

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
ЭЙНШТЕЙНА



А. ЭЙНШТЕЙН.

**О ВЛИЯНИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ
СВЕТА ¹⁾.**

В одной статье, опубликованной четыре года тому назад, я пытался ответить на вопрос, влияет ли тяготение на распространение света ²⁾. Я снова возвращаюсь к этой теме, так как меня не удовлетворяет прежнее изложение вопроса; кроме того, я теперь снова убедился, что один из наиболее важных выводов той работы поддается экспериментальной проверке. А именно, оказывается, что лучи, которые проходят вблизи солнца, испытывают под влиянием поля тяготения солнца, согласно ниже изложенной теории, отклонение, вследствие чего должно произойти кажущееся увеличение углового расстояния между неподвижной, близко расположенной к солнцу звездой и самим солнцем в размере почти одной дуговой секунды.

При развитии этих идей получились еще некоторые результаты, относящиеся к тяготению. Так как изложение всех рассуждений оказалось бы громоздким в ущерб ясности, то ниже будут даны только некоторые совершенно элементарные соображения, с помощью которых легко и удобно ориентироваться

¹⁾ Ann. d. Phys. 35, 898, 1911.

²⁾ A. Einstein, Jahrb. f. Radioakt. u. Elektronik 4, 1907.

в предпосылках и в логическом развитии теории. Выведенные в этой статье соотношения являются верными только в первом приближении, даже если теоретическое основание их и окажется справедливым.

§ 1. Гипотеза о физической природе гравитационного поля.

Пусть в однородном поле тяжести (ускорение силы тяжести γ) находится покоящаяся координатная система K , которая ориентирована так, что силовые линии поля тяжести идут в направлении отрицательной оси z . Пусть в пространстве, свободном от гравитационных полей, находится вторая координатная система K' , которая совершает в направлении своей положительной оси z равномерно-ускоренное движение (ускорение γ). Чтобы не усложнять напрасно рассуждения, откажемся сначала от теории относительности и рассмотрим обе системы, пользуясь привычной нам кинематикой, а происходящие в них движения — пользуясь обычной механикой.

Материальные точки, которые не подвергаются влиянию со стороны других материальных точек, движутся относительно K , как и относительно K' , согласно уравнениям:

$$\frac{d^2x_y}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2y_y}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2z_y}{dt^2} = -\gamma.$$

Для ускоренной системы K' это следует прямо из принципа Галилея, для покоящейся же в однородном гравитационном поле системы K это следует из того опытного факта, что все тела в таком поле одинаково сильно и равномерно ускоряются. Этот опытный факт об одинаковом падении всех тел в гравитационном поле есть один из наиболее общих фактов, установленных нами из наблюдений природы; несмотря на

это, закон этот не нашел еще места в основах нашей физической картины мира.

Мы однако приходим к весьма удовлетворительной интерпретации этого опытного закона, если допустим, что системы K и K' физически в точности равноценны, т. е. допустим, что систему K также можно рассматривать как систему, находящуюся в пространстве, свободном от поля тяготения; но при этом мы должны рассматривать K как равномерно-ускоренную систему. При таком способе понимания нельзя говорить об *абсолютном ускорении* координатной системы, так же как нельзя по теории относительности говорить об *абсолютной скорости*¹⁾. При такой точке зрения одинаковое падение всех тел в гравитационном поле само собою очевидно.

Пока мы ограничиваемся чисто механическими явлениями, для которых справедлива механика Ньютона, мы уверены в равноценности систем K и K' . Однако, представление наше будет только тогда достаточно глубоким, когда системы K и K' станут равноценными относительно всех физических явлений, т. е. когда законы природы по отношению к K вполне совпадут с законами природы по отношению к K' . Приняв это, мы получаем принцип, имеющий, если он действительно справедлив, большое эвристическое значение. Ибо с помощью теоретического изучения явлений, протекающих относительно равномерно-ускоренной координатной системы, мы получаем ключ к пониманию хода явления в однородном гравитационном поле. В дальнейшем будет прежде всего

¹⁾ Конечно, нельзя *любое* поле тяготения заменить состоянием движения системы без гравитационного поля, точно так же, как нельзя преобразовать все точки произвольно движущейся среды к покою посредством релятивистского преобразования.

показано, каким образом с точки зрения обычной теории относительности наша гипотеза приобретает значительную долю вероятности

§ 2. О тяжести энергии.

Теория относительности привела к выводу, что инертная масса тела растет с содержанием энергии; если приращение энергии составляет E , то приращение инертной массы равно E/c^2 , где c — скорость света. Соответствует ли этому приращению инертной массы также приращение тяготеющей массы? Если нет, то тело в одном и том же поле тяжести падало бы с различным ускорением, смотря по содержанию энергии тела. Столь удовлетворяющий нас результат теории относительности, по которому закон сохранения массы содержится в законе сохранения энергии, оказался бы несправедливым, ибо в таком случае для инертной массы нужно было бы отбросить закон сохранения массы в его старой формулировке, а для тяготеющей массы он остался бы в силе.

Это следствие нужно считать весьма невероятным. С другой стороны, обыкновенная теория относительности не дает ни одного аргумента, из которого можно было бы заключить, что вес тела зависит от содержания в нем энергии. Но мы покажем, что из нашей гипотезы эквивалентности систем K и K' вытекает тяжесть энергии как необходимое следствие.

Пусть обе системы тел S_1 и S_2 , снабженные измерительными инструментами, расположены на оси z системы K на расстоянии h друг от друга¹⁾ таким образом, что гравитационный потенциал в S_2 на γh больше гравитационного потенциала в S_1 . Пусть от S_2 посылается в сторону S_1 определенное количество энергии E в виде излучения. Пусть при этом зна-

¹⁾ S_1 и S_2 бесконечно малы по сравнению с h .

чение энергии измеряется с помощью приборов, которые, будучи доставлены в одно и то же место системы z и там друг с другом сравнены, оказались бы вполне одинаковыми. А priori ничего нельзя сказать о процессе переноса энергии через излучение, потому что мы не знаем, как влияет поле тяжести на лучистую энергию и на измерительные инструменты в S_1 и S_2 .

Согласно допущению эквивалентности K и K' , мы можем на место системы K , находящейся в однородном поле тяготения, поставить свободную от тяжести систему K' , движущуюся равномерно ускоренно в направлении положительных z ; с осью z системы K' твердо скреплены тела S_1 и S_2 .

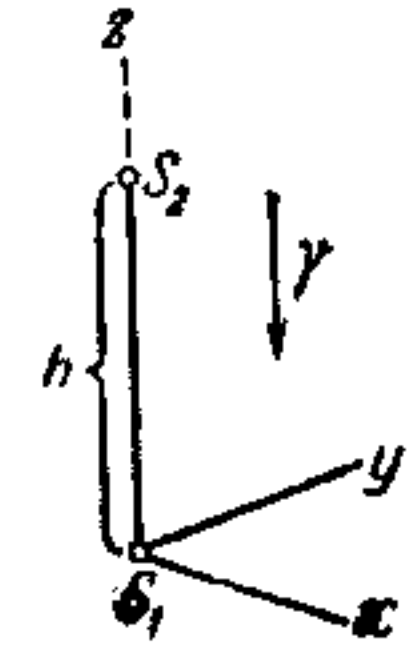


Рис. 1.

Пусть мы судим о процессе переноса энергии лучами из S_2 в S_1 , находясь в некоторой системе K_0 , которая не имеет ускорения. Положим в тот момент, когда лучистая энергия E_2 отсылается из S_2 в сторону S_1 система K' обладает скоростью, равной нулю относительно системы K_0 . Лучи придут в S_1 после того, как пройдет время $\frac{h}{c}$ (в первом приближении). В этот момент S_1 обладает относительно K_0 скоростью $\frac{\gamma h}{c} = v$. Поэтому, согласно обыкновенной теории относительности, прибывающее в S_1 излучение имеет энергию не E_2 , но большую энергию E_1 , которая в первом приближении связана с E_2 формулой¹⁾:

$$E_1 = E_2 \left(1 + \frac{v}{c} \right) = E_2 \left(1 + \frac{\gamma h}{c^2} \right). \quad (1)$$

¹⁾ А. Einstein, Ann. d. Phys. 17, 913—914, 1905.

По нашему допущению, то же соотношение справедливо в том случае, когда процесс протекает в неускоряемой, но находящейся в гравитационном поле системе K . В этом случае мы можем заменить γh потенциалом Φ гравитационного вектора в S_2 , если произвольная постоянная потенциала Φ в S_1 приравняется нулю. Следовательно, имеем:

$$E_1 = E_2 + \frac{E_2}{c^2} \Phi. \quad (1a)$$

Это уравнение выражает закон сохранения энергии для рассматриваемого процесса. Энергия E_1 , прибывающая в S_1 , больше, чем измеренная одинаковыми приборами энергия E_2 , испускание которой произошло в S_2 , именно, на величину потенциальной энергии массы $\frac{E_2}{c^2}$ в поле тяжести. Таким образом оказывается, что для выполнения принципа сохранения энергии нужно энергии E перед ее испусканием из S_2 приписать потенциальную энергию тяжести, которая соответствует (тяготеющей) массе $\frac{E}{c^2}$. Наше допущение эквивалентности K и K' устраняет, таким образом, изложенную в начале этого параграфа трудность, чего не могла сделать обыкновенная теория относительности.

Смысл этого результата становится особенно ясным при рассмотрении следующего кругового процесса:

1. Лучистая энергия E (измеренная в S_2) посылается из S_2 в S_1 , где, согласно только что полученному результату, поглощается энергия $E \left(1 + \frac{\gamma h}{c^2}\right)$ (измеренная в S_1).

2. Тело W с массой M опускается от S_2 до S_1 , причем отдается во вне работа $M\gamma h$.

3. Энергия E с S_1 переносится на тело W , когда оно находится в S_1 . Благодаря этому изменяется тяготеющая масса M ; пусть ее новое значение равно M' .

4. Тело W опять поднимается в S_2 , причем затрачивается работа $M'\gamma h$.

5. Энергия E опять переносится с W на S_2 .

Эффект этого кругового процесса заключается в том, что система S_1 приобрела энергию $E \left(\frac{\gamma h}{c^2}\right)$, получив количество энергии $M'\gamma h - M\gamma h$ в форме механической работы. По закону сохранения энергии должно, следовательно, иметь место уравнение:

$$E \frac{\gamma h}{c^2} = M'\gamma h - M\gamma h$$

или

$$M' - M = \frac{E}{c^2}. \quad (1b)$$

Таким образом, приращение *тяготеющей* массы равно $\frac{E}{c^2}$, следовательно, оно равно тому приращению *инертной* массы, которое следует из теории относительности.

Еще непосредственнее этот результат получается из эквивалентности систем K и K' , согласно которой *тяготеющая* масса, определенная относительно K , точно равна *инертной* массе, определенной относительно K' ; поэтому энергия должна иметь *тяготеющую* массу, равную ее *инертной* массе. Если в системе K' привесить массу M_0 к пружинным весам то последние вследствие инертности M_0 покажут ка, жущийся вес $M_0\gamma$. Если перенести энергию E на M_0 , то согласно принципу инертности энергии пружинные весы покажут $\left(M_0 + \frac{E}{c^2}\right) \gamma$. Согласно нашему основ-

ному допущению, то же самое должно наступить при повторении опыта в системе K , т. е. в поле тяготения.

§ 3. Время и скорость света в поле тяготения.

Если излучение в S_2 , испускаемое в равномерно ускоренной системе K' по направлению S_1 , обладало относительно часов, находящихся в S_2 , частотой ν_2 , то, по прибытии в S_1 , оно, относительно находящихся там одинаково устроенных часов, не обладает уже частотой ν_2 , но имеет большую частоту ν_1 ; последняя в первом приближении будет равна

$$\nu_1 = \nu_2 \left(1 + \frac{\gamma h}{c^2} \right). \quad (2)$$

В самом деле, если снова ввести неускоренную систему K_0 , относительно которой K' в момент испускания света не имело никакой скорости, то S_1 имеет относительно K_0 в момент прибытия излучения в S_1 скорость $\gamma \left(\frac{h}{c} \right)$, откуда в силу принципа Доплера и получается непосредственно соотношение (2).

Согласно нашему предположению об эквивалентности систем K' и K , это уравнение верно и для покоящейся координатной системы K , в которой действует однородное поле тяжести, в том случае, когда в этой системе происходит описанный перенос лучистой энергии. Таким образом получается, что луч света, испускаемый при определенном потенциале тяжести в S_2 и обладающий при его испускании частотой ν_2 , измеренной часами, находящимися в S_2 , — обладает при его прибытии в S_1 другой частотой ν_1 , если последняя измеряется с помощью одинаково сделанных часов, находящихся в S_1 . Мы заменяем γh че-

рез потенциал тяжести Φ , взятый в S_2 по отношению к S_1 , как нулевой точке, и принимаем, что зависимость, полученная нами для однородного гравитационного поля, верна также и для полей другого вида; в таком случае

$$\nu_1 = \nu_2 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right). \quad (2a)$$

Этот результат, верный при нашем выводе в первом приближении, находит прежде всего следующее применение. Пусть ν_0 будет числом колебаний некоторого элементарного источника света, определенным с помощью находящихся в том же месте, где и источник, часов U . Это число колебаний не зависит от того, где устанавливается источник света вместе с часами. Вообразим, что и то и другое помещены, например, на солнечной поверхности (там находится наше S_2). Из испускаемого там света часть доходит до земли (S_1), где мы с часами U точно такой же конструкции, как и названные выше, измеряем частоту ν дошедшего света. Тогда в силу (2a) имеем

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right),$$

где Φ означает (отрицательную) разность гравитационных потенциалов солнечной поверхности и земли. Таким образом, согласно нашему представлению, спектральные линии солнечного света должны по сравнению с соответствующими спектральными линиями земных источников света несколько сместиться в сторону красного света, а именно, на относительную величину

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{-\Phi}{c^2} = 2 \cdot 10^{-6}.$$

Это смещение можно было бы измерить, если бы были точно известны условия, при которых возни-

кают солнечные линии. Однако в виду того, что другого рода причины (давление, температура) также влияют на положение центра тяжести спектральных линий, трудно установить, имеет ли действительно место выведенное выше влияние гравитационного потенциала¹⁾.

При поверхностном рассмотрении кажется, что уравнения (2) или (2а) абсурдны. Возможно ли, чтобы при непрерывном переносе света от S_2 в S_1 , туда прибывал свет с другим числом периодов в секунду, чем свет, вышедший из S_2 . Но ответ на это прост. Мы не можем ν_2 или ν_1 рассматривать просто как частоты (числа периодов в секунду), так как мы еще не установили времени в системе K . ν_2 означает число периодов, отнесенное к единице времени часов U в S_2 , ν_1 — число периодов, отнесенное к единице времени таких же точно часов U в S_1 . Ничто не принуждает нас к допущению, что часы, находящиеся при различных гравитационных потенциалах, должны рассматриваться как одинаково быстро идущие механизмы. Наоборот, мы непременно должны определить время в K так, чтобы число гребней волн и минимумов между ними, которые находятся между S_2 и S_1 , не зависело от абсолютного значения времени, ибо рассматриваемый процесс по природе своей стационарен. Если мы этого условия не выполним, то придем к определению времени, при применении которого время явно войдет в законы природы, что, конечно, неестественно и нецелесообразно. Итак, оба часовых механизма в S_2 и S_1 не показывают правильного

¹⁾ L. F. Jewell (Journ. d. phys. 6, 84, 1897) и особенно Ch. Fabry и H. Boisson (C. R. 148, 688—690, 1909) действительно нашли подобные смещения тонких спектральных линий в сторону красного конца спектра, вычисленного выше порядка, но приписали это действию давления в поглощающем слое.

„времени“. Если мы определяем время в S_1 часами U , то мы должны измерить время в S_2 часами, которые идут в $1 + \frac{\Phi}{c^2}$ раза медленнее, чем часы U , при их сравнении в одном и том же месте. Ибо измеренная подобными часами частота рассмотренного выше луча света, при его отправлении из S_2 , а именно

$$\nu_2 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right),$$

в согласии с формулой (2а) равна частоте ν_1 того же луча света при его прибытии в S_1 .

Отсюда вытекает следствие фундаментального значения для теории. Если измерять скорость света в различных местах ускоренной системы K' без гравитационного поля, пользуясь одинаково идущими часами U , то всюду будет получаться одна и та же величина. То же справедливо, согласно нашему основному допущению, и для системы K . Из только что сказанного следует, что мы должны в местах с различными гравитационными потенциалами при измерении времени пользоваться различно идущими часами. В том месте, которое относительно начала координат обладает гравитационным потенциалом Φ , мы должны при измерении времени применять часы, которые при перенесении их в начало координат шли бы в $\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)$ раза медленнее, чем те часы, которыми определялось время в начале координат. Если мы обозначим через c_0 скорость света в начале координат, то скорость света c вместе с гравитационным потенциалом Φ будет дана соотношением

$$c = c_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right). \quad (3)$$

По этой теории, принцип постоянства скорости света действителен не в той формулировке, в какой он обыкновенно кладется в основу обыкновенной теории относительности.

§ 4. Искривление лучей света в гравитационном поле.

Из только что доказанного положения, что скорость света в поле тяготения есть функция места, нетрудно с помощью принципа Гюйгенса доказать, что лучи света, распространяющиеся поперек поля тяготения, должны быть искривлены. В самом деле, пусть ϵ — плоскость равной фазы некоторой плоской

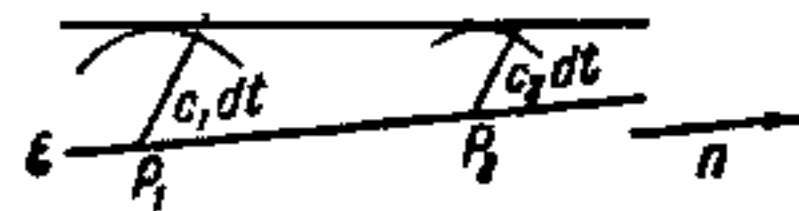


Рис. 2.

волны света в момент времени t , и пусть P_1 и P_2 будут две точки на ней, между которыми расстояние равно 1. P_1 и P_2 лежат в плоскости чертежа,

причем эта плоскость выбрана так, что взятая по нормали к ней производная от Φ , а следовательно, также и от c , обращается в нуль. Описав около точек P_1 и P_2 окружности радиусами $c_1 dt$ и $c_2 dt$ и проведя к ним общую касательную, мы получим плоскость равной фазы, точнее, ее сечение плоскостью чертежа для времени $t + dt$; c_1 и c_2 представляют собой скорости света соответственно в точках P_1 и P_2 . Угол искривления луча света на пути cdt составляет следовательно

$$\frac{(c_1 - c_2) dt}{c} = - \frac{\partial c}{\partial n'} dt,$$

если мы его считаем положительным, когда луч света изгибается в сторону возрастающей n' .

Угол кривизны на единицу пути луча света составляет

$$- \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial n'},$$

или, в силу (3), равен

$$- \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial n'}.$$

Наконец, для отклонения α , которое луч света испытывает на любом пути s в сторону n' , мы получаем выражение

$$\alpha = - \frac{1}{c^2} \int \frac{\partial \Phi}{\partial n'} ds. \quad (4)$$

Этот же результат мы могли бы получить и путем непосредственного рассмотрения распространения луча света в равномерно-ускоренной системе K' и переноса результата на систему K_1 и отсюда на тот случай, когда гравитационное поле имеет произвольный вид.

Луч света, проходящий мимо какого-либо небесного тела, испытывает по формуле (4) отклонение в сторону падающего гравитационного потенциала, то есть, в сторону, обращенную к небесному телу, равное

$$\alpha = \frac{1}{c^2} \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{\vartheta = +\frac{\pi}{2}} \frac{kM}{r^2} \cos \vartheta ds = \frac{2kM}{c^2 \Delta},$$

где k — гравитационная постоянная, M — масса небесного тела, Δ — расстояние от луча до центра небесного тела.

Луч света, проходящий мимо солнца, испытал бы на этом основании отклонение в размере

$4 \cdot 10^{-6} = 0,83$ дуговой секунды. Благодаря искривлению луча угловое расстояние звезды от солнечного центра представится увеличившимся на эту величину.

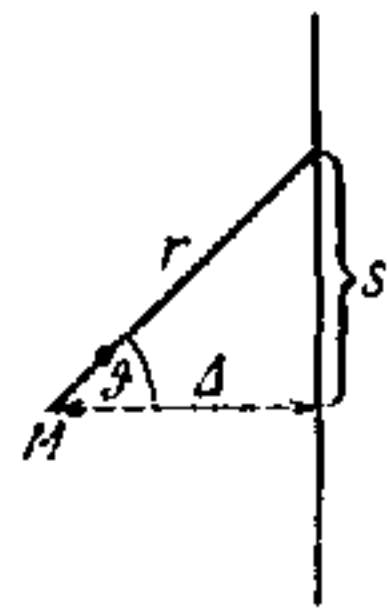


Рис. 8.

Так как звезды соседних с солнцем частей неба делаются видимыми при полных затмениях, то это следствие теории сравнимо с опытом. У планеты Юпитер ожидаемое смещение достигает приблизительно $\frac{1}{100}$ указанной величины. Было бы крайне желательно, чтобы астрономы заинтересовались поставленным здесь вопросом даже и в том случае, если бы предыдущие рассуждения казались недостаточно обоснованными или рискованными. Ибо, отвлекаясь от всякой теории, нужно спросить себя, можно ли вообще современными средствами установить влияние гравитационных полей на распространение света.

Прага, июнь 1911 г.

(Поступило в печать 21 июня 1911 г.)

А. ЭЙНШТЕЙН.

ОСНОВЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ¹⁾.

А. Принципиальные соображения о постулате относительности.

§ 1. Замечания к специальной теории относительности.

В основе специальной теории относительности лежит следующий постулат, которому также удовлетворяет механика Галилея и Ньютона.

Если координатная система K выбрана так, что относительно нее физические законы действительны в своей простейшей форме, то *те же законы* действительны в применении ко всякой другой координатной системе K' , которая относительно K находится в равномерном поступательном движении. Мы называем этот постулат „специальным принципом относительности“. Словом „специальный“ должно быть выражено то, что принцип ограничивается тем случаем, когда K' совершает относительно K *равномерное поступательное движение*, и что равноценность K' и K не распространяется на случай неравномерного движения K' относительно K .

Итак, специальная теория относительности отличается от классической механики не постулатом

¹⁾ Ann. d. Phys. 49, 760, 1916.