

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Проблема высокотемпературной сверхпроводимости. Современное состояние

Е.Г. Максимов

*Представлен обзор теоретических и экспериментальных исследований, касающихся высокотемпературных сверхпроводников, в том числе купратных соединений. Критический анализ современных представлений позволяет утверждать, что свойства сверхпроводящих купратов в нормальном состоянии мало отличаются от свойства "обычных" металлов. Показано, что эксперименты демонстрируют наличие сильных релаксационных процессов при низких энергиях в нормальном состоянии ВТСП-систем. На основе первопринципных расчетов оптических спектров и электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) сделан вывод о том, что с помощью электрон-фононного механизма можно объяснить многие особенности низкоэнергетических релаксационных процессов в ВТСП-системах, включая высокую критическую температуру. Однако одного ЭФВ недостаточно для описания многих свойств сверхпроводящего состояния, в частности, анизотропного d-спаривания, наблюдаемого в купратах. Подробно обсуждаются различные модели, позволяющие описать свойства сверхпроводящего состояния купратов с учетом ЭФВ и кулоновского отталкивания.*

PACS numbers: 74.20.-z, 74.72.-h, 71.10.Ay, 71.15.Mb

## Содержание

1. Введение и кое-что о мифах (1033).
  2. Что такое "обычный" металл? (1036).
  3. Насколько далеки сверхпроводящие купраты от "обычных" металлов? (1045).
  4. Загадка сверхпроводящего состояния в купратах (1052).
  5. Заключение, или есть ли свет в конце туннеля (1058).
- Список литературы (1059).

*Тьмы низких истин нам дороже  
нас возвышающий обман ...*

А.С. Пушкин

## 1. Введение и кое-что о мифах

Изучение высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) продолжается уже более 35 лет. Легко выделить два этапа в ее развитии, которые можно было бы назвать условно "доисторическим" и "историческим". Первый начался с пионерских работ Гинзбурга [1] и Литтла [2] о возможном существовании высокотемпературных сверхпроводников за счет взаимодействия электронов не с фононами, а с электронными возбуждениями,

энергия которых гораздо больше энергии фононов. Начало второго этапа можно датировать публикацией Беднорца и Мюллера [3], которые сообщили о вероятном наблюдении сверхпроводимости в соединении  $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$  с рекордной критической температурой перехода  $T_c \approx 30$  К.

Введенные нами определения двух этапов в развитии проблемы ВТСП не несут никаких оценочных характеристик, хотя, конечно, имеются заметные отличия этих двух этапов. Наиболее серьезным из них является масштаб исследований и количество публикаций. Число публикаций по проблеме ВТСП, появившихся после 1986 г., существенно превышает полное число вообще всех предшествующих публикаций по сверхпроводимости, начиная с ее открытия в 1911 г. Более того, после открытия сверхпроводимости в купратных соединениях с иттрием (YBCO) [4] с  $T_c \approx 90$  К и ртутью [5, 6] с  $T_c \approx 135-160$  К проблема ВТСП из чисто научной превратилась в практически значимую, благодаря возможности крайне важных технических приложений. Это обстоятельство и стало, в основном, причиной мощного притока финансов и новых исследователей в эту область. Этот поток, как сель, смыл почти до конца воспоминания о достаточно продуктивном этапе исследований проблемы ВТСП, предшествующем ее экспериментальному обнаружению.

Предварительные итоги первого этапа были подведены в книге [7]. Основными достижениями этого "доисторического" этапа можно считать следующие результаты:

— четкое и ясное осознание того, что помимо хорошо известного электрон-фононного механизма сверхпрово-

Е.Г. Максимов. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН  
117924 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация  
Тел. (095) 135-75-11. Факс (095) 135-85-33  
E-mail: maksimov@lpi.ru

Статья поступила 10 мая 2000 г.

димости, обусловленного межэлектронным притяжением за счет обмена фононами, могут существовать и другие механизмы, связанные с межэлектронным кулоновским взаимодействием;

— доказательство отсутствия каких-либо строгих, на уровне законов природы, ограничений на возможное значение критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$ . Противоположное утверждение было выдвинуто весьма авторитетными специалистами в теории сверхпроводимости Андерсоном и Коэном [8] и, безусловно, оказало отрицательное влияние на развитие исследований по проблеме ВТСП;

— было доказано также, что высокие значения  $T_c$  могут быть получены только в системах с сильными эффектами локального поля, т.е. в системах с сильным взаимодействием [7, 9]. Дело не только в том, что в соответствии с хорошо известной формулой Бардина–Купера–Шриффера (БКШ)

$$T_c = 1,14\bar{\omega} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right) \quad (1)$$

температура  $T_c$  экспоненциально мала при малых константах связи  $\lambda$ . Ситуация здесь несколько сложнее. Было показано [7–9], что необходимым, но недостаточным условием существования высоких  $T_c$  является наличие отрицательных значений статической диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0) < 0$ . Это неравенство может выполняться, как было строго доказано в [7, 9], только в системах с сильным взаимодействием (см. также недавний обзор [10]);

— был выполнен подробный анализ [11] различных факторов, определяющих значение  $T_c$  при фононном механизме сверхпроводимости. Была отмечена перспективность дальнейших исследований оксидов, нитридов и карбидов металлов, в которых из-за малой массы атомов кислорода, азота и углерода могут существовать высокие значения фононных частот. Была показана существенная роль ионности в этих соединениях, приводящей к значительному увеличению матричного элемента электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ). К сожалению, в хорошо известных к тому времени металлических соединениях атомы легкого элемента практически не принимают участия в ЭФВ, поскольку их электронные состояния находятся глубоко под поверхностью Ферми.

Новый этап развития проблемы ВТСП, помимо самого факта экспериментального обнаружения соответствующих систем и уже упоминавшейся масштабности исследований, имел ряд других отличий, в том числе и в теоретических подходах. Как уже отмечалось, довольно давно стало ясно, что высокие значения  $T_c$  могут существовать лишь в системах с сильным взаимодействием. На первом "доисторическом" этапе не уделялось достаточное внимание конкретному изучению таких ВТСП-систем. Основная же часть исследований второго этапа связана именно с изучением эффектов сильного обменно-корреляционного взаимодействия и их проявлений как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях.

Большая часть теоретических работ связана с моделью Хаббарда, в которой основную роль играет сильное кулоновское отталкивание электронов на одном центре. Именно в рамках модели Хаббарда были предложены две наиболее радикальные идеи о природе высокотемпературной сверхпроводимости в купратах

[12, 13]. Они основаны на модели так называемых резонансных валентных связей [14], описывающих спиновую жидкость синглетных электронных пар. Фактически, эти идеи в значительной мере опираются на результаты, полученные для одномерных моделей взаимодействующих электронов. В них низкотемпературное поведение электронов резко отличается от стандартного поведения в обычных трехмерных системах. Электрон, обладающий зарядом и спином, перестает быть хорошо определенным возбуждением. Происходит так называемое разделение заряда и спина. Спин переносится незаряженным фермионом, обычно называемым спином, а заряд — бесспиновым возбуждением, холоном. Подобную систему, в отличие от обычной ферми-жидкости, принято называть латтинжеровской жидкостью [15]. Основная идея о сущности ВТСП-систем, развиваемая Андерсоном [12], заключается в том, что электронная система в таких соединениях представляет собой именно латтинжеровскую жидкость как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии.

Автор настоящего обзора не берется описывать детали этого подхода, поскольку они видоизменяются, и достаточно радикально, на протяжении последних десяти лет. Seriously обновленная его версия была представлена Андерсоном в 1999 г. [16].

Отличие идеи, предложенной Лафлином и др. [13], от подхода Андерсона заключается в использовании дробной статистики для описания низкоэнергетических возбуждений в ВТСП-системах. Это означает, что соответствующие возбуждения не являются ни бозонами, ни фермионами. В квантовой теории поля для них используют термин "анионы" (anyon). Существенно при этом, что анионная теория приводит к нарушению симметрии относительно обращения времени, поскольку в системе фактически возникают спонтанные магнитные потоки. Экспериментальные данные [17, 18], судя по всему, опровергают такую возможность. Теория ВТСП-систем, развиваемая Андерсоном, также не вызывает энтузиазма у большей части исследователей [19] (см. также критическую рецензию [20] на книгу [12]).

Значительная часть теоретических исследований ВТСП-соединений на втором этапе, как, впрочем, и на первом, сводится к довольно стандартной процедуре. Рассматривается система квазичастичных электронных возбуждений, только вместо фононов и экситонов, приводящих к межэлектронному притяжению и спариванию, вводится нечто иное. Это могут быть спиновые флуктуации [21, 22], образование "спиновых мешков" [23, 24], специфика зонной структуры, обладающей так называемым "нестингом" [25] и т.п.

Единственное отличие второго этапа — это более детальное исследование моделей, основанных на существовании сильного межэлектронного отталкивания, которое может приводить к анизотропному d-спариванию. Сама возможность возникновения сверхпроводящего состояния в системах с межчастичным отталкиванием далеко не нова. Впервые она была сформулирована в работе Кона и Латтинжера [26], где было показано, что электронное спаривание в таких системах может возникать не в изотропном s-канале, а в более высоких гармониках. Возможность спаривания за счет взаимодействия со спиновыми флуктуациями также была указана достаточно давно в работе Ахиезера и Померанчука [27]. К моменту открытия ВТСП в купратах уже

было известно [28] р-спаривание в жидком  $^3\text{He}$  за счет опять же спиновых флуктуаций, а также возможное d-спаривание в системах "тяжелых" фермионов [29]. Хотя, конечно, продолжают и попытки построения анизотропных моделей ВТСП-систем, использующих различные механизмы межэлектронного притяжения (см. обзоры [30, 31]). Мы еще вернемся к обсуждению этих вопросов в последующих разделах настоящего обзора, но прежде хотелось бы немного поговорить о многочисленных мифах, сопровождающих проблему ВТСП с самого начала ее зарождения и по настоящее время.

Один из первых мифов был порожден выступлением известного американского физика-экспериментатора Маттиаса на первой конференции по ВТСП-проблеме в 1966 г., когда он сравнил ее с проблемой НЛЮ. Таким образом, сама проблема ВТСП рассматривалась многими исследователями как миф. И это единственный из мифов, который, хотя и нанес значительный урон делу поиска ВТСП-материалов, но приказал долго жить после 1986 г. Остальные оказались гораздо более живучими. Об одном из них упоминалось в начале этого раздела. Это утверждение Коэна и Андерсона [8] о существовании очень сильного ограничения на возможное увеличение значений  $T_c$  за счет электронных механизмов притяжения из-за неравенства

$$\varepsilon(\mathbf{q}, 0) > 0, \tag{2}$$

являющегося, по мнению авторов [8] критерием устойчивости системы. Киржниц показал [32], что в действительности условие устойчивости системы заряженных частиц сводится к неравенству

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{q}, 0)} < 1, \tag{3}$$

которое выполняется как при  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0) > 1$ , так и при  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0) < 0$ . Более того, было показано [33], что существование отрицательных значений  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0)$  не только возможно, но даже неизбежно для целого ряда стабильных систем, в частности, для многих металлов, за счет фононного вклада в  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0)$ . В качестве курьеза отметим, что отрицательные значения  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0)$  для широкого интервала импульсов  $\mathbf{q}$  существуют [33, 34] в хорошо известной системе (правда, не имеющей прямого отношения к ВТСП), а именно, в расплавленной поваренной соли. Тем не менее утверждения о невозможности неравенства  $\varepsilon(\mathbf{q}, 0) < 0$  продолжают кочевать по литературе, как и утверждение, что  $T_c$  при фононном механизме сверхпроводимости не может превосходить 40 К, высказанное также в работе [8].

Второй этап изучения ВТСП привнес целый ряд новых мифов. Один из них можно представить в виде таблицы, которая раз за разом появляется во многих обзорах, оригинальных работах и приглашенных докладах на международных конференциях по ВТСП. Фрагмент этой таблицы воспроизведен на рис. 1. Обычно обсуждение этой таблицы содержит дополнительно утверждения типа: "наиболее ярким доказательством необычного поведения ВТСП-систем является линейная зависимость их электросопротивления от температуры". Что можно сказать по этому поводу? Во-первых, в природе не существует ни одного так называемого "обычного" (conventional) металла, сопротивление кото-

Metal	Conventional	High $T_c$
Resistivity	$\rho \sim T^2$	$\rho \sim T$
Quasiparticle lifetime, $1/\tau(T, \omega)$	$aT^2 + b\omega^2$	$aT + b\omega$
Spin excitation spectrum	Flat	Peaked at $\mathbf{Q}_i \sim (\pi/a, \pi/a)$

Рис. 1. Типичные представления об отличии ВТСП-систем от остальных металлов.

рого было бы пропорционально  $T^2$  в достаточно широком интервале температур. В этом легко убедиться, взглянув на рис. 2, взятый из русского перевода известного учебника Киттеля [35]. На нем изображена зависимость электросопротивления  $\rho$  от температуры, описываемая стандартной формулой Блоха – Грюнайзена, учитывающей эффекты ЭФВ. Эта формула может быть записана в виде

$$\rho = A \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^5 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^5 dx}{\sinh^2 x}, \tag{4}$$

где  $A$  — некоторая материальная постоянная металла и  $\Theta_D$  — кинетическая дебаевская температура, которая может отличаться от соответствующей термодинамической величины. Из рисунка 2 видно, что в соответствии с формулой Блоха – Грюнайзена сопротивление металла при температурах  $T \geq \Theta_D/5$  ведет себя как

$$\rho \sim T. \tag{5}$$

Таким образом, у большей части металлов сопротивление линейно зависит от  $T$  уже при температурах

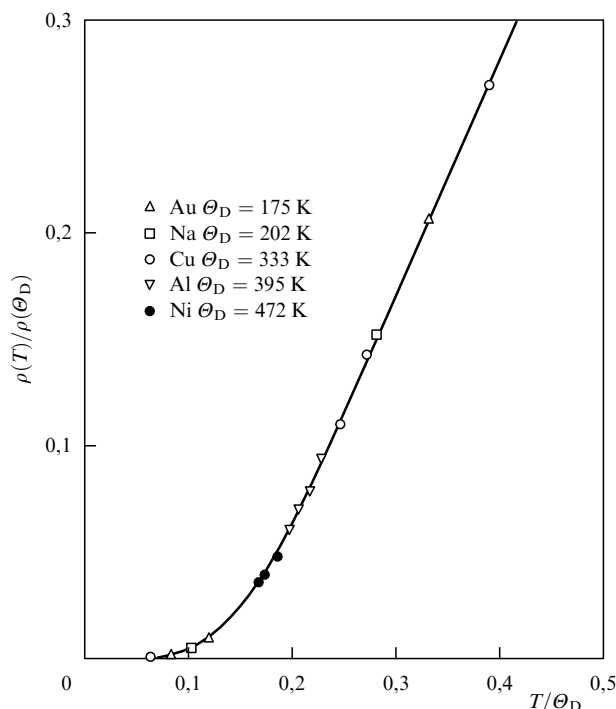


Рис. 2. Температурная зависимость электросопротивления. Сплошная кривая построена по формуле Блоха – Грюнайзена. Указаны экспериментальные точки для некоторых металлов.

$T \sim 40-100$  К. Следовательно, линейная зависимость  $\rho(T)$ , наблюдающаяся в сверхпроводящих купратах при  $T \sim 40-80$  К не может рассматриваться как что-то принципиально отличное от всех других "обычных" металлов. Мы еще обсудим этот вопрос более подробно, а сейчас отметим только, что, как видно из рис. 2, универсальную зависимость  $\rho(T)$  демонстрируют не только простые металлы (Al), но и переходные, и даже магнитные (Ni).

Еще один миф (точнее, целая мифология) связан с теорией ферми-жидкости Ландау. Значительная часть работ по ВТСП-купратам как теоретических, так и экспериментальных, содержит утверждения типа "не вызывает никаких сомнений, что электронная система в этих соединениях демонстрирует неферми-жидкостное поведение". Чтобы разобраться с этим вопросом, сформулируем основную идею теории ферми-жидкости Ландау: "Система сильно взаимодействующих ферми-частиц при достаточно низких температурах  $T < T^*$  и энергиях  $\omega < \omega^*$  ведет себя как ферми-газ слабо взаимодействующих квазичастиц, имеющих хорошо определенную поверхность Ферми и затухание квазичастиц  $1/\tau \sim \omega^2$ . Объем ферми-поверхности для квазичастиц точно такой же, как и для невзаимодействующих частиц, и каждая квазичастица обладает зарядом  $\pm e$  и спином  $\pm 1/2$ ".

Опубликовано большое число работ, посвященных вычислению для ряда моделей температур  $T^*$  и энергий  $\omega^*$ , описывающих кроссовер, как пишут авторы, от "ферми-жидкостного" поведения к "неферми-жидкостному". Прежде всего во всех этих утверждениях имеется, как минимум, лингвистическая ошибка. Величины  $T^*$  и  $\omega^*$  описывают кроссовер не от "ферми-жидкостного" к "неферми-жидкостному" поведению, а от ферми-газового и универсального поведения ( $1/\tau \sim \omega^2$ ,  $\rho \sim T^2$ ) к неуниверсальному, именно, ферми-жидкостному. Помимо лингвистической путаницы важно и другое: сами величины  $T^*$  и  $\omega^*$ , а также поведение системы при  $T > T^*$  и  $\omega > \omega^*$  суть специфические свойства каждой отдельной модели, и их детальное изучение мало что добавляет к общему пониманию физики ферми-систем.

Имеется несколько моделей, в которых действительно нарушается теория ферми-жидкости Ландау. Это означает, что даже и при  $T \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow 0$  система фермионов не описывается моделью газа квазичастиц с определенным зарядом и спином. Один такой пример мы уже приводили — это латтинжеровская жидкость, описывающая одномерный электронный газ. Существует и ряд других моделей (см. недавний обзор [36]). Сама по себе эта проблема вполне интересна и заслуживает серьезного исследования, но важно и другое. Дело в том, что фактически теория ферми-жидкости Ландау, в буквальном смысле, неприменима ни к одному "обычному" или "необычному" металлу. Не существует ни одного металла, в котором процессы релаксации происходили бы за счет слабого взаимодействия квазичастиц, как это должно быть в соответствии с теорией Ландау. Релаксация в металлах осуществляется за счет ЭФВ, за счет взаимодействия электронов с коллективными возбуждениями (спиновыми или зарядовыми флуктуациями) или за счет каких-то более сложных процессов. Это легко понять из простейших оценок обратного времени релаксации, выполненных в работе Аллена [37].

При достаточно высоких температурах

$$\Theta_D < T \ll \varepsilon_F, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_F$  — фермиевская энергия электрона, выражение для обратного времени релаксации за счет ЭФВ  $1/\tau_{\text{eph}}$  и за счет электрон-электронного взаимодействия  $1/\tau_C$  можно записать в виде

$$\frac{1}{\tau_{\text{eph}}} = 2\pi N(0) |\langle V_{\text{eph}} \rangle|^2 \left[ \frac{2T}{\Theta_D} \right], \quad (7)$$

$$\frac{1}{\tau_C} = 2\pi N(0) |\langle V_C \rangle|^2 [N(0)T]^2. \quad (8)$$

Здесь  $N(0)$  — плотность состояний электронов на поверхности Ферми,  $V_{\text{eph}}$  — матричный элемент ЭФВ и  $V_C$  — матричный элемент межэлектронного кулоновского взаимодействия. Величины

$$\lambda_{\text{eph}} = \frac{N(0) |\langle V_{\text{eph}} \rangle|^2}{\Theta_D} \quad \text{и} \quad \lambda_C = N(0) |\langle V_C \rangle|^2 \quad (9)$$

— константы соответственно электрон-фононного и кулоновского взаимодействий. Обычно  $\lambda_{\text{eph}} \approx \lambda_C \approx 1$ . Величины  $[2T/\Theta_D]$  и  $[N(0)T]^2$  можно интерпретировать соответственно как числа фононов и электрон-дырочных пар. При температурах, отвечающих неравенству (6), число фононов на несколько порядков превосходит число электрон-дырочных пар. В результате обратное время релаксации за счет ЭФВ на несколько порядков больше, чем за счет остаточного кулоновского квазичастичного взаимодействия. Ситуация может измениться лишь при очень низких температурах, когда релаксация за счет ЭФВ сильно убывает как  $1/\tau_{\text{eph}} \sim T^5$ .

Как видно уже из этого раздела, настоящий обзор едва ли может претендовать на полное и беспристрастное изложение современного состояния проблемы ВТСП и обсуждение большей части опубликованных по ней работ. Во-первых, физически невозможно не только прочитать все имеющиеся работы, но хотя бы ознакомиться со всеми книгами по этой проблеме. Во-вторых, время беспристрастных и полностью объективных обзоров этой проблемы еще не пришло, поскольку, по словам Ф. Андерсона, "единственный консенсус, который здесь существует, — это полное отсутствие консенсуса". Тем не менее автор заверяет читателей, что он не будет передегивать факты и замечать пыль под ковер, хотя, естественно, не собирается в этом обзоре скрывать свое собственное мнение по большинству затронутых вопросов.

## 2. Что такое "обычный" металл?

Скепсис, выраженный в предыдущем разделе по поводу целого ряда работ по теории ферми-жидкости, проведенных в рамках исследования проблемы ВТСП, ни в коей мере не касается ни Л.Д. Ландау, ни предложенной им крайне плодотворной идеи квазичастиц [38]. Достаточно давно, со времен первых работ Блоха по квантовой теории твердого тела [39], было отмечено, что электроны в металлах ведут себя подобно невзаимодействующим или слабо взаимодействующим частицам. В действительности никакого слабого взаимодействия в метал-

лах не существует. В этом легко убедиться на простейшей модели металла — так называемом однородном электронном газе. Энергия, приходящаяся на один электрон, в такой системе может быть записана в виде [40]

$$E = \frac{2,2099}{r_s^2} - \frac{0,9163}{r_s} - 0,096 + 0,0622 \ln r_s. \quad (10)$$

Здесь  $r_s$  — безразмерный параметр, связанный с плотностью электронов  $n$  соотношением

$$\frac{4\pi}{3}(r_s a_B)^3 = \frac{1}{n}, \quad (11)$$

где  $a_B$  — боровский радиус электрона.

Первое слагаемое в формуле (10) описывает вклад кинетической энергии, второе — вклад обменной энергии и два последних — корреляционной энергии. В случае, когда в системе имеется слабое взаимодействие между частицами, вклад кинетической энергии существенно превышает все остальные вклады, обусловленные межчастичным взаимодействием. Как видно из (10), эта ситуация в однородном электронном газе реализуется лишь при  $r_s < 1$ . В реальных металлах средняя плотность электронов проводимости такова, что для них  $r_s$  находится в интервале  $2 \leq r_s \leq 6$ . Таким образом, даже с точки зрения модели однородного газа, электроны во всех металлах представляют собой систему сильно взаимодействующих частиц. Более того, модель однородного электронного газа малоприспособна для описания свойств переходных металлов, где плотность распределения d-электронов весьма далека от однородной. Это обстоятельство, в свою очередь, может лишь усилить обменно-корреляционные эффекты по сравнению с моделью однородного электронного газа. Как любил повторять по этому поводу Л.Д. Ландау: "Никто не отменял закона Кулона".

Теория ферми-жидкости, созданная первоначально Ландау для незаряженных частиц, была обобщена на случай металлов [41] и плодотворно использована [42] для описания многих явлений, происходящих в металлах при низких температурах. Как мы уже отмечали во введении, процессы релаксации в металлах, по крайней мере, при не очень низких температурах, совершенно не описываются слабым остаточным взаимодействием квазичастиц между собой. Более того, в большинстве металлов, как это видно, например, из рис. 2, они обусловлены ЭФВ. Это утверждение справедливо не только для немагнитных металлов, но и для большей части магнитных. Их электросопротивление, как правило, тоже описывается формулой Блоха–Грюнайзена, и лишь при достаточно высоких температурах  $T \geq 300-400$  К наблюдаются отклонения от линейной зависимости  $\rho(T)$ , связанные, по-видимому, со взаимодействием электронов со спиновыми волнами. Масштаб же этих отклонений существенно меньше, чем сами значения  $\rho(T)$ . Это означает, что само взаимодействие электронов со спиновыми волнами существенно меньше ЭФВ.

Идея описания релаксационных процессов в теории Ландау крайне проста и сводится к построению квазиклассического уравнения Больцмана. Предположим, что нам каким-то способом удалось установить энергию квазичастичных возбуждений  $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$  для любой точки  $\mathbf{r}$  и ее скорость  $\mathbf{v}_\mathbf{k} = \partial\varepsilon/\partial\mathbf{k}$ . Тогда, рассматривая  $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r})$  как

гамильтониан системы, для одночастичной функции распределения  $f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$  квазичастиц можно написать уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left( \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{k}} - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \right) + F_{\text{ext}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{k}} = I(f). \quad (12)$$

Здесь  $F_{\text{ext}}$  — внешняя сила, действующая на квазичастицы, и  $I(f)$  — интеграл столкновений.

В рамках стандартной теории Ландау  $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$  имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t) = \varepsilon_0(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{k}'} f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \delta f(\mathbf{k}', \mathbf{r}), \quad (13)$$

где  $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  — функция взаимодействия Ландау.

Подстановка этого выражения в (12) и приводит к замкнутому выражению для кинетического уравнения. Интегралом же столкновений  $I(f)$  при этом обычно пренебрегают. Данный подход легко распространяется и на учет электрон-фононного взаимодействия. При этом в выражение (13) необходимо добавить зависимость  $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$  от ионных координат  $\{\mathbf{R}_n\}$ . После этого можно разложить функцию  $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t, \{\mathbf{R}_n\})$  в ряд по малым отклонениям ионов  $\mathbf{u}_n$  от положений равновесия  $\mathbf{R}_n^0$ :

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t, \{\mathbf{R}_n\}) = \varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t) + \sum_n \frac{\delta \varepsilon}{\delta \mathbf{R}_n} \mathbf{u}_n. \quad (14)$$

Записывая далее уравнения для смещений  $\mathbf{u}_n$  и разлагая их по фононным переменным, можно полностью решить задачу о релаксации в системе слабо взаимодействующих электронных квазичастиц. Критерием применимости этого подхода является именно наличие хорошо определенных квазичастиц, т.е. справедливость неравенства

$$\varepsilon_0(\mathbf{k}) \geq \frac{1}{\tau}. \quad (15)$$

Здесь  $1/\tau$  — обратное время релаксации, а энергия  $\varepsilon(\mathbf{k})$  отсчитывается от химического потенциала. Как будет видно из дальнейшего, критерий (15), если и выполняется в металлах, то только при очень низких температурах. Уже при  $T \gtrsim \Theta_D/5$  даже за счет ЭФВ электроны перестают быть хорошо определенными квазичастицами и критерий (15) заведомо нарушается.

Тем не менее развитый Ландау подход можно обобщить и на область ферми-жидкостного поведения системы [37, 43–45] при гораздо более мягком условии, чем (15), а именно

$$\frac{1}{\tau} \ll \varepsilon_F, \quad (16)$$

где  $\varepsilon_F$  — фермиевская энергия электронов. В результате можно получить обобщенное уравнение Больцмана, используя технику теории многих тел и функций Грина и либо аналитическое продолжение функций с мнимых частот [44], либо технику Келдыша [45] для временных функций Грина. Более подробное обсуждение этих вопросов лежит далеко за пределами проблем, затрагиваемых в настоящем обзоре. Мы лишь отметим, что задача расчета эффектов ЭФВ сводится в этом подходе к решению многочастичной задачи с гамильтонианом Фрёлеха

$$H = H_e + H_{\text{ph}} + H_{\text{eph}}. \quad (17)$$

Здесь  $H_e$  описывает квазистационарное состояние электрона в жесткой решетке

$$H_e = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} c_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger c_{\mathbf{k}\lambda}, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}$  — энергия электронных состояний в зоне  $\lambda$ .  $H_{\text{ph}}$  — гамильтониан невзаимодействующих фононов

$$H_{\text{ph}} = \sum_{\mathbf{q}, v} \omega_{\mathbf{q}v} \left( b_{\mathbf{q}v}^\dagger b_{\mathbf{q}v} + \frac{1}{2} \right), \quad (19)$$

при этом  $\omega_{\mathbf{q}v}$  — энергия фонона с поляризацией  $v$ .  $H_{\text{срф}}$  представляет собой гамильтониан ЭФВ

$$H_{\text{срф}} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, v, \lambda, \lambda'} g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{(v, \lambda, \lambda')} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \mathbf{k}}^+ c_{\mathbf{k}, \lambda} c_{\mathbf{k}, \lambda'} (b_{-\mathbf{q}v}^\dagger + b_{\mathbf{q}v}), \quad (20)$$

где  $g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{(v, \lambda, \lambda')}$  — матричный элемент ЭФВ. В рамках данного подхода, выдержанного в духе теории ферми-жидкости Ландау, все определенные выше величины, такие как  $\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}$ ,  $\omega_{\mathbf{q}v}$  и  $g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{(v, \lambda, \lambda')}$ , представляют собой некоторые феноменологические параметры, значения которых могут быть получены лишь из сравнения с экспериментальными данными.

Изложенный подход основан, фактически, на предположении, что электроны в жесткой решетке, взаимодействующие по закону Кулона между собой и с ионами, хорошо описываются теорией ферми-жидкости Ландау, т.е. они представляют собой хорошо определенные квазичастицы, для которых выполняется критерий (15), а соответствующие температуры  $T^*$  и энергии  $\omega^*$  кроссовера от ферми-газового поведения к ферми-жидкостному достаточно велики. Будем, в первом приближении, считать такие металлы "обычными". Хотя уже и такие металлы могут демонстрировать, на первый взгляд, достаточно необычное, так называемое "маргинальное" поведение именно за счет электрон-фононного взаимодействия. В более общем плане "обычными" можно считать металлы, для которых выполнен критерий (16). К ним, в частности, могут относиться и металлы, у которых имеются низкочастотные коллективные возбуждения спиновой и зарядовой плотности. Как мы далее покажем, многие свойства металлов, в которых такие возбуждения отсутствуют, а  $T^*$  и  $\omega^*$  существенно больше, чем характерные фононные энергии  $\Theta_D$ , могут быть фактически вычислены до конца из так называемых "первых принципов" [46] на основе метода функционала плотности (МФП).

Исследования гамильтониана Фрелиха имеют уже длинную историю, и во многом проблемы, связанные с ним, могут считаться решенными. Свойства нормального состояния металла, описываемого этим гамильтонианом, были впервые изучены Мигдалом [47], а сверхпроводящего — Элиашбергом [48]. Были также изучены и кинетические свойства этой модели [45, 49]. Мы не будем здесь останавливаться сколько-нибудь подробно на выводе различных формул для систем, описываемых гамильтонианом Фрелиха, поскольку существует большое количество книг и обзоров на эту тему (см., например, обзоры [50, 51] и цитируемую в них литературу). Тем не менее мы приведем здесь необходимые нам формулы, ограничившись лишь некоторыми пояснениями.

Для описания одночастичных свойств гамильтониана Фрелиха необходимо вычислить электронную и фононную функции Грина. Их можно записать в виде

$$G^{-1}(\mathbf{k}, \lambda, \omega) = G_0^{-1}(\mathbf{k}, \lambda, \omega) - \Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega) \quad (21)$$

и

$$D^{-1}(\mathbf{q}, v, \omega) = D_0^{-1}(\mathbf{q}, v, \omega) - \Pi(\mathbf{q}, v, \omega). \quad (22)$$

Здесь  $G_0(\mathbf{k}, \lambda, \omega)$  — функция Грина невзаимодействующих электронов, определяемая гамильтонианом  $H_e$  (18), и  $D_0(\mathbf{q}, v, \omega)$  — функция Грина фононов для гамильтониана (19)

$$D_0(\mathbf{q}, v, \omega) = \frac{2\omega_{\mathbf{q}v}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}v}^2 + i\delta}. \quad (23)$$

Прежде всего отметим [51], что в рамках рассматриваемого нами подхода перенормировка фононной функции Грина за счет электрон-фононного взаимодействия была бы двойным учетом ЭФВ, поскольку все эффекты адиабатического взаимодействия электронов со смещениями ионов должны быть учтены уже в определении фононных частот  $\omega_{\mathbf{q}v}$ . Гамильтониан Фрелиха может быть использован для вычисления только неадиабатических эффектов в фононных спектрах. Это означает, что вместо поляризационного оператора  $\Pi(\mathbf{q}, v, \omega)$  при определении  $D(\mathbf{q}, v, \omega)$  необходимо использовать величину  $\Pi(\mathbf{q}, v, \omega) - \Pi(\mathbf{q}, v, 0)$ . Для большей части фононного спектра эта величина мала в меру малости отношения  $\omega_{\mathbf{q}v}/\varepsilon_F$ , и ею можно пренебречь.

Как было показано впервые Мигдалом [47], функция Грина  $G(\mathbf{k}, \lambda, \omega)$  может быть вычислена точно, поскольку в уравнении Дайсона для нее можно пренебречь вершинными поправками в меру малости отношения  $\bar{\omega}/\varepsilon_F$ , где  $\bar{\omega}$  — средняя фононная частота. Собственно-энергетическая часть функции Грина  $\Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega)$  может быть записана в виде

$$\Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega) = \frac{1}{\pi N(0)} \int d\Omega \sum_{\mathbf{k}', \lambda', v} \left| g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{(v, \lambda, \lambda')} \right|^2 \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}', \lambda'}) \times \\ \times \text{Im} D(\mathbf{k}' - \mathbf{k}, v, \Omega) L(\omega, \Omega), \quad (24)$$

при этом функция  $\Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega)$  зависит лишь от положения вектора  $\mathbf{k}_F$  на поверхности Ферми. Как мы уже отмечали ранее, фононная функция Грина  $D(\mathbf{q}, v, \Omega)$  не должна перенормироваться в этом подходе, поэтому

$$\text{Im} D(\mathbf{q}, v, \Omega) = \pi \delta(\omega_{\mathbf{q}v} - \Omega). \quad (25)$$

Функция  $L(\omega, \Omega)$  имеет вид

$$L(\omega, \Omega) = -2\pi i \left[ n(\Omega) + \frac{1}{2} \right] + \Psi \left( \frac{1}{2} + i \frac{\Omega - \omega}{2\pi T} \right) - \\ - \Psi \left( \frac{1}{2} - i \frac{\Omega + \omega}{2\pi T} \right), \quad (26)$$

где  $\Psi(x)$  — дигамма-функция и  $n(\Omega)$  — функция распределения Бозе. Вводя спектральную плотность ЭФВ  $\alpha_{\mathbf{k}\lambda}^2(\Omega)F(\Omega)$ , равную

$$\alpha_{\mathbf{k}\lambda}^2(\Omega)F(\Omega) = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{k}', \lambda', v} \left| g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{\lambda, \lambda', v} \right|^2 \delta(\omega_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}, v} - \Omega) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}' \lambda'}), \quad (27)$$

выражение для  $\Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega)$  можно переписать в стандартном виде

$$\Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\Omega \alpha_{\mathbf{k}\lambda}^2(\Omega) F(\Omega) L(\omega, \Omega). \quad (28)$$

Можно определить функцию  $\Sigma(\omega)$ , дающую усредненное значение собственно-энергетической части

$$\Sigma(\omega) = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}) \Sigma(\mathbf{k}, \lambda, \omega) \quad (29)$$

в виде

$$\Sigma(\omega) = \int d\Omega \alpha^2(\Omega) F(\Omega) L(\omega, \Omega). \quad (30)$$

Введенная выше функция  $\alpha^2(\Omega) F(\Omega)$  называется обычно спектральной плотностью ЭФВ или функцией Элиашберга и имеет вид

$$\alpha^2(\Omega) F(\Omega) = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{k}\lambda, \mathbf{k}'\lambda'} \left| g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{\lambda, \lambda', \nu} \right|^2 \delta(\Omega - \omega_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}, \nu}) \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'\lambda'}). \quad (31)$$

Эта функция определяет, в частности, и сверхпроводящие свойства металлов.

Собственно-энергетическая часть имеет действительную и мнимую части и может быть представлена в виде

$$\Sigma(\omega) = -\omega \lambda(\omega, T) - \frac{i}{2\tau(\omega, T)}. \quad (32)$$

Как хорошо известно, функция  $\lambda(\omega, T)$  характеризует перенормировку массы электронов за счет ЭФВ:

$$\frac{m^*(\omega, T)}{m} = 1 + \lambda(\omega, T), \quad (33)$$

а  $\tau(\omega, T)$  — время жизни электрона. Функция Грина электрона имеет вид

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \left[ \frac{m^*(\omega, T)}{m} \omega - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \frac{i}{2\tau(\omega, T)} \right]^{-1}. \quad (34)$$

С использованием гамильтониана Фрелиха может быть вычислена и электропроводность металлов  $\sigma(\omega)$ , обусловленная ЭФВ. Мы не будем здесь воспроизводить соответствующие выкладки [37, 49, 52, 53], а запишем  $\sigma(\omega)$  в виде, весьма напоминающем выражение для одночастичной функции Грина:

$$\sigma(\omega) = \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{4\pi} \left[ -i\omega \frac{m_{\text{tr}}(\omega, T)}{m} + \frac{1}{\tau_{\text{tr}}(\omega, T)} \right]^{-1}. \quad (35)$$

Выражение для транспортной перенормировки массы  $m_{\text{tr}}(\omega, T)/m$  и транспортной скорости релаксации (или обратного времени жизни)  $1/\tau_{\text{tr}}(\omega)$  имеет вид [37, 52, 53]

$$\omega \frac{m_{\text{tr}}(\omega, T)}{m} + \frac{i}{\tau_{\text{tr}}(\omega, T)} = \omega + 2 \int_0^{\infty} d\Omega \alpha_{\text{tr}}^2(\Omega) F(\Omega) \times K\left(\frac{\omega}{2\pi T}, \frac{\Omega}{2\pi T}\right), \quad (36)$$

где

$$K(x, y) = \frac{i}{y} + \left\{ \frac{y-x}{x} \left[ \Psi(1-ix+iy) - \Psi(1+iy) \right] \right\} - \{y \rightarrow -y\}. \quad (37)$$

При описании процессов переноса и, в частности, оптической проводимости  $\sigma(\omega)$  появляется еще одна спектральная плотность ЭФВ  $\alpha_{\text{tr}}^2(\Omega) F(\Omega)$ , которая имеет вид [36, 52, 53]

$$\alpha_{\text{tr}}^2(\Omega) F(\Omega) = \frac{1}{N(0) \langle v_{\text{F}}^2 \rangle} \sum_{\mathbf{k}, \lambda, \nu} \left| g_{\mathbf{k}, \mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\lambda, \lambda', \nu} \right|^2 v_{\text{F}} (v_{\text{F}\lambda} - v'_{\text{F}\lambda'}) \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \lambda'}) \delta(\Omega - \omega_{\mathbf{q}\nu}). \quad (38)$$

Здесь  $v_{\text{F}}$  — скорость электрона на поверхности Ферми,  $\langle v_{\text{F}}^2 \rangle$  — средний квадрат скорости на поверхности Ферми

$$\langle v_{\text{F}}^2 \rangle = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} v_{\text{F}}^2 \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}). \quad (39)$$

Эта величина непосредственно связана с плазменной энергией  $\omega_{\text{pl}}$ , входящей в определение оптической проводимости (35):

$$\omega_{\text{pl}}^2 = \frac{4\pi e^2 N(0)}{3} \langle v_{\text{F}}^2 \rangle. \quad (40)$$

Мы приведем здесь для полноты картины уравнения Элиашберга, определяющие сверхпроводящие свойства систем с сильным ЭФВ. Эти уравнения включают две функции: параметр порядка  $\Delta(\omega)$  и функцию перенормировки  $Z(\omega)$ . В нормальном состоянии величина  $\Delta(\omega)$ , естественно, равна нулю, а функция перенормировки связана с введенной ранее собственно-энергетической частью  $\Sigma(\omega)$  простым соотношением

$$Z(\omega) = 1 - \frac{\Sigma(\omega)}{\omega}. \quad (41)$$

Сами уравнения Элиашберга имеют вид

$$Z(\omega) \Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \text{Re} \left[ \frac{\Delta(\omega')}{\sqrt{\omega'^2 - \Delta^2(\omega')}} \right] \times \int_0^{\infty} d\Omega \alpha^2(\Omega) F(\Omega) \left[ \frac{f(-\omega') + n(\Omega)}{\omega' + \Omega - \omega} + \frac{f(\omega') + n(\Omega)}{\omega' - \Omega - \omega} \right] - \mu(\varepsilon_{\text{F}}) \times \int_0^{\varepsilon_{\text{F}}} d\omega' \text{Re} \left[ \frac{\Delta(\omega')}{\sqrt{\omega'^2 - \Delta^2(\omega')}} \right] \tanh \frac{\omega'}{2T}, \quad (42)$$

$$[1 - Z(\omega)] \omega = \int_0^{\infty} d\omega' \text{Re} \left[ \frac{\omega'}{\sqrt{\omega'^2 - \Delta^2(\omega')}} \right] \times \int_0^{\infty} d\Omega \alpha^2(\Omega) F(\Omega) \left[ \frac{f(-\omega') + n(\Omega)}{\omega' + \Omega + \omega} - \frac{f(-\omega') + n(\Omega)}{\omega' + \Omega - \omega} + \frac{f(\omega') + n(\Omega)}{-\omega' + \Omega + \omega} - \frac{f(\omega') + n(\Omega)}{-\omega' + \Omega - \omega} \right]. \quad (43)$$

Здесь  $f(\omega)$  — фермиевская функция распределения и  $\mu(\varepsilon_F)$  — усредненное кулоновское межэлектронное взаимодействие.

Как видно из проведенного выше рассмотрения, физические свойства системы с сильным ЭФВ определяются набором различных спектральных плотностей ЭФВ. Для описания оптических спектров и сверхпроводящих свойств квазиизотропных металлов достаточно двух таких функций, а именно, функции Элиашберга  $\alpha^2(\Omega)F(\Omega)$  и транспортной спектральной функции  $\alpha_{tr}^2(\Omega)F(\Omega)$ . Для рассмотрения других кинетических свойств, таких как эффект Холла или термоэдс, может потребоваться введение и других спектральных плотностей. Большее число спектральных плотностей ЭФВ возникнет и при рассмотрении систем с сильно анизотропным ЭФВ. Представленные выше результаты можно обобщить и на этот случай, используя разложение всех изучаемых функций по некоторому полному и ортогональному базису, обладающему соответствующей кристаллической симметрией. В качестве этого базиса можно выбрать, например, введенный Алленом [50] базис ферми-гармоник.

В рамках стандартной теории ферми-жидкости Ландау [38] эффекты квазичастичного взаимодействия описываются с помощью нескольких феноменологических постоянных — угловых гармоник функции взаимодействия Ландау  $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , точное значение которых можно установить из сравнения результатов расчета с экспериментальными данными. Ферми-жидкостное описание систем с сильным ЭФВ приводит к появлению спектральных плотностей ЭФВ, т.е. не отдельных параметров, а функций и тоже совершенно не определенных в рамках самого ферми-жидкостного подхода. К счастью, в этом случае такие функции также могут быть установлены из сравнения расчетов с экспериментальными данными. Мы еще вернемся к рассмотрению этого вопроса, а сейчас обсудим несколько важных, но не очень хорошо известных результатов о поведении обратных времен релаксации в системах с сильным ЭФВ. Используя выражение (34) для одночастичной функции Грина, можно написать выражение для энергии квазичастицы в виде

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{m}{m^*(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)} \varepsilon_{\mathbf{k}} - \frac{i}{2\tau^*(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)}, \quad (44)$$

где

$$\frac{1}{\tau^*(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)} = \frac{m}{m^*(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)} \frac{1}{\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)}. \quad (45)$$

Естественно, что хорошо определенные квазичастицы существуют при условии

$$\frac{1}{2\tau^*(\varepsilon_{\mathbf{k}}, T)} \ll E_{\mathbf{k}}. \quad (46)$$

Учитывая, что величина  $1/\tau^*(0, T)$  при  $T > \Theta_D/5$  может быть записана в виде

$$\frac{1}{\tau^*(0, T)} = 2\pi\lambda T, \quad (47)$$

где  $\lambda$  — константа электрон-фононной связи

$$\lambda = 2 \int_0^\infty \frac{d\Omega}{\Omega} \alpha^2(\Omega) F(\Omega), \quad (48)$$

а также то обстоятельство, что при  $\omega \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{\tau^*(\infty, T)} = \pi\lambda\langle\omega\rangle, \quad (49)$$

где

$$\lambda\langle\omega\rangle = 2 \int_0^\infty d\Omega \alpha^2(\Omega) F(\Omega) \coth \frac{\Omega}{2T}, \quad (50)$$

легко убедиться, что для большинства металлов условие квазичастичного описания (46) нарушено в значительной области температур  $T$  и энергий  $\omega$ .

Второе существенное обстоятельство, на которое также обращается мало внимания — это значительное отличие эффективных обратных времен релаксации — одночастичного  $1/\tau^*(\omega, T)$  и транспортного  $1/\tau_{tr}^*(\omega, T)$ . На рисунке 3 изображено поведение этих величин как функций  $\omega$  при нескольких значениях температуры для свинца, вычисленное в нашей работе [51]. Мы еще вернемся к обсуждению принципов таких расчетов, здесь же мы хотели бы обратить внимание именно на отличие этих величин. Одночастичное обратное время релаксации, как хорошо известно [52], на энергиях порядка максимальных фононных частот  $\omega_{max}$  достигает своих максимальных значений и перестает дальше зависеть от энергии. В отличие от этого, транспортное время релаксации, как видно из рис. 3, продолжает расти вплоть до величин  $\omega \sim 10\omega_{max}$ . В случае высокотемпературных сверхпроводников величина  $10\omega_{max} \approx 1$  эВ, поэтому очень распространенные в литературе утверждения, что ЭФВ в принципе не может объяснить процессы релаксации, измеряемые в оптических экспериментах, и основанные на предположении, что  $1/\tau_{tr}^*(\omega, T) = \text{const}$  при  $\omega > \omega_{max}$ , явно несостоятельны.

Последнее обстоятельство, на которое нам хотелось бы обратить внимание, это универсальный характер зависимости транспортного времени релаксации от

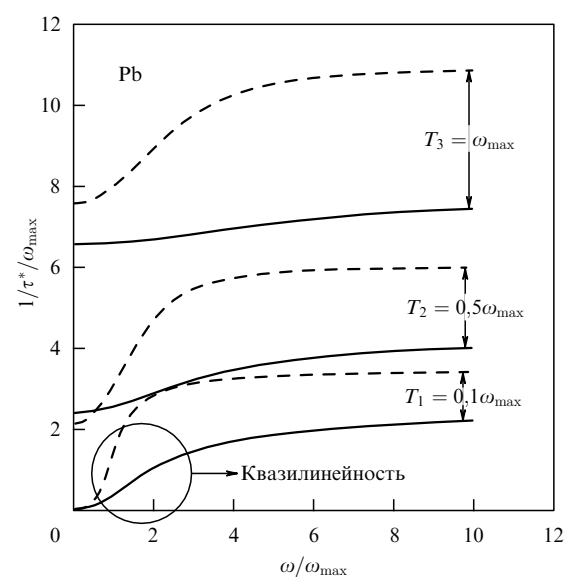


Рис. 3. Сравнение одночастичного  $1/\tau^*(\omega)$  (штриховые линии) и транспортного  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  (сплошные линии) обратного времени релаксации. Энергия и величины  $1/\tau^*(\omega)$  и  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  измерены в единицах  $\omega_{max} = 100$  К.



энергии и температуры. На рисунке 4, взятом из нашей работы [53], показана зависимость  $1/\tau_{tr}^*$  от  $\omega/\omega_{max}$  для шести различных ситуаций. Это означает, что на графике, в действительности, изображены шесть кривых, которые, однако, в безразмерных переменных все совпадают друг с другом. Транспортная константа связи выражается формулой, аналогичной (48), но с заменой функции  $\alpha^2(\Omega)F(\Omega)$  на  $\alpha_{tr}^2(\Omega)F(\Omega)$ . Таким образом, зависимость времени релаксации от энергии универсальна, абсолютные же значения определяются, в основном, двумя величинами: константой электрон-фононной связи  $\lambda$  и максимальной фононной частотой  $\omega_{max}$ . В этом плане, как мы увидим в следующем разделе, высокотемпературные сверхпроводники действительно отличаются (количественно) от многих других металлов. Дело в том, что в купратах  $\omega_{max}$  имеет значения порядка 0,1 эВ, а константа связи  $\lambda$  может достигать значений  $\sim 2$ .

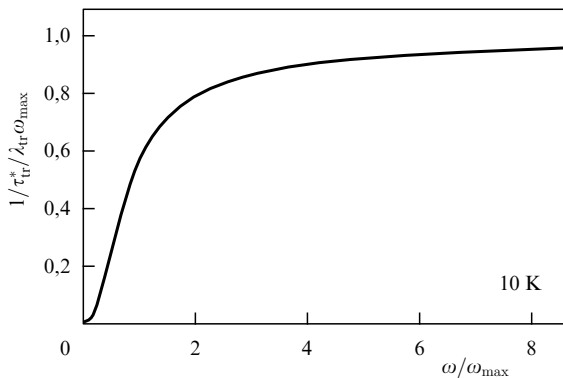


Рис. 4. Транспортное обратное время релаксации  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  при  $T = 10$  К для различных констант связи  $\lambda_{tr} = 0,2, 0,6, 1,0, 1,4$  и различных фононных спектров с  $\omega_{max} = 612 \text{ см}^{-1}, 735 \text{ см}^{-1}, 882 \text{ см}^{-1}$ .

Означает ли подобная универсальность транспортного времени релаксации, что и все остальные свойства металлов с сильным ЭФВ также универсальны? Конечно, нет. Так например, коэффициент Холла, который во многих металлах слабо зависит от температуры, в таком совсем уж обычном металле, как Al, меняется более чем на порядок величины от гелиевых температур до комнатных [37]. В меди он демонстрирует достаточно сильную и немонотонную зависимость от температуры. Очень сильная температурная зависимость коэффициента Холла наблюдается, например, в карбидах TiC, ZrC и VC [54], хотя ни один из этих металлов не является сверхпроводящим. Еще более неуниверсальным является поведение термоэдс металлов. Отсутствие универсальности в поведении металлов особенно ярко сказывается при низких температурах. В частности, в ряде вполне обычных металлов, таких как медь, обратное время одночастичной релаксации оказывается очень анизотропным [55], и для объяснения этого обстоятельства требуется рассмотрение более общих спектральных плотностей, чем усредненная функция Элиашберга  $\alpha^2(\Omega)F(\Omega)$ .

Сейчас мы обсудим кратко уже упоминавшуюся выше возможность извлечения спектральных плотностей ЭФВ из анализа экспериментальных данных. Такая возможность для функции Элиашберга  $\alpha^2(\Omega)F(\Omega)$  была установлена достаточно давно в работе Макмиллана и

Роуэлла [56]. Она основана на обработке экспериментальных данных о поведении туннельного тока на переходе сверхпроводник – диэлектрик – нормальный металл (SIN). При низких температурах проводимость контакта, т.е. величина  $\partial I(V)/\partial V$  выражается в этом случае через плотность состояний электронов в сверхпроводнике:

$$\frac{\partial I}{\partial \omega} = N(\omega) = \text{Re} \left[ \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2(\omega)}} \right], \quad (51)$$

где  $\omega = eV$ .

Как показали Макмиллан и Роуэлл, зная величину  $N(\omega)$  из эксперимента, можно решить обратную задачу для уравнений Элиашберга и определить функцию  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ . Подобная процедура была проделана для большого числа "обычных" сверхпроводников и получена функция  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ . Эта функция оказалась очень похожей по форме на функцию плотности состояний фононов  $F(\omega)$ , где

$$F(\omega) = \sum_{q,v} \delta(\omega - \omega_{qv}). \quad (52)$$

В значительной мере именно поэтому функция Элиашберга и записана в форме произведения некоторой функции  $\alpha^2(\omega)$  на  $F(\omega)$ , хотя в действительности это просто единая функция энергии  $\omega$ , определенная соотношением (31). На рисунке 5 изображен фрагмент функции  $N(\omega)$  для Pb. На этом рисунке хорошо заметна немонотонность в поведении функции  $N(\omega)$  при  $\omega > \Delta$ , где величина сверхпроводящей щели  $\Delta$  отвечает макси-

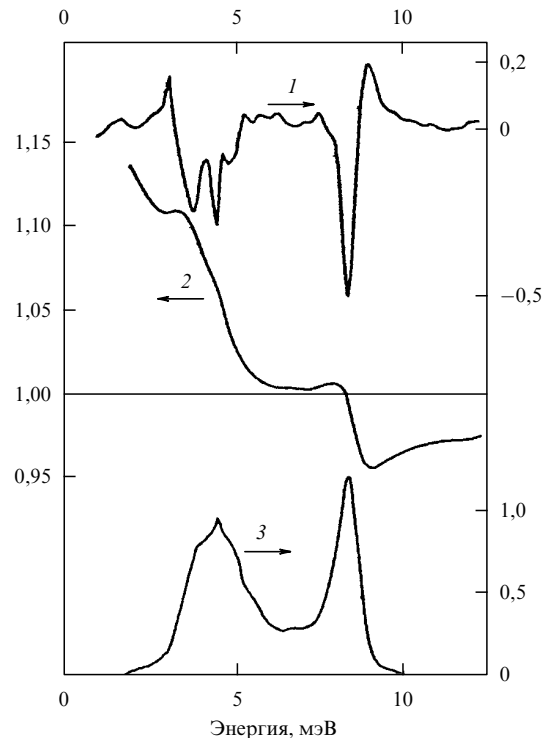


Рис. 5. 1 — производная от плотности состояний по энергии  $\partial^2 I/\partial V^2$ ; 2 — плотность состояний сверхпроводящего Pb; 3 — величина  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ , найденная обращением уравнения Элиашберга для щели  $\Delta(\omega)$ .

муму на кривой  $N(\omega)$ . Фактически именно из этой немонотонной зависимости  $N(\omega)$ , как было показано в работах донецких физиков [57], и извлекаются данные о функции Элиашберга. Более того, можно получить представление о форме функции  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$  и без решения обратной задачи, поскольку функция  $\partial^2 I(V)/\partial V^2$  в области немонотонного поведения воспроизводит форму  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ , с той только разницей, что максимумам  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$  отвечают минимумы функции  $\partial^2 I(V)/\partial V^2$  и наоборот.

В работе Аллена [52] была предложена процедура, позволяющая получить транспортную спектральную плотность  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$  из измерений оптической проводимости  $\sigma(\omega)$ . Наиболее просто это сделать при  $T \ll \Theta_D$ . Выражение (36) для обратного времени релаксации в этом случае можно записать в виде [52, 53]

$$\frac{1}{\tau_{tr}(\omega)} = \frac{2}{\omega} \int_0^\omega d\Omega (\omega - \Omega) \alpha_{tr}^2(\Omega) F(\Omega), \quad (53)$$

откуда легко видеть, что

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \left( \omega \frac{1}{\tau_{tr}(\omega)} \right) = 2\alpha_{tr}^2(\omega) F(\omega). \quad (54)$$

В соответствии же с формулой (35) величина  $\omega[1/\tau_{tr}(\omega)]$  может быть представлена в виде

$$\omega \frac{1}{\tau_{tr}(\omega)} = \frac{\omega_{pl}^2}{4\pi} \omega \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\sigma(\omega)} \right]. \quad (55)$$

Таким образом, выражения (54) и (55) полностью решают задачу об извлечении функции  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$  из экспериментальных данных по оптическим спектрам металлов при низких температурах  $T \ll \Theta_D$ . Практически, однако, отсутствуют работы, в которых бы эта процедура применялась к обычным металлам для определения функции  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$ . Сложность подобных исследований связана, в основном, с трудностью определения оптической проводимости  $\sigma(\omega)$  при достаточно малых  $\omega$ , отвечающих области фононного спектра, из-за существенной роли в таких металлах аномального скин-эффекта [58]. Тем не менее соответствующие исследования были проведены для сверхпроводящего свинца [59], где измерялся коэффициент поглощения света. Для обратного времени релаксации в сверхпроводящем состоянии использовалось упрощенное выражение для оптической проводимости  $\sigma_s(\omega)$ , полученное в работе Аллена [52]:

$$\sigma_s(\omega) = \frac{\omega_{pl}^2}{4\pi\omega} \frac{1}{\omega\tau_{tr}^s}, \quad (56)$$

где

$$\frac{1}{\tau_{tr}^s(\omega)} = \frac{2}{\omega} \int_0^{\omega-2\Delta} d\Omega (\omega - \Omega) E \left\{ \left[ 1 - \frac{4\Delta^2}{(\omega - \Omega)^2} \right]^{1/2} \right\} \times \alpha_{tr}^2(\Omega) F(\Omega). \quad (57)$$

Здесь  $E(x)$  — полный эллиптический интеграл второго рода. Формулы (56) и (57) получены при очень упрощающих приближениях, учитывающих рассеяние электронов на фононах, но пренебрегающих зависимостью параметра порядка  $\Delta$  от энергии  $\omega$ . Сколь-либо подробный анализ справедливости соответствующих приближений до сих пор отсутствует.

Отсутствует также анализ возможности получения функции  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$  для сверхпроводящего состояния непосредственным дифференцированием величины  $\omega[1/\tau_{tr}^s(\omega)]$  по аналогии с формулой (54).

В работе [59] решалась обратная задача, т.е. по известной величине  $1/\tau_{tr}^s(\omega)$  вычислялась функция  $\alpha_{tr}^2(\Omega)F(\Omega)$  из выражения (57). Результаты соответствующей обработки показывают, что функция  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$  достаточно хорошо совпадает с функцией Элиашберга, полученной из анализа туннельных данных, хотя транспортная функция обладает гораздо более резко выраженной структурой. Это, возможно, связано с особой ролью каких-то фононных мод в процессах электронного рассеяния на фононах. В последнее время появилось некоторое количество работ по определению транспортной спектральной плотности и для высокотемпературных сверхпроводников, но мы поговорим об этом подробнее в следующем разделе обзора.

Как мы уже упоминали ранее, знание только двух спектральных плотностей ЭФВ, т.е. функций  $\alpha^2(\Omega)F(\Omega)$  и  $\alpha_{tr}^2(\Omega)F(\Omega)$  заведомо не позволяет описать всю совокупность термодинамических и кинетических свойств металлов, особенно при наличии в них существенной анизотропии либо поверхности Ферми, либо процессов электрон-фононного рассеяния. Голубой мечтой многих исследователей в области теории твердого тела было, поэтому, создание такой процедуры, которая позволяла бы посчитать прямо из "первых принципов" электронные и фононные спектры металлов и матричные элементы электрон-фононного взаимодействия. Такие попытки [60] предпринимались уже давно в рамках так называемой электронной зонной теории. Достаточно подробное обсуждение этой проблемы дано в наших обзорах [51, 61], и здесь мы лишь очень кратко обсудим основные принципы таких расчетов и приведем некоторые конкретные результаты, полученные на этом пути.

Первопринципная электронная зонная теория основана на методе функционала плотности [62], предложенном Коном. Этот метод позволяет свести проблему вычисления свойств основного состояния (а также термодинамических функций) системы электронов, взаимодействующих друг с другом и с внешним потенциалом (в случае кристаллов это потенциал ядер) к решению одночастичной задачи для электрона в некотором самосогласованном поле. Соответствующее этой задаче одночастичное уравнение Шрёдингера (называемое уравнением Кона – Шэма) имеет вид [62]

$$\left[ -\frac{1}{2m} \nabla^2 + \sum_n V_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + e^2 \int \frac{n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + V_{xc}(\mathbf{r}) \right] \times \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}), \quad (58)$$

а электронная плотность выражается стандартным способом через волновые функции  $\psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r})$ :

$$n(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, \lambda}^{\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} = \mu} |\psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r})|^2, \quad (59)$$

где  $\mu$  — химический потенциал. Условие

$$\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} = \mu \quad (60)$$

определяет в случае металлов соответствующую поверхность Ферми. Величина  $V_{xc}(\mathbf{r})$  представляет собой так

называемый обменно-корреляционный потенциал

$$V_{xc}(\mathbf{r}) = \frac{\delta E_{xc}\{n(\mathbf{r})\}}{\delta n(\mathbf{r})}, \quad (61)$$

где  $E_{xc}\{n(\mathbf{r})\}$  — функционал обменно-корреляционной энергии, зависящий от распределения электронной плотности. Точное значение этого функционала неизвестно, и в расчетах для него обычно используется локальное приближение:

$$E_{xc}\{n(\mathbf{r})\} = \int \varepsilon_{xc}[n(\mathbf{r})]n(\mathbf{r}) \, d\mathbf{r},$$

где функция  $\varepsilon_{xc}[n(\mathbf{r})]$  заменяется ее значением для однородного электронного газа соответствующей плотности  $n$ . Решения уравнения (58) и определяют в рамках МФП электронную зонную структуру кристалла.

Отметим прежде всего наличие некоторого сходства уравнения Кона–Шэма с обсуждавшейся нами выше проблемой квазичастиц Ландау для системы взаимодействующих электронов в жесткой решетке. Уравнение (58) также описывает систему электронных состояний в жесткой решетке, но формально на этом все их сходство и заканчивается. Энергии электронов  $\varepsilon_{k\lambda}$ , получаемые из уравнения Кона–Шэма в рамках МФП, формально не имеют никакого физического смысла. Более того, определяемая ими из условия (60) поверхность Ферми также не обязана совпадать с экспериментально измеряемой [63]. Даже более того, при учете нелокальности обменно-корреляционных эффектов эти две поверхности обязаны не совпадать [64]. Дело в том, что реальная поверхность Ферми в металле, как было показано Латтинджером [65], описывается совершенно иным уравнением, чем (58), а именно:

$$\left[ -\frac{\nabla^2}{2m} + \sum_n V_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + e^2 \int \frac{n(\mathbf{r}') \, d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] \psi_{k\lambda}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', 0) \psi_{k\lambda}(\mathbf{r}') = \varepsilon_{k\lambda} \psi_{k\lambda}(\mathbf{r}). \quad (62)$$

Здесь  $\Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', 0)$  — обменно-корреляционная собственнo-энергетическая часть точной одночастичной функции Грина. Уравнение (62) можно рассматривать как определение еще одной электронной зонной структуры кристалла.

Уравнения (58) и (62) существенно отличаются друг от друга даже в математическом смысле, поскольку обменно-корреляционный потенциал  $V_{xc}(\mathbf{r})$  есть локальный оператор, а  $\Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', 0)$  — нелокальный интегральный оператор, и собственные значения этих уравнений, т.е. величины  $\varepsilon_{k\lambda}$ , не могут в общем случае совпадать друг с другом. К сожалению, выяснить, насколько фактически эти величины отличаются, достаточно трудно, так как электронная зонная структура, отвечающая уравнению (62), ни разу не вычислялась для реальных металлических систем. Существует, по-видимому, лишь единственная работа [66], где были проведены численные расчеты зонной структуры из уравнения (62) для одномерной цепочки Хаббарда. В этой работе было показано, что данная зонная структура обладает целым рядом весьма специфических свойств.

Следует сразу же отметить, что зонная структура, получаемая как из (62), так и из (58), не описывает спектр

одночастичных возбуждений системы электронов в металле, определяемый одночастичной функцией Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ . Эта функция имеет вид

$$G^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = -\frac{\nabla^2}{2m} + \sum_n V_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + e^2 \int \frac{n(\mathbf{r}') \, d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega). \quad (63)$$

Как видно из этой формулы, спектр одночастичных возбуждений определяется не только нелокальной координатной зависимостью  $\Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ , но и ее зависимостью от энергии  $\omega$ . Это ведет, в частности, к дополнительной перенормировке массы квазичастиц и появлению у них затухания, обусловленного мнимой частью  $\Sigma_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ . Таким образом, формально нет никаких причин отождествлять электронный зонный спектр, описываемый уравнением Кона–Шэма (58), с реальным спектром одноэлектронных возбуждений в металле. Попытки такого рода, однако, предпринимались достаточно давно. Отношение большей части теоретиков, особенно занимающихся проблемой многих тел и применением методов теории поля в физике твердого тела, к таким попыткам было (и остается) крайне скептическим. Наиболее ярко оно было высказано М. Норманом [19] на конференции "Фермиология ВТСП-систем" в Аргонской национальной лаборатории в 1991 г. Материалы этой конференции опубликованы в [67]. Соответствующий отрывок из заключительной речи Нормана воспроизведен на рис. 6.

Как следует, помимо всего прочего, из приведенных на рисунке высказываний Нормана, МФП-зонный спектр описывает с хорошей степенью точности реальную ферми-поверхность даже в ВТСП-системах. Точно такая же, а возможно и несколько лучшая, ситуация существует и в большинстве других изученных металлов [63].

В отождествлении спектра МФП с реальным спектром возбуждений системы взаимодействующих электронов в жесткой неподвижной решетке можно, несмотря на неприязнь коллег, пойти и дальше, чем просто определение формы поверхности Ферми. Используя уравнение Кона–Шэма, можно вычислить оптические и кинетические характеристики металлов, а также матричные элементы ЭФВ и спектральные плотности ЭФВ. Такие попытки также предпринимались с достаточно давних пор. Не умаляя заслуг других исследователей в этой области (соответствующие ссылки имеются в наших оригинальных работах [51, 61, 68–70]), удобнее представить здесь результаты наших собственных исследований, поскольку в них были проведены расчеты для большого числа различных металлов.

Рассматривая уравнение Кона–Шэма как стандартное одночастичное уравнение для электронных возбуждений, можно легко написать выражение для диэлектрической функции  $\varepsilon(\omega)$  такой системы [69]:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\text{intra}}(\omega) + \frac{8\pi^2}{3m^2} \sum_{\mathbf{k}, \lambda, \lambda'} \frac{f_{k\lambda}(1 - f_{k\lambda'}) |P_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}}|^2}{(\varepsilon_{k\lambda} - \varepsilon_{k\lambda'})^2 (\varepsilon_{k\lambda'} - \varepsilon_{k\lambda} - \omega - i\delta)}. \quad (64)$$

Здесь первое слагаемое представляет собой внутризонный вклад, а второе, соответственно, межзонный. Величина  $P_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}}$  определяет матричный элемент оператора

I was asked by someone at the conference to say something nice about band theory. The best thing I can say is that band theory is like a prostitute. You get what you can out of her, then spurn her afterwards (a certain member of the band theory community asked me afterwards whether this made him a pimp). This is not meant to be a derogatory statement, but to highlight that the many-body community feels free to take parameters from a band calculation to use in their favorite model, but deride the calculation itself as “one-electron theory only pursued by simpletons” (thus, perhaps rape is a better term than prostitution). The fact is, it is somewhat amazing how ignorant some members of the many-body community are about density functional theory after 30 years time (not to be bigoted, certain band theory practitioners also fall in this category). The eigenvalue spectrum has to be taken with a very large grain of salt (after all, they merely act as Lagrange multipliers in the energy functional). Despite this, it is rather intriguing to see that such a complicated Fermi surface as predicted by band theory for YBCO seems to be confirmed by various experiments discussed here. Angle-resolved photoemission, as reported by Veal and Campuzano, sees the two barrel sheets (bonding and antibonding combinations of the CuO double layers), positrons, as reported by Manuel and Smedskjaer, see the ridge sheet coming from the chains, and several dHvA experiments (Los Alamos, Tohoku, and Grenoble groups) claim to see the small zone corner piece (another chain-related feature).

Рис. 6. Цитата из речи М. Нормана [19], иллюстрирующая отношение многих теоретиков к электронной зонной теории.

оптических переходов:

$$P_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}} = \langle \psi_{\mathbf{k}\lambda'} | i\nabla | \psi_{\mathbf{k}\lambda} \rangle. \quad (65)$$

Внутризонный вклад можно записать в виде стандартной формулы Друде:

$$\varepsilon_{\text{intra}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega(\omega + i/\tau)}, \quad (66)$$

где плазменная энергия  $\omega_{\text{pl}}$  определяется формулой (40). Обратное время релаксации  $1/\tau$  может быть определено из статического электросопротивления. Такой подход к определению  $1/\tau$  вполне оправдан для описания оптических спектров большинства металлов при комнатной температуре. Для ВТСП-систем необходим более строгий подход к расчету внутризонного вклада, и мы к этому вопросу вернемся в следующем разделе. Используя энергии  $\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}$  и волновые функции  $\psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r})$ , полученные из решения уравнения Кона–Шэма, можно вычислить величину  $\varepsilon(\omega)$  и все оптические характеристики металлов. Результаты таких расчетов для Pd приведены на рис. 7. Из рисунка видно, что данный подход, несмотря на отсутствие каких-либо убедительных прямых доказательств о возможности его использования, приводит к удивительно хорошему согласию для оптических спектров и спектров энергетических потерь быстрых электронов  $L(\omega) \sim -\text{Im}[1/\varepsilon(\omega)]$  как для простых, так и для переходных металлов. Недавно [71] было показано, что результаты расчетов для Pd могут быть существенно улучшены с использованием теории функционала плотности, зависящего от времени [72]. В рамках этого подхода учитывается, что обменно-корреляционный потенциал  $V_{\text{xc}}(\mathbf{r})$  зависит от плотности  $n$ , которая, в свою очередь, при наличии переменного внешнего поля зависит и от координат, и от времени,  $n(\mathbf{r}, t)$ . Проведенные нами подробные расчеты [70] показали, что оптические спектры большого числа простых и переходных металлов, включая и часть магнитных, описываются в данном подходе почти с той же точностью, что и для Pd. Более того, было показано [73], что магнитооптические характеристики металлов также достаточно хорошо описываются с использованием МФП-спектров металлов.

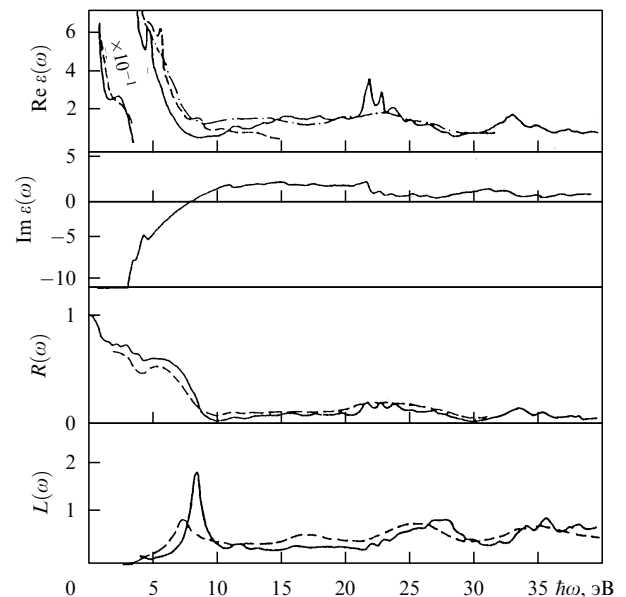


Рис. 7. Оптические спектры палладия. Сплошные кривые — расчет. Остальные — экспериментальные данные.  $R(\omega)$  — коэффициент отражения.

Неоднократно предпринимались попытки (см. [60] и ссылки в [51]) вычислить матричный элемент ЭФВ и спектральные плотности ЭФВ, рассматривая уравнение Кона–Шэма, как стандартный одноэлектронный оператор. Идея этих расчетов достаточно проста. Матричный элемент записывается в виде

$$g_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \approx \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}'\lambda'} \nabla V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}\lambda}, \quad (67)$$

где эффективный потенциал имеет вид

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \sum_n V_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + e \int \frac{n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + V_{\text{xc}}(\mathbf{r}). \quad (68)$$

Для дальнейших расчетов использовались обычно экспериментальные фононные спектры. Недавно этот одночастичный подход был обобщен [74, 75] для самосогласованного расчета как фононных спектров металлов, так

и матричных элементов ЭФВ. Основное отличие данного метода от предыдущих расчетов состоит в использовании теории линейного отклика для расчета изменения электронной плотности под действием сдвигов ядер, отвечающих той или иной фононной моде. В частности, выражение для матричного элемента ЭФВ в этом подходе можно схематически представить в виде

$$g_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\lambda\lambda'} = \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}'\lambda'}^* \delta V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}\lambda}, \quad (69)$$

где

$$\delta V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \sum_n \nabla_n V_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + e^2 \sum_n \int \frac{\nabla_n \delta n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' + \sum_n \frac{\delta V_{\text{xc}}(\mathbf{r})}{\int \delta n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'} \nabla_n \delta n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (70)$$

Изменение же электронной плотности имеет вид

$$\delta n(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} (\psi_{\mathbf{k}\lambda}^0(\mathbf{r}) \delta \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) + \text{к. с.}). \quad (71)$$

Для вычисления  $\delta \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r})$  используется метод Штернхеймера [76], сводящийся к численному решению неоднородного уравнения Кона–Шэма. Подробно этот метод изложен в нашем обзоре [51], и мы не будем больше останавливаться на этом. На рисунке 8 приведены результаты расчетов функции Элиашберга для Nb, которые, как и в случае оптических спектров, демонстрируют очень хорошее согласие с экспериментом. Отличие функции  $\chi^2(\omega)F(\omega)$  для Nb в области второго пика связано скорее с недостатками экспериментального измерения, чем с теоретическим расчетом. Следует при этом помнить, что все эти вычисления проводятся без использования каких-либо подгоночных параметров. Используется, фактически, лишь знание номера соответствующего элемента в таблице Менделеева.

В заключение этого раздела мы кратко подытожим результаты рассмотрения проблемы того, что же такое обычный металл. Во-первых, обычный металл — это такой металл, электронная подсистема которого в условиях жесткой неподвижной решетки хорошо описывается теорией Ландау для ферми-жидкости. Более того, сами

параметры этой теории достаточно хорошо определяются в рамках электронной зонной теории, основанной на МФП. Дать точное и строгое обоснование отмеченных выше фактов, к сожалению, практически невозможно, но их справедливость легко установить прямым численным расчетом соответствующих свойств металлов. Некоторое представление о возможных причинах такого поведения обычных металлов можно получить из исследований однородного электронного газа [77, 78]. В них показано, что обменно-корреляционная собственно-энергетическая часть  $\Sigma_{\text{xc}}(\mathbf{k}, \omega)$  в области плотностей, отвечающих плотностям реальных металлов, является очень плавной функцией  $\mathbf{k}$  и  $\omega$ , изменяющейся сильно лишь при  $\Delta k \sim k_F$  и  $\Delta \omega \sim \varepsilon_F$ .

### 3. Насколько далеки сверхпроводящие купраты от "обычных" металлов?

Переходя к обсуждению вопроса о свойствах купратных соединений с высокими значениями  $T_c$ , мы должны прежде всего отметить, что речь будет идти, в основном, об оптимально допированных составах. Во-первых, потому что именно эти системы рассматриваются чаще всего как необычные металлы, демонстрирующие нефермижидкостное поведение и различного рода аномалии. Во-вторых, как мы постараемся продемонстрировать в конце этого раздела, в действительности поведение недодопированных и передопированных ВТСП-систем гораздо дальше от поведения "обычных" металлов, рассмотренных нами ранее. Мы начнем обсуждение с результатов расчетов электронной зонной структуры.

Как уже отмечалось выше, вычисленные в рамках МФП ферми-поверхности ВТСП-металлов оказываются в хорошем согласии с экспериментальными данными. Это следует как из наших собственных расчетов [79], так и из расчетов большого числа других групп (см. обзор [80] и цитируемую в нем литературу). Подробный анализ этой проблемы был дан в докладах на уже упоминавшемся совещании в Аргоннской национальной лаборатории [67]. Хорошее совпадение ферми-поверхностей доказывает, что если в этих системах и существуют сильные обменно-корреляционные эффекты, то они не приводят к сильной пространственной нелокальности обменно-корреляционной собственно-энергетической части одночастичной функции Грина. Этот факт следует непосредственно из сравнения уравнения Кона–Шэма (58) и уравнения (62), определяющего поверхность Ферми. Это в свою очередь означает, что если и существуют какие-то серьезные особенности в поведении оптимально допированных систем, то они определяются, в основном, энергетической зависимостью величины  $\Sigma_{\text{xc}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ .

Для ряда ВТСП-систем были также проведены расчеты оптических характеристик [81–85], основанные на электронной зонной структуре, причем процедура расчетов точно такая же, как описано в предыдущем разделе для обычных металлов. Расчеты, выполненные разными группами, слегка отличаются друг от друга из-за использования различных методов, но эти отличия достаточно малы. В дальнейшем мы приводим результаты наших расчетов [81–83], поскольку они гораздо детальнее сравнивались с экспериментальными данными как в наших собственных работах, так и в работах экспериментаторов.

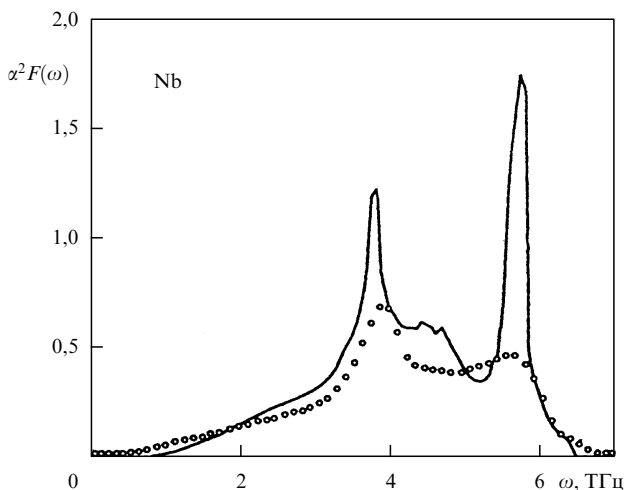


Рис. 8. Функция Элиашберга для Nb. Сплошная кривая — расчет, точки — экспериментальные данные.

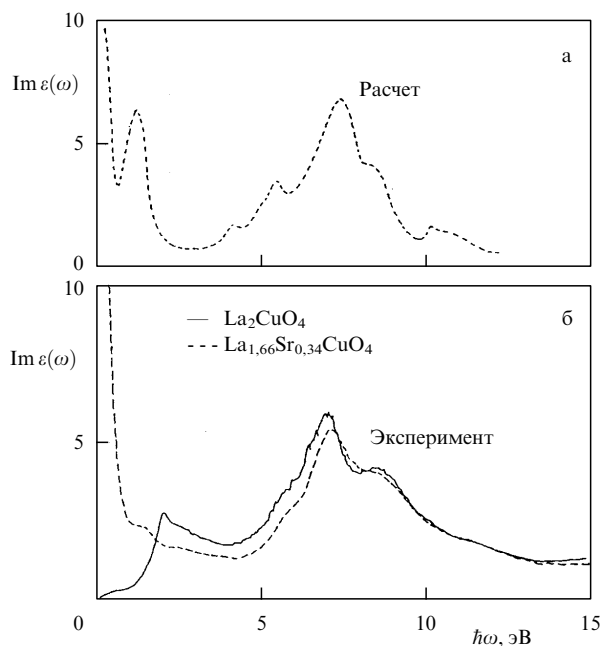


Рис. 9. Сравнение экспериментальных данных [86] (б) с результатами расчета [81] (а) для мнимой части диэлектрической проницаемости.

На рисунке 9 приведены результаты наших расчетов [81] мнимой части диэлектрической проницаемости  $\text{Im } \varepsilon(\omega)$  для  $\text{La}_{1.84}\text{Sr}_{0.16}\text{CuO}_4$ , а также экспериментальные данные для этой функции, полученные японской группой [86]. Как отмечается в экспериментальной работе [86], согласие вычисленных и измеренных значений  $\text{Im } \varepsilon(\omega)$  при энергиях  $\omega \gtrsim 2$  эВ почти идеальное. Это позволяет из теоретических расчетов определить такую важную характеристику ВТСП-систем как  $\varepsilon(0)$ , которая представляет собой вклад высокоэнергетических межзонных переходов в поляризуемость электронов при малых энергиях  $\omega < 1$  эВ:

$$\varepsilon(0) \approx 1 + \int_{3 \text{ эВ}}^{\infty} \frac{\text{Im } \varepsilon(\omega')}{\omega'} d\omega'. \quad (72)$$

В большинстве сверхпроводящих купратов эта величина достаточно велика,  $\varepsilon(0) \sim 6-10$ . Нам хотелось бы обратить внимание на интенсивный межзонный переход при  $\omega \approx 1$  эВ, полученный в наших расчетах. Следы этого перехода при тех же энергиях видны и на экспериментальных кривых. В наших расчетах интенсивность пика заведомо завышена, что легко объяснимо даже с чисто технической точки зрения: эти расчеты были проведены довольно давно и на достаточно слабой вычислительной машине с использованием малого числа  $\mathbf{k}$ -точек при интегрировании по зоне Бриллюэна. Гораздо более детально были изучены оптические спектры  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  и к тому же несколькими группами. К подробному обсуждению этих результатов мы и перейдем.

Прежде всего нам хотелось бы уточнить некоторые пункты нашего предыдущего обсуждения методов расчета оптических спектров металлов. До сих пор мы рассматривали диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon(\omega)$  и оптическую проводимость  $\sigma(\omega)$  как скалярные функции энергии. Это действительно правильно для кубических

кристаллов. А именно для этой структуры были проведены упоминавшиеся нами расчеты для простых и переходных металлов. Сверхпроводящие купраты обладают либо тетрагональной, либо даже орторомбической симметрией. Для них и  $\varepsilon(\omega)$ , и  $\sigma(\omega)$  представляют собой тензоры  $\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega)$  и  $\sigma_{\alpha\beta}(\omega)$ , которые могут быть диагонализированы. Так, для тетрагональной симметрии имеем

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{yy}(\omega) \neq \varepsilon_{zz}(\omega), \quad (73)$$

а для орторомбической —

$$\varepsilon_{xx}(\omega) \neq \varepsilon_{yy}(\omega) \neq \varepsilon_{zz}(\omega). \quad (74)$$

Здесь ось  $z$  считается направленной по оси  $c$ , перпендикулярной плоскостям  $\text{CuO}$ . Процессы переноса по оси  $z$  заведомо не описываются с хорошей точностью в рамках электронной зонной теории. Вопрос этот крайне важен и интересен, но его обсуждение выходит за рамки данного обзора. Формально расчеты компонент тензоров диэлектрической проницаемости и оптической проводимости выполняются так же, как и для кубических кристаллов, но с заменой оператора оптических переходов  $\nabla$  в (65) на  $\partial/\partial x$ ,  $\partial/\partial y$  и  $\partial/\partial z$ , соответственно.

На рисунке 10 представлены результаты наших расчетов [82, 83] коэффициента отражения света в плоскости  $\text{CuO}$  для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  совместно с экспериментальными данными, полученными для пленок этого соединения. Следует отметить в целом разумное согласие результатов расчета и эксперимента. Наши вычисления были, естественно, проведены для монокристаллического состояния системы и они демонстрируют достаточно сильную анизотропию коэффициента отражения по осям  $a$  и  $b$ . Здесь ось  $b$  направлена вдоль цепочек, состоящих из атомов  $\text{Cu}$  и  $\text{O}$ , ось  $a$  — перпендикулярно к ним. Эксперименты были проведены на пленках, где из-за эффектов двойникования отсутствует выделенное направление для цепочек. На следующем рис. 11 воспроизведены результаты наших расчетов [82, 83] функции  $L(\omega) \sim -\text{Im}[1/\varepsilon(\omega)]$ , которая описывает спектр энергетических потерь быстрых электронов в кристалле. Согласие экспериментальных и расчетных данных для этой функции также довольно хорошее, по крайней мере, не хуже, чем для любых переходных металлов. Здесь следует подчеркнуть хорошее совпадение эксперимента и теории при описании низкочастотного плазменного

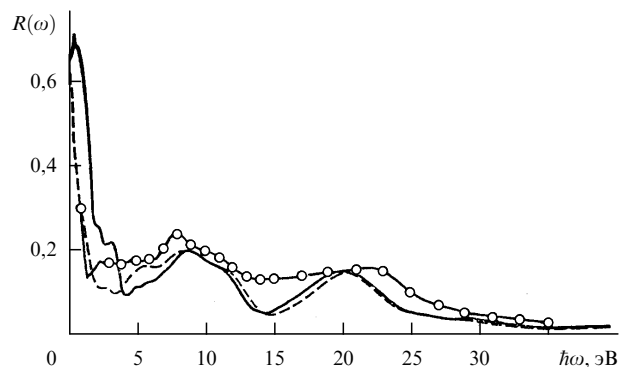


Рис. 10. Коэффициент отражения  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  в энергетической области 0–40 эВ: сплошная кривая — расчет при  $E||b$ , штриховая — расчет при  $E||a$ , сплошная линия с точками — эксперимент [87].

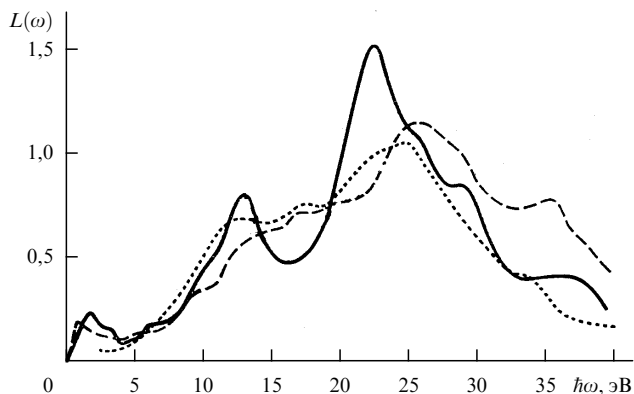


Рис. 11. Функция характеристических потерь  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ . Сплошная линия — расчет [82, 83], штриховая — эксперимент [88], пунктир — эксперимент [89].

колебания, связанного с электронами проводимости при  $\omega \approx 1$  эВ. Функция  $L(\omega)$  была измерена для большинства купратных соединений [90], и ее вид мало изменяется от соединения к соединению. Существуют две наиболее заметные особенности на кривой  $L(\omega)$ . Во-первых, это наличие во всех металлических соединениях низкочастотного плазменного колебания валентных электронов при  $\omega \sim 1$  эВ. Во-вторых, сильно развитый спектр флуктуаций плотности заряда, простирающийся от энергий  $\omega \sim 2$  эВ и до  $\omega \sim 40-50$  эВ. Наличие такого спектра флуктуаций плотности приводит к высоким значениям статической диэлектрической постоянной  $\epsilon(0) \sim 6-10$  и, следовательно, к сильной экранировке кулоновского взаимодействия.

На следующем рис. 12 приводятся графики вычисленного коэффициента отражения [82] для  $\text{YBCO}$  по осям  $a$  и  $b$  на меньшем интервале энергий, чем на рис. 10, чтобы облегчить сравнение с экспериментальными данными, полученными на монокристаллах без двойников [91–94]. На рисунке 12 ясно видна сильная анизотропия коэффициента отражения по осям  $a$  и  $b$ , хорошо наблюдаемая и на эксперименте. Наиболее подробно сравнение экспериментальных данных с нашими расчетами [82, 83] было проведено в работе цюрихской группы [91]. В ней было отмечено, что общее согласие экспериментальных и расчетных данных об анизотропии коэффициента

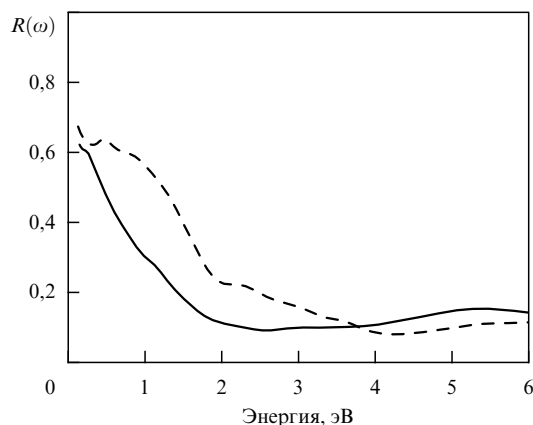


Рис. 12. Коэффициент отражения  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  [82] в интервале энергии до 6 эВ. Сплошная кривая —  $E||a$ , штриховая —  $E||b$ .

отражения удивительно хорошее, включая даже пересечение кривых  $R(\omega)$  при энергиях  $\omega \sim 3-4$  эВ. Более того, в этой работе были детально исследованы межзонные переходы, обнаруженные в наших расчетах. Наиболее интенсивный из них при  $\omega \approx 0,4$  эВ ясно виден и на кривой отражения по оси  $b$ . Наличие интенсивного межзонного перехода в направлении  $b$ , т.е. в цепочках  $\text{CuO}$ , при энергиях  $\omega \approx 0,4$  эВ отмечалось еще в ранней работе петербургской группы [92]. В работе [91] было подтверждено существование всех межзонных переходов, вычисленных нами в интервале до  $\omega \sim 4$  эВ. Единственное отличие заключается в том, что в экспериментах межзонный переход в плоскости (т.е. по оси  $a$ ) при энергиях  $\omega \sim 0,6$  эВ имеет несколько большую интенсивность, чем это следует из наших расчетов. Общий вывод, сделанный в работе [91], состоит в том, что оптические спектры системы  $\text{YBCO}$  при оптимальном допировании очень хорошо описываются в рамках стандартной электронной зонной структуры, по крайней мере, при энергиях  $\omega \gtrsim 0,5$  эВ.

Гораздо менее радужная ситуация существует в области малых энергий. В наших расчетах [81–83] мы использовали простейшее приближение для описания внутризонных переходов, а именно, стандартную формулу Друде для проводимости:

$$\sigma(\omega) = \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{4\pi} \frac{1}{-i\omega + 1/\tau}. \quad (75)$$

Плазменная частота  $\omega_{\text{pl}}$  вычислялась на основе электронной зонной структуры, а величина обратного времени релаксации определялась из сравнения со статическим электросопротивлением. Подобный подход вполне прилично работает для изученных нами ранее простых и переходных металлов. В купратных же соединениях простая формула Друде (75) совершенно не описывает экспериментальные данные. В одном из ранних экспериментальных исследований [94] оптических спектров монокристаллов  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  было отмечено, что низкоэнергетическое поведение коэффициента отражения  $R(\omega)$  и оптической проводимости  $\sigma(\omega)$ , обусловленных отражением света от плоскости  $\text{CuO}$ , довольно хорошо описывается обобщенной формулой Друде с частотнозависящими эффективной массой  $m^*(\omega)/m$  и обратным временем релаксации  $1/\tau(\omega)$ . Было отмечено также, что величина

$$\frac{1}{\tau^*(\omega, T)} = \frac{1}{\tau(\omega, T)} \frac{m}{m^*(\omega, T)}$$

демонстрирует необычную, по мнению авторов работы [94], линейную зависимость от  $\omega$  вплоть до энергий  $\omega \sim 2000 \text{ см}^{-1}$  (0,25 эВ). Подобное поведение функции  $1/\tau^*(\omega)$ , как самими авторами, так и многими другими исследователями, обычно отождествлялось с нефермижидкостным поведением электронов в ВТСП-системах. В качестве возможных моделей такого поведения обратного времени релаксации рассматривались "маргинальная" ферми-жидкость [95], латтинжеровская жидкость и особенности электронного спектра типа "нестинга" [25]. Нами достаточно давно было показано [96], что данные, полученные в работе [94], могут быть вполне естественным образом объяснены в рамках модели с сильным ЭФВ.

Наши расчеты проводились по следующей схеме. Для вычисления внутрizonного вклада в диэлектрическую проницаемость использовалось выражение

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon(0) + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma(\omega). \quad (76)$$

Здесь  $\varepsilon(0)$  — вклад межзонных переходов в низкоэнергетическую часть ДП. Ее величина  $\varepsilon(0) \sim 8$  была ранее вычислена нами в рамках электронной зонной структуры. Для оптической проводимости  $\sigma(\omega)$  использовалась обобщенная формула Друде (35). Плазменная энергия электронов в соответствии с первопринципными расчетами [82], а также с результатами анализа экспериментальных данных [97] выбиралась равной 3 эВ. К сожалению, отсутствуют сколько-нибудь детальные данные о транспортной спектральной плотности ЭФВ, необходимой для расчета оптической проводимости. Для этих целей мы использовали вид функции  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$ , который достаточно разумно передает плотность состояний фононов в ВТСП-системах [98]. Эта функция изображена на рис. 13 сплошной линией. Единственным подгоночным параметром в описываемой процедуре является, таким образом, константа ЭФВ

$$\lambda_{tr} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)}{\omega} d\omega.$$

Наилучшее согласие с экспериментальными данными получается при выборе  $\lambda_{tr} = 2,1$ . На этом же рис. 13 представлены результаты для  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$ , полученные из расчетов  $\sigma(\omega)$  в соответствии с приведенной в предыдущем разделе формулой (54):

$$\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega) \sim \frac{d^2}{d\omega^2} \left[ \omega \operatorname{Re} \frac{1}{\sigma(\omega)} \right].$$

Как видно из рис. 13, даже при довольно низких температурах ( $T = 10$  К) данная формула достаточно плохо воспроизводит функцию  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$ . Еще хуже ситуация обстоит при более высоких температурах

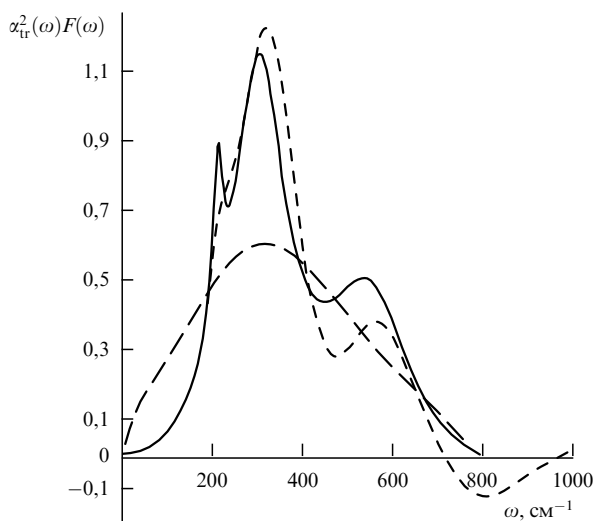


Рис. 13. Транспортная спектральная функция. Сплошная кривая — модельная функция  $\alpha_{tr}^2(\omega)F(\omega)$ ; штрихи — функция, полученная в соответствии с (54) для  $T = 10$  К и длинные штрихи — для  $T = 100$  К.

( $T = 100$  К). Учитывая, что при  $T < 93$  К изучаемая система находится в сверхпроводящем состоянии, с помощью этой формулы из экспериментальных данных о проводимости можно извлечь лишь очень грубое представление о спектральной плотности ЭФВ. Несколько лучшие результаты можно получить из решения обратной задачи о восстановлении этой функции из решения интегрального уравнения для функции  $1/\tau_{tr}(\omega)$  или непосредственно из коэффициента отражения  $R(\omega)$ . К обсуждению этого вопроса мы еще вернемся несколько позже.

Более детальное изучение частотной и температурной зависимости коэффициента отражения света в системе YBCO было проведено нами недавно [99]. Для анализа использовались экспериментальные данные, полученные группой Н. Бонтем на пленках YBCO высокого качества. Для расчета использовался тот же самый подход, что и описанный выше. Единственным отличием было то обстоятельство, что в формулу (76) для ДП был добавлен вклад межзонных переходов в инфракрасной области спектра в виде широкого лоренциана:

$$\varepsilon_{inter}(\omega) = \frac{\omega_{in}^2}{\omega_e^2 - \omega^2 + i(\omega/\tau_e)}. \quad (77)$$

При этом использовались следующие значения для параметров в уравнении (77):  $\omega_{in} = 6000$   $\text{см}^{-1}$ ,  $\omega_e = 5800$   $\text{см}^{-1}$  и  $1/\tau_e = 9000$   $\text{см}^{-1}$ . Эти параметры были выбраны из близкого соответствия с нашими первопринципными расчетами для межзонных переходов в системе YBCO [82].

На рисунке 14 приведены результаты расчетов и экспериментальные данные [99]. Для константы ЭФВ использовалось значение  $\lambda = 2$ . На этом рисунке хорошо видно, что модель с сильным ЭФВ очень хорошо воспроизводит как частотную, так и температурную зависимость коэффициента отражения света от пленки YBCO в широком интервале энергий (до  $6000$   $\text{см}^{-1}$ ) и температур. На вставке показано сравнение теоретических расчетов и экспериментальных данных при  $T = 300$  К в более широком интервале энергий. Заметно некоторое отличие этих данных при  $\omega > 1$  эВ, но это разногласие можно легко исправить, учтя более акку-

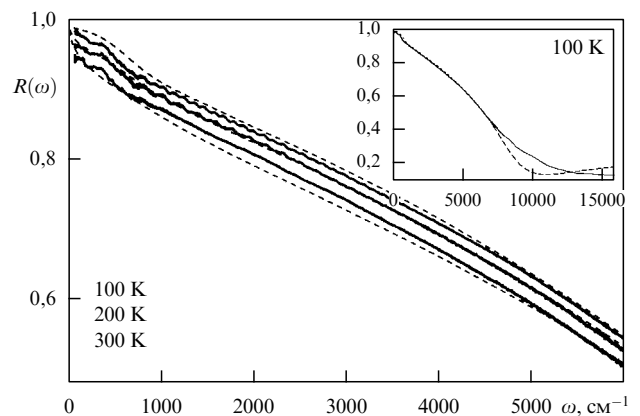


Рис. 14. Измеренный (сплошная линия) и вычисленный (штриховая линия) коэффициент отражения для пленок YBCO. Сверху вниз: 100, 200 и 300 К. На вставке — поведение  $R(\omega)$  в более широком интервале энергий.



ратно межзонные переходы при энергиях  $\omega \sim 1$  эВ. Следует отметить, что данный подход прекрасно описывает и статическое электросопротивление  $\rho(T)$  этих пленок, которое линейно возрастает с ростом температуры при  $T > T_c$ . Более того существует очень хорошее согласие даже с абсолютным значением  $\rho(T)$ .

Существует распространенное утверждение, что обратное время релаксации  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  возрастает в ВТСП-системах линейно с ростом энергии  $\omega$  вплоть до  $\omega \sim 1$  эВ. Модель с сильным ЭФВ не может, естественно, привести к подобному поведению  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$ , в чем легко убедиться из результатов расчета этой величины, представленных в предыдущем разделе. Оно действительно имеет квазилинейную зависимость от  $\omega$  до энергий  $\omega \sim (2-3) \omega_{max}$  и затем, хотя и продолжает возрастать, но гораздо медленнее, стремясь к насыщению при  $\omega \sim (8-10) \omega_{max}$ , где  $\omega_{max}$  — максимальная энергия фононов  $\sim 0,1$  эВ ( $800 \text{ см}^{-1}$ ). Существенное отличие ВТСП-систем от большинства других металлов связано с абсолютными значениями величины  $1/\tau(\omega, T)$ . Так, даже в статическом пределе, где

$$\frac{1}{\tau(0, T)} \simeq 2\pi\lambda T$$

его значение достигает величин  $\approx 0,1$  эВ, что более чем в 10 раз превосходит само значение температуры. Именно такие высокие значения  $1/\tau(\omega)$  наблюдались недавно в фотоэмиссионных измерениях [100].

При анализе экспериментальных данных о поведении величины  $1/\tau(\omega)$  в системе YBCO [25, 101] зачастую не принимают во внимание наличие интенсивных межзонных переходов в инфракрасной области спектра. Это обстоятельство, как показано в нашей работе [96], приводит к фиктивному возрастанию  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  за счет именно межзонных переходов.

В этом отношении гораздо более информативными, с точки зрения изучения частотной зависимости  $1/\tau(\omega)$ , могут быть исследования на висмутовых [102] и таллиевых [103] купратах. Хотя первопринципные расчеты оптических спектров этих соединений, насколько нам известно, не проводились, но даже из вычисленных для них электронных спектров можно заключить, что в них должны отсутствовать интенсивные межзонные переходы в инфракрасной области спектра. На рисунке 15 показаны графики энергетической зависимости эффективной массы  $m_{tr}^*(\omega)/m$  и обратного времени релаксации  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  для  $\text{B}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_6$ , опубликованные в работе [102]. Эти результаты ясно показывают, что ни теория маргинальной ферми-жидкости [95], ни теория латтинжеровской жидкости [101] не могут их описать на сколько-нибудь широком интервале энергий. На рисунке 16 показаны результаты [104] расчета величин  $m_{tr}^*(\omega)/m$  и  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  в рамках модели с сильным ЭФВ и с константой связи  $\lambda = 1,9$ , демонстрирующие прекрасное согласие с экспериментом. Аналогичные результаты для  $1/\tau_{tr}^*(\omega)$  были получены и для таллиевых соединений [103].

Приведенные выше результаты расчетов и их сравнение с экспериментальными данными, на наш взгляд, убедительно демонстрируют не только возможность объяснения свойств нормального состояния оптимально допированных систем в рамках модели с сильным ЭФВ, но и фактическую достоверность этой модели.

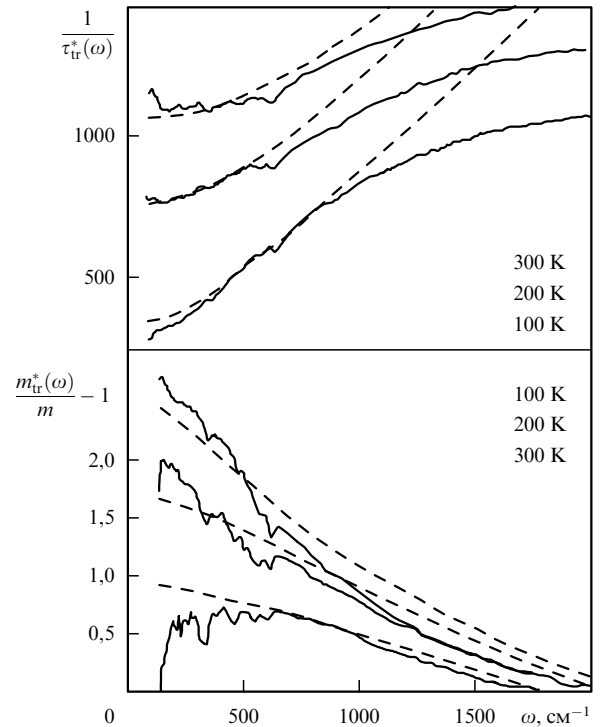


Рис. 15. Обратное время релаксации и эффективная масса для BSCCO. Сплошная кривая — эксперимент, штриховая — расчет по теории маргинальной ферми-жидкости.

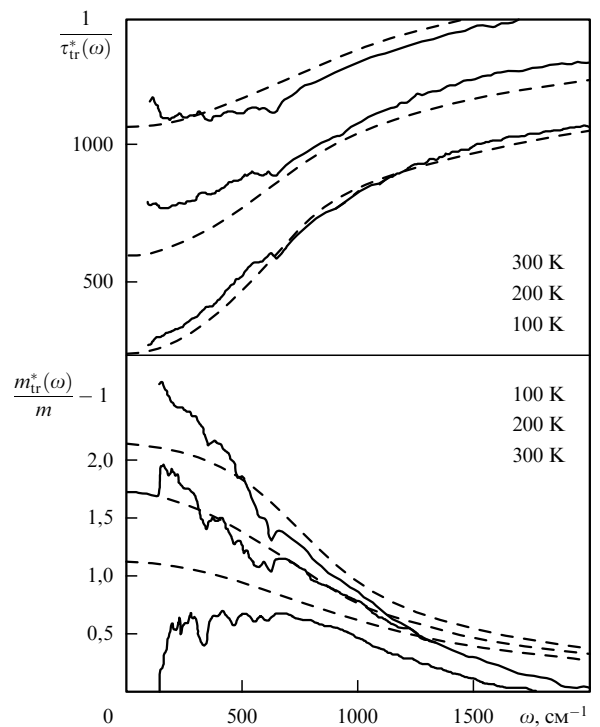


Рис. 16. Обратное время релаксации и эффективная масса для BSCCO. Сплошная кривая та же, что и на рис. 15. Штриховая — расчет в модели сильного ЭФВ.

Единственной альтернативой ЭФВ при описании процессов релаксации могло бы быть взаимодействие электронов с флуктуациями спинов. Именно этот подход развивается группой Д. Пайнса [21, 22] и поддержи-

вается большим числом других исследователей, вовлеченных в изучение ВТСП-систем. В действительности, как мы сейчас покажем, взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями в принципе не может объяснить релаксацию зарядов и токов в ВТСП-системах. Прежде всего, как следует из предыдущего рассмотрения, для объяснения линейной зависимости электросопротивления при  $T > T_c$ , а также температурной и частотной зависимости обратного времени релаксации необходимо существование возбуждений, на которых происходит релаксация электронов, с энергиями  $\omega \lesssim (5-6)T_c$ . Совершенно ясно, что большая часть фононного спектра в ВТСП-системах удовлетворяет этому условию. Решение обратной задачи о восстановлении спектра промежуточных бозонов из экспериментальных данных по коэффициенту отражения (или поглощения) света в ВТСП-системах и системах с тяжелыми фермионами было представлено в работе [105]. В ней было показано, что в ВТСП-системах спектр промежуточных бозонов, обеспечивающих релаксацию электронов, практически совпадает со спектрами фононов. В тяжелофермионных системах этот спектр совпадает с низкоэнергетическими ( $\omega \sim 10 \text{ см}^{-1}$ ) спиновыми флуктуациями. Аналогичный результат был получен из решения обратной задачи для функции  $1/\tau(\omega)$ , полученной для BSCCO в уже упоминавшейся экспериментальной работе [102]. Поскольку решение обратной задачи проводилось для спектров нормального состояния, т.е. при достаточно высоких значениях температуры, вычисленный спектр промежуточных бозонов не воспроизводит деталей реального спектра фононов или каких-то других возбуждений. Он напоминает, скорее, результат, полученный простым дифференцированием величины  $\omega \text{Re}[1/\sigma(\omega)]$  и изображенный на рис. 13 штриховой линией. Тем не менее эта процедура позволяет правильно восстановить несколько первых моментов функции  $\alpha_{\text{tr}}^2(\omega)F(\omega)$ , в том числе константу связи  $\lambda_{\text{tr}}$  и среднюю эффективную энергию этих бозонов

$$\bar{\omega} = \frac{2}{\lambda_{\text{tr}}} \int_0^{\infty} \alpha_{\text{tr}}^2(\omega)F(\omega) d\omega. \quad (78)$$

Наиболее существенным результатом этого анализа, помимо того факта, что спектр промежуточных бозонов находится в той же области энергий, что и фононный спектр, является доказательство существования в ВТСП-системах высоких значений константы связи с промежуточными бозонами  $\lambda_{\text{tr}} \approx 2$ . Практически тот же самый результат был получен и в недавней работе [106]. Вычисленная в [106] константа связи  $\lambda$  оказалась даже больше, чем у нас,  $\lambda_{\text{tr}} = 2,6$ . Правда авторы работы [106] связывают полученный ими спектр со спиновыми флуктуациями. Невозможность существования констант связи  $\lambda_{\text{tr}} \sim 2$  для спиновых флуктуаций легко понять из такого же типа рассуждений, которые были проведены во введении относительно роли остаточного квазичастичного взаимодействия. Поскольку статическое электросопротивление в ВТСП-системах демонстрирует линейную зависимость от температуры, начиная с  $T = T_c$ , то обратные времена релаксации как для ЭФВ, так и для взаимодействия со спиновыми флуктуациями можно формально записать в виде

$$\frac{1}{\tau_{\text{ph}}} = 2\pi\lambda_{\text{ph}}T \quad (79)$$

и

$$\frac{1}{\tau_{\text{sp}}} = 2\pi\tilde{\lambda}_{\text{sp}}T. \quad (80)$$

Константу связи со спиновыми флуктуациями, определяющими линейную зависимость  $\rho(T)$ , можно записать в виде [21, 31, 109]

$$\tilde{\lambda}_{\text{sp}} = 2 \sum_{\mathbf{q}} \int_0^T \frac{d\omega}{\omega} g_{\text{sp}}^2 \text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega). \quad (81)$$

Здесь  $g_{\text{sp}}$  — матричный элемент взаимодействия электронов со спиновыми флуктуациями и  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$  — магнитная восприимчивость электронов проводимости.

Более удобно переписать  $\tilde{\lambda}_{\text{sp}}$  в виде

$$\tilde{\lambda}_{\text{sp}} = \lambda_{\text{sp}} \frac{\tilde{n}_s}{n_s}, \quad (82)$$

где  $\lambda_{\text{sp}}$  — полная константа связи электронов со спиновыми флуктуациями. Она определяется таким же выражением, как и (81), но интеграл по энергиям берется до бесконечности. Именно эта константа связи  $\lambda_{\text{sp}}$  определяет в модели спиновых флуктуаций величину критической температуры сверхпроводящего перехода при d-спаривании [21]. Величина  $n_s$  определяет полное число спинов в зоне проводимости в плоскости CuO:

$$n_s \sim \sum_{\mathbf{q}} \int_0^{\infty} d\omega \text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega). \quad (83)$$

В ВТСП-системах  $n_s \sim 1$ . Величина  $\tilde{n}_s$  определяет число спиновых возбуждений в интервале энергий до  $\omega \sim T$ :

$$\tilde{n}_s \sim \sum_{\mathbf{q}} \int_0^T d\omega \text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega). \quad (84)$$

В ВТСП-системах действительно существуют спиновые флуктуации, наблюдаемые, например, с помощью рассеяния нейтронов. В частности, наблюдается пик функции  $\text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega)$  при  $\omega \approx 30 \text{ мэВ}$  и волновом векторе  $\mathbf{q} = (\pi, \pi)$ , который отвечает периоду антиферромагнитного упорядочения в системе  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ . Эти антиферромагнитные флуктуации, в частности, могут быть ответственны за аномальное поведение времени релаксации ядерного магнитного спина на ядрах Cu [21, 22]. Детальные исследования функции  $\text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega)$  до энергий  $\omega \sim 30 \text{ мэВ}$  и для большого числа волновых векторов  $\mathbf{q}$  были проведены в работе [109]. Было показано с использованием правила сумм (82), что для указанного интервала энергий ( $\omega \lesssim 30 \text{ мэВ}$ ) величина  $\tilde{n}_s$  составляет всего порядка 3,2 % от полной величины  $n_s$ . Учитывая, что по самым оптимистическим оценкам, следующим из модели d-спаривания за счет спиновых флуктуаций, полная константа связи  $\lambda_{\text{sp}} \lesssim 1$ , можно сделать вывод, что спиновые флуктуации не в состоянии объяснить ни абсолютных значений обратного времени оптической релаксации  $1/\tau(\omega)$ , ни его температурной и частотной зависимости. Для того чтобы иметь возможность описания эффектов оптической релаксации за счет спиновых флуктуаций, весь их спектр должен быть смещен в область малых энергий  $\omega \lesssim 0,1 \text{ эВ}$ , как это

следует из всего изложенного выше, в том числе и из численных решений обратной задачи о восстановлении спектра промежуточных бозонов [104–106]. Подобное "смягчение" всего спектра спиновых флуктуаций представляется абсолютно лишенным всяких физических оснований.

Таким образом, из всего вышеприведенного, на наш взгляд, можно однозначно сделать вывод, что свойства нормального состояния оптимально допированных ВТСП-систем мало отличаются от свойств многих других "обычных" металлов. В этом месте, однако, вспоминая данное во введении обещание "не передергивать факты и не заматывать мусор под ковер", необходимо сделать ряд замечаний, показывающих, что не все так просто даже в оптимально допированных фазах.

Во-первых, как мы уже отмечали наряду со многими другими авторами, измеренная поверхность Ферми в купратах хорошо описывается теорией электронной зонной структуры [67]. Недавно появились работы, в которых это было подвергнуто сомнению [110, 111]. Методом фотоэмиссии с угловым разрешением была перемерена поверхность Ферми BSCCO с использованием падающих фотонов с энергией 33 эВ. До сих пор такие измерения проводились с фотонами меньшей энергии. Результаты этих измерений представлены на рис. 17. На рисунках 17а, в показаны зависимость энергии электронов от импульса  $\varepsilon(\mathbf{k})$  и вид поверхности Ферми, полученные в более ранних экспериментах. На рисунках 17б, г изображены те же величины, но полученные авторами с использованием фотонов с энергией 33 эВ. Как видно из рисунка, новая поверхность Ферми и электронный спектр существенно отличаются от предполагавшегося ранее. Во-первых, поверхность Ферми из открытой превращается в закрытую и, во-вторых, исчезает так называемая обобщенная седловая точка под поверхностью Ферми, которая активно

используется во многих теориях ВТСП-систем. Рисунки 17б, г поясняют причину расхождений электронного спектра при использовании для измерений фотонов различной энергии. По мнению авторов работ [110, 111], фотоны меньшей энергии возбуждают поверхностные или какие-то иные состояния, не относящиеся к состояниям электронов проводимости, которые и маскируют реальный вид поверхности Ферми вблизи точки  $M$  зоны Бриллюэна. Пока рано подробно обсуждать следствия для многих теорий ВТСП-систем, к которым приведет наличие замкнутой поверхности Ферми, поскольку сами результаты этих измерений были подвергнуты сомнению в совсем недавних работах [112, 113].

Существует еще одна непростая проблема в ВТСП-системах, которая возникла после наблюдения в [114] линейного роста сопротивления с температурой в соединении  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_x$ , начиная прямо с  $T_c$ . Вся нетривиальность этой зависимости состоит в том, что значение  $T_c$  для этой системы равно 7К! Этот пример с тех пор используется как самый главный аргумент в доказательстве нефермижидкостного поведения ВТСП-систем. Следует отметить, что одновременно была опубликована работа другой группы [115], в которой линейный рост сопротивления наблюдался в системе  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_x$ , начиная с гораздо более высоких температур. Подробно эта ситуация была изучена экспериментально в работе Веденева с соавторами [116]. Они показали, что в монокристаллах очень хорошего качества с  $T_c \approx 5$  К сопротивление демонстрирует стандартное поведение, описываемое формулой Блоха–Грюнайзена с дебаевской температурой  $\Theta_D \approx 270$  К. Но это только половина правды. Другая заключается в том, что существуют образцы несколько худшего качества, но с более высокими  $T_c = 10$  К, которые действительно обладают линейной зависимостью  $\rho(T)$  вплоть до  $T_c = 10$  К. Как-то уж очень трудно предположить, что электронная система в  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_x$  при не очень сильном ухудшении качества монокристаллов и некотором повышении  $T_c$  из ферми-жидкости превращается в латтинжеровскую жидкость. Стандартный подход к системе с электрон-фононным взаимодействием, описанный выше, явно не может объяснить линейную зависимость  $\rho(T)$  до  $T \sim 10$  К. Следует отметить, что процессы переноса в двумерных системах с сильным электрон-фононным взаимодействием, а также взаимодействием с примесями и дефектами изучены еще не в полной мере [117]. Решение же этой проблемы "сверхлинейного" поведения  $\rho(T)$  в некоторых образцах  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_x$ , на наш взгляд, необходимо искать именно в каких-то особенностях двумерных систем, а не в новой физике.

Последняя проблема по списку, но возможно не по важности, которую мы кратко обсудим в конце этого раздела, — это сильная анизотропия обратных времен релаксации даже в нормальном состоянии оптимально допированных систем. Этот факт наблюдался недавно в экспериментах по фотоэмиссии с угловым разрешением. Существует ряд работ, в которых обсуждается природа таких "горячих" и "холодных" точек на поверхности Ферми [118, 119] с точки зрения модели спиновых флуктуаций. Нам хотелось бы только подчеркнуть здесь (подробнее мы обсудим эту проблему в следующем разделе), что и электрон-фононное взаимодействие в этих системах является сильно анизотропным.

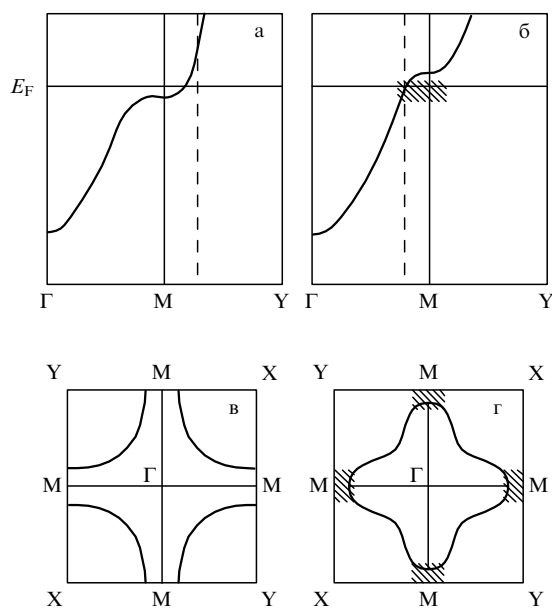


Рис. 17. Схематическая картина энергии электронов  $\varepsilon(\mathbf{k})$  (а, б) и поверхности Ферми (в, г) в BSCCO; (а, в) — предыдущие представления; (б, г) — новые результаты. Заштрихованные области на рис. (б, г) — дополнительные (необъемные) состояния.

#### 4. Загадка сверхпроводящего состояния в купратах

Первое, что следует отметить в этом разделе, это возможность объяснения высоких значений критической температуры сверхпроводящего перехода в рамках рассмотренной выше модели с сильным ЭФВ. Если пренебречь различием между функциями  $\alpha_{\text{гр}}^2(\omega)F(\omega)$  и  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ , что обычно можно сделать в большинстве известных металлов, то решение уравнений Элиашберга (42), (43) с функцией  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ , изображенной на рис. 13, и константой связи  $\lambda = 2$  дает  $T_c = 93,1$  К. Слегка изменив функцию  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$  и увеличив ее интенсивность в области более высокоэнергетических фононов, а также немного увеличив константу связи до  $\lambda = 2,3$ , можно получить значение  $T_c = 125$  К. Таким образом, в отличие от большого числа пессимистических утверждений можно убедиться, что сами по себе высокие значения  $T_c$  в купратах не являются чем-то необычным для систем с сильным ЭФВ.

Существует много теоретических работ, где в рамках МФП оценивались возможные значения константы ЭФВ в высокотемпературных сверхпроводящих купратах [120–124]. В этих работах вычислялись, как правило, не полные константы связи  $\lambda$ , а константы связи электронов с некоторыми определенными фононными модами. Частоты данных мод определялись методом "замороженных" фононов [61]. Основной вывод этих работ заключается в том, что имеются ясные физические причины, по которым ЭФВ в купратах может быть достаточно сильным. Оценки для полной константы связи  $\lambda$ , полученные в этих работах, дают величины порядка  $0,6 \lesssim \lambda \lesssim 1,5$ . Основные причины, способствующие относительно большим значениям  $\lambda$  в купратах, таковы: во-первых, это их слоистое кристаллическое строение, позволяющее иметь достаточно высокие значения плотности состояний электронов на поверхности Ферми несмотря на весьма малые значения числа электронов на элементарную ячейку; во-вторых, это сильная гибридизация волновых функций электронов атомов Cu и O на плоскости, позволяющая даже электронам, связанным с легким атомом кислорода, участвовать в ЭФВ; в-третьих, это значительная доля ионной связи в этих соединениях. Отсутствие экранировки в направлении, перпендикулярном к плоскостям CuO, приводит к сильному ЭФВ на плоскости из-за изменения потенциала Маделунга на атомах Cu и O за счет фононов, обуславливающих движение апексного иона кислорода и даже ионов Ва и Y в системе  $YBa_2Cu_3O_7$ . Причем константа связи с такими модами очень велика и достигает значений  $\lambda_v \sim 2-4$ .

Были выполнены также расчеты [122, 125, 126] спектральных плотностей ЭФВ для ряда купратов. Мы вернемся к обсуждению этих работ несколько позднее, а сейчас перейдем к обсуждению экспериментальных свидетельств проявления эффектов сильного ЭФВ в свойствах сверхпроводящего состояния ВТСП систем.

Одним из таких эффектов является изменение фононных спектров ВТСП-систем при переходе в сверхпроводящее состояние. Такие изменения наблюдаются в экспериментах по комбинационному рассеянию света на оптических фононах и поглощению света оптически активными фононами [127, 128], а также по рассеянию нейтронов [98]. Наиболее сильные изменения наблюдаются

[129] с помощью комбинационного рассеяния света в соединении  $HgBa_2Ca_3Cu_4O_{10+x}$  с  $T_c = 123$  К. Изменения в фононных спектрах связаны с неадиабатическими эффектами, обусловленными электрон-фононным взаимодействием. Впервые такие эффекты были предсказаны в работе [130] для нормального состояния металла, позднее они были вычислены и для сверхпроводящего состояния в модели БКШ с изотропным спариванием [131]. Наиболее сильно эти эффекты проявляются для оптических фононов с малыми волновыми векторами  $\mathbf{q}$ ,

$$qv_F < \omega_0, \quad (85)$$

где  $v_F$  — скорость Ферми и  $\omega_0$  — неперенормированная частота фонона. В области волновых векторов  $q$ , определяемых условием (85), неадиабатические эффекты не имеют никакой дополнительной малости помимо возможной малости константы связи данной моды с электронами [132]. При волновых векторах  $q > \omega_0/v_F$  неадиабатические эффекты становятся малыми в меру малости отношения  $\omega_0/\varepsilon_F$  в нормальном состоянии или  $\Delta/\varepsilon_F$  в сверхпроводящем. Именно по этой причине неадиабатические эффекты слабо проявляются в нейтронных экспериментах, где измеряются фононы с достаточно большими волновыми векторами  $\mathbf{q}$ . Хотя, как было показано в работе [133], ситуация может быть существенно иной в системах, где имеется "нестинг" в электронном спектре и поэтому возможны сильные неадиабатические эффекты для фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$ , совпадающим с вектором "нестинга". Неадиабатические эффекты наблюдаются и в нормальном состоянии металлов, обладающих оптическими модами [134], и могут оказаться весьма существенными для ВТСП-систем при  $T > T_c$  [132].

Фактически во всех указанных выше экспериментах измеряется спектральная плотность фононной функции Грина для  $\nu$ -й моды:

$$\begin{aligned} \text{Im } D_\nu(\mathbf{q}, \omega) &= \\ &= \frac{2\omega_0(\mathbf{q}) \text{Im } P_\nu(\mathbf{q}, \omega)}{[\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{q}) - 2\omega_0(q) \text{Re } P_\nu(q, \omega)]^2 + 4\omega_0^2(\mathbf{q}) \text{Im } P_\nu^2(\mathbf{q}, \omega)}, \end{aligned} \quad (86)$$

где  $P_\nu(\mathbf{q}, \omega)$  — поляризационный оператор, определяемый взаимодействием фононов с электронами. Мы не будем здесь обсуждать детали неадиабатических эффектов в нормальном состоянии, а сосредоточимся на изменениях спектральной плотности фононов при  $q = 0$  именно при переходе в сверхпроводящее состояние. Соответствующие расчеты поляризационного оператора  $P_\nu(\omega)$  были проведены как для изотропного спаривания [135], так и для анизотропного d-спаривания [136, 137]. Выражение для функции  $\text{Im } P_\nu(\omega)$  в модели БКШ можно написать в виде [136, 137]

$$\begin{aligned} \text{Im } P_\nu(\omega) &= \\ &= \frac{-\pi N(\varepsilon_F)}{\omega} \left\langle \frac{|g_{\mathbf{k}}^\nu|^2 |\Delta(\mathbf{k})|^2 \theta(\omega^2 - [2\Delta(\mathbf{k})]^2)}{\sqrt{\omega^2 - [2\Delta(\mathbf{k})]^2}} \right\rangle \tanh \frac{\omega}{4T}, \end{aligned} \quad (87)$$

здесь  $g_{\mathbf{k}}^\nu$  — матричный элемент ЭФВ, а скобки означают усреднение по поверхности Ферми. В случае изотропного

s-спаривания  $\Delta(\mathbf{k})$  является константой и, пренебрегая зависимостью  $g_{\mathbf{k}}^v$  от  $\mathbf{k}$ , имеем

$$\text{Im } P_v(\omega) = -\frac{\pi\lambda_v}{\omega} \frac{\Delta^2\theta(\omega^2 - 4\Delta^2)}{\sqrt{\omega^2 - 4\Delta^2}} \tanh \frac{\omega}{2T}, \quad (88)$$

откуда видно, что у фононов с энергиями  $\omega < 2\Delta$

$$\text{Im } P_v(\omega) = 0 \quad (89)$$

и, следовательно, отсутствует затухание. Для фононов же с  $\omega > 2\Delta$  затухание будет нарастать с приближением энергии фононов к величине  $2\Delta$ . Используя соотношение Крамерса – Кронига, можно вычислить  $\text{Re } P_v(\omega)$  и определить изменение частоты фононов из соотношения

$$\omega_v^2 - \omega_0^2 - 2\omega_0 \text{Re } P_v(\omega) = 0. \quad (90)$$

Было показано [135], что фононы с  $\omega < 2\Delta$  смягчаются ( $\omega_v < \omega_0$ ), а с  $\omega > 2\Delta$  "ужесточаются" ( $\omega_v > \omega_0$ ) при переходе в сверхпроводящее состояние. Амплитуда же этих изменений полностью определяется константой связи  $\lambda_v$  данной моды с электронами. В рамках данного подхода в предположении s-спаривания в [135] было описано поведение фонона с энергией  $\omega = 333 \text{ см}^{-1}$ .

Ситуация гораздо сложнее в случае d-спаривания. Из-за усреднения в формуле (87) для  $\text{Im } P_v(\omega)$  по поверхности Ферми существенной становится зависимость от положения вектора  $\mathbf{k}$  на поверхности Ферми как энергетической щели  $\Delta(\mathbf{k})$ , так и матричного элемента ЭФВ  $g_{\mathbf{k}}$ . Как было показано в [137], изменение функции  $\text{Im } P_v(\omega)$ , описывающей ширину фононной линии, больше для фононов, обладающих той же симметрией, что и энергетическая щель  $\Delta(\mathbf{k})$ . Соответствующим образом меняется и сдвиг фононных частот. Таким образом удалось описать изменение фононов разной симметрии в соединении YBCO [137]. Тем не менее ситуация с температурной зависимостью сдвигов фононных частот и их ширин остается в ВТСП-системах не до конца ясной [138] и требует рассмотрения анизотропного спаривания с сильной связью. Существенно, что все эти наблюдения демонстрируют, вне всякого сомнения, вовлеченность ЭФВ в сверхпроводящее спаривание.

Еще одно свидетельство проявления ЭФВ в свойствах сверхпроводящего состояния следует из анализа туннельных спектров ВТСП-систем. Как мы уже отмечали в предыдущем разделе, спектральная функция Элиашберга  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$  в случае изотропного s-спаривания может быть получена из решения обратной задачи для уравнений Элиашберга (42), (43) с известной функцией  $\Delta(\omega)$ , восстановленной из измеренных туннельных характеристик контакта SIN (сверхпроводник – изолятор – нормальный металл). В этом случае величина производной тока  $I$  по напряжению  $V$  равна

$$\frac{\partial I(V)}{\partial V} \sim N(V) \sim \text{Re} \left[ \frac{V}{\sqrt{V^2 - \Delta^2(V)}} \right]. \quad (91)$$

Имеется большое число измерений туннельных характеристик ВТСП-систем, включая измерения на стандартных плоских SIN-контактах [139, 140], а также на так называемых разломных контактах (break junction) [141–143], в которых в результате разлома кристалла

возникает туннельный контакт. В указанных выше работах подчеркивалось, что полученные в них туннельные характеристики мало чем отличаются по форме от туннельных характеристик типичных s-сверхпроводников. Более того, они даже больше похожи на обычные туннельные характеристики, чем, например, это имеет место в так называемой электроннодопированной системе  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  [144], которая по всем остальным свойствам заведомо близка к сверхпроводникам с обычным ЭФ механизмом спаривания [31]. В работах [139–144] была проведена стандартная для s-спаривания обработка туннельных характеристик и получена спектральная плотность ЭФВ, изображенная на рис. 18. Для сравнения на том же рисунке изображена плотность состояний фононов, полученная с помощью рассеяния нейтронов [98]. Как мы видим, имеется весьма хорошее согласие этих кривых. Следует, однако, подчеркнуть, что существует большое число других экспериментов по туннельным характеристикам ВТСП-систем (включая выполненные с помощью сканирующей туннельной микроскопии) [145, 146], в которых наблюдались столь разнообразные формы кривых  $I(V)$  и  $\partial I(V)/\partial V$ , что в настоящее время крайне затруднительно сделать определенный вывод о роли ЭФВ в ВТСП-системах, основываясь лишь на изучении туннельных характеристик.

Подтверждением существования сильного ЭФВ в сверхпроводящем состоянии ВТСП-систем является также недавнее наблюдение [147] в туннельных характеристиках джозефсоновских контактов с током, протекающим перпендикулярно плоскости  $\text{CuO}$ , структуры

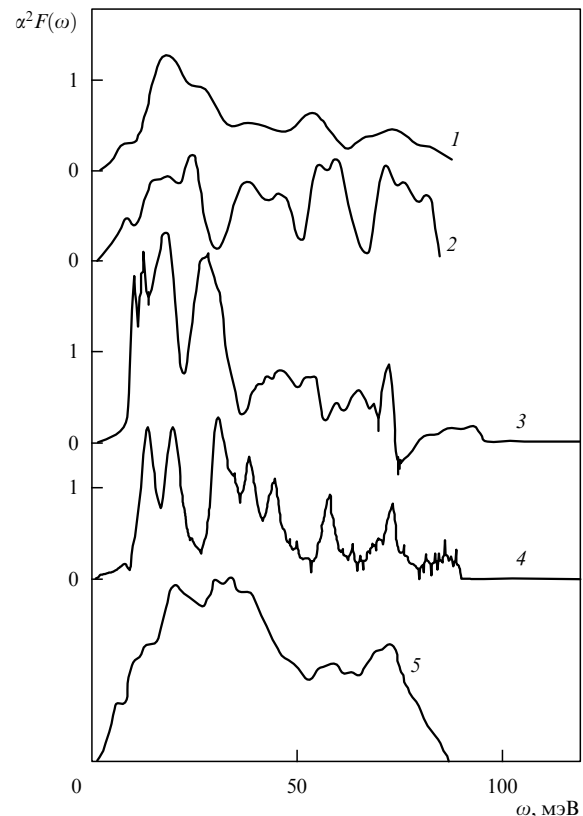


Рис. 18. Функция  $|\partial^2 I / \partial V^2| \sim \alpha^2(\omega)F(\omega)$ , полученная из туннельных экспериментов для ВТСП-систем. Цифрами 1, 2, 3, 4 обозначены данные из работ [141], [142], [140] и [139], соответственно; 5 — обобщенная плотность состояний фононов, измеренная в [98].

внутри сверхпроводящей щели. Напряжения, при которых возникали соответствующие структуры, в точности соответствуют энергиям оптических фононов.

В работе [148] было показано, что подобное явление возникает из-за взаимодействия тока Джозефсона с фононами, точнее, из-за излучения фононов при туннелировании электронов через контакт, так же, как возникают в обычных сверхпроводниках так называемые ступеньки Шапиро из-за взаимодействия тока Джозефсона с электромагнитным излучением [149].

В заключение этого обсуждения экспериментальных свидетельств о том, что ЭФВ существует и в сверхпроводящем состоянии ВТСП-систем, следует упомянуть об изотопическом эффекте. В однокомпонентных системах с электрон-фононной связью величина изотопического эффекта  $\alpha = d \ln T_c / d \ln M$  (где  $M$  — масса изотопа) равна  $1/2$ . Как известно [150], в оптимально допированных системах изотопический эффект, т.е. зависимость  $T_c$  от массы изотопа, практически равен нулю. Тем не менее этот эффект существует в ряде недопированных систем, и его величина достигает значения  $\alpha_0 \approx 0,3$  для кислорода.

Следует сразу же отметить, что несмотря на наличие большого числа свидетельств о существовании в ВТСП-системах сильного ЭФВ, стандартный подход к сверхпроводимости, основанный на уравнениях Элиашберга (42), (43) с изотропным спариванием, не может объяснить большую часть сверхпроводящих свойств таких систем — особенно при низких температурах. Это ясно видно, например, на рис. 19, где изображен коэффициент отражения для пленок YBCO из нашей работы [99]. Поведение вычисленного нами коэффициента отражения при низких температурах существенно отличается от экспериментально наблюдаемого, в отличие от результатов для нормального состояния, где эти две величины совпадают с очень хорошей точностью (см. рис. 19). Причем эти отличия существуют как при малых энергиях ( $\omega < 2\Delta$ ), так и при больших ( $\omega > 2\Delta$ ). При малых  $\omega$  теоретическая кривая демонстрирует наличие щели в спектре возбуждений с отношением  $2\Delta/T_c = 4,6$ , на экспериментальных же кривых эта щель заведомо отсутствует. При больших энергиях ( $\omega > 2\Delta$ ) вычисленная функция  $R(\omega)$  демонстрирует типичные для сверхпроводников с  $s$ -спариванием и сильным ЭФВ осцилляции вблизи коэффициента отражения при

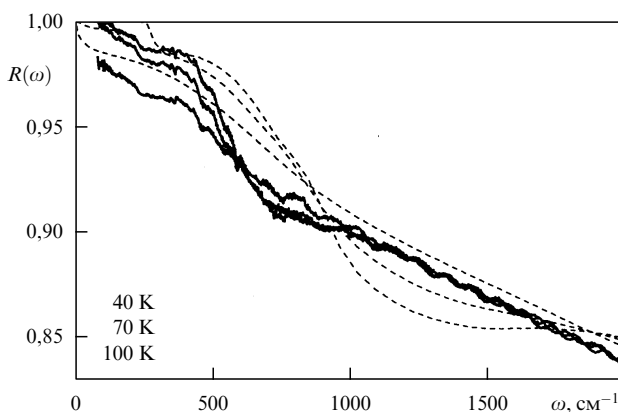


Рис. 19. Измеренный (сплошные линии) и вычисленный (штриховые линии) коэффициент отражения для пленок YBCO при температурах выше и ниже  $T_c$ .

$T = T_c$  вплоть до  $\omega = 2000 \text{ см}^{-1}$ . Можно утверждать, что стандартный подход в рамках ЭФВ не может объяснить два наиболее характерных свойства сверхпроводимости в ВТСП-системах. Это, во-первых, наличие сильной анизотропии энергетической щели. Во-вторых, это большие значения отношения  $2\Delta/T_c = 5-7$  и даже очень большие в  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ , где  $2\Delta/T_c = 9$  [151] и в  $\text{Bi}_2\text{Sr}_{2-x}\text{La}_x\text{CuO}_6$ , где  $2\Delta/T_c \approx 12$  [152]. Было установлено также [153], что не только сверхпроводящая щель в ВТСП-системах является сильно анизотропной, но и свойства нормального состояния сильно анизотропны, даже в плоскости  $\text{CuO}$ . В фотоэмиссионных измерениях с угловым разрешением было установлено, что вблизи поверхности Ферми на оси импульсов  $\mathbf{k} = (0, k_x)$  отсутствует хорошо определенный квазичастичный пик. На этой же оси в сверхпроводящем состоянии имеется максимум энергетической щели  $\Delta_{\mathbf{k}}$ . Соответственно, по оси  $k_x = k_y$ , где  $\Delta_{\mathbf{k}}$  обращается в нуль, в нормальном состоянии существует хорошо определенный квазичастичный пик. Как известно [153], в фотоэмиссионных опытах измеряется, в простейшем приближении, спектральная плотность одночастичной функции Грина, т.е. величина

$$A(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\text{Im } \Sigma(\mathbf{k}, \omega)}{[\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \text{Re } \Sigma(\mathbf{k}, \omega)]^2 + [\text{Im } \Sigma(\mathbf{k}, \omega)]^2}. \quad (92)$$

Не вдаваясь в детали возможных объяснений [118, 119] наблюдаемого явления, основанных, по большей части, на эффектах спин-флуктуационных взаимодействий, можно отметить, что при указанных значениях импульсов  $\mathbf{k}$ , т.е. на оси  $(0, \pi)$ , величины  $\text{Re } \Sigma(\mathbf{k}_F, \omega)$  и  $\text{Im } \Sigma(\mathbf{k}_F, \omega)$  имеют максимальное значение. Поскольку обе эти величины, как минимум, пропорциональны константе связи взаимодействия  $\lambda_{\mathbf{k}}$ , то это, в свою очередь означает, что данное взаимодействие сильно анизотропно.

Соответствующее анизотропное взаимодействие существует в системах с сильными антиферромагнитными спиновыми флуктуациями. Это взаимодействие может быть записано в виде [154]

$$V_{\text{эф}} \sim \frac{3}{2} U^2 \chi(\mathbf{k}' - \mathbf{k}), \quad (93)$$

где  $U$  — отталкивание электронов на ионе  $\text{Cu}$  и  $\chi(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$  — магнитная восприимчивость. В случае антиферромагнитных флуктуаций функция  $\chi(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$  имеет острый пик на волновом векторе  $\mathbf{k}' - \mathbf{k} = (\pi, \pi)$ . Эффективное взаимодействие  $V_{\text{эф}}(\mathbf{q})$  имеет характер отталкивания при всех  $\mathbf{q}$ , поэтому легче всего понять причину возникновения при таком взаимодействии сверхпроводимости с  $d$ -спариванием, рассматривая взаимодействие между электронами (дырками) в реальном пространстве

$$V(\mathbf{R}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{R}) V_{\text{эф}}(\mathbf{q}). \quad (84)$$

Результаты вычисления этой функции для двумерной модели Хаббарда показывают [154], что взаимодействие двух электронов (дырок) на ионе меди очень велико и является отталкивательным. Однако взаимодействие электронов на меди с электронами на ближайших соседних ионах кислорода является притягивающим.

Такого типа взаимодействие имеет притягивающую д-гармонику и в соответствии с общими идеями о спаривании в различных гармониках [26] может возникать сверхпроводящее состояние с d-спариванием.

Высказанные нами в предыдущем разделе возражения против возможности объяснения релаксационных процессов в ВТСП-системах не относятся непосредственно к проблеме существования сверхпроводящего d-спаривания за счет антиферромагнитных спиновых флуктуаций. Решение стандартного уравнения БКШ в d-канале приводит к выражению для  $T_c$  вида

$$T_c \simeq \omega_c \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right), \quad (95)$$

где  $\omega_c$  — характерная энергия спиновых флуктуаций и  $\lambda$  — полная константа связи с ними. Считая, что  $\omega_c$  имеет тот же порядок величины, что и в антиферромагнитном состоянии недодопированных ВТСП-систем, т.е.  $\omega_c \approx 0,4$  эВ, а  $\lambda \sim 0,4-0,6$ , легко получить итоговое значение  $T_c \sim 50-80$  К. Расчеты для двумерной модели Хаббарда [155, 156] с учетом вершинных поправок во взаимодействии, необходимых для выполнения законов сохранения тока и заряда, показали возможность достижения  $T_c \sim 100$  К и отношения  $2\Delta/T_c \sim 8-10$ . Однако параметры взаимодействия, заложенные в эти расчеты, кажутся весьма далекими от реалистических и сильно завышают отношение хаббардовского отталкивания  $U$  к ширине разрешенной зоны  $W$ . В частности, расчеты [157], проведенные с использованием величины магнитной восприимчивости  $\chi(\mathbf{q})$ , взятой из измерений рассеяния нейтронов, приводят к существенно более низким значениям  $T_c$ .

Весьма существенным обстоятельством, которое нельзя забывать при рассмотрении любых нефоновых анизотропных механизмов сверхпроводимости, является наличие в ВТСП-системах сильного ЭФВ, что, на наш взгляд, было убедительно продемонстрировано выше. Влияние этого взаимодействия на анизотропную сверхпроводимость легко понять, рассматривая следующую простую модель. Пусть в системе существует некоторый механизм, приводящий к сверхпроводимости в d-канале, и имеется также изотропное ЭФВ. Соответствующие уравнения для температуры  $T = T_c$  можно написать в виде

$$Z(\omega) \Delta_{\mathbf{k}}(\omega) = \sum_{\mathbf{k}'} \int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \Delta_{\mathbf{k}'}(\omega) \tanh \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}'}}{2T_c}. \quad (96)$$

Для функции  $Z(\omega)$  можно написать выражение (43) из предыдущего раздела обзора. Для наших целей достаточно ограничиться учетом мнимой части функции  $Z(\omega)$ , написав ее в виде

$$Z = 1 + \frac{i}{\tau}. \quad (97)$$

Представим взаимодействие  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  в виде

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = 2V \cos 2\varphi \cos 2\varphi', \quad (98)$$

где  $\varphi$  — угол, определяющий положение импульса  $\mathbf{k}$  на ферми-поверхности и, соответственно,  $\Delta_{\mathbf{k}}(\omega)$  как

$$\Delta_{\mathbf{k}}(\omega) = \Delta(\omega) \sqrt{2} \cos 2\varphi. \quad (99)$$

Тогда можно легко решить уравнение (96) и получить хорошо известное из теории анизотропных сверхпроводников с примесным рассеянием выражение для  $T_c$  [157]:

$$\ln \frac{T_c}{T_c^0} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(1 + \frac{1}{2\pi T_c \tau}\right), \quad (100)$$

где  $T_c^0$  — критическая температура перехода в отсутствие ЭФВ и  $\Psi(x)$  — обычная дигамма-функция. Из этого выражения следует, что изотропное ЭФВ действует на критическую температуру сверхпроводника с d-спариванием как обычное примесное рассеяние. Важно при этом, что в ВТСП-системах это очень сильное рассеяние, поскольку

$$\frac{1}{\tau} = 2\pi\lambda T, \quad (101)$$

и оно приводит к значительному понижению  $T_c$  по сравнению с  $T_c^0$ . Грубо говоря, из соотношений (100) и (101) следует, что

$$T_c \sim T_c^0 \exp(-\lambda), \quad (102)$$

где  $\lambda$  в соответствии с обсуждением, проведенным ранее, порядка 2. Это означает, что для получения экспериментальных значений  $T_c \sim 100$  К должен существовать механизм анизотропной сверхпроводимости, который сам по себе давал бы значения  $T_c^0 \sim 600-700$  К. Ясно, что существование таких механизмов в природе абсолютно нереально.

Практически с момента экспериментального обнаружения купратных ВТСП-систем не прекращались попытки объяснения этого явления в рамках обычного ЭФВ (см. обзоры [30, 31, 158]). Такие попытки вполне оправданы, поскольку, как мы уже упоминали, спектральная плотность ЭФВ, извлекаемая из анализа процессов релаксации в нормальном состоянии, может обеспечить значения  $T_c$  для изотропного спаривания порядка 100 К. Некоторую сложность в подобных объяснениях вносит хорошо установленный в последнее время факт сильной анизотропии энергетической щели в большинстве ВТСП-систем. Недавно, однако, появилось большое число исследований (см. работы [159–164] и цитируемую в них литературу), в которых предприняты довольно удачные попытки примирить сильное ЭФВ и сильную анизотропию энергетической щели. Основная идея всех этих работ достаточно проста. Предположим, что электроны сильно взаимодействуют лишь с фононами с малыми волновыми векторами  $q < q_c$ . При этом  $q_c$  удовлетворяет условию

$$q_c < k_F, K, \quad (103)$$

где  $K$  — вектор обратной решетки. Предположим также, что полная константа связи электронов с этими длинноволновыми фононами достаточно велика,  $\lambda \sim 2$ , и может обеспечить  $T_c$  для изотропного спаривания порядка 60–100 К. Возникающую при этом ситуацию для энергетической щели можно схематически представить себе таким образом, что на поверхности Ферми возникают изолированные области, в которых электроны сильно связаны друг с другом за счет ЭФВ с длинноволновыми фононами, сами же по себе эти области слабо связаны друг с другом из-за неэффективности фононов с  $q > q_c$ . Знак

параметра порядка в каждой из областей совершенно не определен, поскольку все термодинамические величины зависят, фактически, лишь от квадрата этой величины, т.е. от  $|\Delta_{\mathbf{k}}|^2$ . При учете только изотропного ЭФВ, таким образом, возникает вырождение относительно знаков параметра порядка  $\Delta_{\mathbf{k}}$  в различных областях. Дополнительный учет кулоновского отталкивания либо за счет спиновых флуктуаций, либо за счет хаббардовского взаимодействия двух дырок на ионе меди приводит к снятию вырождения и к появлению на всей поверхности Ферми d-компоненты параметра порядка. Поскольку притягивающее ЭФВ для больших волновых векторов, связывающих области с разными знаками  $\Delta_{\mathbf{k}}$ , отсутствует, то ЭФВ не оказывает разрушающего влияния на d-спаривание.

Существуют две серьезные проблемы, связанные с обсуждавшимся только что механизмом возникновения d-анизотропной сверхпроводимости в рамках ЭФВ. Во-первых, это установление причины, приводящей к эффективности взаимодействия электронов лишь с длинноволновыми фононами. Во-вторых, это проблема локализации уединенных сверхпроводящих областей на поверхности Ферми. Для решения первой из этих проблем был предложен целый ряд возможных механизмов. Один из них [160–163] связан со слабостью кулоновской экранировки взаимодействий в квазидвумерных системах с сильной долей ионной связи. Эффективное межэлектронное взаимодействие за счет обмена фононами, грубо говоря, можно представить в виде [160, 161]

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{q}) = \sum_{\lambda} g_{\lambda}^2 \left( \frac{\kappa^2}{q^2 + \kappa^2} \right)^2 \frac{\omega_{\lambda}^2(\mathbf{q})}{(\varepsilon - \varepsilon')^2 - \omega_{\lambda}^2(\mathbf{q})}. \quad (104)$$

Здесь  $\kappa$  — обратный радиус дебаевского экранирования, значение которого и предполагается малым

$$\kappa < k_F, K. \quad (105)$$

Формула (104) показывает, что из-за слабости экранировки, т.е. из-за выполнения неравенства (105), эффективное взаимодействие существует только для длинноволновых фононов, волновые векторы которых  $q$  удовлетворяют неравенству (103).

Другой возможный механизм эффективности взаимодействия с длинноволновыми фононами был предложен в работах [164–166] (см. также обзор [31]) и связан с перенормировкой матричного элемента ЭФВ за счет обменно-корреляционных эффектов. Это также может приводить к малости матричного элемента при больших передаваемых импульсах.

Требуется своего решения и вторая из упомянутых нами проблем, т.е. локализация сверхпроводящих областей на поверхности Ферми. В случае изотропного ЭФВ центры уединенных сверхпроводящих областей могут располагаться в любой точке поверхности Ферми, поскольку константа связи электронов с фононами  $\lambda_{\mathbf{k}}$  в нормальном состоянии одинакова по всей поверхности Ферми. Конечно, введение дополнительного анизотропного кулоновского отталкивания может стабилизировать в сверхпроводящем состоянии такую ситуацию. Но проблема заключается еще и в том, что экспериментальные данные [153] указывают на наличие достаточно сильной анизотропии константы ЭФВ и в нормальном состоянии. Для объяснения этого факта можно использовать разви-

ваемую, в частности, в работах Абрикосова [160, 161] идею о существовании в спектре ВТСП-систем обобщенной сингулярности Ван Хова. Суть этого явления заключается в том, что в энергетическом спектре электронов  $\varepsilon(k_x, k_y)$  существуют области, где  $\varepsilon(k_x, k_y)$  не зависит от одной из компонент импульса, так что спектр становится квазиодномерным. Это, в свою очередь, приводит к сингулярности плотности состояний электронов в данной области спектра типа  $(\varepsilon - \varepsilon_0)^{-1/2}$ , где  $\varepsilon_0$  — расстояние от энергии Ферми до особенности Ван Хова. Имеются как экспериментальные [153], так и теоретические [167, 168] свидетельства в поддержку наличия особенностей Ван Хова в ВТСП-системах, причем сами эти сингулярности располагаются на осях  $(0, \pi)$  и  $(\pi, 0)$ , т.е. именно там, где существуют максимумы энергетической щели и константы ЭФВ в нормальном состоянии. Расчеты, проведенные в работах [160, 161] позволяют, таким образом, решить с учетом сингулярности Ван Хова проблему локализации сверхпроводящих областей и анизотропии константы связи ЭФВ.

Нисколько не отрицая ни существенной роли особенностей Ван Хова, ни превалирующей роли процессов взаимодействия с длинноволновыми фононами, подчеркнем лишь, что многие из упомянутых выше особенностей ВТСП-систем, такие как резкая анизотропия процессов релаксации и сверхпроводящего спаривания, могут быть, в принципе, объяснены в рамках ЭФВ и без привлечения каких-либо специфических характеристик электронного спектра или процессов рассеяния. Мы уже упоминали о первопринципных расчетах ЭФВ в YBCO [125] и CaCuO<sub>2</sub> [126]. В этих работах было показано, что ЭФВ в купратных ВТСП-системах имеет крайне анизотропный характер. В частности, авторы работы [126] вычислили зависящую от импульса константу ЭФВ в различных каналах, используя стандартное выражение

$$\lambda_L(\mathbf{q}) \sim \sum_{\mathbf{k}, \nu} Y_L(\mathbf{k} + \mathbf{q}) |g_{\mathbf{q}\nu}^{\mathbf{k}}|^2 Y_L(\mathbf{k}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}), \quad (106)$$

где  $Y_L(\mathbf{k} + \mathbf{q})$  — обычные сферические гармоники. Здесь компонента с  $L = 0$  отвечает сферически симметричному ЭФВ и  $L = 2$  — d-компоненте ЭФВ. Было показано [126], что в соединении CaCuO<sub>2</sub> константы ЭФВ в s- и d-каналах одного и того же порядка,  $\lambda_s \approx \lambda_d$ . Следует, правда, отметить, что абсолютные значения констант  $\lambda_s$  и  $\lambda_d$  в CaCuO<sub>2</sub> оказались достаточно малыми ( $\sim 0,3$ ), и они не могут объяснить высоких значений  $T_c \sim 90$  К, наблюдаемых в этом соединении. В отличие от этого, в работе [125] было показано, что в YBCO константа связи  $\lambda(\mathbf{q})$  сильно анизотропна и достаточно велика  $\lambda \sim 2$ . Что касается результатов для CaCuO<sub>2</sub> [126], следует учесть неоднозначность в определении реальной кристаллической структуры этого соединения [169], поскольку сверхпроводящим является не само соединение CaCuO<sub>2</sub>, а допированное соединение типа  $(\text{Ca}_{1-x}\text{Sr}_x)_{1-y}\text{CuO}_2$ , где  $x \approx 0,7$  и  $y \approx 0,1$ . Электронное же строение ВТСП-систем и межэлектронное взаимодействие в них очень сильно зависят от их кристаллической структуры. Наиболее ярким подтверждением этого может служить исчезновение сверхпроводимости в системе  $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$  при концентрациях бария  $x \approx 0,125$  [170]. Более того, при этих концентрациях Ва наблюдается также возвращение антиферромагнитного упорядочения [171]. Реально наблюдаемое при этом изменение кристаллической



структуры крайне мало [170, 171] и сводится, фактически, к изменению оси, вдоль которой происходит небольшой поворот октаэдров, образованных ионами кислорода, расположенными вокруг иона меди.

Следует отметить, что сама идея о возможности возникновения сверхпроводимости за счет ЭФВ в других каналах, отличных от изотропного s-спаривания, отнюдь не нова. Задолго до открытия купратных ВТСП-систем рассматривалась возможность существования р-спаривания электронов в щелочных металлах [172, 173] именно за счет ЭФВ. Константы связи ЭФВ в щелочных металлах в s-канале существенно меньше, чем во многих других металлах,  $\lambda_s \approx 0,2$ . Примерно тот же порядок величины имеет в щелочных металлах и кулоновский псевдопотенциал  $\mu^* \approx 0,2$ , который из-за малой плотности электронов несколько больше, чем во многих других металлах, где  $\mu^* \approx 0,13$ . Таким образом, в соответствии со стандартным выражением БКШ для  $T_c$

$$T_c \sim \omega_{ph} \exp\left(-\frac{1}{\lambda - \mu^*}\right) \quad (107)$$

сверхпроводимость в s-канале либо совершенно отсутствует ( $\lambda \lesssim \mu^*$ ), либо значение  $T_c$  экспоненциально мало ( $\lambda \gtrsim \mu^*$ ). Идея о возможности существования в щелочных металлах сверхпроводимости в р-канале основана на следующих аргументах. Во-первых, при анизотропном спаривании кулоновское изотропное отталкивание не оказывает никакого влияния на  $T_c^p$ , которую в этом случае можно написать в виде

$$T_c^p \sim \omega_{ph} \exp\left(-\frac{1}{\lambda_p}\right). \quad (108)$$

Во-вторых, если при этом константа связи  $\lambda_p$  удовлетворяет неравенству

$$\lambda_p \geq |\lambda - \mu^*|, \quad (109)$$

то сверхпроводимость будет возникать именно в р-канале. Оценки величины  $\lambda_p$ , проведенные в работах [172, 173], оказались достаточно противоречивыми, экспериментально же сверхпроводимость в щелочных металлах не наблюдается вплоть до очень низких температур. Это означает, что  $\lambda_p$  в щелочных металлах едва ли удовлетворяет неравенству (109).

Малость константы  $\lambda_p$  и, следовательно, малость анизотропии ЭФВ в щелочных металлах не очень удивительны, поскольку в них существуют лишь акустические фононы и все взаимодействия сильно заэкранированы из-за малости томас-фермиевской длины экранировки. Совершенно иная ситуация реализуется в ВТСП-системах, где имеется большое количество оптических фононов и достаточно слабая экранировка, по крайней мере, в направлении, перпендикулярном плоскостям CuO. В этом отношении представляет значительный интерес расчет константы связи с электронами фонона  $V_{lg}$ , проведенный в работах [174, 175]. Такой фонон при импульсе  $q = 0$  характеризуется движением ионов кислорода, расположенных в плоскости CuO, от этой плоскости. При этом два из них, находящиеся на противоположных сторонах от иона меди, движутся вверх от плоскости, а два других — вниз. При учете гибридизации лишь волновых d-функций меди и p-функций кисло-

рода для матричного элемента ЭФВ  $g_{B_{lg}}(\mathbf{k}, 0)$  получено выражение [175]

$$g_{B_{lg}}(\mathbf{k}, q = 0) = g_{B_{lg}} \Phi_{B_{lg}}(\mathbf{k}), \quad (110)$$

где

$$\Phi_{B_{lg}}(\mathbf{k}) = \cos k_x - \cos k_y, \quad (111)$$

т.е. в точности d-компонента ЭФВ.

Существенным обстоятельством, отмеченным в работах [174, 175], является то, что

$$g_{B_{lg}} \equiv 0, \quad (112)$$

если плоскость CuO является плоскостью зеркальной симметрии в направлении оси  $c$ . Именно так обстоит дело в соединении  $La_2CuO_4$ , в то время как в  $YBa_2Cu_3O_7$  эта зеркальная симметрия нарушена из-за различного окружения плоскости. Это обстоятельство может, в какой-то мере, служить указанием на возможную причину малости величины  $T_c$  в лантановых соединениях по сравнению с иттриевыми.

До сих пор, обсуждая анизотропию ЭФВ, мы, в основном, приводили примеры существования в ВТСП-системах d-компоненты в матричном элементе ЭФВ. Среди множества оптических мод в ВТСП-системах имеются моды, для которых матричные элементы взаимодействия с электронами обладают и другими типами симметрии, включая и так называемую обобщенную s-симметрию:

$$g \sim \cos k_x + \cos k_y. \quad (113)$$

Вопрос о том, какой же симметрией в действительности обладает параметр порядка (или энергетическая щель) в ВТСП-системах, до сих пор остается спорным. Нет ни малейшего сомнения в том, что этот параметр порядка, по крайней мере, в оптимально допированных системах является сильно анизотропным и его амплитуда равна нулю (или близка к нулю) в некоторых областях поверхности Ферми. Это убедительно продемонстрировано в экспериментах по фотоэмиссии с угловым разрешением и в измерениях термодинамических характеристик ВТСП-систем (см. подробнее обзор [176]). Подобные эксперименты, однако, не могут ответить на вопрос, меняет ли параметр порядка знак вдоль поверхности Ферми, т.е. обладает ли он d-симметрией, и есть ли это чистая симметрия d-типа или имеется примесь других симметрий, включая изотропную s-симметрию. Ответ на этот вопрос могут дать только эксперименты, чувствительные к фазе параметра порядка. Такого типа эксперименты связаны с исследованиями эффектов джозефсоновского туннелирования, т.е. процессов переноса сверхпроводящего тока через диэлектрические контакты между сверхпроводниками. Подробное обсуждение этого вопроса также дается в обзоре [176], и мы не будем здесь останавливаться на этом, а отметим лишь следующий факт. Одни эксперименты этого типа [177] указывают на практически полную d-симметрию параметра порядка, другие [178] — на существенную примесь s-симметрии, а третьи [179] — на преобладающую роль именно s-симметрии. Какое-либо согласованное мнение по поводу этих разногласий в данный момент отсутствует.

В заключение этого раздела нам хотелось бы кратко упомянуть некоторые описанные в литературе по ВТСП-системам модели, в которых возможно достаточно мирное "сосуществование" сильного ЭФВ и кулоновского отталкивания в процессе образования сверхпроводящего состояния. Часть из них мы уже обсуждали выше, поэтому сосредоточимся на тех, которые не упоминались ранее. Прежде всего это модели, в которых явно учитывается возможная многозонность электронного спектра ВТСП-систем [180–182]. Учитывая, далее, возможность притяжения между электронами в одной из зон за счет ЭФВ и отталкивания в другой за счет кулоновского взаимодействия, можно довольно просто объяснить многие экспериментальные данные при низких температурах, включая и наличие разных знаков параметра порядка. Более того, как показано в работах [180, 182], за счет гибридизации таких зон можно получить и наличие нулей параметра порядка, и смену его знака в определенных областях импульсного пространства. Эта проблема обсуждалась достаточно подробно в [182], где было показано, что, если волновые функции электронов в разных зонах имеют различную симметрию, то независимо от природы межэлектронного взаимодействия параметр порядка может быть сильно анизотропным из-за анизотропии матричного элемента межзонной связи. Следует также упомянуть предложенную Ф. Андерсоном [183] модель высокотемпературной сверхпроводимости, основанную на джозефсоновском межслоевом туннелировании. Уравнения сверхпроводимости для этой модели могут быть записаны в виде [183–185]

$$\Delta(\mathbf{k}) = T_j(\mathbf{k}) \frac{\Delta(\mathbf{k})}{2E_{\mathbf{k}}} \tanh \frac{E_{\mathbf{k}}}{2T} + \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta(\mathbf{k}')}{2E_{\mathbf{k}'}} \tanh \frac{E_{\mathbf{k}'}}{2T}, \quad (114)$$

где

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_{\mathbf{k}} + [\Delta(\mathbf{k})]^2}. \quad (115)$$

Эти уравнения легко получить, рассматривая два слоя  $\text{CuO}$ , в каждом из которых электроны взаимодействуют друг с другом с потенциалом  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ , а слои связаны джозефсоновским туннельным гамильтонианом

$$H_j = \sum_{\mathbf{k}} T_j(\mathbf{k}) (c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}\uparrow} c_{\mathbf{k}\downarrow} + \text{H.c.}). \quad (116)$$

Уравнение, определяющее  $T_c$  в этой модели, имеет вид

$$\Delta(\mathbf{k}) = \left[ 1 - \frac{T_j(\mathbf{k}) \tanh(\varepsilon_{\mathbf{k}}/2T_c)}{2\varepsilon_{\mathbf{k}}} \right]^{-1} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta(\mathbf{k}')}{2\varepsilon_{\mathbf{k}'}} \tanh \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}'}}{2T_c}. \quad (117)$$

В соответствии с идеями самого Андерсона [183] внутрислоевое взаимодействие  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  и его происхождение вообще не важны для существования сверхпроводимости, поскольку  $T_c$  определяется условием

$$T_c = \frac{[T_j(\mathbf{k}_F)]_{\max}}{4}. \quad (118)$$

Эта теория в ее буквальном виде сталкивается с затруднениями при объяснении свойств так называемых однослойных систем и противоречит экспериментальным

данным о поведении глубины проникновения магнитного поля [186, 187]. Тем не менее учет джозефсоновского межслоевого туннелирования может быть очень существенным для ряда ВТСП-систем, где он может приводить к значительному увеличению  $T_c$ , определяемой только внутрислоевым взаимодействием  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ . Более того, принимая во внимание, что матричный туннельный элемент  $T_j(\mathbf{k})$  имеет резко анизотропный характер [185]

$$T_j(\mathbf{k}) \sim (\cos k_x - \cos k_y)^2, \quad (119)$$

такой учет может усиливать именно анизотропный канал спаривания.

Существует большое число и других возможностей усиления сверхпроводящего спаривания за счет совместного влияния притягивающего ЭФВ и кулоновского отталкивания, но их подробное обсуждение выходит за рамки настоящего обзора.

## 5. Заключение, или есть ли свет в конце туннеля

Прежде всего сформулируем результаты обсуждений, проведенных в предыдущих разделах этого обзора.

Было показано, что сверхпроводящие купраты мало чем отличаются от остальных "обычных" металлов с точки зрения их спектров возбуждений при достаточно больших и умеренных энергиях. Все эти спектры могут быть с хорошей степенью точности вычислены в рамках МФП. Удастся вычислить даже низкоэнергетические межзонные переходы и для случая  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , причем энергии таких переходов и их интенсивности прекрасно описывают имеющиеся экспериментальные данные.

Необходимо подчеркнуть также одно обстоятельство, которое мы практически не обсуждали, а именно, что МФП демонстрирует в купратах безусловную эффективность в области своего стандартного применения, т.е. при расчетах свойств основного состояния, таких, как удельный объем, упругие модули и фононные частоты [80].

В обзоре было также показано, что экспериментальные данные по оптическим спектрам, явлениям переноса и фотоэмиссии с угловым разрешением убедительно демонстрируют наличие сильных релаксационных процессов в области малых энергий в нормальном состоянии ВТСП-систем. В широком диапазоне энергий обратные времена жизни электронных возбуждений  $1/\tau$  существенно превосходят значения самих энергий этих возбуждений, и поведение электронной системы заметно отличается от поведения системы слабо взаимодействующего ферми-газа квазичастиц. Подобное явление, однако, наблюдается и во всех остальных металлах в том интервале температур, где, собственно, и существует нормальное состояние купратов, с той только разницей, что сами абсолютные значения  $1/\tau$  в купратах существенно больше, чем во многих металлах.

На основе проведенных нами ранее расчетов в обзоре было показано, что большая часть особенностей низкоэнергетических релаксационных процессов в ВТСП-системах может быть просто и последовательно объяснена в рамках стандартного сильного ЭФВ. Более того, было продемонстрировано, что ни остаточное квазичастичное взаимодействие типа Ландау, ни взаимодействие

со спиновыми флуктуациями не могут описать свойства релаксационных процессов в ВТСП-системах, так как они приводят к значениям  $1/\tau$  на один или два порядка меньшим, чем следует из эксперимента.

Решение уравнений Элиашберга со спектральной плотностью ЭФВ, полученной из анализа оптических спектров, показывает, что ЭФВ вполне может обеспечить существование  $T_c \sim 100$  К.

Однако ЭФВ само по себе едва ли может обеспечить анизотропное d-спаривание, наблюдаемое в купратах, и, следовательно, должно существовать еще нечто, определяющее совместно с ЭФВ механизм сверхпроводимости в ВТСП-системах. В обзоре рассмотрен целый ряд моделей, позволяющих описать свойства сверхпроводящего состояния купратов с учетом ЭФВ и кулоновского отталкивания. Отмечено также, что и само ЭФВ в этих системах является сильно анизотропным с большой компонентой d-симметрии.

Все сказанное выше совершенно не означает, что можно считать решенными все проблемы, связанные с поведением ВТСП-систем как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях. Остается много вопросов, на которые мы в данный момент не имеем четких и ясных ответов, включая и вопрос о конкретном механизме совместного влияния ЭФВ и кулоновского отталкивания на межэлектронное спаривание. Совершенно неясным остается и вопрос о природе линейной зависимости электросопротивления в тех случаях, когда она тянется вплоть до температур  $T \sim 10$  К. Еще более неясной является природа квадратичной зависимости  $\rho(T)$  в передопирированных ВТСП-системах, поскольку все имеющиеся объяснения в рамках теории фермижидкости Ландау заведомо несостоятельны.

Можно отметить также среди нерешенных проблем, до сих пор нами не обсуждавшихся, такие, как расслоение зарядов в недодопирированных системах и возникновение в них "псевдощели" при температурах, существенно превышающих температуру сверхпроводящего перехода. Все эти проблемы, хотя они, безусловно, интересны и важны для понимания сути явлений, происходящих в ВТСП-системах, мы вынуждены оставить за бортом данного обзора, поскольку, как хорошо известно, "нельзя объять необъятное".

Обсудим теперь кратко вопрос, поставленный в заглавии этого раздела, — о свете в конце тоннеля. Вообще говоря, ответ на этот вопрос — дело сугубо индивидуальное. Одни полагают, что свет никогда и не исчезал, другие считают, что его все еще нет впереди. Гораздо более важно с общественной точки зрения, что полное количество тоннелей в проблеме ВТСП пока заведомо превышает все разумные пределы и из многих таких тоннелей не видно не только света в конце, но даже и самого факта существования других тоннелей.

В заключение мне доставляет удовольствие выразить глубокую благодарность большому числу моих коллег и друзей за многочисленные дискуссии и помощь в работе над этим обзором. В первую очередь следует упомянуть В.Л. Гинзбурга, благодаря настойчивости и повседневной заботе которого этот обзор и был написан. Я благодарен также О.В. Долгову, А.Е. Каракозову, О.К. Andersen, N. Bontemps, R. Combescot, M.L. Kulić, H.J. Kaufmann, D. Rainer, E.K.H. Salje.

Я благодарен за финансовую поддержку РФФИ (грант 99-02-16366), правительственной программе по

ВТСП, Российскому фонду "Интеграция" (грант А0075), Международному научно-техническому центру (проект № 207), а также Английскому Королевскому Обществу и Национальному центру научных исследований Франции (CNRS).

## Список литературы

1. Ginzburg V L *Phys. Lett.* **13** 101 (1964)
2. Little W A *Phys. Rev. A* **134** 1416 (1964)
3. Bednorz J G, Müller K A Z. *Phys. B* **64** 189 (1986)
4. Wu M K et al. *Phys. Rev. Lett.* **58** 908 (1987)
5. Putlin S N et al. *Nature (London)* **362** 226 (1993)
6. Chu C W et al. *Nature (London)* **365** 323 (1993)
7. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница (М.: Наука, 1977) [Англ. пер. *High-Temperature Superconductivity* (Eds V L Ginzburg, D A Kirzhnits) (New York: Consultant Bureau, 1982)]
8. Cohen M L, Anderson P W, in *Superconductivity in d- and f-Band Metals* (AIP Conf. Proc., Ed D H Douglass) (New York: AIP, 1972) p. 17
9. Долгов О В, Максимов Е Г *УФН* **135** 441 (1981)
10. Пашицкий Э А *ФНТ* **21** 995 (1995)
11. Долгов О В, Максимов Е Г *УФН* **138** 95 (1982)
12. Anderson P W *The Theory of Superconductivity in the High-T<sub>c</sub> Cuprates* (Princeton: Princeton Univ. Press, 1997)
13. Kalmeyer V, Laughlin R B *Phys. Rev. Lett.* **59** 2095 (1987); Affleck I, Marston J B *Phys. Rev. B* **37** 3664 (1988)
14. Anderson P W *Science* **235** 1136 (1987)
15. Luttinger J M J. *Math. Phys.* **15** 609 (1963)
16. Anderson P W, in *High-Temperature Superconductivity* (AIP Conf. Proc., Vol. 483, Eds S E Barnes et al.) (Woodbury, N.Y.: AIP, 1999) p. 3
17. Spielman S et al. *Phys. Rev. Lett.* **65** 123 (1990)
18. Gammel P L et al. *Phys. Rev. B* **41** 2593 (1990)
19. Norman M R J. *Phys. Chem. Sol.* **54** 1165 (1993)
20. Leggett A *Phys. World* **10** 51 (1997)
21. Monien H, Pines D *Phys. Rev. B* **41** 6297 (1990)
22. Mills A, Monien H *Phys. Rev. B* **45** 3059 (1992)
23. Schrieffer J R, Wenx G, Zhang S C *Phys. Rev. B* **39** 11663 (1990)
24. Kampf A, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **41** 6399 (1990)
25. Ruvalds J *Supercon. Sci. Technol.* **9** 905 (1996)
26. Kohn W, Luttinger J M *Phys. Rev. Lett.* **15** 524 (1965)
27. Ахиезер А И, Померанчук И Л *ЖЭТФ* **36** 856 (1959)
28. Минеев В П *УФН* **139** 303 (1983)
29. Fulde P, Keller J, Zwicky G, in *Solid State Physics* Vol. 41 (Eds H Ehrenreich, H Turnbull) (New York: Academic, 1986) p. 2
30. Пашицкий Э А *ФНТ* **21** 1091 (1995)
31. Kulić M L *Phys. Rep.* (2000, in press)
32. Киржниц Д А *УФН* **119** 367 (1976)
33. Dolgov O V, Kirzhnits D A, Maksimov E G *Rev. Mod. Phys.* **53** 81 (1981)
34. Fasolino A, Parrinello M, Tosi M P *Phys. Lett. A* **66** 119 (1978)
35. Киттель Ч *Квантовая теория твердых тел* (М.: Наука, 1967)
36. Schofield A J *Contemp. Phys.* **40** 95 (1998)
37. Allen P V *Comments Cond. Math. Phys.* **15** 327 (1992)
38. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **30** 1058 (1956)
39. Bloch F Z. *Phys.* **52** 555 (1928)
40. Gell-Mann M, Brueckner K A *Phys. Rev.* **106** 364 (1957)
41. Силин В П *ЖЭТФ* **33** 495 (1957)
42. Лифшиц И М, Азбель М Я, Каганов М И *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971)
43. Rainer D, in *Progress in Low Temperature Physics* Vol. X (Ed. D C Brewer) (Amsterdam: Elsevier, 1986) p. 371
44. Элиашберг Г М *ЖЭТФ* **41** 1241 (1961)
45. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1515 (1964)
46. Lundqvist S, March N H (Eds) *Theory of the Inhomogeneous Electron Gas* (New York: Plenum Press, 1983) [Теория неоднородного электронного газа (Русский перевод под ред. Д А Киржница, Е Г Максимова) (М.: Мир, 1987)]
47. Мигдал А Б *ЖЭТФ* **34** 1438 (1958)
48. Элиашберг Г М *ЖЭТФ* **38** 966 (1960); **39** 1437 (1960)
49. Holstein T D *Ann. Phys. (N.Y.)* **29** 410 (1964)

50. Allen P B, Mitrovich B, in *Solid State Physics* Vol. 37 (Eds H Ehrenreich, F Seitz, D Turnbull) (New York: Academic, 1982) p. 1
51. Максимов Е Г, Саврасов Д Ю, Саврасов С Ю *УФН* **167** 353 (1997)
52. Allen P B *Phys. Rev. B* **3** 305 (1971)
53. Kaufmann H J, Maksimov E G, Salje E K H *J. Supercond.* **11** 755 (1998)
54. Modine F A et al. *Phys. Rev. B* **40** 9558 (1989)
55. Beaulac T P, Allen P B, Pinski F J *Phys. Rev. B* **26** 1549 (1982)
56. McMillan W L, Rowell J M, in *Superconductivity* Vol. 1 (Ed. R D Parks) (New York: M. Dekker, 1969) p. 561
57. Свистунов В М, Белоголовский М А, Хачапуров А И *УФН* **163** 61 (1993)
58. Мотулевич Г П *УФН* **97** 211 (1969)
59. Farnworth B, Timusk T *Phys. Rev. B* **14** 5119 (1976)
60. Klein B M, Pickett W F, in *Superconductivity in d- and f- Band Metals* (Eds W Buckel, W Weber) (Karlsruhe: Kernforschungszentrum, 1982) p. 447
61. Максимов Е Г, Саврасов С Ю *УФН* **165** 773 (1995)
62. Kohn W, Sham L J *Phys. Rev. A* **140** 1133 (1965)
63. Jones R O, Gunnarsson O *Rev. Mod. Phys.* **61** 689 (1989)
64. Schönhammer K, Gunnarsson O *Phys. Rev. B* **37** 3128 (1988)
65. Luttinger J M *Phys. Rev.* **119** 1153 (1960)
66. Эляшберг Г М, Фон дер Линден М *Письма в ЖЭТФ* **59** 413 (1994)
67. *J. Phys. Chem. Solids* **54** (11/12) (1993)
68. Мазин И И и др. *ЖЭТФ* **90** 1092 (1986)
69. Maksimov E G et al. *J. Phys. F* **18** 833 (1988)
70. Мазин И И и др. *Труды ФИАН* **190** 4 (1988) [Англ. перевод *Metal Optics and Superconductivity* (New York: Nova Science, 1991)]
71. Fehrenbach G-M *Phys. Rev. B* **59** 15085 (1999)
72. Gross E K U, Dobson J F, Petersilka M, in *Density Functional Theory* (Ed. R F Nalivaiski) (Berlin: Springer, 1996) p. 71
73. Успенский Ю А, Кулатов Э Т, Халилов С В *ЖЭТФ* **107** 1708 (1995)
74. Savrasov S Yu, Savrasov D Yu *Phys. Rev. B* **46** 12181 (1992)
75. Savrasov S Yu, Savrasov D Yu, Andersen O K *Phys. Rev. Lett.* **72** 372 (1994)
76. Sternheimer R M *Phys. Rev. A* **96** 951 (1954)
77. Mahan G D *Many-Particle Physics* (New York: Plenum, 1981)
78. Yasuhare H, Onsaka Y *Int. J. Mod. Phys.* **6** 3089 (1992)
79. Антонов В Н и др. *ЖЭТФ* **95** 732 (1989)
80. Pickett W E *Rev. Mod. Phys.* **61** 433 (1989)
81. Мазин И И и др. *Письма в ЖЭТФ* (1988)
82. Maksimov E G et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 1880 (1989)
83. Рашкеев С Н и др. *ЖЭТФ* **97** 1688 (1990)
84. Chui S T, Kasowski R V, Hsu W Y *Phys. Rev. Lett.* **61** 885 (1988)
85. Chen H et al. *Phys. Rev. B* **43** 383 (1991)
86. Ushida S et al. *Phys. Rev. B* **43** 7942 (1991)
87. Tajima S et al. *J. Opt. Soc. Am.* **6** 475 (1989)
88. Rombers H et al. *Z. Phys. B.* **78** 367 (1980)
89. Balzarotti A et al. *Sol. State Commun.* **68** 381 (1988)
90. Nücker N et al., in *Studies of High Temperature Superconductors* Vol. 10 (Ed. A Narlikar) (New York: Nova Science, 1989) p. 132
91. Bucker B et al. *Phys. Rev. B* **45** 3026 (1992)
92. Петров М П и др. *Письма в ЖЭТФ* **50** 25 (1989)
93. Renk K F et al. *Physica C* **165** 1 (1996)
94. Schlesinger Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **65** 801 (1990)
95. Schmitt-Rink S, Varma C M, Ruckenstein A E *Phys. Rev. Lett.* **60** 2793 (1988)
96. Shulga S V, Dolgov O V, Maksimov E G *Physica C* **178** 266 (1991)
97. Bozovich I *Phys. Rev. B* **42** 1969 (1990)
98. Pintschovis L, Reichardt W, in *Physical Properties of High-Temperature Superconductors* Vol. IV (Ed. D M Ginzberg) (Singapore: World Scientific, 1994) p. 295
99. Maksimov E G et al. *Solid State Commun.* **112** 449 (1999)
100. Kaminski A et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 1388 (2000)
101. Anderson P W *Phys. Rev. B* **55** 11785 (1997)
102. Romero D B et al. *Solid State Commun.* **82** 183 (1992)
103. Jehl G et al. *Europhys. Lett.* **16** 330 (1991)
104. Kaufmann H J, in Ph D Thesis (Cambridge: Cambridge Univ., 1999)
105. Dolgov O V, Shulga S V *J. Supercond.* **8** 611 (1995)
106. Carbotte J P, Schaschinger E, Basov D N *Nature* (London) **401** 354 (1999)
107. Ginzburg V L, Maksimov E G *Physica C* **235–240** 193 (1994)
108. Fong H F et al. *Phys. Rev. B* **54** 6708 (1996)
109. Smith T J et al. *J. Supercond.* **12** 95 (1999)
110. Chuang Y -D et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 3717 (1999)
111. Zakharov A A et al. *Phys. Rev. B* **61** 115 (2000)
112. Fretwell H M et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4449 (2000)
113. Borisenko S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4453 (2000)
114. Fiory A T et al. *Physica C* **162–164** 1195 (1989)
115. Mackenzie A et al. *Physica C* **162–164** 1029 (1989)
116. Vedenev S I et al. *Phys. Rev. B* **51** 16380 (1995)
117. Gurzhi R N, Kopeliovich A I, Rutkevich S B *Adv. Phys.* **36** 221 (1987)
118. Stojkovic B P, Pines D *Phys. Rev. B* **55** 8576 (1997)
119. Ioffe L B, Millis A J *Phys. Rev. B* **58** 11631 (1998)
120. Jarlborg T *Solid State Commun.* **71** 669 (1989)
121. Cohen R E, Pickett W E, Krakauer H *Phys. Rev. Lett.* **64** 2575 (1990)
122. Zeyher R Z. *Phys. B* **80** 187 (1990)
123. Krakauer H, Pickett W E, Cohen R E *Phys. Rev. B* **47** 1002 (1993)
124. Mazin I I et al., in *Lattice Effects in High-T<sub>c</sub> Superconductors* (Eds Y Bar-Yam et al.) (Singapore: World Scientific, 1992) p. 235
125. Zhao G L, Browne D A, Callaway J *Phys. Rev. B* **52** 16217 (1995)
126. Savrasov S Yu, Andersen O K *Phys. Rev. Lett.* **77** 4430 (1996)
127. Litvinchuk A P, Thomsen O, Cardona M, in *Physical Properties of High-Temperature Superconductors* Vol. IV (Ed. D M Ginzberg) (Singapore: World Scientific, 1994) p. 375
128. Thomsen C, in *Light Scattering in Solids* Vol. VI (Eds M Cardona, G Güntherodt) (Berlin: Springer, 1991) p. 285
129. Hadjev V G et al. *Phys. Rev. B* **58** 1043 (1998)
130. Engelsberg S, Schrieffer J R *Phys. Rev.* **131** 553 (1963)
131. Schuster H G *Solid State Commun.* **13** 1559 (1973)
132. Maksimov E G, Shulga S V *Solid State Commun.* **97** 553 (1996)
133. Каракозов А Е, Максимов Е Г *ЖЭТФ* **115** 1799 (1999)
134. Ponomarev Ya G et al. *Phys. Status Solidi B* **208** 257 (1998)
135. Zeyher R, Zwicky G Z. *Phys. B* **78** 175 (1990)
136. Nicol E J, Jiang C, Carbotte J P *Phys. Rev. B* **47** 8131 (1999)
137. Devereaux T P *Phys. Rev. B* **50** 10287 (1994)
138. Zhigadlo N N, Zhang M, Salje E K H *Supercond. Sci. Technol.* **10** 209 (1997)
139. Shimada D et al. *Phys. Rev. B* **51** 16495 (1995)
140. Miyakawa N et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **62** 2445 (1993)
141. Vedenev S I, Jensen A G M, Wyder P *Physica B* **218** 213 (1996)
142. Gonnelli R S, Asdente F, Andoreone D *Phys. Rev. B* **49** 1486 (1994)
143. Aminov B A et al. *Physica C* **235–240** 1863 (1994)
144. Kashiwaya S et al. *Phys. Rev. B* **56** 13746 (1997)
145. Hasegawa T et al. *J. Supercond.* **8** 467 (1995)
146. Renner C, Fischer O *Phys. Rev. B* **51** 9208 (1995)
147. Ponomarev Ya G et al. *Solid State Commun.* **111** 513 (1999)
148. Maksimov E G, Arseyev P I, Maslova N S *Solid State Commun.* **111** 391 (1999)
149. Кулик И О *Письма в ЖЭТФ* **2** 134 (1965)
150. Frank J F, in *Physical Properties of High-Temperature Superconductors* Vol. V (Ed. D M Ginzberg) (Singapore: World Scientific, 1994)
151. Ekino T et al. *Physica C* **263** 249 (1996)
152. Schmidt H et al., in *Proc. M<sup>2</sup>S Conf.* (Houston, 2000); *Physica C* (to be published)
153. Zhen Z-X, Dessau D S *Phys. Rep.* **253** 1 (1995)
154. Scalapino D J *Phys. Rep.* **251** 154 (1994)
155. Monthoux P, Scalapino D J *Phys. Rev. Lett.* **72** 1874 (1994)
156. Pao C-H, Bickers N E *Phys. Rev. Lett.* **72** 1870 (1994)
157. Radtke R J et al. *Phys. Rev. B* **48** 15957 (1993)
158. Гинзбург В Л, Максимов Е Г *Сверхпр. Физика, химия, техника* **5** 1543 (1992)
159. Maksimov E G *J. Supercond.* **8** 433 (1995)
160. Abrikosov A A *Physica C* **222** 191 (1994)
161. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **53** R8910 (1996)
162. Santi G et al. *J. Supercond.* **8** 405 (1995)
163. Peter M, Weger M, Pitaevskii L P *Ann. Physik* **7** 174 (1998)
164. Dolgov O V et al. *Int. J. of Mod. Phys. B* **12** 3083 (1998)

165. Varelogiannis G *Physica C* **317–318** 238 (1999)  
166. Grimaldi C, Pietronero L, Strässler S *Phys. Rev. B* **52** 10530 (1995)  
167. Novikov D L, Freeman A J *Physica C* **216** 273 (1993)  
168. Andersen O K et al. *Phys. Rev. B* **49** 4145 (1994)  
169. Shaked H et al. *Phys. Rev. B* **51** 11784 (1995)  
170. Moodenbauch A R et al. *Phys. Rev. B* **38** 4596 (1998)  
171. Kumagai K et al. *J. Magn. Magn. Mat.* **76–77** 601 (1988)  
172. Appel J, Heusenau H *Phys. Rev.* **188** 755 (1969)  
173. Foulkes I F, Gyorffy B L *Phys. Rev. B* **15** 1335 (1977)  
174. Barišić S, Batistić J *Europhys. Lett.* **8** 765 (1989)  
175. Devereaux T P, Virosztek A, Zawadowski A *Phys. Rev. B* **51** 505 (1995)  
176. Annett J F, Goldenfeld N, Leggett A J, in *Physical Properties of High-Temperature Superconductors* Vol. 5 (Ed. D M Ginzberg) (Singapore: World Scientific, 1995) p. 375  
177. Tsuei C C et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 593 (1994)  
178. Bhattacharya A et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 3132 (1999)  
179. Li Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 4160 (1999)  
180. Combescot R, Leyronas X *Phys. Rev. Lett.* **75** 3732 (1995)  
181. Golubov A A et al. *Physica C* **235–240** 2383 (1994)  
182. Arseyev P I, Fedorov M K, Volkov B A *Solid State Commun.* **100** 581 (1996)  
183. Chakravarty S et al. *Science* **261** 337 (1993)  
184. Sudbø A J. *Low Temp. Phys.* **97** 403 (1994)  
185. Sardar M *Physica C* **298** 254 (1998)  
186. Van der Marel D et al. *Physica C* **235–240** 1145 (1994)  
187. Moler K A et al. *Science* **279** 1193 (1998)

### High-temperature superconductivity: the current state

E.G. Maksimov

*P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences  
Leninskii prosp. 53, 117924 Moscow, Russian Federation  
Tel. (7-095) 135-75 11  
Fax (7-095) 135-85 33  
E-mail: maksimov@lpi.ru*

Theoretical and experimental work concerning the high-temperature superconductors in general and cuprates in particular is reviewed. A detailed analysis of the current knowledge of the subject suggests that when in the normal state, superconducting cuprates behave very much like 'conventional' metals. Experimental evidence is presented for the existence of strong relaxation processes in the normal state of HTSC systems at low energy. Based on the *ab initio* calculations of the optical spectra and the electron-phonon interaction, it is concluded the electron-phonon mechanism explains many features of low-energy relaxation processes in the HTSC systems, the high critical temperature among them. However, many properties of the superconducting state — in particular, the anisotropic d pairing in cuprates — cannot be explained with this mechanism alone. A number of models for cuprate semiconductors with the electron-phonon interaction and Coulomb repulsion are discussed in detail.

PACS numbers: **74.20.-z**, **74.72.-h**, 71.10.Ay, 71.15.Md

Bibliography — 187 references

Received 10 May 2000