят, что событие $\boldsymbol{A}$ произошло в пространственно-временной точке $(x_{\boldsymbol{A}}, t_{\boldsymbol{A}})$ системы S.

Если известны пространственно-временные координаты некоторого события $\boldsymbol{A}$ в системе S – $(x_{\boldsymbol{A}}, t_{\boldsymbol{A}})$ и в системе S' – $(x'_{\boldsymbol{A}}, t'_{\boldsymbol{A}})$ (т.е. это событие произошло в точке $x_{\boldsymbol{A}}$ оси x в момент, когда эта точка совпала с точкой $x'_{\boldsymbol{A}}$ оси x' и находящиеся в этой точке часы системы S и S' показывали время $t_{\boldsymbol{A}}$ и $t'_{\boldsymbol{A}}$ соответственно), то пространственно-временные координаты ИСО S' и S связанны преобразованием Лоренца

$$\left\{\begin{array}{l} x' - x'_{\boldsymbol{A}} = \gamma\left\{(x - x_{\boldsymbol{A}}) - v(t - t_{\boldsymbol{A}})\right\} \\ t' - t'_{\boldsymbol{A}} = \gamma\left\{(t - t_{\boldsymbol{A}}) - \dfrac{v}{c^2}(x - x_{\boldsymbol{A}})\right\}, \quad \forall x, t, \end{array}\right. \tag{2.1}$$

где v – скорость S' относительно S, а γ определяется соотношением (1.1).

Событие $\boldsymbol{A}$ будем называть согласующим системы S и S'.

В литературе чаще встречается частный случай, когда

$$(x_{\boldsymbol{A}}, t_{\boldsymbol{A}}) = (x'_{\boldsymbol{A}}, t'_{\boldsymbol{A}}) = (0, 0)\ ,$$

т.е. когда начала координат O и O' совпадают как раз в тот момент, когда находящиеся в этих точках часы обеих систем показывают одно и то же время – ноль:

$$\left\{\begin{array}{l} x' = \gamma\,(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right), \quad \forall x, t. \end{array}\right. \tag{2.2}$$

Система уравнений (2.2) связывает четыре переменные x, t, x', t', причём последние выражены в ней через первые две. Выбирая произвольную пару переменных можно, опираясь на (2.2), остальные выразить через них.

Приведём варианты, которые понадобятся в дальнейшем.

$$\left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{x'}{\gamma} + vt \\ t' = \dfrac{t}{\gamma} - \dfrac{v}{c^2}x'\ , \end{array}\right. \tag{2.3}$$

$$\left\{\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{v}\left(x - \dfrac{x'}{\gamma}\right) \\ t' = \dfrac{1}{v}\left(\dfrac{x}{\gamma} - x'\right), \quad v \neq 0\ , \end{array}\right. \tag{2.4}$$

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{\gamma} - vt' \\ t = \dfrac{t'}{\gamma} - \dfrac{v}{c^2}x \ . \end{cases} \tag{2.5}$$

Аналогичные варианты для системы (2.1) получаются из (2.3) – (2.5) заменой x, t, x', t' на $x - x_{\boldsymbol{A}}, t - t_{\boldsymbol{A}}, x' - x'_{\boldsymbol{A}}, t' - t'_{\boldsymbol{A}}$ соответственно, ссылаться на них будем, как на ($2.3_{\boldsymbol{A}}$) – ($2.5_{\boldsymbol{A}}$). Если согласующее событие обозначено другой буквой, вместо $\boldsymbol{A}$ будем подставлять её.

2.1.2 Пусть: S' и S – произвольные ИСО, v – скорость S' относительно S.

Лемма (об отставании движущихся часов)

Если фиксированные в некоторой точке оси x' часы в момент t'_1, показываемый этими часами, прошли мимо часов, фиксированных на оси x и показывающих время t_1, а затем в момент t'_2 – мимо фиксированных на оси x часов, показывающих время t_2, то

$$t'_2 - t'_1 = \frac{1}{\gamma}(t_2 - t_1).$$

Иными словами, промежуток времени между двумя событиями, произошедшими в фиксированной точке системы S', отсчитанный находящимися в этой точке часами этой системы, в γ раз меньше промежутка времени, вычисленного по показаниям неподвижных в системе S часов , находившихся в точках, где эти события произошли.

2.2 Постановка задачи При изучении парадокса часов в работе принимается схема мгновенного изменения скорости C' на противоположную. Конечно, мгновенный разворот реального физического объекта неосуществим, но здесь речь о модельной задаче в рамках математической модели пространственно-временных связей между различными ИСО в СТО.

Мгновенное изменение направления скорости при сохранении её модуля без всяких колебаний использовали Эйнштейн в [1,1905] и, много позже „дискуссии Ланжевен – Лауэ“, другие известные специалисты в СТО (см., например, [12], [13], [19], [20]). Если ещё учесть, что парадокс часов возник именно при использовании схемы „мгновенного поворота“ и что результаты расчётов по этой схеме позволяют получить очень хорошее приближение для случая плавного изменения скорости (обоснования Лауэ [3;4] и подобные им в доводе 2 и далее до пункта 1.2), то принятие этой схемы оправдано.

Кроме того можно считать, что ускорения и торможения часов C' вблизи C нет, полагая, что они проходят мимо C сначала со скоростью v, а в конце – со скоростью $-v$.

Задача.

Часы системы S (S'), находящиеся в начале координат оси x (x'), обозначим C (C'). Пусть:

1)ИСО S' движется относительно ИСО S с относительной скоростью $v > 0$;

2)Часы C' проходят мимо C (первая встреча – событие $\boldsymbol{B}$) в момент, когда часы C' и C показывают время $t' = 0$ и $t = 0$ соответственно;

3)Через время $t_{\boldsymbol{R}}$ по часам системы S после встречи часов C' и C часы C' мгновенно изменяют скорость с v на $-v$ (событие $\boldsymbol{R}$), по-прежнему оставаясь неподвижными относительно оси x'. Таким образом в процессе обратного движения часы C' будут находиться в начале координат той же оси x', но уже в другой ИСО [5].

Требуется, учитывая относительность движения, вычислить показания часов C' и C в момент второй встречи , т.е. когда часы C' и C вновь поравняются (событие $\boldsymbol{E}$),

а)считая неподвижной систему S и соответственно часы C (задача 1) и

в)считая неподвижными поочерёдно системы S' и новую и соответственно часы C' (задача 2).

3 Решение задач 1, 2

однотипно. Процесс изменения взаиморасположения часов C и C' между событиями 1-ая и 2-ая встреча расчленяется на 2 этапа: 1-ая встреча – поворот и поворот – 2-ая встреча. Затем для каждого из событий, ограничивающих эти этапы, выясняются показания „движущихся“ часов (C' или C, в зависимости от точки зрения) в момент этого события и показания часов „неподвижных“ ИСО в тот же момент в точке, где событие произошло.

Даются два решения каждой задачи: простейшее, но тем не менее строгое, и более формализованное, но зато позволяющее детально проанализировать результат.

3.1 Решение задачи 1

3.1.1. Простейшее решение.

Этап $\boldsymbol{B}$ – $\boldsymbol{R}$. Согласно условию 2) задачи часы C' находятся в точке $x = 0$ системы S в момент $t = 0$, т.е. в момент события $\boldsymbol{B}$. Т.к. C' двигаются относительно S со скоростью v то через время $t_{\boldsymbol{R}}$ (т.е. к моменту поворота, т.е. события $\boldsymbol{R}$) они окажутся в точке $x_{\boldsymbol{R}} = vt_{\boldsymbol{R}}$ как раз, когда часы системы S в этой точке показывают время $t_{\boldsymbol{R}}$.

Согласно лемме об отставании движущихся часов

$$t'_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{B}} = \frac{1}{\gamma}\ (t_{\boldsymbol{R}} - t_{\boldsymbol{B}}),$$

так что, учитывая , что согласно условию 2) $t'_{\boldsymbol{B}} = t_{\boldsymbol{B}} = 0$,

$$t'_{\boldsymbol{R}} = \frac{1}{\gamma}\ t_{\boldsymbol{R}}. \tag{3.1}$$

[5]Подобная операция рассматривается в [1,§3].

Напомним, что события $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{R}$ происходят в точке расположения часов C', и поэтому $t'_{\boldsymbol{B}}$ и $t'_{\boldsymbol{R}}$ – показания часов C' в момент этих событий.

Этап $\boldsymbol{R}$ – $\boldsymbol{E}$. В точке $x_{\boldsymbol{R}}$ C' мгновенно меняют скорость на -v, по-прежнему оставаясь неподвижными относительно оси x'. Так что в процессе обратного движения часы C' будут находиться в начале координат той же оси x', но уже в другой ИСО. Обозначим её S'', а ось x' и часы C' после поворота во избежание путаницы переименуем в x'' и C''.

Показания часов C' в момент поворота не меняются, так что

$$t''_{\boldsymbol{R}} = t'_{\boldsymbol{R}}. \tag{3.2}$$

Т.к. в момент $t_{\boldsymbol{R}}$ C'' находились в точке $x = x_{\boldsymbol{R}} > 0$, то двигаясь со скоростью -v относительно оси x в точке $x = 0$ они окажутся в момент $t_{\boldsymbol{R}} + \dfrac{x_{\boldsymbol{R}}}{v} = 2t_{\boldsymbol{R}}$. Так что в момент события $\boldsymbol{E}$ часы C показывают время

$$t_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}. \tag{3.3}$$

По лемме $t''_{\boldsymbol{E}} - t''_{\boldsymbol{R}} = \dfrac{1}{\gamma}(t_{\boldsymbol{E}} - t_{\boldsymbol{R}})$. Учитывая (3.2),(3.1) и (3.3) получаем $t''_{\boldsymbol{E}} = \dfrac{2t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}$.

Итак показания часов C и C'' (они же C') в момент 2-ой встречи (событие $\boldsymbol{E}$) таковы:

$$t_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}, \quad t''_{\boldsymbol{E}} = \frac{2t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}, \quad \frac{t''_{\boldsymbol{E}}}{t_{\boldsymbol{E}}} = \frac{1}{\gamma}. \tag{3.4}$$

3.1.2. Более формализованное решение

Этап $\boldsymbol{B} - \boldsymbol{R}$. По условию 2) задачи координаты события $\boldsymbol{B}$ в системе S — $(x_{\boldsymbol{B}},\, t_{\boldsymbol{B}}) = (0,0)$ и в системе S' — $(x'_{\boldsymbol{B}},\, t'_{\boldsymbol{B}}) = (0,0)$.

Взяв событие $\boldsymbol{B}$ в качестве согласующего для S и S', видим, что связь между координатами событий в этих системах дается любой из систем уравнений (2.2)–(2.5).

По самому смыслу события $\boldsymbol{R}$ известно, что оно происходит в точке $x' = 0$ в момент $t = t_{\boldsymbol{R}}$ по часам системы S. Две другие координаты $\boldsymbol{R}$ — x и t' удобно найти из (2.3), подставив известные x' и t:

$$x = \left.\left(\frac{x'}{\gamma} + vt\right)\right|_{\boldsymbol{R}} = vt_{\boldsymbol{R}}$$

$$t' = \left.\left(\frac{t}{\gamma} - \frac{v}{c^2}x'\right)\right|_{\boldsymbol{R}} = \frac{t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}.$$

Таким образом, координаты $\boldsymbol{R}$ в системах S и S' –

$$(x_{\boldsymbol{R}}, t_{\boldsymbol{R}}) = (vt_{\boldsymbol{R}}, t_{\boldsymbol{R}}),\ (x'_{\boldsymbol{R}}, t'_{\boldsymbol{R}}) = (0, t_{\boldsymbol{R}}/\gamma) \tag{3.5}$$

соответственно. Но координаты события $\boldsymbol{R}$ в системах S' и S'' одинаковы (достаточно вспомнить, что это событие происходит в начале координат обеих систем и учесть (3.2)), так что

$$(x''_{\boldsymbol{R}}, t''_{\boldsymbol{R}}) = (0, t_{\boldsymbol{R}}/\gamma). \tag{3.6}$$

Этап $\boldsymbol{R} - \boldsymbol{E}$. Взяв событие $\boldsymbol{R}$ в качестве согласующего системы S и S'' , получим, что координаты событий в них связаны системой уравнений (2.1) и эквивалентными ей системами $(2.2_{\boldsymbol{R}}) - (2.5_{\boldsymbol{R}})$ (см. последний абзац пункта (2.1.1)) после замены во всех этих системах уравнений v на $-v$ (ведь скорость S'' относительно S — $-v$) и $'$ на $''$. Для определения интересующих нас $t_{\boldsymbol{E}}$ и $t''_{\boldsymbol{E}}$, поскольку по самому определению события $\boldsymbol{E}$ известно, что $x_{\boldsymbol{E}} = x''_{\boldsymbol{E}} = 0$, удобно воспользоваться системой $(2.4_{\boldsymbol{R}})$.

$$t - t_{\boldsymbol{R}} = -\frac{1}{v}\left\{(x - x_{\boldsymbol{R}}) - \frac{x'' - x''_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}\right\}\Bigg|_{\boldsymbol{E}} = \frac{x_{\boldsymbol{R}}}{v} - \frac{x''_{\boldsymbol{R}}}{v\gamma},$$

$$t'' - t''_{\boldsymbol{R}} = -\frac{1}{v}\left\{\frac{x - x_{\boldsymbol{R}}}{\gamma} - (x'' - x''_{\boldsymbol{R}})\right\}\Bigg|_{\boldsymbol{E}} = \frac{x_{\boldsymbol{R}}}{v\gamma} - \frac{x''_{\boldsymbol{R}}}{v}$$

и далее учитывая (3.5),(3.6) получим

$$t = t_{\boldsymbol{R}} + \frac{x_{\boldsymbol{R}}}{v} = 2t_{\boldsymbol{R}},\ t'' = t''_{\boldsymbol{R}} + \frac{x_{\boldsymbol{R}}}{v\gamma} = \frac{2t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma},$$

т.е.

$$t_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}\,,\ \ t''_{\boldsymbol{E}} = \frac{2t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}\,,\ \ \frac{t''_{\boldsymbol{E}}}{t_{\boldsymbol{E}}} = \frac{1}{\gamma}\,, \tag{3.7}$$

что совпадает с ранее полученным результатом (см. (3.4)).

3.2 Решение задачи 2

Теперь движущимися вместе с ИСО S надо считать часы C. Всё же сначала выясним движение S' относительно C и только затем переформулируем происходящее применительно к случаю, когда движущимися считаются C.

В момент $t' = 0$ часы C', находящиеся в точке O', проходят мимо C, находящихся в точке O, вправо, точнее в положительном направлении оси x, со скоростью v. Через некоторое, пока неизвестное, время $t'_{\boldsymbol{L}}$, когда часы C поравняются с часами C'_1 системы S', находящимися в точке $x' = x'_{\boldsymbol{L}}$, тоже пока неизвестной, и показывающими время $t' = t'_{\boldsymbol{L}}$, часы C'_1 мгновенно изменяют скорость относительно оси x на $-v$ (поворот – событие $\boldsymbol{L}$ [6]) и, не меняя своего положения на оси x', начинают двигаться влево по оси x.

В процессе обратного движения часы C'_1 по-прежнему будут находиться в точке $x' = x'_{\boldsymbol{L}}$ оси x', но уже в другой ИСО. Обозначим её S''', а ось x' и часы C'_1 и C'

[6] $x'_{\boldsymbol{L}}$ и $t'_{\boldsymbol{L}}$ как раз являются координатами события $\boldsymbol{L}$ в системе S', так что соглашение об обозначениях координат событий (см. 2.1.1.) тут не нарушенно.

после поворота переименуем в x''', C_1''', C'''. Показания часов C_1' в момент поворота не меняются, так что

$$t'''_{\boldsymbol{L}} = t'_{\boldsymbol{L}}. \tag{3.8}$$

Перейдём к решению задачи 2, движущимися считаем уже часы C.

3.2.1 Простейшее решение

Этап $\boldsymbol{B}$ – $\boldsymbol{L}$. Часы C двигаются относительно x' со скоростью $-v$ и в момент $t' = 0$ находятся в точке $x' = 0$ (событие $\boldsymbol{B}$). Значит через время $t'_{\boldsymbol{L}}$, т.е. к моменту поворота (событие $\boldsymbol{L}$) они окажутся в точке $x'_{\boldsymbol{L}} = -vt'_{\boldsymbol{L}}$, когда находящиеся в ней часы C_1' системы S' показывают время $t'_{\boldsymbol{L}}$.

Согласно лемме, теперь движутся C,

$$t_{\boldsymbol{L}} - t_{\boldsymbol{B}} = \frac{1}{\gamma}\,(t'_{\boldsymbol{L}} - t'_{\boldsymbol{B}}).$$

Учитывая, что $t'_{\boldsymbol{B}} = t_{\boldsymbol{B}} = 0$ имеем

$$t_{\boldsymbol{L}} = \frac{1}{\gamma}\,t'_{\boldsymbol{L}}. \tag{3.9}$$

Поскольку события $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{L}$ происходят в точке, где находятся часы C, то $t_{\boldsymbol{B}}$ и $t_{\boldsymbol{L}}$ – показания часов C в момент этих событий.

Этап $\boldsymbol{L}$ – $\boldsymbol{E}$. В момент $t'_{\boldsymbol{L}} = t'''_{\boldsymbol{L}}$ (см. (3.8)) скорость часов C относительно оси x''' (прежней x') мгновенно становится равной v. Т.к. в момент $t'''_{\boldsymbol{L}}$ C находились в точке $x''' = x'''_{\boldsymbol{L}} = x'_{\boldsymbol{L}}$, то в момент $t''' = t'''_{\boldsymbol{L}} + |x'''_{\boldsymbol{L}}|/v = 2t'''_{\boldsymbol{L}}$ они окажутся в O''', т.е. поравняются с часами $C''' = C'$ (событие $\boldsymbol{E}$)[7]. Так что $t'''_{\boldsymbol{E}} = 2t'''_{\boldsymbol{L}}$ и поскольку согласно лемме $t_{\boldsymbol{E}} - t_{\boldsymbol{L}} = \dfrac{1}{\gamma}\,(t'''_{\boldsymbol{E}} - t'''_{\boldsymbol{L}})$, то, учитывая (3.9) и (3.8), получим $t_{\boldsymbol{E}} = 2t'_{\boldsymbol{L}}/\gamma$.

Итак показания часов C и C''' (они же C') в момент 2-ой встречи (событие $\boldsymbol{E}$):

$$t_{\boldsymbol{E}} = \frac{2t'_{\boldsymbol{L}}}{\gamma}\ , t'''_{\boldsymbol{E}} = 2t'_{\boldsymbol{L}}\ , t'''_{\boldsymbol{E}}/t_{\boldsymbol{E}} = \gamma. \tag{3.10}$$

3.2.2 Более формализованное решение

Этап $\boldsymbol{B}$ – $\boldsymbol{L}$. Как и в 3.1.2 связь между координатами событий в S и S' даётся любой из систем уравнений (2.2) – (2.5).

Событие $\boldsymbol{L}$ происходит в точке $x = 0$ в момент $t' = t'_{\boldsymbol{L}}$ по часам системы S'. Две другие координаты $\boldsymbol{L}$ в системах S и S' — t и x' удобно вычислить по (2.5):

$$x' = \left(\frac{x}{\gamma} - vt'\right)\Big|_{\boldsymbol{L}} = -vt'_{\boldsymbol{L}},\ t = \left(\frac{t'}{\gamma} + \frac{v}{c^2}x\right)\Big|_{\boldsymbol{L}} = \frac{t'_{\boldsymbol{L}}}{\gamma}.$$

[7] Координата точки оси x''', в которой фиксированы часы C''' (они же C') по-прежнему ноль, т.е. они и в S''' находятся в начале координат. Ведь расстояние между отмеченными на прямой точками при сохранении масштаба не зависит от скорости равномерного прямолинейного движения этой прямой относительно некоторой ИСО ([23,§5], [13,гл. 6, §5]).

Таким образом координаты $\boldsymbol{L}$ в системах S и S' —

$$(x_{\boldsymbol{L}}, t_{\boldsymbol{L}}) = (0, t'_{\boldsymbol{L}}/\gamma),\ (x'_{\boldsymbol{L}}, t'_{\boldsymbol{L}}) = (-vt'_{\boldsymbol{L}}, t'_{\boldsymbol{L}}). \tag{3.11}$$

Координаты события $\boldsymbol{L}$ в системах S' и S''' одинаковы, следовательно

$$(x'''_{\boldsymbol{L}}, t'''_{\boldsymbol{L}}) = (-vt'_{\boldsymbol{L}}, t'_{\boldsymbol{L}}). \tag{3.12}$$

Этап $\boldsymbol{L}$ – $\boldsymbol{E}$. Взяв событие $\boldsymbol{L}$ в качестве согласующего системы S и S''' получим, что координаты событий в них связаны любой из систем уравнений $(2.2_{\boldsymbol{L}})$ – $(2.5_{\boldsymbol{L}})$ после замены в них v на $-v$ и $'$ на $'''$.

Т.к. $x_{\boldsymbol{E}} = x'''_{\boldsymbol{E}} = 0$, то искомые $t_{\boldsymbol{E}}$ и $t'''_{\boldsymbol{E}}$ легко вычислить используя ($2.4_{\boldsymbol{L}}$). Учитывая (3.11), (3.12) получим

$$t - t_{\boldsymbol{L}} = -\frac{1}{v}\left\{(x - x_{\boldsymbol{L}}) - \frac{x''' - x'''_{\boldsymbol{L}}}{\gamma}\right\}\bigg|_{\boldsymbol{E}} = \frac{x_{\boldsymbol{L}}}{v} - \frac{x'''_{\boldsymbol{L}}}{\gamma v},$$

$$t''' - t'''_{\boldsymbol{L}} = -\frac{1}{v}\left\{\frac{x - x_{\boldsymbol{L}}}{\gamma} - (x''' - x'''_{\boldsymbol{L}})\right\}\bigg|_{\boldsymbol{E}} = \frac{x_{\boldsymbol{L}}}{\gamma v} - \frac{x'''_{\boldsymbol{L}}}{v}$$

и далее

$$t = t_{\boldsymbol{L}} - \frac{x'''_{\boldsymbol{L}}}{\gamma v} = \frac{2t'_{\boldsymbol{L}}}{\gamma}\ , t''' = t'''_{\boldsymbol{L}} - \frac{x'''_{\boldsymbol{L}}}{v} = 2t'_{\boldsymbol{L}}\ ,$$

т.е.

$$t_{\boldsymbol{E}} = \frac{2t'_{\boldsymbol{L}}}{\gamma}\ , t'''_{\boldsymbol{E}} = 2t'_{\boldsymbol{L}}\ , \frac{t'''_{\boldsymbol{E}}}{t_{\boldsymbol{E}}} = \gamma\ , \tag{3.13}$$

что совпадает с (3.10).

Выясним связь между $t'_{\boldsymbol{L}}$ и $t_{\boldsymbol{R}}$.

Из условий 3) и 1), 2) задачи видим, что известно время $t_{\boldsymbol{R}}$, когда произошло событие $\boldsymbol{R}$, и что

$$x'_{\boldsymbol{R}} = 0,\ x_{\boldsymbol{R}} = vt_{\boldsymbol{R}}. \tag{3.14}$$

Для вычисления $x'''_{\boldsymbol{R}}$ воспользуемся первым уравнением системы $(2.2_{\boldsymbol{L}})$ и (3.12), (3.14), (3.11):

$$x'''_{\boldsymbol{R}} = x'''_{\boldsymbol{L}} + \gamma\left\{(x - x_{\boldsymbol{L}}) + v(t - t_{\boldsymbol{L}})\right\}|_{\boldsymbol{R}} = -vt'_{\boldsymbol{L}} + \gamma\left\{vt_{\boldsymbol{R}} + v(t_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{L}}/\gamma)\right\} = 2v(\gamma t_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{L}}).$$

Но согласно замечанию [7] $x'''_{\boldsymbol{R}} = 0$, следовательно

$$t'_{\boldsymbol{L}} = \gamma t_R\ . \tag{3.15}$$

Теперь соотношения (3.10) $\equiv$ (3.13) для показаний часов C и C' в момент 2-ой встречи можно, как и в (3.7), выразить через $t_{\boldsymbol{R}}$:

$$t_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}\ , t'''_{\boldsymbol{E}} = 2\gamma t_{\boldsymbol{R}}\ , t'''_{\boldsymbol{E}}/t_{\boldsymbol{E}} = \gamma. \qquad (3.16).$$

4 Разрешение парадокса

В разделе 3 было дано подробное, с указанием деталей, которые обычно в литературе в лучшем случае лишь подразумеваются, решение задачи о показаниях часов C и C' в момент 2-ой встречи.

Получилось,что в γ раз большими будут показания часов, которые при решении условно считаются неподвижными.

Так как показания часов в момент 1-ой встречи были одинаковыми – равными нулю, то показания в момент 2-ой встречи в литературе отождествлялись с промежутками времени, отсчитанными часами между 1-ой и 2-ой встречей.

Это и породило парадокс часов, согласно которому не суть явления определяет которые из часов отсчитают большее время, а то, какие из них условно считаются неподвижными.

Далее показывается, что показания часов и отсчитанное ими время – это в рассматриваемой задаче, вообще говоря, разные величины и что независимо от метода подсчёта больший промежуток времени отсчитают часы, всё время фиксированные в одной и той же ИСО.

Парадокс часов находит естественное разъяснение, он перестаёт быть парадоксом.

Перейдём к выяснению, какое отношение имеют показания часов в момент 2-ой встречи: $t_{\boldsymbol{E}}, t''_{\boldsymbol{E}}$ - в задаче 1 и $t_{\boldsymbol{E}}, t'''_{\boldsymbol{E}}$ - в задаче 2 к промежутку времени между 1-ой и 2-ой встречей, измеренному этими часами, который обозначим $\tau_{\boldsymbol{E}}, \tau''_{\boldsymbol{E}}$ и $\tau'''_{\boldsymbol{E}}$ соответственно. Напомним, что значение $t_{\boldsymbol{E}}$ в 1-ой и 2-ой задачах совпадают.

4.1 В задаче 1 неподвижной считалась ИСО S. Часы C этой системы, находящиеся в точке O, всё время между 1-ой встречей (событие $\boldsymbol{B}$) и 2-ой (событие $\boldsymbol{E}$) шли своим естественным ходом и потому разница их показаний $t_{\boldsymbol{E}} - t_{\boldsymbol{B}} = t_{\boldsymbol{E}}$ и есть время, отсчитанное этими часами между событиями $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{E}$, т.е.

$$\tau_{\boldsymbol{E}} = t_{\boldsymbol{E}}. \tag{4.1}$$

Часы C' всё время находились в начале координат оси x' (переименованной в x'' после поворота). От момента события $\boldsymbol{B}$ до момента поворота (событие $\boldsymbol{R}$) они были часами в системе S'.

В момент поворота C' были включены в ИСО S'' и переименованы в часы C'' , но их показания не были изменены (см.(3.2)) и они продолжали идти своим естественным, но уже в системе S'' , ходом до момента 2-ой встречи. Поэтому время, отсчитанное часами C' (потом переименованными в C'') между событиями $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{E}$

$$\tau''_{\boldsymbol{E}} = (t''_{\boldsymbol{E}} - t''_{\boldsymbol{R}}) + (t'_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{B}}) = t''_{\boldsymbol{E}} - t'_{\boldsymbol{B}} = t''_{\boldsymbol{E}}\ .$$

Здесь учтено, что $t'_{\boldsymbol{B}} = 0$ и $t''_{\boldsymbol{R}} = t'_{\boldsymbol{R}}$.

Таким образом

$$\tau''_{\boldsymbol{E}} = t''_{\boldsymbol{E}}. \tag{4.2}$$

Итак (см.(4.1), (4.2)) в задаче 1 показания часов C и C' в момент 2-ой встречи совпадают с временем, отсчитанным ими между 1-ой и 2-ой встречей, т.е. (см.(3.7))

$$\tau_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}\ , \tau''_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}/\gamma. \tag{4.3}$$

Отметим, что показания часов C' менялись непрерывно на протяжении всего времени, поскольку они были включены в систему S'' с сохранением показаний в момент поворота. И т.к. показания C' в момент поворота в системе S'' было задано, то остальные часы системы S' после перехода в систему S'' должны были быть синхронизированы по часам C', и априори не ясно, сохранили ли они непрерывность показаний в момент изменения направления их движения [8].

4.2 В задаче 2 неподвижными считались часы C' и поочерёдно связанные с ними ИСО S' и S'''. Относительно показаний часов C остаётся справедливым сказанное в пункте 4.1, так что по-прежнему справедливо (4.1), т.е. $\tau_{\boldsymbol{E}} = t_{\boldsymbol{E}}$.

Остаётся разобраться с показаниями часов C''' (переименованные C') в момент 2-ой встречи — $t'''_{\boldsymbol{E}}$.

В пункте 3.2.2 при решении задачи 2 было выяснено, что координаты событий в системах S и S' связаны любой из систем уравнений (2.2) – (2.5), а в системах S и S''' — ($2.2_{\boldsymbol{L}}$) – ($2.5_{\boldsymbol{L}}$), с заменой v на $-v$ и $'$ на $'''$. Сейчас удобно воспользоваться системами (2.3) и ($2.3_{\boldsymbol{L}}$). Последняя не была подробно записана ранее, дадим её здесь под номером (4.4):

$$\begin{cases} x - x_{\boldsymbol{L}} = \dfrac{(x''' - x'''_{\boldsymbol{L}})}{\gamma} - v(t - t_{\boldsymbol{L}}) \\ \\ t''' - t'''_{\boldsymbol{L}} = \dfrac{t - t_{\boldsymbol{L}}}{\gamma} + \dfrac{v}{c^2}(x''' - x'''_{\boldsymbol{L}})\ . \end{cases} \tag{4.4}$$

Изменение направления движения часов C относительно оси x' произошло в точке $x'_{\boldsymbol{L}}$ оси x' в момент времени $t'_{\boldsymbol{L}}$ по часам C'_1, фиксированным в этой точке (событие $\boldsymbol{L}$). При этом часы C'_1 включились в ИСО S''' с сохранением координаты на оси x' (теперь уже x''') и непрерывности показаний (см. (3.11_2) и (3.12)).

Остальные часы системы S''' тоже сохраняют значение координаты (см. примечание [7]), но должны быть синхронизированы с C'_1 (теперь уже C'''_1) при переходе в систему S'''.

Выясним, сохраняют ли они непрерывность показаний. Для этого рассмотрим фиксированные в произвольной точке x' оси x' часы $C'_{x'}$ системы S'. В некоторый момент изменится направление движения оси x относительно точки x' и часы $C'_{x'}$ включатся в систему S'''. Пусть t — время этого перехода по часам системы S, расположенным в точке x, совпадающей с x' в этот момент. Тогда время t' по часам $C'_{x'}$ в системе S' в момент этого перехода определяется системой уравнений (2.3),

[8] в пункте 4.2 выяснится, что – не сохранили.

а время t''' в тот же момент по тем же часам, но уже в системе S''', — системой уравнений(4.4).

Почленно вычитая уравнения (2.3_2) из (4.4_2) с учётом равенств $x' = x'''$, (3.11), (3.12) и (1.1) получим:

$$t''' - t' = t'''_{\boldsymbol{L}} - \frac{t_{\boldsymbol{L}}}{\gamma} + \frac{v}{c^2}(x''' + x' - x'''_{\boldsymbol{L}}) = t'_{\boldsymbol{L}}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{v}{c^2}2x' =$$

$$= \frac{2v^2}{c^2}t'_{\boldsymbol{L}} + \frac{2v}{c^2}x' = \frac{2v}{c^2}(x' - x'_{\boldsymbol{L}}).$$

Таким образом показания часов системы S', расположенных в точке x' (т.е. $C'_{x'}$) в момент включения в систему S''' претерпевают

$$\textit{Скачок} = t''' - t' = \frac{2v}{c^2}(x' - x'_{\boldsymbol{L}}). \tag{4.5}$$

В частности, учитывая (3.11) и (3.15), показания часов C', расположенных в точке $x' = 0$, при включении в систему S''', т.е. в момент события $\boldsymbol{R}$, претерпевают скачок

$$t'''_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{R}} = \frac{2\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}}\ , \tag{4.6}$$

т.е. их показания в связи с пересинхронизацией следует увеличить на эту величину.

Теперь ясно, что в момент 2-ой встречи показания часов C' будут больше времени, отсчитанного ими между 1-ой и 2-ой встречей, настолько, насколько их показания были увеличены скачком в момент события $\boldsymbol{R}$ между 1-ой и 2-ой встречей, т.е. на $\dfrac{2\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}}$.

Более формально, время, отсчитанное часами C' (потом переименованными в C''') между событиями $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{E}$ с учётом (4.6), (3.16) и (1.1) равно

$$\tau'''_{\boldsymbol{E}} = (t'''_{\boldsymbol{E}} - t'''_{\boldsymbol{R}}) + (t'_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{B}}) = t'''_{\boldsymbol{E}} - (t'''_{\boldsymbol{R}} - t'_{\boldsymbol{R}}) = t'''_{\boldsymbol{E}} - \frac{2\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}} = \frac{2t_{\boldsymbol{R}}}{\gamma}.$$

Так что в задаче 2 время, отсчитанное часами C и C' от 1-ой встречи до 2-ой равно соответственно

$$\tau_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}\ , \tau'''_{\boldsymbol{E}} = 2t_{\boldsymbol{R}}/\gamma\ , \tag{4.7}$$

что совпадает с результатами (4.3), полученными в задаче 1.

Таким образом парадокс исчезает, остаётся лишь недоразумение, имевшее место в связи с тем, что показания часов C' в момент 2-ой встречи в задаче 2 отождествляли с отсчитанным ими временем между 1-ой и 2-ой встречей.

4.3 Для завершения картины установим связь между системами S'' и S'''. В каждой из них ось x' после поворота служит осью пространственных координат в одной – под названием x'', в другой – x'''. Так что эти системы неподвижны относительно друг друга.

В качестве системы, связывающей S'' и S''' с S удобно взять системы, получающиеся из (2.1) заменой v на $-v$ и символов $\boldsymbol{A}$ и $'$ на $\boldsymbol{R}$ и $''$ в первом случае и на $\boldsymbol{L}$ и $'''$ – во втором. Выпишем эти системы под номерами (4.8), (4.9) соответственно.

$$\begin{cases} x'' - x''_{\boldsymbol{R}} = \gamma\left\{(x - x_{\boldsymbol{R}}) + v(t - t_{\boldsymbol{R}})\right\} \\ t'' - t''_{\boldsymbol{R}} = \gamma\left\{(t - t_{\boldsymbol{R}}) + \dfrac{v}{c^2}(x - x_{\boldsymbol{R}})\right\}, \end{cases} \tag{4.8}$$

$$\begin{cases} x''' - x'''_{\boldsymbol{L}} = \gamma\left\{(x - x_{\boldsymbol{L}}) + v(t - t_{\boldsymbol{L}})\right\} \\ t''' - t'''_{\boldsymbol{L}} = \gamma\left\{(t - t_{\boldsymbol{L}}) + \dfrac{v}{c^2}(x - x_{\boldsymbol{L}})\right\}. \end{cases} \tag{4.9}$$

Вычитая почленно уравнения (4.8_1) из (4.9_1) и (4.8_2) из (4.9_2) получим

$$\begin{cases} x''' - x'' = (x'''_{\boldsymbol{L}} - x''_{\boldsymbol{R}}) + \gamma\{(x_{\boldsymbol{R}} - x_{\boldsymbol{L}}) + v(t_{\boldsymbol{R}} - t_{\boldsymbol{L}})\} \\ t''' - t'' = (t'''_{\boldsymbol{L}} - t''_{\boldsymbol{R}}) + \gamma\left\{(t_{\boldsymbol{R}} - t_{\boldsymbol{L}}) + \dfrac{v}{c^2}(x_{\boldsymbol{R}} - x_{\boldsymbol{L}})\right\}. \end{cases}$$

Согласно (3.5_1), (3.11_1) и (3.15)

$$x_{\boldsymbol{R}} - x_{\boldsymbol{L}} = vt_{\boldsymbol{R}}\ ,\ t_{\boldsymbol{R}} - t_{\boldsymbol{L}} = 0\ ;$$

и согласно (3.6), (3.12), (3.15) и (1.1)

$$x'''_{\boldsymbol{L}} - x''_{\boldsymbol{R}} = -v\gamma t_{\boldsymbol{R}}\ ,\ t'''_{\boldsymbol{L}} - t''_{\boldsymbol{R}} = \gamma t_{\boldsymbol{R}}(1 - 1/\gamma^2) = \frac{\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}}\ .$$

Подставляя это в последнюю систему уравнений, получим

$$\begin{cases} x''' - x'' = 0 \\ t''' - t'' = \dfrac{2\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}}. \end{cases} \tag{4.10}$$

Следовательно ИСО S''' и S'', которые ранее считали совпадающими, имеют общую координатную ось, но отличаются сдвигом показаний часов системы S''' на величину $\dfrac{2\gamma v^2}{c^2}t_{\boldsymbol{R}}$ по сравнению с часами системы S'', расположенными в той же точке координатной оси.

5 Заключение

Коротко опишем суть изложенного.

1. Ось x всё время включена в ИСО S. Ось x' сначала включена в ИСО S' и движется вдоль оси x в положительном направлении (вправо). Поскольку через некоторое время она изменяет направление движения относительно ИСО S, то она не может оставаться в ИСО S' и включается в другую.

2. Оказалось, что при переходе оси x' из S' в другую ИСО непрерывность показаний могут сохранить лишь одни часы этой оси, показания остальных при этом скачком должны быть изменены на величину, зависящую от их положения на оси x'. Эти изменения не были осознаны, но они автоматически учитывались преобразованиями Лоренца.

3. При решении задач 1 и 2 о показаниях часов в момент 2-ой встречи (момент возвращения часов друг к другу) всегда, без специальных оговорок, осознанно или нет, принималось, что непрерывность показаний в 1-ой задаче сохраняют часы C', находящиеся в начале координат оси x', а во 2-ой задаче – часы C'_1, находящиеся на оси x' в точке крайнего левого положения часов C на этой оси.

Поэтому в предположениях 2-ой задачи показания часов C' скачком увеличиваются как раз на такую величину, что к моменту возвращения их показания будут во столько раз больше показаний часов C, во сколько они были меньше в предположениях 1-ой задачи.

4. Эти правильные результаты принимались ранее за исключающие друг друга (парадокс часов) из-за того, что задачи 1, 2 считались раньше по сути одной и той же, но с разных точек зрения сформулированной задачей. Между тем, с учётом негласных предположений, это разные задачи, поскольку в первой непрерывность показаний сохраняют часы C', а во 2-ой – C'_1, как следствие, показания C' при этом принудительно увеличиваются скачком.

И так как этот парадокс подвергал сомнению внутреннюю непротиворечивость СТО, то многие, даже крупные специалисты (см. введение) „предпочли“ лучше усомниться в правильности решения задачи 2, чем признать результаты её решения. Решение 1-ой задачи в рамках СТО сомнению не подвергалось.

5. После того, как в разделе 4 было показано, что с учётом скачка показаний часов время, измеренное часами C' в момент возвращения, в 1-ой и 2-ой задачах одинаково, „большой“ парадокс часов, грозивший внутренней непротиворечивости СТО, был разрешён.

Однако остаётся неразрешенным „малый“ парадокс часов, поскольку непонятно, почему часы C' должны вернуться с показаниями меньшими показаний часов C. Ведь на участках равномерного движения они, согласно СТО, находятся в совершенно таких же условиях, как и часы C, а факт изменения направления движения не может, согласно Лауэ, при достаточной длине этих участков внести существенные изменения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Einstein, Zur Elertrodynamik der bewegter Körper. Ann. Phys., 17, 891-921, 1905. На русском – в [24].
2. P. Langevin,L' évolution de léspace et du temps. Scientia, 10, 31, 1911.
3. M. von Laue, Das Relativtätsprinzip. Jahrbücher der Philosophie, Berlin, 1913, 99-128.
4. M. von Laue, Das Relativtätsprinzip. Braunschweig, 1913.
5. Л. Мардер, Парадокс часов. Мир, 1974.
6. И.И. Гольденблат, Парадоксы времени в релятивистской механике. Наука, 1972.
7. T. Grandou, J.L. Rubin, Twin Paradox and Causality. arXiv:0704.2736v1 [gr-gc] 20Apr2007.
8. A. Einstein, Eine Dialog über Einwände gegen die Relativtätstheorie. Naturwiss., 6, 697 – 702, 1918. На русском – в [24].
9. В. Паули, Теория относительности. Гостехиздат, 1947.
10. В.А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения. ГИТТЛ, 1955.
11. Я.П. Терлецкий, Парадоксы теории относительности. Наука, 1966.
12. Д. Бом, Специальная теория относительности. Мир, 1967.
13. М. Борн, Эйнштейновская теория относительности. Мир, 1972.
14. Л.И. Мандельштам, Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. Наука, 1972.
15. К. Мёллер, Теория относительности. Атомиздат, 1975.
16. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика, т.2, Теория поля. Наука, 1988.
17. R.P. Feinman, R.B. Leighton, M. Sands, The Feinman lectures on physics, Mainly mechanics, radiation, and heat. London, 1977.
18. M. Born, Ein Besuch bei den Raumfahrern und das Uhrenparadoxon. Physik. Bl., 14, 207, 1958. На русском – в [25].
19. Э.Ф. Тейлор, Дж.А. Уилер, Физика пространства – времени. Мир, 1971.
20. Г. Бонди, Гипотезы и мифы в физической теории. Мир, 1972.
21. Л. Бриллюен, Новый взгляд на теорию относительности. Мир, 1972.
22. A.F. Kracklauer, P.T. Kracklauer, On the Twin Non - paradox. arXiv:physics/0012041v1 [physics.gen-ph] 18Dec2000.
23. A. Einstein, Principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne. Arch. sci. phys. Natur., ser.4, 29, 5 - 18, 125 - 144, 1910. На русском – в [24].
24. А. Эйнштейн, Собрание научных трудов, т.1. Наука, 1965.
25. М. Борн, Размышления и воспоминания физика. Наука, 1977.