

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

Что есть масса?

Р.И. Храпко

От редактора. В статье Л.Б. Окуня, опубликованной в УФН в 1989 г. (т. 158, с. 511) подробно обсуждается вопрос о понятии массы в нерелятивистской и релятивистской физике. При этом автор считает, что нужно использовать лишь понятие о массе m , фигурирующей в известном соотношении $mc^2 = \sqrt{E^2 - c^2 p^2}$. Такую массу иногда называют массой покоя и обозначают как m_0 . В 1989 г. я не был главным редактором УФН, и статьи Л.Б. Окуня сколько-нибудь подробно не читал, ибо времени не хватало, а основы теории относительности считал достаточно мне известными. Прочитав статью сейчас, по причинам, ясным из публикуемого ниже материала, нашел ее очень ценной в методическом, педагогическом и историческом отношениях. Согласен с Л.Б. Окунем и в главном: при преподавании и использовании теории относительности целесообразно вводить только массу m и не пользоваться понятием о какой-либо релятивистской массе. Вместе с тем я не думаю, что введение и использование релятивистской массы (например, массы $m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$) вредно и обязательно свидетельствует о непонимании теории относительности. Казалось бы, при знании сути дела речь идет о вкусах и спорить здесь не о чем. Однако поступившее в УФН письмо Р.И. Храпко, преподавателя одного из московских вузов, свидетельствует о том, что единство взглядов в вопросе о массе еще не достигнуто. Полное единомыслие в такого рода вещах вообще вряд ли достижимо, а где и когда нужно остановиться в подобного рода спорах, заранее не ясно. Некоторые члены редколлегии считают, что остановиться уже пора, в связи с чем письмо Р.И. Храпко публиковать вообще не следует. По моему же мнению, важность вопроса, вся многолетняя история его обсуждения, оправдывают помещение в УФН письма Р.И. Храпко и ответа Л.Б. Окуня. Ничего, кроме пользы, в частности, преподавателям, это принести не может, ибо способно только углубить понимание. К тому же ведь в УФН ранее ни одно возражение Л.Б. Окуню не было опубликовано и, таким образом, дискуссии не было. Вместе с тем, по моему убеждению, мы должны публиковать в УФН письма читателей, в том числе и спорного характера, за содержание которых редколлегия несет лишь ограниченную ответственность.

21 июня 2000 г.

В.Л. Гинзбург

PACS numbers: 01.40.-d, 03.30.+p

Зависит ли масса тел от их скорости? Аддитивна ли масса тел при объединении тел в систему? Сохраняется ли масса изолированной системы? Различные преподаватели физики и специалисты отвечают на эти вопросы по-разному, поскольку имеются разногласия по вопросу определения массы. Мы показываем, что при определении массы рационально отдать предпочтение релятивистской массе, зависящей от скорости, перед массой покоя.

Одним из достижений специальной теории относительности явилось утверждение об эквивалентности массы и энергии в том смысле, что масса тела растет вместе с энергией, в частности, вместе с кинетической

энергией, и, таким образом, масса зависит от скорости. Это явление недвусмысленно отражено в работах известных физиков.

Макс Борн (1962 г.): "Масса одного и того же тела есть относительная величина. Она должна иметь различные значения в зависимости от выбора системы отсчета, в которой производится ее измерение, или — при измерении в одной и той же системе отсчета — в зависимости от скорости движущегося тела" ([1], с. 324).

Ричард Фейнман (1965 г.): "Из-за эквивалентности массы и энергии энергия, связанная с движением, проявляется как дополнительная масса. Двигаясь, тела становятся тяжелее. Ньютон был другого мнения. Он считал, что массы постоянны" [2].

Это явление отражено в учебниках.

С.П. Стрелков (1975 г.): "Зависимость массы от скорости — одно из основных положений механики Эйнштейна" [3].

В последнее время обозначился возврат к ньютоновскому мнению, согласно которому масса не меняется при увеличении скорости тела и остается равной массе покоя.

Р.И. Храпко. Московский авиационный институт,
125871 Москва, Волоколамское шоссе 4, Российская Федерация
Тел. (095) 158-42-71
E-mail: tahir@k801.mainet.msk.su, for Khrapko

Статья поступила 18 апреля 2000 г., после доработки 14 июня 2000 г.

Последовательным выразителем этой тенденции является Л.Б. Окунь [4, 5]. Ранее аналогичная точка зрения была высказана в книге [6].

Л.Б. Окунь (1989 г.): "Масса, растущая со скоростью, — это по-настоящему непонятно. Масса тела m не меняется при его движении и с точностью до множителя c равна энергии, содержащейся в покоящемся теле. Масса m не зависит от системы отсчета. В конце XX века с понятием массы, зависящей от скорости, пора окончательно распрощаться. Это абсолютно простой вопрос" [4].

Дж.А. Уилер и др. (1966 г.): "Концепция релятивистской массы непонятна для объяснения" ([6], с. 137).

К этой точке зрения присоединились авторы некоторых зарубежных учебников для студентов.

Р. Ресник и др. (1992 г.): "Статья [5] суммирует взгляды, которых придерживаются многие физики. Эти взгляды используются и в нашей книге, хотя нет общего согласия об интерпретации уравнения Эйнштейна $E_0 = mc^2$, где E_0 — энергия покоя частицы массы m . Тем не менее из этого уравнения следует, что энергия имеет массу" [7].

Серьезная путаница, которая возникла в связи с возвратом к ньютоновскому мнению относительно массы, отражена в следующем диалоге.

"Школьник: "Папа, а масса действительно зависит от скорости?"

Отец, физик: "Нет! Впрочем, да... На самом деле нет, но не говори это своему учителю". На следующий день сын забросил физику" [8].

Мы надеемся в настоящем письме сформулировать рациональный подход к определению массы.

Инертная масса имеет два различных определения (дефиниции), которые совпадают при нерелятивистском рассмотрении.

1. "В бытовом смысле слово *масса* означает нечто вроде количества вещества. Понятие вещества считается самоочевидным" ([1], с. 48). Другими словами, "масса определяется как число, прикрепленное к каждой частице или телу и получаемое сравнением со стандартным телом единичной массы" [9].

2. Масса есть мера инертности тела, т.е. коэффициент пропорциональности в формуле

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1)$$

или в формуле

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (2)$$

Поскольку для \mathbf{F} , \mathbf{a} , \mathbf{p} и \mathbf{v} имеются бесспорные операционные определения¹, формулы (1) или (2) дают операционные определения массы. С помощью этих формул предполагается производить упомянутое в 1) сравнение для получения прикрепленного к телу числа m .

¹ По поводу операционного определения импульса см. [10]. Приведем здесь выдержку из [10]. "Смысл операционного определения заключается в отождествлении двух английских эквивалентов русского слова "определение": 'definition' и 'determination'. Операция по определению импульса заключается в принципе в следующем. Движущаяся частица останавливается с помощью некоторой преграды, и в процессе торможения измеряется сила $\mathbf{F}(t)$, с которой частица действует на преграду. Исходный импульс частицы, по определению, равен интегралу $\mathbf{p} = \int \mathbf{F}(t) dt$. Постулируется, что этот интеграл не зависит от деталей торможения, т.е. от вида функции $\mathbf{F}(t)$ ".

Однако число, определяемое по формулам (1), (2) с помощью операционных определений \mathbf{F} , \mathbf{a} , \mathbf{p} , \mathbf{v} для одного и того же тела, т.е. для одного и того же "количества вещества", как оказывается, зависит от скорости движения тела, а при наличии скорости зависит еще и от используемой формулы (1) или (2). Поэтому для движущегося тела дефиниция массы расщепляется на две. "Количество вещества", указанное в прикрепленном числе, перестает быть мерой инертности движущегося тела.

а) Для определения "количества вещества" тела, т.е. прикрепленного числа из 1), тело надо остановить и после этого применить формулу (1) или (2) на малой скорости. Полученное таким образом число называется массой покоя. Эта масса по определению не меняется при ускорении тела.

б) Если же тело не останавливать предварительно для измерения его массы, то формула (1), как известно, не дает однозначного результата. Поскольку сила и ускорение не являются свойствами тела, коэффициент в формуле (1) зависит от направления силы по отношению к скорости тела. Этот коэффициент вообще становится тензором. Поэтому определение массы формулой (1) совершенно неадекватно действительности. Его не следует даже рассматривать при не малой скорости тела.

в) Напротив, формула (2) справедлива при любой скорости, включая скорость света. Поэтому она, и только она, дает операционное определение массы движущегося тела. Такая масса является мерой инертности для движущегося тела². Она называется *релятивистской массой*.

И тут возникает проблема. Какую из двух масс, массу покоя из а) или релятивистскую массу из в), назвать простым словом *масса*, обозначить буквой m без индексов и тем самым признать "главной" массой. Это — не терминологическая проблема. Здесь имеется серьезная психологическая и методологическая подоплека.

Чтобы решить, какая из масс главная, мы сравним свойства масс. При этом в предварительном порядке мы обозначим массу покоя m_0 , а релятивистскую массу обозначим m , поскольку иначе для релятивистской массы вообще не будет простого обозначения.

Если две частицы с импульсами $\mathbf{p}_1 = m\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{p}_2 = m\mathbf{v}_2$ мысленно объединяются в единую систему тел, то, как известно, импульсы частиц складываются: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$. Однако этого мало. Складываются четырехмерные импульсы: $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$. 4-импульс \mathbf{P} , по определению, касателен к мировой линии частицы в пространстве Минковского, и его пространственная компонента равна обычному импульсу \mathbf{p} . Поэтому временная компонента равна релятивистской массе m :

$$\mathbf{P} = \{m, \mathbf{p}\}.$$

Это поясняется двумерным рисунком, на котором слева изображена мировая линия, а справа касательный к ней 4-импульс.

Отсюда мгновенно следует, что при объединении частиц в систему их релятивистские массы просто складываются: $m = m_1 + m_2$.

² Здесь уместно еще процитировать М. Борна: "В физике — и мы должны подчеркнуть это самым решительным образом — слово *масса* не имеет иного смысла, кроме того, который придает ему формула (2)" ([1] с. 48).

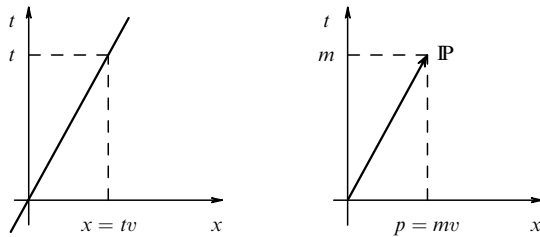


Рис. 1.

Не так обстоит дело с массами покоя. В 4-мерном смысле масса покоя частицы — это модуль ее 4-импульса (с точностью до c):

$$m_0 = \sqrt{m^2 - \frac{p^2}{c^2}}.$$

Поэтому масса покоя пары тел с массами покоя m_{01} , m_{02} равна не сумме $m_{01} + m_{02}$, а сложному выражению, зависящему от импульсов \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 [4]:

$$m_0 = \left[\left(\sqrt{m_{01}^2 + \frac{p_1^2}{c^2}} + \sqrt{m_{02}^2 + \frac{p_2^2}{c^2}} \right)^2 - \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}{c^2} \right]^{1/2}. \quad (3)$$

Такая же формула для массы покоя приведена в [6] ($c = 1$):

$$M^2 = (E_{\text{system}})^2 - (p_{\text{system}}^x)^2 - (p_{\text{system}}^y)^2 - (p_{\text{system}}^z)^2. \quad (4)$$

Согласно формулам (3), (4), масса покоя не аддитивна. Когда физики говорят о красоте как о критерии истины, они, по нашему мнению, не имеют в виду массу покоя.

Дело в том, что закону сохранения подчиняется как релятивистская масса, являющаяся временной компонентой 4-импульса, так и масса покоя, являющаяся его модулем. Это констатируется в [4]. Однако не так просто принять, что сохраняется неаддитивная величина. Действительно, масса покоя системы, согласно (3), (4), не меняется при столкновениях частиц и ядерных реакциях. Но достаточно мысленно разделить систему двух движущихся тел на два тела, и масса покоя от этого сразу изменится, потому что масса покоя пары тел не равна сумме масс покоя тел пары. На наш взгляд, использование неаддитивных понятий связано с серьезными интеллектуальными нагрузками: пара фотонов, не имеющих массу покоя, имеет массу покоя.

Весьма труден вопрос: "Имеет ли энергия массу покоя?" Правильный ответ может быть таким: если это энергия двух фотонов, разлетающихся в разные стороны, она имеет массу покоя, а если это энергия двух фотонов, летящих в одну сторону, она не имеет массу покоя ([4], с. 518). Так что с этим вопросом, как видно, не справились даже авторы учебника [7].

Далее. Летящие в одну сторону фотоны не имеют массу покоя, но излучившее их тело при этом уменьшило свою массу покоя. Напрашивается вывод, что часть массы покоя этого тела превратилась в безмассовую энергию фотонов. Однако, согласно (3), (4), масса покоя системы тело-фотоны сохранилась неизменной при излучении!

Не выдержав таких интеллектуальных перегрузок, сторонники массы покоя вопреки определению (3), (4), отказываются от закона сохранения массы покоя системы. Теперь у них "масса покоя системы увеличи-

вается при неупругих соударениях" ([6], с. 121). При ядерных реакциях, наоборот, возникает "дефект массы покоя". Например, при синтезе дейтерия, $p + n = D + 0,2$ Мэв, масса покоя дейтерия оказывается меньше массы покоя протона и нейтрона.

В то же время, согласно определениям (3), (4), никакого "дефекта" массы покоя при ядерных реакциях вообще нет. В нашем примере недостающую, якобы, массу покоя системы на стадии $D + 0,2$ Мэв предоставляет γ -квант с энергией 0,2 Мэв, сам не имеющий массы покоя, так что нарушается аддитивность массы покоя системы.

Нетрудно понять школьника, забросившего физику ввиду такой неразберихи с массой покоя.

Тем не менее большое количество физиков считает массу покоя главной и обозначает ее m , а не m_0 , а релятивистскую массу дискриминирует и оставляет без обозначения, что вносит дополнительную путаницу, потому что из-за этого порой бывает трудно понять, о какой массе идет речь. Примером является высказывание, цитированное из [7].

Эти физики соглашались с тем, что масса покоящегося газа увеличивается при нагревании, поскольку увеличивается содержащаяся в нем энергия, но, видимо, имеется психологический барьер, мешающий попросту объяснить это увеличение ростом массы отдельных молекул вследствие увеличения их тепловой скорости.

Эти физики жертвуют представлением о массе как о мере инертности в пользу ярлыка, прикрепляемого к каждой частице с информацией о неизменном "количестве вещества", потому что ярлык соответствует их привычному ньютоновскому представлению о массе. Поэтому излучение, которое по Эйнштейну [11] "переносит инерцию", не имеет у них массы.

Главная психологическая трудность в том, чтобы отождествить массу и энергию (которая изменяется), принять эти две сущности, как одну. Легко принять формулу $E_0 = m_0 c^2$ для покоящегося тела. Авторы [6] так и озаглавили раздел 13: "Эквивалентность энергии и массы покоя"³. Труднее принять справедливость формулы $E = mc^2$ для любой скорости. Замечательная формула $E = mc^2$ представляется Л.Б. Окуню "безобразной" [4].

Итак, релятивистская масса имеет естественное операционное определение, основанное на формуле $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Она подчиняется закону сохранения и аддитивна. Она эквивалентна и энергии, и гравитационной массе. Ее следует называть массой и обозначать m .

Масса покоя то ли не сохраняется, то ли не аддитивна⁴. Она не эквивалентна энергии. Ее следует обозначить m_0 и использовать с осторожностью, особенно если речь идет о системе тел.

Релятивистская масса вместе с импульсом преобразуются как координаты события при переходе в новую инерциальную лабораторию:

$$m = \frac{m' + p'v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p = \frac{p' + m'v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

³ В заголовке типичная неясность: подразумевается эквивалентность энергии покоя и массы покоя.

⁴ В этом вопросе сторонники массы покоя противоречат сами себе: сначала они справедливо утверждают, что масса покоя сохраняется, но не аддитивна, а потом говорят, что она аддитивна, но не сохраняется. \

В частности, если $P' = 0$, то $m' = m_0$, и

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad P = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Переход от массы покоя к релятивистской массе в теории относительности вызывает, видимо, те же психологические затруднения, что и переход от собственного времени к относительному времени.

Заметим в заключение, что если вместо координат t, x, \dots используются другие координаты — t', x', \dots , то релятивистская масса m и масса покоя m_0 , являющиеся скалярами, будут выражаться формулами

$$mc = u^i P^j g_{ij}, \quad m_0 c = \sqrt{P^i P^j g_{ij}},$$

справедливыми и для искривленного пространства ОТО. Здесь u^i и P^j , g_{ij} — единичный вектор экспериментатора, 4-импульс тела, метрический тензор новых координат. В статье предполагается, что для исходных координат t, x, \dots , $u^i = \delta^i_0$, $g_{00} = 1$, $g_{11} = -1, \dots$

У фотона нет массы-энергии покоя и, соответственно, нет собственной частоты. Но его масса-энергия и частота могут быть измерены экспериментатором, $E = h =$

$= cu^i P^j g_{ij}$, и оказаться равными любой величине в зависимости от скорости экспериментатора.

Я благодарен Г.С. Лапидусу, его внимание помогло улучшить текст статьи.

Список литературы

1. Борн М *Эйнштейновская теория относительности* (М.: Мир, 1964)
2. Фейнман Р П *Характер физических законов* (М.: Мир, 1968)
3. Стрелков С П *Механика* 3-е изд. (М.: Наука, 1975)
4. Окунь Л Б "Понятие массы" *УФН* **158** 512 (1989)
5. Okun L B "The concept of mass" *Phys. Today* **42** (6) 31 (1989)
6. Taylor E F, Wheeler J A *Spacetime Physics* (San Francisco: W.H. Freeman, 1966)
7. Resnick R, Halliday D, Krane K S *Physics* Vol. 1 (New York: Wiley, 1992)
8. Adler C G "Does mass really depend on velocity, dad?" *Am. J. Phys.* **55** 739 (1987)
9. Alonso M, Finn E J *Physics* (New York: Addison-Wesley, 1995)
10. Храпко Р И, Спириг Г Г, Разоренов В М *Механика* (М.: Изд-во МАИ, 1993)
11. Эйнштейн А "Зависит ли инерция тела от содержащейся в нем энергии", в кн. *Принцип относительности* (М.: ОНТИ, 1935) с. 175

О письме Р.И. Храпко "Что есть масса?"

Л.Б. Окунь

По моему мнению, письмо Р.И. Храпко содержит ряд ложных утверждений. Я разберу их в своем ответе, который построен в виде чередований утверждений Р.И. Храпко (Х) и моих комментариев (О).

Начнем с первого абзаца.

Х: "Зависит ли масса тел от их скорости? Аддитивна ли масса при объединении тел в систему? Сохраняется ли масса изолированной системы? Различные преподаватели физики и специалисты отвечают на эти вопросы по-разному, поскольку имеются разногласия по вопросу определения массы".

О: Автор прав в том, что различные преподаватели отвечают на эти вопросы по-разному. Что касается современных специалистов, то они отвечают на эти вопросы одинаково, когда речь идет об их научной работе: масса от скорости не зависит, она не аддитивна и сохраняется для изолированной системы; при этом разногласий по вопросу определения массы у них нет.

Однако в статьях и книгах, рассчитанных на широкую аудиторию, специалисты не всегда последовательно используют современную научную терминологию и часто обращаются к устаревшим терминам, широко распространенным в начале XX века, когда создавалась теория относительности. В то время ее язык еще не

сформировался, и ее творцы зачастую использовали в своих работах нерелятивистские выражения для физических величин.

Х: "Мы показываем, что при определении массы рационально отдать предпочтение релятивистской массе, зависящей от скорости, перед массой покоя".

О: Согласно современной терминологии оба термина "релятивистская масса" и "масса покоя" являются устаревшими, пользоваться ими не стоит и "рационально отдать предпочтение" просто массе m без всяких прилагательных или иных дополнительных слов. Такая масса определяется соотношением

$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{\mathbf{p}^2}{c^2}, \quad (1)$$

где E — полная энергия свободного тела, \mathbf{p} — его импульс, а c — скорость света. Такая масса не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной системе. В этом легко убедиться, если использовать для E и \mathbf{p} преобразования Лоренца:

$$E \rightarrow (E' + \mathbf{v}\mathbf{p}')\gamma, \quad (2)$$

$$p_x \rightarrow \left(p'_x + \frac{vE'}{c^2}\right)\gamma, \quad (3)$$

$$p_y \rightarrow p'_y, \quad (4)$$

$$p_z \rightarrow p'_z, \quad (5)$$

где \mathbf{v} — скорость одной системы отсчета относительно другой, $v = |\mathbf{v}|$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$; мы, как обычно, предполагаем, что вектор \mathbf{v} направлен по оси x . Таким образом, в отличие от E и \mathbf{p} , которые являются компонентами 4-мерного вектора, масса m является лоренцевым инвариантом.

Физический смысл массы был открыт Эйнштейном, когда в 1905 г. он ввел в физику понятие энергии покоя.

Л.Б. Окунь. Государственный научный центр "Институт теоретической и экспериментальной физики",
117259 Москва, ул. Б. Черемушкинская 25, Российская Федерация
E-mail: okun@heron.itp.ru

Статья поступила 15 ноября 2000 г.