Последнее выражение для t_σ^ν следует из (14) и (15). Дифференцируя (18) по x_ν и суммируя по ν, имеем на основании (17)

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu}\left(T_\sigma^\nu + t_\sigma^\nu\right) = 0. \tag{21}$$

Формула (21) выражает закон сохранения импульса и энергии. Назовем T_σ^ν компонентами энергии материи и t_σ^ν — компонентами энергии поля тяготения.

Умножив уравнения (7) поля тяготения на $g_\sigma^{\mu\nu}$ и просуммировав их по μ и ν, получим в силу (20)

$$\frac{\partial t_\sigma^\nu}{\partial x_\nu} + \frac{1}{2} g_\sigma^{\mu\nu} \frac{\partial M}{\partial g^{\mu\nu}} = 0,$$

или, в силу (19) и (21)

$$\frac{\partial T_\sigma^\nu}{\partial x_\nu} + \frac{1}{2} g_\sigma^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = 0, \tag{22}$$

где $T_{\mu\nu}$ означает $g_{\nu\sigma}T_\mu^\sigma$. Мы имеем здесь 4 уравнения, которым должны удовлетворять энергетические компоненты материи.

Следует отметить, что (обще-ковариантные законы сохранения импульса и энергии (21) и (22) получены *только* из одних уравнений (7) для поля тяготения в соединении с постулатом общей ковариантности (относительности) без применения уравнений поля (8) для материальных явлений.

А. ЭЙНШТЕЙН[1]).

ВОПРОСЫ КОСМОЛОГИИ И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.

Хорошо известно, что дифференциальное уравнение Пуассона

$$\Delta\varphi = 4\pi K\rho \tag{1}$$

в совокупности с уравнением движения материальной точки не могут вполне заменить теорию дальнодействия Ньютона. Необходимо добавить условие, что потенциал φ в пространственной бесконечности стремится к определенному пределу. Аналогичное положение вещей имеет место в теории тяготения общего принципа относительности; здесь также к дифференциальным уравнениям должны быть прибавлены граничные условия для пространственной бесконечности, если мы на самом деле рассматриваем мир бесконечно протяженным в пространственном отношении.

При рассмотрении планетной проблемы я выбрал эти граничные условия в виде следующего допущения: можно выбрать такую координатную систему, относительно которой все потенциалы тяготения $g_{\mu\nu}$ в пространственной бесконечности становятся постоянными. Но a priori отнюдь не очевидно, что при рас-

[1]) Sitzungsber. d. Preussischen Akad. Wissenschaften. 1917 стр. 142

смотрении более значительных частей мира можно пользоваться теми же самыми граничными условиями. В дальнейшем изложены соображения, которые мною были получены до сих пор по поводу этого принципиально важного вопроса.

§ 1. Теория Ньютона.

Хорошо известно, что граничное условие Ньютона о существовании постоянного предела для φ в пространственной бесконечности ведет к представлению, что плотность материи в бесконечности делается равной нулю. В самом деле, представим себе, что во вселенной можно найти место, вокруг которого поле тяготения материи, рассматриваемое в целом, обладает шаровой симметрией (центр). Тогда из уравнения Пуассона следует, что средняя плотность ρ с увеличением расстояния r от центра должна стремиться к нулю быстрее, чем $\frac{1}{r^2}$, для того, чтобы φ в бесконечности стремилось к некоторому пределу[1]). В этом смысле мир по Ньютону конечен, хотя и может обладать бесконечно большой общей массой.

Отсюда прежде всего следует, что излучение, испускаемое небесными телами, частично покинет систему мира Ньютона по радиальному от центра направлению, с тем, чтобы бездейственно затеряться в бесконечности. Не может ли произойти того же с целыми небесными телами? Вряд ли это можно отрицать. Ибо из предположения о существовании конечного предела для φ в пространственной бесконечности следует, что

[1]) ρ есть средняя плотность материи, определенная для области пространства, большой по сравнению с расстоянием между соседними неподвижными звездами, но малой по сравнению с размерами всей звездной системы.

небесное тело, имеющее конечную кинетическую энергию, может, преодолев ньютоновы силы притяжения, попасть в пространственную бесконечность. На основании статистической механики этот случай должен повторяться до тех пор, пока общая энергия звездной системы достаточно велика, чтобы — при переносе ее на одно небесное тело — позволить последнему совершить путешествие в бесконечность, откуда оно никогда не сможет вернуться.

Можно было бы попытаться обойти эту своеобразную трудность при помощи допущения, что указанный граничный потенциал имеет в бесконечности очень большое значение. Это было бы приемлемо, если бы изменение потенциала тяготения не обусловливалась самим небесным телом. В действительности мы с неизбежностью приходим к заключению, что наличие значительных разностей потенциалов поля тяготения противоречит фактам. Разности потенциалов, наоборот, должны быть столь малого порядка, чтобы скорости звезд, вызванные ими, не превосходили действительно наблюдаемых скоростей.

Если применить больцмановский закон распределения газовых молекул к звездам, сравнивая звездную систему с газом, находящимся в стационарном тепловом движении, то придется заключить, что ньютонова звездная система вообще не может существовать. Ибо конечной разности потенциалов между центром и пространственной бесконечностью соответствует конечное соотношение плотностей. Следовательно, нулевая плотность в бесконечности влечет за собой нулевую плотность в центре.

Эти трудности, повидимому, нельзя преодолеть, оставаясь на почве теории Ньютона. Можно задать себе вопрос, нельзя ли их устранить при помощи изменения теории Ньютона. Для этого прежде всего укажем путь, который сам по себе не требует, чтобы его рассматривали всерьез, но служит только для того, чтобы лучше уяснить изложенное в дальнейшем. Вместо уравнения Пуассона напишем:

$$\Delta\varphi - \lambda\varphi = 4\pi K\rho, \tag{2}$$

где λ представляет собой некоторую универсальную константу. Если ρ_0 есть (равномерная) плотность распределения массы, то

$$\varphi = -\frac{4\pi K}{\lambda}\rho_0 \tag{3}$$

есть решение уравнения (2). Это решение соответствует случаю равномерного распределения материи неподвижных звезд по пространству, причем плотность ρ_0 может равняться действительной средней плотности материи мирового пространства. Решение соответствует бесконечно протяженному пространству, в среднем равномерно наполненному материей. Если представить себе, что материя местами распределена неравномерно и что это обстоятельство нисколько не меняет средней плотности распределения, то к постоянному значению φ равенства (3) придется прибавить добавочное φ, которое вблизи более плотных масс будет тем более похоже на поле Ньютона, чем меньше $\lambda\varphi$ по сравнению с $4\pi K\rho$.

Такой мир не имел бы центра по отношению к полю тяготения и не было бы надобности допускать, что плотность уменьшается в пространственной бесконечности; наоборот, и средний потенциал и средняя плотность были бы постоянны вплоть до бесконечности. Конфликт, констатированный между теорией Ньютона и статистической механикой, здесь отсутствует. При определенной (крайне малой) плотности

материя находится в равновесии, не требуя внутренних сил материи (давление) для поддержания этого равновесия.

§ 2. Граничные условия согласно общей теории относительности.

В дальнейшем я поведу читателя по дороге, пройденной мною самим, по дороге несколько непрямой и неровной, так как только при этом я могу надеяться, что он отнесется с интересом к конечному результату. Я прихожу к убеждению, что уравнения поля тяготения, которых я до сих пор придерживался, нуждаются еще в небольшой модификации, для того чтобы можно было на базе общей теории относительности избежать тех принципиальных трудностей, которые в предыдущем параграфе были указаны для ньютоновой теории. Это изменение вполне соответствует переходу от уравнения Пуассона (1) к уравнению (2) предыдущего параграфа. В конечном итоге мы, при этом, получим, что граничные условия в пространственной бесконечности вообще отпадают, так как мировой континуум должен в отношении своих пространственных размеров рассматриваться как замкнутый континуум, имеющий конечный пространственный (трехмерный) объем.

Мнение, защищавшееся мною недавно относительно граничных условий, которые должны иметь место в пространственной бесконечности, покоилось на следующих соображениях. В последовательной теории относительности не может быть инерции *относительно „пространства“*, но есть инерция масс *относительно друг друга*. Поэтому, если я пространственно удалю какую-нибудь массу на достаточное расстояние от всех других масс мира, то инерция этой массы должна будет уменьшится до нуля.

Попробуем это условие сформулировать математически.

На основании общей теории относительности (отрицательный) импульс дается первыми тремя компонентами, энергия — последней компонентой умноженного на $\sqrt{-g}$ ковариантного тензора

$$m\sqrt{-g}\, g_{\mu\alpha}\, \frac{dx_\alpha}{ds}, \tag{4}$$

причем, как всегда,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu. \tag{5}$$

В особенно наглядном случае, когда координатная система может быть выбрана так, чтобы поле тяготения в каждой точке было пространственно изотропно, эта величина принимает более простой вид:

$$ds^2 = -A\left(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2\right) + B dx_4^2.$$

Если, одновременно,

$$\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3 B},$$

то в случае малых скоростей из выражения (4) имеем для компонент импульса в первом приближении

$$m\frac{A}{\sqrt{B}}\,\frac{dx_1}{dx_4},\quad m\frac{A}{\sqrt{B}}\,\frac{dx_2}{dx_4},\quad m\frac{A}{\sqrt{B}}\,\frac{dx_3}{dx_4}$$

и для энергии (в случае покоя)

$$m\sqrt{B}.$$

Из выражений импульса следует, что $m\frac{A}{\sqrt{B}}$ играет роль инертной массы. Так как m есть константа, свойственная точечной массе и независимая

от положения этой массы, то, при соблюдении условия, установленного для определителя, это выражение в пространственной бесконечности только тогда обратится в нуль, когда A стремится к нулю, а B к бесконечности. Подобного рода вырождение коэффициентов $g_{\mu\nu}$ представляется нам таким образом как бы следствием постулата об относительности всякой инерции. За этим следует также и то, что потенциальная энергия $m\sqrt{B}$ точки делается в бесконечности бесконечно большой. Таким образом, точечная масса никогда не может покинуть систему; более подробное исследование показывает, что то же самое справедливо и для лучей света. Система мира при таком значении потенциалов тяготения в бесконечности не подвергалась бы, следовательно, опасности стать пустой, на что указывалось при обсуждении теории Ньютона.

Добавлю, что упрощенные допущения о потенциалах тяготения, которые легли в основу этого рассуждения, введены только ради большей наглядности. Для выражения свойств $g_{\mu\nu}$ в бесконечности можно найти общие формулировки, которые выразят сущность дела без каких-либо ограничивающих допущений.

Пользуясь дружеской помощью математика Я. Громмера, я исследовал центрально-симметричные, статические поля тяготения, которые вырождаются в бесконечности указанным образом. Из заданных потенциалов тяготения $g_{\mu\nu}$ на основе уравнений поля тяготения был вычислен энергетический тензор $T_{\mu\nu}$ материи. Но при этом оказалось, что для звездной системы подобного рода граничные условия никак не могут быть приняты в соображение, что недавно и вполне справедливо было отмечено также астрономом де Ситтером.

В самом деле контравариантный энергетический тензор $T^{\mu\nu}$ весомой материи имеет следующий вид

$$T^{\mu\nu} = \rho \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds},$$

где ρ означает плотность материи, измеренную естественным способом. При надлежаще выбранной координатной системе скорости звезд очень малы сравнительно со скоростью света. Поэтому ds можно заменить через $\sqrt{g_{44}}dx_4$. Отсюда видно, что все компоненты тензора $T^{\mu\nu}$ очень малы по сравнению с последней его компонентой T^{44}. Но это условие никак нельзя было совместить с выбранными граничными условиями. После всего изложенного этот результат не вызывает удивления. Факт незначительности звездных скоростей позволяет сделать заключение, что всюду, где имеются неподвижные звезды, потенциал тяготения (в нашем случае $\sqrt{B}$) не может быть значительно выше, чем у нас; это следует из статистических соображений так же, как и в теории Ньютона. Во всяком случае наши вычисления привели меня к убеждению, что подобные условия вырождения для $g_{\mu\nu}$ в пространственной бесконечности не должны быть постулированы.

После неудачи этой попытки представляются прежде всего две возможности: или а) требовать, как в случае планетной проблемы, чтобы в пространственной бесконечности $g_{\mu\nu}$ при надлежаще выбранной системе координат стремились к значениям:

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

или b) не устанавливать для пространственной бесконечности никаких граничных условий, претендующих на всеобщую справедливость; в каждом отдельном случае следует особо задавать $g_{\mu\nu}$ на пространственной границе рассматриваемой области так же, как мы привыкли это делать до сих пор, задавая начальные условия во времени.

Возможность b) не соответствует какому-либо решению проблемы и означает отказ от ее решения. Правомерность этой точки зрения нельзя отрицать; на ней стоит в настоящее время де Ситтер [1]), но я должен признаться, что мне трудно было бы пойти на столь большие уступки в этом принципиальном вопросе. Я решусь на это только тогда, когда все усилия, направленные к тому, чтобы притти к удовлетворительному представлению о граничных условиях, окажутся бесполезными.

Возможность а) во многих отношениях неудовлетворительна. Во-первых, эти граничные условия предполагают определенный выбор координатной системы, что не согласно с духом принципа относительности. Во-вторых, при этом представлении нужно отказаться от того, чтобы удовлетворить требованию об относительности инерции. В самом деле, инерция материальной точки с естественно измеренной массой m зависит от $g_{\mu\nu}$; но последние лишь очень мало отличаются от постулированных значений для пространственной бесконечности. Благодаря этому инерция, хотя и *подвергалась бы воздействию* со стороны (имеющейся в конечном пространстве) материи, но все-таки не была бы последней *обусловлена*. Если бы существовала только одна материальная точка, то она

[1]) D. Sitter, Akad. van Wetensch. te Amsterdam 8 ноября 1916.

согласно этому представлению обладала бы почти такой же инерцией, как и в том случае, когда она окружена всеми прочими массами нашего реального мира. Наконец, против этого представления нужно выдвинуть те же статистические сомнения, которые выше были указаны для теории Ньютона.

Из сказанного до сих пор вытекает, что мне не удалось установить граничные условия для пространственной бесконечности. Тем не менее существует еще одна возможность, позволяющая обойтись без отказа, указанного в b). Если бы можно было рассматривать мир в его пространственной протяженности как замкнутый континуум, то подобного рода граничные условия были бы вообще не нужны. Из дальнейшего будет видно, что и общее требование относительности и факт незначительности звездных скоростей совместимы с гипотезой пространственной замкнутости всего мира; для осуществления этой мысли потребовалось все же некоторое обобщающее изменение уравнений поля тяготения.

§ 3. Пространственно замкнутый мир с равномерно распределенной материей.

По общей теории относительности метрический характер (кривизна) четырехмерного пространственно-временного континуума определяется в каждой точке находящейся в ней материей и состоянием последней. Поэтому, вследствие неравномерности распределения материи метрическая структура этого континуума по необходимости должна быть крайне запутанной. Но если вопрос касается структуры пространства в целом, то мы имеем право представлять себе материю как бы равномерно распределенной по чрезвычайно большим областям пространства, так что ее плотность распределения становится чрезвычайно медленно изменяющейся функцией. Мы поступаем в этом отношении так же, как геодезисты, которые уподобляют поверхность земли, имеющую на небольших участках крайне сложный вид, приближенно эллипсоиду.

Самое важное из всего известного нам из опыта о распределении материи заключается в том, что относительные скорости звезд очень малы по сравнению со скоростью света. Поэтому, я полагаю, что мы на первых порах можем в основу нашего рассуждения положить следующее приближенное допущение: имеется координатная система, относительно которой материя может быть рассматриваема как пребывающая в течение продолжительного времени в покое. По отношению к этой координатной системе контравариантный энергетический тензор материи $T^{\mu\nu}$, в силу (5), имеет, следовательно, следующий простой вид:

$$\left.\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{matrix}\right\} \qquad (6)$$

Скаляр ρ (средней) плотности распределения может a priori быть функцией пространственных координат. Но, если мы принимаем, что мир пространственно замкнут в себе, то естественно сделать гипотезу, что ρ не зависит от местоположения; эту гипотезу мы кладем в основу дальнейшего рассуждения.

Что касается поля тяготения, то из уравнения движения материальной точки

$$\frac{d^2x_\nu}{ds^2} + \left\{ {\alpha\beta \atop \nu} \right\} \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0$$

следует, что материальная точка только тогда может пребывать в покое в статическом поле тяготения, когда g_{44} не зависит от места. Так как, кроме того, мы для всех величин предполагаем независимость от координаты времени x_4, то для искомого решения можем потребовать, чтобы для всех x_ν имело место

$$g_{44} = 1. \tag{7}$$

Далее, как это всегда делается в статических проблемах, нужно положить, что

$$g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0. \tag{8}$$

Теперь остается еще определить те компоненты гравитационного потенциала, которые характеризуют чисто пространственно-геометрическую сторону нашего континуума ($g_{11}, g_{12}, \ldots, g_{33}$). Из нашего допущения равномерности распределения масс, создающих поле, следует, что и кривизна искомого пространства должна быть постоянной. Таким образом, при заданном распределении масс искомый замкнутый континуум (x_1, x_2, x_3 при постоянном x_4) должен быть сферическим пространством.

Такое пространство получается, например, следующим образом. Мы исходим из эвклидова пространства ($\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$) четырех измерений с линейным элементом $d\sigma$; пусть будет, следовательно,

$$d\sigma^2 = d\xi_1^2 + d\xi_2^2 + d\xi_3^2 + d\xi_4^2. \tag{9}$$

В этом пространстве мы рассматриваем гиперповерхность

$$R^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2, \tag{10}$$

где R есть константа. Точки этой гиперповерхности образуют трехмерный континуум — сферическое пространство с радиусом кривизны R.

Четырехмерное эвклидово пространство, из которого мы исходили, служит только для удобного определения нашей гиперповерхности. Нас интересуют одни только точки этой поверхности, метрические свойства которой должны совпадать со свойствами физического пространства при условии равномерного распределения материи. Для описания этого трехмерного континуума можно пользоваться координатами ξ_1, ξ_2, ξ_3 (проекция на гиперплоскость $\xi_4 = 0$), так как в силу (10) можно ξ_4 выразить через ξ_1, ξ_2, ξ_3. Исключив ξ_4 из (9), получим следующее выражение для линейного элемента сферического пространства

$$\left.\begin{aligned} d\sigma^2 &= \gamma_{\mu\nu} d\xi_\mu d\xi_\nu, \\ \gamma_{\mu\nu} &= \delta_{\mu\nu} + \frac{\xi_\mu \xi_\nu}{R^2 - \rho^2}, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

где $\delta_{\mu\nu} = 1$, если $\mu = \nu$ и $\delta_{\mu\nu} = 0$, если $\mu \neq \nu$, а $\rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$. Выбранные координаты удобны, когда речь идет об исследовании окрестности одной из двух точек $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$.

Итак нам дан теперь также и элемент линии искомого пространственно-временного четырехмерного мира.

Мы, очевидно, должны для потенциалов $g_{\mu\nu}$, у которых оба значка отличаются от 4, написать

$$g_{\mu\nu} = -\left(\delta_{\mu\nu} + \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}\right). \tag{12}$$

Это уравнение в соединении с (7) и (8) вполне определяет свойства масштабов, часов и лучей света в рассматриваемом четырехмерном мире.

§ 4. О добавочном члене, который необходимо ввести в уравнения поля тяготения.

Уравнения поля тяготения, предложенные мною, имеют для произвольно выбранной системы координат следующий вид:

$$G_{\mu\nu} = -\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right),$$

где

$$\left.\begin{aligned} G_{\mu\nu} = &-\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\begin{Bmatrix}\mu\nu\\ \alpha\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\mu\alpha\\ \beta\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\nu\beta\\ \alpha\end{Bmatrix} + \\ &+ \frac{\partial^2 \lg\sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \begin{Bmatrix}\mu\nu\\ \alpha\end{Bmatrix}\frac{\partial \lg\sqrt{-g}}{\partial x_\alpha}.\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Система уравнения (13) никоим образом не будет удовлетворена, если вместо $g_{\mu\nu}$ подставить их значения из (7), (8) и (12) и вместо (контравариантного) энергетического тензора материи — значения, приведенные в (6). В следующем параграфе будет показано, как удобнее всего произвести подобный расчет. Если бы, таким образом, не подлежало сомнению, что одни только уравнения поля (13), применявшиеся мною до сих пор, совместимы с постулатом общей относительности, то мы, конечно, должны были бы заключить, что теория относительности не допускает гипотезы о пространственной замкнутости мира.

Система уравнений (13) допускает, однако, одно весьма простое обобщение, совместимое с постулатом относительности и вполне аналогичное данному выше в виде уравнения (2) обобщению уравнения Пуассона. В самом деле, мы можем к левой части уравнения поля (13) прибавить фундаментальный тензор $g_{\mu\nu}$, помноженный на неизвестную пока универсальную

константу — λ, не уничтожая этим общей ковариантности; вместо уравнения поля (13) положим

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right). \qquad (13a)$$

Это уравнение поля — при достаточно малом λ — во всяком случае тоже совместимо с результатами наблюдений над солнечной системой. Оно удовлетворяет также законам сохранения импульса и энергии; в самом деле, можно вместо (13) получить (13a), если в принцип Гамильтона, гарантирующий правильность этих законов, подставить вместо скаляра римановского тензора этот же скаляр, увеличенный на универсальную постоянную. Ниже будет показано, что уравнение поля (13a) совместимо с нашими положениями, касающимися поля и материи.

§ 5. Проведение вычисления. Результат.

Так как все точки нашего континуума равноценны, то достаточно выполнить вычисление для *одной* точки, например, для одной из двух точек, с координатами $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$. При этом вместо $g_{\mu\nu}$ в (13a) должны быть подставлены значения

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

везде там, где $g_{\mu\nu}$ либо не дифференцированы или же продифференцированы только один раз. Таким образом получается сначала

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} = &\frac{\partial}{\partial x_1}\begin{bmatrix}\mu\nu\\ 1\end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_2}\begin{bmatrix}\mu\nu\\ 2\end{bmatrix} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_3}\begin{bmatrix}\mu\nu\\ 3\end{bmatrix} + \frac{\partial^2 \lg\sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu}.\end{aligned}$$

Приняв во внимание (7), (8) и (13), легко найдем, что все уравнения (13а) удовлетворяются, если выполнены оба соотношения:

$$-\frac{2}{R^2}+\lambda=-\frac{\varkappa\rho}{2}, \quad -\lambda=-\frac{\varkappa\rho}{2},$$

или

$$\lambda=\frac{\varkappa\rho}{2}=\frac{1}{R^2}. \qquad (14)$$

Итак, вновь введенная универсальная константа λ определяет как среднюю распределенную плотность ρ, которая может сохраняться в состоянии равновесия, так и радиус R сферического пространства и его объем $2\pi^2R^3$. Общая масса M мира, по нашему представлению, конечна и равняется

$$M=\rho\cdot 2\pi^2R^3=4\pi^2\frac{R}{\varkappa}=\frac{\sqrt{32\pi^2}}{\sqrt{\varkappa^3\cdot\rho}}. \qquad (15)$$

Если реальный мир соответствует нашему рассуждению, то теоретическое представление о нем будет следующим. Характер кривизны пространства меняется со временем и местом в зависимости от распределения материи, однако, это пространство можно в целом приближенно представить в виде сферического пространства. Во всяком случае это представление логически лишено противоречий и с точки зрения общей теории относительности является наипростейшим. Мы не будем здесь разбирать вопрос о том, приемлемо ли это представление с точки зрения современных астрономических знаний. Для того чтобы притти к этому свободному от противоречий представлению, мы должны были все же ввести новое расширение уравнений поля тяготения, не оправдываемое нашим действительным знанием о тяготении. Необходимо, однако, отметить, что положительная кривизна пространства, обусловленная находящейся в нем материей, получается и в том случае, когда указанный добавочный член не вводится; последний нам необходим для того, чтобы создать возможность квазистатического распределения материи, так как последнее соответствует факту малых звездных скоростей.