

**ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
И ЕГО СЛЕДСТВИЯ
В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ***

§ 1. Эфир

С тех пор, как было признано, что между упругими колебаниями весомой материи и явлениями интерференции и дифракции света существует глубокая аналогия, появилось убеждение, что свет должен рассматриваться как колебательное состояние особого вида материи. Так как, кроме того, свет может распространяться там, где отсутствует весомая материя, ученые пришли к выводу, что в том случае, когда речь идет о распространении света, необходимо признать существование особого вида материи, отличного от весомой материи. Этот вид материи был назван эфиром. Поскольку в разреженных телах, например в газе, скорость распространения света почти такая же, как и в пустоте, естественно было признать, что и в этих случаях эфир играл большую роль в световых явлениях. Наконец, гипотеза о существовании эфира внутри жидких и твердых тел была необходимой для понимания законов распространения света в этих телах, поскольку невозможно было объяснить большую скорость распространения только упругими свойствами весомой материи. Из всего сказанного выше следует, что существование особой среды, пронизывающей всю материю, казалось неоспоримым и что гипотеза о существовании эфира составляла для физика прошлого столетия важную часть представления о Вселенной.

Возникновение электромагнитной теории света внесло некоторые изменения в гипотезу об эфире. Прежде всего, не вызывало сомнений, что электромагнитные явления необходимо свести к способам движения этой среды. Однако постепенно крепло убеждение в том, что никакая механическая теория эфира не дает ясного представления об электро-

* *Principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne.* Arch. sci. phys. Natur., ser. 4, 1910, 29, 5—28, 125—144.

магнитных явлениях, и тогда стали рассматривать электрические и магнитные поля как сущности, механическое толкование которых является излишним. Прямыми следствием такого толкования было то, что эти поля в пустоте стали рассматривать как особые состояния эфира, не требующие более детального анализа.

Механическое и чисто электромагнитное толкование оптических и электромагнитных явлений имеет то общее, что в обоих случаях электромагнитное поле рассматривается как особое состояние гипотетической среды, заполняющей все пространство. Именно в этом указанные два толкования коренным образом отличаются от теории истечения Ньютона, согласно которой свет состоит из движущихся частиц. Согласно Ньютону, пространство должно рассматриваться как несодержащее ни весомой материи, ни лучей света, т. е. как абсолютно пустое. В то же время механическая и электромагнитная теории заставляют рассматривать само пространство как заполненное эфиром.

§ 2. Оптика движущихся тел и эфир

Приняв гипотезу о существовании эфира, нужно ответить на вопрос о механических связях, соединяющих эфир и материю. Когда материя приходит в движение, увлекается ли эфир полностью движущейся материи, или же он движется лишь частично, или, наконец, он остается неподвижным? Эти вопросы являются основными для оптики и электродинамики движущихся тел.

Проще всего было бы предположить, что движущиеся тела полностью увлекают эфир, который они содержат. Именно при этом предположении Герц построил непротиворечивую электродинамику движущихся тел. Тем не менее, как следует из знаменитого эксперимента Физо, эта теория неприемлема. Опыт Физо, который можно рассматривать как *experimentscисіc*, основан на следующих соображениях. Пусть u' — скорость распространения света в прозрачной и неподвижной среде. Сообщим этой среде равномерное и прямолинейное движение со скоростью V . Если среда заставляет двигаться весь содержащийся в ней эфир, то распространение света *по отношению к среде* будет таким же, как если бы среда была неподвижна; иначе говоря, u' будет также и скоростью распространения света *по отношению к движущейся среде*. Чтобы найти скорость *по отношению к наблюдателю*, не принимающему участия в движении среды, достаточно, следуя правилу сложения скоростей, к скорости u' прибавить векторно скорость V . В частном случае, если u' и V лежат на одной прямой, получается либо $u' + V$, либо $u' - V$, в зависимости от того, одинаковое или разное направление имеют скорости u' и V . Однако даже самые большие скорости, которые можно было бы сообщить телу,

очень малы по сравнению со скоростью света; следовательно, возникает необходимость в очень точном экспериментальном методе, который позволил бы убедительно показать влияние движения среды на эту скорость. Физо предложил следующий эксперимент. Рассмотрим два луча света, способных интерферировать друг с другом, и две трубы, наполненные одинаковой жидкостью. Пропустим вдоль каждой трубы параллельно ее оси пучки света так, чтобы они интерферировали друг с другом после их выхода из труб.

Положение интерференционных полос изменится, если жидкость приходит в движение параллельно оси труб.

По различным положениям интерференционных полос в зависимости от изменения скорости течения можно определить скорость распространения света¹ относительно стенок трубы, т. е. скорость в движущейся среде. Физо нашел таким путем для суммы скоростей не величину $u' \pm V$, как мы могли бы ожидать из всего предыдущего, а $u' \pm \alpha V$, где α — число, заключенное в пределах между 0 и 1 и зависящее от показания преломления n среды² $\alpha = 1 - 1/n^2$.

Итак, частично свет увлекается движущейся жидкостью. Этот эксперимент отвергает гипотезу полного увлечения эфира. Следовательно, остаются две возможности.

1. Эфир полностью неподвижен, т. е. он не принимает абсолютно никакого участия в движении материи.

2. Эфир увлекается движущейся материей, но он движется со скоростью, отличной от скорости движения материи.

Развитие второй гипотезы требует введения каких-либо предположений относительно связи между эфиром и движущейся материей. Первая же возможность очень проста, и для ее развития на основе теории Максвелла не требуется никакой дополнительной гипотезы, могущей осложнить основы теории.

В 1895 г. Лоренц³, предполагая эфир абсолютно неподвижным, предложил весьма совершенную теорию электромагнитных явлений. Эта теория позволяла не только количественно предсказать результаты эксперимента Физо, но и очень просто объясняла почти все опыты, которые можно было представить себе в этой области.

Лоренц утверждает, что материя состоит из элементарных частиц, часть которых, по крайней мере, обладает электрическими зарядами. Движущаяся по отношению к эфиру заряженная частица может быть

¹ Точнее, фазовую скорость света.

² В этом выражении пренебрегается дисперсией.

³ H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in Bewegten Körpern. Leyden, 1895.

отождествлена с элементом тока. Действие электромагнитного поля на частицу и реакция частицы на поле — вот единственныe связи между материй и эфиром. В эфире, там, где пространство свободно от частиц, электрическое и магнитное поля описываются уравнениями Максвелла для свободного эфира, в том случае, конечно, если уравнения относятся к системе отсчета, неподвижной по отношению к эфиру.

Большая плодотворность теории Лоренца состоит в том, что свойства материи, проявляющиеся в оптике и электромагнетизме, могут быть объяснены только относительными положениями и движениями заряженных частиц.

§ 8. Эксперименты и следствия, не согласующиеся с теорией

Эксперимент Физо наталкивал на мысль, что движущаяся жидкость увлекает не весь эфир; происходит лишь частичное увлечение эфира. Однако, поскольку Земля вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца и направление скорости ее движения в течение года сильно меняется, следовало думать, что эфир в наших лабораториях принимает некоторое участие как в движении Земли, так и в движении жидкости в исследованиях Физо. Отсюда вытекает, что эфир движется по отношению к нашим приборам со скоростью, изменяющейся со временем. Кроме того, надо было бы ожидать, что в оптических явлениях будет наблюдаться анизотропия пространства; иначе говоря, эти явления должны были бы зависеть от ориентации приборов. Так, например, в пустоте или в воздухе свет в направлении движения Земли должен был бы распространяться быстрее, чем против движения Земли. Нельзя было и думать получить непосредственное экспериментальное подтверждение этого следствия теории; так как по порядку величины ожидаемый эффект равен отношению скорости Земли к скорости света, т. е. 10^{-4} , то нечего было и думать о достижении подобной точности при прямом определении скорости света. Кроме того,— и это главное — способами измерения в земных условиях можно определить скорость света, используя лучи света, проходящие по замкнутому пути — туда и обратно,— а не по прямой. Причина этого заключается в том, что необходимо определить момент выхода лучей и момент их возвращения с помощью одних и тех же приборов, например, с помощью зубчатого колеса.

Известно много оптических явлений, которые позволяют надежно фиксировать изменения скорости света порядка 10^{-4} ; наблюдая эти явления, согласно теории, можно было бы ожидать, что результаты получатся различными в зависимости от ориентации приборов по отношению к скорости Земли. Не вдаваясь в подробности, скажем, что все эти эксперименты

дали отрицательные результаты. Таким образом, эксперимент Физо приводил к гипотезе частичного увлечения эфира движущимися телами, а все иные эксперименты не подтверждали этой гипотезы. Теория Лоренца⁴ дает, по крайней мере, хоть какой-то ключ к решению этой загадки. Наличие постоянной скорости v прибора по отношению к эфиру оказывает влияние на оптические явления; однако это влияние на распределение интенсивности света оказалось очень слабым, соответствующие ему члены в уравнениях Лоренца пропорциональны $(v/c)^2$ (c — скорость света в пустоте).

Казалось бы, таким образом объясняется отрицательный результат экспериментов, поставленных с целью доказать существование относительного движения Земли по отношению к эфиру. Тем не менее, один из этих отрицательных результатов оказался настоящей головоломкой для теоретиков. Мы имеем в виду знаменитый опыт Майкельсона и Морли. Эти физики исходили из следующего замечания. Пусть M и N — две точки твердого тела; световой луч испускается из точки M и идет к N , где он отражается и возвращается в M . В этом случае, если тело имеет постоянную скорость по отношению к эфиру, теория предсказывает для времени t , необходимого для прохождения замкнутого пути MNM , различные величины в зависимости от того, по этому направлению или перпендикулярно ему движется тело.

Правда, разница времен прохождения очень невелика, поскольку она порядка $(v/c)^2$, где v — скорость Земли, т. е. порядка 10^{-8} ; тем не менее Майкельсон и Морли смогли поставить интерференционный эксперимент, с помощью которого эту разницу можно было измерить. Основные идеи их опыта состоят в следующем. Световой луч из источника S (см. рис. 1) разделяется с помощью полупрозрачного зеркала

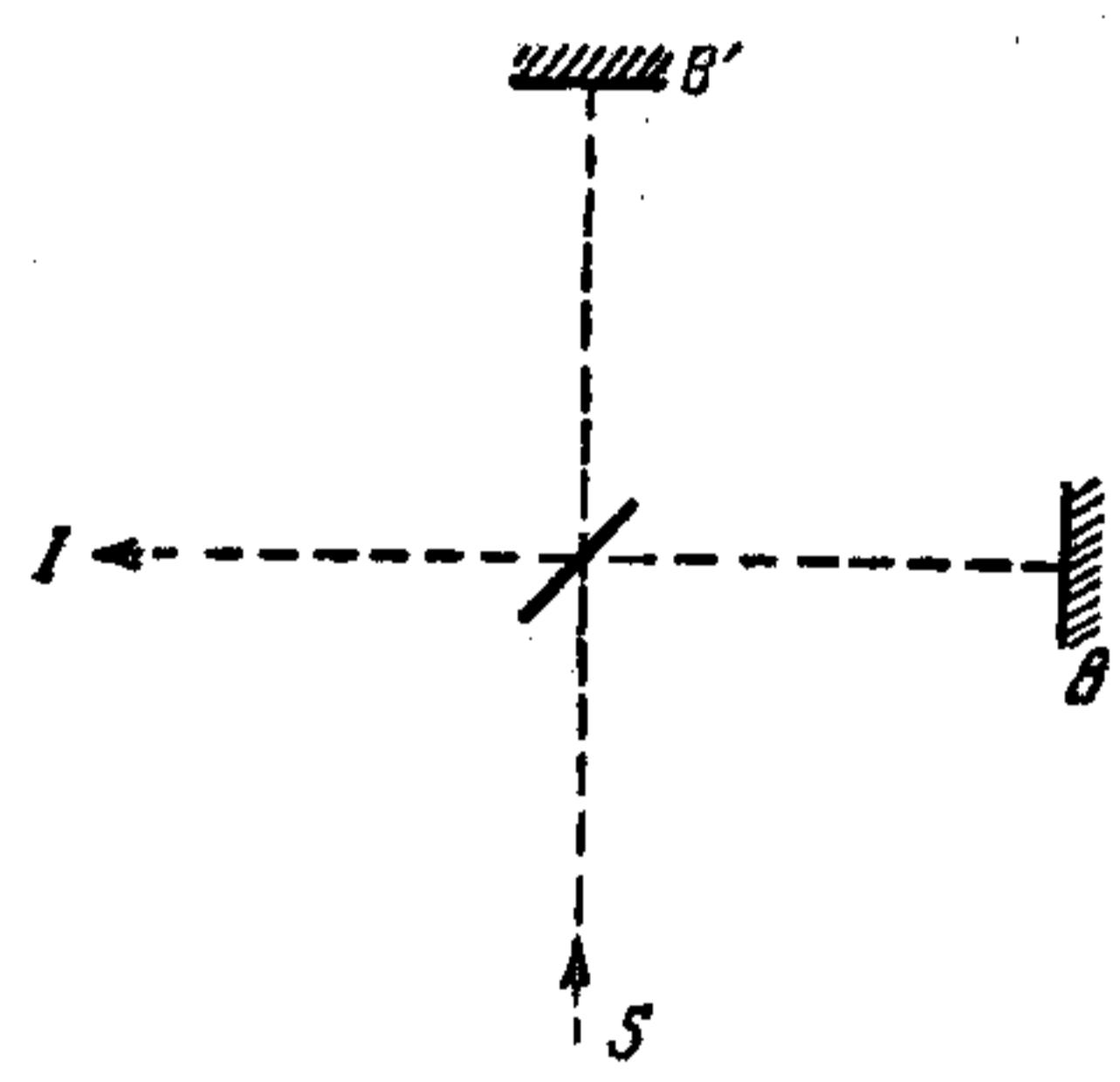


Рис. 1

в точке A на два пучка. Один из них отражается от зеркала в B и возвращается в A , где он снова разделяется и дает луч, который идет в I . Другой луч проходит через полупрозрачное зеркало A и идет в зеркало B' , где он отражается и попадает в A . В точке A он отражается снова и дает луч, также идущий в I . В точке I эти два луча интерферируют. Положение интерференционных полос зависит от разности хода обоих лучей ABA и $AB'A$. Эта разность хода должна зависеть от ориентации прибора.

⁴ Правда, необходимо сказать, что Лоренц не рассматривал тела, которые способны вращать плоскость поляризации в отсутствие магнитного поля (тела с природной активностью).

Должно было бы наблюдаваться смещение интерференционных полос, если вместо плеча AB' по направлению движения Земли будет ориентировано плечо AB . Однако ничего подобного не было обнаружено, и основы теории Лоренца пошатнулись. Чтобы спасти эту теорию, Лоренц и Фиджеральд прибегли к странной гипотезе: они предположили, что размеры любого тела, движущегося относительно эфира, сокращаются в направлении движения на часть, или, что сводится к тому же, если рассматривать только члены второго порядка малости, — что длина тела в этом направлении уменьшается в отношении $1 : \sqrt{1 - (v/c)^2}$.

В самом деле, эта гипотеза уничтожала разногласие между теорией и экспериментом. Однако эта теория не представляла собой единого целого. Она основывалась на существовании эфира, который нужно было считать движущимся относительно Земли, причем последствия этого движения никогда невозможно было бы обнаружить экспериментально. Такое странное свойство теории можно было объяснить, только с помощью введения априори маловероятных гипотез. Можно ли действительно думать, что вследствие любопытной случайности законы природы представляются нам таким необычным образом, что ни один из них не позволяет изучить быстрое движение нашей планеты через эфир? Не правда ли, было бы более правдоподобным допустить, что нас завело в тупик какое-то ошибочное соображение?

Прежде чем сказать, как избавиться от этих трудностей, покажем, что даже в частных случаях теория, основанная на существовании эфира, не всегда удовлетворительно объясняет явления, хотя она может прямо и не противоречить эксперименту.

Итак, рассмотрим, например, магнитный полюс, движущийся относительно замкнутого проводника. Если число силовых линий, пересекающих поверхность проводника, изменяется с течением времени, то в проводнике возникает ток. Известно, что возникший ток зависит только от изменения потока через проводник. Величина этого изменения зависит только от относительного движения полюса по отношению к проводнику, иначе говоря, с точки зрения конечного результата безразлично, будет это движущийся полюс и неподвижный проводник или же наоборот. Чтобы понять это явление с точки зрения теории эфира, необходимо приписать последнему состояния, в корне различные в зависимости от того, полюс или проводник движутся относительно эфира. В первом случае следует помнить, что движение полюса изменяет в каждое мгновение напряженность магнитного поля в различных точках эфира. Полученное таким образом изменение создает электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями, существование которого не зависит от присутствия проводника. Это поле, как и любое другое электрическое поле, обладает определенной энергией; оно-то и создает электрический ток в проводнике. Если же,

наоборот, проводник движется, а полюс остается в покое, то при этом не возникает никакого электрического поля. В этом случае на электроны, находящиеся в проводнике, действуют лишь пондеромоторные силы, получающиеся в результате движения этих электронов в магнитном поле; результатом же наличия этих сил является движение электронов, т. е. возникновение электрического тока.

Таким образом, чтобы с помощью теории эфира понять эти два в принципе не различающиеся эксперимента, необходимо, чтобы эфиру были приписаны принципиально различные состояния. В конце концов, подобное раздвоение, чуждое природе явлений, вводится всякий раз, как только приходится обращаться к факту существования эфира для объяснения явлений, вызванных относительными движениями двух тел.

§ 4. Принцип относительности и эфир

Каковы корни всех этих трудностей?

Теория Лоренца находится в противоречии с чисто механическими представлениями, к которым физики надеялись свести все явления Вселенной. Действительно, если в механике не существует абсолютного движения, а только движение одних тел относительно других, то в теории Лоренца существует особое состояние, которое физически соответствует состоянию абсолютного покоя; это состояние тела, неподвижного относительно эфира.

Если основные уравнения механики Ньютона, записанные для неускоряющейся системы отсчета, преобразовать с помощью соотношений

$$\left. \begin{array}{l} t' = t, \\ x' = x - vt, \\ y' = y, \\ z' = z \end{array} \right\} \quad (1)$$

к новой системе координат, находящейся в прямолинейном и равномерном движении по отношению к первой, то при этом получаются уравнения в переменных t' , x' , y' , z' , идентичные исходным уравнениям в переменных t , x , y , z . Иначе говоря, при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся равномерно и прямолинейно по отношению к первой, ньютоновские законы движения преобразуются в законы того же вида. Именно это и имеют в виду, когда говорят, что в классической механике выполняется принцип относительности.

В общем виде принцип относительности сформулируем следующим образом.

Законы, управляющие явлениями природы, не зависят от состояния движения системы координат, по отношению к которой эти явления наблюдаются, если эта система движется без ускорения⁵.

Если основные уравнения теории Лоренца преобразовать с помощью соотношений (1), то получаются уравнения другого вида, причем в них величины x' , y' , z' входят уже несимметрично. Итак, теория Лоренца, основанная на гипотезе эфира, не удовлетворяет принципу относительности. С этим, главным образом, и связаны встретившиеся до сих пор трудности. Более глубокие их причины выясняются в дальнейшем. Как бы то ни было, не может быть приемлемой теория, не учитывающая принцип относительности,— принцип, который не опровергается ни одним экспериментальным фактом.

§ 5. О двух произвольных гипотезах, неявно содержащихся в привычных понятиях времени и пространства

Мы видели, что, допуская существование эфира, мы экспериментальным путем пришли к необходимости рассматривать эту среду как неподвижную. Затем мы видели, что обоснованная таким образом теория позволяет предсказать основные экспериментальные факты. Тем не менее она имеет один пробел: она не признает принципа относительности, что находится в противоречии с экспериментальными данными. Таким образом, возникает вопрос: нельзя ли согласовать основные положения теории Лоренца с принципом относительности? Первым шагом к этому является отказ от гипотезы эфира. В самом деле, с одной стороны, мы должны были признать неподвижность эфира; с другой стороны, принцип относительности требует, чтобы законы явлений природы, отнесенные к системе отсчета S' , находящейся в равномерном движении, были идентичны законам тех же явлений, отнесенных к системе отсчета S , неподвижной по отношению к эфиру. Поэтому нет оснований допускать, как этого требуют теория и эксперимент, существование эфира, неподвижного по отношению к системе S , не делая такого допущения по отношению к системе S' . Эти две системы отсчета не могут отличаться одна от другой; признавая это, нелепо отводить особую роль одной из систем, считая ее неподвижной по отношению к эфиру. Отсюда следует, что нельзя создать удовлетворитель-

⁵ При этом мы предполагаем, что понятие ускорения имеет объективное значение, иными словами, что наблюдатель, связанный с системой координат, может с помощью экспериментальных средств определить, движется система ускоренно или нет. В дальнейшем мы будем рассматривать только системы координат, движущиеся без ускорения.

ную теорию, не отказавшись от существования некоей среды, заполняющей все пространство. Таков первый шаг.

Чтобы сделать второй шаг, необходимо примирить принцип относительности с основным следствием теории Лоренца, так как отказаться от этого следствия — означало бы отказаться от основ этой теории. Вот это следствие.

Скорость s светового луча в пустоте постоянна, причем она не зависит от движения излучающего тела.

В § 6 это следствие мы возведем в принцип. Для краткости будем называть его в дальнейшем *принципом постоянства скорости света*.

В теории Лоренца этот принцип справедлив только для одной системы в особом состоянии движения: в самом деле, необходимо, чтобы система находилась в покое относительно эфира. Если мы хотим сохранить принцип относительности, мы обязаны допустить справедливость принципа постоянства скорости света для любой системы, движущейся без ускорения. На первый взгляд это кажется невозможным. Действительно, рассмотрим луч света, распространяющийся по отношению к системе отсчета S со скоростью c , и предположим, что мы хотели бы определить скорость его распространения по отношению к системе отсчета S' , находящейся в состоянии равномерного прямолинейного движения относительно первой. Применяя правило сложения скоростей (правило параллелограмма скоростей), мы получим в общем случае скорость, отличную от c ; иначе говоря, принцип постоянства скорости света, справедливый по отношению к S , неприменим в системе S' .

Чтобы теория, основанная на этих двух принципах, не приводила к противоречивым выводам, необходимо отказаться от привычного правила сложения скоростей, или, что лучше, заменить его другим. Как бы это правило ни казалось на первый взгляд хорошо обоснованным, тем не менее в нем скрыто не меньше двух произвольных гипотез, которые, как мы это увидим, управляют всей кинематикой. Эти гипотезы и заставляли считать, что с помощью законов преобразований (1) можно показать несовместимость теории Лоренца с принципом относительности.

Первая из гипотез касается физического понятия измерения времени. Чтобы измерить время, мы пользуемся часами. Что такое часы? Под часами мы подразумеваем любое устройство, которое характеризует явление, периодически проходящее через одни и те же фазы, причем, в силу достаточной наглядности этого процесса, мы вынуждены признать, что все происходящее во время данного периода идентично всему, что происходит во время любого периода⁶. Если часами является механизм, имею-

⁶ Мы высказываем постулат, что два идентичных явления имеют одинаковую длительность. Таким образом, определенные идеальные часы играют в измерении времени ту же роль, что и идеальный масштаб при измерении длины.

ший стрелки, то, отмечая положение стрелок, мы тем самым отсчитываем число прошедших периодов. По определению, измерить отрезок времени — значит отсчитать количество периодов, показываемых часами от начала до конца какого-либо события.

Это определение абсолютно ясно, пока часы находятся настолько близко от места, где происходит событие, что можно одновременно наблюдать и часы, и событие. Если же предположить, что событие происходит на некотором расстоянии от местонахождения часов, немедленное сопоставление отдельных фаз явления и различных положений часовых стрелок становится невозможным. Из этого следует, что определение не полно: оно нуждается в дополнении. До настоящего времени это дополнение производилось бессознательно.

Чтобы узнать время в каждой точке пространства, мы можем представить себе пространство заполненным огромным количеством часов, причем все часы должны быть совершенно одинаковыми. Рассмотрим точки A , B , C , ..., в каждой из которых находятся часы, и которые отнесены с помощью независящих от времени координат к системе отсчета, не находящейся в ускоренном движении. В этом случае можно определить время всюду, где мы позаботились поместить часы. Если часов взято достаточно много, так чтобы на каждые из них приходился по возможности меньший участок пространства, то мы сможем определить время в любом месте пространства с какой угодно точностью. Однако, действуя подобным образом, мы не получаем такого определения времени, которое открывало бы для физика достаточно широкие возможности. Действительно, мы не сказали, каково должно быть положение стрелок в данный момент в разных точках пространства. Мы забыли синхронизировать наши часы и поэтому ясно, что промежутки времени, проходящие в течение какого-либо события, имеющего определенную длительность, будут различны в зависимости от того, в каких точках пространства происходит событие. Так, например, будет обстоять дело при изучении движения материальной точки, траектория которой проходит через точки A , B , C При прохождении материальной точки через A , фиксируем на находящихся в этой точке часах момент времени t_A . Таким же образом зафиксируем моменты t_B и t_C прохождения материальной точки через B и C . Поскольку к тому же координаты точек A , B , C ... можно определить непосредственно с помощью градуированного масштаба, можно, например, сопоставляя координаты x_A , y_A , z_A , ..., точек A , B , C ... и моменты времени t_A , t_B , t_C , ..., получить координаты x , y , z движущейся материальной точки как функции переменной t , которую мы будем называть временем. Ясно, что форма этой функции зависит в основном от того, каким образом были установлены эти часы, когда их поместили в соответствующие места.

Для того, чтобы получить полное физическое определение времени, необходимо сделать еще один шаг. Надо сказать, каким образом все часы были выверены в начале эксперимента. Поступим следующим образом: во-первых, найдем способ передавать сигналы, например, из A в B или из B в A . Этот способ должен быть таким, чтобы мы были абсолютно уверены, что явления передачи сигналов из A в B нисколько не отличаются от явлений передачи сигналов из B в A . В этом случае очевидно, что существует только одна возможность поставить часы в точке B по часам в A так, чтобы сигнал, идущий из A в B , проходил бы этот путь за то же время, измеренное с помощью этих же часов, что и сигнал, идущий из B в A .

Если ввести обозначения:

- t_A — показание часов в точке A в момент, когда сигнал AB выходит из A ,
- t_B — показание часов в точке A в момент, когда сигнал AB приходит в B ,
- $t_{B'}$ — показание часов в точке B в момент, когда сигнал BA выходит из B ,
- $t_{A'}$ — показание часов в точке B в момент, когда сигнал BA приходит в A ,

то можно поставить часы, находящиеся в B , по часам в A таким образом, что

$$t_B - t_A = t_{A'} - t_{B'}.$$

В качестве сигналов можно использовать, например, звуковые волны, которые распространяются между A и B , проходя через среду, неподвижную⁷ по отношению к этим точкам.

С неменьшим успехом можно пользоваться световыми лучами, распространяющимися в пустоте или в однородной среде, неподвижной по отношению к A и B . Оба этих способа передачи сигналов одинаково приемлемы. Если же, пользуясь и тем и другим способом, мы получим различные результаты, это будет объясняться тем, что, по крайней мере, в одном из способов условие эквивалентности путей AB и BA не соблюдается.

Тем не менее, среди всех возможных способов передачи сигналов мы отдаем предпочтение тем из них, где используются световые лучи, распространяющиеся в пустоте. Дело в том, что синхронизация часов требует эквивалентности пути туда и пути обратно; в этом же случае мы будем иметь эту эквивалентность по определению, так как, в силу принципа постоянства скорости света, в пустоте свет распространяется всегда со скоростью c .

⁷ Среда должна быть неподвижной или, по крайней мере, скорость среды не должна иметь компоненты в направлении AB , чтобы пути AB и BA были эквивалентны.

Итак, мы должны синхронизовать наши часы таким образом, чтобы время, необходимое световому сигналу для прохождения пути из A в B , равнялось времени, за которое он проходит обратный путь из B в A .

Теперь мы располагаем вполне определенным методом проверки одних часов относительно других. Как только часы выверены, мы говорим, что они идут в фазе. Далее, если мы будем последовательно выверять часы B по часам A , часы C по часам B , . . . , мы получим ряд часов, идущих в фазе с предшествующими. Более того, в силу принципа постоянства скорости света две пары любых часов этой совокупности, не находящихся рядом, должны быть в фазе.

Совокупность показаний всех этих часов, идущих в фазе друг с другом, и составит то, что мы называем физическим временем.

Предполагаемое событие, сосредоточенное в одной точке и обладающее минимальной длительностью, называется *элементарным событием*. Показание часов, расположенных в максимальной близости от происходящего события, снятое в момент, когда это событие происходит, называется координатой времени элементарного события. Таким образом, элементарное действие определено четырьмя координатами: координатой времени и тремя координатами, определяющими положение в пространстве точки, где по предположению происходит событие.

Благодаря нашему физическому определению времени, мы можем придать вполне определенный смысл понятиям одновременности или неодновременности двух событий, происходящих в удаленных друг от друга местах. Таким же образом введение координат x , y , z точки придает вполне определенный смысл понятию положения. Так, например, сказать, что абсцисса точки P , расположенной на оси абсцисс, есть x , значит сказать, что если, следуя правилу, откладывать от начала координат единичный стержень x раз, то мы непременно должны попасть в точку P . Подобным же образом поступают, чтобы установить положение точки, если все три координаты отличны от нуля: только операции будут несколько сложнее. Как бы то ни было, указание отдельных координат связывается со вполне определенным экспериментом, относящимся к измерению положения твердых тел⁸.

Необходимо сделать следующее важное замечание: для определения физического времени по отношению к данной системе координат мы вос-

⁸ Мы не утверждаем, что координаты времени и пространства обязательно должны быть определены таким образом, что их определения могли бы служить основой для экспериментальных методов измерения этих координат, как это описано выше. Тем не менее, всякий раз, когда величины t , x , y , z вводятся в качестве чисто математических переменных в физические уравнения, последние будут правильны только в том случае, если эти переменные могут быть из них исключены.

пользовались группой часов, находящихся в состоянии покоя относительно этой системы. Согласно этому определению, показание времени или констатация одновременности двух событий будут иметь смысл только в том случае, если известно движение этой группы часов или системы координат.

Пусть даны две системы координат S и S' , движущиеся равномерно и прямолинейно одна относительно другой. Предположим, что с каждой из этих двух систем связана группа часов, причем все часы, принадлежащие к одной и той же системе, идут в фазе. В этих условиях показания группы часов, связанной с S , определяют физическое время по отношению к системе отсчета S ; подобным же образом показания группы часов, связанной с системой отсчета S' определяют физическое время по отношению к S' . Любое элементарное событие будет иметь координату времени t по отношению к системе отсчета S и координату времени t' по отношению к S' . *Итак, мы не имеем права априори предположить, что можно вывести часы двух групп таким образом, что обе координаты времени элементарного события были бы одинаковы, иными словами, чтобы t было равно t' .* Предположить это значило бы ввести произвольную гипотезу. Вплоть до настоящего времени эта гипотеза вводилась в кинематике.

Вторая произвольная гипотеза, введенная в кинематику, относится к конфигурации движущегося тела. Рассмотрим стержень AB , движущийся в направлении своей оси со скоростью V относительно системы отсчета S , не находящейся в ускоренном движении. Что следует понимать под «длиной стержня»? Вначале были попытки считать, что это понятие не требует специального определения. Ошибочность этой попытки будет ясно видна, если рассмотреть следующие два метода определения длины стержня.

1. Движение наблюдателя, обладающего масштабом, ускоряется до тех пор, пока его скорость не будет равна V , т. е. до тех пор, пока он будет неподвижен по отношению к стержню. После этого наблюдатель измеряет длину AB , последовательно прикладывая свой масштаб к стержню.

2. С помощью группы синхронизированных часов, неподвижных по отношению к системе отсчета S , определяют точки P_1 и P_2 системы S , где в момент t находятся оба конца стержня. После этого определяют длину прямой, соединяющей точки P_1 и P_2 , последовательно прикладывая масштаб к линии P_1P_2 , которая предполагается материальной.

Очевидно, что полученные в том и в другом случае результаты можно с некоторым основанием рассматривать как «длину стержня». Однако, априори отнюдь не ясно, что эти две операции непременно должны приводить к одному и тому же численному значению длины стержня. Все, что можно вывести из принципа относительности, и это легко доказывается,—

это то, что эти два метода приводят к одному и тому же численному значению, если стержень AB неподвижен относительно системы отсчета S . Тем не менее, абсолютно невозможно утверждать, что второй метод дает выражение для длины, не зависящее от скорости V стержня.

В более общем виде это можно сформулировать следующим образом: при определении конфигурации тела, движущегося равномерно и прямо-линейно по отношению к системе S , обычными геометрическими методами, т. е. с помощью масштаба или других твердых тел, движущихся точно таким же образом, результаты измерений не будут зависеть от скорости V равномерного и прямолинейного движения. Такого рода измерения дают нам то, что мы называем *геометрической конфигурацией* тела. Если же, напротив, в системе S отмечают положение различных точек тела в данный момент и геометрическими измерениями с помощью масштаба, неподвижного по отношению к системе S , определяют конфигурацию, образованную этими точками, то в результате получают то, что мы называем *кинематической конфигурацией* тела относительно системы S .

Итак, вторая неосознанная гипотеза в кинематике может быть выражена так: конфигурация кинематическая и конфигурация геометрическая идентичны.

§ 6. Новые формулы преобразования (преобразование Лоренца) и их физический смысл

Из всего сказанного в предыдущем параграфе ясно, что правило параллелограмма скоростей, которое заставляло считать невозможным соглашение теории Лоренца с принципом относительности, основано на произвольных и неприемлемых гипотезах. В самом деле, это правило приводит к следующим формулам преобразования:

$$t' = t, \quad x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

или, в более общем виде,

$$t' = t, \quad x' = x - v_x t, \quad y' = y - v_y t, \quad z' = z - v_z t.$$

Как мы видели, первое из этих соотношений выражает плохо обоснованную гипотезу о координатах времени элементарного события, взятых по отношению к двум системам отсчета S и S' , движущимся равномерно и прямолинейно одна по отношению к другой. Три другие соотношения выражают гипотезу о том, что кинематическая конфигурация системы S' относительно системы S идентична геометрической конфигурации системы S' .

Если оставить в покое обычную кинематику и на новых принципах создать новую, то при этом возникают формулы преобразования, отличные от приведенных выше. Итак, мы сейчас покажем⁹, что из

1. Принципа относительности и
2. Принципа постоянства скорости света

следуют формулы преобразования, позволяющие видеть, что теория Лоренца совместима с принципом относительности. Теорию, основанную на этих принципах, мы называем *теорией относительности*.

Пусть S и S' — две эквивалентные системы отсчета, т. е. такие, в которых длины измеряются одной единицей и в каждой из которых имеется по группе часов, идущих синхронно, если обе системы неподвижны одна относительно другой¹⁰. В соответствии с принципом относительности законы природы должны быть одинаковы в этих системах, независимо от того, находятся ли они в состоянии относительного покоя или движутся равномерно и прямолинейно одна по отношению к другой. Так, в частности, скорость света в пустоте должна выражаться одним и тем же числом в обеих системах. Пусть t, x, y, z — координаты элементарного события в системе S и t', x', y', z' — координаты того же события в системе S' . Мы поставили перед собой задачу найти соотношения, связывающие эти две совокупности координат. Используя однородность времени и пространства¹¹, можно показать, что эти соотношения должны быть линейными, т. е. время t связано с временем t' формулой вида:

$$t' = At + Bx + Cy + Dz. \quad (2)$$

Отсюда, в частности, для наблюдателя, связанного с системой S , следует, что три координатные плоскости системы S движутся равномерно; однако эти три плоскости не образуют прямоугольного трехгранника, хотя мы и предполагаем, что с точки зрения наблюдателя, связанного с этой системой, система S является прямоугольной. Если же, обратившись к системе S' , мы выберем ось x параллельно направлению движения S' , то, в силу симметрии, отсюда будет следовать, что система S' будет казаться нам прямоугольной. В частности мы можем выбрать относительное положение двух систем таким образом, что ось x будет постоянно совпадать с осью x' , ось y будет все время параллельна оси y' и, кроме того, для наблюдателя, связанного с системой S , одноименные оси будут иметь одинаковое направление. Начнем отсчитывать время

⁹ A. Einstein. Ann. Phys., 1905, 17, 891; Jahrb. Radioact., 1907, Bd. IV, N. 4, 441. (Статьи 1 и 8).

¹⁰ В дальнейшем мы всегда будем неявно предполагать, что факт приведения в движение и остановки линейки, или часов, не изменяет ни длины линейки, ни хода часов.

¹¹ См. замечание на стр. 158.

с того момента, когда начала координат обеих систем совпадут. При этих условиях искомые соотношения оказываются однородными и уравнения

$$\begin{aligned}x' &= 0 \quad \text{и} \quad x - vt = 0, \\y' &= 0 \quad \text{и} \quad y = 0, \\z' &= 0 \quad \text{и} \quad z = 0\end{aligned}\tag{3}$$

эквивалентными; иначе говоря, координаты x, y, z, x', y', z' связаны соотношениями следующего вида

$$\begin{aligned}x' &= E(x - vt), \\y' &= Fy, \\z' &= Gz.\end{aligned}$$

Для определения постоянных A, B, C, D, E, F, G , входящих в уравнения (2) и (3), мы учтем, что в соответствии с принципом постоянства скорости света, скорость распространения имеет одну и ту же величину c по отношению к обеим системам, т. е., что уравнения

$$\left. \begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= c^2 t^2 \\x'^2 + y'^2 + z'^2 &= c^2 t'^2,\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

эквивалентны. Заменяя во втором из уравнений t', x', y', z' их значениями из (2) и (3) и сравнивая с первым уравнением, получаем формулы преобразования следующего вида:

$$\begin{aligned}t' &= \varphi(v) \cdot \beta(t - (v/c^2)x), \\x' &= \varphi(v) \cdot \beta(x - vt) \\y' &= \varphi(v)y, \\z' &= \varphi(v)z.\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$

а $\varphi(v)$ — некоторая функция v , подлежащая определению. Ее легко определить, если ввести третью систему координат S'' , эквивалентную двум первым, движущуюся относительно S' с постоянной скоростью $-v$ и ориентированную по отношению к системе S таким же образом, как и S' по отношению к S .

Применяя два раза формулы преобразования (5), находим, что

$$\begin{aligned}t'' &= \varphi(v)\varphi(-v)t, \\x'' &= \varphi(v)\varphi(-v)x, \\y'' &= \varphi(v)\varphi(-v)y, \\z'' &= \varphi(v)\varphi(-v)z.\end{aligned}$$

Поскольку начала координат систем S и S' все время совпадают, оси имеют одну и ту же ориентацию и системы эквивалентны, мы должны обязательно получить

$$\varphi(v)\varphi(-v) = 1$$

Так как, кроме того, соотношение между y и y' (как и между z и z') не зависит от знака v , то

$$\varphi(v) = \varphi(-v).$$

Отсюда следует, что

$$\varphi(v) = 1,$$

(значение $\varphi(v) = -1$ в этом случае непригодно)

$$t' = \beta \left(t - \frac{v}{c^2} x \right), \quad (I)$$

$$x' = \beta (x - vt),$$

$$y' = y$$

$$z' = z,$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Лоренц очень удачно ввел эти формулы преобразования в электродинамику. В дальнейшем мы будем их называть *преобразованием Лоренца*.

Если эти формулы разрешить относительно t , x , y , z , получаются формулы того же вида, где однако штрихованные величины заменены нештрихованными и v заменено на $-v$. В конце концов этот результат является очевидным следствием принципа относительности: система отсчета S движется относительно системы отсчета S' параллельно осям x и x' со скоростью $-v$.

Комбинируя формулы преобразования с уравнениями, описывающими вращение одной системы относительно другой, можно получить более общие преобразования координат.

§ 7. Физическая интерпретация формул преобразования

1. Рассмотрим тело, покоящееся относительно системы отсчета S' . Пусть x'_1, y'_1, z'_1 и x'_2, y'_2, z'_2 — координаты двух точек тела. В любой момент t , в системе S между этими координатами справедливы следующие

соотношения:

$$\begin{aligned}x_2 - x_1 &= \sqrt{1 - (v^2/c^2)} (x'_2 - x'_1), \\y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1, \\z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1.\end{aligned}\tag{6}$$

Это показывает, что кинематическая конфигурация тела, движущегося равномерно и прямолинейно по отношению к некоторой системе отсчета, зависит от скорости v поступательного движения. Более того, кинематическая конфигурация отличается от геометрической только сокращением размеров в направлении движения в отношении $1:\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Относительное движение двух систем со скоростью v , большей скорости света в пустоте, несовместимо с принятыми нами принципами.

В полученных выше уравнениях нетрудно узнать гипотезу Лоренца и Фицджеральда (§ 3). Эта гипотеза казалась нам странной, и ввести ее было необходимо для того, чтобы иметь возможность объяснить отрицательный результат эксперимента Майкельсона и Морли. Здесь эта гипотеза выступает как естественное следствие принятых нами принципов.

2. Рассмотрим часы H' , находящиеся в начале координат системы S' и идущие в p_0 раз быстрее часов, используемых для определения физического времени в системах S или S' . Иначе говоря, при сравнении часов, когда они находятся в относительном покое, часы H' покажут p_0 единиц времени за единицу времени, отсчитанную другими часами. Сколько единиц времени покажут часы H' за единицу времени, если вести наблюдение из системы S ?

Часы H' отметят концы периодов в моменты

$$t'_1 = \frac{1}{p_0}, \quad t'_2 = \frac{2}{p_0}, \quad t'_3 = \frac{3}{p_0}, \dots, \quad t'_n = \frac{n}{p_0}.$$

Так как мы определяем время по отношению к системе S , первая из формул преобразования (I) должна иметь следующий вид:

$$t = \beta \left(t' - \frac{v}{c^2} x' \right),$$

и так как часы H' все время остаются в начале координат S' , то

$$x' = 0,$$

что дает

$$t_n = \beta t'_n = \frac{\beta}{p_0} n.$$

Итак, если вести наблюдение из системы S , часы H' покажут за единицу времени

$$p = \frac{p_0}{\beta} = p_0 \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

периодов. Другими словами, если наблюдать часы из системы, по отношению к которой они равномерно движутся со скоростью v , то окажется, что они идут в $1 : \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ раз медленнее, чем те же часы, неподвижные по отношению к этой системе.

Остановимся на одном интересном применении предыдущей формулы. В 1907 году¹² Штарк обратил внимание на то, что спектральные линии, которые излучают ионы каналовых лучей, наводят на мысль о чем-то подобном явлению Допплера, т. е. о смещении спектральных линий, вызываемом движением источника.

Поскольку колебательные явления, вызывающие возникновение спектральных линий, должны рассматриваться как внутриатомные явления, частота которых определяется только природой ионов, мы можем использовать эти ионы как часы. Частота p_0 колебательного движения ионов даст нам возможность измерять время. Найти эту частоту можно, наблюдая спектр, который дают ионы того же типа, находящиеся, однако, в покое относительно наблюдателя. Предыдущая формула показывает, что помимо явления, известного под названием явления Допплера, на источник влияет движение, уменьшающее видимую частоту линий.

3. Рассмотрим уравнения движения точки, движущейся относительно S' равномерно со скоростью u .

$$x' = u_x t',$$

$$y' = u_y t',$$

$$z' = u_z t'.$$

Если, воспользовавшись соотношениями (I) вместо x', y', z', t' подставить сюда их выражения через x, y, z, t , то получим x, y, z как функции t и, следовательно, компоненты u_x, u_y, u_z скорости u точки по отношению к системе S . Таким образом, можно получить формулу, которая выражает теорему сложения скоростей в ее общем виде, и тогда немедленно станет ясным, что закон параллелограмма скоростей применим лишь как первое приближение. В частном случае, когда скорость u' имеет то же направление, что и скорость v поступательного движения S' относительно S , легко

¹² J. Stark. Ann. Phys., 1907, 21, 401.

получить, что

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{vu'}{c^2}}. \quad (7)$$

Из этого соотношения видно, что при сложении двух скоростей, меньших скорости света в пустоте, результирующая скорость всегда меньше скорости света. Действительно, если взять $v = c - \lambda$, $u' = c - \mu$, где λ и μ положительны и меньше c , то

$$u = c \cdot \frac{2c - \lambda - \mu}{2c - \lambda - \mu + \frac{\mu\lambda}{c}} < c.$$

Кроме того, отсюда следует, что, складывая скорость света со скоростью, меньшей c , мы всегда получаем скорость света. Теперь можно понять, почему Физо для суммы скорости света в жидкости u' и скорости v жидкости в трубе не получил величины $u' + v$ (§ 2). В самом деле, пренебрегая членами высшего по сравнению с первым порядка малости и заменив отношение c/u' показателем преломления жидкости¹³ n , можно переписать соотношение (7) следующим образом:

$$u = u' + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Это соотношение совпадает с тем, которое Физо получил экспериментальным путем.

Из теоремы сложения скоростей непосредственно вытекает и другое следствие, настолько же странное, насколько и интересное. Можно показать, что не существует никакого способа послать сигналы, которые распространялись бы быстрее, чем свет в пустоте. Рассмотрим стержень, движущийся равномерно вдоль оси X системы S со скоростью $-v$ ($|v| < c$), с которого можно послать сигналы, распространяющиеся по отношению к самому стержню со скоростью u' . Предположим, что в точке $x = 0$ оси X находится наблюдатель A , а в точке $x = x_1$ той же оси находится наблюдатель B . Оба наблюдателя неподвижны в системе S . Если наблюдатель A с помощью этого стержня посыпает в B сигнал, то скорость этого сигнала относительно наблюдателей будет

$$\frac{v - u'}{1 - \frac{vu'}{c^2}}.$$

¹³ Строго говоря, коэффициент преломления соответствует не показателю преломления жидкости для частоты источника, используемого в эксперименте, но коэффициенту преломления жидкости для частоты, которую измерял бы наблюдатель, движущийся вместе с жидкостью.

Следовательно, время, необходимое сигналу для прохождения пути AB , равно

$$T = x_1 \frac{1 - \frac{vu'}{c^2}}{\frac{v-u'}{v-u}},$$

где v может быть любой величиной, меньшей c .

Итак, предположив, что u' больше, чем c , можно всегда выбрать такое v , чтобы T было отрицательным. Иными словами, должно было бы существовать явление, заключающееся в том, что сигнал приходит к месту назначения до того, как он отправлен, т. е. результат предшествовал бы причине. Хотя такой вывод логически возможен, он слишком противоречит всем нашим экспериментальным данным, чтобы поставить под сомнение доказанную невозможность иметь $u' > c$.

4. Теория относительности, построенная на принятых здесь принципах, позволяет найти в общем виде формулы, описывающие явления Допплера и aberrацию. Для этого достаточно сравнить вектор, пропорциональный

$$\sin \omega \left(t - \frac{lx + my + nz}{c} \right),$$

т. е. вектор плоской световой волны, распространяющейся в пустоте относительно системы S , с вектором, пропорциональным

$$\sin \omega' \left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c} \right),$$

т. е. с вектором той же волны относительно системы S' . Заменяя в последнем выражении t' , x' , y' , z' их значениями, полученными из формул преобразования (I), и сопоставляя их с первым выражением, можно найти соотношения, связывающие ω' , l' , m' , n' с ω , l , m , n . Пользуясь этими уравнениями, нетрудно вывести формулы aberrации и эффекта Допплера.

Фундаментальное значение формул преобразования (I) заключается в том, что они дают критерий, позволяющий проверять точность физической теории.

В самом деле, необходимо, чтобы при замене с помощью формул преобразования переменных t , x , y , z переменными t' , x' , y' , z' любое уравнение, выражающее физический закон, преобразовалось бы в уравнение того же вида. Кроме того, зная законы, применяемые к неподвижному телу или к телу, движущемуся с бесконечно малой скоростью, можно с помощью формул преобразования найти законы, применимые к тому же телу, движущемуся с большой скоростью ¹⁴.

¹⁴ Теперь нетрудно понять, что мы имели в виду в § 6, когда говорили о свойствах однородности времени и пространства, т. е. почему мы допускали априори, что уравнения преобразования должны быть линейными. В самом деле, если из

§ 8. Замечания о некоторых формальных свойствах уравнений преобразования

Рассмотрим две системы координат Σ и Σ' , которые одинаково ориентированы и имеют общее начало.

В механике Ньютона существует два вида преобразований координат, не изменяющих законы движения.

1. Вращение системы Σ' по отношению к системе Σ вокруг общего начала. Это преобразование характеризуется линейными уравнениями относительно x' , y' , z' и x , y , z , между коэффициентами которых существуют такие соотношения, что условие

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (1)$$

выполняется тождественно.

2. Равномерное и прямолинейное движение системы Σ' относительно системы Σ . Это преобразование характеризуется уравнениями

$$\begin{aligned} x' &= x + \alpha t, \\ y' &= y + \beta t, \\ z' &= z + \gamma t, \end{aligned} \quad (2)$$

где α , β , γ — постоянные. Для этих двух видов преобразований должно соблюдаться условие

$$t' = t. \quad (3)$$

Иными словами, время при этих преобразованиях должно оставаться неизменным. Комбинируя преобразования (1) и (2), можно получить наиболее общее преобразование, с помощью которого можно преобразовывать уравнения механики, не изменяя их вида. Это преобразование описывается уравнением (3) и тремя уравнениями, с помощью которых координаты x' , y' , z' выражаются как линейные функции от x , y , z , t ; при этом коэффициенты этих трех уравнений связаны между собой соотношениями, которые при $t = 0$ тождественно удовлетворяют условию (1).

системы S наблюдать ход часов, неподвижных относительно S' , то этот ход не должен зависеть ни от того места, где эти часы были помещены в системе S' , ни от времени в системе S' в месте рядом с часами. Аналогичное замечание применимо также к ориентации и длине стержня, связанного с S' и наблюдаемого из системы S . Все эти условия выполняются, если только уравнения преобразования являются линейными.

Рассмотрим теперь наиболее общие преобразования координат, совместимые с теорией относительности. Исходя из всего предыдущего, это преобразование характеризуется тем, что x' , y' , z' , t' должны быть такими линейными функциями x , y , z , t , чтобы тождественно выполнялось условие

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2. \quad (\text{a})$$

Необходимо отметить, что преобразования, совместимые с механикой Ньютона, немедленно получаются из соотношения (а), если в нем положить $c = \infty$. Итак, следуя тем путем, которым мы шли раньше, можно получить уравнения обычной кинематики, если вместо принципа постоянства скорости света допустить существование сигналов, не требующих времени для своего распространения.

Группа преобразований, характеризующаяся условием (а), содержит преобразования, соответствующие изменению ориентации системы. Это — преобразования, совместимые с условием

$$t = t'.$$

Наиболее простыми уравнениями, удовлетворяющими условию (а), являются уравнения, для которых две из четырех координат не изменяются. Рассмотрим, например, преобразования, при которых x и t постоянны. В этом случае, вместо общего условия (а) мы имеем

$$\left. \begin{array}{l} t' = t, \\ x' = x, \\ y'^2 + z'^2 = y^2 + z^2 \end{array} \right\} \quad (\text{a}_1)$$

Этому условию соответствует вращение системы вокруг оси X . Если же мы рассмотрим преобразования, при которых две пространственные координаты, например, y и z , остаются неизменными, то получим вместо общего условия (а) частные условия

$$\left. \begin{array}{l} y' = y, \\ z' = z, \\ x'^2 - c^2 t'^2 = x^2 - c^2 t^2. \end{array} \right\} \quad (\text{a}_2)$$

Это — преобразования, которые мы встретили в предыдущем параграфе, рассматривая систему, равномерно движущуюся параллельно оси X другой неподвижной системы, расположенной таким же образом.

Бросается в глаза формальная аналогия между преобразованиями (а₁) и (а₂). Обе системы уравнений отличаются только знаком в третьем

условии. Но даже и это различие можно устраниТЬ, если здесь, следуя Минковскому¹⁵, в качестве переменной вместо t взять ict , где i есть $\sqrt{-1}$. В этом случае мнимая временная координата будет входить в формулы преобразования симметрично с пространственными координатами. Если ввести обозначения

$$x = x_1,$$

$$y = x_2,$$

$$z = x_3,$$

$$ict = x_4$$

и рассматривать x_1, x_2, x_3, x_4 как координаты какой-либо точки четырехмерного пространства так, чтобы любому элементарному событию соответствовала одна точка этого пространства, то все, что происходит в физическом мире, сводится к статике в четырехмерном пространстве. В этом случае условие (а) будет записываться в следующем виде:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2.$$

Это условие будет соответствовать вращению без относительного поступательного движения четырехмерной системы координат.

Принцип относительности требует, чтобы законы физики не изменялись от вращения четырехмерной системы координат, к которой они отнесены. Четыре координаты x_1, x_2, x_3, x_4 должны входить в выражения законов природы симметрично. Для описания различных физических состояний можно пользоваться четырехмерными векторами, которые входят в вычисления точно так же, как и обычные векторы трехмерного пространства.

§ 9. Некоторые применения теории относительности

Применим уравнения преобразования (I) к уравнениям Максвелла — Лоренца, описывающим электромагнитное поле. Пусть E_x, E_y, E_z — компоненты вектора напряженности электрического поля и M_x, M_y, M_z — компоненты вектора напряженности магнитного поля относительно системы отсчета S . Вычисления показывают, что если положить

$$E'_x = E_x, \quad M'_x = M_x,$$

¹⁵ H. M i n k o w s k i. Raum und Zeit. Leipzig, 1908. [Русский перевод был опубликован несколько раз; последний раз в сб. «Принцип относительности». ГТТИ, 1934.— Прим. ред.].

$$E'_v = \beta \left(E_v - \frac{v}{c} M_z \right), \quad M'_v = \beta \left(M_v + \frac{v}{c} E_z \right), \quad (1)$$

$$E'_z = \beta \left(E_z + \frac{v}{c} M_v \right), \quad M'_z = \beta \left(M_z - \frac{v}{c} E_v \right),$$

то преобразованные уравнения идентичны исходным. Векторы (E'_x, E'_y, E'_z) и (M'_x, M'_y, M'_z) в уравнениях, записанных в системе S' , играют ту же роль, что и векторы (E_x, E_y, E_z) и (M_x, M_y, M_z) в уравнениях, записанных в системе S . Отсюда вытекает следующий важный вывод. *Существование электрического поля, равно как и магнитного, зависит от движения системы координат.*

Преобразованные уравнения позволяют определить электрическое поле по отношению к какой-либо системе координат S' , движущейся без ускорения, если известно поле относительно другой системы S того же типа.

Эти преобразования были бы невозможны, если бы состояние движения системы координат не входило в определение векторов поля. В этом можно тотчас же убедиться, если рассмотреть определение электрического поля: величина, направление и знак напряженности поля в данной точке определяются величиной пондеромоторной силы, с которой поле действует на единицу количества электричества, предполагаемую сосредоточенной в рассматриваемой точке и *неподвижную по отношению к системе координат*.

Формулы преобразования показывают, что встреченные нами трудности (§ 3), связанные с явлениями, вызванными относительными движениями замкнутого проводника и магнитного полюса, полностью преодолены в новой теории.

В самом деле, рассмотрим электрический заряд, движущийся равномерно относительно магнитного полюса. Мы можем вести наблюдение или из системы координат S , связанной с магнитом, или из системы координат S' , связанной с электрическим зарядом. По отношению к системе S существует только одно магнитное поле (M_x, M_y, M_z) и никакого электрического поля. Напротив, по отношению к системе S' существует, как видно из выражений для E'_v и E'_z , электрическое поле, действующее на электрический заряд, неподвижный относительно системы S' . Итак, трактовка явлений меняется в зависимости от состояния движения системы координат. Все зависит от точки зрения; тем не менее, эти изменения точек зрения не играют большой роли и во всяком случае не могут привести ни к каким противоречиям. Совсем иначе обстоит дело, когда эти изменения приписывали изменениям состояния среды, заполняющей все пространство.

Как уже отмечалось, зная законы, применимые к покоящемуся телу, можно немедленно найти законы, применимые к телу, движущемуся с большой скоростью. Так, например, можно получить уравнения движения материальной точки с массой m , имеющей заряд e (например электрон) и находящейся под действием электромагнитного поля. Действительно, уравнения движения материальной точки в тот момент, когда ее скорость равна нулю, известны. Исходя из уравнений Ньютона и из определения напряженности электрического поля, имеем

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = eE_x, \quad (2)$$

а также еще два подобных уравнения для y - и z -компонент. Тогда, применяя уравнения преобразования (I) и соотношения (1) этого параграфа, находим для произвольно движущейся точки

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{m \frac{dx}{dt}}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \right\} = F, \quad (3)$$

где

$$u = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2}$$

и

$$F_x = a \left\{ E_x + \frac{1}{c} \left[\frac{dy}{dt} \cdot M_z - \frac{dz}{dt} \cdot M_y \right] \right\},$$

и два других подобных уравнения для остальных компонент. Эти уравнения позволяют проследить путь катодных и β -лучей в электромагнитном поле. Их точность почти так же несомненна, как и точность эксперимента Бухерера и Хупки.

Если мы хотим сохранить соотношение между силой и механической работой, а также теорему о momente количества движения, то мы должны рассматривать входящие в эти уравнения векторы F_x, F_y, F_z как векторные компоненты пондеромоторной силы, действующей на движущуюся материальную точку. В этих условиях уравнения (3) следует рассматривать как наиболее общие уравнения движения материальной точки — уравнения, совместимые с принятыми здесь принципами и не зависящие от природы силы (F_x, F_y, F_z).

Если выразить математически, сначала в системе S , а затем в системе S' , тот факт, что при испускании и поглощении энергии, излучаемой телом, закон сохранения энергии, а также закон сохранения момента количества движения остаются в силе, то сам собой напрашивается важный

вывод: масса любого тела зависит от содержащегося в нем количества энергии. Если обозначить через m массу, соответствующую определенному количеству энергии, содержащемуся в теле, то, увеличив на W энергию тела, мы получим массу, равную

$$m = \frac{W}{c^2},$$

где через c обозначена, как всегда, скорость света в пустоте.

Итак, закон сохранения массы, принятый в механике Ньютона, справедлив только для системы, энергия которой постоянна. Масса и энергия становятся такими же эквивалентными друг другу величинами, как, например, теплота и механическая работа. Таким образом, мы вплотную подошли к тому, чтобы рассматривать массу как сосредоточение колосального количества энергии. К сожалению, изменения массы W/c^2 настолько малы, что в настоящее время нет никакой надежды обнаружить их экспериментальным путем.