

5. Переходы между вакуумами с разными топологическими зарядами являются туннельными переходами, происходящими вдоль классических траекторий в пространстве полей, — самодуальными решениями уравнений КХД — инстантонами.
6. Аксиальная аномалия в КХД приводит к появлению нулевых мод в уравнении Дирака для легких кварков и указывает на возникновение спонтанного нарушения киральной симметрии в вакууме КХД — существование кваркового конденсата.
7. Аксиальная аномалия с высокой точностью ( $\sim 2\%$ ) предсказывает величину ширины  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ -распада, подтверждаемую экспериментом.

## Список литературы

1. Treiman S B et al. *Current Algebra and Anomalies* (Princeton Series in Physics) (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1985)
2. Collins J C *Renormalization* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1984)
3. Shifman M A *Phys. Rep.* **209** 341 (1991)
4. Peskin M E, Schroeder D V *An Introduction to Quantum Field Theories* (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1995)
5. Adler S L *Phys. Rev.* **177** 2426 (1969)
6. Adler S L, Bardeen W A *Phys. Rev.* **182** 1517 (1969)
7. Bell J, Jackiw R *Nuovo Cimento* **51** 47 (1969)
8. Jackiw R "Field theoretical investigations in current algebra", in Treiman S B et al. *Current Algebra and Anomalies* (Princeton Series in Physics) (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1985) pp. 81 – 210
9. Ioffe B L *Int. J. Mod. Phys. A* **21** 6249 (2006)
10. Adler S L "Anomalies to all orders", in *50 Years of Yang-Mills Theory* (Ed. G 't Hooft) (Singapore: World Scientific, 2005) pp. 187 – 228; hep-th/0405040
11. Ансельм А А, Иогансен А А *Письма в ЖЭТФ* **49** 185 (1989) [Anselm A A, Iogansen A *JETP Lett.* **49** 214 (1989)]
12. Weinberg S *Phys. Rev. D* **11** 3583 (1975)
13. Belavin A A et al. *Phys. Lett. B* **59** 85 (1975)
14. Gribov V N, unpublished
15. Jackiw R, Rebbi C *Phys. Rev. Lett.* **37** 172 (1976)
16. Callan C G (Jr), Dashen R F, Gross D J *Phys. Lett. B* **63** 334 (1976)
17. Bitar K M, Chang S-J *Phys. Rev. D* **17** 486 (1978)
18. Altarev I S et al. *Phys. Lett. B* **276** 242 (1992)
19. Atiyah M F, Singer I M *Ann. Math.* **87** 484 (1968); **93** 119 (1971)
20. Crewther R J *Phys. Lett. B* **70** 349 (1977)
21. Di Vecchia P, Veneziano G *Nucl. Phys. B* **171** 253 (1980)
22. Ioffe B L *ЯФ* **62** 2226 (1999) [*Phys. At. Nucl.* **62** 2052 (1999)]
23. Ioffe B L, Oganessian A G *Phys. Rev. D* **57** R6590 (1998)
24. Burkert V D, Ioffe B L *Phys. Lett. B* **296** 223 (1992)
25. Burkert V D, Ioffe B L *ЖЭТФ* **105** 1153 (1994) [*JETP* **78** 619 (1994)]
26. Ioffe B L *Survey High Energy Phys.* **14** 89 (1999); hep-ph/9804238
27. Eletsky V L, Ioffe B L, Kogan Ya I *Phys. Lett. B* **122** 423 (1983)
28. Hořejši J *Phys. Rev. D* **32** 1029 (1985)
29. Bass S D et al. *Журн. русск. физ. общ-ва* (1) 317 (1991)
30. Frishman Y et al. *Nucl. Phys. B* **177** 157 (1981)
31. Веретин О Л, Теряев О В *ЯФ* **58** 2266 (1995) [Veretin O L, Teryaev O V *Phys. At. Nucl.* **58** 2150 (1995)]
32. Dolgov A D, Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **27** 525 (1971)
33. Yao W-M et al. (Particle Data Group) "Review of Particle Physics" *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **33** 1 (2006)
34. Ioffe B L, Oganessian A G *Phys. Lett. B* **647** 389 (2007)
35. Иоффе Б Л *ЯФ* **29** 1611 (1979) [Ioffe B L *Sov. J. Nucl. Phys.* **20** 827 (1979)]
36. Gross D J, Treiman S B, Wilczek F *Phys. Rev. D* **19** 2188 (1979)
37. de Jager K *Prog. Part. Nucl. Phys.* (Available online 28 December 2007); arXiv:0801.4520
38. Иоффе Б Л *УФН* **171** 1273 (2001) [Ioffe B L *Phys. Usp.* **44** 1211 (2001)]
39. Geshkenbein B V, Ioffe B L *Nucl. Phys. B* **166** 340 (1980)
40. 't Hooft G, in *Recent Developments in Gauge Theories* (NATO Advanced Study Inst. Series, Ser. B, Vol. 59, Eds G 't Hooft et al.) (New York: Plenum Press, 1980) p. 241

PACS numbers: **03.30.+p**  
DOI: 10.3367/UFNr.0178.2008061.0663

## Теория относительности и теорема Пифагора

Л.Б. Окунь

### 1. Введение

Доклад "Энергия и масса в трудах Эйнштейна, Ландау и Фейнмана", который я готовил для Сессии Отделения физических наук РАН, посвященной столетию со дня рождения Льва Давидовича Ландау, должен был состоять из двух частей: исторической и физической. Историческая часть вошла в статью «Формула Эйнштейна:  $E_0 = mc^2$ . "Не смеётся ли Господь Бог"?», опубликованную в майском номере *УФН* [1]. Физическая же часть публикуется сейчас. Она посвящена различным, так сказать, техническим вопросам теории, таким как анализ размерностей и фундаментальные константы  $c$  и  $\hbar$ ; кинематика одной частицы во всем диапазоне скоростей от 0 до  $c$ ; системы двух и многих свободных частиц; взаимодействия между частицами: электромагнитное, гравитационное и другие. В тексте использованы слайды доклада на сессии отделения ядерной физики ОФН РАН, состоявшейся в ноябре 2007 г. в Институте теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ). Я старался рассказать об основных формулах теории относительности максимально просто, пользуясь в основном теоремой Пифагора.

### 2. Относительность

**Высшая точка зрения.** Понятие массы в физике имеет многовековую историю. История эта очень интересна, но здесь мы не будем ее касаться. Вместо этого постараемся взглянуть на массу с высшей точки зрения. Я использую здесь знаменитое название книги Феликса Клейна *Элементарная математика с высшей точки зрения*. (Оно традиционно неправильно переводится на русский язык как *Элементарная математика с точки зрения высшей*. См. предисловие В.Г. Болтянского к 4-му русскому изданию [2].) Такая высшая, современная точка зрения, в основе которой лежат принципы симметрии вообще и теория относительности в частности, позволяет избежать терминологической путаницы и связанных с ней парадоксов.

**Принцип относительности.** Со времен Галилея и Ньютона термин "принцип относительности" выражает невозможность, оставаясь внутри замкнутого пространства (например, внутри корабля), посредством каких бы то ни было экспериментов обнаружить поступательное (равномерное и прямолинейное) движение этого пространства. Эйнштейн в 1905 г. обобщил этот принцип на случай существования предельной скорости распространения сигналов. (Конечная скорость распространения света была открыта Рёмером еще в 1676 г.) Планк назвал построенную таким образом теорию теорией относительности Эйнштейна.

**Механика и оптика.** Ньютон пытался построить единую теорию, объединяющую как теорию движения массив-

ных объектов (тел) — механику, так и теорию распространения света — оптику. Единую теорию частиц массивного вещества и света удалось построить только в XX в. При этом оказалось, что свет, так же как и массивное вещество, — это тоже материя, но его частицы безмассовы. Такой взгляд на частицы света — фотоны — до сих пор вызывает сопротивление многих не только изучающих, но и преподающих физику.

### 3. Размерности

**Единицы, в которых  $c = 1$ .** Максимальную скорость в природе обычно называют скоростью света и обозначают  $c$ . При рассмотрении формул теории относительности удобно пользоваться такой системой единиц, в которой  $c$  выбрана в качестве единицы скорости. Поскольку  $c/c = 1$ , в такой системе единиц во всех формулах следует положить  $c = 1$ , что очень их упрощает. Если измерять время в секундах, то в этой системе единиц расстояние следует измерять в световых секундах: одна световая секунда равна  $3 \times 10^{10}$  см.

**Пуанкаре и  $c$ .** Один из создателей теории относительности — Пуанкаре, говоря в 1904 г. о том, что скорость света  $c$  входит во все уравнения электродинамики, сравнил ситуацию с геоцентрической теорией эпициклов Птолемея, в которой в соотношения между движениями небесных тел входил земной год. Пуанкаре высказал надежду, что будущий Коперник избавит электродинамику от  $c$  [3]. Но уже в следующем году Эйнштейн показал, что в теории относительности  $c$  должна играть ключевую роль как предельная скорость распространения сигналов.

**Система единиц СИ и  $c = 1$ .** В международной системе единиц СИ единица скорости  $1 \text{ м с}^{-1}$  навязана соображениями удобства, стандартизацией производства и торговли, но не законами природы. В отличие от этого  $c$  в качестве единицы скорости навязывается самой природой, когда мы хотим рассматривать фундаментальные процессы в ней.

**Размерные множители.** Рассмотрим некую физическую величину  $a$ . Обозначим как  $[a]$  размерность величины  $a$ . Умножение  $a$  на любую степень мировой постоянной  $c$  несомненно изменяет ее размерность, но не меняет ее физической сути. Ниже я поясню, почему это так.

**Скорость, импульс, энергия, масса.** Обычно размерности импульса, массы и скорости частицы связаны соотношением  $[\mathbf{p}] = [m][\mathbf{v}]$ , а размерности энергии, массы и скорости — соотношением  $[E] = [m][v^2]$ .

Введем безразмерную скорость  $\mathbf{v}/c$  и начиная с этого момента будем именно ее обозначать  $\mathbf{v}$ . Аналогично будем называть импульсом  $\mathbf{p}$  то, что обычно обозначают  $\mathbf{p}/c$ . А энергией будем называть величину  $e = E/c^2$ . Очевидно, что тогда размерности  $\mathbf{p}$ ,  $e$  и  $m$  станут одинаковыми и, следовательно, эти величины можно будет измерять в одних и тех же единицах, например в граммах или в электронвольтах, как принято в физике элементарных частиц.

**О букве  $e$  для энергии.** Выбор буквы  $e$  для обозначения энергии частицы может вызвать недовольство читателя, поскольку обычно этим символом обозначают электрон

и электрический заряд. Но к путанице такой выбор привести не может и, главное, позволит компактно записать формулы для одной частицы, напоминая, что эти формулы записаны в системе единиц, в которой  $c = 1$ . С другой стороны, как будет видно из дальнейшего, букву  $E$  удобно использовать для обозначения энергии двух или большего числа частиц.

Я видел формулу Эйнштейна с малым  $e$  на рекламном щите на Рублёвке. Не понимаю, почему именно физикам это режет глаза?

**О различии между энергией и частотой.** Только что я настаивал на том, что  $e = E/c^2$ , так же как и  $E$ , является энергией, несмотря на то, что имеет размерность массы. Но тогда естественно спросить: а почему  $\omega = E/\hbar$  является не энергией, а частотой? Ведь квант действия  $\hbar$ , подобно скорости света  $c$ , является мировой константой. Ответ на этот вопрос можно найти, если рассмотреть, как измеряют  $e$  и  $\omega$ . Величины  $E$  и  $e$  измеряют одинаковым образом, скажем с помощью калориметра. А частоту измеряют принципиально другим способом, например с помощью часов. Поэтому равенство  $\omega = E/\hbar$  говорит нам о связи между результатами двух различных типов измерений, в то время как равенство  $e = E/c^2$  такой информации не содержит. Соображения, аналогичные высказанному относительно частоты, справедливы и для длины волны. Следует подчеркнуть, однако, что эти метрологические различия имеют в основном исторический характер, поскольку современные атомные часы основаны на разнице энергий атомных уровней.

### 4. Одна частица

**Относительные и абсолютные величины.** Кинетическая энергия любого тела — величина относительная: она зависит от того, в какой системе отсчета ее измеряют. То же относится и к импульсу тела, и к его скорости. В отличие от них масса тела — величина абсолютная: она характеризует тело само по себе, безотносительно к наблюдателю. Абсолютной величиной является и энергия покоя тела (см. ниже), поскольку в ней система отсчета раз и навсегда фиксирована, "привязана" к телу.

**Инвариантная масса.** В теории относительности масса тела (частицы) определяется соотношением

$$m^2 = e^2 - p^2. \quad (1)$$

Здесь и ниже  $p = |\mathbf{p}|$ . Аналогично ниже  $v = |\mathbf{v}|$ .

Заметьте, что энергия и импульс данного тела не ограничены сверху, а его масса фиксирована. Формула (1) является простейшим соотношением между энергией, импульсом и массой, которое можно написать "из головы". (Соотношение между  $e$ ,  $\mathbf{p}$  и  $m$  не может быть линейным, поскольку  $\mathbf{p}$  — вектор, а  $e$  и  $m$  — скаляры в трехмерном пространстве.) Сейчас мы увидим, что у формулы (1) имеется и другое, гораздо более глубокое теоретическое обоснование.

**4-импульс.** Как впервые указал Минковский [4], теория относительности приобретает наиболее простой вид, если ее рассматривать в четырехмерном пространстве-времени. В теории относительности энергия и импульс тела образуют 4-мерный вектор энергии-импульса  $p_i$  ( $i = 0, a$ ), где  $p_0 = e$ ,  $p_a = \mathbf{p}$ ,  $a = 1, 2, 3$ .

Масса является лоренцевым скаляром, характеризующим длину 4-вектора  $p$ :  $m^2 = p_i^2 = e^2 - \mathbf{p}^2$ . 4-мерное пространство псевдоевклидово; отсюда — знак минус в формуле для квадрата длины. (Напомним, что  $\mathbf{p}^2 = p^2$ .) Другой способ пояснить знак минус — это ввести мнимый импульс  $i\mathbf{p}$ . Тогда  $m^2 = e^2 + (i\mathbf{p})^2$  и мы имеем дело с теоремой Пифагора для такого псевдоевклидова прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза  $m$  короче большего катета  $e$ .

**Связь импульса и скорости.** Импульс тела связан с его скоростью  $v$  формулой

$$\mathbf{p} = e\mathbf{v}. \tag{2}$$

Эта формула самым простым образом удовлетворяет тому, что 3-вектор импульса должен быть пропорционален 3-вектору скорости, а размерный коэффициент пропорциональности не должен обращаться в нуль для безмассового фотона.

В теории относительности сохранение так определенного импульса является следствием однородности 3-пространства, а сохранение энергии — следствием однородности времени (теорема Нётер).

**Теорема Пифагора.** Формула (1) представлена на рис. 1 обычным евклидовым прямоугольным треугольником, в котором  $m$  и  $p$  — катеты, а  $e$  — гипотенуза.

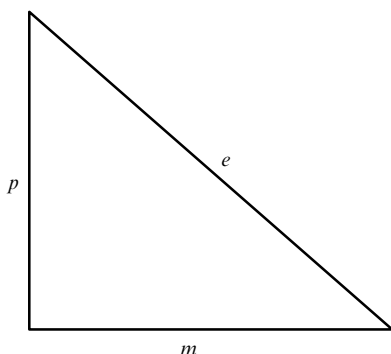


Рис. 1.

**Переход от  $m \neq 0$  к  $m = 0$ .** Формула (1) очевидным образом справедлива и при  $m = 0$ . А формула (2) справедлива и при  $v = 1$ . Отсюда следует, что существует плавный переход к безмассовым частицам от массивных, когда энергия последних намного превосходит их массу.

**Физика от  $p = 0$  до  $p = e$ .** Рассмотрим формулы (1) и (2) сначала при импульсе, равном нулю, затем в пределе очень малых импульсов, когда  $p \ll m$ , далее в пределе очень больших импульсов, когда  $p \sim e \gg m$ , и, наконец, в случае безмассовых фотонов.

Будем называть случай малых импульсов и скоростей ньютоновским, а случай очень больших импульсов и скоростей, близких к скорости света, — ультрарелятивистским. Но начнем с импульса, равного нулю.

### 5. Энергия покоя

**Импульс, равный нулю.** Если импульс равен нулю, то в случае массивной частицы скорость тоже равна нулю, а

энергия  $e$  по определению равна энергии покоя  $e_0$ . (Индекс 0 напоминает, что здесь мы имеем дело не вообще с энергией данного тела, а именно с его энергией в том случае, когда его импульс равен нулю!) В этом случае из уравнения (1) следует:

$$e_0 = m. \tag{3}$$

Если же частица безмассовая, то при  $p = 0$  из уравнения (1) следует, что  $e = e_0 = 0$ .

**Горизонтальный "двуугольник".** Таким образом, при  $p = 0$  треугольник, представленный на рис. 1, "схлопывается" в горизонтальный "двуугольник" (рис. 2).

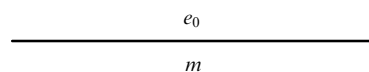


Рис. 2.

**Великое открытие Эйнштейна.** В единицах, в которых  $c \neq 1$ , уравнение (3) имеет вид

$$E_0 = mc^2. \tag{4}$$

Осознание того, что обычное покоящееся вещество обладает колоссальным запасом энергии, хранящимся в его массе, было великим открытием Эйнштейна.

**"Знаменитая формула".** Очень часто (особенно в научно-популярной литературе) уравнение (4) записывают в виде "знаменитого уравнения Эйнштейна", опуская индекс 0:

$$E = mc^2. \tag{5}$$

Такое, на первый взгляд невинное, упрощение, к которому, к сожалению, иногда прибегал и сам Эйнштейн, приводит к недопустимой путанице в понимании основ физики. В частности, оно приводит к абсолютно ложному представлению о том, что согласно теории относительности масса тела эквивалентна его полной энергии и потому обязательно зависит от его скорости. ("Хотели как попроще, а вышло как всегда".)

**Никаким опытом "знаменитую формулу" опровергнуть нельзя.** Очень умные люди специально придумали ее таким образом, чтобы она не противоречила опыту. Но она противоречит сути теории относительности. В этом отношении ситуация со "знаменитой формулой" уникальна: я не знаю, с чем еще такую ситуацию можно сравнить.

**Вопрос не вкуса, а понимания.** Часто можно услышать, что введение понятия массы, зависящей от скорости, — это "вопрос вкуса". Разумеется,  $E/c^2$  можно обозначить буквой  $m$  и даже назвать массой, хотя это не более разумно, чем обозначить  $E/c$  буквой  $p$  и назвать импульсом. Но это "переодевание" приводит к введению излишних и нелепых понятий — релятивистской массы и массы покоя  $m_0$  — и затрудняет понимание теории относительности. Вспоминается известная русская поговорка: "Назови хоть горшком, только в печь не ставь". Но люди, называющие  $E/c^2$  массой, ставят этот "горшок" в "печь" преподавания физики.

**Продольная и поперечная массы.** В начале XX в. наряду с релятивистской массой широко обсуждались поперечная и продольная массы:  $m_t$  и  $m_l$ . Последняя возрастала как  $(e^3/m^3)t$  и "объясняла" с помощью ньютоновской формулы  $F = ma$ , почему массивное тело нельзя разогнать до скорости света. Потом о ней забыли, и такие популяризаторы теории относительности, как Хокинг, стали внушать своим читателям, что даже гораздо более медленное возрастание массы со скоростью  $((e/m)t)$  якобы способно объяснить, почему скорость массивного тела не может достичь  $c$ . Я выделил Хокинга, поскольку на суперобложке русского издания его последней научно-популярной книги [5], пропагандирующей формулу  $E = mc^2$ , написано: "Ее перевели на 40 языков. По всему миру распродано почти 10 миллионов экземпляров".

**Ложная интуиция.** После моего доклада в ИТЭФ А.Н. Скринский рассказал мне о том, как представление о релятивистской массе мешало его собеседнику — известному физика — понять, что релятивистский электрон при столкновении с покоящимся электроном может передать последнему всю свою энергию. Ну как может тяжелая бита отдать всю свою энергию легчайшему пинг-понговскому шарик? В физике, как и в обыденной жизни, мы очень часто опираемся на интуицию. Поэтому так важно при изучении теории относительности вырабатывать адекватную релятивистскую интуицию и не доверять нерелятивистской интуиции. (Для того чтобы ощутить, как покоящийся электрон может получить всю энергию движущегося электрона, достаточно перейти в систему их центра инерции и рассмотреть в ней рассеяние на 180 градусов.)

## 6. Механика Ньютона

**Импульс в механике Ньютона.** Ньютоновская механика с высокой точностью описывает движение макроскопических тел в земных условиях и массивных небесных тел, поскольку их скорости гораздо меньше скорости света. Так, скорость пули порядка  $1 \text{ км с}^{-1}$ , что соответствует  $v = 1/300000$ , а  $v^2 = 10^{-11}$ . В этих условиях уравнение (2) сводится к

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (6)$$

Уравнение (1) в ньютоновском пределе в схематическом виде изображено на рис. 3.

Отрезок, изображающий  $p$ , на рис. 3 непропорционально велик. При соблюдении масштаба он должен был бы измеряться микронами.

**Кинетическая энергия  $e_k$ .** При малых скоростях разумно переписать формулу (1) так, чтобы вклад малого катета был изолирован:

$$e^2 - m^2 = p^2, \quad (7)$$

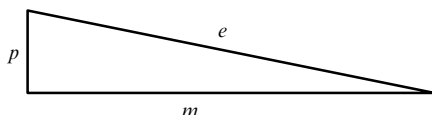


Рис. 3.

и представить ее в виде

$$(e - m)(e + m) = p^2. \quad (8)$$

Это позволяет получить нерелятивистское выражение для кинетической энергии, не прибегая к обычному разложению в ряд квадратного корня. Учтем, что полная энергия  $e$  равна сумме энергии покоя  $e_0$  и кинетической энергии  $e_k$ , и, следовательно,  $e = m + e_k$ .

**Энергия в механике Ньютона.** В ньютоновском пределе  $e_k \ll m$ . (Для пули, например,  $e_k/m = 10^{-11}$ .) Поэтому энергию  $e$  с высокой точностью можно заменить массой  $m$  в выражении (2) для импульса и в сомножителе  $(e + m)$  в уравнении (8). Из последнего сразу же следует выражение для кинетической энергии  $e_k$  в механике Ньютона:

$$e_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}. \quad (9)$$

**Потенциальная энергия.** Наряду с кинетической энергией, зависящей от скорости, в нерелятивистской механике важную роль играет потенциальная энергия, зависящая только от положения (координаты) тела. В стационарных процессах сумма кинетической и потенциальной энергий сохраняется. Потенциальная энергия тела, находящегося во внешнем силовом поле, определена с точностью до произвольной аддитивной постоянной, поскольку сила, действующая на тело, равна градиенту потенциальной энергии. Аналогичным образом при взаимодействии нескольких тел потенциальная энергия их взаимодействия зависит только от их положения в момент взаимодействия. В теории же относительности любое взаимодействие распространяется с конечной скоростью. Поэтому потенциальная энергия является сугубо нерелятивистским понятием.

**Ньютон и современная физика.** Вспышка гения Ньютона ознаменовала рождение современной науки. Достижения науки со времен Ньютона фантастичны. Современные взгляды на строение материи радикально отличаются от взглядов Ньютона. Тем не менее даже в XXI в. многие учебники по физике продолжают использовать уравнения Ньютона при энергиях  $e_k \gg e_0$ , на много порядков превосходящих пределы применимости механики Ньютона:  $e_k \ll e_0$ .

Если некоторые профессора предпочитают настаивать на продолжении этой традиции с ее массой, зависящей от скорости, то они должны, по крайней мере, познакомить своих студентов и с фундаментальными понятиями инвариантной массы и энергии покоя, и с истинным уравнением Эйнштейна  $E_0 = mc^2$ .

## 7. Ультррелятивизм

**Физика высоких энергий.** Рассмотрим теперь подробно предельный случай, в котором  $e/m \gg 1$ . Именно такое соотношение между энергией и массой осуществляется в физике высоких энергий. Например, для электронов в коллайдере LEP (Large Electron-Positron Collider) в ЦЕРНе  $e/m = 10^5$ , поскольку  $m = 0,5 \text{ МэВ}$ , а  $e = 50 \text{ ГэВ}$ . И для протонов в Большом адронном коллайдере LHC (Large Hadron Collider), который расположен в том же тоннеле, где раньше работал LEP,  $e/m \sim 10^4$ . (Здесь  $m \sim 938 \text{ МэВ}$ ,  $e \sim 7 \text{ ТэВ}$ .)

**Вертикальный треугольник.** Треугольник для протона в ЛНС весьма схематически изображен на рис. 4. Его основание на четыре порядка меньше его гипотенузы.

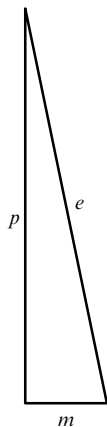


Рис. 4.

**Нейтрино.** Еще более ультрарелятивистскими частицами являются нейтрино: их массы составляют доли электронвольта, а энергии — несколько мегаэлектронвольт у нейтрино, летящих от Солнца и ядерных реакторов, и несколько гигаэлектронвольт у нейтрино от распадов частиц, рождающихся в космических лучах и на ускорителях. При таких высоких энергиях нейтрино основание треугольника, схематически изображенного на рис. 4, на много порядков меньше и его вертикального катета, и его гипотенузы.

**Осцилляции нейтрино и  $m^2/2e$ .** Из уравнения  $(e-p)(e+p) = m^2$  сразу же следует, что  $e - p \simeq m^2/2e$ . Различие масс трех нейтрино  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , обладающих определенными массами в вакууме, приводит к осцилляциям между нейтрино, не имеющими определенных масс, но обладающими определенными флейворами:  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . (Это явление аналогично широко известным биениям, возникающим при интерференции нескольких частот.) Данные по осцилляциям нейтрино дают:

$$\Delta m_{21}^2 = (0,8 \pm 0,04) \times 10^{-4} \text{ эВ}^2,$$

$$\Delta m_{32}^2 = (25 \pm 6) \times 10^{-4} \text{ эВ}^2.$$

**Фотон.** Масса фотона настолько мала, что ни в каких экспериментах ее обнаружить не удалось. Поэтому обычно полагают, что масса фотона равна нулю. А это означает, что для фотона  $e = p$  и треугольник, изображенный на рис. 4, схлопывается в вертикальный двухугольник (рис. 5).

**Фотон и энергия покоя?** Уместно заключить рассмотрение одночастичной механики, вернувшись к вопросу: применимо ли понятие энергии покоя  $e_0$  к безмассовому фотону?

На первый взгляд кажется, что неприменимо, поскольку системы покоя у фотона нет: при любой сколь угодно малой энергии он движется со скоростью  $c$  и "покой ему только снится". А как можно говорить тогда о равенстве  $e_0 = 0$ , если нет энергии покоя? Но  $e_0$  — это энергия, отвечающая нулевому импульсу. Очевидным образом она для фотона равна нулю, как следует из

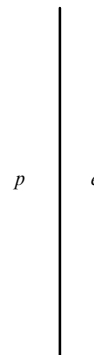


Рис. 5.

уравнения (1). А про частицу с  $m = 0, p = 0, e = 0$  можно сказать, что она практически не существует, что она находится в состоянии "вечного покоя". Рассматривая предельный переход к массе, равной нулю, можно убедиться в том, что система отсчета, в которой данный фотон "вечно покоится", должна быть жестко скреплена с другим "вечно покоящимся" фотоном. Поэтому вполне согласуется с предельным переходом значение  $e_0 = 0$  при  $m = 0$ .

## 8. Две свободные частицы

**Столкновение двух частиц. Коллайдеры.** В случае столкновения двух частиц при релятивистских энергиях сравнение системы покоя одной из них с системой покоя их общего центра инерции демонстрирует преимущества последней. Мы уже видели это на примере замечания А.Н. Скринского. Если импульсы сталкивающихся частиц равны и противоположны, как, например, в коллайдерах ЛНС или LEP, то практически вся энергия сталкивающихся частиц может идти на рождение новых частиц.

**Масса системы частиц.** Для изолированной системы частиц их полная энергия  $E$  и полный импульс  $\mathbf{P}$  сохраняются. Так как энергия и импульс аддитивны, то для двух свободных частиц

$$E = e_1 + e_2, \quad (10)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2. \quad (11)$$

Определим величину  $M$  формулой

$$M^2 = E^2 - \mathbf{P}^2. \quad (12)$$

**Массы аддитивны при  $v = 0$ .** Уравнение (12) инвариантно относительно лоренцевых преобразований, как и уравнение (1). Поэтому величину  $M$  естественно назвать массой системы двух частиц. В статическом пределе, когда  $p_1$  и  $p_2$  равны нулю, из уравнения (12) следует, что

$$M = e_{01} + e_{02} = m_1 + m_2. \quad (13)$$

В ньютоновском пределе  $M$  равно с точностью  $(v/c)^2$  сумме масс двух частиц, т.е. массы практически аддитивны.

**Массы не аддитивны при  $v \neq 0$ .** Однако при больших скоростях связь между  $M$  и массами  $m_1, m_2$  отсутствует.

Например,  $M$  на четыре порядка превышает массу электронов в коллайдере LEP или протонов в коллайдере LHC (см. раздел 3). Величина  $M$  кардинальным образом зависит от относительного направления импульсов двух частиц, поскольку сумма двух векторов зависит от угла между ними. Так, для двух фотонов, летящих в одном направлении,

$$P = |\mathbf{P}| = |\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2| = p_1 + p_2. \quad (14)$$

**Коллинеарные фотоны.** Для фотонов  $p_1 = e_1$ , а  $p_2 = e_2$ . И потому для пары фотонов, летящих в одном направлении,

$$P = p_1 + p_2 = e_1 + e_2 = E. \quad (15)$$

А тогда из уравнения (12) следует, что в этом случае масса пары фотонов  $M = 0$ . А это означает, что масса "игольного" пучка света равна нулю.

**А если фотоны разлетаются?** Однако если фотоны летят в противоположные стороны с одинаковыми энергиями, то  $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$ , а  $\mathbf{P} = 0$ . В этом случае энергия покоя системы двух фотонов просто равна сумме их энергий, а масса такой системы

$$M = E_0 = 2e. \quad (16)$$

**Шок.** Разумеется, утверждение о том, что пара двух безмассовых частиц имеет огромную массу, может вызвать шок у неподготовленного читателя. Какой смысл имеет понятие энергия покоя для двух фотонов, каждому из которых "покой лишь только снится"? Что покоится в этом случае?

**Ответ очевиден.** Покоится центр инерции двух фотонов. Но если для одной покоящейся частицы энергия покоя — это энергия, скрытая в ее массе, то для двух фотонов — это просто сумма их энергий (кинетических!) в системе отсчета, в которой их импульсы равны по величине и противоположны по направлению. Скрытой энергии в этом случае нет!

**Что значит слово "сохраняется"?** Когда мы говорим, что энергия сохраняется, мы имеем в виду, что сумма энергий частиц, вступающих в реакцию, равна сумме энергий частиц, возникших в результате реакции. Аналогичный смысл имеет утверждение о сохранении импульса. Но поскольку импульс — векторная величина, то теперь речь идет о векторной сумме импульсов. (В случае импульсов речь идет о трех независимых законах сохранения: сохраняются суммы проекций импульсов на три взаимно ортогональных направления.)

Итак, сохраняются величины  $E = \sum e_i$  и  $\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i$ . Что касается энергий отдельных частиц  $e_i$ , то они сохраняются только при упругом рассеянии и не сохраняются при неупругих взаимодействиях. Однако импульсы  $\mathbf{p}_i$  сохраняются только при упругом рассеянии вперед.

Здесь важно подчеркнуть различие понятий аддитивности и сохранения. Первое понятие относится к характеристике системы свободных частиц до и после взаимодействия, второе — к процессу взаимодействия.

**Сохраняется ли масса?** Поскольку  $E$  и  $\mathbf{P}$  сохраняются, то должна сохраняться и масса  $M$  системы (совокупности)

частиц, определяемая формулой  $M^2 = E^2 - \mathbf{P}^2$ . Но в отличие от энергии и импульса масса не аддитивна:  $M \neq \sum m_i$ . Некоторые авторы говорят о неаддитивности массы как о ее несохранении. (Такое утверждение содержится, например, в § 9 *Теории поля* Ландау и Лифшица [6].) Но, как подчеркнуто выше, для отдельных частиц, участвующих в реакции, не сохраняются, вообще говоря, не только их массы, но и энергии, и импульсы, да и они сами. Поэтому говорить о несохранении массы, противопоставляя это сохранению энергии и импульса, неправильно.

**Мысленный опыт Эйнштейна.** Конечно, понятие массы системы двух разлетающихся фотонов весьма неприглядно. Но именно с его помощью Эйнштейн в 1905 г. открыл энергию покоя массивного тела. Он заметил, что излучив "два количества света" в противоположные стороны, покоящееся тело остается в покое, но его масса в этом мысленном эксперименте уменьшается. В этом опыте как тело, так и центр инерции двух фотонов покоятся в лабораторной системе отсчета. Поэтому масса исходного тела равна сумме двух масс: конечного тела и системы двух фотонов.

**Аннигиляция позитрония.** Как известно, *nihil* по-латыни значит *ничто*. Позитронием называется "атом", состоящий из позитрона и электрона. Реакцию превращения позитрония в два фотона —  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  — назвали аннигиляцией, по-видимому, потому, что в то время фотоны не считали частицами материи. При аннигиляции величина  $M$  сохраняется, поскольку сохраняются  $E$  и  $\mathbf{P}$ . В начальном состоянии  $M$  равна сумме масс электрона и позитрона (минус небольшая и несущественная здесь энергия связи (см. ниже)), а в конечном — сумме энергий двух фотонов в системе покоя позитрония. Таким образом, энергия покоя электрона и позитрона полностью переходит в кинетическую энергию фотонов, но массы начального и конечного состояний в этом процессе одинаковы, как того требует сохранение полной энергии и полного импульса.

**Распады мезонов.** Аналогичным образом при распаде  $K$ -мезона на два  $\pi$ -мезона или три  $\pi$ -мезона энергия покоя каона переходит в сумму полных энергий пионов, каждая из которых имеет вид  $e = e_k + m$ . Но масса системы двух или трех пионов, возникших при распаде каона, равна массе каона.

**Что называть материей?** Во всех распадах энергия покоя переходит в энергию движения, а полная энергия изолированной системы сохраняется. Сохраняется и масса системы, но не сохраняются массы отдельных ее частиц. Массивные частицы переходят в менее массивные, а то и вовсе в безмассовые. Частицами материи в физике элементарных частиц называют не только такие массивные частицы, как протоны и электроны, но и очень легкие нейтрино, и безмассовые фотоны, и даже гравитоны (см. ниже). В современной квантовой теории поля все они рассматриваются на равных основаниях.

**Энергия без частиц?** В реакциях распада и аннигиляции материя не исчезает подобно чеширскому коту, от которого остается только его улыбка — энергия. Носителями энергии во всех этих процессах являются частицы

материи. Во всех изученных до сих пор процессах энергии без материи ("чистой энергии") не бывает.

Это, правда, не относится к так называемой темной энергии, которая была открыта в последние годы XX в. Темная энергия проявляется в ускоряющемся расширении Вселенной. (Об этом ускоряющемся расширении свидетельствуют скорости далеких сверхновых звезд.) Похоже, что носителем темной энергии является вакуум и что она составляет три четверти всей энергии Вселенной. Оставшаяся четверть заключена в массе обычной материи (5 %) и темной материи (20 %). В лабораторных опытах с обычным веществом темная энергия не проявляется. В таких опытах носители энергии — это всегда частицы.

## 9. Несвободные частицы

**Тела и частицы.** Все физические тела состоят из элементарных частиц. Такие элементарные частицы, как протон и нейтрон, сами состоят из еще "более элементарных частиц" — кварков и глюонов. Такие частицы, как электрон и нейтрино, на современном уровне познания выглядят как истинно элементарные. Общим для протона и электрона является то, что массы всех протонов в мире строго одинаковы, так же как строго одинаковы массы всех электронов. В отличие от этого массы макроскопических тел одного типа, например всех гривенников, равны друг другу лишь приближенно. Это различие обусловлено тем, что различные энергетические уровни монеты практически вырождены, а масса ближайшего возбужденного состояния протона превышает массу последнего на несколько сотен мегаэлектронвольт.

**Масса газа.** Во всех рассмотренных выше случаях, когда масса системы частиц была больше суммы их масс, эти частицы свободно разлетались. Обратимся теперь к ситуации, когда они разлететься не могут. Такая ситуация осуществляется, например, в часто обсуждаемом мысленном опыте с газом молекул или фотонов в замкнутом покоящемся сосуде. Полный импульс такого газа равен нулю, поскольку газ изотропен:  $\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i = 0$ . Поэтому полная масса  $M$  такого газа равна его полной энергии  $E$  (в этом случае она же  $E_0$ ) и равна сумме энергий отдельных частиц:  $M = E = \sum e_i$ .

**Масса нагретого газа.** При нагревании газа в неподвижном сосуде полный импульс газа не изменяется и остается равным нулю, а полная энергия увеличивается, так как возрастает кинетическая энергия отдельных частиц. В результате масса газа в целом увеличивается, в то время как масса каждой отдельной частицы остается неизменной. (В литературе можно встретить неверное утверждение, что при увеличении кинетической энергии частиц (или фотонов) возрастает их масса.)

**Масса горячего утюга.** Таким же образом, как масса газа, должна возрастать при нагревании и масса утюга, хотя массы колеблющихся атомов остаются неизменными. Однако совокупность формул (10)–(12) для системы свободных частиц здесь неприменима, поскольку частицы (в этом случае — атомы) не свободны, а связаны в кристаллической решетке металла. Разумеется, увеличение массы утюга слишком мало для того, чтобы его можно было реально почувствовать.

## 10. Атомы и атомные ядра

**О формулах (10)–(12).** Поясним, почему для таких несвободных частиц, как электроны в атомах или нуклоны в атомных ядрах, неприменимы формулы (10)–(12). Прежде всего потому, что эти частицы не имеют определенных импульсов в силу соотношения неопределенности. Чем меньше размер области, в которой заключены частицы, тем больше неопределенность их импульсов.

**Соотношение неопределенности.** И для атомов, и для ядер очень важны закономерности квантовой механики, в частности соотношение неопределенности. Как известно, произведение неопределенностей импульса  $\Delta p$  и координаты  $\Delta x$  должно быть больше, чем квант действия  $\hbar$ . Поэтому частицы в атомах не имеют определенных индивидуальных импульсов, а обладают только определенным суммарным импульсом.

**Энергия поля.** Другой причиной, по которой в атомах неприменимы формулы (10)–(12), является то, что пространство между отдельными частицами в них, по существу, не является пустым: оно заполнено материальной средой — физическими полями. Пространство внутри атома заполнено электромагнитным полем, а внутри ядра — гораздо более плотным и сильным полем, которое часто называют мезонным.

**Реальные и виртуальные частицы.** В классической теории поля частицы и силовые поля — это два не сводимых друг к другу понятия. В квантовой теории поля, на языке фейнмановских диаграмм, понятие поля сводится к понятию виртуальной частицы, для которой  $e^2 - \mathbf{p}^2 \neq m^2$ . Про такие частицы говорят, что они находятся вне массовой поверхности. (На массовой поверхности находятся реальные частицы, для которых  $e^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$ .) При этом 4-импульс  $p_i = (e, \mathbf{p})$  сохраняется в каждой вершине диаграммы.

**Энергия связи.** Наличие энергии поля приводит к тому, что для двух тесно взаимодействующих частиц, скажем, в атомном ядре тяжелого водорода — дейтрона, в формуле (10)  $E = e_1 + e_2$  необходимо учитывать энергию поля. В результате  $M < m_1 + m_2$ . Величину  $\varepsilon = m_1 + m_2 - M$  называют энергией связи.

Масса дейтрона меньше суммы масс протона и нейтрона, составляющих его. Энергия связи нуклонов в дейтроне равна 2,2 МэВ. Для того, чтобы "развалить" дейтрон на нуклоны, надо затратить энергию, равную энергии связи или превышающую ее. Атомные ядра остальных элементов Таблицы Менделеева тоже существуют благодаря энергии связи нуклонов в этих ядрах.

**Слияние и деление ядер.** Известно, что энергия связи — в начале Таблицы — максимальна у ядра гелия, а в середине Таблицы — у ядра железа. Именно поэтому при образовании гелия из водорода в реакциях слияния на Солнце и в водородных бомбах выделяется большое количество кинетической энергии. А в ядерных реакторах и атомных бомбах кинетическая энергия образуется в реакциях деления при развале тяжелых ядер урана и плутония на более легкие ядра в середине Таблицы Менделеева.

**Химические реакции.** Существенно меньшая энергия, измеряемая электронвольтами, выделяется в химических реакциях за счет различия энергий связи электронов в разнообразных химических соединениях. Однако источником кинетической энергии и в химических, и в ядерных реакциях является разность масс начальных и конечных частиц (молекул или ядер), участвующих в этих реакциях.

Поскольку и молекулы, и даже атомные ядра являются нерелятивистскими связанными системами и к их составляющим применимо понятие потенциальной энергии, то соответствующие разности масс можно рассчитать, опираясь на это понятие, а выделяемую энергию объяснить переходом потенциальной энергии в кинетическую.

**Закон Кулона.** Энергия связи электронов в атомах много меньше массы электрона. Поэтому понятие энергии связи в атомах можно пояснить с помощью нерелятивистского понятия потенциальной энергии. Энергия связи  $\varepsilon$  равна (со знаком минус) сумме положительной кинетической энергии связанной частицы и ее отрицательной потенциальной энергии. Потенциальная энергия электрона, скажем, в атоме водорода определяется законом Кулона:

$$U = -\frac{\alpha}{r}, \quad (17)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ ,  $e$  — заряд электрона.

**Еще о потенциальной энергии.** Понятие потенциальной энергии определено только в ньютоновском пределе (см. *Механику* Ландау и Лифшица, §5 "Функция Лагранжа системы материальных точек" и §6 "Энергия") [7]. Сохраняется сумма кинетической и потенциальной энергий. Если одна из двух взаимодействующих частиц или обе они существенно релятивистские, то понятие потенциальной энергии неприменимо.

**Электромагнитное поле.** В теории относительности кулоновское поле является 0-компонентой 4-потенциала электромагнитного поля  $A_\alpha$  ( $\alpha = 0, 1, 2, 3$ ). Источником поля является электромагнитный ток, пропорциональный 4-вектору  $ep_\alpha/E$ , где  $p_\alpha$  — 4-импульс частицы с зарядом  $e$ . Взаимодействие двух движущихся зарядов осуществляется путем распространения поля от одного заряда к другому. Оно описывается так называемой функцией Грина или пропагатором ("распространителем") электромагнитного поля. (На языке квантовой электродинамики говорят о распространении виртуальных фотонов. То, что потенциал  $A_\alpha$  является 4-вектором, обусловлено тем, что спин фотона равен единице.)

**Важное уточнение.** Если виртуальный фотон уносит 4-импульс  $q$ , то 4-импульсы заряженной частицы до испускания фотона  $p_i$  и после испускания  $p_f$  удовлетворяют условию  $p_i - p_f = q$ . Входящий в выражение для сохраняющегося тока 4-вектор  $p$  равен  $p = p_i + p_f$ , а  $E = \sqrt{E_i E_f}$ . Поскольку  $p_i^2 = p_f^2 = m^2$ , то  $qp = 0$ . (Мы обозначили здесь энергию буквой  $E$ , поскольку  $e$  в выражении для тока обозначает заряд. Букв явно не хватает.)

**Глюоны и кварки.** Спин глюонов тоже равен единице. На первый взгляд, взаимодействие глюонов с кварками полностью аналогично взаимодействию фотонов с

электронами. Но это только на первый взгляд. Дело в том, что электрический заряд у всех электронов один и тот же. А цветовых зарядов у кварков три. Испуская или поглощая глюон, кварк может менять свой цвет. Ясно, что для этого глюоны сами должны быть цветными. Можно показать, что должны существовать восемь цветовых разновидностей глюонов. Если фотоны электрически нейтральны, то глюоны несут цветовые заряды.

**Квантовая хромодинамика.** Казалось бы, заряженные глюоны должны интенсивно излучать глюоны и представлять собой что-то вроде "светящегося света". Но квантовая хромодинамика — теория взаимодействия кварков и глюонов — обладает удивительным свойством, которое называют английским словом "конфайнмент" или русским словом "невыветание". В отличие от электронов и фотонов, цветные кварки и глюоны в свободном состоянии отсутствуют. Эти цветные частицы пожизненно заключены внутри бесцветных (белых) адронов. Они могут менять только места заключения. Фейнмановских диаграмм с линиями свободных глюонов и кварков нет.

## 11. Гравитация

**Гравитационные орбиты.** На различных эмблемах часто изображают орбиты электронов в атомах, подобные орбитам планет. Из только что сказанного должно быть ясно, что таких орбит в атомах, согласно квантовой механике, нет. Однако для макроскопических тел, тем более, для таких тяжелых, как планеты, квантовые эффекты ничтожны. Поэтому их орбиты прекрасно описываются классической механикой.

**Константа Ньютона.** Потенциальная энергия Земли в гравитационном поле Солнца определяется законом Ньютона

$$U = -\frac{GMm}{r}, \quad (18)$$

где  $M$  — масса Солнца,  $m$  — масса Земли,  $r$  — расстояние между их центрами, а  $G$  — константа Ньютона:

$$G = 6,71 \times 10^{-39} \hbar c \text{ [ГэВ/}c^2\text{]}^{-2}. \quad (19)$$

(Здесь использованы единицы, в которых  $c \neq 1$ .)

**Величина  $p_i p_k / e$ .** В ньютоновской физике источником гравитации является масса. В теории относительности источником гравитации является величина  $p_i p_k / e$ , которая служит как бы "гравитационным током". (Напомним, что  $p_i$  — 4-вектор энергии-импульса,  $i = 0, 1, 2, 3$ . Поэтому у "гравитационного тока" четыре независимых компоненты, а не десять, как было бы у симметричного четырехмерного тензора.)

Распространение поля от источника до "стока" описывается функцией Грина гравитационного поля или пропагатором гравитона — безмассовой частицы со спином 2. Этот пропагатор пропорционален  $g^{il} g^{km} + g^{im} g^{kl} - g^{ik} g^{lm}$ , где  $g^{ik}$  — метрический тензор. (Как и в случае фотона, обсужденном выше, 4-импульс гравитона  $q = p_i - p_f$ , 4-импульс, входящий в выражение для тока,  $p = p_i + p_f$ , а  $e = \sqrt{e_i e_f}$ . Нам опять не хватает букв! На этот раз для индексов.)



**Гравитон.** Гравитон, так же как фотон, — безмассовая частица. Именно поэтому потенциалы Ньютона и Кулона имеют форму  $1/r$ . Но в отличие от фотона, который не может испускать фотоны, гравитон может и должен испускать гравитоны. В этом отношении гравитон похож на глюон, испускающий глюоны.

**Масса Планка.** В физике частиц используется понятие массы Планка:

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}. \quad (20)$$

В единицах, в которых  $c, \hbar = 1, m_P = 1/\sqrt{G} = 1,22 \times 10^{19}$  ГэВ.

Гравитационное взаимодействие двух ультрарелятивистских частиц возрастает как квадрат их энергии  $E$  в системе их центра инерции. Оно становится предельно сильным при  $E \sim m_P$  и при расстоянии между частицами  $r \sim 1/m_P$ . Но вернемся от этих фантастически больших энергий и малых расстояний к яблокам и фотонам в гравитационных полях Земли и Солнца.

**Яблоко и фотон.** Рассмотрим частицу, находящуюся в статическом гравитационном поле, например, Солнца. Источником поля является величина  $P_l P_m / E$ , где  $P_l$  — 4-импульс Солнца, а  $E$  — его энергия. В системе покоя Солнца  $l, m = 0$  и  $P_l P_m / E = M$ , где  $M$  — масса Солнца. В этом случае числитель пропагатора гравитационного поля  $g^{il} g^{km} + g^{im} g^{kl} - g^{ik} g^{lm}$  равен  $2g^{i0} g^{k0} - g^{ik} g^{00}$ , а тензорная величина  $p_i p_k$ , умноженная на числитель пропагатора, сводится к простому выражению:  $2e^2 - m^2$ . Следовательно, для нерелятивистского яблока с массой  $m$  "гравитационный заряд" равен  $m$ , а для фотона с энергией  $e$  он равен  $2e$ . Обратите внимание на множитель 2. Кинетическая энергия притягивается в два раза сильнее, чем скрытая энергия, заключенная в массе. Приведенный здесь простой вывод коэффициента 2 делает ненужным сложный вывод, использующий изотропные координаты, в статье [8].

**Фотон в поле Солнца.** Взаимодействие фотона с гравитационным полем должно вызывать отклонение луча света далекой звезды вблизи солнечного диска. В 1915 г. Эйнштейн вычислил угол отклонения и показал, что он должен составлять  $4GM/c^2 R \simeq 1,75''$ . (Здесь  $M$  и  $R$  — масса и радиус Солнца.) Это предсказание было подтверждено во время солнечного затмения в 1919 г., что вызвало огромный интерес к теории относительности.

**Атом в поле Земли.** При подъеме тела над Землей его потенциальная энергия возрастает пропорционально его массе. Поэтому разность энергий двух уровней атомного ядра должна быть тем больше, чем выше этаж дома, на котором ядро находится.

**Энергия фотона сохраняется.** С другой стороны, частота  $\omega$  фотона, летящего в статическом гравитационном поле, а следовательно, и его полная энергия  $e = \hbar\omega$  не должны изменяться.

В результате фотон, испущенный на нижнем этаже дома при переходе между двумя уровнями ядра, не сможет вызвать обратного перехода в том же ядре на верхнем этаже. Это теоретическое предсказание было подтверждено в 1960-х годах Паундом и Ребкой [9]

после открытия эффекта Мёссбауэра, позволяющего измерять ничтожно малые смещения ядерных уровней.

**Но длина волны изменяется.** Фотон, летящий в статическом гравитационном поле, подобно летящему камню, сохраняет свою полную энергию  $e$  и частоту  $\omega$ . Но его импульс, а следовательно, и его длина волны изменяются с изменением расстояния до гравитирующего тела.

**Показатель преломления.** При удалении фотона от источника гравитационного поля его скорость возрастает, стремясь к  $c$ , а при приближении — уменьшается. Таким образом, гравитационное поле, подобно прозрачной среде, имеет коэффициент преломления. Это наглядно объясняет отклонение света в поле Солнца и в гравитационных линзах галактик. Уменьшение скорости фотона вблизи Солнца было обнаружено Шапиро в опытах по измерению запаздывания радарного эха от планет.

**Часы и гравитация.** Обычные часы, подобно атомным, тикают тем чаще, чем выше их поднимают. Пусть на первом этаже рядом находятся синхронно идущие часы А и В. Если поднять на второй этаж сначала часы А, а скажем, через сутки — часы В, то А будут опережать часы В, так как в течение суток А шли быстрее. Но в качестве синхронизованных секундомеров А и В будут одинаково хороши.

Когда каждую точку в пространстве снабжают своими собственными часами, то, по существу, подразумевают, что темп их хода не зависит от расстояния до гравитирующих тел (в нашем случае — от этажа). Но для обычных часов это не так. Чтобы отличить такие необычные часы от обычных, назовем необычные часы "клонированными".

Как мы видели выше, частота света, измеренная с помощью разнесенных по этажам обычных часов, не зависит от этажа. Если измерять ее же с помощью "клонированных" локальных часов, то получится, что она тем меньше, чем выше этаж. Именно на этом основана такая интерпретация опыта Паунда и Ребки, согласно которой энергия вертикально летящего фотона уменьшается с набором высоты, подобно кинетической энергии камня. Но у камня уменьшение кинетической энергии сопровождается увеличением его потенциальной энергии, так что его полная энергия сохраняется. А у фотона потенциальной энергии нет. Поэтому в статическом гравитационном поле его энергия должна сохраняться.

## 12. Эпистемология и лингвистика

**Физика и эпистемология.** *Эпистеме* по-гречески — это знание. Эпистемика, или, как принято было говорить раньше, эпистемология, — это теория знания и познания. Очевидно, что обсуждаемые в этом докладе вопросы относятся не только к физике, но и к эпистемологии.

**Физика и семантика.** Греческое прилагательное *семантикос* (значительный, significant) использовалось в лингвистике еще Аристотелем. Но какое отношение к физике имеет наука о языке — лингвистика и ее раздел семантика — наука о словах и символах?

Тут уместно вспомнить высказывание, приписываемое Фоку: "Физика — наука, по существу простая.

Главная проблема в ней — понимать, что какая буква означает".

Физика XX в. в корне изменила представление о том, что такое пустота и материя, и по-новому связала между собой такие свойства материи, как энергия, импульс и масса. Формирование фундаментальных понятий физики еще не завершено и вряд ли завершится в обозримом будущем. В частности, и поэтому так важно выбирать адекватные слова и буквы при обсуждении физических явлений и теорий.

**"Склеенные понятия".** В *Началах* Ньютона "склеены" понятия массы и материи (вещества): "масса пропорциональна плотности и объему". В статьях Эйнштейна масса "склеена" с инерцией и гравитацией (инертная и гравитационная массы). А энергия склеена с материей.

**Архетип.** Согласно словарям, архетип — это исторически исходная форма (протоформа), исходное понятие, слово, или исходный тип (прототип). Понятием архетипа очень интересовался Паули, опубликовавший в 1952 г. статью о влиянии архетипических представлений на создание естественно-научных теорий Кеплером. Возможно, понятие массы является именно таким архетипическим понятием, которое склеило в себе понятия вещества, инерции и тяжести.

**Атом и архетип.** *Atom and Archetype* — под этим заглавием была переведена с немецкого языка на английский книга [10], содержащая переписку Вольфганга Паули и ведущего немецкого психоаналитика Карла Юнга, длившуюся с 1932 по 1958 гг. В. Паули и К. Юнг обсуждали, в частности, материальную природу времени и возможность общения с людьми, жившими несколько веков или тысячелетий тому назад. Широко известно, что Паули серьезно относился к эффекту, носящему его имя: когда он входил в экспериментальную лабораторию, приборы в ней ломались.

**Поэты о терминах.** Д. Самойлов о словах: "Их протирают как стекло. И в этом наше ремесло". В. Маяковский: "Улица корчится безъязыкая. Ей нечем кричать и разговаривать".

Нехватка точных терминов и неумение пользоваться ими восполняется многими авторами обильным использованием слов-паразитов типа "масса покоя", придающих текстам гладкость и "энергетику", подобно тому, как в обычной речи это делают слова типа "блин".

**Как преподавать физику.** Надо "протирасть" и "расклеивать" термины.

"Пуповина", соединявшая современную физическую теорию с предшествующей "материнской" теорией, должна бережно обрезаться при преподавании. (В случае теории относительности "матерью" был "кентавр", состоявший из теории поля Максвелла и механики Ньютона, а пуповина — релятивистская масса.)

Вспомним название знаменитой книги Ф. Клейна *Элементарная математика с высшей точки зрения*. На ландшафт современной физики надо смотреть с высшей точки зрения: не из оврага истории, а с вершины принципов симметрии. Мне представляется, что недопустимо выдавать зависимость массы от скорости за экспериментальный факт, скрывая от студента, что она

является интерпретационным "фактоидом" (согласно словарям, фактоид похож на факт, но считается достоверным только потому, что встречается в печатных текстах).

### 13. Заключительные замечания

**"Проблемы  $E = mc^2$ " могло и не быть?** Кажется, что "проблема  $E = mc^2$ " не возникла бы, если при создании теории относительности величину  $E/c^2$  — коэффициент пропорциональности между скоростью и импульсом — отождествили бы с некоей новой физической величиной, названной, скажем, "инерцией" или "инермом", которая совпадает с массой при импульсе, стремящемся к нулю. Так что масса была бы "инерцией покоя". Аналогично могла бы быть введена и новая величина "тяжесть", или "грав", —  $p_i p_k / E$ , сводящаяся к массе при нулевом импульсе. Но физики предпочли "не умножать сущности" и не вводить новые физические величины, а сформулировать новые, более общие соотношения между старыми, такие как  $E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4$  и  $\mathbf{p} = \mathbf{v} E / c^2$ .

Однако многие до сих пор пытаются сохранить и в релятивистской физике такие нерелятивистские уравнения, как  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ , и такие нерелятивистские склейки понятий, как "масса — мера инерции" и "масса — мера гравитации", и предпочитают использовать понятие массы, зависящей от скорости.

Поразительно, но нередко одни и те же физики в своих научных работах выбирали первый путь, а в своей научно-популярной и педагогической деятельности — второй. Это, конечно, не могло не привести к невообразимой путанице в головах тех, кто слепо следует за авторитетами, опираясь на популярную литературу.

**О достоверности науки.** В последнее время широкое распространение получили представления о том, что наука вообще и физика в частности недостоверны. Согласно многим популяризаторам науки, теория относительности так же доказала неправильность механики Ньютона, как химия доказала неправильность алхимии, а астрономия — неправильность астрологии. Но подобные утверждения грубо искажают суть научных революций. Механика Ньютона осталась правильной наукой и сегодня, в XXI в., и останется верной всегда. Открытие теории относительности только ограничило область применимости механики Ньютона скоростями, много меньшими скорости света  $c$ . И продемонстрировало ее приближенный характер в этой области (с точностью до поправок порядка  $v^2/c^2$ ).

Аналогично, открытие квантовой механики ограничило область применимости классической механики такими явлениями, для которых величина действия велика по сравнению с квантом действия  $\hbar$ . Область же применения астрологии и алхимии — только предрасудки, суеверия и невежество. Забавно, что обычно те, кто сравнивает механику Ньютона с астрологией, верят, что масса зависит от скорости.

**Недавние публикации.** Дополнительные сведения по затронутым вопросам можно найти в [11, 12]

**О заглавии.** Мой хороший друг и большой эксперт по теории относительности, прочитав слайды этого доклада, посоветовал мне выбросить из названия тео-

рему Пифагора. Я не последовал этому совету, так как рассмотрения прямоугольных треугольников без приближенного извлечения квадратного корня в литературе по теории относительности я не встречал.

**Благодарность за поддержку.** Работа поддержана грантами НШ-5603.2006.2, НШ-4568.2006.2 и РФФИ-07-02-00830-а.

**Список литературы**

1. Окунь Л Б «Формула Эйнштейна:  $E_0 = mc^2$ . "Не смеется ли Господь Бог?"» УФН 178 541 (2008) [Okun L B «The Einstein formula  $E_0 = mc^2$  "Isn't the Lord laughing?"» *Phys. Usp.* 52 (5) (2008)]
2. Klein F *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Erster Band, Arithmetik, Algebra, Analysis* 3 Auflage (Berlin: Verlag von Julius Springer, 1924) [Клейн Ф *Элементарная математика с точки зрения высшей* Т. 1 *Арифметика, Алгебра, Анализ* (М.: Наука, 1987); Klein F *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint, Arithmetics, Algebra, Analysis* (New York: Dover Publ., 2007)]
3. Poincaré H "Sur la dynamique de l'électron" *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* 21 129 (1906) [Пуанкаре А "О динамике электрона" *Избранные труды* Т. 3 (М.: Наука, 1974) с. 433]
4. Minkowski H "Raum und Zeit" *Phys. Z.* 10 104–111 (1909) [Минковский Г "Пространство и время", в сб. Лоренц Г А, Пуанкаре А, Эйнштейн А, Минковский Г *Принцип относительности*, Сборник работ классиков релятивизма (Под ред. В К Фредерикса, Д Д Иваненко) (М.–Л.: ОНТИ, 1935) с. 181–203]
5. Hawking S *The Universe in a Nutshell* (New York: Bantam Books, 2001) [Хокинг С *Мир в ореховой скорлупе* (Пер. с англ. А Сергеева) (СПб.: Амфора, 2007)]
6. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Amsterdam: Reed Elsevier, 2000)]
7. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Механика* (М.: Наука, 1988) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *Mechanics* (Amsterdam: Elsevier Sci., 2003)]
8. Okun L B "The concept of mass" *Phys. Today* 42 (6) 31–36 (1989); Okun L B "Putting to rest mass misconceptions" *Phys. Today* 43 (5) 13, 15, 115, 117 (1990)
9. Pound R V, Rebka G A (Jr.) "Apparent weight of photons" *Phys. Rev. Lett.* 4 337–341 (1960)
10. Pauli W, Jung C *Atom and Archetype: Pauli/Jung Letters. 1932–1958.* (Ed. C A Meyer) (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2001); Meier C A (Herausgegeben) *Wolfgang Pauli, C. G. Jung: Ein Briefwechsel 1932–1958* (Berlin: Springer-Verlag, 1992)
11. Окунь Л Б "Что такое масса? (Из истории теории относительности)", в сб. *Исследования по истории физики и механики. 2007* (Отв. ред. Г М Идлис) (М.: Наука, 2007)
12. Okun L B "The evolution of the concepts of energy, momentum and mass from Newton and Lomonosov to Einstein and Feynman", in *Proc. of the 13th Lomonosov Conf. August 23, 2007* (Singapore: World Scientific) (in press)

PACS numbers: 11.15.–q, 11.25.Tq, 12.38.–t  
DOI: 10.3367/UFNr.0178.200806m.0663

**Бьёркеновская и реджевская асимптотики амплитуд рассеяния в квантовой хромодинамике и суперсимметричных калибровочных моделях**

Л.Н. Липатов

**1. Введение**

В докладе представлен обзор теоретических подходов к исследованиям глубоко неупругих лептон-адронных

взаимодействий и адрон-адронного рассеяния при высокой энергии в кинематике Редже. Показано, что в квантовой хромодинамике (КХД) глюон реджезован, а померон представляет собой составную систему реджезованных глюонов. Отмечены замечательные свойства уравнения Балицкого – Фадина – Кураева – Липатова (БФКЛ) для померонной волновой функции в КХД и суперсимметричных калибровочных теориях. Показано, что вследствие AdS/CFT (пространство анти-де-Ситтера/конформная теория поля)-соответствия БФКЛ-померон эквивалентен реджезованному гравитону в расширенной  $N = 4$ -суперсимметричной модели. Свойства максимальной трансцендентальности и интегрируемости, реализуемые в этой модели, позволяют вычислить аномальную размерность операторов с твистом 2, вплоть до четырех петель.

**2. Глубоко неупругое ер-рассеяние**

Инклюзивное электрон-протонное рассеяние в кинематике Бьёркена (рис. 1)

$$2pq \sim Q^2 = -q^2 \rightarrow \infty, \quad x = \frac{Q^2}{2pq}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (1)$$

очень важно, поскольку дает прямую информацию о распределении  $n^q(x)$  кварков внутри протона как функции отношения их энергий  $x = |\mathbf{k}|/|\mathbf{p}|$  ( $|\mathbf{p}| \rightarrow \infty$ ). Действительно, в рамках кварк-партоновой модели Фейнмана – Бьёркена [1, 2] можно получить следующее простое выражение для структурных функций  $F_{1,2}(x)$  этого процесса:

$$\frac{1}{x} F_2(x) = 2F_1(x) = \sum_{i=q,Q} Q_i^2 n^i(x), \quad (2)$$

где кварковые заряды равны  $Q_u = 2/3, Q_d = -1/3$ .

Оказывается, что партоновая картина верна и в перенормируемых теориях поля, если мы введем ограничение на поперечные импульсы партонов  $\mathbf{k}_\perp$  за счет ультрафиолетового обрезания  $k_\perp^2 < \Lambda^2 \sim Q^2$  [3]. В этих теориях бегущая константа связи  $\alpha = g^2/(4\pi)$  в главном логарифмическом приближении (ГЛП) имеет вид

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_\mu}{1 + \beta\alpha_\mu/(4\pi) \ln(Q^2/\mu^2)}, \quad (3)$$

где  $\alpha_\mu$  — значение  $\alpha$  в точке перенормировки  $\mu$ . В квантовой электродинамике (КЭД) и квантовой хромо-

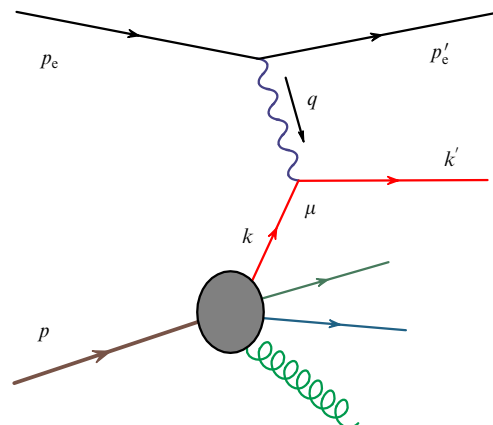


Рис. 1.