u не вызывает вопросов, так как это движение зарядов, а заряды несет только тело. Но, чтобы имел смысл член rot[**D**, **u**], надо знать **u** в пустоте, ибо поле есть и в пустоте. Таким образом, для того чтобы уравнения Герца имели смысл, приходится допустить, что эфир имеет скорость и что эта скорость есть **u**, т. е. эфир *полностью увлекается телами*. Иначе не выходит принцип относительности или же не выходят уравнения Максвелла.

Допущение полного увлечения эфира сразу же вступает в противоречие с явлением аберрации и с опытом Физо, который показывает, что увлечение не полное, а частичное (по Френелю). Таким образом, уравнения Герца формально удовлетворяют принципу относительности, но это согласие только кажущееся. Оно требует таких утверждений о движении эфира, которые противоречат аберрации и коэффициенту увлечения.

Опыты Роуланда, Рентгена, Эйхенвальда, Вильсона мы рассмотрим в следующий раз и увидим, что они указывают на это же слабое место теории Герца — молчаливо допускаемое полное увлечение. Наконец, и то следствие теории Герца, что вращение Земли не должно влиять на электромагнитные явления, тоже опровергается опытом Майкельсона.

ЧЕТВЕРТАЯ ЛЕКЦИЯ

(1/I 1934 г.)

Исторический обзор (продолжение): инвариантность уравнений Герца при преобразовании Галилея, теория Герца и опыт, опыт Саньяка и опыт Майкельсона, явление индукции, опыт Физо, электромагнитные опыты, необходимость отказа от полного увлечения эфира

Мы рассмотрели принцип относительности положения и ориентировки, выражающий представление об однородности и изотропности пространства. Затем мы перешли к другому кругу вопросов, связанных с равномерным и прямолинейным движением друг относительно друга систем, ориентировка которых сохраняется при этом движении неизменной. Здесь мы имеем *принцип относительности механики*, который мы дали в двух формулировках. Первая, чисто математическая, говорит о том, что ньютоновы уравнения инвариантны по отношению к преобразованию Галилея: $x_i' = x_i - w_i t$, $t' = t$. Вторая, гораздо более общая, опирается на предположение, что преобразование Галилея характеризует движение одной системы относительно другой, отображает физический процесс. Тогда принцип относительности механики означает, что существует бесчисленное множество систем, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, в которых при одинаковых начальных условиях все механические явления протекают одинаково. Это уже физическое утверждение. Следствием его является классический закон сложения скоростей.

Мы утверждаем, таким образом, что во всех указанных системах, в том числе и в системе неподвижных звезд, одинаковые механические опыты дают одни и те же результаты. Следовательно, равномерное поступательное движение системы нельзя обнаружить никакими механическими опытами внутри этой системы.

Для вращающихся систем это уже не так. На них принцип относительности не распространяется и было бы неверно утверждать, что в одной вращающейся системе явления будут протекать так же, как и в других.

Откуда берется самое название „принцип относительности“? Если бы существовала какая-либо выделенная система, скажем, такая, в которой справедливы законы Ньютона, в то время как в других справедливы иные законы, то тогда имело бы смысл считать ее неподвижной и говорить о скорости по отношению к ней, как об *абсолютной* скорости. Принцип относительности утверждает, что такой системы *нет* и что поэтому можно говорить только об *относительных* скоростях. Насколько удачен сам термин „принцип относительности“ — это вопрос другой.

Мы перешли затем к электромагнитным явлениям в движущихся телах и рассмотрели то решение вопроса об уравнениях для этих тел, которое было дано Герцем. Вместо максвелловских уравнений для неподвижных тел Герц пишет уравнения

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\left\{\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{u}\operatorname{div}\mathbf{D} + \operatorname{rot}[\mathbf{D}, \mathbf{u}] + \mathbf{J}\right\},$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\left\{\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot}[\mathbf{B}, \mathbf{u}]\right\}.$$

При этом существенно следующее. Для того чтобы эти уравнения имели смысл, каждый их член должен иметь смысл в каждой точке. Но поле существует и там, где нет тел. Между тем члены $\operatorname{rot}[\mathbf{D}, \mathbf{u}]$, rot $[\mathbf{B}, \mathbf{u}]$ там не исчезают. Что же представляет собою $\mathbf{u}$ в этих точках, что надо понимать под скоростью там, где нет тел? Эта трудность, коренящаяся в том, что у Максвелла вакуум ничем принципиально не отличается от тел, губит всю герцеву электродинамику по существу.

Мы убедились далее, что уравнения Герца инвариантны при преобразовании:

$$x_i' = x_i - w_i t, \quad t' = t, \quad u_i' = u_i - w_i,$$

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}, \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H},$$

откуда следует, что в новой (штрихованной) системе все электромагнитные явления протекают так же, как и в неподвижной.

В частности, если я двигаюсь вместе с телами и приборами, которые все имеют скорость $\mathbf{u}$ относительно исходной неподвижной системы, то для меня относительная скорость тел $\mathbf{u}'$ будет равна нулю. Но для моей движущейся системы отсчета справедливы те же уравнения Герца

$$\operatorname{rot}' \mathbf{H}' = \frac{1}{c}\left\{\frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t} + \mathbf{u}' \operatorname{div}' \mathbf{D}' + \operatorname{rot}' [\mathbf{D}', \mathbf{u}'] + \mathbf{J}'\right\},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}' = -\frac{1}{c}\left\{\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} + \operatorname{rot}' [\mathbf{B}, \mathbf{u}']\right\}.$$

Полагая в них $\mathbf{u}' = 0$, мы получаем просто уравнения Максвелла. Таким образом, начав с определенной координатной системы — системы неподвижных звезд, — мы видим, что можно исходить из любой галилеевой системы, что и в отношении электромагнитных явлений все равномерно и прямолинейно движущиеся системы эквивалентны друг другу.

Но относительная скорость $\mathbf{u}'$ должна быть равна нулю *всюду*, т. е. эфир должен двигаться с той же скоростью, что и тела, должен полностью увлекаться как внутри, так и вне тел. Следовательно, Герц объясняет независимость электромагнитных явлений от поступательного движения Земли, но этот успех теории покупается ценой полного увлечения эфира.

Инвариантность уравнений Герца при преобразовании Галилея ясна из самого вида этих уравнений в интегральной форме. В системе, движущейся вместе с телами, сказать, что поверхность S

жестко связана с частицами материи, это значит сказать, что она неподвижна относительно координатных осей. Но если поверхность неподвижна относительно этих осей, то мы имеем уравнения Максвелла. Это простое рассуждение сразу же показывает нам, что мы можем не ограничиваться прямолинейным и равномерным движением. В самом деле, допустите, что вы движетесь со всеми телами и аппаратурой *ускоренно*. Поверхность, жестко закрепленная в теле, все равно будет относительно вас неподвижна, если только тела не испытывают деформации. Следовательно, уравнения Герца инвариантны относительно *всякого* движения системы как твердого тела.[1] Что же говорит опыт?

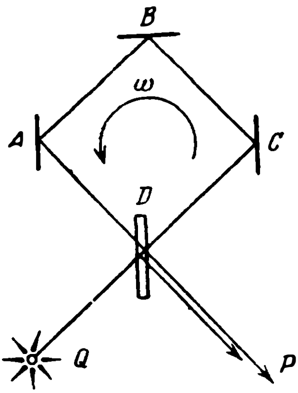

Рис 18

В 1912 г. Гаррес, а затем Саньяк произвели так называемый „вихревой опыт“, с тем чтобы установить, увлекается ли эфир при вращении системы. Эта система представляла собой устройство из трех зеркал A, B, C и полупрозрачной пластинки D, смонтированных на площадке, которую можно было приводить во вращение вместе с источником света Q и фотопластинкой в P. Луч света Q расщепляется пластинкой D на два луча — $DABCDP$ и $DCBADP$. Эти лучи, обегающие контур $ABCD$ во встречных направлениях, интерферируют в P и *если эфир не увлекается*, то при вращении системы должно получиться смещение полос.

Действительно, в отсутствие вращения время, затрачиваемое светом на обход замкнутого пути $ABCD$, равно

$$T = \oint \frac{ds}{c}.$$

Если система вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$, то скорость света относительно системы будет равна c за вычетом слагающей линейной скорости вдоль пути света в данной точке этого пути, т. е. будет равна

$$c_1 = c - u_s = c - [\vec{\omega}, \mathbf{r}]\,\mathbf{s}_1,$$

[1] [Это связано, как нетрудно понять, с тем, что в уравнения Герца, в отличие от уравнений Ньютона, входят только первые полные производные по времени.]

где $\mathbf{s}_1$ — единичный вектор в направлении распространения света в данной точке. Ограничиваясь величинами первого порядка относительно $\frac{\omega r}{c}$, получаем, что время обхода $ABCD$ будет теперь

$$T_1 = \oint \frac{ds}{c_1} \approx \oint \frac{ds}{c} + \frac{1}{c^2} \oint [\vec{\omega}, \mathbf{r}]\, \mathbf{s}_1 \cdot ds = T + \frac{1}{c^2} \oint [\mathbf{r}, d\mathbf{s}]\, \vec{\omega}\,.$$

Но интеграл $\oint [\mathbf{r}, d\mathbf{s}]$ равен просто $2S\mathbf{n}$, где S — площадь, охватываемая контуром пути света, а $\mathbf{n}$ — правовинтовая нормаль к плоскости этого контура. Таким образом,

$$T_1 = T + \frac{2S\omega}{c^2} \cos\left(\mathbf{n}, \widehat{\vec{\omega}}\right).$$

Для второго луча, обегающего контур по часовой стрелке, нормаль направлена противоположно $\mathbf{n}$, так что для него

$$T_2 = T - \frac{2S\omega}{c^2} \cos\left(\mathbf{n}, \widehat{\vec{\omega}}\right).$$

Следовательно, при неувлекаемом эфире уже в первом порядке должно получиться запаздывание одного луча относительно другого, равное

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{4S\omega}{c^2} \cos\left(\mathbf{n}, \widehat{\vec{\omega}}\right),$$

и интерференционные полосы должны сместиться. По Герцу же, т. е. при полностью увлекаемом эфире, не должно быть никакого эффекта. Саньяк наблюдал смещение полос, прекрасно согласующееся с выведенной формулой.

Естественно возникает вопрос о том, как скажется вращение самой Земли. Угловая скорость здесь мала, и это сильно затрудняет опыт, так как приходится брать большие площади S. Такой опыт, являющийся аналогом механического опыта Фуко с маятником, удалось осуществить Майкельсону в 1925 г. Это — повторение опыта Саньяка, но вращение установки обусловлено вращением Земли. Так как менять ω при этом невозможно, то Майкельсон сделал два контура — большой $DABCD$, с площадью около 208 тыс. м^2, и малый $DAB'C'D'$ (рис. 19). Первоначально, вследствие тепловых потоков в воздухе интерференционная картина получилась очень неустойчивой. Поэтому Майкельсон проложил вдоль всего пути света около 2 км труб, из которых воздух был выкачан. Он получил тогда смещение полос на долю 0.230 ± 0.005 полосы, в то время как теория давала 0.236. Итак, Герц неправ.

Здесь есть, правда, одна тонкость, на которую, быть может, стоит указать. Разумеется, какое-то количество воздуха в трубах все-таки оставалось, а тогда совершенно ясно, чтó означает скорость $\mathbf{u}'$, и так как уравнения инвариантны, то ответ теории Герца неверен. Но если выкачать из труб абсолютно все, то Герц мог бы сказать, что он не знает, чтó следует подставлять в качестве $\mathbf{u}'$ в пустоте. Может быть, там, где ничего нет, эфир и не увлекается. Легко видеть, однако, что при такой постановке вопроса возникает трудность другого рода. Получается, что наличие сколь угодно малого количества воздуха дает полное увлечение эфира, а неувлечение наступает лишь в абсолютной пустоте. Физически ясно, что переход к пустоте должен быть непрерывным. Мы не можем допустить такого нелепого положения, когда присутствие минимального количества воздуха само по себе не оказывает никакого влияния (коэффициент преломления практически равен 1), но *движение* этого воздуха влияет самым существенным образом, обусловливая *полное* увлечение эфира.

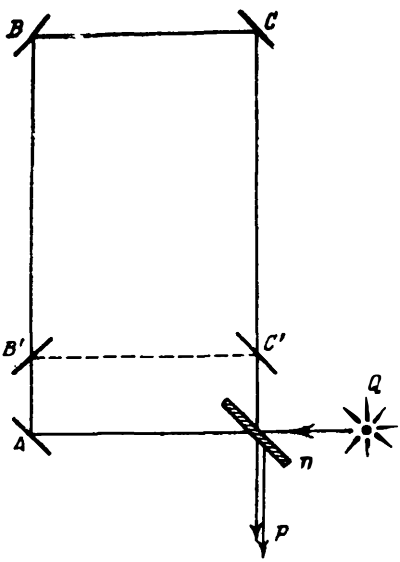

Рис. 19

Посмотрим теперь, что говорит теория Герца в тех случаях, когда имеются относительные движения тел, т. е. тела движутся относительно друг друга и относительно наблюдателя внутри лаборатории. Существует множество такого рода опытов, и мы рассмотрим теперь некоторые из них с точки зрения теории Герца.

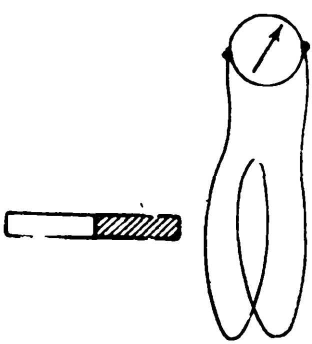
Рис. 20

Возьмем, например, явление индукции. Опыт говорит, что здесь важно только *относительное* движение магнита и катушки (рис. 20).

Теория Герца, очевидно, согласуется с этим, так как в ней все определяется как-раз относительным движением. Тем не менее есть известная разница в подходе к этим двум случаям. Если в нашей координатной системе движется магнит, то мы имеем переменное магнитное поле, которое обусловливает возникновение вихревого электрического поля. Последнее и создает электродвижущую силу в неподвижной катушке. Таким образом, здесь индукция вызывается членом $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ в уравнении для $\operatorname{rot} \mathbf{E}$. Если же магнит неподвижен в нашей системе, а движется катушка, то никакого электрического поля вообще нет и то, что индукционный ток все-таки возникает, обусловлено теперь наличием у катушки скорости $\mathbf{u}$, т. е. членом $\operatorname{rot}[\mathbf{B}, \mathbf{u}]$ в уравнении для $\operatorname{rot} \mathbf{E}$. Имеется, таким образом, хотя и ненаблюдаемое, но принципиальное различие в толковании этих двух случаев.

Опыт Физо. Нас интересует, какова скорость света относительно неподвижного наблюдателя (система x, y), если свет распространяется в воде, движущейся со скоростью w. Для наблюдателя, движущегося вместе с водой (система x', y'), уравнения Герца переходят в уравнения Максвелла и скорость света будет $c_1 = c/n$. Для неподвижного же наблюдателя скорость света c'_1, согласно галилееву преобразованию, просто сложится из c_1 и скорости воды w, т. е. будет $c_1' = c_1 + w$. Однако на опыте получается $c_1' = c_1 + w(1 - n^{-2})$, т. е. входит коэффициент увлечения, которого не знает теория Герца.

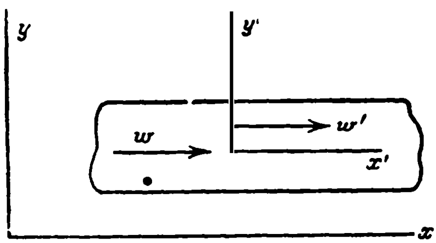

Рис. 21.

Представим себе, что опыт сделан не с водой, а с воздухом, который мы делаем все более и более разреженным. При этом $n \to 1$ и коэффициент увлечения непрерывно стремится к нулю. По Герцу же, как бы ни был воздух разрежен, своим движением он всегда меняет скорость на w, т. е. $c' = c + w$ $(n \approx 1)$, и лишь в пустоте $(n = 1)$ скачком должно получиться $c' = c$. В макроскопической теории такой переход к пределу неудовлетворителен. Были попытки обойти эту трудность ссылкой на аналогичные явления в теории газов; как известно, вязкость и теплопроводность газа не зависят от давления, так что и здесь мы переходим к вакууму без постепенного уменьшения вязкости и теплопроводности. Но это просто неверно. Теория, из которой вытекает независимость вязкости и теплопроводности от давления, применима только к неразреженным газам. Когда средняя длина свободного пробега молекул становится сравнима с размерами сосуда, то эта теория уже неверна и сами явления вязкости и теплопроводности вообще пропадают. Здесь же, в электромагнетизме, само явление (распространение света) остается и в вакууме, так что трудность с отсутствием непрерывного перехода к вакууму не устраняется.

Но Герц с самого начала отказался от объяснения оптических явлений, так что мы известным образом не вправе требовать от его теории таких объяснений. Вернемся к электромагнитным опытам в узком смысле.

Опыт Роуланда с вращением заряженного металлического диска. Вращение здесь, конечно, непричем и для понимания идеи опыта можно взять поступательное движение заряженной обкладки. Мы имеем уравнение

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\left\{\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{u}\operatorname{div}\mathbf{D} + \operatorname{rot}[\mathbf{D},\mathbf{u}] + \mathbf{J}\right\},$$

из которого следует, что движущийся заряд ($\mathbf{u}\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho\mathbf{u}$) в магнитном отношении эквивалентен току проводимости $\mathbf{J}$. Член $\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = 0$, так как поле стационарно, а член $\operatorname{rot}[\mathbf{D},\mathbf{u}] = 0$, так как диэлектрик между разноименными обкладками неподвижен, а в эбоните нет поля.

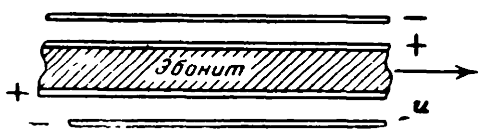

Рис 22

Наше уравнение выведено в предположении непрерывности всех величин. Но в опыте Роуланда целесообразно говорить о поверхностной плотности заряда на проводнике $\sigma = \operatorname{Div}\mathbf{D}$ (Div — поверхностная дивергенция) и о поверхностном токе $\sigma\mathbf{u}$. Согласно Герцу, вращение обкладок должно давать такое же магнитное поле, какое было бы при неподвижных обкладках, если по ним пропустить ток $i = \sigma u = \varepsilon u E$ (так как в воздушном зазоре между + и — обкладкой $\operatorname{Div}\mathbf{D} = D = \varepsilon E$). Роуланд подтвердил этот вывод, а позднее Эйхенвальд проверил его количественно с большой точностью. Таким образом, для конвекционного тока теория Герца дает правильный результат.

Опыты Рентгена и Эйхенвальда. В этих опытах между неподвижными обкладками движется диэлектрик и поэтому в уравнении (благодаря стационарности поля, неподвижности обкладок и отсутствию тока проводимости) остается в правой части только член $\mathrm{rot}[\mathbf{D}, \mathbf{u}]$. Можно было бы, конечно, рассматривать непрерывное убывание $\mathbf{u}$ к краям диэлектрика, но фактически он двигался весь, как целое, так что и здесь целесообразно перейти к разрывной трактовке, введя поверхностный ротор $\mathbf{g} = \mathrm{Rot}\,\mathbf{A} = [\mathbf{n}, \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2]$, где $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$ — значения вектора по обе стороны от поверхности, нормаль к которой есть $\mathbf{n}$. Учитывая, что

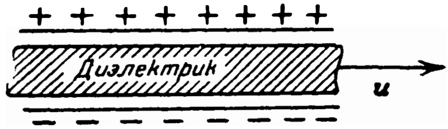

Рис. 23.

вне диэлектрика $\mathbf{u} = 0$, что $\mathbf{n}$ перпендикулярно $\mathbf{u}$ и параллельно (или антипараллельно) $\mathbf{D}$, мы получаем, что поверхностный ротор $[\mathbf{D}, \mathbf{u}]$, т. е. плотность эквивалентного поверхностного тока, по абсолютной величине есть

$$i = \varepsilon\,|uE|.$$

Эйхенвальд получил экспериментально

$$i = (\varepsilon - 1)\,|uE|.$$

Таким образом, опять в теории Герца получается абсурдный результат, что при $\varepsilon = 1$, т. е. при переходе к вакууму, ток не пропадает.

Если в формуле Герца умножить скорость u на $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$, то получится правильное выражение для i. Другими словами, надо вместо скорости u ввести $u' = u(1 - n^{-2})$, т. е. ввести коэффициент увлечения. Конечно, это формальное рассуждение, но не лишено интереса, что можно сохранить уравнения Герца, считая, что при движении диэлектрика играет роль не вся скорость, а лишь часть ее, соответствующая коэффициенту увлечения.

Эйхенвальд сделал еще и такой опыт, когда все движется вместе — и диэлектрик, и обкладки. По Герцу, в этом случае сумма токов Роуланда и Рентгена равна нулю, т. е. не должно быть никакого магнитного поля. Эйхенвальд же получил эффект, не зависящий от ε диэлектрика и подтверждающий тем самым наличие частичного увлечения. Почему для конвекционного тока теория Герца дает правильный результат, а для тока Рентгена — неверный? Потому что движение зарядов всегда связано с движением материи, между тем как движение поля, по воззрениям Максвелла—Герца, не обязательно связано с движением материального диэлектрика.[1]

[1] [См. примеч 1 на стр. 98.]

Опыт Вильсона также можно схематизировать, заменив вращение поступательным движением. Диэлектрик движется между обкладками и пронизывается магнитным полем, перпендикулярным к плоскости рисунка. Ввиду постоянства магнитного поля мы имеем $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}=0$ и, следовательно, $\mathbf{E}$ удовлетворяет уравнению $\operatorname{rot}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{B},\mathbf{u}]\right)=0$, откуда с точностью до градиента произвольной функции, который мы можем приравнять нулю, $\mathbf{E}=-\frac{1}{c}[\mathbf{B},\mathbf{u}]$. Так как $\mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi$, то, интегрируя это равенство от одной обкладки до другой, получаем

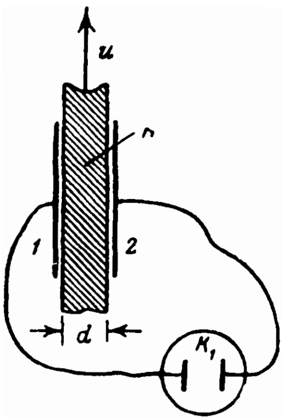

Рис 24.

$$\int_1^2 \mathbf{E}d\mathbf{s}=\varphi_1-\varphi_2=\frac{|Bu|\,d}{c}.$$

Если учесть теперь, что наш конденсатор с емкостью K шунтируется электрометром, емкость которого равна K_1, то измеряемая разность потенциалов V составит, очевидно, долю $K/(K+K_1)$ от $\varphi_1-\varphi_2$

$$V=\frac{|Bu|\,d}{c}\,\frac{K}{K+K_1}\,.$$

Опыт дал иной результат, а именно

$$V=\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)\frac{|Bu|\,d}{c}\,\frac{K}{K+K_1}\,,$$

т. е. внес опять ту же поправку $(1-n^{-2})$.

Мы видим, что недостаток теории Герца всегда в одном и том же — в полном увлечении эфира. Не только оптические, но и собственно электромагнитные опыты говорят о том, что полного увлечения нет. Но это полное увлечение вытекает из требования, чтобы в электродинамике выполнялся принцип относительности. Значит, надо отказаться от принципа относительности в электродинамике. На этот путь стал Лоренц.