

Это уравнение совпадает с (15), отличаясь от последнего только видом коэффициента. Приравнивая их друг другу, получаем

$$T_4^4 = \frac{3}{4} \rho V \gamma. \quad (20)$$

Это равенство утверждает, что три четверти энергии, образующей материю, приходится на электромагнитное поле и одна четверть — на поле тяготения.

#### § 4. Заключительные замечания.

Изложенные выше рассуждения показывают, что можно теоретически построить материю исключительно из гравитационного и электромагнитного полей без введения гипотетических дополнительных членов в духе теории Ми. Эта возможность представляется особенно содержательной потому, что она освобождает нас от необходимости введения особой постоянной  $\lambda$  для решения космологической проблемы. Но с другой стороны имеется своеобразная трудность. Применив (1) специально к статическому случаю шаровой симметрии, мы получаем одним уравнением меньше чем нужно для определения  $g_{\mu\nu}$  и  $\varphi_{\mu\nu}$ , вследствие чего оказывается, что *всякое распределение* электричества, согласное с шаровой симметрией, может оставаться в равновесии. Таким образом, проблему построения элементарных частиц нельзя в настоящий момент решить на основании указанных уравнений поля.

## БИОГРАФИИ И ПРИМЕЧАНИЯ

## БИОГРАФИЯ Г. А. ЛОРЕНЦА

Гендрик Антон Лоренц (Hendrick Anton Lorentz) родился 18 июля 1853 г. в Арнгейме (Голландия). После окончания местной школы поступил в Лейденский университет, докторскую степень которого получил в 1875 г. Некоторое время Лоренц преподает в вечерней школе в Арнгейме и с 1878 г. получает профессуру Лейденского университета. В ноябре 1902 г. Шведская Академия наук присуждает Лоренцу и Зееману нобелевскую премию „за исследования по влиянию магнетизма на явления природы“. После передачи кафедры Эренфесту за достижением предельного возраста Лоренц остается почетным профессором Лейденского университета и читает здесь еженедельно лекции. С 1923 г. Лоренц — директор Исследовательского института Тэйлора в Гаарлеме. Он является также главой Комитета „Интеллектуального сотрудничества“ при Лиге наций и председателем всех Сольвейских конгрессов по 1927 г. Лоренц умер 4 февраля 1928 г. в Гаарлеме.

В 1875 г. выходит в свет первая работа Лоренца об отражении и преломлении света от металлов. В 1880 г. Лоренц открывает замечательную связь между показателем преломления и плотностью (закон Лоренц-Лоренца, по имени также и шведского физика Рихарда Лоренца, сформулировавшего одновременно

аналогичное соотношение). Это было первым существенным шагом в молекулярную область из максвелловской электродинамики. Делом жизни Лоренца было создание электронной теории и перевод феноменологического учения Максвелла на молекулярный язык элементарных зарядов. Классическая электронная теория конечно есть дело рук главным образом Лоренца. После открытия Зееманом расщепления спектральных линий в магнитном поле Лоренц сразу же объяснил это явление при помощи представления элементарных движущихся зарядов и предсказал еще поляризацию отдельных компонент. Книга Лоренца „Теория электронов“ (имеется русский перевод) остается навсегда классическим изложением теории. Второй большой цикл работ Лоренца был посвящен электродинамике движущихся тел. С замечательной настойчивостью, продвигаясь вперед шаг за шагом, Лоренц закладывал основы новой теории. Постепенно Лоренц фактически доходит до формулировки требования относительности и инвариантности уравнений электродинамики по отношению к поступательному равномерному движению, хотя даже в последней замечательной работе 1904 г. ему не удается проделать точно „преобразования Лоренца“ и ясно сформулировать принцип относительности. То и другое было проделано на основании работы Лоренца Эйнштейном и независимо Пуанкаре. Хотя в дальнейшем Лоренц дал ряд весьма интересных работ, но по сравнению с предыдущими фундаментальными вкладками они все же носили характер замечаний.

Несомненно, Лоренц остался и после 1905 г. представителем классической нерелятивистской и некvantовой физики и в развитии последних крайних теорий играл роль критика. Примерно со времени первого Сольвейского конгресса 1911 г. Лоренц ста-

новится в известном смысле главой всей современной теоретической физики. Все лейденские диссертации, как правило, предварительно апробируются Лоренцем. Лейден становится местом паломничества теоретиков, здесь часто бывает Эйнштейн. Лишь в 20-х годах роль столицы теоретической физики переходит к Копенгагену, где создается школа Бора, первосотрудник которого Крамерс был лейденским питомцем.

---

## БИОГРАФИЯ А. ПУАНКАРЕ

Анри Пуанкаре (Henri Poincaré) крупнейший французский математик последних десятилетий, родился 29 апреля 1854 г. в Нанси. Сын профессора медицины, воспитываемый уже с детства сообразно своим рано проявившимся незаурядным общим способностям, он блестяще прошел курс средней школы, но на экзамене зрелости почти провалился по... математике, где ему пришлось на устном испытании исправить неудачную письменную работу.

Это было его даже не последнее поражение на экзаменационном математическом поприще. Вступив в 1873 г. в знаменитую парижскую École Polytechnique, он, правда, сразу начал считаться по успехам первым, получил однако при выпуске неудовлетворительную отметку по геометрии из-за неумения хорошо чертить. Вступив потом в Горный институт, он одновременно отдался своей любимой науке, начав в двух больших и важных статьях 1878 г. с аналитической теории дифференциальных уравнений, что сразу определило его дальнейшую карьеру. Прослужив только полгода горным инженером, он был назначен в конце 1879 г. доцентом математики в провинции, а в 1881 г.— в Париже, где в 1886 г. получил кафедру математической физики. К этому времени он успел уже дать ряд выдающихся трудов

по качественной и количественной теории дифференциальных уравнений, сделавшихся с тех пор классическими. В вещественной области Пуанкаре классифицирует особенные точки и дает в плоскости полную качественную теорию интегральных кривых, приводящую его к знаменитой концепции „пределных циклов“, т. е. специальных периодических решений вокруг особенных точек; на такие циклы навиваются с обеих сторон все близкие интегральные кривые— только совсем недавно, а значит 50 лет спустя после этого открытия, предельные циклы получили глубочайшее значение в теории новейшей радиотехники, математический же их интерес далеко еще не исчерпан. В комплексной области Пуанкаре дает весьма общую теорему о возможности решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений с алгебраическими коэффициентами с помощью всегда сходящихся рядов по новой вспомогательной переменной; эта теорема, найденная в связи с проблемой трех тел классической астрономии, послужила четверть века спустя отправным пунктом и для количественного решения знаменитой названной проблемы Зундманном, правда практически еще мало эффективным.

В связи с этими результатами Пуанкаре поставил себе глубокий и смелый вопрос об общем решении любого линейного дифференциального уравнения с алгебраическими коэффициентами и решил его действительно с помощью целой новой теории специальных однозначных функций, названных им *фуксовыми и кленовыми*. Эти *автоморфные* функции, которые воспроизводятся при заданной группе дробно-линейных подстановок для аргумента, следовало бы по праву назвать *функциями Пуанкаре*. Попутно он дал при этом следующую неожиданную тогда основную теорему „униформизации“: картезиеские коор-

динаты любой алгебраической кривой могут быть представлены в виде фуксовых функций одного и того же вспомогательного аргумента. К этому вскоре присоединилась еще более общая теорема, по которой любая аналитическая функция комплексной переменной может быть одновременно с последней представлена в виде однозначной аналитической функции вспомогательного аргумента. Дальше следовали замечательные работы по целому ряду других классических проблем анализа в самых различных областях, из которых мы отметим весьма важное для астрономии доказательство сходимости некоторых бесконечных определителей, введенных в теорию дифференциальных уравнений Хиллом. Небесная механика, как замечательный объект приложения его математического гения, всю жизнь не переставала приковывать его внимание. Нельзя согласиться с мнением Дарбу, что это внимание объяснялось советами высокопоставленных научных друзей, желавших обеспечить молодому творческому ученому поскорее место академика, хотя бы по секции астрономии, после того, как его несколько раз обошли по секции математики, куда он однако все-таки попал в 1887 г., 32-х лет от роду. Можно сказать лишь одно, что международный конкурс по небесной механике, назначенный в 1885 г. шведским королем Оскаром II, при консультации со стороны Вейерштрасса, послужил в свою очередь некоторым внешним стимулом для мемуара, принесшего ему золотую медаль и премию конкурса. Вейерштрасс, строжайший критик того времени, выразился о мемуаре Пуанкаре, что „с него начинается новая эра в истории небесной механики“. Пуанкаре переходит от частной проблемы трех тел к общим уравнениям динамики и дает целую новую теорию последних, включающую между прочим блестящую теорию

периодических решений, получившую в самое последнее время важнейшее значение также в радиотехнике и машиностроении. В 1892—1893 гг. появились в двух томах „Новые методы небесной механики“, в 1899 г.—третий том этого сочинения, в 1905—1910 гг.—три тома лекций по небесной механике, курс о фигурах равновесия жидкой массы и курс о гипотезах космогонии. Из глубоких результатов этого цикла отметим неожиданное открытие возможности „грушевидных“ форм равновесия, как продолжение трехосных эллипсоидов Якоби, в свое время явившихся такой же неожиданностью. Это открытие доставило ему в 1900 г. золотую медаль Лондонского королевского астрономического общества, переданную ему Г. Дарвином. Последний в собственных работах доказывал на основании приближенных методов *устойчивость* новых тел равновесия Пуанкаре, который сам однако склонялся более к противному мнению, считая, что его грушевидные небесные тела служат лишь неустойчивым переходом к расщеплению первоначальной сплошной массы, дающему повод к образованию новых тел. Действительно, неустойчивость груш Пуанкаре, найденных однако независимо и А. М. Ляпуновым, была вскоре строго доказана последним. Устойчивость целого ряда уже расщепленных форм была позднее также доказана особенно Лихтенштейном. Насколько верна сама гипотеза расщепления, высказанная Пуанкаре, нам до сих пор неизвестно. В 1896 г. Пуанкаре променял свою парижскую кафедру математической физики на кафедру математической астрономии в той же Сорbonне.

При всем размахе названных выше работ, Пуанкаре не переставал неутомимо разрабатывать огромное количество своих курсов по самым различным областям математической физики, дав их более чем дю-

жиной замечательных томов; в каждом на ряду с классическими результатами даны новейшие теории того времени, в которые он сам везде давал глубокие собственные вклады. Особенно важным, прежде всего имеющим и чисто математический интерес, он посвящал отдельные мемуары, в которых опять даны отчасти несравненные результаты. Шварц в 1885 г. доказал существование основного тона любой закрепленной плоской мембраны, Пикар, несколько позже, — существование первого обертона. Пуанкаре в 1894—95 гг. доказал не только существование и всех последующих обертонов, но ввел для этого в рассмотрение вспомогательный параметр, давший несомненный ключ к построению в 1900 г. изумительной по своей силе теории интегральных уравнений Фредгольма. Добавим, что Пуанкаре является также творцом основ современнейшей топологии; творцом основ новейшей аналитической теории функций двух и более комплексных переменных; что он издал также весьма интересный том лекций по теории вероятностей; что он наряду со всем этим удосужился еще написать целый ряд блестящих общенаучных философских книг, сделавших его имя известным далеко за пределами более тесных научных кругов („Наука и гипотеза“, „Наука и метод“, „Значение науки“) и мы не сможем не преклоняться перед такой силой творчества, о котором мы могли дать здесь только некоторое слабое понятие.

Остановимся однако немного на следующей здесь статье, в которой Пуанкаре в июле 1905 г., еще не зная о почти непосредственно предшествующей основной работе Эйнштейна, не только дает, также на основании трудов Лоренца, все основы специальной теории относительности, но идет и дальше, к ее многообразным приложениям и разветвлениям.

Огромная заслуга Эйнштейна состояла в сведении специальной теории относительности к ее глубочайшим элементам, преобразовавшим все наше научное мышление о пространстве времени и энергии. С чисто математической точки зрения этот первоначальный анализ Эйнштейна является довольно элементарным, и только позднейшая концепция *общей* теории относительности носит все знамения огромного гения.

Пуанкаре в своей статье вышеназванных математических элементов вообще почти не касается. Он идет сразу не к сравнительно простым, хотя и глубоко важным корням теории Лоренца, а к ее верхушкам, к математическим последствиям. Однако он вполне сознает и общенаучное значение своей работы. И с самого начала он называет ту новую область, в которую он входит одним из первых, следствием *постулата относительности*, понимая под этим совершенно то же самое, что Эйнштейн только-что до него назвал *принципом относительности*.

Пуанкаре умер 17 июля 1912 г. после короткой болезни и операции, оставив человечеству еще больше новых проблем, чем исключительных новых результатов.

Он написал около 30 сочинений и около 500 мемуаров и небольших трудов. Конечно Пуанкаре был также членом самых различных академий и научных обществ, почетным доктором многих университетов различных стран и т. д. В 1904 г. он за открытую им связь своих трудов по теории фуксовых функций с неевклидовой геометрией и конечно за всю совокупность своего крупнейшего творчества получил между прочим также золотую медаль имени Лобачевского Казанского физико-математического общества.

почетным членом, в том числе Академия наук СССР. Эйнштейн получил также медали Королевского общества, Королевского астрономического общества. Эйнштейн состоял профессором Лейденского университета, а также неоднократно читал лекции за границей во Франции, Англии, Америке, Японии и т. д.

До прихода к власти фашистов Эйнштейн находился в Берлине. После эмиграции его из Германии целый ряд университетов предложил ему профессуру; в Париже была создана для него специальная кафедра. В настоящее время Эйнштейн проживает в Принстоне в США, где состоит членом нового математического Института.

Первая работа Эйнштейна о капиллярных явлениях напечатана в 1901 г., после чего начался невероятно быстрый расцвет его исключительной деятельности как физика-теоретика. В 1901—1906 гг. Эйнштейн занимается обоснованием статистики и дает теорию Броуновского движения (эти статьи напечатаны в Ostwald's Klassiker; печатается дополненное русское издание). В начале 1905 г. появляется его „эвристическая“ теория световых квантов, а в сентябре выходит в свет тетрадь Annalen der Physik со знаменитой статьей о специальном принципе относительности. Физическое и философское значение этой работы Эйнштейна совершенно необозримо. Эйнштейн известен в широких кругах только как автор теории относительности, но конечно все остальные работы сами по себе ставят его в самые первые ряды физиков нашего времени. Как отметил в своей речи председатель Нобелевского комитета по физике Аррениус, премия была присуждена Эйнштейну главным образом за работы по квантам; это связано, впрочем, с обычным подчеркиванием более конкретных достижений нобелевских лауреатов. Главнейшее значение из этих

## БИОГРАФИЯ А. ЭЙНШТЕЙНА

Альберт Эйнштейн (Albert Einstein) родился в Ульме на Дунае (Вюртемберг) 14 марта 1879 г. Детство до 14 лет провел в Мюнхене. Окончил кантональную школу в Аарау (Швейцария) и в 1896 г. поступил в Цюрихский политехникум. Здесь Эйнштейн слушал лекции Минковского. В 1900 г. Эйнштейн кончает высшую школу, получая права учителя математики и физики. После кратковременной преподавательской деятельности в Шаффгаузене, Эйнштейн поступает в патентное бюро в Берн, где и служит в 1902—1909 гг. С осени 1909 г. по весну 1910 г. Эйнштейн—экстраординарный профессор Цюрихского университета, в 1911—12 гг.—профессор немецкого Университета в Праге, в 1912—14 гг.—ординарный профессор Политехникума в Цюрихе.

Осенью 1913 г. Эйнштейн избирается членом Прусской Академии наук, с весны 1914 г. он директор Физического института кайзера Вильгельма и с этого же времени читает лекции в Берлинском университете. Эйнштейн в 1922 г. получает премию Нобеля по физике за 1921 г. „за свои достижения в теоретической физике и особенно за открытие закона фотозелектрического эффекта“ и избирается тогда же иностранным членом Королевского общества. Большое число университетов и академий избрало его своим

нерелятивистских работ, кроме упомянутой теории Броуновского движения и теории световых квантов, имеют: теория теплоемкости твердых тел (1907 г.); статистическая теория испускания и поглощения света (1907 г.), квантовая статистика идеального газа, так называемая теория Бозе-Эйнштейна (1924 г.).

Бесспорно, однако, что делом жизни Эйнштейна является создание теории относительности. После ряда дополнительных статей по специальному принципу Эйнштейн в 1911 г. приступает к его обобщению, выдвигая идею эквивалентности ускорения с тяготением. После долгого, можно сказать мучительного пуги, на котором Эйнштейн призвал себе на помощь математика Марселя Гроссмана, здание общей теории относительности было в основном построено в 1916 г. В статьях этого периода сам Эйнштейн поражен величием новой теории и изменяет своему спокойному классическому стилю. После подтверждения экспедицией Эддингтона в 1919 г. отклонения света в поле Солнца, предсказанного Эйнштейном, интерес к теории относительности принял бурный и всеобъемлющий характер, и эта теория стала „модной“ не только в научных кругах. Из всех ученых нашего времени имя Эйнштейна достигло наибольшей популярности, почти сравнявшись с великими именами таких гигантов прошлого, как Ньютона, Фарадея.

Начиная с 20-х годов, Эйнштейн усиленно занимается вопросами единой теории поля, унифицирующей явления тяготения и электродинамики. Работы этого направления, начатого Вейлем, не привели до сих пор к физическим результатам ни в руках Эйнштейна, ни у других авторов и далеко не имеют значения его трудов других циклов.

Развитие же релятивистской космологии, начатое самим Эйнштейном (1919 г.), напротив все больше и

больше выдвигается на первый план, особенно после работ А. А. Фридмана (Ленинград) и Лемэтра, давших теорию расширяющегося мира, и после наблюдений астронома Хэббла, обнаружившего эффект видимого удаления туманностей от нас. Не останавливаясь здесь на оценке трудов Эйнштейна, одного из самых первых физиков нашего времени и одного из крупнейших теоретиков всех времен, мы в заключение подчеркнем одну лишь сторону его работ: их необычайную ясность, поразительную законченность физической и математической формулировки и четкий классический стиль изложения. Совершенно непревзойденной представляется именно законченность работ Эйнштейна, с чем вероятно связано полное отсутствие у него учеников, в столь резком контрасте с другим лидером теоретической мысли в XX веке Нильсом Бором. Независимо от окончательного приведения в „порядок“ классической электродинамики и предсказания ряда новых эффектов вроде действия тяготения на свет, существеннейшей заслугой релятивизма является построение принципиально ненаглядной теории и связанное с этим невероятное расширение возможностей теоретического мышления. В этом случае бесспорно физика XX века началась не только и не столько с открытия рентгеновых лучей и радиоактивность, сколько с формулировки теории относительности. Хотя кванты и были открыты Планком еще в 1900 г., но окончательное завершение этой теории произошло на четверть века позже.

В дальнейшем Эйнштейн посвятил свое внимание единой теории поля, опубликовав большое число ее вариантов в *Sitzungsberichten der Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berliner Berichte)*.

## БИОГРАФИЯ Г. МИНКОВСКОГО.

Герман Минковский (Hermann Minkowski) родился в 1864 г. в местечке Алексоты Минской губернии. Еще мальчиком он переехал в Германию, где и окончил среднюю школу и университет. В возрасте 17 лет Минковский участвовал в соревновании на тему Парижской академии на построение теории представления чисел суммой 5 квадратов. Минковский получил за поданную работу приз Парижской академии. В большом ряде последующих работ Минковский, можно сказать, создал целое новое направление в математике: геометрию чисел. Дирихле и Эрмит также пользовались геометрией в теории чисел, но только Минковский последовательно ввел геометрию во все отделы теории чисел и дал общие теоремы, относящиеся к самому геометрическому методу в дискретном анализе. Надо заметить, что сверх многочисленных новых результатов, часто весьма глубоких в самой теории чисел, геометрия чисел сама по себе отличается своеобразной прелестью и элегантностью.

Можно думать, что это именно направление Минковского стимулировало Гильберта заняться геометризацией анализа, давшей такие важные идеи, как пространство Гильберта и т. д.

Второй цикл работ Минковского относится уже собственно к геометрии, главным образом к теории выпуклых тел.

В конце жизни Минковский занимался геометризированием теории относительности. Он вновь после Пуанкаре выдвинул вопрос о той группе преобразований, относительно которой будут инвариантны основные уравнения физики. С большой ясностью Минковский подчеркнул также четырехмерный характер теории относительности. Эти работы Минковского, приводящие в порядок основы теории, сыграли большую роль в дальнейшем.

Часто четырехмерный мир называли миром Минковского, хотя справедливее было бы говорить о мире Пуанкаре-Минковского. Другой цикл работ Минковского по теории относительности касался инвариантной формулировки уравнений в весомых телах: вопрос не столь принципиальный, но имеющий большой физический интерес.

Минковский занимал кафедру в Геттингенском университете, был в большой дружбе с Гильбертом и вместе с ним выдвинул Геттингенский университет на первое место в мире в отношении математики. Минковский умер в январе 1906 г. 44 лет от роду.

Можно согласиться с Гильбертом, что такие результаты Минковского, как доказательство неравенства единице дискриминантов алгебраических областей, теорема о выпуклом многограннике с ее следствиями и теория приведения квадратичных форм, могут быть поставлены наряду с лучшими достижениями математических классиков.

Все работы Минковского изданы Геттингенской Академией: Hermann Minkowski, Gesammelte Abhandlungen (2 тома), под ред. Гильберта; Teubner, Leipzig, 1911.

## ПРИМЕЧАНИЯ

1. К статьям Лоренца: „Интерференционный опыт Майкельсона“ и „Электромагнитные явления в системе, движущейся с любою скоростью, меньшей скорости света“.

Электронная теория, созданная главным образом Лоренцом, явилась закономерным развитием макроскопической феноменологической теории Максвелла-Герца на микроскопическую область. Лоренц систематически применял понятие элементарного заряда электрона и истолковал уравнения Максвелла с этой точки зрения. Оставаясь на почве неквантовой наглядной физики и не вводя новых постоянных (характерных например для недавней нелинейной теории Борна), большего достигнуть было нельзя, и законченная классическая теория электронов, изложенная в книге Лоренца „Теория электронов“, навсегда останется в этом смысле нетронутой. Для перехода же в атомную и ядерную области и для построения теории самого электрона нужны конечно квантовые понятия.

Первый этап всей теории и в частности первые попытки построения электродинамики движущихся тел изложены Лоренцом в 1895 г. в его знаменитой монографии „Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern“. Здесь Лоренц твердо становится на почву гипотезы Френеля о неподвижном эфире и уже во

введении обсуждает аргумент против теории увлекаемого эфира Стокса. Против точки зрения Френеля имеется лишь нескольких веских аргументов и прежде всего опыт Майкельсона — последний Лоренц объясняет гипотезой сокращения. Опыты же де Кудра о замеченном будто бы влиянии движения земли на индукцию двух круговых токов допускают элементарное объяснение. Лоренц принимает, что эфир абсолютно проникает все тела, а не только пространство между атомами. Подчеркивая, что он не приписывает эфиру никаких свойств обычных тел, Лоренц отнюдь не говорит об абсолютном покое эфира. Такое выражение не имело бы смысла. Лоренц имеет лишь в виду, что одни части этой среды не передвигаются относительно других и что все видимые движения небесных лет являются относительными движениями по отношению к эфиру. Таким образом у эфира осталось лишь свойство быть неподвижной координатной системой отсчета и достаточно было появления теории относительности, чтобы понятие эфира оказалось вовсе излишним. Здесь же Лоренц дает объяснение эффектам первого порядка относительно скорости движения.

Сравнение различных теорий электричества между собой, включая и теорию электронов, изложено в книге Н. Poincaré, „Electricité et optique“, Paris, Gauthier-Villars, 1901. Эта замечательная книга резюмирует ряд лекций, читанных Пуанкаре в конце прошлого и в начале настоящего столетия, и дает очень глубокий анализ современных ей теорий. Книги Лоренца и Пуанкаре дают хорошее понятие об общих направлениях и характере творчества авторов.

Читателя, интересующегося дальнейшей судьбой и повторениями опытов Майкельсона, мы отсылаем к книге С. И. Вавилова „Экспериментальные основа-

ния теории относительности", ГИЗ, 1928 г. Вторая статья Лоренца чрезвычайно интересна тем, что мы можем следить за медленным и, как нам кажется, на первых порах очень трудным, идущим ощупью, процессом, который в конце-концов должен привести к преобразованию координат, ставшему знаменитым, под названием „преобразований Лоренца“, а также к преобразованию компонент электрического и магнитного поля, компонент скорости и компонент плотности тока.

Примечание самого Лоренца, приведенное на стр. 22 и 23 текста, сделанное в 1912 г., поясняет небольшую формально, но все же существенную разницу между его результатом и формулами Эйнштейна и, добавим мы, Пуанкаре. Весьма интересно указание Лоренца о том, как близки были физики в лице Фохта (W. Voigt) и притом уже давно, с 1887 г., к преобразованиям Лоренца [формулы (4) и (5), стр. 21].

Лоренц ссылается здесь на работу Фохта, результаты которой оказались забытыми. Фохт берет уравнения колебаний упругой несжимаемой среды:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \Delta u, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c^2 \Delta v, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \Delta w \quad (1)$$

(где  $c$  — скорость распространения плоских волн постоянной амплитуды) совместно с условием расходности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

и рассматривает такие преобразования координат и времени  $x, y, z, t$ , которые какие-либо решения уравнения (1) снова превращают в решение уравне-

ния (1), т. е., говоря нашим языком, оставляют уравнения инвариантными. Фохт заменяет

$$\begin{aligned} x \text{ на } \xi &= xm_1 + yn_1 + zp_1 - at \\ y \text{ на } \eta &= xm_2 + yn_2 + zp_2 - \beta t \\ z \text{ на } \zeta &= xm_3 + yn_3 + zp_3 - \gamma t \\ t \text{ на } \tau &= t - (ax + by + cz) \end{aligned}$$

и определяет коэффициенты преобразования обычным путем. Отличие от преобразований Лоренца заключается в коэффициенте при  $t$ , положенном равным единице. Фохт рассматривает затем три приложения обобщенного принципа Допплера к преобразованию частот в зависимости от состояния движения. Наиболее интересным является анализ сферических волновых поверхностей, которые „в точке  $x, y, z$  будут иметь такой вид, как будто бы светящаяся точка пребывала в точке, достигнутой в момент  $t - \frac{r}{c}$ “. Фохт заключает, что покоящийся наблюдатель будет воспринимать светящуюся точку в месте, в котором она находилась во время на  $\frac{r}{c}$  более раннем. К сожалению никаких применений своих правильных, по существу, предположений об инвариантности законов, описывающих физический процесс света, к уравнению Максвелла Фохт не предпринял, оставаясь на почве старой эфирной теории. В своей большой работе о „теории света для движущейся среды“, напечатанной в той же *Nachrichten der Königl. Gesell. der Wissensch. zu Göttingen* за 1887 г. в № 8 на стр. 177. Фохт подчеркивает все время необходимость более тесной связи с теорией упругости. В этой работе Фохт, как и Лоренц, допускает эфир, не увлекаемый телами при движении (но зато

могущий совершать самостоятельное движение), и углубляется в исследование сил между материей и частицами эфира в покое и при движении, вводит плотность эфира и т. д. Фохт исходит здесь из закона сохранения энергии, подробно обсуждает и объясняет на основе своих воззрений ряд экспериментов, в том числе опыт Майкельсона, но нигде не ставит вопроса об инвариантности уравнений хотя бы в духе своей заметки о принципе Допплера, которая осталась результатом частным, очевидно, и для самого автора. Указание Лоренца многозначительно, так как причина долгого непонимания формул Фохта не может быть случайной. Содержание специального принципа относительности состоит вовсе не в одном только преобразовании координат и времени, но также в соответствующем параллельном преобразовании других физических величин и, что особенно существенно, в возможности придать преобразованным и непреобразованным величинам вполне ясный и точный физический смысл. Начать рассматривать величины компонент поля  $a'$ ,  $h'$  (стр. 21 и 22) как реальные физические величины, а не как сокращенные математические символы, введенные для удобства обозначений, можно было только после того, как электронная теория Лоренца достигла известной степени завершения и оказалась в своем физическом содержании уже в достаточной степени уясненной. Здесь нельзя также не указать на работы Лармора (J. Larmor), в значительной степени содействовавшего развитию теории электронов, во многих отношениях параллельно с Лоренцом и повидимому независимо от него. Его книга „Aether and Matter“ Cambridge, 1900, чрезвычайно интересна в смысле освещения ряда вопросов физики, злободневных ко времени ее появления. В главах X и XI, посвященных проблемам оптики

в движущейся материи, он весьма близко, так же как и Лоренц, подходит к преобразованиям координат времени и других физических величин, лежащих в основе теории относительности (см. стр. 174 его книги). Он говорит уже о сокращении размеров движущейся системы по направлению движения, по сравнению с размерами неподвижной системы в отношении

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

или приближенно

$$1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \text{ (стр. 175).}$$

Но далеко ведущие расчеты Лармора фактически оказались понятыми только после основных работ Лоренца и Эйнштейна. Любопытно отметить, что в первом издании первой книги, систематически излагающей специальную теорию относительности, принадлежащей перу знаменитого физика-теоретика Лауэ (M. Laue) „Das Relativitätsprinzip“, Braunschweig, 1911, в библиографическом списке имен Фохта, Лармора, как и Пуанкаре, нет.

2. О статьях А. Пуанкаре „К динамике электрона“ (стр. 51), А. Эйнштейна „К электродинамике движущихся тел“ (стр. 133) и Г. Минковского „Пространство и время“ (стр. 181).

Статья Пуанкаре замечательна во многих отношениях. По времени своего появления — начало 1906 г. — она несколько запаздывает по сравнению с основной статьей Эйнштейна, появившейся в сентябре 1905 г., но написана она абсолютно независимо от Эйнштейна, что видно по датам поступления в печать: 30 июня и 23 июля. Первоклассный знаток теоретической физики и совершенно исключительный математик, Пуанкаре дает своему изложению сразу

соответствующую математическую форму, называя вещи их настоящими математическими именами, что другими физиками-теоретиками делается значительно позднее. Прежде всего Пуанкаре, как и Эйнштейн, выдвигает основную идею в виде четкого „постулата относительности“ — у Эйнштейна „принцип относительности“. Преобразования Лоренца (также термин Пуанкаре) составляют группу в многообразии четырех измерений (§ 4) и Пуанкаре находит инварианты этой группы. Преобразования плотности тока, плотности электричества и напряжений электрического и магнитного поля с изумительной простотой и последовательностью получаются в окончательном виде (в отличие от второй статьи Лоренца — стр. 27) из преобразований координат и немногих определений (формулы 4, 6 и 8 на стр. 57). В статье показана плодотворность использования принципа наименьшего действия, который дан в четырехмерной формулировке. Пользуясь современной терминологией тензорного исчисления, можно сказать, что все величины электромагнитного поля, по сути изложения, а также и по форме расположения выкладок с полной очевидностью выступают как тензоры соответствующих рангов четырехмерного многообразия. Все объяснения и расчеты физических явлений, как например сокращение Лоренца-Фитцджеральда, распространение волн или исследование о силе тяжести и возможном изменении в связи с теорией относительности законов тяготения, ведутся с помощью четко разъясненных теорем о преобразованиях тех или иных величин.

Пуанкаре первый вводит минимую координату времени (стр. 118) и толкует преобразование Лоренца как поворот в пространстве 4-х измерений. Здесь он находит также знаменитую теорему о сложении скоростей.

Статья Пуанкаре с формальной точки зрения содержит в себе не только параллельную ей работу Эйнштейна, но в некоторых своих частях и значительно более позднюю — почти на 3 года — статью Минковского, а отчасти даже превосходит последнюю.

Между тем статья Пуанкаре фактически оказалась совершенно незамеченной, тогда как статьи Эйнштейна и Минковского сразу привлекли к себе всеобщее внимание, первая в 1905—1906 гг., вторая в 1908—1909 гг. Причина этого весьма любопытного обстоятельства, не имеющего аналогов в современной физике, не может конечно заключаться в одной только сравнительно малой известности, или точнее распространенности среди физиков столь знаменитого математического журнала как „Rendiconti del Circolo matematico di Palermo“, в котором было напечатана статья Пуанкаре. Для большинства физиков был малопривычен строгий математический язык Пуанкаре и теория групп; избранным теоретикам работа Пуанкаре на первых порах могла показаться рядом до некоторой степени чисто формальных математических преобразований, тогда как статья Эйнштейна сразу указывала на вытекающую из вновь открытых закономерностей необходимость пересмотреть наши основные физические представления о времени и пространстве. Стиль работы Пуанкаре — инвариантно-теоретический, тогда как Эйнштейн начал строить свою статью с рассмотрения мысленных экспериментов об измерении пространства и времени. Некоторое понимание этого обстоятельства можно усмотреть в первой работе Г. Минковского: „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern“ (Nachrichten der Kgl. Ges d Wiss. zu Göttingen, Math.-physik. Kl. 1907).

В этой статье Минковский дважды ссылается на

Пуанкаре; один раз, указывая в нем автора, давшего определенной группе преобразований знаменитое название „преобразований Лоренца“, и затем упоминая о даваемом Пуанкаре согласовании теории тяготения с постулатом относительности. На чрезвычайно содержательные в смысле развития и применения идей относительности части статьи Пуанкаре ссылок в этом докладе Минковского нет, но в предисловии к этой статье он говорит: „То обстоятельство, что постулат относительности является не искусственной гипотезой, но новым пониманием времени, к которому нас вынуждают явления природы, было до настоящего времени в наиболее резкой форме показано Эйнштейном“. (См. эту же статью Минковского в изд. R. Teubner'a, Berlin, 1910 г., стр. 6). В докладе же 5 ноября 1907 г., опубликованном в 1915 г., Минковский говорит значительно более ясно о ценности работы Пуанкаре: „заслуга разработки общего принципа принадлежит Эйнштейну, Пуанкаре и Планку“ и дальше: „Эту симметрию (пространства и времени, прим. ред) я с самого начала ввedu здесь в изложение, что не сделано ни одним из авторов, даже Пуанкаре“.

Если успех статьи Эйнштейна (которому не была повидимому известна статья Лоренца) объясняется точным указанием физического смысла вновь открытых закономерностей, то успех статьи Минковского основан на большой геометрической образности его изложения и чрезвычайно удачной символикой, приспособленной к четырехмерному многообразию „пространство-время“ и быть может также уже некоторому забвению на 2 года более старой работы Пуанкаре. Вслед за статьей Минковского редакторы настоящей книги сочли нужным поместить примечания, сделанные А. Зоммерфельдом к немецкому изданию основных работ по теории относительности. В этих при-

мечаниях разъясняются не только некоторые формальные стороны ее изложения, но показывается также и ценность работ Минковского и их значение (см. примечания 1, 7, 9 и 10).

В качестве дополнения к 8-му примечанию следует заметить, что со времени появления общей теории относительности в физике тензорный анализ все больше и больше входит во всеобщее употребление, Символику четырехмерного векторного исчисления, которым пользуется Минковский, в настоящее время охотно заменяют символикой тензорного исчисления. В соответствии с этим термин „шестивектор“, буквальный перевод с немецкого Sechsevektor, теперь большую частью заменяют названием кососимметричный тензор второго ранга. Примечания, сделанные Зоммерфельдом, интересны также и потому, что принадлежат одному из виднейших современных физиков-теоретиков.

В знаменитой статье 1905 г. теория относительности была сформулирована Эйнштейном в весьма законченном виде.

В двух работах в Ann. d. Phys. 1906 и 1907 гг. Эйнштейн специально интересуется новыми экспериментальными подтверждениями теории; в первой статье он сравнивает теоретические значения продольной и поперечной масс по Бухереру, Абрагаму и Лоренцу-Эйнштейну и обращается к физикам экспериментаторам с предложением заняться этим вопросом „так как я сам не в состоянии работать экспериментально“. Во второй статье Эйнштейн на основании наблюдений Штарка обсуждает возможность наблюдения Допплер-эффекта второго порядка, предсказанного теорией относительности.

В 1903 г. устами Эренфеста „Релятивистская электродинамика“ Лоренца, в формулировке Эйнштейна,

объявляется уже „признанной почти всеми за законченную систему“. Последнее слово этой фразы Эренфеста, в частности, вызывает замечание Эйнштейна (см. ответ Эренфесту), что „принцип относительности, или точнее, принцип относительности вместе с принципом постоянства скорости света не следует понимать как „законченную систему“, или вообще как систему, но только лишь как эвристический принцип, который сам по себе содержит лишь высказывания о твердых телах, часах и световых сигналах“. Дальнейшие физические следствия теория относительности дает, устанавливая соотношение между различными, казавшимися независимыми явлениями. Новые физические следствия, таким образом, отнюдь не были уже заранее заключены в теории и не могут быть получены оттуда дедукцией. Например, зная уравнения Максвелла и законы медленного движения электронов, мы находим релятивистским преобразованием законы движения электронов сколь угодно быстрых.

### 3. К статье Эйнштейна: „*О влиянии силы тяжести на распространение света*“ (стр. 206).

Эта статья представляет первый шаг Эйнштейна к общей теории относительности. Здесь впервые разъясняется являющийся в дальнейшем путеводною звездою для Эйнштейна принцип эквивалентности тяготеющей и инертной массы и указывается ограниченность области применения формул преобразований Лоренца. Здесь же делаются и первые выводы об искривлении луча света и об изменении частоты света в поле тяготений — явления, предсказанные Эйнштейном, достаточно хорошо подтвержденные затем наблюдениями и вплоть до настоящего времени многократно занимавшие внимание всех физиков и астрономов.

Указанная Эйнштейном возможность зависимости между скоростью света и тяготением побуждает и ряд

других физиков-теоретиков приняться за исследование этого вопроса. Исходя из такой возможности, первым выступает со своей теорией в 1912 г. Макс Абрагам (см. его статью „Zur Theorie der Gravitation“, *Physikalische Zeitschrift*, 13, 1, 311, 1912). Абрагам получает гравитационную теорию инвариантную в бесконечно малой области относительно преобразований Лоренца. Он является сторонником „абсолютной“ теории, предлагая выделить изо всех координатных систем отсчета те, в которых гравитационное поле будет статическим, и к этой системе относить все движения, аналогизируя подобную систему с „телом альфа“ Неймана. Эта статья вызывает реплику со стороны Эйнштейна, развивающего со своей стороны теорию статического поля (см. Ann. d. Phys. 38, 355, 1912); между ними возникает полемика, во многих отношениях интересная и поучительная. В первое после возникновения теории относительности время Абрагам является ее противником; в пересмотре Эйнштейном основ специального принципа относительности, а именно в отказе от применения принципа постоянства скорости света во всем пространстве или, точнее, в сохранении его только для той области пространства, в которой поле тяготения имеет постоянное значение, а также в стремлении обобщить преобразования Лоренца Абрагам готов видеть отказ от теории относительности вообще. Он пишет весьма резко (см. Ann. d. Phys. 38, 1056, 1912), „кто подобно автору (т. е. Абрагаму. Прим. ред.) неоднократно предостерегал от сиреноподобных песен этой теории, тот может с удовлетворением приветствовать, что сам основатель теории убедился в ее несостоятельности“. На статью Абрагама Эйнштейн отвечает кратко, но при этом с необычайной наглядностью и ясностью резюмирует свою точку зрения и свою дальнейшую программу

работ. Об этом можно судить по следующей выдержке из его замечательной реплики (см. Ann. d. Phys. 38, 1061, 1912).

„Всем известно, что теория законов преобразования пространства и времени не может быть основана на одном только принципе относительности. Известно, что это связано с относительностью понятий „одновременности“ и „формы движущегося тела“. Чтобы восполнить этот пробел, я ввел принцип постоянства скорости света, заимствованный из теории покоящегося эфира Г. А. Лоренца; это положение, так же как и принцип относительности, содержит в себе физическую предпосылку, которая может быть оправдана только решающими опытами (опыты Физо, Роуланда и т. д.). Указанный принцип гласит: существует такая система отсчета  $K$ , в которой всякий луч света в пустоте распространяется с универсальной скоростью  $c$ , независимо от того, движется ли излучающее тело относительно  $K$  или нет.

„На основании этих двух принципов можно построить теорию, которая известна в настоящее время под именем „теории относительности“.

„Эта теория справедлива в той мере, в какой справедливы оба лежащие в ее основе принципа. Так как последние повидимому применимы в весьма широких границах, то и теория относительности в ее современной форме по всей вероятности представляет собой существенный шаг вперед; я не думаю, чтобы она воспрепятствовала дальнейшему развитию теоретической физики.

„Как же обстоит теперь дело с границами применения обоих принципов? Сомневаться в общей правильности принципа относительности у нас, как уже отмечено, нет ни малейшего основания. Напротив, я считаю, что принцип постоянства скорости света мо-

жет быть сохранен только постольку, поскольку мы ограничиваемся областями пространства-времени с постоянным потенциалом тяготения. Здесь, по моему мнению, лежит граница применения не для принципа относительности, но для принципа постоянства скорости света и вместе с этим для нашей современной теории относительности. К этому мнению меня приводят следующие соображения.

„Одним из важнейших результатов теории относительности является признание, что всякого рода энергия  $E$  обладает пропорциональной ей инерцией  $(\frac{E}{c^2})$ .

Так как всякая инертная масса в то же время является, насколько это доступно нашему опыту, и тяготеющей массой, мы не можем не приписать всякого рода энергии  $E$  также и тяжелую массу  $\frac{E}{c^2}$ . Отсюда сейчас же следует, что тяжесть действует на движущееся тело сильнее, чем на то же тело в состоянии покоя.

„Если окажется возможным истолковать поле тяжести в духе современной теории относительности, то это может быть сделано вероятно только двумя способами. Гравитационный вектор может рассматриваться или как четырехмерный вектор или как шестивектор (кососимметричный тензор второго ранга. *Прим. ред.*). Для каждого из этих двух случаев мы имеем соответствующую формулу преобразования при переходе к равномерно двигающейся координатной системе. С помощью этих формул преобразования и формул преобразования для пондеромоторных сил удается тогда в обоих случаях найти силы, действующие в статическом поле тяжести на движущуюся материальную точку. При этом мы приходим к результатам, которые противоречат указанным выводам из положения о тяготеющей массе и энергии.

„Таким образом оказывается, что вектор гравитации не укладывается без противоречий в схему современной теории относительности.

„Но это положение вещей по-моему вовсе не означает ошибочности основанного на принципе относительности метода, точно так же, как открытие и правильное понимание брауновского движения не приводит к заключению, что термодинамика и гидромеханика являются ошибочными. Современная теория относительности, по моему мнению, всегда сохранит свое значение как простейшая теория явлений в пространстве-времени для весьма важного предельного случая постоянного потенциала тяготения. Задачей ближайшего будущего является создание такой теоретической релятивистской схемы, в которой эквивалентность между инертной и тяжелой массой сможет найти свое выражение. В своей работе о статическом поле тяжести я пытался сделать первые весьма скромные шаги к достижению этой цели. При этом я исходил из представления, что эквивалентность инертной и тяжелой массы может быть сведена к тождественности по существу этих двух элементарных качеств материи или энергии тем, что статическое поле тяготения рассматривается как физически тождественное с ускорением системы отсчета. Я должен сознаться, что мне удалось разработать это представление без противоречий только для бесконечно малых областей и что я не могу дать этому обстоятельству никакого удовлетворительного объяснения. Но я не вижу в этом оснований отказаться от принципа эквивалентности и для бесконечно малых областей; никто не сможет отрицать, что этот принцип представляет собой естественную экстраполяцию одного из наиболее общих экспериментальных законов физики. С другой стороны, этот принцип эквивалентности открывает

перед нами интереснейшую перспективу, выдвигая требования, что уравнения некоторой новой, охватывающей и гравитацию теории относительности должны оказаться инвариантными и по отношению к преобразованиям с ускорением (и вращением). Конечно, путь к этой цели представляется весьма трудным. Уже из того, что было рассмотрено и что является весьма частным случаем гравитации покоящихся масс, видно, что пространственно-временные координаты должны будут потерять их простое физическое значение, и еще нельзя предсказать, какую форму могли бы иметь общие пространственно-временные уравнения для преобразований. Я хотел бы просить всех коллег-теоретиков попробовать свои силы на решении этой чрезвычайно важной проблемы“.

Этот призыв Эйнштейна не находит достаточного отклика среди других физиков-теоретиков. Повидимому, не только его идеи, остаются непонятными в основном, но и выполнение их представляется слишком трудной задачей.

В том же 1912 г. кроме Абрагама (см. еще его статью в Ann. d. Phys. 39, 444, 1913), после только что указанной полемики между ним и Эйнштейном (которая продолжалась и в других заметках), выступает с новой теорией тяготения другой известный теоретик — Г. Нордстрём (см. Phys. ZS. 13, 1126, 1912; Ann. d. Phys. 40, 872, 1913; 42, 533, 1913; 43, 1101, 1913). Он задается целью, оставляя скорость света постоянной, найти новый способ связать теорию тяготения с принципом относительности, но в конце концов и его теория, как ему указывает Эйнштейн (см. примечание при корректуре в конце статьи Нордстрема), не совместима с принципом эквивалентности. Мы видим, что этот последний еще не оценен по существу. Нордстрём говорит: „В этом

обстоятельстве я не вижу еще основания для того, чтобы отбросить теорию" (стр. 1129 первой статьи). Фундаментальнейшая идея Эйнштейна еще не усвоена.

В наиболее ясном виде излагает теорию Нордстрема сам Эйнштейн (в статье с Фоккером, 1914 г.). В этой важной работе показывается, что теория Нордстрема отличается от теории Эйнштейна-Гроссмана лишь одним единственным предположением, именно, о возможности выбора преимущественных систем координат, в которых имеет место постоянство скорости света. Вместо десяти компонент  $G_{\mu\nu}$  метрического тензора, Нордстрем вводит один лишь скаляр  $\Phi$ . Соответственно этому вместо 10 гравитационных уравнений в его теории фигурирует одно лишь скалярное уравнение, обобщающее уравнение Пуассона. Это скалярное уравнение Нордстрема Эйнштейн и Фоккер получают непосредственно из своего уравнения  $R = \kappa T$ , предполагая, что все  $G_{\mu\nu}$  равны  $\Phi^2$ . Эйнштейн и Фоккер считают теорию Нордстрема лучшей из всех, признающих постоянство скорости света; она допускает ясную тензорную формулировку и удовлетворяет в точности закону эквивалентности тяжелой и инертной массы. Отметим, что в этой работе Эйнштейн впервые оценивает значение тензора Риманна-Кристоффеля 4-го ранга. Несомненно работы Нордстрема сыграли известную роль для построения общей теории относительности.

Развивая теорию гравитации, Эйнштейн убедился, что для этой цели необходим новый математический аппарат в виде тензорного анализа (абсолютное дифференциальное исчисление Риччи и Леви-Чивитта). В 1913—14 гг. появляются две работы Эйнштейна совместно с математиком Марселем Гроссманом (см. ZS. f. Math. und. Phys. 62 и 63 а, 1913—14,

1914—15 гг.). Первая из статей была выпущена и отдельным изданием. Этими статьями начался последний период перед окончательным построением общей теории относительности. Здесь делается в частности важный шаг обобщения уравнения Пуассона путем замены его соответствующим тензорным выражением. Тензорный анализ уже ясно подсказал идею необходимости общей ковариантности всех уравнений, но например в первой из этих статей доказывается лишь инвариантность обобщенного уравнения Пуассона относительно линейных преобразований и во второй статье еще речь идет о выделенных координатных системах. С другой стороны общая мысль об описании метрики фундаментальным тензором, а материи — тензором энергии и о связи этих величин уже имеется налицо. В 1914 г. в руках Эйнштейна уже имеется значительное приближение к окончательной теории в виде уравнения  $R = \kappa T$  (см. выше замечания о его статье с Фоккером), связывающего скаляры тензоров материи и гравитации-кривизны.

„В очень важной работе“ Zur allgemeinen Relativitätstheorie, Berliner Berichte, 778, 1915, в которой контуры величественного здания общей теории уже совсем ясны, Эйнштейн пишет в введении, что под влиянием новой критики он убедился, что его предыдущая работа (Berl. Ber., 1066, 1914), в которой в основу была положена Гамильтонова функция, инвариантная относительно линейных преобразований, не верна и ничего общего не имеет с относительностью ускорения. Поэтому, как пишет сам Эйнштейн, он вернулся опять „к требованию общей ковариантности уравнений поля, от которой я, три года назад, во время работы с моим другом Гроссманом, отказался лишь с тяжелым сердцем. В самом деле, мы были тогда уже весьма близки к решению задачи, которое

будет дано в настоящей работе. Так же как специальная теория относительности основана на постулате, что ее уравнения должны быть ковариантны относительно ортогональных преобразований, аналогично излагаемая здесь теория покоятся на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований с определителем единицы. Вряд ли кто-либо сможет остаться равнодушным к очарованию (Zauber) этой теории, однажды овладев ее сущностью; она является истинным триумфом метода абсолютного дифференциального исчисления, основанного Гауссом, Риманом, Кристоффелем, Риччи и Леви-Чивитта".

В § 1 излагаются основы тензорного анализа и вводится тензор Римана-Кристоффеля.

В § 2 пишется уравнение движения точки в гравитационном поле.

В § 3 обсуждается уравнение поля уже в более общем виде, но не окончательном  $R_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$ .

В § 4 Эйнштейн замечает, что относительность движения в самом деле включена в новую теорию, ибо „в число дозволенных преобразований включены и те, которые соответствуют вращению новой системы относительно старой с угловой скоростью, изменяющейся любым образом, а также такие преобразования, при которых начало координат новой системы произвольным образом движется относительно старой системы“.

В дополнении к этой статье (стр. 799, 1915, Berl. Ber.) Эйнштейн, ссылаясь на то, что для электромагнитного поля скаляра  $T = \sum T^{\mu}_{\mu} = 0$ , предлагает положить этот скаляр нулю и в общем случае, считая, что для строения материи „играют существенную роль гравитационные поля“. Формально уравнение  $T = 0$  сводится

к добавочному условию, что  $\sqrt{-G} = 1$ , ибо тогда мы приходим как раз к уравнению  $R_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}$ .

В работе „Об уравнении поля тяготения“ (Berl. Ber., 844, 1915) Эйнштейн впервые пишет новые уравнения поля в окончательном виде.

$$R_{im} = -\kappa \left( T_{im} - \frac{1}{2} G_{im} T \right).$$

В конце статьи Эйнштейн замечает, что „теперь наконец, закончено логическое построение общей теории относительности“. Построена совершенно определенная теория тяготения, объясняющая движение перигелия Меркурия. Прежнее же свое мнение, что теория даст что-либо еще новое, Эйнштейн сейчас считает ошибочным, полагая, что любое физическое положение специальной теории относительности можно при помощи тензорного анализа включить в систему общей теории относительности.

В работе о максвелловских уравнениях (Berl. Ber. 184, 1916) Эйнштейн переписывает их в общековариантной форме (что независимо было проделано F. Kottler'ом в Wiener Berichte). В § 2 обсуждается форма законов импульса-энергии. Автору была уже известна работа Лоренца (Koninkl. Akad. von Wissenschaften 23, 1085, 1916). Рядом со статьей Эйнштейна на стр. 189 напечатана знаменитая работа Шварцшильда о точном интегрировании уравнений гравитационного поля. Вторая работа Шварцшильда о гравитационном поле шара из несжимаемой жидкости помещена на стр. 424 Известий Прусской академии за тот же год. В этом же томе на стр. 768 напечатана речь Эйнштейна памяти незадолго до этого скончавшегося от холеры Шварцшильда.

В статье о перигелии Меркурия Эйнштейн (Berl. Ber. 831, 1915), ссылаясь на предыдущую, пишет

„В настоящей работе я вижу важное подтверждение этой наиболее радикальной теории относительности“.

После общего анализа движения планет на основании гравитационных уравнений Эйнштейн находит для смещения перигелия формулу  $\varepsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}$ ,

что дает для Меркурия 43" в столетие. В этой же статье Эйнштейн указывает, что отклонение луча света в поле тяготения должно быть в два раза большим, чем на основании прежних соображений принципа эквивалентности.

В работах „О приближенном интегрировании уравнений поля тяготения“ (Berl. Ber., 688, 1916) и „О гравитационных волнах“ (Berl. Ber., 154, 1918) Эйнштейн исследует гравитационные волны и их испускание механическими системами. Подробный анализ гравитационных волн см. в книге Эддингтона. В конце второй работы помещена дискуссия с Леви-Чивитта относительно трактовки величин  $t_\sigma^\nu$  как компонент тензора энергии гравитационного поля — вопрос, который неоднократно диспутировался и впоследствии.

См. статью Эйнштейна „Закон энергии в общей теории относительности“ (Berl. Ber., 448, 1918); E. Schrödinger, Phys. ZS. 19, 4, 1918; H. Bauer, там же, 19, 163, 1918; ответ Эйнштейна Шредингеру, там же, 19, 115, 1918; G. Nordström, Amsterdam Proceedings, 26, 1093, 1917.

Наконец в помещенной в настоящем сборнике статье „Основы общей теории относительности“ (Ann. d. Phys. 49, 760, 1916) теория предстает перед нами в современном виде. Крупнейшие физики-теоретики и математики к этому времени также приняли участие в разработке теории. Особенно важны работы Гильберта, помещенные в Göttinger Nachrichten, 395, 1915

и 417, 1915), разъяснившие ряд важных формальных моментов теории. В смысле общих физических идей Гильберт, к сожалению, стоит на точке зрения теории материи Ми и ограничивает тем самым рамки теории. Интересны также работы Ф. Клейна и Г. А. Лоренца.

Все же в целом идеи новой теории еще далеки от общего признания. В 1916 г. Эйнштейну все еще требуется давать разъяснения по фундаментальным вопросам; одно из них, а именно ответ на критическую статью Котлера (Ann. d. Phys. 50, 955, 1916), служит новым кратким и чрезвычайно выразительным пояснением его основных идей. Поэтому мы приводим здесь и эту его статью полностью.

К статье Фридриха Котлера „О гипотезе эквивалентности Эйнштейна и тяготении<sup>1)</sup>. Из работ, посвященных критике общей теории относительности, особенно интересны статьи Котлера, ибо этот теоретик действительно проникся духом теории. Я хочу остановиться здесь на последней из его работ. Котлер утверждает, что установленный мною „принцип эквивалентности“, при помощи которого я стремился объединить в одно понятия „инертной массы“ и „тяжелой массы“, будто бы отвергнут в моих позднейших работах. Это мнение возникло потому, что мы обозначаем разные вещи словами „принцип эквивалентности“; я полагаю напротив, что вся теория основана на этом принципе. Ввиду подобных разногласий мы снова подчеркнем следующие положения:

„1. Предельный случай специальной теории относительности. Пусть в некоторой конечной временно-пространственной области будет отсутствовать гравитационное поле, т. е. пусть будет возможно найти

<sup>1)</sup> Ann. Phys. 51, 639, 1916.

такую систему отсчета  $K$  („галилеевскую систему“), по отношению к которой в указанной области имеет место следующее. Координаты измеряются известным образом с помощью единичного масштаба, интервалы времени измеряются с помощью единичных часов, так, как это принято делать в специальной теории относительности. По отношению к этой системе изолированная материальная точка движется прямолинейно и равномерно, так же, как это было предположено Галилеем.

2. *Принцип эквивалентности.* Исходя из этого предельного случая специальной теории относительности, можно задать себе вопрос, не должен ли наблюдатель, движущийся в рассматриваемой области равномерно по отношению к  $K$ , воспринимать свое состояние как ускоренное, или же для него представляется также возможным, в согласии (приближенно) с известными законами природы, рассматривать свое состояние как „покой“. Говоря точнее: позволяют ли известные нам в некотором приближении законы природы рассматривать систему  $K'$ , двигающуюся равномерно-ускоренно по отношению к системе  $K$ , как покоящуюся? Или несколько более общим образом: можно ли обобщить принцип относительности также и на (равномерно) ускоренные друг относительно друга системы отсчета? Ответ гласит: в той мере, в какой нам действительно известны законы природы, ничто не препятствует нам рассматривать систему  $K'$  как находящуюся в покое, если только мы допустим существование по отношению к  $K'$  (в первом приближении однородного) поля тяготения. В самом деле, так же, как и в однородном поле тяготения, по отношению к нашей системе  $K'$  все тела, независимо от их физической природы, падают с одним и тем же ускорением. Предположение, что систему  $K'$  можно вполне

строго рассматривать как находящуюся в покое, не нарушая ни одного из законов природы по отношению к системе  $K'$ , я называю „принципом эквивалентности“.

3. *Поле тяжести определяется не только кинематически.* Предшествующее рассуждение также можно обратить. Пусть рассмотренная выше система  $K'$ , в которой имеется поле тяжести, будет для нас исходной системой. В таком случае мы можем ввести другую ускоренную относительно  $K'$  систему отсчета  $K$ , по отношению к которой (отдельные) массы (в рассматриваемой области) движутся прямолинейно и равномерно. Но нельзя идти дальше и утверждать: если  $K'$  представляет собою систему отсчета с любым гравитационным полем, то всегда найдется такая система отсчета  $K$ , по отношению к которой отдельные массы движутся прямолинейно и равномерно, т. е. по отношению к которой поля тяготения не существует. Абсурдность последнего предположения непосредственно очевидна. Если, например, гравитационное поле по отношению к  $K'$  является полем покоящейся материальной точки, то никаким преобразованием, как бы оно ни было хитро придумано, нельзя уничтожить это поле для всей окрестности материальной точки.

Итак, ни в каком случае нельзя утверждать, что гравитационное поле может быть в некотором смысле объяснено чисто кинематически; „чисто кинематическое, не динамическое понимание гравитации“ невозможно. Переходя с помощью одних лишь преобразований от одной галилеевской системы к другой ускоренной, мы узнаем таким образом не *любые* гравитационные поля, но поля совсем специального типа, хотя и эти последние должны удовлетворять тем же законам, как и все прочие гравитационные поля.

Мы встречаем здесь снова лишь новую формулировку принципа эквивалентности (в его специальном применении к тяготению).

Таким образом, теория тяготения противоречит принципу эквивалентности в том смысле, как я его понимаю, только тогда, когда уравнения тяготения не удовлетворяются *ни в одной* из систем отсчета  $K'$ , двигающихся неравномерно по отношению к некоторой галилеевской системе отсчета. Очевидно, что этот упрек нельзя выдвинуть против моей теории с ее *обще-ковариантными* уравнениями; в самом деле, уравнения сдвоены здесь в любой системе отсчета. Требование *общей ковариантности* уравнений содержит в себе принцип эквивалентности как *совсем частный случай*.

4. Являются ли силы гравитационного поля „реальными“? Котлеру не нравится, что я интерпретирую второй член в уравнениях движения

$$\frac{d^2x_\nu}{ds^2} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ \begin{smallmatrix} \alpha\beta \\ \nu \end{smallmatrix} \right\} \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0$$

как выражение для действия поля тяжести на материальную точку, а первый член как в некотором роде выражение для галилеевской инерции. Таким способом как бы вводятся „настоящие силы поля тяжести“, что не соответствует духу принципа эквивалентности. На это я отвечаю, что указанное уравнение общековариантно в целом и что поэтому оно во всяком случае удовлетворяет гипотезе эквивалентности. Введенные мной названия отдельных частей уравнения принципиального значения не имеют и применены с единственной целью приблизить их к привычному нам физическому образу мыслей. В частности, это применимо также и к величинам:

$\Gamma_{\alpha\beta}^\nu = - \left\{ \begin{smallmatrix} \alpha\beta \\ \nu \end{smallmatrix} \right\}$  (компонентам гравитационного поля) и  $t_\sigma^\nu$  (компонентам энергии гравитационного поля).

Введение этих названий принципиально является излишним, хотя и представляется мне не бесполезным, по крайней мере, на ближайшее время для сохранения некоторой непрерывности в наших идеях; поэтому я и ввел эти величины, несмотря на то, что они не имеют тензорного характера. Что же касается принципа эквивалентности, то он всегда имеет место, если только уравнения являются ковариантными.

5. Действительно справедливо, что принимая общую ковариантность уравнений, я должен был отказаться от обычного измерения времени и евклидовского измерения пространства. Котлер полагает, что он сможет обойтись без этой жертвы, но уже в рассмотренном им случае системы  $K'$ , двигающейся ускоренно в борновском смысле относительно некоторой галилеевской системы, нужно отказаться от обычного измерения времени. Но, в таком случае, с точки зрения теории относительности весьма естественно возникает мысль, что следует отказаться и от обычных измерений пространства. Вне сомнения профессор Котлер сам убедится в необходимости этого, как только он попробует осуществить намеченные им теоретические планы". (Октябрь 1916 г.).

Полемические и разъяснительные замечания небольшой заметки 1918 г., являющейся ответом Кречману (Ann. d. Phys. 55, 243), были одним из последних моментов в построении теории. Здесь Эйнштейн вводит отдельно „принцип Маха“, гласящий, что геометрически поле тензора  $G_{\mu\nu}$  *целиком* определяется тензором материи.

В последующие годы идеи Эйнштейна понемногу завоевывают признание подавляющего большинства физиков.

В соответствующих курсах (см. например А. С. Эддингтон, „Теория относительности“, ГТТИ. Ленинград — Москва, 1934) читатель найдет достаточно указаний на различного рода варианты или формы изложения теории Эйнштейна, а также и на новейшие опытные ее подтверждения астрономическими наблюдениями. Здесь мы отметим только, что в настоящее время астрономические наблюдения *определенны* говорят в пользу теории относительности, хотя вопрос окончательно еще не выяснен ни об одном из трех следствий теории (отклонение света в поле тяготения Солнца, красное смещение линий солнечного спектра, движение перигелия Меркурия). Все возражения против этих подтверждений неизменно разбивались, и не существует ни одной другой теории, которая объясняла бы все три вопроса (или хотя бы один из них) столь непосредственно.

5. К статьям Эйнштейна: „Принцип Гамильтона и общая теория относительности“ (стр. 295); „Вопросы космологического характера в связи с общей теорией относительности“ (стр. 304); „Играют ли гравитационные поля существенную роль в построении элементарных материальных частиц?“ (стр. 321).

Последние три статьи в настоящем сборнике показывают те направления, в которых Эйнштейн продолжал развивать свою теорию (статья о принципе Гамильтона), или же те новые проблемы, ключ к разрешению которых можно было надеяться найти в теории относительности (последние две статьи).

По отношению к новым проблемам о строении вселенной и о строении элементарных частиц, общая теория относительности, как показала история физики последних двадцати лет (1915—1935 г.), не оправдала возлагавшихся на нее надежд, надежд не одного Эйн-

штейна, но и многих других исследователей. Во всяком случае возможности, предоставляемые теорией относительности для разрешения подобных задач, должны были быть с точностью определены в своих границах.

Подобно тому, как общий принцип теории относительности показал границы применения специального принципа, также точно нужно было найти и физические границы общей теории. Эта работа была проделана, или во всяком случае, если не считать проблемы объединения электричества в тяготения, начата самим Эйнштейном. В этом смысле две приведенные в этом сборнике последние статьи его являются естественным дополнением к классическим работам.

---

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
От издательства . . . . .	5
Г. А. ЛОРЕНЦ. Интерференционный опыт Май- кельсона . . . . .	9
Г. А. ЛОРЕНЦ. Электромагнитные явления в си- стеме, движущейся с любой скоростью, меньшей ско- рості света . . . . .	16
✓ А. ПУАНКАРЕ. О динамике электрона . . . . .	51
А. ЭЙНШТЕЙН. К электродинамике движущихся тел	133
А. ЭЙНШТЕЙН. Зависит ли инерция тела от со- держащейся в нем энергии . . . . .	175
Г. МИНКОВСКИЙ. Пространство и время . . . . .	181
Примечания А. Зоммерфельда . . . . .	203

### ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А. Эйнштейн. О влиянии силы тяжести на рас- пространение света . . . . .	217
А. Эйнштейн. Основы общей теории относитель- ности . . . . .	231
А. Эйнштейн. Принцип Гамильтона и общая тео- рия относительности . . . . .	306
А. Эйнштейн. Вопросы космологии и общая теория относительности . . . . .	315
А. Эйнштейн. Играют ли гравитационные поля су- щественную роль в построении элементарных матери- альных частиц . . . . .	332

### БИОГРАФИИ И ПРИМЕЧАНИЯ

Биография Лоренца . . . . .	345
Биография Пуанкаре . . . . .	348
Биография Эйнштейна . . . . .	354
Биография Минковского . . . . .	358
Примечания . . . . .	360