"МАЛЫЙ" ПАРАДОКС ЧАСОВ. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

И.А. Соломещ

Аннотация

„Малый“ парадокс часов (как и „большой“) заключается в расхождении расчётных показаний движущихся часов в момент возвращения при оценке их двумя различными способами.

Обращается внимание на то, что этот парадокс (как и „большой“) возник из-за того, что при переходе от одного способа получения оценки к другому оставалась незамеченной непроизвольная замена одного физического процесса другим. Различие между этими парадоксами лишь в участвующих в подмене процессах.

1 Введение

В первой статье [1,1905] по специальной теории относительности (СТО) Эйнштейн получил странное, по его собственной оценке, следствие.

Пусть в некоторой точке инерциальной системы отсчёта (ИСО) находятся часы этой системы и идентичные синхронизированные с ними другие часы. Если эти другие часы переместить по прямолинейному пути с постоянной скоростью в какую-нибудь другую точку этой системы и затем сразу же с той же скоростью и по тому же пути возвратить обратно, то показания двигавшихся часов окажутся меньше показаний часов системы, всё время находившихся в исходной точке.[1]

Странность этого утверждения заключается, разумеется, в том, что оно противоречило представлению классической физики, что в момент возвращения движущихся часов время на обоих часах должно совпасть.

Оценка Эйнштейном степени неординарности обсуждаемого утверждения со временем увеличилась ([1],[2]), достигнув максимума в неопубликованном при жизни самом подробном его изложении СТО [3].

Однако, Эйнштейн и другие крупные теоретики СТО ([2], [4, гл. 30], [5, гл. 6, §5], [6, Лекция 10]) воспринимали это утверждение лишь как необычное, удивительное

[1]Формулировка дана для пространственно одномерного случая, достаточного для рассматриваемых в работе вопросов.

(т.е. парадоксальное в широком смысле), но, тем не менее, бесспорное следствие СТО, которое не подтверждено экспериментально только потому, что достаточно далёкое и быстрое перемещение часов (прибора или биологических) ещё не было осуществлено. Отношение к парадоксу не изменилось и с появлением опирающихся на СТО соображений ([7], [8]) в пользу равенства показаний часов при их встрече по возвращении двигавшихся.

Иной была судьба другого парадокса часов. В промежутке между 1905 и 1911 годами было выдвинуто базирующееся (достаточно наивно) на СТО утверждение, что при возвращении показания двигавшихся часов будут бо́льшими. Вместе с утверждением Эйнштейна оно образовало логический парадокс, угрожавший основам СТО. Ведь если бы оказалось, что парадокс действительно имеет место, то из этого следовала бы внутренняя противоречивость СТО.

В работе 1911 г. [9] Ланжевен дал опровержение (тоже достаточно наивное) второго утверждения. Позднее появилось более основательное обоснование второго утверждения, но для опровержения его приводились всё те же доводы Ланжевена и новые варианты обоснования первого утверждения. При этом как-то упускалось из вида, что разрешить этот логический парадокс можно лишь показав несостоятельность обоснования второго утверждения.

До последнего времени вопрос так и не был окончательно решён, подробнее об этом в работе [10].

Именно из-за придаваемого этим парадоксам значения, в работе [10] первый из парадоксов был назван „малым“, а второй – „большим“ парадоксом часов (или близнецов).

Всё же характеристики „малый“, „большой“ имеют скорее исторический характер, поскольку, если серьёзнее отнестись к обоснованию на основе СТО утверждения о совпадении показаний часов после возвращения движущихся, то оно вместе с утверждением Эйнштейна тоже образует логический парадокс, угрожающий основам СТО не меньше „большого“ парадокса.

Предлагаемая работа выполнена по следующей схеме. Даётся общепринятая формулировка задачи о показаниях движущихся часов при возвращении; приводятся три её различных решения (ответа), сопоставление которых и приводит к парадоксам; анализируются дополнительные предположения, осознано или нет использовавшиеся при получении этих решений.

В результате оказывается, что „малый“ парадокс часов не существует, что он, как и „большой“, возник из-за того, что каждый раз, не сознавая того, решались различные задачи, принимаемые за одну, а естественное несовпадение результатов воспринималось как парадокс.

2 Первоначальные постановка и решения задачи, приводящей к парадоксам часов

Перейдём к более точным формулировкам.

2.1 *Задача 1*[2]

S – ИСО специальной теории относительности, x – пространственная ось этой системы, t – время системы S.

Пусть:
1. В начале координат O оси x находятся фиксированные в O часы C системы S и идентичные синхронизированные с ними часы C';
2. В момент $t = 0$ часы C' начинают двигаться с постоянной скоростью $v > 0$ в положительном направлении („вправо“) по оси x (событие $\boldsymbol{B}$);
3. В момент, когда часы C' поравняются с часами системы S, показывающими время $t_{\boldsymbol{R}} > 0$ (т.е. в момент $t = t_{\boldsymbol{R}}$ по часам системы S), часы C' мгновенно изменяют скорость с v на $-v$ (событие $\boldsymbol{R}$) и двигаются с этой скоростью, пока не встретятся с часами C (событие $\boldsymbol{E}$)[3].

Требуется определить показания часов C и C' в момент встречи (т.е. в момент события $\boldsymbol{E}$).

2.2 Показания часов C, C' в момент, когда в точке расположения этих часов произошло некоторое точечное событие $\boldsymbol{A}$, обозначим соответственно $t_{\boldsymbol{A}}(C)$, $t_{\boldsymbol{A}}(C')$. Таким образом, согласно условиям 1 и 2 задачи

$$t_{\boldsymbol{B}}(C) = t_{\boldsymbol{B}}(C') = 0.$$

Относительно показаний часов C' в момент встречи в разное время было дано три базирующихся на СТО заключения :

Заключение 1 (Дингл [7], 1956; Эссен [8], 1957)[4]

$$t_{\boldsymbol{E}}(C') = t_{\boldsymbol{E}}(C). \tag{2.1}$$

Заключение 2 (Эйнштейн [1], 1905)

$$t_{\boldsymbol{E}}(C') = 2t_{\boldsymbol{R}}/\gamma, \tag{2.2}$$

где

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}, \tag{2.3}$$

c – скорость света в вакууме.

---

[2]Смысл формулировки полностью соответствует принятому в литературе ([1], [5], [6], [11]).

[3]Правомерность использования предположений о мгновенном изменении скорости обсуждается в [10, п. 2.2].

[4]В действительности, видимо, это заключение появилось гораздо раньше.

Заключение 3 (появилось между 1905 – 1911 годами)

$$t_{\boldsymbol{E}}(C') = 2t_{\boldsymbol{R}}\gamma. \tag{2.4}$$

Относительно же показаний часов C в момент встречи непосредственно из определения скорости с очевидностью следует

Заключение 4

$$t_{\boldsymbol{E}}(C) = 2t_{\boldsymbol{R}}. \tag{2.5}$$

Причём это заключение не зависит от того, в рамках какой теории рассматривается вопрос, и являются ли C' часами или просто материальной точкой.

Комбинируя заключение 4 поочерёдно с заключениями 1 – 3 приходим к трём решениям задачи 1, полученным в разное время разными исследователями.

Решение 1

$$t_{\boldsymbol{E}}(C) = t_{\boldsymbol{E}}(C') = 2t_{\boldsymbol{R}}; \tag{2.6}$$

Решение 2

$$t_{\boldsymbol{E}}(C) = 2t_{\boldsymbol{R}}, \;\; t_{\boldsymbol{E}}(C') = 2t_{\boldsymbol{R}}/\gamma; \tag{2.7}$$

Решение 3

$$t_{\boldsymbol{E}}(C) = 2t_{\boldsymbol{R}}, \;\; t_{\boldsymbol{E}}(C') = 2t_{\boldsymbol{R}}\gamma. \tag{2.8}$$

2.3 Каждое из решений само по себе логически непротиворечиво, хотя 2-ое и 3-е удивительны и интуитивно непонятны (по крайней мере для своего времени), т.е. парадоксальны. Но любые два из них, взятые вместе, составляют уже логический парадокс:

2-ое и 3-е – „большой“ парадокс часов,

1-ое и 2-е – „малый“ парадокс часов,

1-ое и 3-е – аналог „малого“ парадокса часов.

В создавшейся ситуации не остаётся ничего другого, как показать несостоятельность обоснования хотя бы двух решений, или признать СТО внутренне противоречивой. И поскольку каждое решение является утверждением о справедливости двух заключений: бесспорно верного заключения 4 и одного из заключений 1 - 3, то следует сосредоточиться на последних, т.к. безупречность обоснований хотя бы двух из них означает противоречивость СТО.

3 Настройка часов в СТО

В дальнейшем будем время измерять в секундах, расстояние – в метрах, а световой сигнал считать распространяющимся в вакууме.

Настройка часов состоит в регулировке скорости хода и установке показаний в момент выделенного события, происходящего в точке расположения часов (т.е. установке начальных показаний). Причём регулировка скорости хода не обязательно производится за счёт изменения длительности периода процесса, используемого часами. Можно изменить число периодов, определяющих секунду.

По существу регулировка часов означает изменение длительности секунды на этих часах по сравнению с той, которая была до регулировки.

В [1] Эйнштейн следующим образом выдвинул требования возможности согласования (синхронизированности) часов ИСО в СТО.

Пусть E и F – произвольные точки ИСО и пусть световой сигнал, отправленный из E в момент t_0 (по часам в E), отражается в F в момент t_1 (по часам в F) и в момент t_2 (по часам E) возвращается в точку E.

Определение *Часы в точке F назовём синхронными часам в точке E (в момент t_0), если*

$$t_2 - t_1 = t_1 - t_0.$$

Далее постулируется утверждение –

Часы ИСО можно настроить так, что выполняются:

Требование 1 *По отношению к произвольно выбранным часам системы в любой момент любые другие часы системы синхронны с ними;*

Требование 2 *Для любых точек E и F и любого t_0*

$$\frac{2r}{t_2 - t_0} = c,$$

где c – универсальная для всех ИСО константа, r – расстояние между E и F.

При выполнении этих требований часы ИСО называют синхронизированными.

В [12] Эйнштейн в форме принципа постоянства скорости света в вакууме ввёл компактное, но менее конструктивное, эквивалентное определение синхронизированности часов ИСО в СТО.

Принцип постоянства скорости света в вакууме

„Часы могут быть сверены так, что скорость распространения каждого светового луча в вакууме, измеренная с помощью этих часов, везде равна универсальной постоянной c.“

4 Разрешение „малого“ парадокса часов

Чтобы обрисовать полную картину решения проблем парадоксов часов, в этом разделе кроме „малого“ парадокса говорится и о двух других.

4.1 Понятно, что в любой ИСО требование 2 однозначно определяет скорость хода часов в ней.

Рассмотрим ИСО СТО S и S^*, движущиеся относительно друг друга с ненулевой скоростью. Пусть часы C_1 и C_2 неподвижны относительно S и каждые синхронны часам системы S, расположенным в одной с ними точке. Перенесём часы C_1 в некоторую точку E системы S^* и включим их в эту систему, т.е. в момент, когда они были помещены в точку E, настроим так, чтобы скорость хода и показания их и часов системы S^* в точке E совпали. При этом, возможно, показания часов C_1 в момент включения их в систему S^* придётся принудительно изменить скачком, т.е. будет нарушена непрерывность их показаний.

Однако, если требуется сохранить непрерывность показаний часов C_1, то их можно включить в систему отсчёта S^{**} , неподвижную относительно S^* , имеющую те же координатные оси и отличающуюся от S^* лишь тем, что показания часов S^{**} сдвинуты по отношению к показаниям находящихся в одной с ними точке часов системы S^* на константу, равную числу, противоположному скачку показаний C_1. S^{**} – тоже ИСО СТО, т.к. сдвиг показаний часов системы S^* на константу не нарушает ни закона инерции, ни принципа постоянства скорости света, выполнявшихся для S^*. Если надо включить и часы C_2 в систему S^{**} , то их показания в момент включения должны стать равными показаниям часов системы S^{**}, находящихся в точке включения, т.е. однозначно определённой величине. Поэтому, вообще говоря, нет гарантии, что непрерывность показаний часов C_2 сохранится.

Вернёмся к задаче 1.

4.2 *О заключении 2*

Все варианты доказательства заключения 2 явно или неявно опираются на предположение, что при движении вправо часы C' с сохранением непрерывности показаний включены в одну ИСО, а при движении влево – в другую.

Так в доказательстве Эйнштейна [1] для расчёта изменения показаний часов C' как при движении вправо, так и при их возвращении, используется лемма об отставании движущихся часов [10, п. 2.1.2]. Но лемма эта[5] получена Эйнштейном [1] в предположении, что движущиеся часы включены в ИСО. Так что при удалении от часов C часы C' фактически предполагаются включёнными в одну ИСО (S' в [10]), а при возвращении – в другую (S'' в [10]). При этом сохранение непрерывности показаний C' при обоих включениях считалось само собой разумеющимся. Подробные вычисления с учётом этих дополнительных предположений приведены в [10, п. 3.1.2].

Таким образом, заключение 2 относится не к задаче 1, а к задаче 2, получающейся заменой слова „Требуется“ в формулировке задачи 1 на „Считая, что в момент начала движения (событие $\boldsymbol{B}$) часы C' включаются с сохранением непрерывности показаний в ИСО S', движущуюся с одинаковой с C' скоростью вправо относительно оси x, а в момент поворота (событие $\boldsymbol{R}$) – тоже с сохранением непрерывности показаний в ИСО S'', движущуюся с той же скоростью, что и C' влево,“.

Задача 2 совпадает с задачей 1 из [10, п. 2.2], если учесть, что при подробном решении последней [10, п. 3.1] сохранение непрерывности показаний учтено[6].

[5] Эйнштейн это утверждение леммой не называл. Название введено в [10] ради удобства ссылок.

[6] Работа [10] выполнена по схеме, аналогичной принятой в настоящей работе, и потому формулировки задач не содержат в качестве условий всех предположений, введённых при их

Всё же несовпадение формулировок задач 1 и 2 в настоящей работе ещё не означает их неэквивалентности. Этот вопрос будет рассмотрен позже.

4.3 *О заключении 3*

Имеется лишь одно доказательство этого заключения. Оно подробно разобрано в [10, п. 3.2]. Это доказательство тоже опирается на предположения, не вытекающие из формулировки задачи 1. В их числе предположение, что *при движении вправо часы C' включаются с сохранением непрерывности показаний в одну ИСО (S' в [10,п. 3.2]), а при движении влево – в другую S''', в которую с сохранением непрерывности показаний включены другие часы C_1', находившиеся в другой, чем C', точке оси x' системы S' [10, п. 3.2].*

Таким образом, заключение 3 относится не к задаче 1, а к задаче 3, получающейся включением в условия задачи 1 всех дополнительных предположений, используемых при обосновании заключения 3. Для наших целей нет надобности давать детальную формулировку задачи 3.

В [10, п. 4.2] показано, что при выделенном курсивом предположении (теперь уже условии задачи 3) показания часов C' при включении в систему S''' приходится скачком увеличить на некоторую величину (см. [10], формула (4.6))[7].

В исходной же задаче 1 часы C' не подвергаются искусственной настройке, их показания сохраняют непрерывность. Следовательно, задача 3 и задача 1 по существу разные.

Таким образом, заключение 3 не может относиться к решению задачи 1 и его следует исключить из рассмотрения.

Но тогда „большой“ и аналог „малого“ парадокса, в которых участвует заключение 3, отпадают сами собой. Остаётся „малый “ парадокс.

4.4 *О заключении 1*

Обоснование заключения 1 построено на общих соображениях и сводится к приблизительно следующим рассуждениям[8].

В условиях задачи 1 на пути вправо относительно S часы C' покоятся относительно некоторой ИСО, но не включены в неё; на пути влево – то же, но относительно другой ИСО. Но согласно принципу относительности все ИСО СТО совершенно равноправны, поэтому часы C' всё время (разгон, разворот и торможение – мгновенны) находятся в таких же условиях как и часы C, постоянно покоящиеся относительно ИСО S. Следовательно, нет никаких оснований почему часы C' и C в момент встречи должны показать различное время[9].

решении, как сами собой разумеющиеся.

[7] Именно из-за этого скачка в задаче 3 показания часов C' при возвращении больше, чем в задаче 2.

[8] Даётся уточнённый вариант.

[9] Подобные соображения для случая плавного разгона, поворота и торможения приведены в последнем абзаце [10].

Так что заключение 1 действительно относится к задаче 1. Обоснование его правдоподобно, правда, степень доказательности этого обоснования (по крайней мере для автора настоящей работы) не ясна.

Однако и в этих условиях удаётся доказать, что „малый“ парадокс в действительности парадоксом не является.

В самом деле, „малый“ парадокс возникает при сопоставлении заключений 2 и 1, относящихся соответственно к задачам 2 и 1. Но задача 2 отличается от задачи 1 лишь тем, что:

в ней в момент начала движения часы C' в совместившейся с ними точке системы S' включаются в S' с сохранением непрерывности показаний (т.е. только с установкой, если понадобится, скорости хода, однозначно определённой для часов системы S') и аналогично в момент поворота – в S'';

а в задаче 1 часы C' помещаются в те же точки, в то же время, с теми же показаниями, но без регулировки хода.

Таким образом, эквивалентность этих задач равносильна справедливости следующей гипотезы, которую назовём –

Гипотеза о саморегулировке часов

Если часы, покоившиеся в точке E системы S и имевшие скорость хода часов этой системы, в некоторый момент мгновенно переносятся в точку E' системы S', совпадающую в этот момент с E, и остаются в ней, то окажется, что скорость хода их и часов системы S' совпадают.

Но эта гипотеза на настоящий момент не подтверждена ни экспериментально, ни теоретически. Поэтому, по крайней мере до тех пор, пока гипотеза не подтверждена, нет оснований считать задачу 2 эквивалентной исходной задаче 1. Следовательно, отличающиеся результаты решения этих задач нельзя считать противоречащими друг другу, т.е. и „малого“ парадокса часов пока нет.

5 Заключение

5.1 Итак, было три заключения по поводу задачи 1 (п. 2.1), попытки решения которой привели к появлению парадоксов часов – показания двигавшихся часов в момент возвращения равны, меньше, больше по отношению к показаниям часов, всё время находившихся в исходной точке.

Анализ обоснований этих заключений показал следующее (п.4):

а) Заключение 3 относится к задаче 3, из условий которой следует, что нарушается требование, которое в условиях задачи 1 должно выполняться. Т.е. заключение 3 не имеет отношения к задаче 1 и отпадает, что разрушает парадоксы „большой“ и аналогичный „малому“[10].

[10]То, что „большой“ парадокс парадоксом не является, было показано в [10].

в) Заключение 2 относится к задаче 2 и безусловно является правильным в условиях этой задачи. Однако, эквивалентность задачи 2 основной задаче 1 равносильна справедливости гипотезы о саморегулировке часов. Следовательно и „малый“ парадокс, сопоставляющий заключения 2 и 1, как относящийся к задаче 1, не существует, по крайней мере, до подтверждения правильности этой гипотезы (чего видимо не произойдёт).

с) Заключение 1 относится именно к задаче 1, но не достаточно аргументировано[11]. Справедливость его для парадоксов часов после сказанного в пункте в) значения не имеет.

5.2 Теперь, раз уж мы так близко подошли к этому вопросу, несколько слов о замедлении старения при космических путешествиях.

По-прежнему можно говорить о модельном случае с мгновенным разгоном и торможением, обсуждавшемся в предыдущих разделах. Дело в том, что показания бортовых часов C' (а также часов C на месте старта) в момент возвращения в этом и более реальном случае с плавным изменением скорости можно, за счёт удлинения участка равномерного движения, сделать с как угодно малой относительной ошибкой совпадающими.

Заключение 2 (Эйнштейн) о том, что в конце путешествия показания бортовых часов будут в γ раз меньше показаний часов на старте, получено в предположении, что их скорость хода регулировалась (для включения в инерциальные системы отсчёта корабля на прямом и обратном пути) дважды – в начале пути и в момент поворота. В вопросе же о замедлении старения (как и в задаче 1) рассматриваются свободно движущиеся часы, т.е. просто, как пассажир, помещённые в корабль и движущиеся вместе с ним (как и космонавты) без всякой искусственной регулировки с целью придать им скорость хода, обеспечивающую при измерениях ими численное значение двусторонней скорости света c, требуемое принципом постоянства скорости света (п. 3, требование 2). Поэтому предположение, что скорость хода их и бортовых часов, включённых в ИСО корабля, одинаковы (иными словами, что гипотеза о саморегулировке часов верна) сомнительно, по крайней мере – не обосновано.

В действительности с позиций СТО дело, видимо, обстоит так. Заключение 1 всё-таки верно и при возвращении часы, находившиеся в свободном полёте, и часы, остававшиеся в месте старта, покажут одинаковое время. В случае же реального полёта возможная разница их показаний будет обусловлена ускорениями, изменениями сил тяготения, возможно другими воздействиями, которым подвергнутся часы – пассажиры, но никак не участками равномерного прямолинейного движения.

К сожалению, по-видимому, мечта о как угодно далёких космических путешествиях, в которых космонавты почти не состарятся, благодаря околосветовой скорости равномерного прямолинейного движения практически на протяжении всего полёта, несбыточна.

[11] По мнению автора этой работы.

С меньшими показаниями вернутся лишь бортовые часы, включённые в ИСО корабля, т.е. показывающие Лоренцово время СТО на корабле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел. 1905, в книге [13].
2. А. Эйнштейн, Диалог по поводу возражений против теории относительности. 1918, в книге [13].
3. A. Einstein, Manuscript on the Special Theory of Relativity. The Collected Papers of Albert Einstein, v.4, Princeton, 1996.
4. Д. Бом, Специальная теория относительности. Мир, 1967.
5. М. Борн, Эйнштейновская теория относительности. Мир, 1972.
6. Л.И. Мандельштам, Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. Наука, 1972.
7. H. Dingle, Relativity and Space Travel. Nature, v.177, No. 4513, pp. 782-784, 1956.
8. L. Essen, The Clock Paradox of Relativity. Nature, v.180, No. 4594, pp. 1061-1062, 1957.
9. P. Langevin, L' évolution de léspace et du temps. Scientia, 10, 31, 1911.
10. И.А. Соломещ, Парадокс часов. Решение проблемы. Размещена на этом же сайте.
11. В.А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения. ГИТТЛ, 1955.
12. А. Эйнштейн, О принципе относительности и его следствиях. 1907, в книге [13].
13. А. Эйнштейн, Собрание научных трудов, т.1, Наука, 1965.