Ревизия теоретических основ релятивистской электродинамики

Виктор КУЛИГИН, Галина КУЛИГИНА, Мария КОРНЕВА
Исследовательская группа «Анализ», http://n-t.org/ac/iga/

Часть 3. Предельный переход

Показано, что предельный переход от волновых уравнений к квазистатическим уравнениям не является корректным как с энергетической точки зрения, так и с других позиций. Обсуждается проблема нарушения единственности решения задачи Коши для волновых уравнений. Показано, что квазистатические явления должны описываться самостоятельной группой уравнений, причем потенциалы квазистатических полей не могут быть запаздывающими.

1. Предельный переход и единственность решения

Переход от волновых явлений электродинамики к квазистатическим явлениям это **узловая** проблема не только самой электродинамики. От ее правильного решения зависит судьба квантовой механики, квантовой теории поля, СТО и ОТО. Существует ли действительно возможность предельного перехода, как считается в настоящее время, или же это иллюзия, навеянная ошибками современной физики? Сейчас это мы увидим.

Запишем уравнения Максвелла в калибровке Лоренца

$$\Delta\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu\mathbf{j}; \qquad (3.1.1) \qquad\qquad \Delta\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (3.1.2)$$

$$\mathrm{div}\mathbf{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0 \qquad (2.1.3) \qquad\qquad \mathbf{j} = \rho\mathbf{v} \qquad (3.1.4)$$

Считается, что уравнения, описывающие квазистатические явления, можно легко получить путем предельного перехода при c ∞. Действительно, при этом предельном переходе мы получаем следующую систему уравнений

$$\Delta\mathbf{A} = -\mu\mathbf{j} \quad (3.1.5); \qquad \Delta\phi = -\rho/\varepsilon \quad (3.1.6); \qquad \mathbf{j} = \rho\mathbf{v} \quad (3.1.7)$$

Казалось бы, система уравнений (3.1.5) – (3.1.7) хорошо согласуется с известными квазистатическими явлениями. Однако имеется ряд теоретических выводов и экспериментов, где квазистатическая электродинамика не отвечает объективной реальности. В качестве примеров можно привести проблему «4/3» (проблема электромагнитной массы), невозможность обоснования принципа работы мотора Маринова, асимметрию закона Ампера и т.д. Здесь мы их не будем рассматривать.

Мы считаем, что такой предельный переход **не является законным** по многим причинам. Рассмотрим некоторые особенности предельного перехода с точки зрения полученных результатов.

Во-первых, рассмотрим этот переход с **энергетических** позиций. Энергетический подход не менее важен, чем силовой или векторный. Причина в том, что математическую основу вывода уравнений, как правило, составляет принцип наименьшего действия, опирающийся на математический аппарат вариационного исчисления. Функция Гамильтона как раз и связана с полной энергией, а Лагранжа с разностью кинетической и потенциальной энергий. И здесь к месту упомянуть о релятивистском «вариационном принципе», как математически некорректном и физически несостоятельном [1].

Ранее мы уже обратили внимание читателей, что энергия поля скалярного потенциала, вытекающая из тензора энергии-импульса электромагнитного поля, **отрицательна**. В то же время при описании квазистатических явлений она рассматривается всегда как сугубо **положительная** величина, которая может быть записана в двух формах

$$mc^2 = \int \frac{\varepsilon}{2}\mathrm{grad}^2\phi dV = \int \frac{\rho\phi}{2}dV \qquad (3.1.8)$$

Отсюда возникает вопрос: может ли отрицательная энергия поля скалярного потенциала **изменить свой знак** при предельном переходе c ∞? Очевидно, не может.

Если мы будем логически **строго и последовательно** проводить этот предельный переход и рассматривать квазистатические явления с точки зрения принципа наименьшего действия, то с неизбежностью придем к парадоксальному теоретическому выводу: закон Кулона **не верен**! Логика вариационного принципа должна привести нас к заключению, что при **отрицательной** энергии поля скалярного потенциала заряда **одноименные** заряды должны **притягиваться**, а **разноименные** – **отталкиваться**! Но это уже абсурд!

Вот к каким нелепым выводам ведет признание **отрицательности** энергии поля скалярного потенциала для инерциального заряда. Так и сохраняется это противоречие: в релятивистской электродинамике эта энергия **отрицательна** (хотя этот факт в учебниках по электродинамике предельно «завуалирован»), но при рассмотрении квазистатических явлений она незаконно (вопреки всякой логике) «превращается» в **положительную**.

<u>Во вторых</u>, рассмотрим ту же проблему с точки зрения существования безынерциальных зарядов и токов. Здесь при предельном переходе также возникают проблемы. Например, **каким образом** при увеличении скорости света до бесконечности с ∞ плотность заряда безынерциальных носителей $\rho(\mathbf{r}\text{-}\mathbf{c}t)$ или $\rho(\mathbf{r}+\mathbf{c}t)$, движущихся **со скоростью света**, «превращается» в плотность пространственного заряда **инерциальных** частиц $\rho(\mathbf{r}\text{-}\mathbf{v}t)$, которые движутся **со скоростью v**?

<u>В третьих</u>, возникает такая же проблема с электромагнитной массой. Каким образом предельный переход позволяет «превращать» **нулевую** массу покоя безынерциального заряда в ненулевую **положительную** электромагнитную массу **инерциальной** частицы?

<u>В четвертых,</u> зададим вопрос: а каков физический смысл такого перехода? Как известно, квадрат скорости света выражается через постоянные ε и μ для свободного пространства $c^2 = 1/\mu\varepsilon$. Для получения бесконечной скорости света мы должны устремить к нулю какую-либо из этих постоянных. В результате мы лишимся либо вектора **D**, либо вектора **B.** Тем самым нарушатся законы электростатики или магнитостатики (закон Ампера, закон Фарадея, закон Кулона, закон сохранения заряда и т.д.). А это уже бессмыслица.

Вообще говоря, правильным можно считать только предельный переход при $V \to 0$ и рассматривать явления, например, при $V \ll c$. Здесь никаких проблем не возникает, но применительно к рассмотренным ранее запаздывающим потенциалам электромагнитной волны этот переход также **не ведет** к уравнениям для описания полей зарядов.

Итак, предельный переход c ∞ **не приводит и не может привести** к правильному последовательному описанию квазистатических явлений. По этой причине **он не является законным**. Поля зарядов и поля электромагнитных волн, хотя и могут иметь общую природу, но по своим свойствам существенно **отличаются** друг от друга. Об этом свидетельствует невозможность предельного перехода от описания волновых процессов к описанию квазистатических. Следовательно, квазистатические поля зарядов должны описываться **самостоятельной** группой независимых уравнений.

Но прежде, чем переходить к анализу квазистатических явлений электромагнетизма, связанных с зарядами и их движением, рассмотрим еще одну проблему математического характера.

2. Нарушение единственности решения

Нарушение единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений в частных производных является одной из **узловых**, влияющих на правильную интерпретацию электромагнитных явлений.

Рассмотрим пример нарушения единственности решения для уравнений в частных производных второго порядка.

В качестве иллюстрации существования другого (нетривиального) решения этой задачи рассмотрим однородное волновое уравнение в безграничном одномерном пространстве с нулевыми начальными условиями.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{3.2.1}$$

Начальные условия:

$$u(x;0) = 0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0 \tag{3.2.2}$$

Как известно, прямое решение этой задачи считается тривиальным $u_1(x;ct) = 0$. Покажем теперь, что существует **нетривиальное** решение этой задачи (параллельное решение).

Теперь мы запишем параллельное решение u_2

$$\begin{gathered} u_2 = -\frac{1}{2}\exp[-(x+ct)]^2 - \frac{1}{2}\exp[-(x-ct)]^2 + \\ + \frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct}\exp(-\xi^2)d\xi + \frac{c}{2}\int_0^t\left\{\int_{x-c(t-\tau)}^{x+c(t-\tau)}F_1(\xi;\tau)d\xi\right\}d\tau + \exp[-(x^2+t)] \end{gathered} \tag{3.2.3}$$

где $F_1(\xi;\tau) = -[2 + 1/c^2 - 4\xi^2]\exp[-(\xi^2+\tau)]$

Прямой проверкой несложно убедиться, что:

– параллельное решение (3.2.3) удовлетворяет начальным условиям задачи Коши и однородному уравнению (3.2.1);
– параллельное решение u_2 не является тривиальным.

Действительно, подставив u_2 в уравнение (3.2.1), получим следующий результат:

– три первых члена выражения (3.2.3) тождественно обращаются в нуль;
– четвертый член (двойной интеграл) будет равен $[2 + 1/c^2 - 4x^2]\exp[-(x^2+t)]$;
– пятый член будет равен $[-2 - 1/c^2 + 4x^2]\exp[-(x^2+t)]$;
– в результате суммирования четвертого и пятого членов правая часть уравнения (3.2.1) окажется равной нулю.

Ту же проверку можно провести и для начальных условий. Заметим, что четвертый член (двойной интеграл) в (3.2.3) удовлетворяет начальным условиям автоматически. Общий метод получения параллельного решения изложен в Приложении 1.

Таким образом, на этом примере мы продемонстрировали, что задача Коши для волнового уравнения не имеет единственного решения. Метод построения параллельного решения приведен в [2]. Существующее в математической литературе доказательство единственности решения уравнений в частных производных не полно, поскольку оно справедливо для решений в форме опережающих и запаздывающих потенциалов. Однако доказательство единственности не учитывает возможность существования других (параллельных) решений, которые могут представлять собой сумму, например, запаздывающих и мгновенно действующих потенциалов.

Этот результат имеет фундаментальное значение для физики (для электродинамики, в частности). Можно теперь сказать, что уравнения Максвелла, уравнение Шредингера и т.д. не имеют единственного решения вопреки распространенному мнению, опирающемуся на теорему о существовании и единственности. Калибровка Лоренца и кулоновская калибровка по этой причине также **не могут считаться эквивалентными**. А это имеет большое значение для квантовой электродинамики.

3. Мгновенное взаимодействие в релятивистских теориях

Нарушение единственности решений уравнений в частных производных влечет за собой важные следствия. Утверждение, что уравнения Максвелла имеют единственное решение, не имеет места. Покажем на примере скалярного потенциала, что поля зарядов должны быть **мгновенно действующими**.

Запишем уравнение для описания скалярного потенциала, порожденного движущимся зарядом и уравнение непрерывности для скалярного потенциала φ.

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (3.3.1) \qquad \mathrm{div}\mathbf{A} = \mathrm{div}\frac{\phi\mathbf{v}}{c^2} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} \qquad (3.3.2)$$

Напомним, что для потенциалов поля заряда имеет место соотношение $\mathbf{A} = \varphi\mathbf{v}/c^2$. Заменим частные производные по времени в уравнении (3.2.1), опираясь на (3.3.2) и полагая, что имеем дело с точечным зарядом ($\mathrm{div}\,\mathbf{v} = 0$)

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\mathrm{div}\phi\mathbf{v} = -\mathbf{v}\mathrm{grad}\phi; \qquad \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{v}\mathrm{grad}\phi) = -\mathrm{grad}\phi\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{v}\mathrm{grad}\frac{\partial\phi}{\partial t} =$$
$$= -\mathrm{grad}\phi\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\mathrm{grad}(\mathrm{div}\mathbf{v}\phi) = -\mathrm{grad}\phi\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\mathrm{grad}(\mathbf{v}\mathrm{grad}\phi)$$

Используя полученное соотношение, приведем выражение (3.2.1) к окончательному виду

$$\Delta\phi + \mathrm{grad}\phi\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{v}\mathrm{graddiv}\mathbf{v}\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (3.3.3)$$

Важно то, что уравнение (3.3.3) относится не к **гиперболическому** типу, а к **эллиптическому,** т.е. оно не является волновым уравнением. Следовательно, несмотря на то, что исходное уравнение было **волновым** (гиперболический тип), благодаря уравнению непрерывности нам удалось свести его к уравнению пуассоновского типа (эллиптический тип).

Это означает, что потенциал φ теперь является уже не «запаздывающим», а **мгновенно действующим** вопреки постулатам теории относительности. Таким образом, правильное описание квазистатических явлений возможно только в рамках **мгновенного взаимодействия**. Мы могли бы провести те же рассуждения и сделать аналогичные выводы для векторного потенциала **A**, создаваемого движущимися инерциальными зарядами.

Проблема существования мгновенных взаимодействий в природе отрицается современной релятивистской физикой. Но как было показано в [3], релятивисты сами используют мгновенное взаимодействие в своих выкладках, даже не подозревая об этом. Примером может служить кулоновская калибровка, рассмотренная ранее, а также результаты исследований в [3]. Им и в голову не приходит, что благодаря нарушению единственности решения мгновенное взаимодействие «проникает» даже в их релятивистские построения.

Приложение 1. Метод получения второго решения

Теперь мы рассмотрим метод получения второго решения для задачи Коши. Для наглядности мы рассмотрим построение решения неоднородного уравнения без граничных условий. Этот метод можно использовать и для задач с граничными условиями.

Пусть некоторая функция U является решением волнового уравнения

$$\Delta U - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = f(\mathbf{r};t) \qquad (\text{П.1})$$

где: U – некоторое скалярное поле; v – характеристическая скорость распространения; f – источник скалярного поля U.

Решение уравнения (П.1) должно удовлетворять следующим начальным условиям.

$$U(\mathbf{r};0) = \vartheta(\mathbf{r}); \quad \left.\frac{\partial U}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(\mathbf{r}) \qquad (\text{П.3})$$

Будем считать, что решение этой задачи существует и мы запишем его как $U_1(\mathbf{r};t)$. Мы будем называть это стандартное решение **прямым** решением волнового уравнения или волновым решением.

Теперь нам предстоит построить второе решение. Мы будем искать это решение как сумму двух функций:

$$U = u(\mathbf{r};t) + V(\mathbf{r};t) \qquad (\text{П.4})$$

После подстановки выражения (П.4) в уравнение (П.1) получаем:

$$\Delta u - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \mathrm{t}^2} + \Delta V - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \mathrm{t}^2} = f(\mathbf{r};t) \qquad (\text{П.5})$$

Поскольку решение (П.5) содержит уже две неизвестных функции вместо одной, мы должны добавить некоторое дополнительное условие. Выбор этого условия определяет вид параллельного решения. Существует много вариантов задания этого условия, например:

$$\begin{aligned} &\Delta V_1 = f(\mathbf{r};t), &&\text{или} \\ &\Delta V_2 = f(\mathbf{r};t) + F(\mathbf{r};t), &&\text{или} \\ &\Delta V_3 + \alpha V_3 = f(\mathbf{r};t) && \end{aligned} \qquad (\text{П.6})$$

и т.д.; где: $F(\mathbf{r};t)$ любая интегрируемая функция; определяемая условиями конкретной физической задачи; α - некоторая константа.

Положим для определенности, что функция V удовлетворяет уравнению Пуассона. Пусть

$$\Delta V = f(\mathbf{r};t) \qquad (\text{П.7})$$

Здесь же заметим, что принцип причинности не нарушается [4].

Решение этого уравнения существует. Мы будем считать, что оно нам известно.

Рассмотрим теперь уравнение для потенциала u, которое следует из (П.5) при условии (П.7). Правая часть этого уравнения нам известна, поскольку, как мы условились, нам известно решение уравнения (П.7).

$$\Delta u - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\Delta V + \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + f(\mathbf{r};t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \qquad (\text{П.8})$$

Чтобы новое решение U_2 удовлетворяло начальным условиям (П.2), мы должны задать соответствующие начальные условия для u.

$$u(\mathbf{r};0) = \vartheta(\mathbf{r}) - V(\mathbf{r};0); \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(\mathbf{r}) - \left.\frac{\partial V}{\partial t}\right|_{t=0}. \tag{П.9}$$

Поскольку решение (П.7), как мы условились, нам известно, начальные условия (П.9) также определены и известны. В общем случае решение уравнения (П.9) существует. Обозначим это решение как $V(\mathbf{r};t)$.

Таким образом, мы построили новое решение уравнения (1.6), удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$U_2 = u(\mathbf{r};t) + V(\mathbf{r};t) \tag{П.10}$$

Замечание. Если функция V выбрана так, что она является решением однородного (или неоднородного) **того же самого** волнового уравнения, то **второе решение будет тривиальным** $U_2 = 0$. Это нетрудно показать.

(*Продолжение следует*)

Источники информации:

1. Кулигин В.А., Кулигина Г.А., Корнева М.В. Кризис релятивистских теорий. Часть 4. (Вариационный принцип релятивистских теорий). НиТ. 2001. (http://n-t.ru/tp/ns/krt.htm).
2. Кулигин В.А., Кулигина Г.А., Корнева М.В. Волновое уравнение не имеет единственного решения?! НиТ, 2002. (http://n-t.ru/tp/ns/vu.htm).
3. Кулигин В.А., Кулигина Г.А., Корнева М.В. Проблемы волновой электродинамики. НиТ, 2003. (http://n-t.ru/tp/ns/pve.htm).
4. Кулигин В.А. Причинность и взаимодействие в физике // Детерминизм и современная физика. Воронеж, ВГУ, 1986. (http://piramyd.express.ru/disput/kuligin/causa.htm).

Дата публикации:

29 декабря 2004 года

Электронная версия: