



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2004-45
ОТФ

В.В. Киселев, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

**ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ:
ПРЕДСКАЗАНИЕ ТЕОРИИ ИЛИ ФАНТАЗИЯ?**

Протвино 2004

Аннотация

Киселев В.В., Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Черные дыры: предсказание теории или фантазия?: Препринт ИФВЭ 2004–45. – Протвино, 2004. – 7 с., библиогр.: 7.

Приводятся аргументы в пользу того, что черные дыры не являются строгим следствием общей теории относительности.

Abstract

Kiselev V.V., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. Black Holes: a Prediction of Theory or Phantasy?: IHEP Preprint 2004–45. – Protvino, 2004. – p. 7, refs.: 7.

We argue for black holes do not represent a strict consequence of general relativity.

В теории относительности Эйнштейна гравитация описывается метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ псевдориманова пространства-времени. Интервал такого пространства имеет общий вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \text{ с сигнатурой } (-2). \quad (1)$$

Выделим в интервале (1) времениподобную и пространственноподобную части:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\ell^2, \quad (2)$$

здесь

$$d\tau = \frac{1}{c} \frac{g_{0\nu} dx^\nu}{\sqrt{g_{00}}} \quad (3)$$

— физическое время, а выражение

$$d\ell^2 = \varkappa_{ik} dx^i dx^k, \quad \varkappa_{ik} = \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}} - g_{ik} \quad (4)$$

является квадратом пространственного расстояния между бесконечно близкими точками. Метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ должны удовлетворять известным неравенствам Гильберта [1, 2].

А. Эйнштейн особо отмечал [3]: “Поэтому не остается ничего другого, как признать все мыслимые ¹ координатные системы принципиально равноправными для описания природы”. Именно этому положению А. Эйнштейна мы далее и будем следовать.

Движение пробных тел осуществляется по времениподобным геодезическим линиям. В псевдоримановом пространстве-времени времениподобная геодезическая линия по определению ни в одной точке не может быть изотропной. Из основного положения теории — псевдоримановой геометрии пространства-времени следует, что для физического решения уравнений гравитации на любой времениподобной геодезической линии должно выполняться строгое неравенство

$$v^2 = \left(\frac{d\ell}{d\tau} \right)^2 < 1. \quad (5)$$

Оно означает, что физическая скорость ни в одной точке (включая и бесконечно удаленные) времениподобной геодезической линии не может быть равной скорости света. При

¹“Мы не будем здесь касаться некоторых ограничений, вытекающих из требования однозначности и непрерывности.” — Эйнштейн.

равенстве $v^2 = 1$ интервал становится изотропным, т.е. обращается в нуль. В физическом решении уравнений гравитации времениподобный интервал не допускает, чтобы физическая скорость была равна скорости света. Неравенство, соответствующее (5), должно выполняться в любой системе координат. Если оно в какой-то системе координат нарушается для некоторой времениподобной геодезической линии даже в точке, то это означает, что решение уравнений гравитации вступает в противоречие с исходными принципами теории. Такое решение имеет смысл только в области, где условие (5) выполняется.

Обратимся теперь к решению Шварцшильда. В январе 1916 г. К. Шварцшильд нашел точное сферически-симметричное решение уравнений гравитации:

$$ds^2 = \left(\frac{r-\alpha}{r}\right)dt^2 - \left(\frac{r}{r-\alpha}\right)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (6)$$

здесь

$$\alpha = \frac{2GM}{c^2}. \quad (7)$$

Это решение, наряду с особенностью в точке $r = 0$, обладает также особенностью в точке $r = \alpha$. Именно эта особенность и получила название “Особенности Шварцшильда” или “Катастрофы Адамара”.

Рассматривая в метрике Шварцшильда радиальное движение пробного тела по времениподобной геодезической линии, Д. Гильберт в 1917 г. получил уравнение [1]

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{3\alpha}{2r(r-\alpha)}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{\alpha(r-\alpha)}{2r^3} = 0 \quad (8)$$

и нашел интеграл движения:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{r-\alpha}{r}\right)^2 + A\left(\frac{r-\alpha}{r}\right)^3, \quad (9)$$

здесь A — постоянная, определяемая начальными условиями. На основании (5) и (6) физическая скорость пробного тела равна

$$v^2 = \frac{r^2}{(r-\alpha)^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2. \quad (10)$$

Подставляя в это выражение равенство (9), получаем

$$v^2 = 1 + A\frac{r-\alpha}{r}. \quad (11)$$

Для времениподобной геодезической линии постоянная A может принимать значения только в интервале

$$-\frac{r_0}{r_0-\alpha} \leq A < 0, \quad (12)$$

где $r_0 > \alpha$ или $r_0 < 0$, а значение $A = 0$ соответствует скорости света.

Из соотношения (11) видно, что на радиальной времениподобной геодезической линии тем не менее в точке $r = \alpha$ физическая скорость равна скорости света. Таким образом, решение Шварцшильда в точке $r = \alpha$ нарушает неравенство (5), обращая **времениподобную** линию в **изотропную**. Но именно это и несовместимо с ОТО. Поэтому такое решение имеет смысл только в области $r > \alpha$.

Аналогичное можно установить, если с помощью преобразования

$$t = \tau + 2\sqrt{\alpha r} + \alpha \ln \left| \frac{\sqrt{r} - \sqrt{\alpha}}{\sqrt{r} + \sqrt{\alpha}} \right| \quad (13)$$

перейти к интервалу в форме Пенлеве [4]

$$ds^2 = \left(\frac{r - \alpha}{r} \right) d\tau^2 + 2\sqrt{\frac{\alpha}{r}} dr d\tau - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (14)$$

Физическая скорость в этом случае равна

$$v^2 = \frac{r^2 \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2}{\left[(r - \alpha) + \sqrt{\alpha r} \frac{dr}{d\tau} \right]^2}, \quad (15)$$

например, в случае $A = -1$ для радиальных геодезических движений

$$\frac{dr}{d\tau} = \sqrt{\frac{\alpha}{r}}, \quad \frac{dr}{d\tau} = -\sqrt{\frac{\alpha}{r}} \left(\frac{r - \alpha}{r + \alpha} \right). \quad (16)$$

Физическая скорость (15) равна

$$v^2 = \frac{\alpha}{r}. \quad (17)$$

Она также равна скорости света в точке $r = \alpha$, а следовательно, решение и в этой форме противоречит исходному фундаментальному положению теории в форме (5).

А. Эйнштейн, обсуждая сингулярность Шварцшильда, в 1939 г. в статье [5] писал: *“Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют «шварцшильдовские сингулярности». Хотя приведенная теория рассматривает только такие скопления, в которых частицы движутся по круговым траекториям, вряд ли следует сомневаться в том, что рассмотрение и самого общего случая приведет к тем же результатам. Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопления, достигнут скорости света”*.

Именно в последнем мы убедились, получив для физической скорости формулы (11) и (17). По мнению А. Эйнштейна, такая особенность в вакууме недопустима, поскольку она противоречит ОТО. Но если она тем не менее возникает, то само решение имеет ограниченный смысл. Оно справедливо только в области $r > \alpha$. Вышеприведенное предостережение А. Эйнштейна оставалось без должного внимания и анализа.

Весь дальнейший анализ решения Шварцшильда пошел по пути поиска таких координат, в которых метрические коэффициенты регулярны в точке $r = \alpha$. С помощью сингулярных преобразований это было осуществлено. Так, например, совершая преобразования к новым переменным τ, R по формулам [2, 6]

$$\tau = t + \int \frac{\sqrt{r} dr}{r - 1}, \quad R = t + \int \frac{\sqrt{r} r}{r - 1} dr, \quad (18)$$

(здесь мы выбрали **систему единиц** $\frac{2GM}{c^2} = 1$) интервал (6) преобразуется к виду

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{1}{r} (dR)^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (19)$$

здесь

$$r = \left[\frac{3}{2}(R - \tau) \right]^{2/3}. \quad (20)$$

В координатах τ, R особенность метрических коэффициентов в точке $r = 1$ отсутствует. Особенность имеется только в точке $r = 0$.

Для интервала (19) физическая скорость вычисляется по формуле

$$v^2 = \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{d\tau} \right)^2. \quad (21)$$

На основе (9) выберем такое радиальное движение $A = -1$, когда скорость на бесконечности равна нулю:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r} \right). \quad (22)$$

С помощью (18) и (22) находим

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{r}{r+1}.$$

Используя это равенство и (22), получаем

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r+1} \right). \quad (23)$$

На основании этого соотношения и (20) находим

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{2r}{r+1}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (21), получаем для интервала (19) физическую скорость

$$v^2 = \frac{4r}{(r+1)^2}. \quad (25)$$

Отсюда мы видим, что и в переменных τ, R физическая скорость в точке $r = 1$ равна скорости света, т. е. времениподобная геодезическая линия в этой точке становится изотропной. С помощью преобразований (18) особенность Шварцшильда в точке $r = 1$ устраняется в геодезическом радиальном движении

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r} \right),$$

но она остается еще на геодезической линии

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r} \right).$$

Совершенно очевидно, что с помощью сингулярных преобразований она может быть также устранена из точки $r = 1$, но она тем не менее неизбежно возникает в другой точке.

Как мы видим, хотя в данном случае все метрические коэффициенты в (19) вне источника регулярны, тем не менее неравенство (5) нарушается на некоторой геодезической линии. Все это свидетельствует о том, что шварцшильдовское решение имеет в ОТО

ограниченный смысл, а поэтому его продолжение в другие области носит формально математический характер. Поэтому возникшие в литературе около пятидесяти лет назад “черные дыры” являются плодами чистой фантазии, поскольку они не имеют под собой теоретической основы.

Обратимся теперь к сингулярным преобразованиям Крускала. В переменных Крускала [7]:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{r-1} e^{r/2} \operatorname{ch} \frac{t}{2}, \\ V &= \sqrt{r-1} e^{r/2} \operatorname{sh} \frac{t}{2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Интервал (6) в случае радиальных движений принимает вид

$$ds^2 = \frac{4}{r} e^{-r} (dV^2 - dU^2). \quad (27)$$

В интервале Шварцшильда g_{00} -компонента равна

$$g_{00} = \frac{r-1}{r},$$

отсюда следует, что она обращается в ноль при $r=1$, тогда как в интервале Крускала (27) g_{00} -компонента равна

$$g_{00} = \frac{4}{r} e^{-r},$$

и она обращается в ноль при $r \rightarrow \infty$. Для радиального движения по времениподобной геодезической линии

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r} \right). \quad (28)$$

Физическая скорость в переменных U и V равна

$$\frac{dU}{dV} = \frac{V\sqrt{r} + U}{U\sqrt{r} + V}. \quad (29)$$

Согласно (28) после интегрирования получим

$$t = \beta(r) + \ln \frac{\sqrt{r}-1}{\sqrt{r}+1}, \quad \beta(r) = \frac{2}{3} r^{3/2} + 2\sqrt{r}. \quad (30)$$

На основании (26) и (30) находим

$$e^t = e^{\beta} \left(\frac{\sqrt{r}-1}{\sqrt{r}+1} \right) = \frac{U+V}{U-V}, \quad (31)$$

отсюда получим

$$\frac{V}{U} = \frac{e^{\beta}(\sqrt{r}-1) - (\sqrt{r}+1)}{e^{\beta}(\sqrt{r}-1) + (\sqrt{r}+1)}. \quad (32)$$

Подставляя выражение (32) в (29), находим

$$\frac{dU}{dV} = \frac{e^{\beta(r)} - 1}{e^{\beta(r)} + 1}. \quad (33)$$

Для другого радиального геодезического движения

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{r-1}{r} \right). \quad (34)$$

Тем же путем можно получить следующее выражение для физической скорости:

$$\frac{dU}{dV} = -\frac{e^{\beta(r)} - 1}{e^{\beta(r)} + 1}. \quad (35)$$

Из формул (33) и (35) следует, что при $r \rightarrow \infty$ физическая скорость на геодезической времениподобной линии становится равной скорости света, а **времениподобная** геодезическая линия становится **изотропной**.

Шварцшильдская особенность метрических коэффициентов на сфере $r = 1$ с помощью преобразований Крускала формально устранена, но тем не менее решение уравнений Гильберта-Эйнштейна не стало физическим, поскольку согласно ему физическая скорость на бесконечности стала равной скорости света, что недопустимо. В переменных Шварцшильда физическая скорость на бесконечности по переменной r всегда меньше скорости света, тогда как при $r = 1$ она равна скорости света. В переменных Крускала ситуация несколько иная, физическая скорость на бесконечности по переменной r равна скорости света, тогда как при $r = 1$ она всегда меньше скорости света. Наличие особенности Шварцшильда **несовместимо** с ОТО.

Таким образом, **точное** сферически-симметричное решение уравнений гравитации как в переменных Шварцшильда, так и в переменных Крускала **физически противоречиво** из-за наличия **особенности** Шварцшильда, поскольку оно нарушает условие (5). Но именно на этом решении уравнений гравитации и основывается вся **концепция** “черных дыр”. Иначе говоря, наличие **особенности** Шварцшильда привело к “черным дырам”. С другой стороны, наличие этой особенности противоречит ОТО. Поэтому нельзя **считать** “черные дыры” **следствиями** ОТО.

Из вышеприведенного анализа также следует, что особенность Шварцшильда нельзя устранить преобразованиями координат, поскольку она связана с обращением в нуль интервала ds^2 . Она может быть удалена из метрических коэффициентов, но не из интервала. Итак, мы видим, что концепция “черных дыр” основывается на наличии шварцшильдской особенности, которая сама противоречит основе ОТО — псевдоримановой геометрии пространства-времени.

В заключение авторы выражают благодарность С.С. Герштейну, В.А. Петрову, Н.Е. Тюрину за ценные обсуждения.

Список литературы

- [1] Hilbert D. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math-Phys. Klasse. 1916. **23**.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Физматлит, 2001, с. 415.
- [3] Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – М.: Наука, 1966, **I**, с. 459.
- [4] Painlevé P. Comptes rendus, Académie des sciences. 1921, **173**, №17, 667–680.
См также: Гравитация. 2001, **5**, выпуск 1, 16–27.

- [5] Эйнштейн А. Собрание научных трудов. М.: Наука, 1966, **II**, с. 514.
См. также: Ann. Math. 1939, **40**, 922–936.
- [6] Рылов Ю.А. ЖЭТФ, 1961, **40**, 1755–1757.
- [7] Kruskal M.D. Phys. Rev. 1960, **119**, 1743.

Рукопись поступила 25 ноября 2004 г.

В.В. Киселев, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили.
Черные дыры: предсказание теории или фантазия? .

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **ИТЭХ**.
Редактор Н.В.Ежела.

Подписано к печати 25.11.2004. Формат 60 × 84/8.
Офсетная печать. Печ.л. 0,85. Уч.-изд.л. 0,7. Тираж 160. Заказ 336.
Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

