

Болеe выcoкий квантовый выход имеют Ф. на основе полупроводниковых гетероструктур с выпрямляющим контактом полупроводник—металл. Они представляют собой тонкопленочные эпитаксиальные гетероструктуры InGaAs—InP. На поверхность к-р-н нанесена тонкая пленка Ag. Работа выхода пленки Ag снижает адсорбционную и кислородную до величины  $\approx 1,1$  эВ. Ф. работают при внеш. напряжении (плюс на Ag)  $V=5-10$  В. Фотоэлектроны возбуждаются светом в InGaAs. В отсутствие внеш. напряжения на гетерогранице InGaAs—InP в зоне проводимости имеется потенц. барьер  $\phi_0 \approx 0,6$  эВ, к-рый иррадирует переходу фотоэлектронов из InGaAs в InP и выводу их в вакуум. При наличии внеш. смещения внутр. электрич. поле выпрямляющего контакта полупроводник—металл проникает в глубь гетероструктуры и снимает барьер на гетерогранице. В результате фотоэлектроны, возбужденные светом в InGaAs, переходят в InP, разогнанные здесь, в сильном электрич. поле и выходят в вакуум сквозь тонкую пленку Ag. Длина волны границы Ф. определяется шириной запрещенной зоны InGaAs ( $E_g \approx 0,75$  эВ) и равна  $\lambda_0 \approx 1,7$  мкм (рис. 4). Величина квантового выхода фотомиссии в области спектра  $\lambda \leq 1,55$  мкм достигает 0,01—0,08 электрон/фотон.

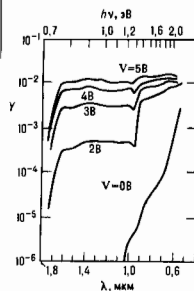


Рис. 4. Спектральные характеристики квантового выхода фотомиссии фотокатода на основе InGaAs—InP—Ag—Cs—O;  $E_g$  (InGaAs)  $\approx 0,75$  эВ.

Существенным недостатком Ф. на основе полупроводниковых гетероструктур и выпрямляющих контактов полупроводник—металл является большой тепловой ток, связанный с тепловой генерацией электронов в узкомонном полупроводнике. Этот ток может быть уменьшен охлаждением Ф.

Лит.: Дифшиц Т. М., Мусатов А. Л. Автоэлектронная эмиссия из гетерии, управляемая инфракрасным излучением («Письма в ЖЭТФ», 1966, т. 3, с. 134; Фишер Р., Нойман Х., Автоэлектронная эмиссия полупроводников, пер. с нем., М., 1971; Соммер А., Фотомиссионные материалы, пер. с англ., М., 1973; Соболева Н. А., Меламид А. Е., Фотоэлектронные приборы, М., 1974; Белл Р. Л., Эмиттеры с отрицательным электронным средством, пер. с англ., М., 1978; Escher J. S. [e. a.], Field assisted semiconductor photoemitters for the 1—2  $\mu$ m range, «IEEE Trans. Electron. Devices», 1980, v. 27, p. 1244; Escher J. S., NEA semiconductors photoemitters, «Semiconductors and semimetals», 1981, v. 15, p. 195; Beugheve V. P., Shefova I. A., Musatov A. L., Optical and photoemissive properties of multi-alkali photocathodes, «J. Phys. D: Appl. Phys.», 1993, v. 26, p. 1499. А. Л. Мусатов.

**ФОТОЛИТОГРАФИЯ**—способ формирования изделий разл. типа с использованием светочувствит. материалов. Ф. применяется в полиграфии для фотомеханики, изготовления печатных форм на формном материале (камне или металлиз. пластине) в результате фотодублирования или фотополлимеризации светочувствит. слоя. Этот способ отличается высокой трудоёмкостью и многооперационностью, но широко используется для изготовления офсетных форм, обеспечивающих высококачеств. воспроизведение сложных оригиналов. В процессе фотодублирования применяются поливиниловый спирт, низкомолекулярные смолы (связующие), соли хрома и диазосоединения (сенсibilизаторы), обеспечивающие фотосшивку макромолекул. В состав ф-

тополимеризующихся композиций входят мономеры или низкомолекулярные полимеры и инициаторы фотополлимеризации, сенсibilизаторы.

В электронике Ф. используется для формирования рельефного рисунка в слое металла, диэлектрика или полупроводника с применением фоторезистов и источников УФ-излучения в процессе изготовления интегральных схем и др. электронных устройств. В зависимости от требуемого размера элементов интегральных схем применяют контактную (при низком разрешении) или проекционную (при высоком разрешении) Ф. Проекционная Ф. обеспечивает создание сверхтонких интегральных схем типа динам. оперативных запоминающих устройств ёмкостью до 64 Мбит и более при использовании нанб. коротковолнового УФ-излучения экзимерных лазеров ( $\lambda \approx 193$  нм). При этом предельные мин. размеры элементов сверхтонких интегральных схем, получаемых методом Ф., практически ограничиваются интерференцией и дифракцией света и достигают 0,35 мкм.

С 90-х гг. развивается т. н. фотостереолитография—способ получения трёхмерных изделий из жидких фотополлимеризующихся композитов путём постоянной фотополлимеризации лазерным излучением методом автоматизированного проецирования. Этот способ применяется при изготовлении эксперим. моделей и образцов техн. и медицинских изделий сложной формы, а также пресс-форм разл. назначения. Фотостереолитография существенно сокращает время, необходимое для отработки конструкции новых изделий.

Лит.: Бокон Ю. С., Фото-, электронно- и рентгеноэнергетика, М., 1982; Лазаренко Э. Т., Фотохимическое формирование печатных форм, Львов, 1984; Слудский А. А., Справочник технолога-полиграфиста, ч. 2. Копировально-множительные процессы, М., 1989. В. А. Барченко.

**ФОТОЛОМИНЕСЦЕНЦИЯ**—люминесценция, возбуждаемая оптич. излучением видимой и УФ-областей спектра. В отличие от рассеяния света и горячей люминесценции, Ф. испускается после того, как в возбуждённом светом веществе закончились процессы релаксации и установилось квазиравновесное состояние. Обычно квазиравновесие устанавливается в течение  $\sim 10^{-12}-10^{-10}$  с.

Спектр Ф. подчиняется Стокса правилу. В отсутствие тушения люминесценции квантовый выход Ф. (отношение числа испускаемых квантов к числу поглощённых) равен единице. Зависимость квантового выхода от длины волны возбуждающего излучения определяется Вавилова законом. Более сложные закономерности наблюдаются при Ф. кристаллофосфоров, для к-рых характерна нелинейная зависимость Ф. от интенсивности возбуждающего излучения. Ф. используются в люминесцентных лампах, люминесцентном анализе, дефектоскопии и др.

Лит. см. при ст. Люминесцентная. М. Д. Галанци.  
**ФОТОМАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ** (фотоэлектромгнитный эффект, Киконна—Носкова эффект)—возникновение электрич. поля в полупроводнике, помещённом в магн. поле, при освещении его сильно поглощающим светом.

Если на полупроводник падает свет, частота к-рого  $\omega$  соответствует собств. поглощению:  $\hbar\omega = E_g$  ( $E_g$ —ширина запрещённой зоны полупроводника), то в тонком поверхностном слое образуется высокая концентрация электронов и дырок. Возникающий при этом градиент их концентраций приводит к появлению диффузионного потока носителей в направлении падающего излучения. Если магнитное поле  $H$  приложено вдоль оси  $oz$  (рис. 1), световой пучок и диффузионный поток—вдоль оси  $oy$ , то магн. поле отклоняет электроны и дырки в разные стороны, вызывая в направлении их пространственного разделения зарядов. Если

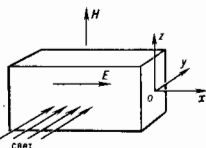


Рис. 1.

концы образца замкнуты, то в цепи возникает ток  $j_x$ , если разомкнуты, то — фотоздс (см. *Фотозависимый эффект*).

В слабых магн. полях эдс Ф. э. пропорциональна магн. полю  $H$  и меняет знак при изменении направления  $H$  на противоположное (не четный Ф. э.). Открыл И. К. Кикоин и М. М. Носкович в 1933.

В слабых магн. полях ( $\mu H/c \ll 1$ , где  $\mu$  — подвижность носителей заряда) плотность тока

$$j_x = -eD \frac{H}{c} (\mu_n + \mu_p) \frac{dn}{dy}$$

Здесь  $D$  — коэф. амбиплярной диффузии носителей заряда,  $n$  — концентрация неравновесных носителей заряда. Вид распределения  $n$  в общем случае сложен; он зависит от диффузионно-рекомбинационных параметров полупроводника, от коэф. поглощения света и квантового выхода фотогенерации носителей.

Неоднородность плотности тока приводит на короткозамкнутом образце к циркулирующему (тогда  $j \neq 0$ ): ток вблизи освещаемой поверхности течёт в одну сторону, а в глубине — в противоположную сторону. В образце с разомкнутыми контактами полный ток, протекающий через всё сечение, равен 0. Наличие замкнутого циркулирующего тока в полупроводнике было доказано экспериментально: насаженный на острие иглы цилиндрич. образец из Ge при освещении в магн. поле непрерывно вращался вокруг оси (рис. 2).

В результате действия магн. поля на замкнутый циркулирующий ток в образце, когда направления  $H$  и диффузионного потока избыточных носителей при освещении образца не перпендикулярны друг другу, в направлении проскии  $H$  на плоскость образца ( $bb'$ , рис. 3) возникает фотоздс, не меняющая знака при изменении направления  $H$  на противоположное (четный эффект, Кикоин, 1934). В монокристаллич. образцах эдс четного эффекта

$$U_{\text{оч}} \propto H^2 \sin 2\theta,$$

где  $\theta$  — угол между диффузионным потоком носителей и  $H$ .

В монокристаллич. полупроводниках и четный, и нечетный эффекты анизотропны — величина и знак эдс зависят от взаимной ориентации кристаллограф.

фич. осей и  $H$ . Т. к. анизотропия связана с анизотропией коэф. диффузии  $D$  носителей в присутствии магн. поля, то её исследование позволяет определить эфф. массы электронов и дырок вдоль разл. кристаллографич. осей образца.

При темп-рах  $T \leq 20$  К из-за разгерметизации падающего излучением помимо обычного Ф. э., обусловленного градиентом концентрации избыточных носителей, в образце возникает эдс, связанная с градиентом степени разортева (фототермомагн. эффект).

На основе Ф. э. созданы простые и надёжные методы определения таких параметров полупроводников, как время жизни неравновесных носителей заряда, диффузионная длина, скорость поверхностной рекомбинации, а также детекторы излучения и магнитометры.

Лит.: Кикоин И. К., Лазарев С. Д., Фотозлектромагнитный эффект, «УФН», 1978, т. 124, в. 4, с. 597. С. Д. Лазарев.

**ФОТОМЕТР** (от греч.  $\phi\acute{o}\tau\acute{o}\varsigma$ , род. падеж  $\phi\acute{o}\tau\acute{o}\varsigma$  — свет и  $\mu\epsilon\tau\epsilon\acute{\rho}\omicron$  — измеряю) — прибор для измерения к.-л. из фотометрических величин, чаще других — одной или неск. световых величин. Ф. определенным образом пространственно выделяет поток излучения и регистрирует его приемником с заданной спектральной чувствительностью. Оптика блок Ф., иногда называемый фотометрич. головкой, содержит линзы, свтосрабатывающие пластинки, ослабителя, светофильтры, диафрагмы и приемик излучения. В визуальном Ф. равенство яркостей двух полей сравнения, освещаемых по отдельности сравниваемыми потоками излучения, устанавливается глазом. Ф. с физ. приборами, преобразующими поток излучения в электрич. сигнал, включают в себя электронные регистрирующие устройства типа гальванометра, микроамперметра, вольтметра. В импульсных Ф. применяются цифровая вычислит. техника и регистрирующие устройства типа запоминающего осциллографа, пикового вольтметра.

Оптика схемы Ф. (рис.) для измерения размерных фотометрич. величин обеспечивают постоянно или изменяем

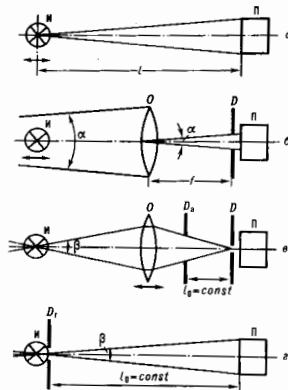


Рис. Принципиальные оптические схемы фотометров для измерения:  $a$  — освещённости и экспозиции, а также, с применением закона квадратов расстояний, силы света и освещенности;  $b$  — силы света и освещенности телескопическим методом;  $\nu$  — яркости и интеграла импульса яркости с применением фокусирующей оптической системы;  $z$  — яркости с применением габаритной диафрагмы.  $I$  — источник света;  $\Pi$  — приемник излучения с исправляющими его спектральную чувствительность светофильтрами и ослабителями;  $O$  — объектив, имеющий фокусное расстояние  $f$ ;  $D$  — диафрагма, устанавливаемая в фокальной плоскости ( $\beta$ ) или в плоскости изображения источника ( $\alpha$ );  $D_1$  — апертурная диафрагма;  $D_2$  — габаритная диафрагма;  $\alpha$  и  $\beta$  — угловые размеры фотометрируемых пучков лучей.

по определ. закону *геометрического фактора*. Зависимости фотометрич. величин от направления определяют на *зонно-фотометрах*. Измерение общего светового потока или потока излучения, распространяющегося от источника по всевозможным направлениям, осуществляется интегрирующим (шаровым) Ф., осн. часть к-рого — фотометрич. шар (шар Ульбрихта) — представляет собой сферич. оболочку диам. до 5 м с исеклетивно и диффузно отражающей (белой) внутр. поверхностью. Исследуемый источник помещается внутри шара и отделяется экраном от встроеного в поверхность шара приемника излучения. Можно также фотометрируемый пучок излучения вводить в шар через небольшое (относительно его диаметра) отверстие в оболочке. Освещенность любого участка внутр. поверх-

ности шара, затенённой экраном от исследуемого источника, в результате многократных отражений пропорционально объёму световому потоку этого источника.

Для осуществления разл. фотометрич. экспериментов применяется фотометрич. скамья—устройство, предназначенное для установки и перемещения на точно измеряемое расстояние (обычно до 3—5 м) фотометрич. головок, источников света, светопоглощающих экранов и др. фотометрич. принадлежностей.

Ф. лазерного излучения строится по схеме 2 (рис.) с учётом малой угл. расходимости и огранич. размеров поперечного сечения лазерного пучка, при этом диафрагма  $D_f$  устанавливается на мин. расстоянии от приёмника  $\Pi$  ( $l_0=0$ ). При измерении общей мощности или энергии пучка лазерного излучения диаметр табригной диафрагмы  $D_f$  должен быть больше поперечного размера  $d_0$  этого пучка, а при измерении распределения поверхностной плотности мощности или энергии излучения по сечению пучка  $d < d_0$ , в необходимом для пространственного разрешения число раз.

Создание и применение импульсных Ф. сопряжено с необходимостью использования приёмников излучения с высоким разрешением во времени и широким динамич. диапазоном. Кроме того, в Ф. для сверхкоротких лазерных импульсов могут оказаться существенными длительность переходной или импульсной характеристики оптич. системы, возможные лучевые пробы оптич. элементов в местах фокусировки пучка, излучения коэф. пропускания сред и т. п. Для Ф. с абс. градуировкой характерны относительно большие систематич. погрешности измерений (обычно 10—20%); фотометрирование с погрешностью менее 5% возможно только в специализир. лабораториях.

Ф. для измерения отношения потоков излучения (коэф. пропускания и отражения образцов) имеют более высокую точность и строятся по одноканальной и двухканальной оптич. схемам. В однолучевом случае измеряется относит. уменьшение потока излучения при установке образца на пути луча. В двухлучевом случае ослабление образцом потока излучения в измерит. т. н. опорном канале. Для уравнивания потоков излучения в каналах применяются регулируемые диафрагмы, фотометрич. клин и др. полюбные устройства. Ф. для измерения коэф. пропускания и отражения светорассеивающих образцов строятся на базе фотометрич. шаров.

О спектрофотометрах см. в ст. *Спектральные приборы*. Ф. для измерения коэф. пропускания растворов веществ наз. хим. колориметром, а для измерения цвета объекта—трёхцветным колориметром (см. *Колориметр*).

Лит. см. при ст. *Фотометрия*.

А. С. Добников.

**ФОТОМЕТР ИНТЕГРИРУЮЩИЙ**—шаровой фотометр, позволяющий определять световой поток по одному измерению. Осн. часть Ф. и.—фотометрич. шар (шар Ульбрихта), к-рый представляет собой полый шар (или полус лотус тилой формы) с внутр. поверхностью, окрашенной неселективной белой матовой краской. Диаметр шара, в к-рый помещается исследуемый источник излучения, должен значительно превышать размеры фотометрируемых источников света, вследствие чего для измерения световых потоков, напр. люминесцентных свителников, строят Ф. н. диаметром до 5 м. Иногда исследуемое излучение вводится в шар через небольшое по сравнению с его диаметром отверстие. Освещённость любой точки шара, экранированной от прямых лучей исследуемого источника, пропорциональна световому потоку этого источника (в общем случае—потоку излучения) и измеряется, напр., с помощью встроеного в шар фотозлемента. Ф. и. широко применяется при световых и цветовых измерениях, в частности для измерения световых потоков ламп и свителников, коэффициентов отражения и пропускания.

Лит.: Тиходеев П. М., Световые измерения в светотехнике (Фотометрия), 2 изд., М.—Л., 1962.

Д. Н. Лазарев.

**ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ**—величины, характеризующие оптич. излучение или по его действию на те или иные селективные приёмники оптич. излучения—т. н. *редуцированные фотометрические величины*, или безотносительно к его действию на к.-л. приёмники излучения, а на основе единиц энергии—т. н. *энергетические фотометрические величины*.

**ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ ПАРАДОКС** (парадокс Ольберса, парадокс Шезо—Ольберса)—несоответствие наблюдениям оценки яркости ночного неба, вытекающей из гипотезы бесконечной статической однородной свилдковой Вселенной. В самом деле, в рамках этой гипотезы любой луч зрения должен пересечь поверхность какой-нибудь звезды (иными словами, всё небо должно быть сплошь покрыто звездами). Следовательно, яркость ночного неба должна быть равна ср. яркости фотосферы звезды, что, естественно, противоречит наблюдениям (см. *Феномен космического излучения*).

Ф. п. обуславливал мин. авторами ещё в 18 в., впервые—Ж. Шезо (J. P. L. de Chéseaux, 1744), однако наиб. цитируемой работой по этому вопросу стала работа Г. Ольберса (H. W. Olbers, 1826). Пытаясь устранить противоречие, Ольберс предположил существование разреженной поглощающей материи, ослабляющей свет далёких звезд. Однако, как указал Дж. Тершель (J. Herschel, 1848), это предположение не снимает противоречия, поскольку в рамках этой же гипотезы от Вселенной материя нагреется светом звезд и станет излучать столько же энергии, сколько она поглотила.

Для разрешения Ф. п. достаточно вспомнить о конечности скорости света и отказаться от гипотезы о бесконечной статической однородной свилдковой Вселенной. Как впервые показал У. Томсон (W. Thomson, 1901), Ф. п. не имеет места (т. е. ночное небо должно быть тёмным, как оно и есть в действительности), если выполняются следующие три условия: скорость света конечна; время существования Вселенной конечно либо конечно время светимости звезд; ср. расстояние между звездами порядка неск. световых лет или более. Количеством, если возраст Вселенной или возраст звезд  $t_0 < 10^{14} L^3$  лет, где  $L$ —ср. расстояние между звездами в световых годах, то звезд недостаточно для того, чтобы полностью покрыть небо. Все эти три условия выполняются в совр. космологич. моделях. Иными словами, если мы смотрим на всё более удалённые звезды или галактики, то видим картину далёкого прошлого (вследствие конечности скорости света) и в конце концов доходим до времени, когда галактики и др. компактные объекты ещё не существовали.

Космологич. красное смещение, к-рое возникает в расширяющейся Вселенной, качественно не меняет вывод об отсутствии Ф. п., а только ириводит к дополнит. ослаблению светимости далёких компактных объектов (т. е. ночное небо делается ещё более тёмным). С др. стороны, в расширяющейся Вселенной имеет место совр. вариант Ф. п., к-рый же не является парадоксальным: за удалёнными галактиками во всех направлениях луча зрения мы непосредственно видим поверхность рекомбинации водорода в горячей Вселенной—сферу радиусом, равным расстоянию, к-рое свет прошёл с момента времени в прошлом, когда излучение во Вселенной оторвалось от вещества и далее распространялось свободно (см. *Горячая Вселенной теория*). Красное смещение уменьшает темп-ру излучения, приходящего с этой поверхности, до  $T = 2,73$  К. Это и есть реликтовое микроволновое фоновое излучение. Плотность его энергии на неск. порядков больше суммарной плотности энергии излучения звезд. Слабые неоднородности яркости поверхности рекомбинации, вызванные неоднородностями возмущениями метрики пространства-времени и плотности энергии вещества в горячей Вселенной, приводят к возникновению угл. флуктуаций темп-ры реликтового излучения на отност. уровне  $\Delta T(\theta, \phi)/T \approx 10^{-5}$ , к-рые предсказаны теорией и неоднократно наблюдались в разл. экспериментах (см. *Вселенная, Космология, Первичные флуктуации*). А. А. Старобинский.

**ФОТОМЕТРИЯ** — раздел физ. оптики и метрологии, в к-ром рассматриваются энергетич. характеристики оптич. излучения в процессах его испускания, распространения и взаимодействия с веществом. При этом энергия излучения усредняется по малым интервалам времени, к-рые, однако, значительно превышают период исследуемых эл.-магн. колебаний. Ф. включает в себя как эксперим. методы и средства измерений фотометрич. величин, так и опирающиеся на эти величины теоретич. положения и расчёты.

Осн. энергетич. понятием Ф. является поток излучения  $\Phi_e$ , имеющий физ. смысл мощности, переносимой эл.-магн. излучением. Пространств. распределение  $\Phi_e$  описываются энергетические фотометрические величины, производные от потока излучения по площади и (или) телесному углу. Импульсное оптич. излучение, существующее в интервале времени, меньшем времени наблюдения, описываются распределением фотометрич. величин во времени и интегральными по времени фотометрич. величинами, такими, как *освещивание энергетическое, экспозиция, интегральная (по времени) яркость*. В узком смысле Ф. иногда называют измерения и расчёт световых величин, т.е. *редуцированных фотометрических величин*, в соответствии со спектральной чувствительностью т.н. среднего светлоадаптированного человеческого глаза (см. *Спектральная световая эффективность*). Применяются и др. редуцированные фотометрич. величины. Изучение зависимости фотометрич. величин от длины волны излучения и спектральных плотностей энергетич. составляет предмет *спектрофотометрии* и *спектрорадиометрии*. Фундаментальный для Ф. закон  $E = I/r^2$ , согласно к-рому освещённость  $E$  изменяется обратно пропорц. квадрату расстояния  $r$  от точечного источника с силой света  $I$ , был сформулирован И. Кеплером (I. Kepler) в 1604. Однако основоположником эксперим. Ф. считают П. Бугера (P. Bouguer), предложившего в 1729 визуальный метод количеств. сравнения источников света: установление равенства освещённости соседних поверхностей путём изменения расстояний до источников. Методы визуальной Ф. применяются в отд. случаях и ныне и в результате работ отечеств. учёных, к-рые ввели понятие эквивалентной яркости, распространены на область малых яркостей.

Начатое И. Г. Ламбертом (I. H. Lambert) в 1760 развитие теоретич. методов Ф. нашло обобщённое выражение в теории светового поля, доведённой до стройной системы А. А. Гершуном в 30-х гг. 20 в. Совр. теоретич. Ф., в к-рой используется понятие *светового вектора*, распространена на *мутные среды*. Теоретич. Ф. основывается на соотношении  $d\Phi_e = L_e d\Omega$ , выражающем в дифференциальной форме закон квадратов расстояний; здесь  $d\Phi_e$  — дифференциал потока излучения элементарного пучка лучей,  $d\Omega$  — дифференциал *геометрического фактора* (меры множества лучей),  $L_e$  — энергетич. яркость излучения.

Фотометрич. свойства веществ и тел характеризуются коэф. пропускания  $\tau$ , коэф. отражения  $\rho$  и коэф. поглощения  $\alpha$ , к-рые для одного и того же тела связаны очевидным соотношением  $\tau + \rho + \alpha = 1$ . Ослабление потока излучения узконаправл. пучка при прохождении через вещество описывается *Бугера — Ламберта — Бера законом*.

Эксперим. методы Ф. основаны на абс. и относит. измерениях потока излучения разл. селективными и неселективными приёмниками излучения. Для определения разл. фотометрич. величин применяют *фотометры* либо непосредств. сравнением неизвестного и известного потоков излучения, либо предварительно градуированные в соответствующих единицах измерения энергетич. или редуцированных фотометрич. величин. В частности, для передачи значений световых величин обычно применяют сличаемые с государств. световым эталоном (*эталон*) одной из осн. единиц СИ — *канделы*) рабочие эталоны — светозеркал. лампы (источники с известными фотометрич. характеристиками).

В Ф. лазерного излучения в осн. используются неселективные приёмники излучения, сличаемые с государств. эталонами мощности и энергии когерентного излучения лазер-

ов. Измерение безразмерных величин  $t$  и  $\rho$  выполняется фотометрами с применением относит. методов, путём регистрации отношения реакций линейного приёмника излучения на соответствующие потоки излучения. Применяется также уравнивание реакций линейного или нелинейного приёмника излучения изменением по определ. закону в известное число раз сравниваемых потоков излучения.

Эксперим. методы Ф. импульсного излучения, т.н. импульсно-и Ф., возникли на рубеже 19 и 20 вв. в результате исследований проблесковых огней маяков и светосигнальных устройств. Во 2-й пол. 20 в., в связи с широким распространением импульсных источников оптич. излучения (импульсных ламп, лазеров, светодиодов и др.), методы импульсной Ф. были существенно развиты с использованием импульсной эл.-измерит. техники, обработки сигналов в реальном масштабе времени, цифровой вычислит. техники и статистич. приёмов обработки измерит. информации. В 80-х гг. 20 в. также были развиты методы Ф. малых оптич. потерь в слабопоглощающих средах (кристаллах, стеклах, жидкостях и газах), высокоотражающих зеркалах, просветлённых поверхностях, чёрных телах, светодиодах, волоконно-оптич. кабелях и иных объектах, где отражение, рассеяние и поглощение излучения приводят к потерям энергии.

Теоретич. и эксперим. методы Ф. находят применение в светотехнике и технике сигнализации, в астрономии и астрофизике для исследования космич. источников излучения (см. *Астрофотометрия*) при расчёте *переноса* излучения в плазме газоразрядных источников света и звёзд, при хим. анализе веществ, в пиromетрии, при расчётах теплообмена излучением и во мн. др. областях науки и производства.

*Лит.*: Тиходес П. М., Световые измерения в светотехнике (Фотометрия), 2 изд., М.—Л., 1962; Бугер П., Оптический трактат о градации света, пер. с франц., М.: 1950; Мешков В. В., Основы светотехники, 2 изд., ч. 1, М., 1979; Основы светотехники, 2 изд., ч. 2.—Мешков В. В., Матвеев А. Б., Физиологическая оптика и колориметрия, М., 1989; Гершун А. А., Избранные труды по фотометрии и светотехнике, М., 1958; Саножников Р. А., Теоретическая фотометрия, 3 изд., М., 1977; Волькешитский А. А., Визуальная фотометрия малых яркостей, М.—Л., 1965; Гуревич М. М., Фотометрия. Теория, методы и приборы, 2 изд., Л., 1983; Дойников А. С., Прикладная фотометрия, М., 1983 (Итоги науки и техники. Сер. Светотехника и инфракрасная техника, т. 5); Бухштаб М. А., Измерения малых оптических потерь, Л., 1988.

А. С. Дойников.

**ФОТОМЕТРИЯ ИМПУЛЬСНАЯ** — направление *фотометрии*, изучающее импульсные световые потоки (длительность излучаемых импульсов меньше периода их повторения) и их применение для получения оптич. характеристик тел (*отражения коэффициент, пропускания коэффициент* и др.).

Основы Ф. и заложены при исследованиях т.п. проблесковых огней (маяковых, сигнальных), к-рые были выполнены в кон. 19 — нач. 20 вв. Совр. развитие Ф. и началось в 50—60-х гг. и связано с широким применением импульсных ламп и лазеров.

Ф. и включает расчёт и измерение энергетич., пространств., спектральных и временных характеристик источников импульсного излучения, теоретич. обоснование методов и расчёт погрешностей измерений, а также метрологич. обеспечение единства измерений. Система фотометрич. величин дополняется в Ф. и интегралами по времени от *энергетических фотометрических величин* и *световых величин* (*освещивание энергетическое, экспозиция, интеграл яркости* по времени), характеризующими энергию импульсов излучения, а также параметрами, используемыми в измерит. импульсной технике.

Развитие лазерной техники, и в особенности методов получения нано- и пикосекундных импульсов когерентного излучения, поставило перед Ф. и задачи разработки новых методов измерений, таких, как детектирование световых импульсов нелинейными кристаллами (см. *Нелинейная оптика*), применение функций корреляции высших порядков и др., а также задачи создания приёмников излучения с высоким временным разрешением и широким динамич.

диапазоном. В Ф. и интенсивных световых потоков учитывается, что плотности потоков излучения совр. импульсных источников часто достигают таких значений, при к-рых не выполняются нек-рые законы, используемые в классич. фотометрии, такие, как, напр., постоянство коэф. пропускания оптич. среды или спектральной чувствительности фотоприёмника вне зависимости от интенсивности излучения. В совр. Ф. и широко применяется цифровая вычислит. техника, быстродействие к-рой согласуется с длительностью световых импульсов, что позволяет вести обработку информации в реальном масштабе времени.

Лит.: Волькенштейн А. А., Кувалдин Э. В., Фотозлектрическая импульсная фотометрия, Л., 1975; Измерение энергетических параметров и характеристик лазерного излучения, под ред. А. Ф. Котюка, М., 1981. Э. В. Кувалдин.

**ФОТОН** ( $\gamma$ ) (от греч. *phōs*, род. назв. *phōtōs* — свет) — элементарная частица, квант эл.-магн. поля. Масса покоя  $\Phi$ , равна нулю (эксперим. ограничение  $m < 5 \cdot 10^{-60}$  г), и поэтому его скорость равна скорости света. Спин  $\Phi$  равен 1 (в единицах  $\hbar$ ), и следовательно,  $\Phi$  относится к бозонам. Частица со спином 1 и ненулевой массой покоя, согласно квантовой механике, имеет  $2J+1$  синовых состояний, различающихся проекцией спина, по поскольку  $m_s = 0$ ,  $\Phi$  может находиться только в двух синовых состояниях с проекциями спина на направление движения (спиральностью)  $\pm 1$ ; этому свойству в классич. электродинамике соответствует поперечность эл.-магн. волны.

Т. к. не существует системы отсчёта, в к-рой  $\Phi$  покоится, ему нельзя приписать определ. внутренней чётности. По электрич. и магн. мультипольности системы зарядов ( $2^l$ -поля; см. *Мультипольное излучение*), излучившей данный  $\Phi$ , различают состояния  $\Phi$ , электрич. и магн. типа; чётность электрич. мультипольного  $\Phi$  равна  $(-1)^l$ , магнитного —  $(-1)^{l+1}$ .  $\Phi$  — истинно нейтральная частица и поэтому обладает определ. зарядовой чётностью  $C(C = -1)$ . Кроме электромагнитного взаимодействия  $\Phi$  участвует в гравитационном взаимодействии.

Представление о  $\Phi$  возникло в ходе развития квантовой теории и теории относительности (термин « $\Phi$ » был введён Г. Льюисом (G. Lewis) в 1929). В 1900 М. Планк (М. Планк) получил ф-лу для спектра теплового излучения абсолютно чёрного тела (см. *Планка закон излучения*), исходя из предположения, что излучение эл.-магн. волн происходит определ. порциями — «квантами», энергия к-рых может принимать лишь дискретный ряд значений, кратных неделимой порции — кванту  $\hbar\omega$ , где  $\omega$  — частота эл.-магн. волны. Развивая идею Планка, А. Эйнштейн ввёл гипотезу световых квантов, согласно к-рой эл.-магн. излучение само состоит из таких квантов, и на её основе объяснил ряд закономерностей фотоэффекта, люминесценции, фотохим. реакций. Построенная Эйнштейном спец. теория относительности (1905) создала предпосылки для того, чтобы считать эл.-магн. излучение одной из форм материи, а световые кванты — реальными элементарными частицами. В опытах А. Комптона (A. Compton) по рассеянию рентг. лучей было установлено, что кванты излучения подчиняются тем же кинематич. законам, что и частицы вещества, в частности квант излучения с частотой  $\omega$  обладает также и импульсом  $\hbar\omega/c$  (см. *Комптона эффект*).

В результате развития квантовой механики стало ясно, что ни наличие волновых свойств, проявляющихся в волновых свойствах света, ни способность исчезать или рождаться в актах поглощения и испускания не выделяют  $\Phi$  среди др. элементарных частиц. Оказалось, что всем частицам вещества, напр. электронам, присущи не только корпускулярные, но и волновые свойства, и была установлена возможность взаимопревращения элементарных частиц. Так, в эл.-статич. поле атомного ядра  $\Phi$  с энергией  $> 1$  МэВ может превратиться в электрон и позитрон (процесс *рождения пар*), а при столкновении электрона и позитрона может произойти их *аннигиляция* в два (или три)  $\gamma$ -кванта.

Квантовой теорией взаимодействия  $\Phi$  с заряд. лептонами с учётом их возможных взаимопревращений является квантовая электродинамика. Взаимодействие  $\Phi$  с адрона-

ми и атомными ядрами описывается с помощью разл. теоретич. моделей: векторной доминантности, модели *партонов* и др. В 60-х гг. была создана теория *электрослабого взаимодействия* — единая теория эл.-магн. и слабого взаимодействий, в к-рой  $\Phi$  выступает вместе с тремя гипотетич. «переносчиками» слабого взаимодействия — *промежуточными векторными бозонами*. В теориях, объединяющих разл. фудам. взаимодействия на основе *суперсимметрии*,  $\Phi$  имеет своего гипотетич. суперпартнера — *фотино*.

Лит. см. при статьях *Электромагнитное взаимодействие*, *Электрослабое взаимодействие*. Э. А. Талков.

**ФОТОННОЕ ЭХО** — когерентное излучение, испускаемое средой по окончании воздействия на неё последовательности интенсивных коротких импульсов резонансного эл.-магн. (светового) поля и обусловленное восстановлением фазового согласования между отд. излучателями. Эффект  $\Phi$  был предсказан в 1962 У. Х. Конвиллемом и В. Р. Нагнбаровым и наблюден экспериментально в 1964 И. Абеллой, Н. Курнитом и С. Хартоманом.

Эффект  $\Phi$  является следствием динамики квантовых переходов в среде в условиях неоднородного уширения резонансной спектральной линии (см. *Уширение спектральных линий*) и по своей природе аналогичен *стеновому эху*. Рассмотрим поведение резонансного отклика среды при последовательном воздействии на неё двух импульсов излучения (рис. 1) с частотой  $\omega$ , близкой к частоте

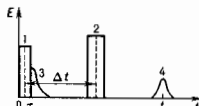


Рис. 1. Формирование двухимпульсного эха: 1, 2 — падающие импульсы; 3 — сигнал затухания свободной поляризации; 4 — импульс фотонного эха.

$\omega_{ab}$  разрешённого перехода между квантовыми уровнями  $a$  и  $b$  частиц вещества (атомов, молекул, примесных центров и т. п.). Первый, возбуждающий импульс переводит атомы, первоначально находившиеся в ниж. состоянии  $|a\rangle$ , в когерентную суперпозицию состояний  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ , индуцируя тем самым элементарные диполы, колеблющиеся с частотой поля и связанные между собой по фазе. Вследствие этого образуется волна макроскопич. поляризации вещества с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k_1$ .

По окончании воздействия возбуждающего импульса амплитуда наведённой резонансной макроскопич. поляризации постепенно уменьшается (см. *Затухание свободной поляризации*). Это уменьшение обусловлено, во-первых, действием процессов необратимой релаксации (см. *Духуроновская система*), к-рые ведут к потере когерентного возбуждения отд. излучателей с характерным временем  $T_2 = \gamma^{-1}$  ( $\gamma$  — однородная полуширина линии). Во-вторых, оно связано с расфокусировкой колебаний диполей, вызванной различием их собств. частот  $\omega_{ab}$ . Эфф. скорость затухания из-за расфокусировки определяется временем  $T_2^*$ ; для гауссовой ф-ции распределения собств. частот  $g(\omega_{ab} - \omega)$  это время определяется как

$$T_2^* = 2\sqrt{\ln 2} \gamma^{-1} g(\omega_{ab} - \omega),$$

где  $\gamma_{\text{н}}^{-1}$  — однородная полуширина спектральной линии на подполусоте,  $\omega_0$  — её центр. частота.

Если преобладает неоднородное уширение ( $T_2 \gg T_2^*$ ), то макроскопич. поляризация успеет затухнуть, прежде чем релаксирует когерентное возбуждение отд. излучателей. Принципиально важно, что последний механизм затухания является обратимым. Под действием второго импульса длительностью  $\tau_2 \ll T_2$  фазы атомных осцилляторов меняют знак, вследствие чего после его окончания ( $t > t_2$ ) расфокусировка излучателей сменяется их *сфокусировкой*. Это означает, что если по окончании первого импульса разность фаз  $\delta\phi$  между любыми атомными осцилляторами увеличилась с пост. скоростью  $\Delta\omega$ , равной разности их собств. частот, то после обращения фаз  $\delta\phi$  убывает с той же

скоростью  $\Delta\omega$ . В результате формируется т. н. эхо-импульс поляризации среды, достигающий максимума в момент времени  $t_0 = 2\Delta t$ , когда все осцилляторы оказываются вновь полностью сфазированными. Импульс когерентного эл.-магн. излучения, порождаемый эхо-поляризацией среды, и называется фотонным или световым эхом.

Описанный процесс можно наглядно пояснить, используя векторную модель двухуровневой системы и считая, что наноци импульсы 1 и 2 равны соответственно  $\theta_1 = \pi/2$  и  $\theta_2 = \pi$ . Полагая, что

$$\theta_{1,2} = (d_{ba}/\hbar) \int_{-\infty}^{\infty} E_{1,2}(t) dt,$$

где  $d_{ba}$  — матричный элемент дипольного момента; см. *Пятиимпульс*. Кроме того, полагая, что  $\omega = \omega_0$  и длительности импульсов  $\tau_{1,2} \ll T_2, T_2^*$ , а следовательно, их воздействие на все излучатели одинаково. Тогда к концу первого импульса векторы Блоха  $R$ , представляющие состояние отд. резонансных атомов, оказываются повернутыми на угол  $\pi/2$  и одинаково ориентированными вдоль оси 2 (рис. 2, а), так что «активная» составляющая макроскопич. поляризации достигает макс. величины. В дальнейшем в отсутствие электрич. поля возбуждающего импульса векторы Блоха отд. атомов прецессируют вокруг оси 3 каждой со своей угл. скоростью, равной  $\Delta = \omega_0 - \omega_{ab}$ , расходясь «вверх» в плоскости 1—2 (рис. 2, б). Образованное «вверх» отражает процесс расфазировки излучателей.

Под действием второго импульса происходит поворот каждого из векторов  $R$  на  $180^\circ$  вокруг оси 1, в результате чего все фазы меняют знак (рис. 2, в). После окончания 1-импульса векторы Блоха снова прецессируют вокруг оси 3 каждой со своей скоростью  $\Delta$ , однако на этот раз прецессия ведёт к «свертыванию вверх»: в момент времени  $t_0$  они оказываются опять одинаково ориентированными (рис. 2, г), что соответствует полной фазировке атомных излучателей.

Расчёт интенсивности импульса Ф. э. при двухимпульсном возбуждении, основанный на ур-ниях для матрицы плотности ансамбля  $N$  двухуровневых систем, для случая  $\tau_{1,2} \ll T_2, T_2^*$  даёт

$$I_2(t) \propto I_0 n^2 \sin^2 \theta_1 \sin^4 \theta_2 \exp \left[ -\frac{4\Delta t}{T_2} - \frac{2(t-\Delta t)}{T_2^*} \right], \quad (*)$$

где  $I_0$  — интенсивность спонтанного испускания отд. атома,  $n$  — ф.-я распределения  $g(\omega_{ba} - \omega_0)$  предполагается гауссовой, а  $\omega = \omega_0$ . Интенсивность Ф. э. пропорциональна квадрату числа излучателей  $N$  — особенностью, присущая эффектам коллективного испускания (см. *Сверхизлучение. Затушение свободной поляризации*). Из ф-лы (\*) видно также, что  $I_2$  достигает макс. величины при  $\theta_1 = \pi/2$  и  $\theta_2 = \pi$ , т. е. когда падающие импульсы являются  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсами соответственно.

При увеличении времени задержки между импульсами  $\Delta t$  интенсивность эха экспоненциально уменьшается с постоянной времени  $T_2/4$ , что объясняется действием процессов необратимой релаксации.

Кроме рассмотренного выше простейшего случая т. п. двухимпульсного, или первичного, эха существует целый ряд др. разновидностей Ф. э., получаемых в зависимости от используемой последовательности подаваемых извне импульсов: индуцированное (стимулированное) эхо, многократное эхо, эхо Карра — Парселла и т. п.

В отличие от спинового эха, сигналы Ф. э. испускаются в строго определённых направлениях. Так, волновой вектор двухимпульсного эха  $k_2$  определяется волновыми векторами первого  $k_1$  и второго  $k_2$  импульсов:  $k_2 = 2k_2 - k_1$ ,

Импульс индуцированного эха формируется последовательностью трёх импульсов и имеет волновой вектор  $k_n = k_3 + k_2 - k_1$ ; при  $k_3 = -k_2$  он распространяется в направлении, обратном  $k_1$ .

Форма огибающей импульсов эха зависит от соотношения между длительностью падающих импульсов и временами  $T_2$  и  $T_2^*$ . Так, в предельном случае  $\tau_{1,2} \ll T_2, T_2^*$  форма импульса первичного эха является, по существу, временным фурье-образом спектрального распределения собств. частот  $g(\omega_{ba} - \omega_0)$ . В др. предельном случае  $T_2^* \ll \tau_1 \ll T_2$  возбуждение среды «запоминает» форму первого импульса и она может быть воспроизведена в форме т. н. обратного эха, когда второй импульс имеет вид стоячей волны.

На форме импульса Ф. э. сказывается также структура энергетич. уровней; расщепление уровней приводит к соответствующей модуляции огибающей эха.

Состояние поляризации возбуждающих импульсов и типом квантового перехода в веществе.

Эффекты типа Ф. э. возможны и при многофотонном возбуждении квантовых переходов, когда определ. комбинация частот падающих импульсов совпадает с частотой соответствующего квантового перехода. В этом случае, однако, формирующийся макроскопич. эхо-отклик среды может оказаться неиндуцирующим вследствие правил отбора (см. *Многочотонные процессы. Многочотонное положение*). Для его наблюдения можно использовать дополнительное (пробное) излучение, в поле к-рого эхо-отклик вовлекается в процесс параметрич. смещения частот.

Для наблюдения Ф. э. используются в осп. метод возбуждения соответствующей последовательностью коротких лазерных импульсов и метод штарковского переключения частоты квантового перехода короткими импульсами эл.-статич. поля (см. *Штарк эффект*), устанавливающими частоту передела в резонанс с непрерывным лазерным излучением.

Применения Ф. э. весьма разнообразны. Оно используется в *нелинейной спектроскопии* для измерения времён релаксации, исследования тонкой и сверхтонкой структур квантовых уровней энергии, изучения параметров столкновений в газах, идентификации типов квантовых переходов и т. д. Перспективы приложения эффектов Ф. э. в *динамической голографии*, в системах *оптической обработки информации*, и частности в системах оперативной памяти в *оптических компьютерах*, и т. д.

Лит.: Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы, пер. с англ., М., 1978; Шумейкер Р., Когерентная инфракрасная спектроскопия нестационарных процессов, в кн.: Лазерная и когерентная спектроскопия, пер. с англ., М., 1982; Мандыкин Э. А., Самарцев В. В., Оптическая эхо-спектроскопия, М., 1984. К. Н. Дробович.

**ФОТОПРОВОДИМОСТЬ** (фоторезистивный эффект) — изменение электропроводности среды, обусловленное действием эл.-магн. излучения. Ярко выражена в полупроводниках и диэлектриках. Впервые наблюдалась У. Смитом (W. Smith, 1873) в аморфном Si (см. *Аморфные и стеклообразные полупроводники*). Ф. возникает из-за изменения либо концентрации носителей заряда (концентрационная Ф.), либо их подвижности под действием излучения (см. *Подвижность носителей заряда*). В зависимости от механизма поглощения излучения различают Ф. собственную, примесную и внутреннюю.

**Собственная и примесная фотопроводимость.** В основе собств. и примесной Ф. лежит внутр. фотоэффект, т. е. либо оптич. генерация пар электрон — дырка (при собственной Ф.), либо фототермич. носителя заряда от заряд. примесного центра (при примесной Ф.). Генерируемые при внутр. фотоэффекте свободные носители заряда наз. фототолосистами.

Изменение уд. электропроводности  $\sigma$  от однократного полупроводника под действием излучения равно

$$\Delta\sigma = e(n_0 \Delta n + p_0 \Delta p),$$

где  $\Delta n, \Delta p$  — изменения концентраций электронов проводи-

мости ( $\mu$ ) и дырок ( $p$ ),  $\mu_n, \mu_p$  — их подвижности. Величины  $\Delta n, \Delta p$  определяются *квантовым выходом*  $Y$  внутрь фотозонда, т. е. числом генерируемых электронно-дырочных пар (при собств. Ф.) или числом генерируемых носителей (при примесной Ф.) в расчёте на один поглощённый фотон, а также временем жизни фотосенсителера (до их рекомбинации или захвата примесями центрами). Если Ф. (собственная) определяется подвижными фотосенсителерами обоих знаков, её называют биполярной. В тех случаях, когда хотя и генерируются фотосенсителера обоих знаков, но фотосенсителера одного типа имеют ничтожные подвижность и время жизни, а также при примесной Ф., когда генерируются фотосенсителера только одного знака, Ф. наз. монополярной.

Так как импульс фотона, как правило, пренебрежимо мал по сравнению с импульсом электрона, требование одновременно, выполнения законов сохранения энергии и импульса приводит к тому, что переходы электронов с участием только одного фотона оказываются возможными лишь между состояниями, в к-рых импульс электрона практически один и тот же («прямые», или «вертикальные», переходы). Однако этот запрет может нарушаться за счёт взаимодействия электронов или дырок с фононами. Последнее приводит к «непрямым» переходам с изменением как энергии, так и импульса электрона и испусканием или поглощением фотона. Исследования зависимости Ф. от энергии фотонов  $h\nu$  позволяют по их мин. энергии, ещё вызывающей Ф., определять энергетич. щели между уровнями или зонами (см. Полупроводники).

**Внутризонная фотопроводимость** связана с изменением подвижности носителей заряда при их перераспределении по энергетич. состояниям в результате поглощения излучения. К процессам, вызывающим внутризонную Ф., относятся: оптич. переходы носителей заряда внутри одной зоны, к-рые возможны благодаря рассеянию носителей на примесях и фононах (см. Рассеяние носителей заряда в твердом теле); прямые оптич. переходы между подзонами дырочной зоны в полупроводниках  $p$ -типа («лёгкие» и «тяжёлые» дырки, см. Зональная теория); переходы между подзонами размерного квантования в полупроводниковых структурах (см. Квантовые размерные эффекты). Внутризонная Ф. впервые наблюдалась Моссом и Хоккингом (1960) в  $p$ -Ge (переходы между подзонами дырок) и Роллипом (1961) в  $n$ -InSb (внутризонное поглощение).

При внутризонной Ф. может изменяться подвижность как тех носителей, к-рые непосредственно поглощают излучение, так и всех носителей заряда из-за перераспределения поглощённой энергии, обусловленного *межэлектронным рассеянием*. Как правило, определяющую роль играет второй процесс. Если время перераспределения энергии мало по сравнению с временем релаксации энергии носителей т, то Ф. можно рассматривать как результат изменения темп-ры газа носителей  $T_n$  при поглощении излучения. В этом случае  $\Delta\sigma \propto d\mu/dT_n$ . Знак  $d\mu/dT_n$ , и  $\Delta\sigma$  может быть как положительным, так и отрицательным. Знак  $\Delta\sigma$  определяется также знаком изменения электронной темп-ры  $\delta T_n$ . Как правило,  $\delta T_n > 0$ , однако возможно охлаждение газа при поглощении света. Охлаждение наблюдается, напр., в  $p$ -Ge при оптич. переходе дырок из подзоны «тяжёлых» дырок в подзону «лёгких» и быстрое рассеяние энергии «лёгких» дырок на оптич. фононах. С изменением энергии фотонов  $h\nu$  знак  $\Delta\sigma$  изменяется и внутризонная Ф. осциллирует, изменяя знак.

**«Отставание» фотосенсителера.** Если генерируемые светом носители имеют энергич.  $\mathcal{E}$ , превышающие ширину запрещённой зоны  $\mathcal{E}_g$  полупроводника, то такие т. н. горячие носители могут терять энергию на создание доплит. электронно-дырочных пар; в результате  $Y > 1$  (рис. 1). Длина пробега носителей при этом зависит от  $\mathcal{E}$  и меняется от неск. нм при  $\mathcal{E} \leq 10$  эВ до 1 см при  $\mathcal{E} \sim 100$  эВ и до неск. десятков нм при  $\mathcal{E} > 1$  кэВ (время пробега  $\tau \sim 10^{-14}$  с). При  $\mathcal{E} < \mathcal{E}_g$  осн. механизм потери энергии — рассеяние на фононах. При  $\mathcal{E}$ , превышающих энергию  $h\Omega$  оптич. фонона, носители теряют энергию путём последоват. испускания оптич. фононов. При этом характерное время их пробега

$\tau_{\text{отст.}} \sim 10^{-13}$  с. После того как остаточная энергия носителей  $\mathcal{E}_{\text{ост}}$  оказывается меньше  $\mathcal{E}_g$ , дальнейшее их «отставание» происходит путём испускания акустич. фононов или за счёт межэлектронных столкновений. Соответствующие времена релаксации энергии на неск. порядков больше  $\tau_{\text{отст.}}$  (см. Горячие электроны).

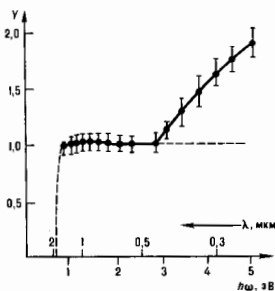


Рис. 1. Зависимость квантового выхода  $Y$  в Ge от энергии фотонов.

Остаточная энергия носителей, быстро испустивших максимально возможное число ( $n_{\text{макс}}$ ) оптич. фононов, равна  $\mathcal{E}_{\text{ост}} = h\nu - n_{\text{макс}} h\Omega$ . Она изменяется от 0 до  $h\Omega$  в зависимости от  $h\nu$ . В слаболегированных полупроводниках эфф. подвижность горячих фотосенсителера зависит от  $\mathcal{E}_{\text{ост.}}$ , поэтому  $\Delta\sigma$  осциллирует как функция  $h\nu$  с частотой  $\Omega$ . В сильнолегированных полупроводниках энергия  $\mathcal{E}_{\text{ост.}}$  передаётся сначала не акустич. фононам, а газу носителей; в зависимости от величины переданной энергии изменяется ср. подвижность носителей. Это также приводит к осцилляциям  $\Delta\sigma$  с частотой  $\omega$ .

**Спектр фотосенсителера.** Благодаря зависимости квантового выхода  $Y$  от энергии фотонов  $h\nu$  (рис. 1) спектр Ф. отличается от спектра оптич. поглощения кристаллов. Отличие возникает также из-за того, что процесс «отставания» фотосенсителера не является мгновенным; поэтому часть из него может иметь энергии, значительно превышающие равновесную энергию при данной темп-ре кристалла. Вклад этих «горячих» фотосенсителера в Ф. зависит от отношения между временем релаксации энергии и временем жизни носителей, а также от первонач. энергии фотосенсителера. На кривых рис. 2 и рис. 3 отчетливо проявляется резкий длинноволновый спад Ф. По его положению можно определить ширину запрещённой зоны  $\mathcal{E}_g$ .

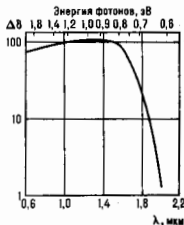


Рис. 2. Спектральное распределение собственной фотопроводимости в Ge.

**Зависимость  $\Delta\sigma$  от интенсивности излучения.** Анализировать фотопроводимость. Обычно при малых интенсивностях излучения Ф. пропорциональна  $I$ , т. е. тензор изменения электропроводности  $\Delta\sigma_{ij}$  является билинейной функцией компонент электр. вектора  $E_k$  поля излучения ( $k=x, y$ ,

2)  $\Delta\sigma_{ij} = \gamma_{ijk} E_k E_l$ . Тензор 4-го ранга  $\gamma_{ijk}$  наз. тензором Ф. Он определяет не только величину  $\Delta\sigma$ , но и её анизотропию.

Ф. анизотропа даже в средах с изотропными статич. электропроводностью и оптич. диэлектрической проницаемостью. Это проявляется в зависимости Ф. от возникающей

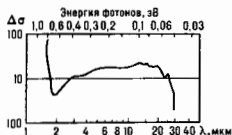


Рис. 3. Спектральное распределение примесной проводимости в Ge, связанное с примесью Cu.

под действием поляризованного излучения, от ориентации плоскости поляризации света относительно кристаллографич. осей, а также в появлении поперечного электрич. поля и поперечной фотод. между боковыми контактами образца. Один из возможных механизмов анизотропных фотоэлектрич. эффектов состоит в анизотропии распределения по квазимульсам фотоэлектронов, генерируемых поляризованным излучением. Анизотропные фотоэлектрич. эффекты в изотропных средах описываются определ. компонентами тензора  $\gamma_{ijk}$ .

**Инерционность фотопроводимости** определяется наиб. временем релаксации кинетич. процессов, к-рые определяют Ф. Обычно это время жизни фотосенсител. а в случае внутрizonной Ф.— время рассеяния энергии или время межзонаной релаксации. Время жизни фотосенсител. уменьшается по мере увеличения концентрации рекомбинационных центров (или захватывающих примесных центров), но оно не может быть меньше времени релаксации энергии в том же материале.

Ф. следует отличать от болометрич. эффекта — изменения проводимости при нагреве полупроводника излучением, когда одинаково повышаются  $T$  как электронной подсистемы, так и подсистемы фононов; в отличие от Ф., инверционность болометрич. эффекта определяется теплопроводностью — скоростью передачи тепла термостату (см. Болометр).

В нек-рых веществах при низких темп-рах время релаксации Ф. столь велико, что вызванное облучением изменение проводимости  $\Delta\sigma$  не падает заметно со временем (замороженная Ф.). Существуют два осн. механизма возникновения замороженной Ф. Первый связан с разделением неравновесных носителей внутр. электрич. полями неоднородностей. При этом для рекомбинации требуется преодоление высокого потенц. барьера, что приводит к экспоненциальному возрастанию времени жизни неравновесных носителей. Замороженная Ф. такого типа чаще всего встречается в соединениях  $A^{IV}B^VI$ . Второй механизм связан с наличием центров, сильно взаимодействующих с кристаллич. решёткой. Захват носителей на них требует перестройки решётки и поэтому осуществляется аномально медленно. Примером таких центров являются т.н. DX-центры в твёрдых растворах  $Al_xGa_{1-x}As$ , приводящие к замороженной Ф. в гетероструктурах  $GaAs-Al_xGa_{1-x}As$ . Явление замороженной Ф. может использоваться в системах оптич. памяти, но играет и отрицат. роль, приводя к временной нестабильности характеристик полупроводниковых приборов.

**Аномальная фотопроводимость.** В ряде случаев величина Ф. не зависит от интенсивности излучения (при стационарном освещении) и зависит лишь от его спектрального состава. Такая аномальная Ф. впервые обнаружена в плёнках аморфного Si (после выдержки в парах Hg) в 1961. Максимум Ф. соответствует  $\lambda \approx 0,76 - 1$  мкм. С ростом темп-ры  $\lambda$  увеличивается, а при  $T > 180$  К аномальная Ф. исчезает, что, вероятно, объясняется наличием удержи-

вающих центров или неоднородности проводимости. На основе аномальной Ф. возможно создание детекторов цвета и элементов памяти.

На явления Ф. основана работа чувствительных полупроводниковых приёмников излучения (см. Фоторезистор).

**Лит.**: Тауц Я., Фото- и термоэлектрические явления в полупроводниках, пер. с чеш., М., 1962; Рывкин С. М., Фотоэлектрические явления в полупроводниках, М., 1963; Moss T. S., Hawkins T. D. H., Interband photoconductivity in germanium, «Proc. Phys. Soc.», 1960, v. 76, p. 365; Rollin B. V., Detection of millimetre and sub-millimetre wave radiation by free carrier absorption in a semiconductor, «Proc. Phys. Soc.», v. 77, p. 1102; Фотопроводимость. Сб. ст., пер. с англ., М., 1967; Шейнман М. К., Шик А. Я., Долговременные релаксации и остаточная проводимость в полупроводниках, «ФТП», 1976, т. 10, с. 209; Корсунский М. И., Аномальная фотопроводимость и спектральная память в полупроводниковых системах, М., 1978.

Е. В. Березулин, С. Д. Гинчев, Ш. М. Косин, А. Я. Шик, И. С. Шиммак.

**ФОТОРЕЗИСТОР** — полупроводниковый резистор, изменяющий своё электрич. сопротивление под действием внеш. эл.-магн. излучения. Ф. относится к фотоэлектрич. приёмникам излучения, их принцип действия основан на внутр. фотоэффекте в полупроводнике (см. Фотопроводимость). Основу Ф. составляет слой (или плёнка) полупроводникового материала на подложке (или без неё) с нанесёнными на него электродами, посредством к-рых Ф. подключается к электрич. цепи. Фотоэлектрич. слой получается, напр., прессыованием порошка или распылением волно-стирвой суспензии полупроводникового материала непосредственно на поверхность подложки, хим. осаждением, эпитаксией, напылением. Полученные т.о. слои (плёнки) могут подвергаться отжигу. В зависимости от назначения Ф. могут быть одно- и многоэлементные (мозаичные), с охлаждением и без, открытые и герметизированные, выполненные в виде отд. изделия или в составе интегральных схем. Для расширения функций, возможности Ф. дополняют фильтрами, линзами, растрами (оптич. модуляторами), предварит. усилителями (в микроинформационном исполнении), термостатами, подсветкой, системами охлаждения и др. (рис. 1).

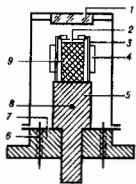


Рис. 1. Охлаждаемый фоторезистор: 1 — входное окно; 2 — фотоэлектрический элемент; 3 — контактная колодка; 4 — преусилитель; 5 — теплоотвод; 6 — электрические выводы; 7 — основание; 8 — терморезистор; 9 — термоэлектрический охладитель.

**Основные параметры фоторезистора:** темновое сопротивление ( $10^3 - 10^{14}$  Ом); спектральный диапазон чувствительности (0,5—120 мкм); постоянная времени ( $10^{-2} - 10^{-9}$  с); вольтная чувствительность ( $10^3 - 10^6$  В/Вт); об-

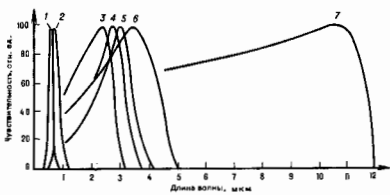


Рис. 2. Кривые спектральной чувствительности фоторезисторов на основе CdS (кривая 1), CdSe (2), PbS (3), твёрдого раствора PbS—PbSe (4, 5), PbSe (6), PbSn(Te) (7).



наружительная способность ( $10^8-10^{16}$  см $\cdot$ Гц $^{1/2}$ ·Вт $^{-1}$ ); температурный коэф. чувствительности (0,1—5%/К); рабочее напряжение (0,1—100 В).

Ф. обладают избирательностью к инфр. излучению: так, Ф. на основе CdS и CdSe чувствительны к видимому, УФ-, рентг. и  $\gamma$ -излучениям, а также к ближайшему ИК-излучению; Ф. на основе PbS, PbSe, In $_2$ S $_3$ , CdHgTe и PbSnSe — к ИК-излучению с длиной волны до 14 мкм (рис. 2), а на основе легированных Si и Ge — до 40 мкм. Высокая чувствительность, стабильность фотоэлектрич. характеристик во времени, малая инерционность, простота устройства, допускающая разнообразное конструктивно-технол. исполнение, способность работать в широком диапазоне механич. и климатич. воздействий обусловили широкое использование Ф. в приборах и устройствах *оптоэлектроники*. (См. также *Полупроводниковые материалы, Полупроводниковые приборы.*)

Лит.: Олеск А. О., Фоторезисторы, М.—Л., 1966; Пасынков В. В., Чиркин Л. К., Шинков А. Д., Полупроводниковые приборы, 4 изд., М., 1987.

А. О. Олеск.

**ФОТОРЕЗИСТЫ** — материалы органич. и неорганич. происхождения, чувствительные к оптич. излучению видимого или УФ-диапазона; применяются в *фотоэтикетках* для получения рельефного покрытия заданной топографии. Формирование в слое Ф., нанесенного на к-л. подложку, рельефных областей заданной конфигурации происходит в результате его локального экспонирования и последующего проявления. При локальном экспонировании в Ф. идут физ.-хим. превращения с изменением размера, структуры или полярности молекул, ведущие к изменению свойств покрытий и возможности удаления при проявлении облученных или необлученных участков. Если в результате экспонирования хорошо растворимыми становятся облученные участки и они удаляются в процессе проявления, то Ф. наз. *позитивными*; если в процессе проявления удаляются необлученные участки, Ф. наз. *негативными*. Полученное таким способом рельефное покрытие служит защитой подлежащего рабочего слоя от воздействия травлений.

Ф. используют в виде жидких композиций, к-рые наносят на рабочий слой с помощью центрифуг, вальки или пульверизаторов и формируют пленки толщиной от десятых долей до десятков микрон. Большой разрешающей способностью обладают т. н. вакуумные позитивные и негативные Ф., к-рые представляют собой слой микр. толщины, полученные методом вакуумного напыления. Кроме того, применяются т. н. сухие пленочные Ф. — пластичные светочувств. слои толщиной 10—100 мкм, заключенные между лавсановой пленкой — основной — и защитной полиэтиленовой пленкой. Слой наносится на подложку накаткой.

В качестве жидких позитивных Ф. используют составы на основе светочувствит. производных *o*-диазокетонов и пленкообразующих фенольных и др. смол. Из числа негативных жидких Ф. — на основе сенсibilизированного поливинилпирролидона, поливинилового спирта и полиизопреновых циклоацучков со светочувств. диазидами. Вакуумные Ф. представляют собой слой красителя, цианамов, халькогенидных стёкол и др. В сухих пленочных Ф. в качестве светочувств. слоя применяют сенсibilизированные фотополимеризующиеся композиции с акрилатными мономерами и олигомерами, к-рые резко изменяют свою растворимость под действием УФ- и видимого света вследствие образования пространственно сшитой полимерной структуры.

Ф. чувствительны к излучению в широком спектральном диапазоне УФ- и видимого излучений, но особенно широко используется УФ-излучение ртутных ламп и эксимерных лазеров, что наиб. приемлемо в пром. условиях производства *интегральных схем* для микроэлектроники. В зависимости от типа Ф. их светочувствительность находится в пределах 2—20 см $^2$ /Дж, а разрешающая способность — 100—1000 мкм $^{-1}$ . Микродефектность (число невытравленных точек на проявленных участках после проявления) для лучших Ф. достигает 0,05 см $^{-2}$ .

Жидкие и вакуумные Ф. используют в осн. в микроэлектронике для создания интегральных схем. Кроме того, жидкие Ф. применяют в фототехнологии изготовления элементов голограммной, а также элементов и схем интегральной оптики. Сухие пленочные Ф. используют для изготовления печатных плат.

Лит.: Боклов Ю. С., Фото-, электронно- и рентгенорезисты, М., 1982; Светочувствительные полимерные материалы, под ред. А. В. Елыпова, Л., 1985; Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии, 1991, т. 36, № 3.

В. А. Барачевская.

**ФОТОРЕЗОНАНСНАЯ ПЛАЗМА** — низкотемпературная плазма, образующаяся в результате воздействия на газ монохроматич. излучения, частота к-рого соответствует энергии резонансного перехода в атоме газа. Впервые такой способ создания плазмы был реализован в 1930 Малдером и Бокнером, наблюдавшими появление ионов при облучении паров цезия излучением резонансной цезиевой лампы. Детальные исследования Ф. п. начались в 1967 также с использованием резонансного излучения газоразрядных ламп. Возможности исследования Ф. п., а также круг её применений существенно расширились после создания перестраиваемых по частоте лазеров на жидких кристаллах. Это позволило значительно увеличить пропускаемые через газ потоки резонансного излучения, а также расширить класс атомов, на основе к-рых получена Ф. п.

Обычно для создания Ф. п. используют пары металлов первой и второй групп (Li, Na, Rb, Cs, Ba, Sr), поскольку излучение, соответствующее резонансным переходам атомов этих металлов, легко получается с помощью совр. перестраиваемых жидкостных лазеров. Обычно при создании и исследовании Ф. п. давление паров металла изменяется в диапазоне 0,1—10 тор, давление буферного газа, в качестве к-рого используют инертные газы, составляет десятки тор. Интенсивность лазерного излучения, к-рое фокусируется в пятно размером  $\sim 0,1$  см, составляет  $\sim 10^2-10^7$  Вт/см $^2$ , что существенно превышает параметр насыщения для резонансного перехода. При этом заселённости осн. и резонансно возбуждённого состояний практически равны друг другу (с точностью до статистич. весов состояний). При воздействии излучения указанной интенсивности на пары металла уже в течение  $10^{-8}-10^{-7}$  с обрывается Ф. п. со степенью ионизации, близкой к единице. Формирование Ф. п. происходит в результате сложной последовательности столкновительных процессов с участием возбуждённых атомов, гл. роль играют ассоциативная ионизация и ступенчатая ионизация атомов электронным ударом.

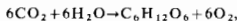
Осн. отличие Ф. п. связано со способом её формирования и заключается в том, что аномально высокие, сверхравновесные значения плотности заряж. частиц ( $\sim 10^{15}-10^{16}$  см $^{-3}$ ) достигаются при весьма низких значениях электронной темп-ры ( $\sim 0,3-0,5$  эВ). Т. о., в Ф. п. сравнительно легко нарушаются условия идеальности, согласно к-рым ср. потенц. энергия кулоновского взаимодействия заряж. частиц много меньше их характерной тепловой энергии. Это делает Ф. п. удобным объектом исследования электрич. и термодинамич. свойств *неидеальной плазмы*.

Важнейшее направление использования Ф. п. связано с высокой чувствительностью её электрич. свойств к степени совпадения частоты лазерного излучения с частотой резонансного перехода в атоме. Это позволяет использовать Ф. п. как нелинейный оптич. элемент для преобразования и стабилизации частоты лазерного излучения, а также для анализа содержания примесей атомов и молекул, резонансно поглощающих лазерное излучение. Ф. п. служит удобным средством получения ионных пучков заданного состава, что связано с высоким коэф. преобразования энергии лазерного излучения в энергию ионов. Ф. п. широко используется при изучении элементарных процессов в низкотемпературной плазме. Эти исследования дали богатую информацию о параметрах и механизмах процессов ионизации при участии возбуждённых атомов.

Лит.: Ключарев А. Н., Бесзулов Н. Н., Процессы возбуждения и ионизации атомов при поглощении света, Л., 1983; Бете-

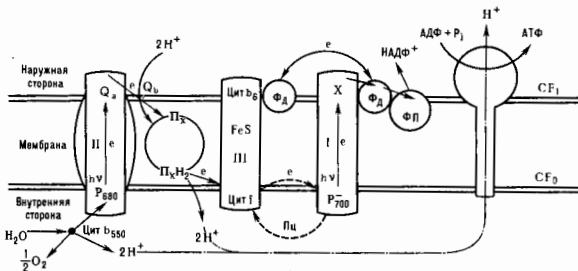
ров И. М., Елещкий А. В., Смирнов Б. М., Плазма резонансного излучения (фоторезонансная плазма), «ФФН», 1988, т. 155, с. 265; Елещкий А. В., Зайцев Ю. Н., Фомичев С. В., Кинетика формирования и параметры фоторезонансной плазмы, «ЖЭТФ», 1988, т. 94, в. 5, с. 98.

**ФОТОСИНТЕЗ** (от греч. *phōs*, род. падеж *phōtós*—свет и *synthesis*—соединение)—процесс образования органич. соединений клетками высших растений, водорослей и искр. бактерий за счёт энергии света, поглощённой пигментами (хлорофиллом, бактериохлорофиллом). Ф.—осн. процесс в биосфере, ведущий к занятию энергии света в виде энергии хим. связей восстановленных соединений (углеводов), образующихся из  $CO_2$  и  $H_2O$ . Суммарное уравнение Ф. имеет вид



т. е. в процессе Ф. образуется молекула пестиглеродного сахара, заносающая 112 ккал/моль, и выделяется свободный кислород. Мир гетеротрофных организмов (большинство бактерий, животных, человек) потребляет для своей жизни свободную энергию продуктов Ф. и выделяющийся кислород. За год на Земле образуется  $150 \cdot 10^9$  т органич. вещества и выделяется ок.  $200 \cdot 10^9$  т свободного кислорода.

Ф. можно разделить на 2 стадии: световую и темновую. Основа световой стадии—система окислительно-восстановит. реакций, в ходе к-рых происходит поглощение фотона  $h\nu$  пигментами и затем транспорт электронов по цепи переносчиков, расположенных в фотосинтетич. биол. мембранах. Конечные продукты световой стадии Ф.—восстановленный никотинамидадениндинуклеотиддифосфат (НАДФ-Н) и аденозинтрифосфат к-та (АТФ)—используются в темновой стадии восстановления  $CO_2$  (цикл Кальвина) и образования углеводов. На рис.



**Рис.** Схема световой стадии фотосинтеза высших растений: I—комплекс фотосинтеза ФС I; II—комплекс ФС II; III—цитохромный  $b_6-f$ -комплекс;  $CF_1-CF_0$ —сопрягающий комплекс; Фд—ферредоксин, Фп—флавопротеиновая Ф<sub>2</sub>—НАДФ-редуктаза; пути транспорта электронов  $e$  обозначены стрелками;  $Q_a-Q_b$ —вторичные акцепторы хиноиной природы.

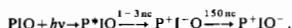
приведена схема первичных процессов (световая стадия) Ф. высших растений. В них участвуют две последоват. фотохим. реакции, в каждой из к-рых поглощение кванта света приводит к отрыву электрона от пигмента и восстановлению переносчиков в цепи Ф. Этот процесс протекает в реакционных центрах (РЦ) фотосистем I и II с участием в реакционных центрах фотоактивного пигмента (P)—первичного донора электрона. Фотосистема II (ФС II) обеспечивает перенос электрона от молекулы воды и восстановление подвижного переносчика пластохинона ( $P_1$ ). Образованный при отрыве электрона хлорофилл ( $P^+$ ) ФС II обладает высоким окислительно-восстановит. потенциалом ( $U \approx +1,0$  В) и отравляет электроны у молекулы воды ( $U \approx 0,8$  В), через систему ферментов, в результате чего выделяется кислород (в процессе выделения одной молеку-

лы  $O_2$  участвуют 4 электрона). Подвижный P<sub>1</sub> диффундирует через мембрану и передает электрон через кластер, состоящий из большого числа молекул  $P_1$ , в макромолекулярный комплекс, содержащий цитохром  $f$  и  $b_6$ , от к-рого затем через подвижный пластохинон  $P_2$  электрон попадает на фотоактивный хлорофилл ФС I. Возбуждение ФС I приводит к восстановлению акцепторной части цепи ферредоксин—НАДФ, а окисленный хлорофилл ФС I восстанавливается от  $P_2$ .

При переносе электрона через мембрану по цепи переносчиков образуется трансмембранная разность эл.-хим. потенциалов  $\Delta\psi$  по обе стороны мембраны. Величина  $\Delta\psi$  включает составляющую, зависящую от разности хим. потенциалов ионов водорода, и составляющую, зависящую от разности эл.электрич. потенциалов между граничными областями мембраны, возникающей вследствие неравномерного распределения зарядов в мембране и ионов по обе её стороны. Разность эл.-хим. потенциалов является источником энергии для образования АТФ в спец. макромолекулярных АТФ-комплексах. Центр. проблема биофизики первичных стадий Ф. состоит в исследовании механизмов процессов миграции энергии возбуждения между молекулами фотосинтетич. аппарата, разделения зарядов в фотоактивном пигменте РЦ фотосистем I и II и переноса электрона по цепи Ф.

В 30-х гг. 20 в. было показано, что выделение одной молекулы  $O_2$  после короткой ( $\leq 10^{-5}$  с) световой вспышки происходит за время  $\approx 0,04-0,1$  с, соответствующее времени пролёта электрона по цепи реакций от  $H_2O$  до конечных продуктов световой стадии, и что в реакции выделения  $O_2$  участвуют  $\approx 300$  молекул хлорофилла, обединённых в фотосинтетич. единицу (ФСЕ). Один фотон  $h\nu$ , поглощённый любой молекулой хлорофилла из 300, может вызвать однократный фотохим. процесс, если падает в фотоактивный пигмент (P) в РЦ в результате миграции энергии. Т. о., РЦ являются тушителями электронного возбуждённого состояния пигментов Ф. Действительно, длительность существования синглетного возбуждённого состояния в растворе хлорофилла, измеряемая по длительности затухания его флуоресценции, составляет  $\tau \approx 5 \cdot 10^{-9}$  с. В фотосинтетич. мембранах с активными РЦ  $\tau \approx 100$  нс (для пигментов светособирающей антенны ФСЕ). В мутантах фотосинтезирующих организмов, лишённых РЦ, значение  $\tau$  близко к  $4,0-4,5$  пс, что указывает на отсутствие тепловой диссипации энергии при её миграции в янтене. Детальное исследование флуоресценции фотосинтетич. пигментов, возбуждённых пикосекундными лазерными импульсами (см. *Фемтосекундная спектроскопия*), показало наличие неск. компонент затухания флуоресценции, к-рые отражают процессы миграции энергии по антенне, захвата энергии возбуждения и стабилизации разделившихся зарядов в РЦ. При относительно сильных взаимодействиях между молекулами пигментов (энергия взаимодействия  $\delta \approx 0,01$  эВ), находящихся на одном белковом носителе, миграция осуществляется по экситонному механизму. Перенос энергии по механизму индуктивного резонанса происходит между пигментами, локализованными на разных субъединицах, напр. между светособирающим пигментным комплексом и частью антенны, фокусирующей энергию непосредственно на РЦ. Светособирающий белок (пигментный комплекс) может мигрировать в мембране между ФС I и ФС II, обеспечивая их равномерное световое возбуждение. За время существования возбуждения ( $\sim 100-200$  пс) в антенне, состоящей из  $100-300$  молекул хлорофилла, экзитон успевает  $10-15$  раз попасть в ловушку РЦ, что обеспечивает экв. захват возбуждения. Затем за время  $1-3$  пс происходит высокоэффективное разделение

зарядов и перенос электрона на первичный акцептор. Общая схема процессов, происходящих в РЦ, имеет вид



где I — первичный акцептор порфириновой природы, Q — вторичный акцептор хиноиновой природы.

Последующее восстановление  $P^{+}$  происходит от вторичных доноров электрона за  $10^{-7}$  —  $10^{-6}$  с (гистозин в ФСЦ,  $P_6$  в ФСЦ, цитохром в бактериальном фотосинтезе). Методы фемтосекундной спектроскопии позволяют разрешить во времени кинетику переноса электрона в нач. период (1—3 пс) на этапе  $P^{+}I \rightarrow P^{+}I^{-}$ , а также проследить колебл. характер движения ядер при образовании  $P^{+}I^{-}$  из комплекса  $P^{+}I$ .

Важнейшие особенности транспорта электрона в РЦ — его высокая скорость и направленность в плотном макромолекулярном комплексе, где исключены обычные диффузионные актив. механизмы хим. реакций в растворах по типу сталкивающихся частей.

Данные рентгеновского структурного анализа кристаллич. образцов белка РЦ, а также данные, полученные на разл. мутантах методами геной инженерии, дают полное представление о ближайшем белковом окружении активных групп переносчиков РЦ и позволяют оценить расстояния между ними, к-рые составляют ~0,5—1,5 нм. Эфф. механизм, обеспечивающий транспорт электрона в РЦ, — туннельный перенос, при к-ром часть электронной энергии воспринимается акцептирующей молей, к-рой случается колебания водорода в группах О—Н, С—Н, и рассеивается по колебл. степеням свободы молекулы. Низкотемпературные процессы переноса электрона в РЦ действительно наблюдаются при 100—4 К, что свидетельствует об их туннельной природе. В ряде случаев (реакция восстановления  $P^{+}$  от цитохрома  $f$ ) наблюдаются нек-рое снижение скорости переноса при понижении темп-ры от комнатной до 80—100 К и её независимость от темп-ры при дальнейш. охлаждении образца. В др. случаях (реакция  $P^{+}I \rightarrow P^{+}I^{-}$  в бактериальном фотосинтезе) скорость переноса не меняется во всем диапазоне изменения темп-ры.

Белок также активно участвует в формировании контактных состояний между донорно-акцепторными группами переносчиков электрона, т. е. в создании «электронной тропы». Этот процесс связан с внутримолекулярной конформ. подвижностью белков РЦ и зависит от темп-ры. Действительно, параллельное изучение внутримолекулярной динамики белка методами радиоспектроскопии (спиновые,  $\gamma$ -резонансные спектрометры) показало уменьшение скорости переноса электрона и параллельное падение внутримолекулярной подвижности белка РЦ при понижении темп-ры или стени гидратации образцов. В тех случаях, когда исходная взаимная ориентация донорно-акцепторных групп переносчиков оптимальна, скорость переноса электрона от темп-ры не зависит, а в нек-рых образцах при понижении темп-ры наблюдается даже её рост (в 2—3 раза).

Присоединение электрона к молекуле переносчика приводит к новой его равновесной конформации. Конформ. перестройки в белке РЦ играют регуляторную роль, обеспечивая формирование «электронной тропы» и направленный характер переноса электрона по цепи переносчиков.

Лит.: Клейтон Р., Фотосинтез, пер. с англ., М., 1984; Рубин А. Б., Биофизика, кн. 1—2, М., 1987.

А. Б. Рубин

**ФОТОСФЕРА** — слой космич. тела, непрозрачного для собственной радиации, из к-рого выходит наружу осн. часть возникающей в космич. теле радиации. Обычно Ф. наз. ниж. часть *звёздной атмосферы* с оптич. толщиной ~1 для оптич. излучения с непрерывным спектром (осн. часть эл.-магн. излучения невырожденных звёзд). Звёзды непрозрачны во всех диапазонах эл.-магн. спектра. Поэтому излучение, рождаясь в ядре звезды, медленно диффундирует наружу, испытывая многократные рассеяния и переломления. По достижении Ф. фотоны рассеиваются (перезлучаются) последний раз и покидают звезду.

При взрывах сверхновых звёзд внутр. части их ядр становятся непрозрачными для образующихся там нейтр. осн. уносящих в этот мом. осн. часть энергии. Они диффундируют до нейтринной фотосферы (расположенной глубоко в недрах звезды, см. *Нейтринная астрофизика*), после чего свободно выходят за пределы звезды.

Осн. механизмы *непрозрачности* Ф. для эл.-магн. излучения являются фотоионизация и свободно-свободные переходы (тормозное поглощение), а также рассеяние фотонов в спектральных линиях и континууме. В Ф. наиб. холодных звёзд (*спектрального класса М*) преобладает рассеяние света в молекулярных полосах (гл. обр. окислов металлов TiO, ZrO и др.). В звёздах спектрального класса К доминирует поглощение излучения металлами, в G- и F-звёздах — отрицательными ионами водорода, в звёздах спектрального класса А — атомами водорода. В Ф. наиб. горячих звёзд, классов В и О, преобладают рассеяние на свободных электронах и поглощение атомами и ионами гелия, а в УФ-области спектра — ионами элементов С—Fe.

Осн. параметры Ф. звёзд гл. последовательности приведены в табл. ( $N$  — концентрация частиц,  $h$  — шкала высоты,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $T_e$  — *эффективная температура*,  $p$  — газовое давление,  $p_e$  — электронное давление,  $p_0$  — давление излучения,  $\kappa_{0.5 \text{ мкм}}$  — коэф. непрозрачности на длине волны 0,5 мкм).

Параметры фотосфер звёзд главной последовательности (классности V)

Спектральный класс	O5	B0	A0	F0	G0	K0	M0	M5
$lg N (\text{см}^{-3})$	15,0	15,0	15,2	16,1	16,9	17,2	17,5	17,7
$lg h (\text{см})$	8,5	8,3	7,8	7,7	7,4	7,3	7,0	6,8
$lg g (\text{см} \cdot \text{с}^{-2})$	4,0	4,0	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8
$lg T_e (\text{K})$	4,6	4,4	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4
$lg p (\text{дин} \cdot \text{см}^{-2})$	3,5	3,3	3,2	4,1	4,8	5,0	5,2	5,4
$lg p_e (\text{дин} \cdot \text{см}^{-2})$	3,3	3,0	2,5	1,9	1,0	0,0	-0,2	-0,6
$lg p_0 (\text{дин} \cdot \text{см}^{-2})$	3,5	2,9	1,2	0,6	0,2	0,0	-0,6	-1,0
$\kappa_{0.5 \text{ мкм}}, \text{ см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	+0,3	+0,4	+1,0	-1,0	-0,7	-1,0	-1,2	-1,8

На рис. 1 показано распределение с глубиной осн. фнз. величин в Ф. трёх звёзд с параметрами:

$T_e, \text{ K}$	$lg g (\text{см} \cdot \text{с}^{-2})$	$M/M_{\odot}$	$R, \text{ см}$	Спектральный класс
1 6000	1,5	10	$6,5 \cdot 10^{12}$	F8 I
2 6000	4,5	1,1	$7 \cdot 10^{10}$	G0 V
3 30000	4,0	20	$5 \cdot 10^{11}$	B0 V

Здесь  $M$  — масса звезды в единицах массы Солнца,  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33}$  г,  $R$  — радиус звезды.

В Ф. большинства звёзд имеются перепады темп-ры и др. параметров не только по вертикали, но и вдоль поверхности. Наиб. изучена и этом отношении Ф. Солнца (рис. 2). Осн. её структурные элементы — грануляция, пятна и факелы. Грануляция является прямым отражением конвекции, а пятна и факелы — фотосферными проявлениями солнечной активности — следствием развитой подфотосферной конвекции. На др. звёздах с внеш. *конвективной зоной* (звёзды с  $T_e \leq 8000$  К) также часто присутствуют холодные пятна. В Ф. Ар- и Ам-звёзд существуют области (пятна), резко различающиеся по хим. составу (см. *Химическая неуклюзость звёзд*). При вращении звёзд вокруг осн. наличие пятен приводит к фотометрич. и спектральной переменности.

Различия параметров Ф. в разных местах поверхности звезды существуют также у быстровращающихся и привильно-деформированных звёзд.

Лит. см. при ст. *Звёздные атмосферы*.

Н. Г. Бочкарев

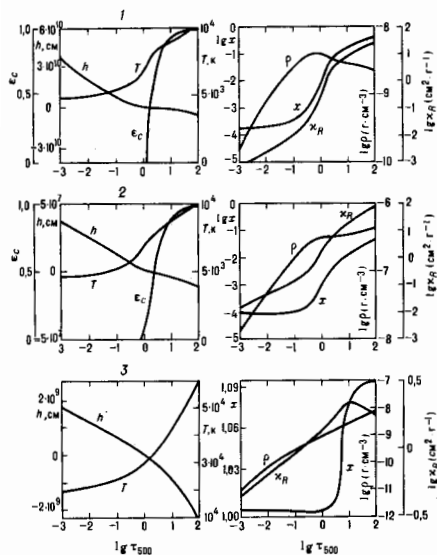


Рис. 1. Модели фотосфер трёх звезд с «нормальным» (солнечным) химическим составом. Параметры звезд приведены в тексте. Представлены зависимости от оптической глубины на длине волны 500 мк ( $\lg \tau_{500}$ ) шести величин: геометрической глубины  $h$ , отсчитывающей от слоя  $\tau_{500} = 1$ ; темп-ры  $T$ ; доли энергии, передаваемой конвекцией  $\epsilon_c$  (в третьем случае  $\epsilon_c = 0$ ); плотности  $\rho$ ; степени ионизации вещества  $x = N_e/N_a$  [ $N_a$ ,  $N_e$  — концентрация электронов и тяжелых частиц (атомов и ионов) соответственно] и коэффициента непрозрачности вещества  $\chi_R$ , рассчитанного для области максимума спектра излучения звезды (т. п. рассмотрено среднее для  $\lambda$ ).



Рис. 2. Один из лучших снимков части фотосферы Солнца в белом свете, полученный 30 июля 1970 на советском стратосферном телескопе. В виде мелкой зернистости наблюдается грануляция (размер гранул ок. 1000 км, время жизни  $\approx 5$  мин). Слева — солнечное пятно. В центральной его части («теи») температура приблизительно на 2000 К ниже средней температуры фотосферы Солнца, вокруг («полудени») хорошо видна сложная структура.

**ФОТОТЕРМОИОНИЗАЦИОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ** (ФТИС; в англоязычной лит-ре FTIS) (устар. назв. — фотоэлектрическая спектроскопия) — метод спектроскопии полупроводников (ПП), в к-ром хим. природа, энергетич. спектр и др. характеристики примесей, примесных комплексов и др. дефектов ПП определяются по линейчатому спектру их примесной фотопроводимости. Такая фотопроводимость возникает в результате оптич. возбуждения атома примеси и последующей (или одновременной) его термич. ионизации, при к-рой и создаются свободные ио-

нителли заряда. Оптич. возбуждение примесных атомов ПП осуществляют монохроматич. излучением, частоту к-рого  $\nu$  (энергию фотонов  $h\nu$ ) можно плавно изменять. При определ. значениях  $\nu$ , отвечающих условию  $h\nu = \delta_1 - \delta_0$ , где  $\delta_0$  и  $\delta_1$  — энергии основного и одного из возбужденных уровней энергии атома примеси, последний, поглощая фотон, переходит в возбужденное состояние, если квантовый переход  $\delta_0 \rightarrow \delta_1$  разрешен отбора правилами. При измерении спектров терм-ры ПП подбирается так, чтобы ионизовались только возбужденные атомы примеси (фототермич. ионизация). В результате фотопроводимость возникает только при определ. значениях  $\nu$  благодаря ионизации атомов определ. сорта.

Полученный спектр располагается в области энергий фотонов, меньших энергии ионизации примеси  $\delta_0$ , и состоит из линий спектральных серий, отвечающих энергиям оптич. переходов из основного состояния во все возможные возбужденные состояния. У примесей одного типа (доноров или акцепторов) разной хим. природы в данном ПП энергии возбужденных состояний, в к-рые осуществляется переход, различаются очень мало, а энергии осн. состояний и соответственно энергии оптич. переходов, определяющие положение линий в спектрах фотопроводимости, существенно различны (см. Полупроводники), что и позволяет определять хим. природу примесей по спектрам фотопроводимости. Форма спектра и отд. линий даёт возможность судить об энергетич. структуре примесных атомов, их взаимодействии, образовании примесных комплексов, степени неоднородности распределения примесных атомов. Эти данные можно получать также, исследуя спектры поглощения фотонов примесями, т. е. методами абсорбционной спектроскопии. Преимущество Ф. с. состоит в её существенно большей чувствительности. Техника Ф. с. подобна технике абсорбционной спектроскопии, но в отличие от последней, где регистрация излучения, прошедшего через исследуемый образец, производится спец. приёмниками излучения, в Ф. с. приёмником служит сам исследуемый образец.

Схема Ф. с. приведена на рис. 1. Образец исследуемого

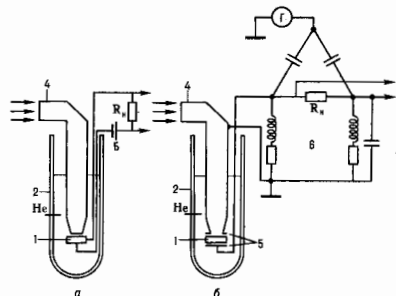


Рис. 1. Схемы контактного (а) и бесконтактного (б) методов фото-термоионизационной спектроскопии.

ПП помещают в криостат 2, где он охлаждается (обычно до темп-ры кипения гелия), чтобы исключить термич. ионизацию атомов примеси из осн. состояния. К одной из граней образца с помощью соответствующей оптич. системы или световода (4) подводят модулированное излучение. К электрич. контактам, специально изготовленным на торцевых гранях образца, присоединяют источник напряжения (батарея Б) и нагрузочное сопротивление  $R_n$  (рис. 1, а). Изменение электропроводности ПП, возникающее в результате фототермич. ионизации атомов примеси, вызывает изменение напряжения на ПП, к-рое и является спектротрич. сигналом.

В связи с тем, что изготовление малошумящих омич. контактов (особенно в тех случаях, когда ПП при низкой темп-ре обладает высоким электрич. сопротивлением) представляет большие трудности, а также потому, что в процессе изготовления контактов возможно загрязнение образца (внесение допл. примесей), часто применяют бесконтактную схему Ф. с. (рис. 1, б). В этом случае ПП помещают между обкладками воздушного конденсатора 5, включенного в одно из плеч резонансного ВЧ-моста 6, питаемого генератором Г. Поток излучения, попадая на образец, изменяет ёмкость конденсатора и нарушает баланс моста; возникает спектротрич. сигнал, пропорциональный числу возникших носителей заряда.

Метод Ф. с. обладает чрезвычайно высокой чувствительностью к обнаружению примесей в ПП. Она обусловлена тем, что величина регистрируемого напряжения  $U$  не зависит от концентрации примеси в широких пределах её изменений. Концентрация носителей заряда  $dn$ , образующихся при фототермоионизации, и концентрация свободных носителей заряда  $n$ , генерируемых тепловыми колебаниями и фоновым излучением, много меньше концентрации основных  $N$  и компенсирующих  $N_c$  примесей и одинаково образом от них зависят. Т. к.  $U \sim dn/n$ , то значение  $U$  оказывается не зависящим от  $N$  и  $N_c$ . Расчёт показывает, что при обычных условиях измерений (чаще всего реализуемых при обычной интенсивности пучка спектрометра, интенсивности фонового излучения и темп-ре измерений) в Ge и Si значение  $U$  не зависит от концентрации примесей

вплоть до  $N, N_c = 10^9 - 10^8 \text{ см}^{-3}$ , а при дальнейшем уменьшении концентраций примесей уменьшается линейно. При ограничении мин. регистрируемого сигнала шумами, создаваемыми генерационно-рекомбинационными процессами, предел обнаружения примесей III и V группы периодич. системы элементов в этих ПП должен составлять  $10^9 - 10^7$  атомов в  $1 \text{ см}^3$  (или  $10^{-16} - 10^{-15}$  атомных %).

В случаях, когда в ПП содержится примесь неск. сортов, относит. концентрации разл. примесей пропорциональны отношениям их концентраций. Эти отношения измеряют по отношению интенсивностей соответствующих спектральных линий (отношению площадей под контурами линий) с учётом статистики заполнения уровней энергии и сил осцилляторов оптич. квантовых переходов. Определённые абс. концентрации примесей требует дополнит. измерений концентрации электронов (или дырок) при более высокой темп-ре, когда все примеси ионизованы. Ф. с. позволяет установить хим. состав как основных, так и компенсирующих примесей. Для этого ПП облучают, наряду с монохроматич. излучением частоты  $\nu$ , светом из полосы собственного (межзонного) поглощения; в результате ионизируются в равновесных условиях примесные атомы, нейтрализуются и становятся оптически нейтральными и фотолокалитически активными.

На рис. 2 приведены фототермоионизацион. спектры чистых образцов Ge и Si. Линии в спектрах относятся к технологически неконтролируемым остаточным кол-вам примесей и примесных комплексов. В образце Ge (рис. 2, а) суммарная концентрация акцепторов  $N_A = 6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , доноров  $N_D = 9 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ , темп-ра образца  $T = 6,5 \text{ К}$ , разрешение  $0,03 \text{ см}^{-1}$ . В образце Si (рис. 2, б)  $N_A = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 17 \text{ К}$ , разрешение  $0,25 \text{ см}^{-1}$ . Кроме анализа чистоты Ge и Si Ф. с. используется также для исследования локализованных состояний и анализа примесей в арсениде галлия, фосфиде индия, теллуриде кадмия, ПП алмазе и др. Чистые полупроводники  $A_3B_5$  содержат больше остаточных примесей, чем Ge и Si. Для устранения эффектов, связанных с перекрытием состояний близко расположенных атомов примеси, приводящих к сильному уширению и даже исчезновению линий в спектрах, исследуемые образцы помещают в магн. поле, к-рое «сжимает» основное и возбуждённое состояния, увеличивая энергии связи электронов и снимая перекрытие состояний.

В зависимости от способа возбуждения примеси существуют варианты Ф. с.: ЛОВ-фотоионизационная спектроскопия — возбуждение лампой обратной волны; лазерная магн. Ф. с. — возбуждение монохроматич. пучком излучения лазера и сканирование спектра примеси плавно изменяющимся магн. полем.

Лит.: Kogan S. M., Lifshits T. M., Photoelectric spectroscopy. A new method of analysis of impurities in semiconductors, «Physica status solidi» (A), 1977, v. 39, p. 11; Гершевич Е. М. [и др.]. Применение субмиллиметровой ЛОВ спектроскопии для определения химической природы и концентрации примесей в чистых полупроводниках «ФТП», 1983, т. 17, в. 8, с. 1430; Андреев Б. А., Лифшиц Т. М., Фототермоионизационная спектроскопия примесей в германии и кремнии, «Высокочистые вещества», 1990, № 5, с. 7; Лифшиц Т. М., Фототермоионизационная спектроскопия примесей в полупроводниках, «ПТЭ», 1993, № 1, с. 10. Т. М. Лифшиц.

**ФОТОТРАНЗИСТОР** — транзистор (обычно биполярный), в к-ром управление коллекторным током осуществляется на основе внутр. фотоэффекта; служит для преобразования световых сигналов в электрические с одноврем. усилением последних. Основу Ф. составляет монокристалл полупроводника со структурой  $n-p-n$  или  $p-n-p$ -типа. Кристалл монтируется в защитный корпус с изоиричным входным окном. Включение Ф. во внеш. электрич. цепь подобно включению биполярного транзистора, выполненному по схеме с общим эмиттером и обратным базовым выводом (нулевым током базы). При попадании излучения на базу (или коллектор) в ней образуются нарц. носители зарядов (электроны и дырки), к-рые разделяясь электрич. полем коллекторного перехода. В результате в базовой области накапливаются осн. носители заряда, что приводит к снижению потенц. барьера эмиттерного перехода и увеличению тока через Ф. по сравнению с то-

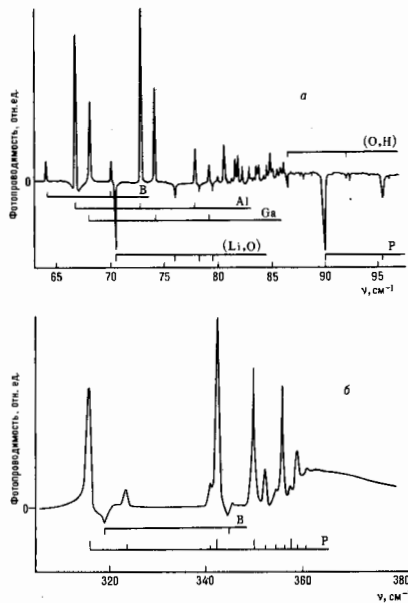


Рис. 2. Фототермоионизационные спектры примесей в высокочистых образцах германия (а) и кремния (б), зарегистрированные бесконтактным методом. Метки на горизонтальных отрезках указывают спектральные линии данной примеси. Метки, направленные вверх, соответствуют основным примесям, вниз — компенсирующим,  $\nu$  — волновое число.

ком, обусловленным переносом только тех носителей, к-рые образовались непосредственно под действием света.

**Основные параметры и характеристики фототранзистора:** интегральная чувствительность (отношение фототока к падающему световому потоку);  $\Phi$ ;  $U$ , изготовленных по диффузионной планарной технологии, она достигает 10 А/лм; спектральная характеристика (зависимость чувствительности от монохроматич. излучения от длины волны этого излучения), позволяющая, в частности, установить ДВ-границу применимости  $\Phi$ ; эта граница (в случае собств. поглощения зависящая прежде всего от ширины запрещенной зоны полупроводникового материала) для германиевого  $\Phi$  составляет 1,7 мкм, кремниевое — 1,1 мкм; постоянная времени (характеризующая инерционность  $\Phi$ ) не превышает неск. мкс; темновой ток (ток через  $\Phi$  при отсутствии излучения) не превышает десятков нА. Кроме того,  $\Phi$  характеризуется коэффициентом усиления первоначального тока, достигающим  $10^2$ — $10^3$ .

Высокие надёжность, чувствительность и временная стабильность параметров  $\Phi$ , а также малые размеры и относительная простота конструкции позволяют широко использовать  $\Phi$  в системах контроля и автоматики в качестве датчиков освещённости и элементов гальваники, развязки. (См. также *Транзистор биполярный, Полупроводниковые материалы*.)

**Лит.** — Агаханян Т. М., Основы транзисторной электроники, М., 1974; Титце У., Шенк К., Полупроводниковая схемотехника, пер. с нем., М., 1982.

Ю. А. Кузнецов.

**ФОТОУПРУГОСТЬ** (пьезооптический эффект, упругооптический эффект) — изменение показателя преломления (или ориентации Френеля эллипсоида) кристалла под действием механич. напряжения.  $\Phi$  описывается тензором 4-го ранга и в общем случае характеризуется 36 компонентами.  $\Phi$  наблюдается не только в кристаллах, но и в изотропных телах. Фотоупругие материалы (стёкла, полимеры, кристаллы) используются при моделировании распределения механич. напряжений в деталях сложной формы, а также для модуляции частоты излучения лазера с помощью различных акустоопт. устройств. Эффективными фотоупругими материалами являются халькогенидные стёкла и кристаллы  $\alpha$ - $\text{NiO}_2$ ,  $\text{PbMoO}_4$ ,  $\text{TeO}_2$ .  $\Phi$  возникает за счёт внутр. деформации среды.

**Лит.** см. при ст. *Пьезооптический эффект*.

Н. Р. Исаев.

**ФОТОХРОМИЗМ** (от греч.  $\phi\eta\sigma$ , род. падеж  $\phi\eta\sigma\acute{o}\varsigma$  — свет и  $\chi\rho\omicron\mu\alpha$  — цвет) — способность вещества под действием оптич. излучения обратно изменять спектр поглощения в видимой области, что проявляется в изменении окраски или возникновения окраски прозрачного ранее вещества. Мн. вещества меняют цвет также под действием рентг. или СВЧ-излучения. Фотохромные изменения веществ могут сопровождаться изменением др. свойств, напр. растворимости, электропроводности, показателя преломления и др.

При фотохромном процессе вещество, поглощая оптич. излучение, переходит из исходного состояния А в фотондуплированное В, характеризующее др. спектром поглощения и определ. временем жизни. Обратный переход вещества из фотондуплированного состояния в исходное происходит самопроизвольно за счёт внутр. энергии и может значительно ускоряться при нагревании или под действием излучения, поглощаемого веществом в состоянии В. Время перехода в фотондуплированное состояние В определяется длительностью фотопроцесса и может быть меньше  $\leq 10^{-8}$  с, остаётся в этом состоянии вещество от  $10^{-6}$  с до неск. месяцев. Существуют также вещества, меняющие цвет под действием оптич. излучения необратимо (см. *Фотохромные материалы*).

$\Phi$  присущ большому числу органич. и неорганич. веществ. Различают  $\Phi$ , обусловленный хим. и физ. действием света. Хим.  $\Phi$  органич. веществ обусловлен внутр. и межмолекулярными обратимыми фотохим. реакциями, к-рые сопровождаются либо перестройкой валентных связей (напр., при диссоциации), либо изменением конфигурации молекул (т. н. цис-транс-изомерия, см. *Изомерия молекул*). Хим.  $\Phi$  неорганич. веществ обусловлен обратимыми

процессами фотопереноса электронов, приводящими к изменению валентности ионов металлов, возникновению центров окраски разл. типа, а также обратимыми реакциями фотодиссоциации и др.

Физ.  $\Phi$  ряда органич. веществ обусловлен поглощением света при переходе атомов или молекул из основного синглетного в возбуждённые синглетные или триплетные состояния. Изменение окраски в этом случае связано с изменением заселённости электронных уровней. Такой  $\Phi$  наблюдается при воздействии на вещество только мощных световых потоков. При высоких интенсивностях лазерного излучения проявляется т. н. многофотонный  $\Phi$ , когда фотохромные превращения вещества происходят под действием света с частотой, гораздо меньшей частоты самого низкоэнергетич. электронного перехода. При этом сумма энергий квантов, участвующих в едином акте взаимодействия света с веществом, должна быть равна или больше разности уровней энергии, между к-рыми происходит электронный переход (см. *Многофотонные процессы*). Процесс двухфотонного  $\Phi$  наблюдается в жидких и твёрдых растворах спирнояниров и в поликристаллич. порошках замещённого салцилинданилина.

На основе органич. и неорганич. фотохромных веществ разработаны *фотохромные материалы*, широко используемые в науке и технике.

**Лит.** — Барачевский В. А., Лашков Г. И., Сехомский В. А., Фотохромизм и его применение, М., 1977.

В. А. Барачевский.

**ФОТОХРОМНЫЕ МАТЕРИАЛЫ** — материалы, в к-рых используется явление *фотохромизма* органич. и неорганич. веществ, применяемые для регистрации, хранения, обработки и передачи оптич. информации и для модуляции оптич. излучения.

Стимулом разработки  $\Phi$  м. послужили высказанные в 1956 идея их использования при создании оптич. памяти вычислит. машин и средств защиты глаз от солнечного света и излучения ядерного взрыва. С развитием лазерной техники повысился интерес к фотохромным средам для регистрации и обработки оптич. информации. Выявление новых свойств  $\Phi$  м., отсутствующих фотохромным превращениям, напр. изменение показателя преломления, расширило возможности области их применения (напр., для модуляции излучения).

В зависимости от области использования  $\Phi$  м. изготавливаются в виде жидких растворов, полимерных плёнок, тонких аморфных и поликристаллич. слоёв на гибкой или жёсткой подложке, полимолекулярных слоёв, силикатных и полимерных стёкол, монокристаллов.

Применение  $\Phi$  м. основано на их светочувствительности, на появлении или изменении окраски непосредственно под действием излучения, на обратимости происходящих в них фотофиз. и фотохим. процессов, на различии термич. хим. и физ. свойств исходной и фотондуплированной форм фотохромных веществ.

Обладав уникальной способностью автоматич. изменения светопропускания в зависимости от интенсивности активирующего излучения,  $\Phi$  м. оказались пригодными для создания светозащитных устройств с переменным светопропусканием. Наиб. практич. использование получили фотохромные силикатные стёкла, содержащие микрокристаллы галогенидов серебра ( $\text{AgBr}$ ,  $\text{AgCl}$  и др.), благодаря почти исограниченной цикличности процесса фотондуплированного окрашивания — спонтанного обесцвечивания в темноте. В модуляторах оптич. излучения, в т. ч. лазерного, всё большее применение находят органич. полимерные стёкла и плёнки на основе светочувствит. соединений, проявляющих физ. фотохромизм (фотондуплированное триплет-триплетное поглощение и синглет-синглетное протекание).

На основе органич. фотохромных соединений, испытывающих обратимые фотохим. превращения (спирноказани, дигидроанты металлов, фульгиды и др.), создаются солнцезащитные очки массового спроса.

Использование  $\Phi$  м. в качестве светочувствит. регистрирующих сред основано на их высокой разрешающей

способности ( $\leq 1$  нм); на возможности получения изображения непосредственно под действием света, т. е. без проявления и в реальном масштабе времени ( $\leq 10^{-8}$  с); на возможности перезаписи и исправления зарегистрированной информации с помощью теплового или светового воздействия; на возможности хранения записанной информации в широких пределах (от  $10^{-6}$  до неск. месяцев и даже лет).

Светочувствительность Ф. м. на 4—7 порядков ниже, чем у галогенидосеребряных фотоматериалов, поэтому наиб. эффективно применение Ф. м. в лазерных устройствах, обеспечивающих запись и обработку оптич. информации в мощных потоках излучения.

Ф. м. используются в системах скоростной обработки и вывода оптич. и электр. сигналов; в качестве сред для создания элементов оперативной оптич. памяти, где безраздельно, длительно хранение зарегистрированной информации до перезаписи и многократное использование особенно важны; в системах ультрамикроскопирования и микрозаписи; в голографии, где особенно существенно высокое разрешение.

В качестве регистрирующих сред наиб. практич. интерес представляют полимерные и полимолекулярные слои на основе фотохромных соединений, проявляющих хим. фотохромизм (напр., спиро соединений).

Ф. м. используются также в системах визуализации гидродинамич. потоков, для исправления недостатков негативных и позитивных изображений, в оптоэлектронике, дозиметрии, актинометрии и др. областях науки и техники. Широкое применение нашли Ф. м. для регистрации и отображения ценной информации, где в зависимости от их типа можно получать негативные или позитивные многоцветные изображения.

Нек-рые ограничения в практич. использовании Ф. м. накладывает недостаточная цикличность фотопревращения органич. веществ, испытывающих необратимые фотохим. и термич. реакции, а также термич. нестабильность фотондурованной формы большинства Ф. м.

Лит.: Барачевский В. А., Лашков Г. И., Цехомский В. А., Фотохромизм и его применение, М., 1977.

В. А. Барачевский.

**ФОТОХРОМОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ** — материалы, созданные на основе органич. и неорганич. веществ, к-рые под действием света в результате фотохим. реакций окрашиваются, осветляются или изменяют окраску необратимо. В отличие от *фотохромных материалов*, они обеспечивают необратимую регистрацию оптич. информации. Как правило, они изготавливаются в виде слоев твердых растворов органич. и неорганич. полимерных соединений на гибкой или жесткой подложке.

К наиб. известным регистрирующим средам этого типа относятся диазотиане, к-рые окрашиваются в результате фотохим. взаимодействия солей диазония с цветообразующими компонентами из класса фенолов или аминов; азидилярные, в к-рых образуются рассеивающие свет центры; светочувствит. слои на основе комплексов с переносом заряда; светочувствит. слои с физ. проявлением, в к-рых усиливается латентное изображение; фотокатализ. регистрирующие среды.

Большинство Ф. м. характеризуется очень высокой разрешающей способностью ( $\geq 500$  мм<sup>-1</sup>), но низкой светочувствительностью (до 100 см<sup>2</sup>/Дж), тем не менее при использовании лазерных источников света они обеспечивают получение изображений, в т. ч. многоцветных, в реальном времени.

Светочувствит. слои на основе комплексов с переносом заряда, с физ. проявлением, фотокатализ. среды и др. за счет дополнит. мокрой хим. или сухой термич. либо оптич. обработки позволяют реализовать более высокую светочувствительность, достигающую  $10^6$  см<sup>2</sup>/Дж.

Ф. м. применяются для изготовления микрофилм, фотошаблонов, для получения интегральных схем, тиражирования изображений. Они могут использоваться для формирования архивной оптич. памяти, напр. на оптич. дисках, для создания оптич. управляемых промежуточных

транспарантов, обеспечивающих формирование оптич. памяти, и др. Ф. м. с усилением изображения могут заменить галогенидосеребряные фотобумаги.

Лит.: Основы технологии светочувствительных фотоматериалов, М., 1977.

В. А. Барачевский.

**ФОТОЭДС** — электродвижущая э.д., возникающая в полупроводнике при поглощении в нем эл.-магн. излучения (фотогальванический эффект). Ф. обусловлена пространств. разделением генерируемых излучением носителей заряда (подробнее см. *Фотогальванический эффект*).

**ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ** — см. *Фототермоионизационная спектроскопия*.

**ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ** — электр. явления, возникающие в веществе, в т. ч. в полупроводниках и полупроводниковых структурах, под действием эл.-магн. излучения. К Ф. я. относят появление разл. фотоэд. см. Дембера эффекта, *Фотогальванический эффект*, изменение электропроводности под действием излучения (см. *Фотопроводимость*), изменение диэлектрич. проницаемости (*фотодиэлектрический эффект*), *фотозлектронную эмиссию*. Ф. я. возникают в результате оптич. переходов в твердых телах и вызванном этими переходами изменением пространств. распределения электронов и их распределения по квазиимпульсам. Ф. я. принято отличать от болометрич. явлений, в к-рых эд. изменение проводимости и т. п. вызывается повышением темп-ры тела (общей для электронов и кристаллич. решетки) при поглощении им излучения (см. *Болометр*).

Лит.: Таун Я. Я., Фото- и термоэлектрические явления в полупроводниках, пер. с нем., М., 1962; Рыбкин С. М., Фотоэлектрические явления в полупроводниках, М., 1963; Аут И., Теппер Д. Д., Терман К., Фотоэлектрические явления, пер. с нем., М., 1980.

Э. М. Эльштейн.

**ФОТОЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ЭФФЕКТ** — то же, что *фотомагнитноэлектрический эффект*.

**ФОТОЭЛЕКТРОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ** — совокупность методов изучения строения вещества, основанных на измерении энергетич. спектров электронов, вылетающих при *фотозлектронной эмиссии*; один из видов *электронной спектроскопии*. Согласно закону Эйнштейна, сумма энергии связи вылетающего электрона (работы выхода) и его кинетич. энергии равна энергии падающего фотона  $h\nu$  ( $\nu$  — частота падающего излучения). Измеряя энергетич. спектр электронов, можно определить энергию их связи и уровни энергии в исследуемом веществе.

В Ф. с. применяется монохроматич. излучение от видимого красного до рентгеновского диапазона длин волн. Спектр фотозлектронов исследуют при помощи электронных спектрометров высокого разрешения (достигнуто разрешение  $\sim 10^{-2}$  эВ — в УФ области).

Метод Ф. с. применим к веществу в газообразном, жидком и твердом состояниях и позволяет исследовать как внеш. так и внутр. электронные оболочки атомов и молекул, уровни энергии электронов в твердом теле (в частности, распределение электронов в зоне проводимости). Для молекул энергии связи электронов на внутр. оболочках атомов зависят от типа хим. связи (хим. слагаи), поэтому Ф. с. успешно применяется в аналитич. химии для определения состава вещества и в физ. химии для исследования хим. связи. В химии метод Ф. с. известен под назв. ЭСХА — электронная спектроскопия для хим. анализа (ESCA — electronic spectroscopy for chemical analysis).

Лит.: Электронная спектроскопия, пер. с англ., М., 1971.

М. А. Ельштейн.

**ФОТОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ** (внешний фотоэффект) — испускание электронов твердыми телами или жидкостями под действием эл.-магн. излучения в вакуум или др. среду. Практич. значение имеет Ф. э. из твердых тел в вакуум. Открыта в 1887 Г. Герцем.

**Основные законы Ф. э.** 1) Количество эмитируемых электронов (величина фототока) пропорционально интенсивности падающего излучения. 2) Для каждого вещества при определенном состоянии его поверхности, обуславливающей его работу выхода, существует длинноволновая гра-

ища Ф. э.  $\lambda_0$ , за к-рой (при  $\lambda > \lambda_0$ ) Ф. э. не наблюдается. Длинноволновой границе  $\lambda_0$  соответствует пороговая энергия фотонов  $h\nu_0$  ( $\nu_0 = c/\lambda_0$ ). 3) Макс. кинетич. энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой  $\nu$  падающего излучения и не зависит от его интенсивности:

$$(mv^2/2)_{\max} = h\nu - h\nu_0.$$

Эти законы строго выполняются лишь при  $T=0$  К. При  $T>0$  К наблюдается Ф. э. и при  $\lambda > \lambda_0$ , но с малым квантовым выходом. Законы нарушаются также при высоких интенсивностях падающего излучения ( $\geq 1$  Вт/см<sup>2</sup>), когда становятся заметными многофотонные процессы (см. ниже).

Ф. э. может быть представлена как результат трёх последоват. процессов: поглощение фотона и появление электрона с высокой (по сравнению со средней) энергией; движение этого электрона к поверхности, при к-ром часть его энергии может рассеяться за счёт взаимодействия с др. электронами или дефектами и колебаниями кристаллич. решётки (фононами); выход электрона в вакуум или др. среду через потенц. барьер на границе раздела. В металлах Ф. э. в видимой и УФ-обл. спектра связана с поглощением фотонов электронами проводимости. В полупроводниках и диэлектриках Ф. э. в этой обл. спектра определяется в осн. возбуждением электронов из валентной зоны. Важной количеств. характеристикой Ф. э. является *квантовый выход*  $Y$  — число эмитированных электронов в расчёте на один фотон, падающий на поверхность тела. Величина  $Y$  определяется свойствами вещества, состоянием его поверхности и энергией фотонов.

**Ф. э. из металлов.** Длинноволновая граница Ф. э. из металлов определяется величиной их работы выхода  $\Phi$  ( $\lambda_0 = hc/\Phi$ ). Для чистых поверхностей большинства металлов  $\Phi > 3$  эВ и лишь для щелочных и нек-рых щелочноземельных металлов  $\Phi = 2-3$  эВ. Поэтому Ф. э. из последних может наблюдаться в видимой и УФ-обл. спектра, в то время как для всех остальных металлов Ф. э. наблюдается только в УФ-обл. спектра. Нанесение монокатомных плёнок щелочных и щелочноземельных металлов на др. металлы снижает работу выхода и тем самым сдвигает границу Ф. э. в длинноволновую обл.

Квантовый выход Ф. э. из металлов в видимой и ближней УФ-обл. спектра  $Y \leq 10^{-3}$  электрон/фотон. Это связано прежде всего, с малой глубиной выхода фотоэлектронов, к-рая значительно меньше глубины поглощения света в металле. Большинство фотоэлектронов рассеивает свою энергию до подхода к поверхности и терит возможность выйти в вакуум. При энергии фотонов вблизи порога фотоэффекта большинство фотоэлектронов возбуждается ниже уровня вакуума и не даёт вклада в фототок эмиссионный ток. Кроме того, коэф. отражения в видимой и ближней УФ-обл. спектра велик и лишь малая часть излучения поглощается в металле. Эти ограничения частично снимаются в дальней УФ-обл. спектра, где  $Y$  достигает величины  $10^{-2}$  электрон/фотон при  $h\nu \geq 10$  эВ (рис. 1). Случайные загрязнения могут снизить  $Y$  и сдвинуть порог Ф. э. в сторону более длинных волн. При этом  $Y$  в дальней УФ-обл. спектра может возрасти.

При энергии фотонов вблизи порога  $h\nu \leq 1,5 h\nu_0$  спектральная характеристика и температурная зависимость



Рис. 1. Спектральная зависимость квантового выхода фотоэмиссии для чистой поверхности Cs.

Ф. э. из металлов хорошо описываются феноменологич. теорией Фаулера, согласно к-рой

$$Y \propto A_0 T^2 \exp \frac{h\nu - h\nu_0}{kT}, \quad \nu < \nu_0, \quad (1)$$

$$Y \propto A_0 \left[ \frac{(h\nu - h\nu_0)^2}{k^2} + \frac{\pi^2}{3} T^2 \right], \quad \nu > \nu_0.$$

где  $A_0 = 4\pi e m k^2 / h^3$  — постоянная Ричардсона. Пороговая энергия Ф. э. строго определена только при  $T=0$  К. При  $T>0$  К Ф. э. наблюдается и при энергии фотонов  $h\nu < h\nu_0$ .

Внеш. электрич. поле уменьшает работу выхода и вследствие этого сдвигает порог Ф. э. на величину  $\Delta(h\nu_0) = e \sqrt{eE}$  ( $E$  — напряжённость поля у поверхности металла,  $e$  — заряд электрона; см. *Шломань збфвект*).

**В полупроводниках и диэлектриках порог Ф. э.  $h\nu_0 = \Phi_p + \chi$ , где  $\Phi_p$  — ширина запрещённой зоны,  $\chi$  — электронное строение, равное высоте потенц. барьера на границе для электронов проводимости. Величина  $h\nu_0$ , иногда называемая для полупроводников фотоэлектрич. работой выхода, как правило, превосходит  $\Phi$ . При  $h\nu < h\nu_0$  может наблюдаться Ф. э. с очень малым квантовым выходом, связанным с возбуждением электронов с уровней примесей, связанных с возбуждением электронов с уровней примесей, связанных с поверхностных состояний, расположенных в запрещённой зоне, а также из зоны проводимости (в вырожденных полупроводниках  $n$ -типа). Для большинства чистых полупроводников  $h\nu_0 > 3,5$  эВ и Ф. э. наблюдается только в УФ-обл. спектра. Исключение составляют антимониды щелочных металлов ( $Cs_3Sb$  и др.), для к-рых Ф. э. наблюдается не только в УФ-, но и в видимой обл. спектра, а для  $Na_2KSb$  (Cs) и в ближней ИК-обл. спектра до 900 нм (см. *Фотокатод*). Нанесение на полупроводники монокатомных плёнок щелочных и щелочноземельных металлов а также монослоёв этих металлов и кислорода приводит к уменьшению  $\chi$  и  $h\nu_0$ .**

Спектральная зависимость квантового выхода Ф. э. из полупроводников вблизи порога, т. е. при возбуждении электронов из валентной зоны, имеет вид

$$Y \propto (h\nu - h\nu_0)^m,$$

где  $m = 1-3$  в зависимости от типа оптич. переходов и механизма рассеяния фотоэлектронов.

Для полупроводников величина  $Y$  определяется рассеянием энергии фотоэлектронами при их движении к границе раздела. В случае слабодеградированных полупроводников электронов проводимости мало и осн. механизм рассеяния энергии фотоэлектронов является взаимодействие их с электронами валентной зоны (ударная ионизация) и фононами. Скорость рассеяния энергии фотоэлектронами и глубина, из к-рой они могут выйти в вакуум (глубина выхода), зависят от величины  $\chi$  и от соотношения  $\chi$  и  $\Phi_p$ . Если  $\chi > \Phi_p$ , то кинетич. энергия фотоэлектронов в полупроводнике превышает  $\Phi_p$  и фотоэлектроны могут рассеять свою энергию на ударную ионизацию (генерацию электронно-дырочных пар). В таком процессе фотоэлектроны рассеивают сразу значит. часть энергии и могут потерять возможность выйти в вакуум. В результате глубина выхода фотоэлектронов мала, а  $Y \leq 10^{-3}$  электрон/фотон (рис. 2).

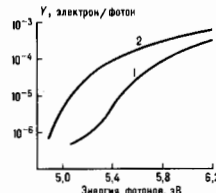


Рис. 2. Спектральная зависимость квантового выхода фотоэмиссии для сильнолегированного кремния  $n$ - и  $p$ -типов ( $\phi_p = 1,1$  эВ,  $\chi = 4$  эВ); —  $n$ -тип, 2 —  $p$ -тип.



Если  $\chi < \delta_p$ , то большие энергии оптич. фона ( $h\nu \sim 10^{-2}$  эВ), то ударная ионизация невозможна и фотоэлектронны теряют свою энергию на генерацию оптич. фононов. При таком рассеянии длины свободного пробега электрона составляет всего несколько нм, однако в одном акте рассеяния теряется лишь малая часть энергии ( $\sim 10^{-2}$  эВ). Поэтому длина, на к-рой фотоэлектрон рассеивает значит. часть своей энергии и теряет возможность выйти в вакуум (глубина выхода), оказывается значительно больше и в ряде случаев достигает исск. десятков нм. Квантовый выход  $Y$  раетёт с уменьшением  $\chi$  и при  $\chi \approx \delta_p$  может достигать величин  $\geq 10^{-1}$  электрон/фотон. Все эфф. фотокатоды (квантовый выход  $\geq 0,1$  электрон/фотон) являются полупроводниками с малым положит. или отрицат. электронным средством.

Дырочные полупроводники имеют более высокий квантовый выход  $\Phi$ , чем электронные, что объясняется существованием приповерхностного пространственного заряда и связанного с ним электрич. поля. В электронных полупроводниках приповерхностное электрич. поле тормозит фотоэлектроны и препятствует их выходу в вакуум. Напротив, в дырочных полупроводниках электрич. поле ускоряет фотоэлектроны к поверхности и способствует их выходу в вакуум. Все эфф. фотокатоды являются полупроводниками р-типа.

В случае дырочных полупроводников, где вблизи поверхности энергетич. зоны изогнуты вниз (электрич. поле ускоряет фотоэлектроны), снижение  $\chi$  может привести к тому, что, хотя  $\chi > 0$ , уровень вакуума (энергия покоящегося электрона в вакууме) оказывается ниже дна зоны проводимости в объёме полупроводника. В такой ситуации говорят об отрицат. электронном средстве (ОЭС).

При  $\Phi$ , э. из полупроводников с ОЭС в вакуум могут выйти не только горячие электроны, как в обычных полупроводниках, но и электроны, возбуждённые светом на дно зоны проводимости или термализованные в зоне проводимости полупроводника (рис. 3). Термализованные электро-



Рис. 3. Энергетическая схема приповерхностной области полупроводника с ОЭС. Стрелками показан выход в вакуум горячих (1) и термализованных (2) электронов.

ны подходят к поверхности полупроводника из глубины, равной диффузионной длине носителей заряда, к-рая в десятки раз больше глубины выхода горячих электронов и превышает глубину поглощения света даже в области спектра вблизи края фундам. поглощения. Т. о., даже те электроны, к-рые генерируются светом в глубине полупроводника, могут выйти в вакуум. Проходя в процессе  $\Phi$ , э. приповерхностную область изгиба зон, электроны останавливаются горячими и могут, потеряв часть своей энергии, опуститься ниже уровня вакуума и не дать вклад в фототок. Однако при сильном легировании полупроводников ширина области изгиба зон может быть сделана меньше длины свободного пробега горячих электронов, что резко уменьшает эффекты рассеяния в области изгиба зон. В результате длинноволновая граница  $\Phi$ , э. из полупроводников в этом случае соответствует ширине запрещенной зоны полупроводника, а квантовый выход  $\Phi$ , э. оказывается большим во всей области их фоточувствительности ( $h\nu > \delta_p$ ). Форма спектральной характеристики квантового выхода  $\Phi$ , э. из полупроводников с ОЭС вблизи порога описывается выражением

$$Y = \frac{(1-R)B}{1+1/\alpha L}$$

Здесь  $R$  — коэф. отражения,  $\alpha$  — коэф. оптич. поглощения,  $L$  — диффузионная длина электронов,  $B$  — вероятность выхода фотоэлектронов в вакуум, т. е. вероятность прохождения области изгиба зон и границы раздела полупроводник — вакуум. Обычно  $B$  лежит в пределах  $0,05 \rightarrow 0,5$ .

Исследования  $\Phi$ , э. из полупроводников с ОЭС впервые проведены Широм и ван Лааром в 1965 на монокристаллах р-GaAs, скотлтых в сверхвысоком вакууме и покрытых монослоем Cs. Была получена  $\Phi$ , э. с длинноволновой границей, соответствующей  $\delta_p$  ( $\lambda_0 \approx 0,9$  мкм), и высоким квантовым выходом. В дальнейшем исследование  $\Phi$ , э. из эпитаксиальных плёнок GaAs, поверхность к-рых очищалась прогретом в сверхвысоком вакууме, а также использование для снижения работы выхода не только цезия, но и кислорода позволили довести величину квантового выхода  $\Phi$ , э. из GaAs с ОЭС до 30—40%.  $\Phi$ , э. с высоким квантовым выходом в области спектра до  $\lambda = 1,1$  мкм была получена при реализации ОЭС в Si и полупроводниковых твёрдых растворах соединений  $A^{III}B^V$  (GaInAs, InAsP, InGaAsP) (рис. 4).

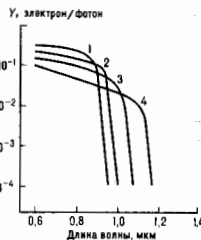


Рис. 4. Спектральные характеристики квантового выхода фотоэлектронов из полупроводников с ОЭС: Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>As—Cs—O. 1— $\delta_p = 1,43$  эВ; 2— $\delta_p = 1,28$  эВ; 3— $\delta_p \approx 1,18$  эВ; 4— $\delta_p = 1,08$  эВ.

Зонная структура GaAs и нек-рых др. полупроводниковых соединений типа  $A^{III}B^V$  такова, что при освещении их светом с круговой поляризацией возбужденные электроны в зоне проводимости оказываются поляризованными по спину, причём степень поляризации составляет 50%. В случае ОЭС такие электроны могут выйти в вакуум, образуя пучок спин-поляризованных электронов. Степень поляризации электронов, эмитированных из GaAs с ОЭС, достигает 40—49%.

Энергетич. распределение фотоэлектронов отражает структуру начальных и конечных состояний, между к-рыми происходит электронный переход при поглощении фотона, а также механизм рассеяния фотоэлектронов в процессе их движения к поверхности.

Сильное электрич. поле (внешнее и внутреннее) влияет на  $\Phi$ , э. из полупроводников. Висш. электрич. поле в соответствии с эффектом Шоттки снижает величину  $\chi$  и тем самым сдвигает порог  $\Phi$ , э. в длинноволновую часть спектра и повышает величину квантового выхода  $\Phi$ , э. вблизи порога. Внутр. электрич. поле вблизи поверхности полупроводника ускоряет фотоэлектроны к поверхности, также увеличивая квантовый выход  $\Phi$ , э. Если электрич. поле достаточно сильно, выйти в вакуум смогут даже фотоэлектроны, находящиеся в объёме полупроводника вблизи дна зоны проводимости ниже уровня вакуума. Дополнит. энергию, необходимую для выхода в вакуум, фотоэлектроны приобретают в электрич. поле. При этом порог  $\Phi$ , э. будет определяться шириной запрещенной зоны полупроводника ( $h\nu_0 \approx \delta_p$ ), к-рая может быть значительно меньше, чем  $\Phi$ . Для создания областей сильного электрич. поля обычно используют полупроводниковые структуры в р—n-переходах и контактах полупроводник—металл (см. Контактные явления в полупроводниках). На рис. 5 представлены спектральные характеристики  $\Phi$ , э. из контакта полупроводник—металл р-InGaAs—Ag. Работа выхода плёнки Ag снижена адсорбцией цезия и кислорода до  $\Phi \approx 1,1$  эВ. При обратном смещении на контакте

$V = 2-5 \text{ В}$  ( $E = 10^5 \text{ В/см}$ ) возникает Ф. э. с порогом  $h\nu_0 = \delta_p$  ( $\text{InGaAs}$ )  $\approx 0,8 \text{ эВ} < \Phi$ .

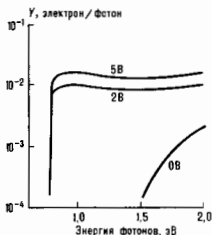


Рис. 5. Спектральные характеристики квантового выхода фотоэмиссии из контакта полупроводник — металл  $p\text{-InGaAs}-\text{Ag}-\text{Cs}-\text{O}$  при различных значениях внешнего напряжения,  $\delta_p \approx 0,8 \text{ эВ}$ ,  $T \approx 110 \text{ К}$ .

**Рентгеновская Ф. э.** связана с возбуждением фотоэлектронов с глубоких атомных уровней твердого тела. Характерной особенностью фотоэлектронных спектров рент. Ф. э. является наличие узких линий, соответствующих фотоэлектронам, вышедшим из тела без рассеяния энергии. При использовании мягкого рент. излучения ( $h\nu \approx 1 \text{ КэВ}$ ) энергия эмитированных электронов составляет неск. сотен эВ. Длина свободного пробега таких электронов равна  $0,5-2 \text{ мкм}$ , так что линейчатая часть спектров рент. Ф. э. отражает состав ириновыверстного слоя твердого тела толщиной неск. монослоев. Эта особенность спектров рент. Ф. э. позволяет их использовать для анализа состава поверхности в рент. фотоэлектронной спектроскопии.

**Многофотонная Ф. э.** возникает при большой интенсивности падающего излучения и связана с одновремен. поглощением электроном двух или более фотонов. Она наблюдается в области энергий фотонов, значительно меньших, чем порог обычной (однофотонной) Ф. э., при  $h\nu < h\nu_0/n$  ( $h\nu_0$  — порог обычной Ф. э., а  $n$  — число одновременно поглощенных фотонов). Величина плотности фототока при многофотонной Ф. э. определяется соотношением  $j_{\text{ф}} = C_n I^n$  ( $I$  — интенсивность падающего излучения). Наблюдение и исследование многофотонной Ф. э. стало возможным после появления лазеров, способных создавать монохроматич. световые потоки большой интенсивности. Двухфотонная Ф. э. впервые наблюдалась в 1964 на  $\text{Cs}_3\text{Sb}$  ( $h\nu_0 \approx 2 \text{ эВ}$ ) при освещении неодимовым лазером ( $h\nu = 1,17 \text{ эВ}$ ) с интенсивностью  $I \geq 10^9 \text{ Вт/см}^2$ . При  $I = 50 \text{ Вт/см}^2$   $j_{\text{ф}} \approx 10^{-8} \text{ А/см}^2$ . Трехфотонная Ф. э. наблюдалась впервые в 1967 на золоте ( $h\nu_0 = 4,8 \text{ эВ}$ ) при освещении рубиновым лазером ( $h\nu = 1,78 \text{ эВ}$ ) с интенсивностью  $I > 10^9 \text{ Вт/см}^2$ . При  $I = 5 \cdot 10^8 \text{ Вт/см}^2$   $j_{\text{ф}} \approx 10^{-8} \text{ А/см}^2$ . На те же образцы А. наблюдалась двухфотонная Ф. э. при использовании излучения второй гармоники рубинового лазера ( $h\nu = 3,57 \text{ эВ}$ ) с интенсивностью  $I > 10^9 \text{ Вт/см}^2$ . При  $I = 10^8 \text{ Вт/см}^2$   $j_{\text{ф}} \approx 10^{-7} \text{ А/см}^2$ .

**Лит.** — Сомер А., Фотоэмиссионные материалы, пер. с англ., М., 1973; Соболева Н. А., Меламид А. Е., Фотоэлектронные приборы, М., 1974; Белл Р. Л., Эмиттер с отрицательным электронным зарядом, пер. с англ., М., 1978; Escher J. S. [a.], Field assisted semiconductor photoemitters for the 1—2  $\mu\text{m}$  range, «IEEE Trans Electron Devices», 1980, v. 27, p. 1244; Escher J. S., NEA semiconductors photoemitters, «Semiconductors and Semimetals», 1981, v. 15, p. 193.

**ФОТОЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ** — электровакуумные или полупроводниковые приборы, преобразующие эл.-магн. излучение оптич. диапазона в электрические токи, палящие или преобразующие изображения в невидимых (пап.-ИК) лучах в видимые изображения. Ф. п. предназначены для преобразования, накопления, хранения, передачи и воспроизведения информации (включая информацию в виде изображения объекта). Действие Ф. п. основано на использовании фотоэффектов внешнего (фотоэлектронной эмиссии), внутреннего (фотопроводимости) или вентильного. К Ф. п. относятся разл. *фотоэлементы*, *фотоэлектронные умножители*, *фоторезисторы*, *фотоли-*

*оды*, *электропн-оптич. преобразователи*, *усилители яркости изображения*, а также *передающие электропн-лучевые трубки*.

**ФОТОЭЛЕКТРОННЫЙ УМНОЖИТЕЛЬ (ФЭУ)** — фотоэлектронный прибор, в к-ром фотокатод усиливается с помощью *вторичной электронной эмиссии*, предназначен для регистрации слабых излучений. Состоит из *фотокатода*, эмитирующего поток электронов под действием оптич. излучения (фотокат), электропн-оптич. системы входа (входной камеры), создающей электрич. поле, фокусирующее или собирающее электроны с фотокатода на вход умножит. системы, длиной умножительной системы, обеспечивающей умножение электронов в результате вторичной электронной эмиссии, и анода — коллектора вторичных электронов (рис. 1). ФЭУ впервые предложены и разработаны Л. А. Кубенкиным в 1930—1934.

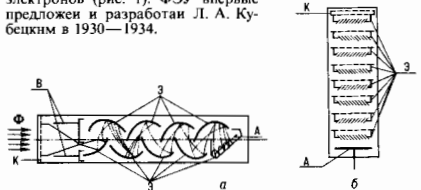


Рис. 1. Схемы фотоэлектронных умножителей с линейными дискретными анодными системами: а — с корытообразными анодами; б — с жалюзийными анодами; Ф — световой поток; К — фотокатод; Д — фокусирующие электроды входной камеры; Э — диноды; А — анод. Штрихпунктирными линиями изображены траектории электронов.

В ФЭУ используются те же фотокатоды, что и в фотоэлементах с внеш. фотоэффектом. Обычно их выполняют из *полупроводниковых материалов* на основе соединений типов  $\text{A}^{\text{IV}}\text{B}^{\text{V}}$  и  $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$  ( $\text{Cs}_3\text{Sb}$ ,  $\text{GaAs}$  и др.). Наиб. распространены ФЭУ с полупроводящим фотокатодом, нанесенным на внутр. торцевую поверхность стеклянного баллона.

Кроме электростатич. фокусировки иногда применяются магн. фокусировка и фокусировка в скрещенных электрич. и магн. полях.

**Основные параметры ФЭУ:** световая анодная чувствительность (отношение анодного фототока к выходящему его световому потоку при номинальных потенциалах электродов) составляет  $1-10^6 \text{ А/лм}$ ; спектральная чувствительность находится обычно в диапазоне  $105-1200 \text{ нм}$  (чувствительность в УФ-области спектра определяется характеристикой входного окна ФЭУ, в ближней ИК-области — красной границей фотоэффекта); коэф. усиления лежит, как правило, в пределах  $10^3-10^8$ ; темновой ток (ток в анодной цепи в отсутствие светового потока) не превышает  $10^{-9}-10^{-10} \text{ А}$ .

Наиб. широко используются ФЭУ, в к-рых усиление электронного потока осуществляется при помощи системы дискретных анодов — электродов корытообразной, корытообразной, торцевальной или жалюзийной формы с линейным либо (реже) круговым расположением, обладающих коэф. вторичной эмиссии  $\sigma > 1$ . Усиленный во много раз (от  $10$  до  $10^8$ ) фотокат, снимаемый с анода, получается в таких ФЭУ в результате умножения электронов последовательно на каждом из отд. динодов. Питание ФЭУ подается через делитель напряжений, распределяющий напряжение между электродами. Существуют также умножит. системы, представляющие собой неперерывный диод — канал (относительно длинная трубка, прямая или изогнутая, либо близко расположенные пластины), к концам к-рого приложено напряжение (обычно  $1-3 \text{ кВ}$ ). На внутр. поверхности канала создан активный слой ( $\sigma > 1$ ), обладающий распределенным электрич. сопротивлением. Перемещение вторичных электронов происходит под действием аксального электрич. поля (рис. 2). Коэф.

усиления в прямом канале достигает  $10^4-10^5$ , в изогнутом (дуги, спираль и т. п.) —  $10^6-10^9$ . В высокочувствительных и координато-чувствительных ФЭУ применяют многоканальные усилительные системы в виде одной или нескольких т. н. микроканальных пластин — стеклянных

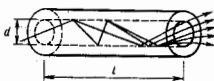


Рис. 2. Одноканальный электронный усилитель;  $d$  — диаметр канала;  $l$  — длина канала; стрелки — траектории электронов.

пластин толщиной 0,4—1 мм, пронизанных множеством ( $10^3-10^6$ ) параллельных каналов диаметром 5—50 мкм и обеспечивающих коэф. усиления  $10^4-10^6$ . В координато-чувствительных ФЭУ аноды выполнены в виде полос, квадратов и др. Для изготовления дискретных динододов обычно используют сурьмяно-целесные слои, нанесенные на металл. подложку, а также слои на основе Cu и Al (напр., Cu—Вс, Cu—Al—Mg) и полупроводниковые соединения элементов III и V групп периодич. системы, прокатываемые спец. образом с целью ионлечения больших ст. Каналы непрерывных динододов изготавливают, как правило, из стекла с высоким содержанием РЬ.

ФЭУ широко используются для регистрации слабых излучений (вплоть до уровня одиночных квантов), т. е. обладают большим усилением при низком уровне собственных шумов, а также для изучения кратковрем. процессов. Наиб. применение ФЭУ получили в ядерной физике в качестве элементов сцинтилля. счётчика. Кроме того, ФЭУ применяются в оптич. анапаратуре, устройствах телевиз. и лазерной техники и др. Усилительные системы с анодами (без фотокатодов) используются для непосредственной регистрации в вакууме низкоэнергетических частиц, вакуумного ультрафиолета и мягкого рентгеновского излучения — т. н. вторично-электронные усилители с открытым входом.

Лит.: Берковский А. Г., Гаванин В. А., Зайдель И. Н., Вакуумные фотоэлектронные приборы, 2 изд., М., 1988; Одноэлектронные фотоформировки, 2 изд., М., 1986; Айбунди М. Р., Подолов В. В., Вторично-электронные усилители открытого типа и их применение, М., 1981; Дунаевская Н. В., Уралов В. А., Дунаевский В. Л., Фотоэлектронные усилители — от трубки Кубежского до наших дней, «Электронная техника», 1985, сер. 4, в. 6, с. 15.

М. Р. Айбунди, Н. В. Дунаевская.  
**ФОТОЭЛЕМЕНТ** — фотоэлектронный прибор, в котором в результате поглощения энергии падающего на него оптич. излучения генерируется эдп (*фотоэдп*) или электрич. ток (фототок).

Ф., действие к-рого основано на *фотоэлектронной эмиссии* (внеш. фотоэфekte), представляет собой электровакуумный прибор с двумя электродами — фотокатодом и анодом (коллектором электронов), помещенными в вакуумированный либо газонаполненный стеклянный баллон. Фотокатодом Ф. служит fotocувств. слой, к-рый наносится либо непосредственно на участок стеклооболочки, либо на металлич. слой (подложку), предварительно осажденный на стекло, либо на поверхность металлич. пластинки, смонтированной внутри баллона; анод имеет вид металлич. кольца или сетки (рис. 1). Световой поток, падающий

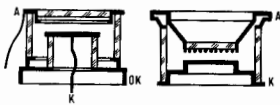


Рис. 1. Типичные конструкции вакуумных фотоэлементов: А — выводы анода; К — выводы фотокатода; ОК — выводы металлического охранного кольца (устанавливается для исключения попадания токов утечки на нагрузку).

на фотокатод, вызывает фотоэлектронную эмиссию с поверхности катода; при замыкании цепи Ф. в ней протекает фототок, пропорц. световому потоку (рис. 2, а). Для увеличения временного разрешения и увеличения пика импульсного фототока катод и анод Ф. обычно располагают плоскопараллельно с зазором 0,3—3 мм, а их выводы выполняют в виде отрезка коаксиальной или *полосковой линии*, согласованной по волновому сопротивлению с нагрузкой. В газонаполненных Ф. в результате ионизации газа и возникновения несамостоят. лавинного разряда фототок усиливается (напо. коэф. усиления при заполнении Аг составляет 6—8).

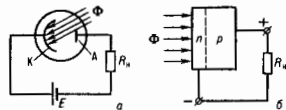


Рис. 2. Схема фотоэлемента с внешним (а) и внутренним (б) фотоэфектом: К — фотокатод; А — анод; Ф — световой поток;  $p$  и  $l$  — области полупроводника с донорной и акцепторной проводимостью;  $E$  — источник постоянного тока, служащий для создания в пространстве между К и А электрического поля, ускоряющего фотоэлектроны;  $R_n$  — нагрузка. Пунктирной линией обозначен  $p$ -переход.

Наиб. распространение среди Ф. с внеш. фотоэфектом получили вакуумные Ф. (ВФ) с сурьмяно-цезиевым, многощелочным и кислородно-серебряно-цезиевым фотокатодом. Применение газонаполненных Ф. ограничено из-за недостаточной стабильности приборов и нелинейности их световой характеристики — зависимости фототока от падающего светового потока.

Ф., действие к-рого основано на внутр. фотоэфекте, представляет собой полупроводниковый прибор с выпрямляющим полупроводниковым переходом ( $p-n$ -переходом), изогнутым *гетеропереходом* или контактом металл — полупроводник (см. *Контактные явления в полупроводниках*). При поглощении оптич. излучения в таком Ф. (рис. 2, б) увеличивается число свободных носителей заряда внутри полупроводника, к-рые пространственно разделяются электрич. полем перехода (контакта). Избыток носителей заряда, возникающий по обе стороны от потенци. барьера, создает в полупроводнике Ф. (ПФ) разность потенциалов, т. е. ф. эдп. При замыкании внеш. цепи ПФ через нагрузку начинает протекать электрич. ток. В качестве материала для ПФ наиб. часто применяют Ge, GaAs, CdS, Ge и Si.

Ф. обычно служат приёмниками оптич. излучения, в т. ч. приёмниками видимого света (ПФ в этом случае нередко отождествляют с фотодиодами); ПФ используют также для прямого преобразования энергии солнечного излучения в электрич. энергию — в *солнечных батареях*, фотоэлектрич. генераторах.

**Основные параметры и характеристики фотоэлемента.** Световая (интегральная) чувствительность ( $S$ ) — отношение фототока к вызывающему его световому потоку при номинальном анодном напряжении (в ВФ) или при короткозамкнутых выводах (у ПФ). Для определения  $S$  используют, как правило, калиброванные источники света (напр., лампу накаливания с воспроизводимым значением цветовой темп-ры литы, обычно равным 2860 К). Так, у ВФ  $S$  составляет 30—150 мкА/лм, у селеновых Ф. — 600—700 мкА/лм, у германиевых —  $3 \cdot 10^4$  мкА/лм. Спектральная чувствительность ( $S_\lambda$ ) — отношение фототока к вызывающему его лучистому потоку с длиной волны  $\lambda$ . У ВФ диапазон спектральной чувствительности находится в области спектра 115—1200 нм (в зависимости от чувствительности фотокатода и коэф. спектрального пропускания материала входного окна), у кремниевых Ф. он составляет 400—1100 нм, у германиевых — 500—2000 нм. Вольт-амперная характе-

ристка — зависимость фототока от напряжения на Ф. при пост. значении светового потока; позволяет определить опт. рабочий режим Ф. У ВФ рабочий режим выбирается в области насыщения (область, в к-рой фототок практически не меняется с ростом напряжения); такой режим обычно устанавливается при напряжениях 50—100 В. У ПФ (напр., кремниевого, освещаемого лампой накаливания) значения фототока могут достигать при опт. нагрузке (в расчёте на 1 см<sup>2</sup> освещаемой поверхности) дес. десятков мА, а фотозд. — дес. сотен мВ. Темновой ток (для ВФ) — ток в отсутствие освещения; определяется термозонной фотокатода и токами утечки, его величина 10<sup>-8</sup>—10<sup>-14</sup> А. Клд, или коэф. преобразования солнечного излучения (для ПФ, используемых в качестве преобразователей энергии), — отношение электр. мощности, развиваемой Ф. в номинальной нагрузке, к падающей световой мощности; клд достигает 15—18%.

Ф. широко применяются в автоматике и телемеханике, фотометрии, измерит. технике, метрологии, при оптич. астрофиз. исследованиях, в кино- и фототехнике, факсимильной связи и т. д.; перспективно использование ПФ в системах энергоснабжения космич. аппаратов, в морской и речной навигат. аппаратуре, устройствах питания радиостанций и др.

Лит.: Пасынков В. В., Чиркин Л. К., Шняков А. Д. Подруководниковые приборы, 4 изд., М., 1987; Берковский А. Г., Гаванин В. А., Зайдель И. Н., Вакуумные фотоэлектронные приборы, 2 изд., М., 1988. В. А. Гаванин, И. П. Воронцов.

**ФОТОЭФФЕКТ** — испускание электронов веществом при поглощении им квантов эл.-магн. излучения (фотонов). Ф. был открыт Г. Герцем (G. Hertz) (1887), к-рый установил, что длина искры в разряднике увеличивается при попадании на его металл. электроды света от искры др. разрядника. Первые исследования Ф. выполнены А. Г. Столетовым (1888), Ф. Ленард (Ph. Lenard) и Дж. Дж. Томсоном (J. J. Thomson) (1889) доказали, что при Ф. испускаются электроны. Открытие и исследование Ф. сыграло важную роль в эксперим. обосновании квантовой теории. Только на основе гипотезы о квантовании энергии эл.-магн. поля, проявляющиеся в процессах испускания и поглощения света, А. Эйнштейну (1905) удалось объяснить осн. закономерности Ф.: независимость макс. кинетич. энергии фотоэлектронов  $\delta_{\max}$  от интенсивности света, линейную зависимость  $\delta_{\max}$  от его частоты  $\omega$  и существование граничной (мин.) частоты  $\omega_0$  (пороговой энергии  $h\omega_0$ ) Ф. За работы по фотоэффекту Эйнштейну была присуждена Нобелевская премия (1921).

Свободный электрон не может поглотить фотон, т. к. при этом не могут быть одновременно соблюдены законы сохранения энергии  $\mathcal{E}$  и импульса  $p$ . Это видно уже из того, что для оптич. перехода свободного электрона из состояния  $\delta_1, p_1$  в состояние  $\delta_2, p_2$  в отсутствие 3-го тела (конденсир. среды, атома или рассеянного фотона) законы сохранения энергии и импульса  $\delta_2 - \delta_1 = h\omega, p_2 - p_1 = h\omega/c$  несовместимы ни при какой скорости электрона  $v < c$ . В конденсир. среде связь электрона с окружением характеризуется *работой выхода* Ф. Согласно ур-нию Эйнштейна, кинетич. энергия фотоэлектрона  $\delta = h\omega - \Phi$ . При темп-ре  $T = 0$  К и ис очень высокой интенсивности света, когда *многоточечные процессы* практически отсутствуют, Ф. возникает только при  $h\omega \geq \Phi$ . По установившейся терминологии, Ф. в конденсир. среде наз. *фотоэлектронной эмиссией*, а переход электрона из одного из связанных состояний в атоме или молекуле в непрерывный спектр наз. *фотоионизацией* (см. *Ионизация*). Для водородоподобного атома необходимая для фотоионизации энергия фотона равна

$$h\nu_n = \delta_n = \frac{me^2 Z^2}{2\hbar^2 n^2},$$

где  $Z$  — заряд ядра в единицах заряда электрона,  $n$  — гл. квантовое число связанного состояния. Энергия, необходимая для перевода электрона из осн. состояния в атоме ( $n=1$ ) в состояние непрерывного спектра с нулевой кинетич. энергией, наз. энергией ионизации атома, а если она измеряется в эВ — потенциалом ионизации  $I$ . В водо-

родоподобном атоме  $I = me^2 Z^2 / 2\hbar^2 = I_0 Z^2$ , где  $I_0$  — энергия ионизации атома водорода. В многоэлектронных атомах фотоны достаточно большой энергии могут выбивать электроны из разных электронных оболочек. Такие атомы имеют несск. потенциалы ионизации.

Др. характеристика Ф. — сечение фотоионизации  $\sigma$ . Оно равно отношению числа атомов ионизации, приходящих на один атом в единицу времени в единице объёма, к интенсивности потока фотонов (мономохроматический). Величина  $\sigma$  может быть вычислена аналитически для атома водорода и для водородоподобного иона с зарядом ядра  $Z \leq 137$ . В нерелятивистском случае ( $h\nu \ll mc^2$ ) дифферен. сечение фотоионизации с испусканием электрона в элемент телесного угла  $d\Omega$

$$d\sigma = 2^{\frac{1}{2}} \pi^2 \alpha_0^2 \left( \frac{I}{Z^2 h\nu} \right)^4 \frac{\exp(-4\kappa \arctg \kappa)}{1 - \exp(-2\pi\kappa)} (n^2) d\Omega,$$

где  $\alpha = e^2 / h\nu \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры,  $a_0 = \hbar^2 / me^2$ ,  $\kappa = Ze^2 / h\nu$ ,  $n$  — единичный вектор направления вылета электрона,  $l$  — единичный вектор поляризации фотонов. Величина  $(n^2)$  определяет угл. распределение фотоэлектронов. В полярных координатах с осью  $oz$  вдоль направления распространения света угл. распределение фотоэлектронов имеет вид

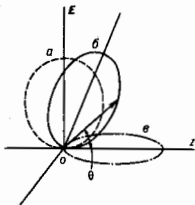
$$\sigma(\theta, \varphi) \propto \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi / (1 - \frac{v}{c} \cos \theta)^4 \approx \sin^2 \varphi \cos \varphi (1 + 4 \frac{v}{c} \cos \theta).$$

При малых скоростях электронов ( $v \ll c$ ) они вылетают в осн. в направлении электр. вектора световой волны.

При исползязованном свете максимум распределения лежит в экваториальной плоскости  $\vartheta = \pi/2$ . С увеличением  $h\nu$  и соответственно  $v$  максимум смещается в направлении распространения света на величину угла  $\vartheta_{\max} \approx \pi/2 - 4\nu/c$  (рис. 1). Полное сечение Ф. для перехода из осн. состояния (см. *Атом*)

$$\sigma = \frac{2^{\frac{1}{2}} \pi^2 \alpha_0^2}{3} \left( \frac{I}{Z^2 h\nu} \right)^4 \frac{\exp(-4\kappa \arctg \kappa)}{1 - \exp(-2\pi\kappa)}.$$

Рис. 1. Угловое распределение фотоэлектронов. Полярная диаграмма в плоскости  $\vartheta=0$ . Ось  $oz$  — направление распространения излучения, ось  $oE$  — направление электрического вектора световой волны;  $a = h\nu \ll mc^2$ ,  $b = h\nu \approx mc^2$ ,  $v = h\nu \gg mc^2$ .



Видно, что непосредственно у порога Ф. сечение  $\sigma$  стремится к постоянной величине. Предельное значение  $\sigma$  при  $h\nu \rightarrow I$  ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) равно

$$\sigma_{\max} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \pi^2 \alpha_0^2}{3e^4 Z^2}$$

(здесь  $e = 2,718\dots$ ).

При небольшом превышении  $h\nu$  над  $I$ , когда ещё  $h\nu - I \ll I$  ( $\kappa \gg 1$ ),  $\sigma \approx (I/h\nu)^{3/2}$ . При  $h\nu - I \approx I$  ( $\kappa \approx 1$ )  $\sigma \approx (I/h\nu)^2$ , а вдали от границы поглощения при  $h\nu \gg I$  ( $\kappa \ll 1$ , но ещё  $h\nu \ll mc^2$ )  $\sigma \approx (I/h\nu)^{7/2}$ . В табл. приведены потенциалы ионизации и сечения фотоэффекта нек-рых атомов и молекул, а на рис. 2 — зависимости  $\sigma(h\nu/I)$  для атомов Н, Не и иона Н<sup>+</sup>.

Для нерелятивистских скоростей фотоэлектронов получены точные ф-лы для  $\sigma$  возбуждённых атомов (переходы из осн. состояний с  $n > 1$ ). В приближённых расчётах для  $n \geq 1$  и  $h\nu \leq I$  часто пользуются квазиклассической Крамерса ф-лой:

$$\sigma_n = (2^6 \pi \alpha_0^2 / 3^{3/2} Z^2 n^5) (I/h\nu)^3.$$

АТОМ	$I, \text{эВ}$	$\sigma, 10^{-18} \text{см}^2$	АТОМ	$I, \text{эВ}$	$\sigma, 10^{-18} \text{см}^2$
H	13,5985	6,3	Ar	15,760	35
$^4\text{He}$	24,5876	7,4	K	4,341	0,012
Li	5,392	2,5	Ca	6,113	0,45
Be	9,323	8,2	Ga	5,999	0,2
C	11,260	11	Kr	13,9997	35
N	14,534	9	Rb	4,177	0,11
O	13,618	2,6	In	5,786	0,3
F	17,423	6	Cs	3,894	0,22
Na	5,139	0,12	Tl	6,108	4,5

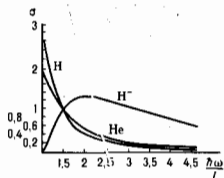


Рис. 2. Зависимость сечения фотоэффекта  $\sigma$  из основных состояний атомов H, He и иона H<sup>-</sup> от энергии фотонов. Масштабы осей кривых (в относительных единицах) выбраны так, чтобы  $\sigma = 1$  при  $h\nu/I = 1,5$ .

В многоэлектронных атомах со средними и большими Z в рентг. и  $\gamma$ -излучении Ф. происходит на электронах внутр. оболочек, в осн. на K-электронах. При увеличении  $h\nu$  и достижении значения  $h\nu = I_K$  с скачкообразно увеличивается. При дальнейшем возрастании энергии фотонов в конечном счете Ф. вступает рассеяние фотона на электроне (Комптона эффект), а в релятивистском случае, когда  $h\nu/2mc^2 \gg 1$  — рождение электрон-позитронных пар. На рис. 3 приведены зависимости сечений трёх процессов от энергии фотонов при прохождении излучения через молибден ( $Z = 42$ ), к-рые дают представление об их соотношении. При очень больших энергиях фотонов ( $h\nu \gg mc^2$ , ультрарелятивистский случай) сечение Ф. равно

$$\sigma = 2\pi Z^2 \alpha^4 (e^2/m^2 c^4) \gamma^{-1}, \text{ где } \gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2}$$

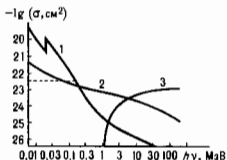


Рис. 3. Сечения фотоэффекта (1), рассеяния фотонов (2) и рождения пар (3) в молибдене ( $Z = 42$ ).

фотоэлектроны испускаются в осн. в малый телесный угол в направлении распространения излучения.

Механизм Ф. на валентных электронах водородоподобных примесных атомов в полупроводниках при  $h\nu < \epsilon_0 a$  ( $\epsilon_0 a$  — ширина запрещенной зоны полупроводника) подобно описанному с той разницей, что атом находится в кристалле и в него же испускаются фотоэлектроны. Вследствие этого в соответствующих выражениях фигурируют диэлектрик, проницаемость кристалла и эфф. масса электрона. В водородоподобных примесях нек-рых полупроводников  $\sigma$  может достигать  $\sim 10^{-15} \text{см}^2$ .

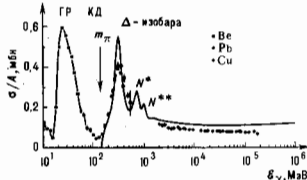
Лит.: Эйнштейн А., Собр. научных трудов, т. 3, М., 1966, с. 92, 128; Зоммерфельд А., Строение атома и спектры, пер. с нем., т. 2, М., 1956, с. 372—420; Бете Г., Солзнер Э., Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, пер. с англ., М., 1960, с. 464—503; Бете Г., Квантовая механика, пер. с англ., М., 1965, с. 205—10; Берестетский В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., 1968, с. 231—39; Собельман И. И., Введение в теорию атомных спектров, 2 изд., М., 1977, с. 248—55; с. 261—68; Физические величины, Справочник, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, М., 1991, с. 409—12.

Т. М. Либман.

**ФОТОЭФФЕКТ ВНЕШНИЙ** — то же, что фотоэлектронная эмиссия (см. также Фотозффект).

**ФОТОЭФФЕКТ ВНУТРЕННИЙ** — возникновение свободных носителей заряда — электронов и (или) дырок в твердом теле при поглощении в нем квантов эл.-магн. излучения (фотонов). Ф. а. является первичным актом в явлениях фотозод, фотопроводимости, фотоматриозлектр. и др. эффектов в полупроводниках.

**ФОТОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ** — ядерные превращения, идущие при поглощении  $\gamma$ -квантов ядрами. К Ф. р. относится также процесс рассеяния  $\gamma$ -квантов. Энергетич. зависимость полного сечения поглощения  $\gamma$ -квантов разл. ядрами, отнесенного к одному нуклиону  $\sigma/A$  ( $A$  — число нуклонов в ядре), приведена на рис. Сплошной линией пока-



зано полное сечение поглощения  $\gamma$ -кванта свободным протоном в зависимости от энергии  $\gamma$ -кванта  $\delta_\gamma$ . Ф-цию  $\sigma(\delta_\gamma)$  принято разбивать на 4 области в зависимости от доминирующего механизма поглощения  $\gamma$ -квантов. Первая — область гигантского дипольного резонанса (ГДР). Осн. механизм поглощения  $\gamma$ -квантов в этой области связан с поглощением  $\gamma$ -кванта одним нуклоном, приводящим к возбуждению собственных дипольных колебаний протонов относительно нейтронов. В лёгких ядрах максимум ГР приходится на область энергий от 20 до 25 МэВ. С ростом  $A$  максимум сдвигается в сторону меньших энергий. В тяжёлых ядрах он расположен в районе 13 МэВ. Наряду с дипольными колебаниями в ядре могут возбуждаться квадрупольные, октупольные и др. типы колебаний, но их роль в Ф. р. менее существенна (см. Гигантские резонансы).

Процесс дипольных колебаний завершается в осн. вылетом нуклонов. В лёгких ядрах это протоны и нейтроны. С меньшей вероятностью — вылетают лёгчайшие ядра — дейтерий, тритий,  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  ( $\alpha$ -частицы). Заметную долю составляют события, в к-рых наблюдается вылет неск. заряд. частиц, что особенно характерно для изотопов Li, Be и их ближайших соседей. По мере увеличения атомного номера Z ядра интенсивность всех каналов, за исключением нейтронного, ослабевают. В области актинидов наряду с испусканием нейтронов происходит деление ядра (см. Деление ядер).

После поглощения  $\gamma$ -квантов лёгкими ядрами нуклоны вылетают непосредственно в процессе дипольных колебаний. По мере увеличения  $A$  усиливается роль последовательных столкновений нуклона, поглотившего  $\gamma$ -квант, с остальными нуклонами ядра. В результате этого нуклоны покидают ядро уже не на начальной, а на предравновесной стадии реакции, а в тяжёлых ядрах — в значит. степени и в равновесной стадии. Вследствие этого распределение фотонуклонов по энергии в области гигантского резонанса близко к максвелловскому. Отклонение от этого распределения наблюдается для фотонейтронов в высокоэнергетич. части спектра.

Вторая область начинается на «хвосте» гигантского резонанса и простирается до порога рождения ионов. Однонуклонный механизм поглощения  $\gamma$ -квантов постепенно переходит в двухнуклонный, когда  $\gamma$ -кванты начинают поглощаться преим. нейтрон-протонной парой, имеющей те же квантовые числа, что и дейтрон. Поэтому эту область получила назв. квазидейтронной (КД). Сечение поглощения пропорц. величине  $NZ/A$  ( $N$  — число нейтронов

в ядре-мишени,  $Z$  — число протонов), т. е. число таких нар нуклонов. Квазидейтеронный механизм поглощения  $\gamma$ -квантов связывается с проявлением в ядре т. н. двухчастичных обменных токов (когда процесс проходит на мезоне, к-рым обмениваются нуклоны, или в промежуточном состоянии виртуально образуется  $\Delta$ -изобара), а также двухчастичных пуклонных корреляций короткодействующего характера.

Нуклон, поглотивший  $\gamma$ -квант, получает достаточно большую энергию, к-рая позволяет ему покинуть ядро, не сформировав промежуточного состояния. При  $E_\gamma \leq 100$  МэВ основным является канал с вылетом одного быстрого нуклона. Выше 100 МэВ осп. вклад в полное сечение приходится на канал с вылетом двух быстрых нуклонов.

В третьей области энергии  $E_\gamma$  за порогом образования пиона и до 2 ГэВ длина волны  $\gamma$ -кванта становится порядка размеров нуклона и взаимодействие происходит в осн. с одним нуклоном. В сечении фотопоглощения на свободном нуклоне четко проявляются 3 пика, отвечающие возбуждению  $\Delta(1232$  МэВ)-нуклоны и двух частиц-резонансов —  $N^*(1520$  МэВ) и  $N^{**}(1680$  МэВ). В том случае, когда  $\gamma$ -квант поглощается нуклоном, падающим в ядре, пик, связанный с образованием  $\Delta$ -изобары, проявляется столь же четко, тогда как 2 остальных сильно упираются. Такое «размытие» пиков во многом обусловлено движением нуклонов в ядре. В области возбуждения  $\Delta$ -изобары характерно универсальное для всех ядер сечение — отношение  $\sigma/\Delta$  (в пределах точности измерений) одинаково для всех ядер от Ве до U. Это свидетельствует о том, что свойства свободной  $\Delta$ -изобары не сильно изменяются в ядре.

Осп. каналами расщепления ядер в этой области энергии являются каналы с вылетом неск. нуклонов. В ядрах с  $A > 200$  после вылета неск. нуклонов происходит деление. Обычно расщепление ядер сопровождается вылетом пиона. С меньшей вероятностью идут процессы образования мезонов с малой средечей энергии ядра, когда оно остаётся в связанном состоянии.

Когда энергия  $\gamma$ -кванта превышает 2 ГэВ (четвёртая область), в энергетич. зависимости  $\sigma(E_\gamma)$  исчезает всякая структура. Само сечение оказывается слабо зависящим от энергии. Аналогично ведёт себя и полное сечение взаимодействия адронов с ядрами. Различие состоит только в том, что сечение поглощения  $\gamma$ -квантов меньше адронного на пост. величину, пропорциональную константе *электромагнитного взаимодействия*. Такое поведение сечения нашло объяснение в рамках т. н. модели векторной доминантности, согласно к-рой в этой области энергий  $\gamma$ -квант ведёт себя как векторные мезоны (см. *Векторная доминантность мезонов*). Одним из следствий такого поведения  $\gamma$ -кванта является то, что при его взаимодействии с ядром не все нуклоны оказываются равноправными, часть из них оказывается закринированной. Это означает, что зависимость полного сечения поглощения от  $A$  должна иметь вид  $A^\alpha$ , где  $\alpha < 1$  (в эксперименте величина  $\alpha \approx 0,9$ ). При дальнейшем росте  $E_\gamma$  «точечный»  $\gamma$ -квант взаимодействует с *кварками* нуклона.

Лит.: Барашенков В. С., Тонеся В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М., 1972; Глазгоу М. М., Риссо С. Р. Фотоэффекты above the giant-dipole resonance. «*Riv. Nuovo Cim.*», 1985, в. 8, р. 1; Недрезов В. Г., Раигов Ю. Н. Фотоделение ядер за гигантским резонансом. К., 1989; *Int. Rev. of Nuclear Phys.*, v. 7, Singapore, 1991.

Р. А. Зрамзьян.

**ФРАКТАЛЫ** — множества с крайне нерегулярной разветвленной или иррегулярной структурой. Термин «Ф» предложил Б. Мандельбротом (В. Mandelbrot) [1], хотя подобные объекты изучались в математике с кон. 19 в. Простейшим примером Ф. является канторово множество, к-рое строится следующим образом. Из отрезка [0, 1] выбрасывается центр. часть длиной  $1/3$ . Из полученных двух отрезков [0, 1/3] и [2/3, 1] также выбрасывается центр. часть, составляющие  $1/3$  длины отрезков, и т. д. В пределе получается игиде не плотное множество, имеющее мощность континуума и нулевую длину (мсуру Лебега). Процесс по-

строения канторова множества допускает многомерные обобщения. В двумерном случае единичный квадрат разбивается на первом шаге на девять квадратов со стороной  $1/3$  и центр. квадрат выбрасывается. Затем та же процедура повторяется с каждым из оставшихся квадратов. Полученный в пределе Ф. наз. ковром Серпинского (см. рис., показаны первые 3 этапа построения).



Оси. характеристикой Ф. служит хаусдорфова, или фрактальная, размерность (ФР). По одному из определений Ф. наз. множеством, для к-рого ФР строго больше топологич. размерности (см. также *Топология*). ФР строится следующим образом. Рассматривается произвольное покрытие  $\xi$  Ф.  $M$  конечным или бесконечным набором шаров  $\{O_i\}$  радиуса  $r_i < \epsilon$ . Размерность Ф.  $M$  наз. такое число  $\delta > 0$ , что

$$\inf \sum_i r_i^\delta \rightarrow 0 \text{ при } \epsilon \rightarrow 0 \text{ для всех } \gamma > \delta \text{ и } \inf \sum_i r_i^\delta \rightarrow \infty \text{ при } \epsilon \rightarrow 0$$

для всех  $\gamma < \delta$ . Можно показать, что такое пограничное  $\delta$  существует и единственно. Для канторова множества ФР  $\delta = \ln 2 / \ln 3$ , а для двумерного ковра Серпинского  $\delta = \ln 8 / \ln 3$ . Примерами естеств. Ф. являются береговая линия материков и островов, снежинки, броуновские кривые и т. д. Соответствующая ФР либо высчитывается, либо определяется экспериментально.

Большой интерес к Ф. в физ. литературе связан с тем, что Ф. возникают в реальных физ. задачах, причём в типичных, а не экзотич. ситуациях. Наиб. часто Ф. встречаются в задачах нелинейной динамики, гидродинамики, статистич. механики, и в частности в теории фазовых переходов, в теории полимеров, в хим. кинетик и др.

В нелинейной динамике Ф. возникает как аттракторы у диссипативных динамических систем. Аттракторами наз. множества в фазовом пространстве, притягивающие траектории динамич. системы. При этом, если аттрактор является Ф., его наз. *странным аттрактором*. Существование странных аттракторов является типичным свойством диссипативных динамич. систем. В случае дискретных отображений примером может служить аттрактор Фейгенбаума (см. *Фейгенбаума универсальность*). Хорошо изучен механизм образования и свойства аттрактора Лоренца (Е. Lorenz), отвечающего системе ур-ний Лоренца

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x-y), \\ \dot{y} &= -xz + rx - y, \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned}$$

при значениях параметров  $r = 28$ ,  $b = 8/3$ ,  $\sigma = 10$  [2]. Локально аттрактор Лоренца имеет структуру прямого произведения канторова множества на двумерную плоскость (т. н. книга Лоренца). Наиб. важным примером фрактальных аттракторов являются странные аттракторы, возникающие в ур-ниях Навье — Стокса ([3], [4]).

Примером Ф. в статистич. механике может служить критич. бесконечный проводящий кластер, возникающий в задачах *протекания теории*. В наб. характерных случаях проводящий кластер состоит из связанного набора рёбер  $d$ -мерной целочисленной решётки  $Z^d$ , поэтому определение ФР, данное выше, требует уточнения, к-рое делается следующим образом. Введём число рёбер  $N(R)$  кластера, находящихся внутри шара радиуса  $R$ . Тогда  $N(R) \sim \text{const } R^d$ , где константа  $v$  и выбирается в качестве ФР или размерности подобия. Значение  $v$  зависит от размерности решётки  $d$  и определяется численно:  $v(d=2) \approx 1,9$ ;  $v(d=3) \approx 2,5$ . Отдельно изучают остов или «скелет» проводящего кластера, т. е. ту часть кластера, но к-рой течёт ток (отбрасываются «мёртвые концы»). ФР  $v_1$  «скелета» бесконечного

кластера также определяется численно:  $v_1(d=2) \approx 1,6$ ;  $v_1(d=3) \approx 2,5$  [5].

Своеобразие Ф. возникает в теории агрегации. В иррегулярной ситуации процесс агрегации можно описать так: в начале координат решетку  $Z^d$  помещается затравочная частица, к-рой прилипают др. частицы, броуновской блуждающие по решетке. Прилипающие частицы приклеиваются к себе новые частицы. Прилипающие частицы такого процесса возникают сильно разветвленный фрактальный кластер — дендрит. В каждый момент времени дендрит конечен, однако его ФР можно определить с помощью асимптотики  $M(R) \sim \text{const } R^d$ , где  $M$  — число частей дендрита, находящегося внутри шара радиусом  $R$ . Численные эксперименты дают значения  $v_2(d=2) \approx 1,68$ ;  $v_2(d=3) \approx 2,51$  [6].

Все рассмотренные выше Ф. обладают определен. свойствами *масштабной инвариантности* (скейлингом). Так, канторово множество и ковёр Серпинского можно представить в виде объединения соответственно двух и восьми подмножеств, линейные размеры к-рых в 3 раза меньше размеров исходных множеств. Заметим, что такое же, когда множество разбивается на  $N$  подмножеств, каждое из к-рых в  $R$  раз меньше всего множества, ФР  $\delta = \ln N / \ln R$ . В этой ситуации скейлинговая структура определяется одним масштабным множителем  $R$ . Однако большинство реальных случаев масштабные множители неоднородны, т.е. во Ф. имеется целый спектр скейлингов. Такие Ф. наз. мультифракталами. Типичным примером является аттрактор Фейнберга. Обычно мультифракталы характеризуются спектром размерностей  $f(\alpha)$ , определяемым следующим образом [7]. Рассматривается покрытие  $\xi$  Ф.  $M$  набором  $N$  шаров радиусом  $r_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ . Вначале определяются ф-ция

$$q(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \inf_{\xi} \left[ \ln \left( \sum_{i=1}^N r_i^{-\tau} \right) / \ln N \right]$$

и обратная ф-ция  $\tau = \tau(q)$ . Спектр размерности  $f(\alpha)$  является преобразованием Лежандра от ф-ции  $q(\tau)$ , т.е.

$$f(\alpha) = \min_q (\alpha q - \tau(q)).$$

Макс. значение  $f(\alpha)$  совпадает с ФР множества.

Лит.: 1) Mandelbrot B. V. The fractal geometry of nature, S. F., 1982; 2) Абрамович В. С., Быков В. В., Шильяков Л. П., О возникновении и структуре аттрактора Лоренца, «ДАН СССР», 1977, т. 234, № 2, с. 336; 3) Темпл Р., Уравнения Навье—Стокса. Теория и численный анализ, пер. с англ., М., 1981; 4) Бабин А. В., Вишик М. И., Аттракторы эволюционных уравнений с частными производными и оценки их размерности, «УМН», 1983, т. 38, в. 4, с. 133; 5) Stauffer D., Scaling theory of percolation clusters, «Phys. Repts», 1979, v. 54, № 1, p. 1; 6) Meakin P., Diffusion controlled cluster formation in two, three and four dimension, «Phys. Rev. A», 1983, v. 27, № 1, p. 604; 7) Halsey T. C. [с. а.], Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets, «Phys. Rev. A», 1986, v. 33, № 2, p. 1141.

К. М. Хантин.

**ФРАНКА—ГЕРЦА ОПЫТ**—опыт, показавший, что внутр. энергия атома не может изменяться непрерывно, а принимает определенные дискретные значения (квантуется). Впервые поставлен в 1913 нем. физиками Дж. Франком (J. Franck) и Г. Герцем (G. Hertz). Сыграл важную роль в эксперим. подтверждении теории атома Бора (см. *Атомная физика*).

В опыте исследовалась зависимость силы тока  $I$  от ускоряющего потенциала  $V$  между катодом К (рис. 1)

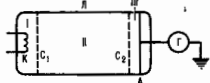


Рис. 1. Схема опыта Франка—Герца.

и сеткой С<sub>1</sub>; между сеткой С<sub>2</sub> и анодом А приложен зарядящий потенциал. Электроны, ускоренные в области I, испытывают в области II соударения с атомами

паров ртути, заполняющими трубку Л. На анод А попадают только те электроны, энергия к-рых после соударения с атомом достаточна для преодоления замедляющего потенциала в области III. При увеличении ускоряющего потенциала от 0 до 4,9 В гальванометр показал монотонный рост  $I$ , т.е., в этой области V соударения электронов с атомами носят упругий характер, внутр. энергия атомов не меняется. При значениях  $V > 4,9$  В (и кратных ему значениях  $V > 9,8; 14,7$  В, ...) на кривой  $I(V)$  появляются спады (рис. 2): соударения электронов с атомами становятся неупругими — внутр. энергия атомов растёт за счёт энергии электронов.

Таким образом, Ф.—Г. о. показал, что спектр поглощаемой атомом энергии не непрерывен, а дискретен, мин. порция энергии (квант энергии), к-рую может поглотить атом К, равна 4,9 эВ. Значение длины волны  $\lambda = 253,7$  нм свечения паров Hg, возникавшее при  $V \geq 4,9$  В.

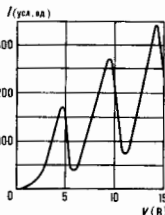


Рис. 2. Зависимость  $I(V)$ , полученная в опыте Франка—Герца.

оказалось в соответствии со вторым постулатом Бора

$$\delta_1 - \delta_0 = hc/\lambda,$$

где  $\delta_0, \delta_1$  — энергии основного и возбужденного уровней энергии, в Ф.—Г. о.  $\delta_1 - \delta_0 = 4,9$  эВ.

А. В. Колпаков.

**ФРАНКА—КОНДОНА ПРИНЦИП**—утверждает, что электронные переходы в молекулах происходят очень быстро по сравнению с движением ядер, благодаря чему расстояние между ядрами и их скорости при электронном переходе не успевают измениться. Ф.—К. п. соответствует *адиабатическому приближению* и основан на приближенном разделении полной энергии молекулы на электронную энергию и энергию движения ядер (колебательную и вращательную), согласно *Борна—Оппенгеймера теореме*. По Ф.—К. п. в простейшем случае двухатомной молекулы наиб. вероятны электронные переходы, изображаемые вертикальными линиями на диаграмме зависимости потенц. энергии от межъядерного расстояния для двух комбинирующихся электронных состояний (см. рис. 3 при ст. *Молекулярные спектры*). Впервые Ф.—К. п. сформулирован Дж. Франком (1925) на основе полуклассич. представлений, а Э. Кондон дал (1926) его квантовомеханич. трактовку.

Лит.: Franck J. The dissociation theory and photochemical three holds, «Trans. Faraday Soc.», 1926, v. 21, p. 536; Condon E., Nuclear motions. Associated with electron transitions in diatomic molecules, «Phys. Rev.», 1926, v. 28, p. 1182; 1928, v. 32, p. 858; Born M., Oppenheimer J. R. «Ann. Phys.», 1927, Bd. 84, S. 457; Ельцин А. М. Атомная и молекулярная спектроскопия, М., 1962; Давыдов А. С. Квантовая механика, 2 изд., М., 1973.

М. А. Ельцин.

**ФРАНЦИЙ** (лат. Francium), Fr.—радиоакт. хим. элемент I-й группы периодич. системы элементов, ат. номер 87, относится к *щелочным металлам*. Наим. устойчивый из всех радиоакт. элементов, встречающихся в природе. Природный Ф. состоит из  $\beta$ -радиоактивного  $^{223}\text{Fr}$  ( $T_{1/2} \approx$  ок. 21,8 мин). Член радиоакт. ряда  $^{235}\text{U}$  в первоначальном слое Земли толщиной 1,6 км, по оценке, содержится ок. 24,5 г Ф. Конфигурация внеш. электронной оболочки  $7s^1$ . По оценке, радиус атома Ф. 280 пм, иона Fr $^+$  186 пм. Значение электроотрицательности 0,7, работа выхода электронов 1,8 эВ.

Характеристики металлов. Ф. рассчитаны методом экстраполяции. Предполагаемая кристаллич. решетка — обьёмноцентрированная кубическая. Плотн. ок. 2,3—2,5 г/см $^3$ ,  $t_{\text{пл}} = 18—21^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{кип}} = 640—660^\circ\text{C}$ , уд. теплоты плавления  $c_p = 31,6$  Дж/моль  $\times$  К, теплота плавления 2,1 кДж/моль, теп-

дота сублимации 69,1 кДж/моль. По расчёту, уд. электрич. сопротивление металлов.  $\Phi$ , 0,45 мкОм·м (при 291 К).

Радионуклид  $^{223}\text{Fr}$  используется в радиохим. определении  $^{223}\text{Ac}$ , т. к.  $^{223}\text{Fr}$  образуется при  $\alpha$ -распаде  $^{227}\text{Ac}$ , а  $\beta$ -излучение  $^{223}\text{Fr}$  легче регистрировать, чем  $\alpha$ -излучение  $^{223}\text{Ac}$ . С. С. Вердосков.

**ФРАУНГӨФЕРА ДИФРАКЦИЯ** — дифракция практически плоской световой волны на неоднородности (напр., отверстия в экране), размер  $k$ -рой  $b$  много меньше диаметра первой из Френелевых зон  $\sqrt{\lambda l}$ :  $b \ll \sqrt{\lambda l}$  (дифракция в параллельных лучах), где  $z$  — расстояние от точки наблюдения до экрана,  $\lambda$  — длина волны. Названа по имени нем. учёного Й. Фраунгофера (J. Fraunhofer). Подробнее см. *Дифракция света*.

**ФРАУНГӨФЕРОВЫ ЛИНИИ** — линии поглощения в спектре Солнца.  $\Phi$ . л. впервые наблюдал в 1802 как «границы цветов» англ. физик У. Воластон (W. Wollaston), а в 1814 они были обнаружены и подробно описаны нем. учёным Й. Фраунгофером (J. Fraunhofer). Правильно объяснил  $\Phi$ . л. как линии поглощения солнечной атмосферы нем. физик Г. Р. Кирхгоф (G. R. Kirchhoff) в нач. 60-х гг. 19 в. Наблюдается сч. 20 тыс.  $\Phi$ . л. в УФ, видимой и ИК областях солнечного спектра, многие из них отождествлены со спектральными линиями известных хим. элементов. В табл. приведён ряд интенсивных  $\Phi$ . л. в видимой области спектра.

Линия	Длина волны, нм	Хим. элемент	Линия	Длина волны, нм	Хим. элемент
C	656,3	H $\alpha$	G $^1$	434,0	H $\beta$
D $_1$	589,6	Na	G $^{**}$	430,8	Ca, Fe
D $_2$	589,0	Na	h	410,2	H $\gamma$
E	527,0	Fe	H	396,8	Ca
F	486,1	H $\beta$	K	393,4	Ca

\* Индексы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  у H обозначают соответствующие линии *Бальмера серии*.

\*\* Линия G — наложение линий Ca и Fe.

**ФРЕДГОЛЬМА УРАВНЕНИЕ** — интегральное уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int K(x, y) \varphi(y) dy + f(x), \quad (1)$$

ядро  $k$ -рого —  $\Phi$ -ция  $K(x, y)$  — задает вполне непрерывный (Фредгольма) оператор в нек-ром функциональном пространстве. Численный параметр может принимать как действительные, так и комплексные значения, а  $f(x)$ ,  $\varphi(x)$  — заданная и искомая  $\Phi$ -ция. Напр., для иррегулярная непрерывных  $\Phi$ -ций  $C(S)$  — оператор Фредгольма, если  $\Phi$ -ция  $K$  непрерывна в квадрате  $S \times S$  (подробнее см. *Интегральный оператор*). Ур-ние (1) изучено Э. Фредгольмом (E. Fredholm) в 1900—03.

В теории  $\Phi$ . у. доказывается совокупность теорем (называемая альтернативой Фредгольма) о разрешимости ур-ния (1) и соизяного к нему ур-ния

$$\Psi(x) = \lambda \int K^*(x, y) \Psi(y) dy + g(x). \quad (2)$$

Здесь  $\lambda$  — число, комплексно сопряжённое с параметром  $\lambda$ ,  $\Phi$ -ция  $K^*(x, y) = \overline{K(y, x)}$  — эрмитово сопряжённое ядро соизяного ур-ния.

Если интегральное ур-ние (1) с непрерывным ядром разрешимо в классе непрерывных  $\Phi$ -ций  $C(S)$  при любом свободном члене  $f \in C(S)$ , то и соизяное к нему ур-ние (2) разрешимо при любом свободном члене  $g \in C(S)$ , причём эти решения единственны (первая теорема Фредгольма).

Если интегральное ур-ние (1) разрешимо в  $C(S)$  не при любом свободном члене  $f$ , то:

1) однородные ур-ния (1) и (2) ( $f=g=0$ ) имеют одинаковое (конечное) число линейно независимых решений (вторая теорема Фредгольма);

2) для разрешимости ур-ния (1) необходимо и достаточно, чтобы свободный член  $f$  был ортогонален ко всем

решениям соизяного ур-ния (2) (третья теорема Фредгольма).

Число  $\lambda$ , при  $k$ -ром однородное ур-ние (1) имеет ненулевое решение, наз. характеристич. числом ядра  $K$ , а соответствующими решения — собственными  $\Phi$ -циями ядра, соответствующими этому характеристич. числу.

Доказываются также частные случаи теоремы Фредгольма: в каждом круге  $|\lambda| \leq R$  может находиться лишь конечное число характеристич. чисел ядра  $K$ .

Отсюда следует, что множество характеристич. чисел непрерывного ядра не более чем счётно и не имеет конечных предельных точек. Из второй теоремы Фредгольма вытекает, что кратность каждого характеристич. числа конечна.

Лит.: Колмогоров А. Н., Фомин С. В., Элементы теории функций в функциональном анализе, 6 изд., М., 1989; Владимиров В. С., Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1988. С. В. Молодцов.

**ФРЕЛИХОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ** — эфф. взаимодействие между электронами в металле, возникающее благодаря их индифф. взаимодействию с колебаниями кристаллич. решётки — фононами (см. *Электрон-фононное взаимодействие*). Описано полуперенормировочно в 1950 Х. Фрелихом (H. Fröhlich) [1]. В дальнейшем  $\Phi$ . в. было последовательно рассмотрено на основе модели Бардина — Пайнса при учёте статической экранировки межэлектронного кулоновского взаимодействия  $\bar{V}(q) = V(q) \epsilon(q)$ , где  $V(q) = 4\pi e^2 / q^2$  — фурье-образ дальнедействующего кулоновского потенциала,  $\epsilon(q) = 1 + K_s / q^2$  — статическая диэлектрическая проницаемость металла в пределе длинных волн ( $q \rightarrow 0$ ),  $K_s$  — обратный радиус экранирования, соответствующий короткодействующему взаимодействию  $\exp(-K_s r) / r$  вместо обычного  $1/r$ . В рамках  $\Phi$ . в. учитываются также перенормировка частоты акустич. ветви продольных колебаний ионов металла,  $k$ -рая в модели Бардина — Пайнса практически не обладает дисперсией и совпадает с *плазменной частотой* ионов  $\omega_{pi}$ ; именно,  $\bar{\omega}(q) = \omega_{pi} \epsilon(q)$ , что приводит к линейному закону дисперсии в пределе длинных волн  $\bar{\omega}(q) \approx sq$ , где  $q$  — квазимпульс,  $s = \omega_{pi} / K_s$  — продольная скорость звука. Аналогичная перенормировка происходит и  $\epsilon$  коэффициентами электрон-фононного взаимодействия  $A_{\alpha}^2 = e_{\alpha}^2 / \epsilon(q)$ ,  $k$ -рые при малых  $q$  перестают зависеть от  $q$  (тогда как исходные коэф.  $A_{\alpha}$  расходятся при  $q \rightarrow 0$  как  $1/q$ ).

Указанные перенормированные величины входят в определение гамилтониана, описывающего  $\Phi$ . в.,

$$H = H_0^e + \bar{H}_{ph} + \bar{H}_{e-e} + \bar{H}_{e-ph}$$

где определения всех слагаемых такие же, как в гамилтониане (11), описывающем модель Бардина — Пайнса в ст. *Электрон-фононное взаимодействие*, с заменой величин  $V(q)$ ,  $\omega(q)$  и  $A_{\alpha}$  на их перенормированные (в указанном выше смысле) значения.

На основе  $\Phi$ . в. с помощью процедуры, предложенной Р. Фейнманом [2], в рамках *термодинамической теории возмущений* можно исключить фоновые переменные и получить эфф. межэлектронное взаимодействие — вообще говоря, неэквивалентное в пространстве и запаздывающее во времени; если пренебречь неэквивалентностью и запаздыванием, то описанная процедура приводит к получению гамилтониана Бардина — Купера — Шриффера модели (БКШ-модели). Аналогичная процедура исключения фононов в рамках метода Грина функций проведена в [3].

Лит.: 1) Fröhlich H., Theory of the superconducting state, «Phys. Rev.», 1950, v. 79, № 5, p. 845; 2) Feynman R. P., An operator calculus having applications in quantum electrodynamics, «Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 108; 3) Москаленко В. А., Критерий сверхпроводимости, «ДАН СССР», 1962, т. 147, с. 1340; его же, Определение критической температуры сверхпроводника, «ФТТ», 1962, т. 4, с. 2770; см. также лит. стр. *Электрон-фононное взаимодействие*. В. А. Москаленко, Ю. Г. Рудой.

**ФРЕНЕЛЯ ДИФРАКЦИЯ** — дифракция сферич. световой волны на неоднородности (напр., отверстия в экране), размер  $k$ -рой  $b$  сравним с диаметром нервой Френелевой зоны  $\sqrt{\lambda l}$ :  $b \sim \sqrt{\lambda l}$  (дифракция в сходящихся лучах), где  $z$  —

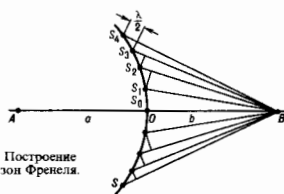


расстояние от точки наблюдения до экрана,  $\lambda$  — длина волны. Названа по имени О. Ж. Френеля (А. J. Fresnel). Подробнее см. Дифракция света.

**ФРЕНЕЛЯ ЗЕРКАЛА** (бизеркала Френеля) — оптическое устройство, предложенное в 1816 О. Ж. Френелем для наблюдения явления *интерференции света*. Ф. з. состоит из двух плоских зеркал I и II (рис.), образующих друг с другом угол, немного меньший  $180^\circ$ . Источник света  $S$ , отражённый в них, образует два близко расположенных мнимых изображения  $S_1$  и  $S_2$ . Пучки света от этих изображений (когерентные, т. к. образованы одним источником) пересекаются под малым углом и дают интерференц. картину на экране  $AB$ . Ф. з. используются в интерферометрии.

Лит.: Ландсберг Г. С., Оптика, 5 изд., М., 1976.

**ФРЕНЕЛЯ ЗОНЫ** — участки, на к-рые разбивают поверхность фронта сферической волны для упрощения вычислений при определении амплитуды волны в заданной точке пространства. Метод Ф. з. используется при рассмотрении задач о *дифракции волн* в соответствии с *Пойнса* — Френеля принципом. Рассматривают распространение монохроматич. световой волны из точки  $A$  (источник) в к.-л. точку наблюдения  $B$  (рис.). Согласно принципу Пойнса — Фре-



Построение зон Френеля.

неля, действие источника  $A$  заменяют действием воображаемых источников, расположенных на вспомогат. поверхности  $S$ , в качестве к-рой выбирают поверхность фронта сферич. волны, идущей из  $A$ . Эту поверхность разбивают на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краёв зоны до точки наблюдения  $B$  отличались на  $\lambda/2$ :  $S_1B - S_0B = S_2B - S_1B = S_3B - S_2B = \lambda/2$  ( $S_0$  — точка пересечения фронта волны с линией  $AB$ ,  $\lambda$  — длина волны). Построенные таким способом равновеликие участки поверхности наз. Ф. з.

Радиус  $m$ -й Ф. з. в случае дифракции на круглых отверстиях и экранах определяется следующим приближённым выражением (при  $m\lambda \ll b$ ):  $\rho_m = \sqrt{m\lambda ab} / (a+b)$ , где  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния от источника и от точки наблюдения до отверстия (экрана). В случае дифракции на прямолинейных структурах (прямолинейный край экрана, щель) размер  $m$ -й Ф. з. (расстояние внеш. края зоны от линии, соединяющей источник и точку наблюдения) приближённо равен  $\sqrt{m\lambda b}$ .

Волновой процесс в точке  $B$  можно рассматривать как результат интерференции волн, приходящих в точку наблюдения от каждой Ф. з. в отдельности, приняв во внимание, что амплитуда колебаний от каждой зоны медленно убывает с ростом номера зоны, а фазы колебаний, вызываемых в точке  $B$  смежными зонами, противоположны. Поэтому волны, приходящие в точку наблюдения от двух

смежных зон, ослабляют друг друга и амплитуда результирующего колебания в точке  $B$  меньше, чем амплитуда, создаваемая действием одной центр. зоны. Следовательно, действие всей волны в точке наблюдения  $B$  сводится к действию её малого участка, меньшего, чем центр. зона, т. е. использование Ф. з. даёт возможность наглядно объяснить прямолинейное распространение света с точки зрения его волновой природы.

Метод разбивания на Ф. з. позволяет просто составить качественное, а в ряде случаев достаточно точное и количественное представление о результатах дифракции волн при разл. сложных условиях их распространения. Экран, состоящий из системы концентрич. колец, соответствующих Ф. з. (см. *Зонная пластинка*), может дать, как и линза, усиление освещённости на оси или даже создать изображение. Метод Ф. з. применим не только в оптике, но и при изучении распространения радио- и звуковых волн.

Лит.: Ландсберг Г. С., Оптика, 5 изд., М., 1976.

Л. Н. Канорский.

**ФРЕНЕЛЯ ИНТЕГРАЛЫ** — спец. ф-ции, двулистные аналитич. ф-ции вида

$$C(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\cos t dt}{\sqrt{t}} = \sqrt{\frac{z}{2}} \int_0^{\sqrt{2/z}} \cos t^2 dt,$$

$$S(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\sin t dt}{\sqrt{t}} = \sqrt{\frac{z}{2}} \int_0^{\sqrt{2/z}} \sin t^2 dt.$$

Введены О. Ж. Френелем в нач. 19 в. Встречаются в разл. областях физики; напр., в теории дифракции, теории поперечных колебаний стержня и т. д. Ф. и. можно представить в виде степенных рядов:

$$C(z) = \sqrt{\frac{z}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(4n+1)(2n)!},$$

$$S(z) = \sqrt{\frac{z}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(4n+3)(2n+1)!},$$

$$|z| < \infty.$$

Асимптотич. представление при  $|z| \gg 1$ ,  $|\arg z| \leq \pi - \epsilon$  ( $0$ )

$$C(z) \approx \frac{1}{2} + \frac{\sin z}{\sqrt{2\pi z}}, \quad S(z) \approx \frac{1}{2} - \frac{\cos z}{\sqrt{2\pi z}}.$$

Часто Ф. и. называют также ф-ции

$$C(z) = \int_0^z \cos \frac{\pi t^2}{2} dt,$$

$$S(z) = \int_0^z \sin \frac{\pi t^2}{2} dt.$$

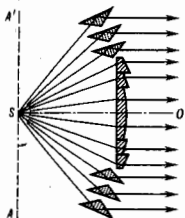
Ф. и. тесно связаны с интегралом вероятностей (см. *Интерлирные функции*).

Лит.: см. пр. ст. *Специальные функции*.

**ФРЕНЕЛЯ ЛИНЗА** — сложная составная линза, применяемая в маяковых и сигнальных фонарях. Предложена О. Ж. Френелем. Состоит не из цельного шлифованного куска стекла со сферич. или иными поверхностями, как обычные линзы, а из отд. прилегающих друг к другу концентрич. колец небольшой толщины, к-рые в сечении имеют форму прisms спец. профиля (рис.). Эта конструкция обеспечивает малую толщину (а следовательно, и вес) Ф. л. даже при большом угле охвата. Сечения колец Ф. л. таковы, что *сферическая абберация* Ф. л. невелика, и лучи от точечного источника  $S$ , помещенного в фокусе линзы, после преломления в кольцах выходят практически параллельным пучком (в кольцевых Ф. л.).

Ф. л. бывают кольцевыми и поясными. Первые представляют собой систему, получаемую вращением изображённого на рис. профиля вокруг оптич. оси  $SO$ , они направляют световой поток в к.-л. одном направлении.

Поясные Ф. л. получают вращением этого же профиля вокруг оси  $ASA'$ , перпендикулярной  $SO$ ; они посылают свет от источника на всем направлениям горизонтально. Диаметр Ф. л. от 10—20 см до иск. м.



Сечение кольцевой линзы Френеля. В центре линзы — кольца, наружные поверхности которых являются частями горизонтальных поверхностей; на краях линзы — кольца, где кроме преломления происходит полное внутреннее отражение.

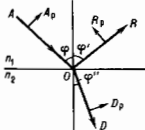
**ФРЕНЕЛЯ УРАВНЕНИЕ** — осн. ур-ние кристаллооптики, определяющее нормальную скорость  $v$  распространения световой волны в кристалле. Названо по имени О. Ж. Френеля и имеет следующий вид:

$$\frac{N_x^2}{v^2 - v_x^2} + \frac{N_y^2}{v^2 - v_y^2} + \frac{N_z^2}{v^2 - v_z^2} = 0.$$

где  $N_x, N_y, N_z$  — проекции вектора нормали  $N$  к фронту волны на гл. направление кристалла;  $v_x = c/n_x, v_y = c/n_y, v_z = c/n_z$  — гл. фазовые скорости волн;  $n_x, n_y, n_z$  — гл. показатели преломления кристалла. Подробнее см. *Кристаллооптика*.

**ФРЕНЕЛЯ ФОРМУЛЫ** — определяют отношения амплитуды, фазы и состояния поляризации отраженной и преломленной световых волн, возникающих при прохождении света через границу раздела двух прозрачных диэлектриков, к соответствующим характеристикам падающей волны. Установлены О. Ж. Френелем в 1823 на основе представлений об упругих поперечных колебаниях эфира. Однако те же самые соотношения — Ф. ф. — следуют в результате строгого вывода из эл.-магн. теории света при решении ур-ний Максвелла.

Пусть плоская световая волна падает на границу раздела двух сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис.). Углы  $\varphi, \varphi'$  и  $\varphi''$  есть соответственно углы падения, отражения и преломления, причём всегда



для отраженной волны  $R$  на составляющие  $R_p$  и  $R_s$ , а преломленной волны  $D$  — на  $D_p$  и  $D_s$  (на рис. показаны только  $p$ -составляющие). Ф. ф. для этих амплитуд имеют вид

$$R_s = \frac{-\sin(\varphi - \varphi'')}{\sin(\varphi + \varphi'')} A_s; \quad R_p = \frac{\lg(\varphi - \varphi'')}{\lg(\varphi + \varphi'')} A_p; \quad (1)$$

Из (1) следует, что при любом значении углов  $\varphi$  и  $\varphi''$  знаки  $A_s$  и  $D_s$  совпадают. Это означает, что совпадают и фазы, т. е. во всех случаях преломленная волна сохраняет фазу падающей. Для компонент отраженной волны ( $R_p$  и  $R_s$ ) фазовые соотношения зависят от  $\varphi, n_1$  и  $n_2$ ; если  $\varphi = 0$ , то при  $n_2 > n_1$  фаза отраженной волны сдвигается на  $\pi$ .

В экспериментах обычно измеряют не амплитуду световой волны, а ее интенсивность, т. е. несомкнутый ею поток энергии, пропорциональный квадрату амплитуды (см.

*Пойнтинга вектор*). Отношения средних за период потоков энергии в отраженной и преломленной волнах к среднему потоку энергии в падающей волне наз. коэф. отражения  $r$  и коэф. прохождения  $d$ . Из (1) получим Ф. ф., определяющие коэф. отражения и преломления для  $s$ - и  $p$ -составляющих падающей волны, учтя, что

$$r_s = (R_s/A_s)^2; \quad r_p = (R_p/A_p)^2; \quad (2)$$

$$d_s = \left(\frac{D_s}{A_s}\right)^2 \frac{\sin \varphi \cos \varphi''}{\sin \varphi' \cos \varphi}; \quad d_p = \left(\frac{D_p}{A_p}\right)^2 \frac{\sin \varphi \cos \varphi''}{\sin \varphi' \cos \varphi}.$$

В отсутствие поглощения света между коэффициентами в соответствии с законами сохранения энергии существуют отношения  $r_s + d_s = 1$  и  $r_p + d_p = 1$ . Если на границу раздела падает *естественный свет*, т. е. все направления колебаний электрич. вектора равновероятны, то энергия волны поворотно делится между  $p$ - и  $s$ -колебаниями, полный коэф. отражения в этом случае  $r = (1/2)(r_s + r_p)$ . Если  $\varphi + \varphi'' = 90^\circ$ , то  $\lg(\varphi + \varphi'') \rightarrow \infty$  и  $r_p = 0$ , т. е. в этих условиях свет, поляризованный так, что его электрич. вектор лежит в плоскости падения, совсем не отражается от поверхности раздела. При падении естеств. света под таким углом отраженный свет будет полностью поляризован. Угол падения, при к-ром это происходит, наз. углом полной поляризации или углом Брюстера (см. *Бростера закон*), для него справедливо соотношение  $\lg \varphi_B = n_2/n_1$ .

При нормальном падении света на границу раздела двух сред ( $\varphi = 0$ ) Ф. ф. для амплитуд отраженной и преломленной волн могут быть приведены к виду

$$R_s = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} A_s; \quad R_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} A_p; \quad (3)$$

$$D_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} A_s; \quad D_p = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} A_p.$$

Здесь исчезает различие между составляющими  $s$  и  $p$ , т. к. понятие плоскости падения теряет смысл. В этом случае, в частности, получаем

$$r = r_s = r_p = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2; \quad (4)$$

$$d = d_s = d_p = \frac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2}.$$

Из (4) следует, что *отражение света* на границе раздела тем больше, чем больше абс. величина разности  $n_2 - n_1$ ; коэф.  $r$  и  $d$  не зависят от  $\varphi$ , с какой стороны границы раздела приходит падающая световая волна.

Условие применимости Ф. ф. — независимости показателя преломления среды от амплитуды вектора электрич. напряженности световой волны. Это условие, тривиальное в классич. (линейной) оптике, не выполняется для световых потоков большой мощности, напр. излучаемых лазерами. В таких случаях Ф. ф. не дают удовлетворит. описания наблюдаемых явлений и необходимо использовать методы и понятия *нелинейной оптики*.

Лит.: Бори М., Вольф Э., Основы оптики, пер. с англ., 2 изд., М., 1973; Калитевский Н. И., Волновая оптика, 2 изд., М., 1978.

Л. Н. Кирпич.

**ФРЕНЕЛЯ ЭЛЛИПСОИД** — эллипсоид, соответствующий поверхности световой волны, распространяющейся от точечного источника в кристалле. Длины осей Ф. э. пропорц. значениям гл. лучевых скоростей света в кристалле. Ф. э. описывается ур-нием

$$\epsilon_x x^2 + \epsilon_y y^2 + \epsilon_z z^2 = 1,$$

где  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  — значения *диэлектрической проницаемости* по гл. осям кристалла. Ф. э. позволяет определить лучевые скорости света по любым направлениям в кристалле. В общем случае поверхность волны двухлучевостная, что соответствует распространению в каждом направлении с разными скоростями двух волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Из всех центр. сечений

**ФРУАССАРА ТЕОРЕМА** — одна из асимптотических теорем в физике высоких энергий, ограничивающая скорость роста поперечных сечений сильного взаимодействия при высоких энергиях (подробней см. *Фруассара ограничение*).

**ФРУДА ЧИСЛО** — один из подобия критериев движения жидкости или газа, применяемых в случаях, когда существенно воздействует сила тяжести. Введено У. Фрудом (W. Froude) в 1870. Ф. ч. характеризует соотношение между инерц. силой и силой тяжести, действующими на элементарный объем жидкости или газа, Ф. ч.  $Fr = v^2/gl$ , где  $v$  — скорость течения или скорость движущегося тела,  $g$  — ускорение свободного падения,  $l$  — характерный размер потока или тела. Условие подобия — равенство Ф. ч. для модели и для натуральных объектов — применяют при моделировании движения кораблей, течений воды в открытых руслах, испытанных моделей гидротехн. сооружений и др.

**ФРУСТРАЦИИ** (от лат. frustratio — неудовлетворенность) — вырождение основного состояния в конденсированных системах взаимодействующих объектов, обладающих наряду с трансляционными степенями свободы к-л. дополнит. ориентационной степенью свободы, иногда называемой «спиновой» или квазиспиновой (о понятии квазиспины см. в ст. *Спиновый гамма-квант*). Это вырождение связано с отсутствием в таких системах к-л. единственной возможной конфигурации «спинов», удовлетворяющей условию минимальности энергии основного состояния. Ф. возникают в таких системах (как правило, являющихся *стёклами*) при наличии конкурирующих взаимодействий различных знаков и радиусов действия и имеющих, как правило, случайный (статистич.) характер. Ф. — необходимое условие «стеклоподобного» поведения и фазового перехода в таких системах, однако не являются достаточным условием; в частности, существуют строго периодические системы, обладающие Ф. (напр., некристаллич. типы антиферромагн. *Изица модели*). Примеры систем, обладающих Ф. — разл. системы магн. моментов в спиновых стёклах, элктр. диполь в смесях сегнето- и антисегнетоэлектриков, элктр. квадруполь в некрист. молекулярных кристаллах и т. н. Понятие Ф. используется также в квантовой теории поля.

*Лит. см. при статье Спиновое стекло. Смита Ю. Г. Рудой.*  
**ФТОР** (лат. Fluorum), F, — хим. элемент VII группы период. системы элементов, ат. номер 9, ат. масса 18,9984, относится к *галогенам*. В природе представлен стабильным  $^{19}F$ . Конфигурация электронных оболочек  $1s^2 2s^2 2p^5$ . Энергия последоват. ионизаций 17,422; 34,987; 62,661; 87,2; 114,25 эВ. Сродство к электрону 3,448 эВ. Радиус атома F 64—71 пм (по разным данным), иона F $^-$  133 пм. Значение электроотрицательности 4,0 (наивысшее среди всех элементов).

Газ бледно-желтого цвета, с резким запахом, сильно ядовит. Во всех агрегатных состояниях состоит из молекул F $_2$ , межъядерное расстояние 141,31 пм (в газе), энергия связи атомов 159,6 кДж/моль,  $t_{пл} = -219,695^\circ C$ ,  $t_{кип} = -188,200^\circ C$ . При  $-227,60^\circ C$  в Ф. претерпевает фазовый переход и существующая при более высоких темп-рах кубич. модификация превращается в моноклинную. Плотность газообразного Ф. при нормальных условиях 1,695 г/дм $^3$ . Уд. теплотворность  $c_p = 37,34$  Дж/(моль·К). Уд. теплота плавления 0,5104 кДж/моль, уд. теплота испарения 6,544 кДж/моль. Теплопроводность 24,8 мВт/(м·К) (0 $^\circ C$ ).

Ф. — сильнейший окислитель (степень окисления — I), обладает высокой реакционной способностью. Соединения Ф. — фториды — известны для всех хим. элементов, кроме легких инертных газов (He, Ne и Ar). С помощью Ф. получен легкотопливый UF $_6$ , к-рый используется в диффузионных методах разделения изотопов урана. Водный раствор HF (плавиковая к-та) широко применяется для травления стекла и др. целей. Использование Ф. позволяет получать разл. фторопласты, в т. ч. термически и коррозионно стойкий тефлон. Соединения, содержащие Ф. (т. н. фреоны), до сих пор применяют в качестве хладагентов в холодильных установках и для др. целей, несмотря на то, что содержание фреона в окружающей среде — один из

показателей её загрязнения. Долгоживущих искусств. радионуклидов Ф. нет; для исследований используют короткоживущий  $^{20}F$  ( $\beta^-$ -распад,  $T_{1/2} = 11,176$  с.).

С. С. Бердников.

**ФУГИТИВНОСТЬ** (фугативность) (англ. fugacity, от лат. fugio — убегаю) в термодинамике — функция  $f_i(p, T)$  давления  $p$  и абс. темп-ры  $T$ , определяющая отклонение химической потенции  $\mu_i(p, T)$  вещества (на моль) в чистом виде и в смеси от его значения  $\mu_i^0(p, T)$  в приближении идеального газа. Термин («Ф.») введен амер. физикохимиком Г. Н. Льюисом (G. N. Lewis) в 1901, однако односторонне определена ф-ция  $f_i(p, T)$  не установилась. Так, Ф. называют [1] ф-цию

$$f_i^{(1)} = \exp\{[\mu_i(p, T) - \mu_i^0(p, T)_{p=1}]/RT\},$$

а также [2] ф-цию

$$f_i^{(2)} = \exp\{[\mu_i(p, T) - \mu_i^0(p, T)]/RT\};$$

при этом для идеального газа  $f_i^{(1)} = p$ , а  $f_i^{(2)} = 1$ . Понятие Ф. используется при исследовании термодинамич. свойств неидеальных газов (особенно смесей) и систем газ—жидк. при фазовом равновесии. Однако введение Ф. не открывает принципиально новых возможностей по сравнению с методами, использующимися лишь хим. потенциалами.

В статистич. физике Ф. определяется через хим. потенциал на одну частицу  $\mu'$  и применяется при анализе статист. сумм большого ханонич. ансамбля и построения виртуальных разложений для неидеального газа. При этом встречаются разл. определения Ф. Так, в [3] Ф.  $f = kTz$ , где  $z = (2\pi mkT/h^2)^{3/2} \exp(\mu'/kT)$  — активность; в этом случае для идеального газа, для к-рого

$$\mu'_0 = kT \ln [n(2\pi mkT/h^2)^{-3/2}],$$

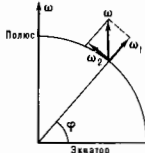
где  $n$  — плотность числа молекул,  $f = p$ . В [4] и [5] Ф. названа активностью  $z$ , к-рая в пределе идеального газа переходит в  $p$ . Иногда Ф. называют величиной  $\exp(\mu'/kT)$ .

*Лит.:* 1) Кричевский И. Р., Понятия и основы термодинамика, 2 изд., М., 1970; 2) Кубо Р., Термодинамика, пер. с англ., М., 1970; 3) Кавачи К. и И. А., Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем, М., 1991; 4) Münster A., Statistical thermodynamics, v. 1, N. York, — [а. о.], 1969; 5) Кубо Р., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1967.

А. Г. Башкиров.

**ФУКЪ МАЯТНИК** — маятник, используемый для демонстраций, подтверждающих факт суточного вращения Земли. Ф. м. представляет собой массивный груз, подвешенный на проволоке или нити, верх. конец к-рой укреплен (напр., с помощью карданового шарнира) так, что позволяет маятнику качаться в любой вертикальной плоскости. Если Ф. м. отклонить от вертикали и отпустить без нач. скорости, то действующие на груз маятника силы тяжести и натяжения нити будут лежать вне плоскости качаний маятника и не смогут вызвать её вращения по отношению к звёздам (к инерциальной системе отсчёта, связанной со звёздами). Наблюдатель же, находящийся на Земле и вращающийся вместе с ней (т. е. находящийся в неинерциальной системе отсчёта), будет видеть, что плоскость качаний Ф. м. медленно поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли. Этим и подтверждается факт суточного вращения Земли.

На Северном или Южном полюсе плоскость качаний Ф. м. совершает поворот на 360 $^\circ$  за звёздные сутки (на 15 $^\circ$  за звёздные час). В пункте земной поверхности географ. широта к-рого равна  $\phi$  (рис.), плоскость горизонта вращается вокруг вертикали с угл. скоростью  $\omega_v = \omega \sin \phi$  ( $\omega$  — модуль угл. скорости Земли, см. рис.) и плоскость качания маятника вращается с той же угл. скоростью. Поэтому видимая угл. скорость вращения плоскости качаний Ф. м. на широте  $\phi$ , выраженная в градусах за звёздный час, имеет значение  $\omega_v = 15 \sin \phi$ , т. е. будет тем меньше, чем меньше  $\phi$ , и на



**ФРИДМАНА — РОБЕРТСОНА — УОКЕРА МЕТРИКА** — нестационарная метрика четырехмерного однородного и изотропного пространства-времени с 6-параметрической группой симметрии:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)[1 + (k/4)(x^2 + y^2 + z^2)]^{-2}, \quad (*)$$

где  $R(t)$  — произвольная функция времени  $t$ , имеющая размерность длины;  $x, y, z$  — безразмерные пространства координаты;  $k = -1, 0, 1$ .

Фр.—Р.—У. м. как решение у-риной общей теории относительности была впервые найдена А. А. Фридманом в 1922 для случая  $k=1$  и в 1924 для случая  $k=-1$ . Эти результаты были независимо повторены Ж. Леметром (G. Lemaître) в 1927, после чего важный вклад в ее строгий матем. вывод был внесен в 1929, 1933 Г. Робертсоном (H. P. Robertson), в т. ч. случай  $k=0$ , и в 1936 А. Уокером (A. G. Walker) с помощью методов теории групп для многообразия с максимально симметричными (т. е. однородными и изотропными в любой точке) подпространствами.

Метрика подпространства с координатами  $x, y, z$  для каждого  $t$  однородна и изотропна в любой точке  $x, y, z$ . Для Фр.—Р.—У. м. каждая траектория  $(x, y, z) = \text{const}$  есть геодезическая линия, поэтому координаты  $t, x, y, z$  образуют сопутствующую систему отсчета, к-рая в данном случае одновременно является и синхронной (см. Синхронная система). Время  $t$  есть собственное время, показываемое покоящимися часами в каждой точке пространства.

Когда для определения функции  $R(t)$  и значения  $k$  используют у-рия Эйнштейна с неравным нулю тензором энергии-импульса материи, пространство-время с метрикой (5) наз. космологической моделью Фридмана (иногда, если учитывается космологич. постоянная, ее наз. также моделью Леметра). Для материи с гидродинамич. тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\epsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu},$$

где  $\epsilon$  — плотность энергии,  $p$  — давление,  $u_\alpha$  — 4-скорость, условие макс. симметрии подпространства в модели Фридмана выполняется, если  $r$  и  $p$  — функции только времени, а  $u_1 = u_2 = u_3 = 0$ . При  $k=-1$  (открытая модель Фридмана) и  $k=0$  (плоская модель) объём трехмерного пространства бесконечен, а при  $k=1$  (закрытая модель) он конечен и равен  $2\pi^2 R^3$ , хотя пространство не имеет границ. Функцию  $R(t)$  наз. масштабным фактором, поскольку дифференциалов собств. расстояния между любыми двумя точками модели пропорционален  $R$ :

$$dl = R(1 + kr^2/4)^{-1} dr,$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . При  $k=+1$  после перехода к сферич. координатам и замены  $\chi = 2 \arctg(r/2)$  Фр.—Р.—У. м. приводится к виду

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(d\chi^2 + \sin^2 \chi d\Omega^2),$$

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2, 0 \leq \chi \leq \pi,$$

а при  $k=-1$  после замены  $\chi = 2 \operatorname{arctg}(r/2)$  к виду

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(d\chi^2 + \operatorname{sh}^2 \chi d\Omega^2),$$

$$0 \leq \chi < \infty.$$

Фр.—Р.—У. м. является основной для совр. космологи, т. к. наблюдаемая часть Вселенной приблизительно описывается этой метрикой (с точностью до малых неоднородных возмущений). Из у-риной для масштабного фактора следует, что в общем случае  $dR/dt \neq 0$ . Отсюда вытекает важнейшее предсказание о нестациональности однородной изотропной Вселенной, к-рое было подтверждено в 1929 открытием Э. Хабблом (Е. Р. Hubble) красного смещения галактик, пропорционального их расстоянию от нас.

Важными частными случаями Фр.—Р.—У. м. являются метрика Милна [ $k=-1, R(t)=t$ ], описывающая Минковского пространство-время в не-к-рых снеч. координатах (не возмущающих всего многообразия), а также метрика де Ситтера первого рода [ $k=+1, R(t)=cH_0^{-1} \operatorname{ch}(H_0 t)$ ], или

$k=0, R(t) \propto \exp(H_0 t)$ , или  $k=-1, R(t)=cH_0^{-1} \operatorname{sh}(H_0 t)$ , где  $H_0 = \text{const}$ ] и метрика де Ситтера второго рода [ $k=-1, R(t)=cH_0^{-1} \operatorname{cos}(H_0 t)$ ], описывающие пространство-время пост. кривизны (см. Де Ситтера пространство-время).

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Стрелнин и эволюция Вселенной, М., 1975; Вайнберг С., Гравитация и космология, пер. с англ., М., 1975; Меллер К., Теория относительности, пер. с англ., М., 1975. И. К. Розович, А. А. Старобинский.

**ФРАУССАРА ОГРАНИЧЕНИЕ** — ограничение на максимально возможный рост полных сечений  $\sigma$ , сильных взаимодействий адронов при высоких энергиях. Получено М. Фрауссаром [1] в 1961 на основе «Мандельштама представления». В 1966 А. Мартен [2] показал, что для справедливости Ф. о. достаточно, чтобы амплитуда упругого рассеяния была аналитич. функцией переданного импульса в более узкой области (называнной позднее эллипсом Мартена), и в рамках аксиоматич. подхода доказал существование такой области (см. Амплитуда рассеяния. Рассеяние микрочастиц, Аксиоматическая квантовая теория поля). Результаты Мартена выявили значение Ф. о. как строгого следствия аксиом квантовой теории поля, в связи с чем его часто называют ограничением Фрауссара — Мартена.

Ф. о. имеет вид

$$\sigma(s) \leq \pi m_\pi^{-2} \ln^2(s/s_0),$$

$s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $p_1$  и  $p_2$  — 4-импульсы сталкивающихся частиц.  $m_\pi$  — масса  $\pi$ -мезона,  $s_0$  — нек-рый неопредел. параметр. Привнес массы  $\pi$ -мезона в Ф. о. связано с тем, что  $\pi$ -мезон как легчайший адрон определяет размеры области аналитич. амплитуды упругого рассеяния  $F(s, t)$  по переданному импульсу  $t, t = (p_1 - p_3)^2$ ,  $p_3$  — 4-импульс частицы носл. столкновения. Ограничение выводится для  $\operatorname{Im} F(s, 0)$ , но по оптической теореме  $\operatorname{Im} F(s, 0) \sim \sigma(s)$ . Ф. о. показывает, что взаимодействие частиц в том случае, когда все частицы имеют ненулевую массу, обязано быть короткодействующим (при изучении рассеяния адронов эл.-магн. взаимодействием можно пренебречь). Точный смысл этого утверждения состоит в том, что радиус взаимодействия  $R$  [по определению  $\sigma(s) = \pi R^2(s)$ ], хотя и может неограниченно возрастать при  $s \rightarrow \infty$ , но только логарифмически. Радиус взаимодействия определяется числом нриарциальных сечений  $\sigma_i(s)$ , к-рые вносят суеств. вклад в полное сечение. Ф. о. — следствие экспоненциального падения  $\sigma_i(s)$ , начиная с нек-рого  $l \approx \sqrt{s} \ln s$ . Присутствие в С. о. неопредел. константы  $s_0$  приводит к тому, что формально это ограничение справедливо лишь для асимптотических (бесконечно высоких) энергий. Однако были получены и конечноэнергич. аналоги Ф. о. [первый в 1970 Ф. Дж. Индурайном (F. J. Indurain)]. При выводе этих аналогов помимо общих принципов квантовой теории поля используется информация о низкочастотн. поведении амплитуды рассеяния. Знак равенства в Ф. о. может достигаться только в случае, когда процесс рассеяния при высоких энергиях оказывается чисто упругим. В общем случае аксиоматическая верх. граница для полных сечений определяется неравенством

$$\sigma(s) \leq (\sigma_{el}(s) + \sigma_{in}(s)) (\pi/m_\pi^2) \ln^2(s/s_0);$$

$\sigma_{el}(s)$  — сечение упругого рассеяния. Вслед за Ф. о. были найдены аксиоматические ограничения на амплитуды упругих и неупругих процессов при высоких энергиях. Аналитичность амплитуды упругого рассеяния по энергии приводит к тому, что разность сечений двух процессов, связанных условием перекрестной симметрии, напр.  $\pi^+ p$  и  $\pi^- p$ , удовлетворяет более сильному ограничению, чем Ф. о.:

$$\sigma_{\pi^+ p} - \sigma_{\pi^- p} \leq C \ln(s/s_0),$$

где  $C$  — константа. Эксперим. данные свидетельствуют о том, что полные сечения адронов близки к своим верх. границам.

Лит.: 1) Froissart M., Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation, «Phys. Rev.», 1961, v. 123, p. 1053; 2) Martin A., Extension of the axiomatic analyticity domain of scattering amplitudes by unitarity, I, II, «Nuovo Cim.», 1966, v. 42A, p. 930, v. 44A, p. 1219. Ю. С. Вернов.

**ФРУАССАРА ТЕОРЕМА** — одна из *асимптотических теорем* в физике высоких энергий, ограничивающая скорость роста полных сечений сильного взаимодействия при высоких энергиях (подробней см. *Фруассара ограничение*).

**ФРЭДА ЧИСЛО** — один из *подобия критериев* движения жидкости или газа, применяемых в случаях, когда существенно воздействие силы тяжести. Введено У. Фрудом (W. Froude) в 1870. Ф. ч. характеризует соотношение между инерц. силой и силой тяжести, действующими на элементарный объём жидкости или газа, Ф. ч.  $Fr = v^2/gl$ , где  $v$  — скорость течения или скорость движущегося тела,  $g$  — ускорение свободного падения,  $l$  — характерный размер потока или тела. Условие подобия — равенство Ф. ч. для модели и для натуральных объектов — применяют при моделировании движения кораблей, течений воды в открытых руслах, испытаниях моделей гидротехн. сооружений и др.

**ФРУСТРАЦИИ** (от лат. *frustratio* — неудовлетворённость) — вырождение основного состояния в конденсированных системах взаимодействующих объектов, обладающих наряду с трансляционными степенями свободы к-л. доп. ориентационной степенью свободы, иногда называемой «спиновой» или квазиспиновой (о понятии квазиспина см. в ст. *Спиновый гамма-тоннель*). Это вырождение связано с отсутствием в таких системах к-л. единственно возможной конфигурации «спинов», удовлетворяющей условию минимальности энергии основного состояния. Ф. возникает в таких системах (как правило, являющихся *стёклами*) при наличии конкурирующих взаимодействий различных знаков и радиусов действия и имеющих, как правило, случайный (статистич.) характер. Ф. — необходимое условие «стекольного» поведения и фазового перехода в таких системах, однако не являются достаточным условием; в частности, существуют строго периодические системы, обладающие Ф. (напр., некоторые типы антиферромагн. *Изоляторов моделей*). Примеры систем, обладающих Ф., — разл. системы магн. моментов в спиново-стёклах, электрич. диполей в смесях сегнето- и антисегнетоэлектриков, электрич. квадруполь в не-кряж молекулярных кристаллах и т. п. Понятие Ф. используется также в квантовой теории поля.

*Лит.* см. при статьях *Спиновое стекло*, *Стёкла*. Ю. Г. Рудой. **ФЛУОР** (лат. *Fluorim*), F, — хим. элемент VII группы периодич. системы элементов, ат. номер 9, ат. масса 18,9984, относится к *галогенам*. В природе представлен стабильным  $^{19}F$ . Конфигурация электронных оболочек  $1s^2 2s^2 2p^4$ . Энергии последоват. ионизаций 17,422; 34,987; 62,661; 87,2; 114,25 эВ. Сродство к электрону 3,448 эВ. Радиус атома F 64—71 пм (по разным данным), иона F<sup>-</sup> 133 пм. Значение электроотрицательности 4,0 (наивысшее среди всех элементов).

Газ бледно-жёлтого цвета, с резким запахом, сильно ядовит. Во всех агрегатных состояниях состоит из молекул F<sub>2</sub>, межъядерное расстояние 141,31 пм (в газе), энергия связи атомов 159,6 кДж/моль,  $T_{\text{пл}} = -219,699$  °C,  $T_{\text{кип}} = -188,200$  °C. При -227,60 °C тв. Ф. претерпевает фазовый переход и существующая при более высоких темп-рах кубич. модификация превращается в моноклинную. Плотность газообразного F, при нормальных условиях 1,695 г/дм<sup>3</sup>. Уд. теплотворность  $c_p = 37,34$  Дж/(моль·K). Уд. теплота плавления 0,5104 кДж/моль, уд. теплота испарения 6,544 кДж/моль. Теплопроводность 24,8 мВт/(м·K) (0 °C).

Ф. — сильный окислитель (степень окисления —1), обладает высокой реакционной способностью. Соединения Ф. — фториды — известны для всех хим. элементов, кроме лёгких инертных газов (He, Ne и Ar). С помощью Ф. получен леготелурич UF<sub>6</sub>, к-рый используется в диффузионных методах разделения изотопов урана. Водный раствор HF (плавиковая к-та) широко применяется для травления стекла и др. целей. Использование Ф. позволяет получать разл. фторопласты, в т. ч. термически и коррозионно стойкий тефлон. Соединения, содержащие Ф. (т. н. фреоны), до сих пор применяют в качестве хладагентов в холодильных установках и для др. целей, несмотря на то, что содержание фреона в окружающей среде — один из

показателей её загрязнения. Долговечными искусств. радионуклидами Ф. нет; для исследований используют короткоживущий  $^{20}F$  (β<sup>-</sup>-распад,  $T_{1/2} = 11,176$  с).

С. С. Бердонос.

**ФУГИТИВНОСТЬ** (фугативность) (англ. *fugacity*, от лат. *fugio* — убегаю) в термодинамике — функция  $f_i(p, T)$  давления  $p$  и абе. темп-ры  $T$ , определяющая отклонение химической потенциала  $\mu_i(p, T)$  вещества (на моль) в чистом виде и в смеси от его значения  $\mu_i^0(p, T)$  в приближении идеального газа. Термин «Ф.» введён амер. физикохимиком Г. Н. Льюисом (G. N. Lewis) в 1901, однако однозначное определение Ф-ции  $f_i(p, T)$  не установилось. Так, Ф. называют [1] Ф-цию

$$f_i^{(1)} = \left\{ \left[ \mu_i(p, T) - \mu_i^0(p, T)_{p=1} \right] / RT \right\},$$

а также [2] Ф-цию

$$f_i^{(2)} = \exp \left\{ \left[ \mu_i(p, T) - \mu_i^0(p, T) \right] / RT \right\};$$

при этом для идеального газа  $f_i^{(1)} = p$ , а  $f_i^{(2)} = 1$ . Понятие Ф. используется при исследовании термодинамич. свойств неидеальных газов (особенно смесей) и систем газ — жидкость при фазовом равновесии. Однако введение Ф. не открывает принципиально новых возможностей по сравнению с методами, использующими лишь хим. потенциалы.

В статистич. физике Ф. определяется через хим. потенциал на одну частицу  $\mu'$  и применяется при анализе статистич. сумм большого канонич. ансамбля и построения вириальных разложений для неидеального газа. Ф. часто встречается разл. определения Ф. Так, в [3]  $F_i = kTz$ , где  $z = (2\pi mkT/h^2)^{3/2} \exp(\mu'/kT)$  — активность; в этом случае для идеального газа, для к-рого

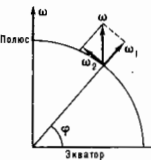
$$\mu'_0 = kT \ln \left[ n(2\pi mkT/h^2)^{-3/2} \right],$$

где  $n$  — плотность числа молекул,  $f = p$ . В [4] и [5] Ф. названа активностью  $z$ , к-рая в пределе идеального газа переходит в  $p$ . Иногда Ф. называют величину  $\exp(\mu'/kT)$ .

*Лит.*: 1) Кричевский И. Р. Понятия и основы термодинамики. 2 изд., М., 1970; 2) Кубо Р. Термодинамика, пер. с англ., М., 1970; 3) Квасников И. А. Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем, М., 1991; 4) Müller et al., *Statistical thermodynamics*, ч. 1, N. Y., — [а. о.], 1969; 5) Кубо Р. Статистическая механика, пер. с англ., М., 1967. А. Г. Башкин.

**ФУКО МЯТНИК** — маятник, используемый для демонстраций, подтверждающих факт суточного вращения Земли. Ф. м. представляет собой массивный груз, подвешенный на проволоке или нити, верх. конец к-рой укреплен (напр., с помощью караданого шарнира) так, что позволяет маятнику качаться в любой вертикальной плоскости. Если Ф. м. отклонить от вертикали и отпустить без нач. скорости, то действующие на груз маятника силы тяжести и натяжения нити будут лежать всё время в плоскости качаний маятника и не смогут вызвать её вращения по отношению к звёздам (к инерциальной системе отсчёта, связанной со звёздами). Наблюдатель же, находящийся на Земле и вращающийся вместе с ней (т. е. находящийся в неинерциальной системе отсчёта), будет видеть, что плоскость качаний Ф. м. медленно поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли. Этим и подтверждается факт суточного вращения Земли.

На Северном или Южном полюсе плоскость качаний Ф. м. совершит поворот на 360° за звёздные сутки (на 15° за звёздный час). В пункте земной поверхности, географич. широта к-рого равна Ф. (рис.), плоскость горизонта вращается вокруг вертикали с угл. скоростью  $\omega_1 = \omega \sin \Phi$  ( $\omega$  — модуль угл. скорости Земли, см. рис.) и плоскость качания маятника вращается с той же угл. скоростью. Поэтому видимая угл. скорость вращения плоскости качаний Ф. м. на широте Ф., выраженная в градусах за звёздный час, имеет значение  $\omega_1 = 15' \sin \Phi$ , т. е. будет тем меньше, чем меньше Ф., и на



экваторе обращается в нуль (плоскость не вращается). В Южном полушарии вращение плоскости качений будет наблюдаться в сторону, противоположную наблюдаемой в Северном полушарии. Уточнённый расчёт даёт значение

$$\omega_{\text{в}} = 15^\circ [1 - (3/8)(a/l)^2] \sin \phi,$$

где  $a$  — амплитуда колебаний груза маятника,  $l$  — длина нити. Добавочный член, уменьшающий угл. скорость, тем меньше, чем больше  $l$ . Поэтому для демонстрации опыта целесообразно применять Ф. м. с возможно большей длиной нити (в иск. десятков м). Первой такой маятник, сооружённый Ж. Б. Л. Фуко (J. V. L. Foucault) в Пантеоне в Париже в 1851, имел длину 67 м; длина Ф. м. в Исаакиевском соборе в С.-Петербурге 98 м.

Лит.: Бухгольд Н. Н., Основной курс теоретической механики, ч. 1, 9 изд., М., 1972, гл. 4 и 6; Верни А., Опыты Фуко, Л. — М., 1934. С. М. Тарг.

**ФУКО ТОКИ** — электрич. токи в сплошных проводящих телах, возникающие при изменении магн. поля во времени или при движении тел в неоднородном магн. поле. Названы по имени Ж. Б. Л. Фуко (J. V. L. Foucault), к-рый в 1855 обнаружил нагревание ферромаг. сердечников и др. металлич. тел в перем. магн. поле и объяснил этот эффект возбуждением вихревых токов. На основании законов электромагнитной индукции он оценил приблизительно структуру этих токов и предложил способ снижения потерь эл.-магн. энергии в магнитопроводах, заключающийся в изготовлении их в виде пакетов тонких пластин или проволоки, изолированных друг от друга.

Распределения Ф. т. обладают нек-рыми универсальными свойствами, одним из них является «вытеснение» Ф. т. (и сопряжённых с ними полей) из толщ проводника и их локализация в приповерхностном слое (скин-слое), характерная толщина к-рого  $\delta$  связана с циклич. частотой гармон. процесса  $\omega$  (для достаточно малых  $\omega$ ) соотноше-

$$\delta^2 = \frac{c^2}{2\pi\mu\sigma\omega} \quad (\text{в единицах CGSE}),$$

$$\delta^2 = 2a/(\mu_0\sigma\omega) \quad (\text{в СИ}),$$

где  $\mu$  и  $\sigma$  — магн. проницаемость и проводимость среды,  $\mu_0$  — магн. постоянная,  $a$  — безразмерный коэф. порядка единицы, зависящий от формы поверхности проводника (для плоской границы  $a=1$ ) (подробнее см. *Скин-эффект*). «Вытеснение» Ф. т. приводит к уменьшению эфф. сечения магнитно- и электропроводов, особенно в диапазоне высоких частот. Так, для медных проводников и частоты  $\sim 1$  Гц толщина скин-слоя  $\delta=1$  см, а в УКВ-диапазоне (300–30 МГц)  $\delta=3$ –10 мкм.

Примерами полезных приложений скин-эффекта и теплового воздействия Ф. т. являются поверхностная закалка стальных деталей токами высокой частоты, очистка полупроводниковых материалов методом зонной плавки, приготовление пищи в магнетронных печах и т. д.

Значит. число техн. устройств, машин и приборов основано на действии сил Ампера (см. *Ампера закон*) на Ф. т. Если вдоль поверхности металлич. тела в скин-слое возбуждена бегущая волна Ф. т., то на ней действует эида, увлекающая тело в направлении распространения волны. Величина силы зависит от скорости тела  $v$  — сначала сила нарастает с ростом  $v$ , достигает максимума, а затем уменьшается до нуля при стремлении  $v$  к фазовой скорости волны  $v_{\text{ф}}$ . На действии этой силы основано устройство асинхронных электродвигателей (ротором к-рых является

сплошной металлич. цилиндр, а обмотки статора создают «вращающемся» магн. поле), движители поездов на «магн. подушке», эл.-магн. пушки.

В перем. неоднородных синфазных магн. полях (напр., в поле витка с перем. током) на Ф. т. также действует усреднённое по периоду колебаний силы. На тела, размеры к-рых  $l$  меньше или порядка масштаба неоднородности магн. поля  $L$ , действует выталкивающая сила, что используется для эл.-магн. подвески тел. Когда  $l \gg L$  на Ф. т. действует сила в направлении соосиленной тел скорости  $v$  при условии  $v < \omega L$ . На этом эффект основано действие электродвигателей с однофазными силовыми обмотками статора (направление вращения задаётся спец. пусковыми обмотками).

При движении проводящих тел в неоднородном постоянном магн. поле на Ф. т. действует сила, аналогичная вязкому трению, т. е. направленная против скорости движения и пропорц. ей по величине (для достаточно малых скоростей). Это свойство Ф. т. используется в бытовых счётчиках электроэнергии, в измерит. приборах для демпфирования стрелок.

Обычно термин Ф. т. относят только к твердым телам проводникам. Индукц. токи в проводящих жидкостях, газах и плазме имеют как общие с Ф. т. свойства, так и существенно отличающиеся (см., напр., *Магнитная гидродинамика*).

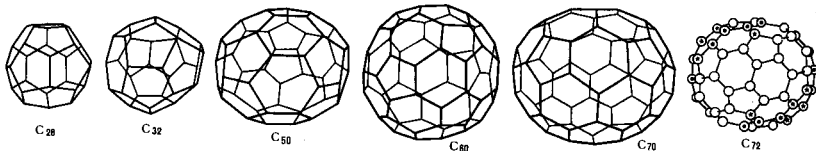
Г. В. Пермитин.

**ФУЛЛЕРЭНЫ** — аллотропные молекулярные формы углерода, в к-рых атомы расположены в вершинах правильных шести- и пятиугольников, покрывающих поверхность сферы или сфероида. Такие молекулы могут содержать 28, 32, 50, 60, 70, 76 и т. д. атомов С.

Ф. были открыты в 1985 и названы по имени амер. архитектора Бакинстера Фуллера (Buckminster Fuller), к-рый применял при конструировании куполов зданий структуры, подобные структуре Ф. (молекулу  $C_{60}$  часто наз. бакминстерфуллереном, в амер. литературе иногда вместо «Ф.» применяют термин *bucky-ball* — «бакибол»; Ф. в конденсир. состоянии изв. фуллеритами; легированные металлич. или др. присадками твёрдые Ф. наз. фуллеридами).

Первой была зарегистрирована как кластер с магическим числом атомов молекула  $C_{60}$ . Она обладает наиб. высокой среди Ф. симметрией и, следовательно, наиб. стабильностью и имеет структуру правильного усечённого икосаэдра (напоминajúщую по крышке футбольного мяча). Атомы С располагаются в ней на сферич. поверхности в вершинах 20 правильных шестиугольников и 12 правильных пятиугольников; каждый шестиугольник имеет общие 3 стороны с др. шестиугольниками и 3 стороны, общие с пятиугольниками, т. е. все пятиугольники граничат только с шестиугольниками (рис.). Каждый атом С в молекуле  $C_{60}$  расположен в вершинах углов двух шестиугольников и одного пятиугольника, все атомы в ней принципиально неотличимы друг от друга. Повышенной стабильностью обладают также молекулы  $C_{70}$ ,  $C_{76}$ ,  $C_{78}$ ,  $C_{84}$ ,  $C_{90}$ ,  $C_{94}$ , имеющие формы замкнутых сфероидов.

В 1990 была создана относительно простая эфф. технология получения Ф. в макроскопич. кол-вах. В процессе дугового разряда с графитовыми электродами происходит термич. распыление графита, к-рый затем конденсируется. Конденсат, содержащий, кроме сажи,  $\sim 10$ –20% Ф., помещают в органич. растворитель (безол, толуол, гексан и др.), где Ф., в отличие от сажи, довольно хорошо растворяются. Затем  $C_{60}$  и др. Ф. выделяют из раствора метода-



ми перегонки, жидкостной хроматографии или испарением. Производительность синтеза  $C_{60}$  при такой технологии составляет  $\sim 1$  г/ч; для  $C_{70}$  она на порядок ниже, однако получаемого кол-ва достаточно для исследований не только тонких плёнок, но и поликристаллов, состоящих из молекул данного сорта. Ф. с более высоким числом С получают в меньших кол-вах. Наряду с замкнутыми сферич. и сферональными структурами при термич. распылении графита образуются протяжённые структуры — тубулены, построенные также на основе шестигонных углеродных колец, характерных для графита. Они представляют собой спирально свёрнутые слои графита, длина таких трубок достигает неск. мк, а диаметр — неск. нм. Один из их торцов закручен и составлен шести- и пятиугольными кольцами С, др. торцы обычно приклепается к стенке эксперим. камеры. Ф. образуются также в пламенных разных углеродоводов и при пиролизе смол. Имеются сообщения о присутствии Ф. в нек-рых природных минералах (напр., в шунгите).

Молекулы Ф. сохраняют форму при нагреве до темп-ры ок. 2000 К. Темп-ра плавления  $C_{60}$  ок. 1800 К. В твёрдом состоянии  $C_{60}$  представляет собой кристалл с плотнотупакованной гексагональной или трансцетрированной кубич. структурой (в зависимости от условий получения кристалла). При темп-ре ниже 256 К происходит фазовый переход с образованием кубич. кристаллич. структуры. Плотность кристаллич.  $C_{60}$  при нормальных условиях  $1,69$  кг/дм<sup>3</sup>, расстояния между центрами соседних молекул при этом составляют  $1,00$  нм. Кристаллич.  $C_{60}$  — полупроводник с шириной запрещённой зоны  $1,5$ — $1,9$  эВ.

В 1991 были открыты сверхпроводящие свойства поликристаллич.  $C_{60}$ , легированного атомами щелочных металлов. В табл. приведены параметры сверхпроводящих соединений  $C_{60}$ , полученных при исследовании поликристаллич. образцов. Результаты исследований показали, что механизм сверхпроводимости в таких структурах основан на образовании куперовских пар в результате взаимодействия электронов с внутримолекулярными колебаниями в молекуле  $C_{60}$ .

Потенц. возможность использования Ф. и fullerенов-содержащих соединений основаны на их уникальных физ. хим. свойствах. Фторированные Ф. могут стать основой для идеального твёрдого смазочного материала, пригодного для работы при сверхнизких темп-рах. Перспективно применение fullerеновых покрытий в качестве катализаторов при напылении искусств. алмазных покрытий из углеродной плазмы газового разряда. Использование в этой технологии многослойных покрытий  $C_{70}$  привело к увеличению скорости роста алмазной плёнки на  $\sim 10$  порядков.

Критическая температура  $T_c$  перехода в сверхпроводящее состояние и параметр кристаллической решётки  $a_0$  для докристаллических образцов соединений  $C_{60}$  с атомами щелочных металлов

Образец	$T_c$ , К	$a_0$ , нм
RbCs <sub>2</sub> C <sub>60</sub>	33	$1,4555 \pm 0,0007$
Rb <sub>1</sub> CsC <sub>60</sub>	31	$1,4431 \pm 0,0006$
Rb <sub>2</sub> C <sub>60</sub>	29	$1,4384 \pm 0,0010$
KRb <sub>2</sub> C <sub>60</sub>	27	$1,4324 \pm 0,0010$
K <sub>2</sub> CsC <sub>60</sub>	24	$1,4292 \pm 0,0010$
K <sub>2</sub> RbC <sub>60</sub>	23	$1,4243 \pm 0,0010$
K <sub>3</sub> C <sub>60</sub>	19	$1,4240 \pm 0,0006$
Na <sub>2</sub> CsC <sub>60</sub>	12	$1,4134 \pm 0,0006$
Li <sub>2</sub> CsC <sub>60</sub>	12	$1,4120 \pm 0,0021$
Na <sub>2</sub> RbC <sub>60</sub>	2,5	$1,4028 \pm 0,0011$
Na <sub>2</sub> KC <sub>60</sub>	2,5	$1,4025 \pm 0,0010$
Na <sub>2</sub> CsC <sub>60</sub>	12	4
C <sub>60</sub>		$1,4161 \pm 0,0009$

Уникальные нелинейные оптич. свойства Ф. и их растворов открывают возможности их применения в качестве нелинейных оптич. элементов (двулучетей и утроителей частоты) в видимой области спектра, а также оптич. элементов затворов (пороговая интенсивность лазерного излучения,

соответствующая снижению прозрачности раствора  $C_{60}$  или  $C_{70}$  в бензоле или толуоле на 2—3 порядка, составляет  $\sim 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>). Оптич. затворы на основе Ф. могут найти применение в оптич. устройствах обработки и передачи информации для защиты их датчиков и др. чувствительных элементов от интенсивного лазерного излучения.

Твёрдые Ф. с полупроводниковыми свойствами обладают фотопроводимостью в видимом диапазоне и могут использоваться в датчиках оптич. излучения слабой интенсивности и в преобразователях оптич. сигналов. Обсуждается возможность создания сверхпроводящих устройств на основе Ф., особенно Ф. с высоким числом атомов, т. к. для них ожидается темп-ра перехода в сверхпроводящее состояние лежит в диапазоне 60—100 К. Перспективы возможного использования углеродных микротрубок связывают с созданием на их основе систем записи, хранения, переработки и передачи информации.

Структура молекул Ф. позволяет рассматривать их как трёхмерный аналог ароматич. соединений. В хим. процессах Ф. проявляют себя как слабые окислители. Они легко присоединяют водород, галогены, свободные радикалы, щелочные металлы и их оксиды. Особый интерес представляет полученное металлосодержащее соединение  $C_{60}(OsO_4)_2$  (где L — трет-бутилдириды), обладающее ферромагн. свойствами, а также создание аналогичных соединений с др. металлами платиновой группы. Присоединение к Ф. металлосодержащего органич. радикала уменьшает средство молекулы Ф. к электрону, что изменяет её электр. свойства и открывает возможность создания нового класса органических полупроводников с параметрами, изменяющимися в широком диапазоне.

Одно из перспективных направлений химии Ф. связано с возможностью внедрения внутрь поллой сферич. или сферональной молекулы одного или неск. атомов в соединении, т. е. о. нового класса хим. соединений. Такие структуры (эндоэдральны) позволяют локализовать атомы с повнш. хим. активностью в строго определённой точке биол. объекта или элемента микроэлектроники. В настоящее время (1995) синтезировано значит. кол-во эндоэдральных структур, в к-рых в молекулы Ф. ( $C_{60}$ ,  $C_{70}$ ,  $C_{76}$ ,  $C_{84}$  и др.) внедрено до 3 атомов нм. элементов (в т. ч. металлов).

Лит.: Елецкий А. В., Смирнов Б. М., Кластер  $C_{60}$  — новая форма углерода, «УФН», 1991, т. 161, в. 7, с. 173; ил же, Фуллерены, там же, 1993, т. 163, в. 2, с. 33; Kroto H. W., Allaf A. W., Balm S. P.,  $C_{60}$ : Buckminsterfullerene, «Chem. Revs.», 1991, v. 91, p. 1213. А. В. Елецкий.

**ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ДЛИНА** (элементарная длина) — гипотетич. универсальная постоянная размерности длины, определяющая пределы применимости фундам. физ. представлений — теории относительности, квантовой теории, принципа причинности. Через Ф. д. выражаются масштабы областей пространства-времени и энергит-импульса (линейных размеров  $x < l$ , интервалов времени  $t < l/c$ , энергии  $\mathcal{E} > hc/l$ ), в к-рых можно ожидать новых явлений, не укладывающихся в рамки существующей физ. картины. Если бы это ожидание оправдалось, то предстало бы ещё одно революционное преобразование физики, сопоставимое по своим последствиям с созданием теории относительности или квантовой теории. Соответственно Ф. д. вошла бы как существ. элемент в теорию элементарных частиц, играя роль третьей (после  $c$  и  $\hbar$ ) фундам. размерной константы физики, ограничивающей пределы применимости старых представлений.

С помощью известных характерных физ. параметров можно построить ряд величин размерности длины, к-рые в разное время обсуждались как претенденты на роль Ф. д. Это — комптоновская длина волны электрона  $\lambda_c \sim 10^{-11}$  см (эл.-магн. взаимодействие), пиона  $\lambda_\pi \sim 10^{-13}$  см и нуклона  $\lambda_N \sim 10^{-14}$  см (сильное взаимодействие), характерная длина слабого взаимодействия  $\sqrt{G_F/\hbar c} \sim 10^{-16}$  см ( $G_F$  — фермиевская константа слабого взаимодействия), гравитационная, или планковская длина  $\sqrt{G\hbar/c^3} \sim 10^{-33}$  см ( $G$  — гравитационная постоянная). Отождествление Ф. д. с одной из перечисленных величин сыграло бы огромную роль для

фики элементарных частиц, указав, с каким типом взаимодействия будет связано появление новых физ. представлений. Экспериментально установлено, что верх. граница Ф. д. составляет ок.  $10^{-19}$  см, имеются аргументы в пользу еще меньшего значения ( $l < 10^{-20}$  см). Поэтому величины, связанные с эл.-магн., сильным и, скорее всего, слабым взаимодействиями, уже не могут претендовать на роль Ф. д. Весьма вероятно, что Ф. д. окажется гравитац. длиной.

Эксперим. метод определения Ф. д. основан на сравнении с опытом результатов расчёта разл. физ. эффектов, выполненного в соответствии с существующей теорией. Такое сравнение (во всех случаях, когда оно могло быть проведено) до сих пор не показало к.-л. расхождения. Поэтому эксперимент даёт пока лишь верх. границу Ф. д. Для этой цели используются прежде всего опыты при высоких энергиях, выполняемые на ускорителях и характеризующиеся относительно невысокой точностью. К ним относятся опыты по проверке нек-рых предсказаний *квантовой электродинамики* (рождение и аннигиляция пар, рассеяние электронов на электронах и т. д.), а также *дисперсионных соотношений* для рассеяния пионов на нуклонах. К др. типу принадлежат прецизионные статич. эксперименты: измерения аномального магн. момента электрона и мюона, лэмбовского сдвига уровней энергии и т. д. Обсуждались предложения по использованию информации, идущей от космич. объектов, — космич. лучей сверхвысоких энергий ( $\sim 10^{19}$  эВ), пульсаров, квазаров, чёрных дыр.

Существует ряд моделей теории, содержащей Ф. д. (варианты нелокальной квантовой теории поля, теорий квантового пространства-времени и др.). Нек-рые из них применяются при планировании и обработке результатов экспериментов по определению Ф. д.

Острота проблемы Ф. д. существенно ослабла в связи с успехами *квантовой теории поля* (теория *электрослабого взаимодействия*, *квантовой хромодинамики*, *великого объединения*), основывающейся на обычных фундам. представлениях физики. Вместе с тем, согласно совр. представлениям, на расстояниях порядка гравитац. длины происходит радикальное (хотя и не революционное) изменение физ. картины мира: начинают проявляться дополнит. измерения пространства-времени, квантовые флуктуации метрики и др. В таком ограниченном смысле эту длину уже сегодня отождествляют с Ф. д.

Лит.: Тамм И. Е., Собр. науч. трудов, т. 2, М., 1975; Марков М. А., Ипероны и К-мезоны, М., 1958; его же, О природе материи, М., 1976; Сахаров А. Д. Существует ли элементарная длина?, «Физика в школе», 1968, № 2, с. 6; Блохинцев Д. И., Пространство и время в микромире, 2 изд., М., 1982; Киржич Д. А., Проблема фундаментальной длины, «Природа», 1973, № 1, с. 38; его же, Элементарная длина, там же, 1991, № 10, с. 8.

Д. А. Киржич.

**ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ** — постоянные, входящие в ур-ния, описывающие фундам. законы природы и свойства материи. Ф. ф. к. определяют точность, полноту и единство наших представлений об окружающем мире, возникшая в теоретич. моделях наблюдаемых явлений в виде универсальных коэф. в соответствующих матем. выражениях. Благодаря Ф. ф. к. возможны инвариантные соотношения между измеряемыми величинами. Т. о., Ф. ф. к. могут также характеризовать непосредственно измеряемые свойства материи и фундам. сил природы и совместно с теорией должны объяснить введение любой физ. системы хах на микрокопчик., так и на макрокопчик. уровне. Набор Ф. ф. к. не является фиксированным и тесно связан с выбором системы единиц физ. величин, он может расширяться вследствие открытия новых явлений и создания теорий, их объясняющих, и сгратиться при построении более общих фундаментальных теорий.

Наиб. часто применяемые Ф. ф. к. являются: *гравитационная постоянная G*, входящая в закон всемирного тяготения и ур-ния общей теории относительности (релятивистской теории гравитации, см. *Тяготение*); *скорость света c*, входящая в ур-ния электродинамики и соотношения

спец. *относительности теории*, определяющей единство пространства и времени, а также область релятивистских явлений; *Планка постоянная h* (или  $h = h/2\pi$ ), входящая в квантовую теорию излучения, ур-ния квантовой механики и определяющая связь между величинами микро- и макромира; заряд электрона  $e$  — элементарный электрич. заряд, входящий в микрокопчик. ур-ния электродинамики, в частности в *Кулона закон*; массы электрона  $m_e$  и протона  $m_p$ ; *Больцмана постоянная k*, определяющая связь между темп-рой и характерной энергией термодинамич. системы.

Развитие физики атома, атомного ядра и элементарных частиц потребовало введения ряда новых Ф. ф. к.: *Рибберга постоянной* для бесконечной массы атомного ядра  $R_\infty$ , определяющей атомные спектры; *тонкой структуры постоянной*  $\alpha$ , характеризующей эффекты квантовой электродинамики и *тонкую структуру* атомных спектров; *магнитных моментов* электрона и протона  $\mu_e$  и  $\mu_p$ ; константы Ферми  $G_F$  и угла Вайнберга  $\theta_w$ , характеризующих эффекты *слабого взаимодействия*; массы промежуточных  $Z^0$ - и W-бозонов  $m_Z$  и  $m_W$ , являющихся переносчиками слабого взаимодействия, и т. д. Развитие физики *сильных взаимодействий* на основе кварковой модели составных адронов и *квантовой хромодинамики*, несомненно, приведёт к новым Ф. ф. к. С др. стороны, имеется тенденция к построению единой теории всех фундам. взаимодействий (эл.-магн., слабого, сильного и гравитационного, см. *Великое объединение*), что позволило бы уменьшить число независимых Ф. ф. к. Так, уже создана единая теория *электрослабых взаимодействий* (т. н. стандартная модель Вайнберга — Салама — Глэшоу), в результате чего константа Ферми  $G_F$  перестаёт быть независимой и выражается через константы  $h$ ,  $\alpha$ ,  $\theta_w$  и  $m_W$ :

$$G_F = \frac{\pi \alpha^3}{\sqrt{2} m_W^2 \sin^2 \theta_w} = 1,16639(2) \cdot 10^{-5} (hc)^3 \text{ ГэВ}^{-2}.$$

Наиб. точные значения Ф. ф. к. обычно получают путём сравнения результатов прецизионных измерений с предсказаниями соответствующих теоретич. моделей. Все перечисленные выше Ф. ф. к. (кроме  $\alpha$ ) являются размерными величинами, поэтому их численные значения зависят от размера соответствующих осн. физ. величин и выбора системы единиц, а также от степени точности измерений и расчётов. В итоге возникает довольно сложная процедура согласования значений Ф. ф. к. на основе *наименьших квадратов метода* с учётом соотношений, связывающих Ф. ф. к. Последние такое согласование было проведено Р. Коэнном (E. R. Cohen) и Б. Тэйлором (B. N. Taylor) в 1986 (табл.). Уточнение значений Ф. ф. к. имеет важное значение для метрологии, а также может привести к обнаружению (или устранению уже известных) противоречий в физ. описании природы.

Использование Ф. ф. к. позволяет приблизиться к установлению «истинной» системы осн. физ. единиц на инвариантной основе, фиксированной в природе. Согласно М. Планку (M. Planck), т. н. естественные единицы измерения и определяются так, чтобы нек-ры из Ф. ф. к. обратились в единицу (или фиксированное число). Первую попытку построить такую систему в 1874 предпринял Дж. Стоун (G. J. Stoney), предложивший в качестве таких констант  $c$  и  $h$ . В 1899 Планком было предложено естеств. система единиц, получившая его имя. В системе единиц Планка к единице иррирационаются  $c$ ,  $G$  и  $h$ . При этом планковская единица массы  $m_P$  получается равной  $h^2/(hcG)^{1/2} \approx 2,2 \cdot 10^{-5}$  г, планковская единица длины  $l_P = h/(m_P c) = (hG/c^3) \approx 1,5 \cdot 10^{-35}$  м, планковская единица времени  $t_P = l_P/c = (hG/c^5)^{1/2} \approx 5,4 \cdot 10^{-44}$  с. Эти единицы используются в квантовой теории гравитации, космологии и моделях единой теории фундам. взаимодействий.

В атомной физике и нерелятивистской квантовой механике применяется система атомных единиц Хартри (D. R. Hartree, 1928). В этой системе к единице приравнены  $m_e$ ,  $e$  и  $hc$ , а единицей длины служит борковский радиус  $a_0 = h/m_e \alpha \approx 5,3 \cdot 10^{-9}$  см, единицей скорости — скорость электрона на первой борковской орбите  $v_0 = \alpha c$ , единицей



Таблица. Фундаментальные физические константы

Константа	Обозначение	Численное значение	Поправка	Константа	Обозначение	Численное значение	Поправка
Скорость света в вакууме	$c$	299792458 $\text{мс}^{-1}$	точно	$\delta$ -фактор электрона	$g_e$	2,002319304386 (20)	$1 \cdot 10^{-6}$
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} = 1,2566370614 \times 10^{-6} \text{ Вб} \cdot \text{м}^{-1}$	точно	Постоянная тонкой структуры; обратная величина Ридберга постоянная	$\alpha$	7,29735308 (33) $\cdot 10^{-3}$	0,045
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1}$	8,854187817 $\cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$	точно	Радиус Бора	$1/\alpha$	137,0359895 (61)	0,045
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67259(85) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$	128	Отношение Джозефсона	$R_K = h/e^2$	10973731,534 (13) $\text{к}\Omega^{-1}$	0,0012
Постоянная Планка	$h$	$6,6260755(40) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	0,00	Отношение Квант магнитного потока	$R_{K/2e}$	2,7987411 (13) $\cdot 10^{-18} \text{ Дж}$	0,60
	$\hbar = h/2\pi$	$4,1356692(12) \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$	0,30	Масса протона	$a_0$	13,6056981 (40) $\text{эВ}$	0,30
		$1,05457266(63) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	0,60	Масса нейтрона	$\Phi_0 = h/2e$	0,529177249 (24) $\cdot 10^{-10} \text{ м}$	0,045
		$6,5821220(20) \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}$	0,30	Масса электрона	$m_p$	2,06783461 (61) $\cdot 10^{-15} \text{ Вб}$	0,30
Планковская единица массы	$m_p = (hc/G)^{1/2}$	$2,17671(14) \cdot 10^{-8} \text{ кг}$	64	Масса нейтрона	$m_n$	1,6726231 (10) $\cdot 10^{-27} \text{ кг}$	0,59
Планковская единица длины	$l_p = h/m_p c$	$1,61605(10) \cdot 10^{-35} \text{ м}$	64	Постоянная Авогадро	$N_A, L$	6,0221367 (36) $\cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	0,59
Планковская единица времени	$t_p = \hbar/c$	$5,39056(34) \cdot 10^{-44} \text{ с}$	64	Постоянная Фарадея	$F$	96485,309 (29) $\text{Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$	0,30
Элементарный электрический заряд	$e$	$1,60217733(49) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	0,30	Молярная газовая постоянная	$R$	8,314510 (70) $\text{Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$	8,4
Масса электрона	$m_e$	$9,1093897(54) \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	0,29	Постоянная Больцмана	$k$	1,380658 (12) $\cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$	8,5
Отношение заряда электрона к массе	$-e/m_e$	$-1,75881962(53) \cdot 10^{11} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$	0,30	Молярный объем (идеального газа при нормальных условиях)	$k/e$	8,617385 (73) $\cdot 10^{-9} \text{ эВ} \cdot \text{К}^{-1}$	8,4
Классический радиус электрона	$r_e$	$2,81794092(38) \cdot 10^{-15} \text{ м}$	0,13	Число Лошмидта	$V_m$	22,41410 (19) $\cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$	8,5
Магнитный момент электрона	$\mu_B$	$928,47701(31) \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$	0,34	Постоянная Стефана — Больцмана	$n_0 = N_A/V_m$	2,686763 (23) $\cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$	8,5
Магнетон Бора	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	$9,2740154(31) \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$	0,33	Постоянная Вина	$\sigma$	5,67051 (19) $\cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$	
Ядерный магнетон	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5,0507866(17) \cdot 10^{-27} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$	0,34		$b$	2,897756 (24) $\cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$	8,4

энергии — удвоенный ионизат. потенциал атома водорода  $\phi_K = 2R_\infty hc = m_e c^2 \alpha^2 = 27,2 \text{ эВ}$  (энергия Хартри).

В релятивистской квантовой теории (в частности, в квантовой электродинамике) и физике элементарных частиц обычно используется система единиц, в к-рой  $c = \hbar = 1$ . В этой системе остается единств. независимая единица, в качестве к-рой удобно выбрать единицу энергии электронвольт или единицу длины; в этом случае электрич. заряд становится безразмерной величиной:  $e^2 = \alpha(\hbar c)$ . При использовании перечисленных естеств. систем существенно упрощается запись ур-ний и соотношений в соответствующих физ. теориях за счёт уменьшения числа Ф. ф. к.

В метрологии за основную принята система СИ. Ф. ф. к. в ней применяются для установления соотношений между единицами физ. величин с целью их воспроизведения. При этом возникает единая система взаимосвязанных *эталонных* осн. единиц. Такая система эталонов базируется на осн. из квантовых явлений (*квантовая метрология*), её осн. элемент — эталон времени-частоты. Повышение точности измерения с привело к тому, что оказалось выгоднее фиксировать значение константы  $c$  и принять (1983) новое определение единицы длины метра как расстояния, проходимого в вакууме илюкой эл.магн. волной за  $(1/c)$  долю секунды. Т. о., эталон длины стал связан с эталоном времени-частоты, в результате чего точность воспроизведения единицы длины существенно повысилась.

Удальсь уточнить также единицу электрич. напряжения вольт. Используя соотношение, описывающее *Джозефсона эффект*:

$$n f = \frac{2e}{h} U(n),$$

где  $n = 1, 2, \dots$   $f$  — частота излучения, а  $U$  — напряжение, можно воспроизводить вольт через подбор соответствующей частоты и нужного числа  $n$  нерешочим Джозефсона, если фиксировать (1990) значение постоянной Джозефсона  $K_J = 2e/h = 483597,9 \text{ ГГц} \cdot \text{В}^{-1}$ . *Квантовый Холла эффект* характеризуется квантованием холловского сопротивления  $R_H = R_K/i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  где постоянная Фой Клитцинга  $R_K = h/e^2 = c_0 c/2\alpha$  имеет размерность электрич. сопротивления. Т. о., фиксирование (1990) значения  $R_K = 25812,807 \text{ Ом}$  даёт хорошо воспроизводимое представление единицы электрич. сопротивления.

Константа  $R_K$  однозначно связана с  $\alpha$  — осн. константой квантовой электродинамики, значение к-рой определяется с высокой точностью независимым образом. Постоянная  $\alpha$  связана также с константой  $K_J$ :

$$\frac{2e}{h} = 4 R_K \alpha^{-2} \gamma_p \frac{\mu_N}{\mu_B} c^{-1},$$

где  $\gamma_p$  и  $\mu_p$  — гиромагнитное отношение и магн. момент протона в воде,  $\mu_B$  — магнетон Бора. Т. о., согласование значений всех этих констант является важной задачей физики.

До сих пор не удалось дать «естеств.» определение единицы массы СИ — килограмма, основанное на одной из Ф. ф. к., напр. масс элементарной частицы, атома или атомного ядра и *Авогадро постоянной*  $N_A$ . Иметсяя соот-

вошение, связывающее  $N_A$  с *Фарадея постоянной*  $F$  и др. известными  $\Phi$ . ф. к.:

$$N_A = \frac{F}{e} = \frac{1}{2} \frac{2e}{h} \frac{hc}{c^2} = 6,0221445(80) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}, (1,33 \text{ ppm}),$$

что согласуется с табличным значением ( $1 \text{ ppm} = 10^{-6}$ ).  
В настоящее время (1994) значительно возросла точность измерения постоянной Ридберга

$$R_\infty = 10973731, 6834(24) \text{ м}^{-1}, (2,2 \cdot 10^{-11})$$

за счёт применения метода двухфотонной бездольной спектроскопии и замены интерферометрич. измерений измерениями оптич. частот атомов водорода. Приведённое выше значение  $R_\infty$  не было использовано при согласовании значений  $\Phi$ . ф. к.

Ниже приведён ряд новых результатов, не отражённых в табл. Получено (1989) на порядок более точное значение для отношения магн. моментов дейтрона и протона:  $\mu_d/\mu_p = 0,3070122081(4)$ . Соответствие изменяется все др. отношения, включающие  $\mu_e$ . Измерено (1989) гиромагн. отношение протона в воде:

$$\gamma'_p = 26751,5427(29) \cdot 10^4 \text{ с}^{-1} \text{ T}^{-1}, (0,11 \text{ ppm}).$$

Повышена (1987) точность измерения аномальных магн. моментов электрона и позитрона:

$$a_e^- = 1159652188,4(4,3) \cdot 10^{-12},$$

$$a_e^+ = 1159652187,9(4,3) \cdot 10^{-12}, (0,0037 \text{ ppm});$$

столь близкое значение этих величин, в частности, подтверждает тождественность свойств частицы и античастицы. Сравнение вычисленного (1996) аномального магн. момента электрона  $a_e^-$  с его экстрим. значением дало возможность уточнить значение постоянной тонкой структуры:  $\alpha^{-1} = 137,03599993(52), (0,0038 \text{ ppm})$ .

Измерение скорости звука в аргоне (1988) позволило установить новое значение молярной газовой постоянной:  $R = 8,314471(14) \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \text{ K}^{-1}, (1,7 \text{ ppm})$ .

Нек-рые космологич. модели эволюции Вселенной [П. Дирак (P. Dirac), 1938; Дж. Гамов, 1967] предусматривают возможность медленного изменения  $\Phi$ . ф. к. со временем, отнесённым к возрасту Вселенной. В настоящее время (1996) нет никаких эксперим. или наблюдательных (в т. ч. астр.) данных, свидетельствующих о таких изменениях (по крайней мере, линейных) для большей части истории Вселенной (трудно сказать ч.-л. определённое о значениях  $\Phi$ . ф. к. на ранней стадии эволюции Вселенной вплоть до этапа *нуклеосинтеза*).

Лит.: Квантовая метрология и фундаментальные константы. Сб. ст., пер. с англ., М., 1981; Cohen E. R., Taylor B. N., The 1986 adjustment of the fundamental physical constants, «Rev. Mod. Phys.», 1987, v. 59, p. 1121; Proc. of the 1988 Conference on precision electromagnetic measurements, «IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement», 1989, v. 38, № 2, p. 145; Дювет лавов В. В., Токхантев Ю. Н., Фаустов Р. Н., Уровни энергии водородо-подобных атомов и фундаментальные константы, «ЭЧАЯ», 1994, т. 25, с. 144. P. Н. Фаустов.

**ФУНКЦИОНАЛ** — обобщение понятия  $\Phi$ -ф. Ф. представляет собой величину, зависящую от вида  $\Psi$ -р-рой  $\Phi$ -ции, напр.  $F = \int f(x) dx$  зависит от вида  $f(x)$ .  $\Phi$ . можно рассматривать как оператор, отображающий пространство  $\Phi$ -ций в числовое множество.

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ** — обобщение понятия производной на случай функционалов. Если  $I(f)$  — непрерывный функционал от нек-рой  $\Phi$ -ции  $f(x)$ ;  $\delta f(x)$  — малая вариация  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ ;  $f_1(x) = f_0(x) + \delta f(x)$ , то предел

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0; \delta f \rightarrow 0} \frac{I(f_1) - I(f_0)}{\alpha},$$

где  $\alpha = \int \delta f dx$ , называется  $\Phi$ . п. функционала  $I$  в точке  $x_0$ .

**ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ИНТЕГРАЛА МЕТОД** — метод квантования физ. систем, альтернативный волновой меха-

нике Шрёдингера и операторному методу Лейбнера (см. *Квантовая механика*). В основе этого метода, предложенного в 40-х гг. Р. Фейнманом (Р. Фейнман), лежит предположение о том, что амплитуда вероятности перехода механич. системы из нач. состояния, характеризуемого координатами  $x_a$ , в состояние с координатами  $x_b$  пропорц. сумме амплитуд, отвечающих всевозможным траекториям, связывающим точки  $a$  и  $b$ . При этом вклад данной траектории равен

$$\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \right\}, \quad (1)$$

где  $S$  — классич. действие на траектории  $x(t)$ . Т. о., вероятность того, что система, находящаяся в момент времени  $t_a$  в состоянии с координатами  $x_a$ , перейдёт в момент  $t_b$  в состояние с координатами  $x_b$ , равна

$$P(b, a) = |K(b, a)|^2, \quad (2)$$

$$K(b, a) = C \sum \exp \left\{ iS[x(t)] \right\}; \quad (3)$$

суммирование ведётся по всем возможным траекториям, связывающим  $x_a$  и  $x_b$ ,  $C$  — нормировочная константа.

Этому выражению можно придать более наглядный смысл, если аппроксимировать траектории  $x(t)$  ломаными линиями, состоящими из отрезков прямых, соединяющих точки  $x_i$ , в  $k$ -рых система находится в моменты времени

$$t_i = t_a + \epsilon i, \epsilon = (t_b - t_a)/N, i = 1, 2, \dots, N.$$

Перехода к пределу при  $N \rightarrow \infty$ , сумму (3) можно записать в виде интеграла

$$K(b, a) \equiv \langle x_a, t_a | x_b, t_b \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} C \int \dots \int dx_1 \dots dx_{N-1} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S(b, a) \right\}, \quad (4)$$

где

$$S(b, a) = \int_{t_a}^{t_b} L(x, \dot{x}, t) dt \quad (5)$$

— классич. действие на траектории, состоящей из отрезков прямых, соединяющих точки  $x_i$ ; интегрирование ведётся по всем траекториям, проходящим в моменты  $t_a$  и  $t_b$  соответственно через точки  $x_a$  и  $x_b$ ,  $L$  — классич. Лагранж. функция. Фла (4) — определение функционального, или континуального, интеграла. Функциональный интеграл Фейнмана является обобщением и интегралов по траекториям, введённых в работах А. Эйнштейна и М. Смолуховского (М. Smoluchowski) по теории броуновского движения. Основы матем. теории интегралов по траекториям были заложены в 20-х гг. Н. Винером (N. Wiener), однако строгая матем. теория функциональных интегралов, встречающихся в ряде физ. задач, до сих пор отсутствует. Существование предела в фла (5) и его независимость от способа аппроксимации траекторий (т. е. вопрос о существовании интегральной меры) в общем случае не доказаны. Тем не менее функциональные интегралы с успехом применяются к широкому кругу задач. Фейнман доказал, что, приняв за исходную фла (4), выражающую амплитуду перехода через функциональный интеграл, можно развить стандартный аппарат квантовой механики. В частности, если принять естеств. определение волновой  $\Phi$ -ции как амплитуды вероятности перехода в состояние  $(x, t)$  из всевозможных нач. состояний, то волновая  $\Phi$ -ция, определяемая фла (4), будет удовлетворять Шрёдингера уравнению.

Представление амплитуды вероятности в виде функционального интеграла делает наглядным переход к квазиклассич. случаю (см. *Квазиклассическое приближение*). В этом случае характерные параметры системы велики по сравнению с постоянной Планка  $\hbar$ . Подынтегральное выражение в (4) представляет собой быстро осциллирующую  $\Phi$ -цию, и, в соответствии с принципом стационарной фазы, существенный вклад дают лишь траектории, для  $k$ -рых небольшие изменения  $x$  не меняют действия  $S$ , т. е. траектории, для  $k$ -рых  $\delta S/\delta x = 0$ . Это условие определяет, как

известно, классич. траекторию. Т. о., в квазиклассич. пределе в интеграле (4) можно ограничиться классич. траекторией.

Представление амплитуды перехода в виде функционального интеграла естеств. образом обобщается на случай квантовой теории поля. Квантовую теорию поля можно рассматривать как механику системы с бесконечным числом степеней свободы. Поле  $\varphi(x)$  можно аппроксимировать набором ф-ций  $\varphi(x_i)$ , отвечающих нек-рой дискретизации пространств. координат  $x$ . Амплитуда вероятности того, что система, находившаяся в момент  $t'$  в состоянии  $\varphi'(x)$ , в момент  $t''$  окажется в состоянии  $\varphi''$ , определяется функциональным интегралом

$$\langle \varphi''(x), t'' | \varphi'(x), t' \rangle = \int_C \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} \mathcal{L}(\varphi) dx dt \right\} \Pi d\varphi(x) \quad (6)$$

(здесь  $\mathcal{L}$  — лагранжиан). Интегрирование ведётся по всем ф-циям, принимающим в момент  $t'$  значение  $\varphi'(x)$  и в момент  $t''$  значение  $\varphi''(x)$ .

Более тщательное исследование показало, что ф-лы (4—6) нуждаются в уточнении. В общем случае амплитуда перехода определяется функциональным интегралом по фазовому пространству:

$$\langle q_i', t' | q_i'', t'' \rangle = \int \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} \left[ \sum_i p_i \dot{q}_i - H(p_i, q_i) \right] dt \right\} \prod_i \frac{dp_i dq_i}{2\pi} \quad (7)$$

Здесь  $q_i$  и  $p_i$  — канонич. координаты и импульсы,  $H(p_i, q_i)$  — классич. Гамильтона функция. Интегрирование ведётся по всем траекториям, проходящим в момент  $t'$  через точку  $q_i'$  и в момент  $t''$  через точки  $q_i''$ .

Если  $H$  квадратична по импульсам:

$$H = \sum_i [p_i^2/2m + V(q_i)] \quad (8)$$

( $m$  — масса частицы,  $V$  — потенц. энергия), то интегрирование по импульсам можно выполнить явно путём сдвига  $p_i(t) \rightarrow p_i(t) + m\dot{q}_i$ , в результате чего интеграл (7) принимает вид (4—6). В большинстве физ. задач условие (8) выполнено и представление (4—6) справедливо. Однако в общем случае необходимо пользоваться ф-лой (7).

Вычисление функциональных интегралов является очень сложной задачей. Регулярный способ вычисления существует лишь для интегралов гауссова типа, в к-рых подынтегральное выражение представляет собой экспоненту от неоднородной квадратичной формы. Такие интегралы вычисляются с помощью сдвига переменных интегрирования. Т. о., получаем ф-лу

$$\int \exp \left\{ i \int_{x'}^{x''} \frac{1}{2} \varphi(x) K(x-y) \varphi(y) dx dy + i \int \varphi(x) \eta(x) dx \right\} \Pi d\varphi(x) = \exp \left\{ - \frac{i}{2} \int \eta(x) K^{-1}(x-y) \eta(y) dx dy \right\} \quad (9)$$

( $x, y$  — точки пространства-времени). Здесь оператор  $K(x-y)$  — симметричная ф-ция своих аргументов,  $K^{-1}$  — обратный оператор, ф-ция  $\eta(x)$  описывает внеш. источник. Эту ф-лу можно принять за определение гауссова функционального интеграла и доказать, что определённый так объект действительно обладает свойствами интеграла (допускает интегрирование по частям, замены переменных и т. д.).

Метод функционального интегрирования обобщается и на случай Ферми — Дирака статистики. В этом случае нужно считать переменные интегрирования антикоммутирующими и пользоваться правилами интегрирования по ферми-полям (сформулированы Ф. А. Березиным, 1961).

Несмотря на то, что явно вычислить удаётся фактически лишь гауссовы интегралы, этого достаточно для метода теории возмущений в квантовой статистике и квантовой теории поля. С помощью функциональных интегралов были впервые получены правила Фейнмана (см. Фейнмана диаграммы) для вычисления матрицы рассеяния  $S$  в квантовой электродинамике. Осн. ф-лы, используемой в приложенных функциональных интегралов к задачам теории поля и статистич. механики, является представление вакуумного среднего хронологических произведений операторов (Грина функций) в виде функционального интеграла

$$\langle T \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n) \rangle = \frac{\int \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n) \exp \{iS(\varphi)\} \Pi d\varphi}{\int \exp \{iS(\varphi)\} \Pi d\varphi} \quad (10)$$

Из этой ф-лы можно получить выражение для  $S$ -матрицы и др. интересных физ. объектов.

Метод функционального интегрирования оказался особенно полезен в задачах, в к-рых необходимо суммировать большое (и иногда и бесконечное) число диаграмм. К таким задачам относятся вычисление инфракрасной и ультрафиолетовой асимптотики ф-ций Грина, исследование фазовых переходов, описание коллективных возбуждений в квантовой теории поля и в квантовой статистике.

Особое место занимает метод функционального интегрирования в теории калибровочных полей. С его помощью была впервые построена ковариантная теория возмущений для Янга — Миллса полей и квантовой теории гравитации, доказана перенормированность неабелевых калибровочных теорий и решён ряд др. важных проблем.

Интегралы по траекториям используются также в классич. задачах теории вероятностей, напр. для анализа случайных шумов и в упоминавшейся теории броуновского движения.

Лит.: Березин Ф. А., Метод вторичного квантования, 2 изд., М., 1986; Фейнман Р., Хитб А., Квантовая механика и интегралы по траекториям, пер. с англ., М., 1968; Погов В. Н., Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической механике, М., 1976; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988. А. А. Славнов.

**ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ИНТЕГРАЛ** (континуальный интеграл, интеграл Фейнмана) — обобщение понятия интеграла на случай бесконечномерных пространств. Об определении и применениях Ф. и. см. в ст. *Функциональный интеграл* метод.

**ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ** — ф-ция для описания распределения вероятностей значений случайной величины. Для всех возможных значений  $x$  ( $-\infty < x < \infty$ ) случайной величины  $\xi$  Ф. р.

$$F(x) = P\{\xi \leq x\}.$$

где  $P\{\xi \leq x\}$  — вероятность события  $\xi \leq x$ . Ф. р.  $F(x)$  монотонно не убывает, она непрерывна справа:  $F(x+0) = \lim_{x \rightarrow 0} F(x+h) = F(x)$ , и имеет пределы  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ . Если  $\xi$  дискретна, то Ф. р. является ступенчатой, увеличиваясь скачкообразно в каждой точке  $x_i$  на величину  $P\{\xi = x_i\}$ . В случае непрерывной случайной величины  $\xi$  вероятность каждого возможного значения  $x$  равна  $P\{\xi = x\}$  и Ф. р. становится непрерывной. Если она ещё и дифференцируема, то вводится  $P(x) = dF(x)/dx$  — плотность распределения вероятности, называемая также плотностью вероятности или дифференциальной Ф. р. Индекс  $\xi$  часто опускают.

В более общем случае Ф. р. задётся не на прямой  $x$ , а на множестве значений  $x_1, \dots, x_n$  случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$  с учётом явной зависимости Ф. р. от времени.

В физике пол Ф. р. обычно понимают плотность распределения вероятностей. Ф. р. в этом смысле — осн. понятие статистич. физики.

Ф. р. в статистической физике характеризует плотности распределения вероятностей частей статистич. системы по фазовому пространству (т. е. по координатам  $q$  и импульсам  $p$ ) в классич. статистич. физике или по квантовой механике состояниям в квантовой статистике.

В классич. статистич. физике Ф. р.  $f(p, q, t)$  определяет вероятность  $d\omega = f(p, q, t) dpdq$  обнаружить систему из  $N$  частиц в момент времени  $t$  в элементе фазового объема  $dpdq = dp_1dq_1 \dots dp_Ndq_N$  вблизи точки  $p_1q_1, \dots, p_Nq_N$  (сохранив обозначения через  $p, q$ ), где  $\omega = 3N$  — число степеней свободы системы. Учитывая, что перестановка тождественных (одинаковых) частиц не меняет состояния, следует уменьшить фазовый объем в  $N!$  раз. Кроме того, удобно перейти к безразмерному элементу фазового объема, заменив  $dpdq$  на  $dpdq/Nh^{3N}$ , где  $h$  определяет, согласно квантовой механике, мин. размер ячейки в фазовом пространстве (т. е.  $h^{3N}$  является мин. объемом ячейки в фазовом пространстве системы из  $N$  частиц). Тогда интеграл от нормированной Ф. р. по всему фазовому пространству будет равен единице:

$$\frac{1}{N!h^{3N}} \int f dpdq = 1.$$

(См. также раздел Функция распределения в ст. *Статистическая физика*.)

Лит.: Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., Теория вероятностей, 3 изд., М., 1987. А. Г. Башкиров, Д. Н. Зубарев.

Ф. р. частиц плазмы удовлетворяют кинетическому уравнению для плазмы, в к-ром столкновения между заряж. частицами часто не учитываются явно, а лишь через создаваемое ими самосогласованное поле. Парные столкновения для нерелятивистской классич. (невыврожденной) плазмы учитываются с помощью *интеграла столкновений* в форме Ландау или Балеаса — Ленарда. Ф. р. частиц плазмы  $f$  полностью определяет диэлектрич. проницаемость плазмы, а значит, её колебат. и волновые свойства, устойчивость, степень неравновесности системы и т. п. Так, для равновесной (максвелловской) Ф. р. заряд. частиц существует безстолкновительная диссипация энергии электрич. поля волны в плазме — *Ландау затухание*.

Причины затухания Ландау являются те заряд. частицы, скорость к-рых  $v$  в направлении распространения волны совпадает с её фазовой скоростью  $v_\phi$ . По отношению к таким заряд. частицам поле волны стационарно, поэтому оно может производить пад. заряд. частицами работу, не равную нулю при усреднении по времени. Однако в связи с обратным характером безстолкновительной диссипации термодинамич. условия не требуют положительности диссипируемой энергии  $Q$ . Она всегда положительна для изотропной Ф. р., а для анизотропных ф-ций может оказаться отрицат. величиной — заряд. частицы будут в ср. отдавать энергию волне, что может привести к возникновению *неустойчивостей плазмы*.

Характерным примером неустойчивого состояния плазмы является невозмущенное состояние заряд. частиц, описываемое Ф. р. в виде суммы *Максвелла распределения* и дополнительного направленного пучка заряд. частиц, в такой системе будет наблюдаться *пучковая неустойчивость*.

Обратное воздействие возбуждаемых при неустойчивости колебаний на резонансные частицы приводит к релаксации исходной неравновесной Ф. р. частиц плазмы, так что система возвращается на порог устойчивости (см. *Квазилинейная теория плазмы*).

В двухкомпонентной полностью ионизованной равновесной плазме (у к-рой Ф. р. электронов и ионов максвелловские) незатухающие *ионно-звуковые колебания* существуют лишь при превышении электронной темп-ры над ионной.

Индуцированное рассеяние волн на частицах плазмы сопровождается увеличением частоты и волнового числа волны в случае, если Ф. р. частиц плазмы имеет положит. производную по скорости ( $\partial f / \partial v > 0$ ), и уменьшением для максвелловской Ф. р. частиц плазмы ( $\partial f / \partial v < 0$ ).

В. И. Карась.

**ФУНКЦИЯ СОСТОЯНИЯ** в термодинамикс — ф-ция независимых параметров, определяющих равновесное состояние *термодинамической системы*. Ф. с. не зависит от пути (характера процесса), приведшего систему в данное равновесное состояние (то есть Ф. с. не зависит от предистории системы, см. *Причинность*). К Ф. с. относятся *потенциалы термодинамические*, *энтропия* и т. п. Работа и кал-во теплоты, значение к-рых определяется видом процесса, изменившего состояние системы, не являются Ф. с.

**ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛ** (фурье-интеграл) — разложение ф-ции  $f(x)$ , заданной на всей оси  $x$  или на полуоси  $x$ , в суперпозицию гармоник с частотами, заполняющими всю полуось  $\lambda \in [0, \infty)$ :

$$f(x) = \pi^{-1} \int_0^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cos \lambda(\xi - x) d\xi. \quad (*)$$

Разложение (\*) можно переписать в виде, аналогично выражению для определения коэффициентов ряда Фурье (J. Fourier):

$$f(x) = \int_0^{\infty} [a(\lambda) \cos \lambda x + b(\lambda) \sin \lambda x] d\lambda,$$

где

$$a(\lambda) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi, \quad b(\lambda) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \sin \lambda \xi d\xi.$$

Часто употребляется представление Ф. и. (\*) в комплексной форме:

$$f(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\lambda) e^{i\lambda x} d\lambda,$$

где

$$\tilde{f}(\lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\lambda x} dx.$$

ф-ция  $\tilde{f}(\lambda)$  наз. *фурье-преобразованием*, частотной характеристикой или фурье-спектром ф-ции  $f$ . С. В. Молодцов.

**ФУРЬЕ ЧИСЛЛО** — один из *подобия критериев* нестационарных тепловых ирресоов. Характеризует соотношение между скоростью изменения тепловых условий в окружающей среде и скоростью нерестройки поля темп-ры внутри рассматриваемой системы (тела). Ф. ч.  $Fo = at_0/l^2$ , где  $a = \lambda/\rho c$  — коэф. температуропроводности,  $\lambda$  — коэф. теплопроводности,  $\rho$  — плотность,  $c$  — уд. теплоёмкость,  $l$  — характерный линейный размер тела,  $t_0$  — характерное время изменения внеш. условий. Названо по имени Ж. Фурье (J. Fourier).

**ФУРЬЕ-ОБРАЗ** (фурье-спектр) — частотная характеристика ф-ции  $f(x)$ , заданной на всей оси  $x$  или на полуоси  $x$ , определяемая интегралом:

$$\tilde{f}(\lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\lambda x} dx.$$

В частности, если ф-ция  $f$  суммируема, то её Ф.-о.  $\tilde{f}$  — ограниченная ф-ция, равномерно непрерывная на оси  $\lambda$  и  $\tilde{f}(\lambda) \rightarrow 0$  при  $|\lambda| \rightarrow \infty$ . С. В. Молодцов.

**ФУРЬЕ-ОПТИКА** — раздел оптики, в к-ром преобразование световых полей оптич. системами исследуется с помощью фурье-анализа (спектрального разложения) и теории линейной фильтрации. Начало использования в оптике идей спектрального разложения связано с именами Дж. Рэлея (J. Rayleigh) и Э. Аббе (E. Abbe). Первые работы, к-рыс легли в основу совр. Ф.-о., принадлежат Мандельштаму [1], Горелику [2], Рытову [3]. В последней проводится аналогия между задачами радиоэлектроники и теорией связи, с одной стороны (в к-рых речь идёт о преобразовании сигналов — ф-ций времени — изменяющихся токов, напряжений и т. д. и о системах радиоэлектроники, регистрирующих эти преобразования), и задачами оптики — с другой, в к-рых рассматривается преобразование световых полей — ф-ций координат — оптич. системами.

Общность методов исследования систем, служащих для преобразования сигналов — ф-ция времени (временных фильтров), и оптич. систем, служащих для преобразования световых полей — ф-ция координат (пространств. фильтров), обусловлена общностью закономерностей, управляющих процессами в системах радиоэлектроники и оптики, общностью, заложенной в универсальной максвелловских ур-ий электродинамики. И тем и другим системам присущи (в достаточно широкой области применений) такие фундаментальные свойства, как линейность и инвариантность. Это позволяет удобно и просто описывать их поведение единым образом, используя универсальный аппарат теории линейной фильтрации и преобразования Фурье.

**Основные понятия и соотношения Ф.-о.** В радиоэлектронике систему, преобразующую сигналы, принято изображать в виде схемы (рис. 1, а), где внеш. воздействие  $f(t)$  есть входной сигнал фильтра, а результат этого воздействия  $g(t)$  — выходной сигнал (или отклик) фильтра. Примером временного фильтра является колебат. контур (рис. 1, б), в к-ром внеш. з-дс — входной сигнал, а воз-

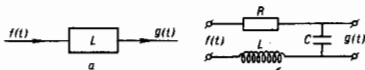


Рис. 1.

никающие изменения напряжения на обкладках конденсатора — отклик фильтра. Тот факт, что ф-ция  $g(t)$  является откликом на входное воздействие  $f(t)$ , записывают в виде операторного равенства

$$L[f(t)] = g(t).$$

Водновыс (в частности, оптические) явления характеризуются как временной зависимостью, так и пространственной, т. е. зависимостью от координат. В Ф.-о. интерес представляет именно пространств. структура волны, к-рая описывается (в случае гармонич. волн фиксированной частоты а) комплексной амплитудой волны  $f(x, y, z)$ , являющейся решением ур-ния Гельмгольца:

$$\Delta f + k^2 f = 0 \quad (1)$$

( $k = \omega/c$  — волновое число). [Комплексная амплитуда, определяющая распределение амплитуд и фаз колебаний является входным и выходным сигналом когерентной оптич. системы. При некогерентном освещении говорят о картинах интенсивности (а не об амплитудах) во входной и выходной плоскостях.]

В процессе распространения волны через оптич. систему её пространств. структура изменяется. Такая система рассматривается как пространственный фильтр, преобразующий входной сигнал (комплексную амплитуду волны во входной плоскости оптич. системы) в выходной сигнал (комплексную амплитуду волны в выходной плоскости оптич. системы). На рис. 2 представлена схема пространств. фильтра (а) и пример простейшей оптич. системы (б), где  $f(x, y)$  — комплексная амплитуда волны во

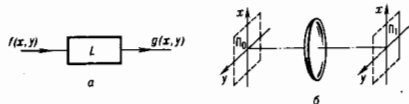


Рис. 2.

входной плоскости  $P_0$ ,  $g(x, y)$  — комплексная амплитуда в выходной плоскости  $P_1$ . Соответствующее операторное равенство имеет вид

$$L[f(x, y)] = g(x, y).$$

В радиоэлектронике свойства линейного фильтра характеризуются импульсным откликом  $h(t, \tau)$  — откликом фильтра на входной  $\delta$ -импульс:

$$L[\delta(t - \tau)] = h(t, \tau).$$

Здесь  $h(t, \tau)$  — ф-ция времени  $t$ , параметр  $\tau$  указывает, что речь идет об отклике на  $\delta$ -импульс, возникающий на входе в момент времени  $t = \tau$ .

Аналогом  $\delta$ -импульса, возбуждающего колебания в линейном фильтре, в задачах пространств. фильтрации является точечный источник света  $\delta(x - \xi, y - \eta)$ , расположенный в точке  $x = \xi, y = \eta$  входной плоскости  $x, y$ . При этом в выходной плоскости возникает некое световое поле с комплексной амплитудой  $h(x, y; \xi, \eta)$ , являющейся ф-цией координат  $x, y$  в выходной плоскости. Поле  $h(x, y; \xi, \eta)$  наз. функцией рассеяния точки и является аналогом импульсного отклика линейного временного фильтра.

Временные фильтры подчиняются принципу причинности: сигнал на выходе фильтра не может появиться раньше входного сигнала, импульсный отклик  $h(t, \tau)$  отличен от нуля лишь при  $t \geq \tau$ . Различие в физ. смысле переменных (время  $t$  и координат  $x, y$ ) приводит к важному различию временных и пространств. фильтров: принцип причинности в задачах пространств. фильтрации не выполняется: точечный источник света, расположенный в начале координат  $x = 0, y = 0$  входной плоскости, приводит к возникновению светового поля в выходной плоскости как при  $x, y > 0$ , так и при  $x, y < 0$ .

Если изменение момента появления  $\delta$ -импульса на входе не меняет вид ф-ции импульсного отклика, а лишь сдвигает её во времени  $h(t, \tau) = h(t - \tau)$ , то временной фильтр наз. стационарным. Примером является колебат. контур с постоянными, не зависящими от времени параметрами  $L, C, R$ .

Аналогичное свойство пространств. фильтра наз. изоданатичностью: сдвиг точечного источника во входной плоскости приводит лишь к сдвигу ф-ции рассеяния в выходной плоскости:

$$h(x, y; \xi, \eta) = h(x - \xi, y - \eta).$$

Как правило, изопланатичность оптич. систем выполняется лишь при малых значениях параметров  $\xi, \eta$ . Стационарный временной фильтр, а также изопланатичный пространств. фильтр наз. инвариантными и ф-льтрами.

Если известен импульсный отклик временного линейного фильтра, то задача фильтрации (нахождение отклика по заданному входному сигналу) решается с помощью интеграла суперпозиции:

$$g(t) = \int f(\tau) h(t, \tau) d\tau. \quad (2)$$

Аналогично решается задача *пространственной фильтрации* — нахождение комплексной амплитуды волны в выходной плоскости по заданному полю во входной плоскости:

$$g(x, y) = \iint f(\xi, \eta) h(x, y; \xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (3)$$

Если речь идет об инвариантных фильтрах, то вместо (2) и (3) имеем

$$g(t) = \int f(\tau) h(t - \tau) d\tau, \quad (4)$$

$$g(x, y) = \iint f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta. \quad (5)$$

Интегральная операция в (4) или (5) наз. сверткой функций  $f(t)$  и  $h(t)$  в (4) или двумерной сверткой ф-ций  $f(x, y)$  и  $h(x, y)$  в (5). Символически операции свертки (4) и (5) записываются в виде

$$g(t) = f(t) \otimes h(t),$$

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes \otimes h(x, y).$$

Инвариантность линейных фильтров позволяет перейти к спектральному описанию. Используя известную теорему Фурье-анализа о Фурье-образе свертки, связь между спектрами (Фурье-преобразованиями) входного и выходного

сигналов можно записать в виде

$$G(\omega) = F(\omega)H(\omega), \quad (6)$$

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v), \quad (7)$$

где  $H(\omega) = \int h(t) \exp(-i\omega t) dt$  — частотная характеристика временного фильтра, а  $H(u, v)$  — частотная характеристика пространств. фильтра, являющаяся фурье-преобразованием ф-ции рассеяния точки:

$$H(u, v) = \iint h(x, y) \exp[-i(ux+vy)] dx dy. \quad (8)$$

Одно из важнейших преимуществ спектрального подхода — простота операции, связывающей спектры сигналов на входе и выходе фильтра.

Представление сигнала  $f(t)$  в виде интеграла Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (9)$$

имеет ясный физ. смысл: равенство (9) утверждает, что сигнал  $f(t)$  может быть представлен суммой гармонич. колебаний, причём спектр  $F(\omega) = A(\omega) \exp i\varphi(\omega)$  определяет вклады гармоник разл. частот — их амплитуды  $A(\omega)$  и нач. фазы  $\varphi(\omega)$ .

Гармонич. колебания  $\exp i\omega t$  имеют особое значение в задачах линейной фильтрации: при возбуждении ими линейного стационарного фильтра в последнем возникают вынужденные гармонич. колебания той же частоты  $\omega$ . Др. словами, гармонич. ф-ция  $\exp i\omega t$  является собств. ф-циями линейной стационарной системы. Это можно записать в виде операторного равенства

$$L[\exp i\omega t] = H(\omega) \exp i\omega t, \quad (10)$$

где  $H(\omega) = B(\omega) \exp i\alpha(\omega)$  — частотная характеристика фильтра, определяющая амплитуду  $B(\omega)$  и сдвиг по фазе  $\alpha(\omega)$  вынужденных колебаний относительно внеш. воздействия.

**Пространственное фурье-разложение.** Комплексную амплитуду волны  $f(x, y)$  можно представить в виде интеграла Фурье [двумерный аналог ф-лы (9)]:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint F(u, v) \exp[i(ux+vy)] du dv. \quad (11)$$

Физ. смысл разложения (11) состоит в следующем. Можно проверить, что ф-ция

$$f(x, y, z) = \exp[i(ux+vy+\sqrt{k^2-u^2-v^2}z)] \quad (12)$$

является решением ур-ния Гельмгольца (1), удовлетворяющего на плоскости  $z=0$  граничному условию

$$f(x, y, z)|_{z=0} = \exp[i(ux+vy)]. \quad (13)$$

Это утверждение справедливо при любых значениях параметров  $u, v$ . Ф-ция (12) есть комплексная амплитуда плоской волны, причём параметры  $u, v$  — проекции волнового вектора  $k$  этой волны на оси  $x, y$ , если  $|u^2+v^2| \leq (\omega/c)^2 = k^2$ . Если же  $|u^2+v^2| > k^2$ , выражение (12) также является решением (1) и наз. неоднородной волной (амплитуда волны падает с ростом  $z$  экспоненциально, поскольку  $k_z = \sqrt{k^2-u^2-v^2}$  — в этом случае мнимое число).

Т. о., выражение (11) есть представление произвольной волны, заданной в некр-рой плоскости  $z = \text{const}$ , в виде суперпозиции плоских волн, как бегущих, так и неоднородных.

Плоская волна  $\exp[i(ux+vy)]$  в задачах пространств. фильтрации является аналогом гармонич. колебания  $\exp i\omega t$ . Поэтому наряду чисел  $u, v$  наз. пространственными частотами.

**Частотная характеристика свободного пространства.** Участок свободного пространства между двумя плоскостями  $z=0$  и  $z=\text{const} > 0$  (рис. 3) является простейшим пространств. фильтром. Согласно (12) и (13), распространение плоской волны между двумя плоскостями приводит лишь к появлению множителя  $\exp[i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z]$ , определя-

ющего набег фазы волны (при  $|u^2+v^2| \leq k^2$ ) или экспоненц. уменьшение амплитуды (при  $|u^2+v^2| > k^2$ ). Это утверждение можно записать в виде операторного равенства:

$$L[\exp\{i(ux+vy)\}] = H(u, v) \exp\{i(ux+vy)\}, \quad (14)$$

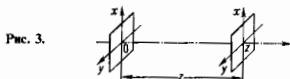


Рис. 3.

где  $H(u, v) = \exp(i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z)$  — частотная характеристика свободного пространства. Экспоненц. ф-ция  $\exp\{i(ux+vy)\}$  при любых  $(u, v)$  являются, согласно (14), собственными ф-циями пространств. фильтра.

**Пространственная модуляция.** В радиоэлектронике модуляция сигнала записывается как операция перемножения модулируемого колебания  $f(t)$  и модулирующего сигнала  $m(t)$ , в результате к-рой на выходе модулятора имеем модулированный сигнал  $g(t) = f(t)m(t)$ . Различают два вида модуляции: амплитудную, когда  $m(t)$  — действительная пологит. ф-ция  $a(t)$ , и фазовую:  $m(t) = \exp i\varphi(t)$ . Если несущее (модулируемое) колебание — гармонич. ф-ция  $f(t) = \exp i\omega t$ , то в первом случае на выходе имеем амплитудно-модулированное колебание  $g(t) = a(t) \exp i\omega t$ , а во втором — колебание, модулированное по фазе  $g(t) = \exp\{i[\omega t + \varphi(t)]\}$ . Операцию модуляции изображают символически с помощью блок-схемы (рис. 4, а).

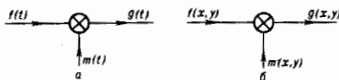


Рис. 4.

Пространств. модуляция осуществляется в оптике с помощью тонких пластинок — транспарантов, — обладающих в разных точках разл. поглощательной способностью и (или) показателем преломления. При освещении пластинки плоской волной  $\exp i(ux+vy)$  это приводит к тому, что амплитуда волны на выходе из пластинки оказывается различной в разных точках (в соответствии с изменением поглощат. способности), т. е. имеем амплитудную модуляцию волны:

$$g(x, y) = a(x, y) \exp[i(ux+vy)].$$

Если пластинка имеет разный в разных точках показатель преломления  $n(x, y)$  (или толщину  $h(x, y)$ , то набег фазы волны при прохождении пластинки оказывается в разных местах различным:  $\varphi(x, y) = kn(x, y)h(x, y)$  — получается фазовая модуляция:

$$g(x, y) = \exp\{i[ux+vy+\varphi(x, y)]\}.$$

В общем случае с помощью транспаранта осуществляется как амплитудная, так и фазовая пространств. модуляция.

Ф-ция  $m(x, y) = a(x, y) \exp i\varphi(x, y)$ , определяющая характер пространств. модуляции и связывающая комплексную амплитуду волны на входе и выходе транспаранта  $g(x, y) = m(x, y)f(x, y)$ , наз. ф-цией пропускания (или модуляц. характеристикой) транспаранта. Операция пространств. модуляции изображается с помощью блок-схемы, изображенной на рис. 4 (б). Для осуществления пространств. модуляции в оптике используют различного вида маски, пластинки, амплитудные и фазовые решетки.

**Преобразование Фурье, осуществляемое линзой.** Осн. элементом любого оптич. устройства является линза. Идеальная безаберрационная линза осуществляет фазовую модуляцию вида

$$m(x, y) = \exp\left[-i\frac{k}{2f}(x^2+y^2)\right],$$

где  $f$  — фокусное расстояние линзы. В оптике пространств. спектральное разложение тесно связано со свойством линзы фокусировать параллельный пучок света: падающая на линзу плоская волна  $\exp(iux + ivy)$  с пространств. частотой  $(u, v)$  фокусируется линзой в точку фокальной плоскости с координатами  $x = fu/k$  и  $y = fv/k$  (рис. 5). Падающая на линзу произвольная волна с комплексной амплитудой

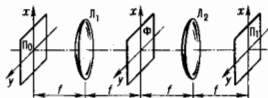


Рис. 5.

$f(x, y)$  может быть представлена, согласно (11), суперпозицией плоских волн разных направлений (т. е. разных пространств. частот  $u, v$ ), и каждая из плоских волн в этой суперпозиции фокусируется линзой в свою очередь. Точку фокальной плоскости, создавая в ней световое поле с амплитудой, пропорциональной амплитуде соответствующей волны, и с фазой, определяемой фазой соответствующей волны, т. е. создавая в ней колебание, пропорциональное величине  $F(kx/f, ky/f)$ , где  $F(u, v)$  — преобразование Фурье ф-ции  $f(x, y)$ . Т. о., световое поле, возникающее в фокальной плоскости линзы, представляет собой пространств. спектральное разложение волн, падающей на линзу.

**Теория Аббе формирования изображения** (принцип двойной дифракции). На рис. 5 в качестве примера оптич. системы, формирующей изображение, приведена система, состоящая из двух линз  $L_1$  и  $L_2$  с общей фокальной плоскостью  $\Phi$ ; входной плоскостью  $P_0$  (где размещается предмет) служит передняя фокальная плоскость линзы  $L_1$ , а выходной плоскостью, где возникает изображение, — задняя фокальная плоскость линзы  $L_2$  — плоскость  $P_1$ .

Формирование изображения в оптич. системе, согласно теории Аббе, — двухэтапный процесс. Первый этап (первая «дифракция») — это распространение света от входной плоскости до плоскости  $\Phi$ , где формируется пространств. спектр предметной волны. На этом этапе линза  $L_1$  осуществляет первое пространств. фурые-преобразование. Второй этап (вторая дифракция) — распространение света от плоскости  $\Phi$  (к-рая паз. фурые-плоскость оптич. системы) до плоскости изображения. На этом этапе линза  $L_2$  осуществляет ещё одно преобразование Фурые. В результате двух последоват. преобразований Фурые возникает перевернутое изображение — поле с комплексной амплитудой  $g(x, y) = f(-x, -y)$ , тождественное с точностью до инверсии предметному полю  $f(x, y)$ .

**Частотная характеристика оптической системы формирования изображения.** Описанная выше оптич. система является идеальной: изображение, тождественное предмету, создается системой с частотной характеристикой

$$H(u, v) = 1.$$

В действительности же оптич. система вносит искажения. Принципиальными являются дифракц. искажения, обусловленные конечною размером линз. Влияние конечных размеров линз моделируется диафрагмой, расположенной в фурые-плоскости оптич. системы (рис. 6) (диаметр диа-

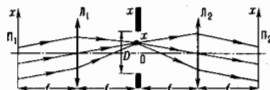


Рис. 6.

фрагмы  $D$  равен диаметру меньшего из объективов). В формировании изображения в такой модели принимают участие лишь те плоские волны, к-рые фокусируются лин-

зой  $L_1$  внутри диафрагмы, т. е. волны с иространств. частотами

$$|u^2 + v^2| \leq (kD/2f)^2.$$

Эти волны приходят к плоскости изображения  $P_2$  без искажений по амплитуде и фазе. Все прочие волны, задерживаемые диафрагмой, не достигают плоскости изображения, т. е. оптич. система имеет частотную характеристику:

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{при } |u^2 + v^2| \leq (kD/2f)^2 \\ 0 & \text{при } |u^2 + v^2| > (kD/2f)^2 \end{cases} \quad (15)$$

(т. н. дифракционно-ограниченная система). Ф-ция рассеяния [обратное фурые-преобразование ф-ции (15)] имеет вид

$$h(x) = \sin\left(\pi \frac{D}{\lambda f} x\right) / \pi x \quad (\text{одномерный случай});$$

$$h(\rho) = J\left(\pi \frac{D}{\lambda f} \rho\right) / \pi \rho \quad (\text{круглая диафрагма}).$$

**Принцип корреляционной фильтрации.** Т. к. плоские волны разных пространств. частот, фокусируясь линзой  $L_1$  в разные точки фурые-плоскости, пространствено разделяются, то можно избирательно воздействовать на разл. пространств. гармоники. Если возложить на пластинку-транспарант, вносящую опрел. поглощение и (или) опрел. фазовую задержку, поместить в точку  $(x, y)$  фурые-плоскости, то эта пластинка изменит амплитуду и (или) фазу только той плоской волны, к-рая в эту точку фокусируется (т. е. волны с частотой  $u = kx/f, v = ky/f$ ). При этом все др. волны достигают плоскости изображения без искажений по амплитуде и фазе. Помещая в фурые-плоскость разл. маски-транспаранты, можно непосредственно влиять на пространств. спектр изображения.

Маска с ф-цией пропускания  $m(x, y)$ , помещённая в фурые-плоскость, приводит к частотной характеристике

$$H(u, v) = m(fu/k, fv/k).$$

Метод управления частотной характеристикой оптич. системы с помощью транспарантов, устанавливаемых в фурые-плоскости, паз. принципом коррелц. фильтрации. С его помощью решаются разнообразные задачи, такие, как улучшение разрешающей способности оптич. системы, связанное, напр., с сужением гл. максимума ф-ции рассеяния; уменьшение боковых лепестков ф-ции рассеяния (апо-дизация), выполняемое с помощью т. н. мягких диафрагм — плавного уменьшения пропусксаемости диафрагм от центра к краям (напр., по линейному закону); утерание пространствено-периодич. шума в изображении; апостриорная обработка изображений.

С помощью оптич. системы можно совершать ряд матем. преобразований. Для этого ф-ция, подлежащая преобразованию (в общем случае ф-ция двух переменных), записывается в виде комплексной пропусксаемости транспаранта, к-рый располагается во входной плоскости. При освещении такого транспаранта параллельным пучком лазера получаем на выходе транспаранта требуемое поле  $f(x, y)$ , иробразуемое затем в оптич. системе. Таким способом можно проводить двумерное преобразование Фурые, операции свёртки и корреляции, дифференцирование ф-ций одной переменной с помощью частотной характеристики  $H(u) = iu$  [1] и т. д. Многоканальный анализатор спектра, выполняемый с помощью комбинации сферич. и цилиндрич. линз, позволяет проводить одномерное иробразование Фурые в большом числе каналов одновре-менно.

**Преобразование пространствено-случайных (спекл-полей) в оптических системах.** Из теории фильтрации случайных сигналов линейными колебат. системами хорошо известна связь между спектрами мощности (фурые-образыи коррелц. ф-ций) сигнала на входе и выходе фильтра  $G_k(\omega) = F_k(\omega) |H(\omega)|^2$ , где  $H(\omega)$  — частотная характеристика фильтра. Аналогичное равенство справедливо для решения задачи фильтрации спекл-полей в оптич. (пространств.) фильтрах:

$$G_k(u, v) = F_k(u, v) |H(u, v)|^2, \quad (16)$$

где  $G_k(u, v)$  и  $F_k(u, v)$  — пространств. спектры мощности (фурье-образы автокорреляц. ф-ций) спектр-полей во входной и выходной плоскостях оптич. системы.

В соответствии с (16) управление характеристиками системы для фильтрации спектр-полей осуществляется с помощью амплитудных транспарантов.

**Некогерентные оптические системы.** В некогерентных системах входным и выходным сигналами являются интенсивности света  $I_{\text{вх}}(x, y)$  и  $I_{\text{вых}}(x, y)$  во входной и выходной плоскостях. Связь между ними определяется равенством

$$I_{\text{вых}}(x, y) = \iint I_{\text{вх}}(\xi, \eta) |h(x-\xi, y-\eta)|^2 d\xi d\eta \quad (17)$$

(при выполнении условия изопланчатности).

Из (17) следует связь между нормированными спектрами (фурье-преобразованиями) ф-ций  $I_{\text{вх}}(x, y)$  и  $I_{\text{вых}}(x, y)$ :

$$J_{\text{вых}}(u, v) = J_{\text{вх}}(u, v) \mathcal{H}(u, v),$$

где  $J_{\text{вх}}(u, v)$  и  $J_{\text{вых}}(u, v)$  — фурье-образы ф-ций  $I_{\text{вх}}(x, y)$  и  $I_{\text{вых}}(x, y)$ ;  $\mathcal{H}(u, v)$  — передаточная функция оптич. системы, определяющая свойства некогерентной оптич. системы.

Связь между когерентной частотной характеристикой  $H(u, v)$  и передаточной ф-цией оптич. системы  $\mathcal{H}(u, v)$  для одномерного случая имеет вид

$$\mathcal{H}(u, v) = \int H(u-v/2) H^*(u+v/2) dv / |H(v)|^2 dv.$$

Возможности использования идей и методов Ф.-о. существенно расширяются с применением динамически управляемых ячеек и транспарантов, расположенных в фурье-плоскости оптич. систем: жидких кристаллов, ультразвуковых ячеек, эл.-оптич. ячеек Керра и т. д.

Лит.: Горелик Г. С., Колбакина и волны, 2 изд., М., 1959; Ртос С. М., О методе фазового контраста в микроскопии, «УФН», 1950, т. 41, в. 4, с. 425; О'Нейл Э., Введение в статистическую оптику, пер. с англ., М., 1966; Струок Дж., Введение в когерентную оптику и голографию, пер. с англ., М., 1967; Гудмен Дж., Введение в фурье-оптику, пер. с англ., М., 1970; его же, Статистическая оптика, пер. с англ., М., 1988; Сорoko Л. М., Основы голографии и когерентной оптики, М., 1971; Панауэлс А., Теория систем и преобразований в оптике, пер. с англ., М., 1971; Мандельштам Л. И., Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике, М., 1972; Зверев В. А., Радиооптика, М., 1975; Юу Ф., Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию, пер. с англ., М., 1979. Г. Р. Локашин.

**ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ** — интегральное преобразование, действующее в пространстве ф-ций  $n$  действительных переменных:

$$F[\varphi](x) = (2\pi)^{-n/2} \int_{R^n} \varphi(\xi) e^{-ix\xi} d\xi. \quad (*)$$

Для суммируемых во всем пространстве  $R^n$  ф-ций  $\varphi \in L_1(R^n)$  интеграл (\*) корректно определяет некую ф-цию  $F[\varphi](x) = \psi(x)$  — фурье-образ ф-ции  $\varphi$ . Обратное отображение  $F^{-1}$ , восстанавливающее ф-цию  $\varphi(x)$  по известной  $F[\varphi](x)$ , — обратное преобразование Фурье — задается ф-лой

$$\varphi(x) = F^{-1}[\psi](x) = (2\pi)^{-n/2} \int_{R^n} \psi(\xi) e^{ix\xi} d\xi.$$

Наиб. естественно Ф.-п. выглядит для *обобщенных функций* медленного роста, оно оставляет ф-ции в этом же классе. Аналогичным свойством Ф.-п. обладает для квадрантно суммируемых ф-ций, для к-рых справедливо равенство Парсеваля:

$$(2\pi)^n \langle \varphi, \psi \rangle = \langle F[\varphi], F[\psi] \rangle,$$

где  $\langle \dots \rangle$  — скалярное произведение. Это обстоятельство, в частности, гарантирует эквивалентность координатной и импульсного представлений для волновых ф-ций квантовой механики.

Многочисл. техн. применения Ф.-п. основываются на следующих его свойствах: свертка ф-ций  $f$  и  $g$  переходит

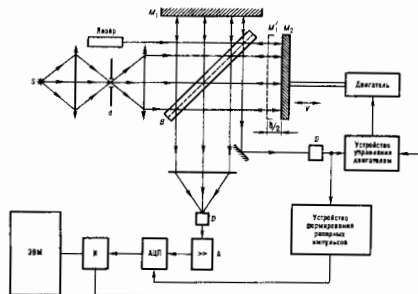
в произведение фурье-образов  $F[f * g] = F[f] F[g]$ ; Ф. п. произвольной ф-ции задается умножением на независимую переменную,  $F[ D^n f ](x) = (ix)^n F[f]$ .

Лит.: Владимиров В. С., Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1988; его же, Обобщенные функции в математической физике, 2 изд., М., 1979; Хёрмандер Л., Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными, пер. с англ., т. 1, М., 1986. С. В. Молодцов.

**ФУРЬЕ-СПЕКТР** — то же, что *фурье-образ*.

**ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТР** — спектральный прибор, в к-ром искомым спектр получают в два приема: сначала регистрируется интерферограмма исследуемого излучения, а затем через *эл. фурье-преобразование* вычисляют искомым спектр. Совокупность спектральных методов, осуществляемых с помощью Ф.-с., наз. *фурье-спектроскопией*.

Осн. элемент Ф.-с. — *интерферометр Майкельсона* (на одну из его разветвлений), к-рый настраивается на получение в плоскости выходной диафрагмы интерференц. *полос равного наклона*. Одно из зеркал ( $M_2$  на рис.) движется



Принципиальная схема фурье-спектрометра: S — источник сплошного ИК-света;  $M_1$  — фиксированное зеркало интерферометра;  $M_2$  — подвижное зеркало интерферометра;  $M_2'$  — изображение фиксированного зеркала в плече зеркала  $M_2$ ; d — входное отверстие фурье-спектрометра; B — светоделитель; D — фотоприемник; A — усилитель; И — интерфейс связи ЭВМ с регистрирующей и управляющей электронной фурье-спектрометром.

поступательно, в процессе чего исследуемое излучение модулируется, причём частота модуляции зависит от скорости движения зеркала и длины волны излучения.

Интегральная интенсивность светового потока, выходящего из идеального интерферометра,  $I(\delta)$  описывается выражением

$$I(\delta) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma) d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma,$$

где  $B(\sigma)$  — спектральная плотность входящего в интерферометр излучения (от источника S) с амплитудой напряжённости электрич. поля  $E(t)$  в эл.-магн. волне  $E(t)$ . Фурье-преобразование перем. части ф-ции  $I(\delta)$  (интерферограммы) позволяет восстановить исследуемый спектр:

$$B(\sigma) = 2 \int_0^{\infty} I(\delta) \cos(2\pi\sigma\delta) d\delta. \quad (1)$$

Идеальная интерферограмма предполагается бесконечно протяжённой, при этом разрешающая сила Ф.-с. была бы бесконечно велика. Целый ряд факторов, однако, ограничивает достижимое разрешение: конечные пределы механич. перемещения зеркала  $M_2$ ; возможности цифровой регистрации и обработки интерферограммы; неидеальность оптич. системы и др. Как правило, форма и ширина *аппаратной функции* Ф.-с. определяются пределом измене-



ния оптич. разности хода  $L$  и видом т. и. аподизап. ф-ции  $A(\delta)$  (см. *Аподизация*), к-рая входит в подынтегральное выражение в (1):

$$B'(\sigma) = \int_0^L A(\delta) J(\delta) \cos(2\pi\sigma\delta) d\delta = B(\sigma) A'(\sigma),$$

где  $A'(\sigma)$  — фурье-образ ф-ции  $A(\delta)$ . Фактически  $A'(\sigma)$  и является аппаратной ф-цией Ф.-с., её ширина  $\sim 1/L$ . Варьируя форму аподизап. ф-ции, можно в больших пределах изменить форму и ширину аппаратной ф-ции Ф.-с., что упрощает обработку и интерпретацию получаемых спектров. Если ф-ция  $A(\delta) = 1$  при  $\delta < L$  (аподизация отсутствует), то

$$A'(\sigma) = 2L \sin c(2\pi\sigma L) = 2L \sin(2\pi\sigma L) / 2\pi\sigma L$$

и ширина аппаратной ф-ции  $\delta\sigma \approx 1/2L$ .

Второй существен. фактор, влияющий на форму и ширину аппаратной ф-ции Ф.-с., — нротяженность реального источника излучения в спектрометре. Обычно его размеры (линейные размеры входного отверстия спектрометра  $d$ ) выбираются в зависимости от требований эксперимента, т. е. зависящий от  $d$  телесный угол  $\Omega$ , определяющий угл. расходимость светового пучка в интерферометре (как и в любом спектральном приборе), связан с разрешающей способностью  $R$ :

$$\Omega \leq 2\pi/R;$$

это означает, что повышение  $R$  возможно только при уменьшении светосилы прибора и, следовательно, влечёт за собой ухудшение отношения сигнал/шум ( $S/N$ ).

Результат восстановления спектра зависит также от дискретности регистрации интерферограммы, т. е. регистрации её с нек-рым шагом  $h$  по оптич. разности хода. Для этой цели необходимо регистрировать интерферограмму с частотой  $(1/h)$ , но крайней мере, вдвое большей, чем макс. частота сигнала. При этом частоты, лежащие в диапазоне от 0 до  $1/2h$ , передаются однозначно, а фрагменты более высоких частот в восстановленном спектре выявляются на частотах, меньших  $1/2h$ . Последнее явление (т. н. «переналожение» спектров) устраняется с помощью предварит. оптич., электр. или программной фильтрации сигнала. При высоком разрешении, большом значении частоты коротковолновой границы исследуемого спектра и относительно узком спектральном остоаве последнего ( $\Delta\sigma$ ) можно резко сократить объём обрабатываемой информации, выбирая шаг равным  $1/2\Delta\sigma$ . Однако при этом нужно точно знать спектральный диапазон исследуемого сигнала для его однозначной идентификации.

В Ф.-с. реализуются два осн. принципа сканирования интерферограммы — шаговое и непрерывное (быстрое). В быстросканирующем Ф.-с. подвижный отражатель движется с пост. скоростью  $v$ . На выходе интерферометра каждая спектральная составляющая исследуемого сигнала синусоидально модулируется с частотой  $\nu = 2v\sigma$  и осн. интегральное соотношение фурье-спектрологии принимает вид

$$I(\nu) = \frac{1}{v} \int_0^{\infty} B(\nu) \cos 2\pi\nu v t dv.$$

В этом случае интерферометр модулирует собств. сигнал. Если исследуемый спектральный сигнал лежит в интервале от  $\sigma_1$  до  $\sigma_2$ , то диапазон частот  $\nu$  модуляции интерференц. сигнала изменяется в пределах  $2v\sigma_1 < \nu < 2v\sigma_2$ . Этот диапазон можно изменять, варьируя скорость  $v$ , согласуя его с частотными характеристиками приёмного устройства спектрометра.

В шаговом Ф.-с. подвижный отражатель перемещается скачкообразно или непрерывно с очень малой скоростью  $v$ . В этом случае сигнал модулируется механич. обратноторм. или быстрым изменением оптич. разности хода с небольшой амплитудой (т. н. внутр. модуляция). Шаговый Ф.-с. эффективен при исследовании сигналов с узкополосным спектром или быстро меняющихся во времени.

Разл. типы Ф.-с. имеют определ. преимущества перед спектральными приборами с диспергирующими элементами. Так, благодаря осевой симметрии Ф.-с. обладает большей примерно в  $2\pi/\beta$  раз светосилой (выигрыш Жакно;  $\beta$  — угл. высота цели в спектральных приборах с диспергирующими элементами) при одинаковой площади сечения коллимированного светового пучка в интерферометре Ф.-с. и на диспергирующих элементах классич. спектрального прибора. Выигрыш в мультиплексности (выигрыш Фелгелта) обусловлен тем, что в течение всего времени измерения Ф.-с. одновременно регистрирует все компоненты исследуемого спектрального интервала, и, следовательно, при равных отношениях  $S/N$  сокращается время регистрации одинакового спектрального интервала или при равных временах его измерения получают в  $\sqrt{M}$  раз лучшее отношение сигнал/шум ( $M$  — число разрешаемых спектральных элементов на регистрируемом спектральном интервале). Выигрыш Фелгелта возможен, когда шум приёмника излучения не зависит от величины сигнала. Использование стабилизированного но частоте лазера для измерения оптич. разности хода в интерферометре позволяет значительно повысить точность определения длин волн в спектре. В Ф.-с. применяется вычислит. техника (персональные компьютеры), что даёт возможность не только регистрировать и выводить спектральную информацию на внеш. устройства, но и осуществлять последующую обработку получаемых спектров. Кроме того, в Ф.-с. при правильном выборе частоты модуляции спектральных составляющих отсутствует рассеянный свет, появляющийся в большинстве спектрометров др. типов и искажающий регистрируемый сигнал.

Т. о., с помощью разл. типов Ф.-с. можно достичь предельно высокого разрешения, высокой фотометрической точности (большого отношения  $S/N$ ) или сокращения времени регистрации спектра. Сочетание разных пар этих качеств в Ф.-с. и создаёт их многообразие.

Совр. Ф.-с. позволяют работать в широком спектральном интервале от  $5 \text{ см}^{-1}$  до  $5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ , т. е. от субмиллиметрового до УФ-диапазона, хотя наиб. распространены приборы, работающие в ИК-диапазоне, где эффективность использования преимуществ Ф.-с. наибольшая. Разрешение совр. Ф.-с. изменяется в широких пределах — от исх. дес. до  $10^{-4} \text{ см}^{-1}$ .

Временное разрешение (фактически время регистрации интерферограммы) получаемых спектров в большинстве Ф.-с. составляет от долей секунды до неск. минут. Ф.-с. с высокими скоростями изменения оптич. разности хода обладают временным разрешением до  $2$ — $3$  мс при достаточно высоком спектральном разрешении (до  $0,1 \text{ см}^{-1}$ ). В приборах с шаговым сканированием достигается временное разрешение порядка Нс при исследовании периодически повторяющихся сигналов. Ф.-с. на основе статич. интерферометров, где в качестве интерферограммы регистрируется пространственно фиксированная в плоскости приёмных площадок многоэлементного фотоприёмника (линейки или матрицы фотодиодов) интерференц. картина, позволяют достигать временного разрешения, определяемого физ. пределом отд. измерения на отд. приёмнике, т. е. до  $1$  мкс и быстрее. Однако спектральное разрешение такнх Ф.-с. оказывается довольно низким (не лучше  $50 \text{ см}^{-1}$ ).

Обычно в Ф.-с. образец размещается в исследуемом световом пучке до или после интерферометра, исследуется отражённый или пропущенный образцом световой пучок. Однако образец может быть размещён и в одном из плеч интерферометра. В этом случае после обратного комплексного фурье-преобразования зарегистрированной интерферограммы получают комплексно-сопряжённую амплитуду отражения (пропускания) образца, умноженную на спектр источника излучения. Такой Ф.-с. наз. амплитудно-фазовым, он применяется для точного определения спектров оптич. постоянных веществ.

Лит.: Белл Р. Дж. Введение в фурье-спектрокопию, пер. с англ., М., 1975; Светосильные спектральные приборы, М., 1988.  
В. А. Вагин, Г. Н. Жидков.

**ФУРЬЕ-СПЕКТРОСКОПИЯ**—совокупность спектральных методов, в к-рых для получения спектров используются *фурье-спектрометры*. Ф.-с. исследует спектры в ИК-, субмиллиметровом и др. диапазонах длин волн.

В Ф.-с. спектр вычисляют путём фурье-анализа интерферграммы, получаемой с помощью интерферометра Майкельсона. Сложность получения спектра перекрывается преимуществами Ф.-с. над др. спектральными методами, среди к-рых уменьшение времени регистрации спектра, улучшение отношения сигнал/шум, более высокое разрешение. Наиб. применение Ф.-с. нашло в тех исследованиях, где обычные методы малоэффективны или совсем неприменимы. С помощью Ф.-с. были получены спектры планет в ближней ИК-области в течение неск. часов.

В последние годы Ф.-с. позволило получать не только спектры поглощения и люминесценции, но и спектры комбинац. рассеяния света, возбуждаемые в ближней ИК области спектра. Ф.-с. широко применяется в химии, физике, биологии, в совр. технологиях и для контроля окружающей среды.



**ХААГА ТЕОРЕМА**—следствие постулатов аксиоматик квантовой теории поля, демонстрирующее нетривиальный характер связи свободного и взаимодействующего полей в релятивистской теории. Доказана Р. Хаагом (R. Haag) в 1955. Согласно Х. т., *взаимодейщая представление* в строгом матем. смысле не существует.

Для простейшего случая нейтрального скалярного поля  $\phi(x)$  Х. т. формулируется следующим образом (для более сложных полей формулировка Х. т. принципиально не изменяется). Пусть существуют две неприводимые системы операторов (т. е. такие, что только оператор, кратный единичному, коммутирует со всеми операторами данной системы) квантованных полей  $\phi_1(x)$ ,  $\phi_2(x)$ ,  $i=1, 2$  [точнее, их сглаженные аналоги (см. *Локальный оператор*)—операторзначные обобщённые функции], и пусть в соответствующих гильбертовых пространствах существуют единственные вакуумные векторы  $|0_i\rangle$ . Тогда, если справедливо постулаты релятивистской инвариантности, локальности и спектральности (см. *Аксиоматическая квантовая теория поля*) и операторы  $\phi_i(x)$  связаны унитарным преобразованием  $V(t)$ :

$$\phi_2(x, t) = V(t)\phi_1(x, t)V^\dagger(t)$$

(\* означает эрмитово сопряжение), то соответствующее *Уайтмена функции*  $W_n^+(x_1, \dots, x_n)$  совпадают при  $n \leq 4$ ;

$$W_n^+(x_1, \dots, x_n) \equiv \langle 0 | \phi_1(x_1) \dots \phi_1(x_n) | 0 \rangle.$$

К наиб. существ. физ. результату Х. т. приводит в том случае, когда одно из полей  $\phi_i(x)$  является свободным полем, поскольку из совпадения двухточечных ф-ий Уайтмена следует, что второе поле тоже является свободным. Иными словами, согласно Х. т., взаимодействующее поле  $\phi(x)$  может описывать нетривиальную теорию рассеяния (т. е. теорию, в к-рой оператор матрицы рассеяния отличен от единичного) только тогда, когда не существует *унитарного оператора*  $V(t)$ , связывающего  $\phi(x)$  со свободным полем.

Отсутствие хорошо определённого оператора  $V(t)$  связано с существованием т. н. «странных» (перфорактор) представлений (см. *Представлений теории*) канонических *перестановочных соотношений* (КПС). В отличие от квантовой механики, т. е. системы с конечным числом степеней свободы, в квантовой теории поля наряду с представлениями, в к-рых существует вакуумный вектор (фоковские пред-

ставления) и к-рые все унитарно эквивалентны (теорема фон Неймана), возникают также «странные» представления, унитарно не эквивалентные фоковским. Можно сказать, что в этих представлениях в каждом состоянии содержится бесконечное число частей.

Х. т. показывает, что фоковские представления справедливы только для асимптотич. полей, т. е. при  $t \rightarrow \pm \infty$ . При произвольном конечном  $t$  реализуются «странные» представления КПС. Появление «странных» представлений в принципе можно избежать, вводя пространственное «обрезание», т. е. рассматривая теорию в конечном объёме пространства. В этом случае необходимые для справедливости Х. т. условия инвариантности не выполняются. Следовательно, ограничения, налагаемые Х. т., утрачивают силу. Однако в таком подходе возникает сложная матем. проблема снятия «обрезания». Математически корректное построение нетривиальной теории квантового поля пока осуществлено лишь для простейших случаев (см. *Конструктивная квантовая теория поля*).

Х. т. может служить указанием на возможность столь сингулярного поведения КПС, что сглаживание операторов поля только по пространственным переменным становится невозможным, т. е. необходимым сглаживание и по временной переменной.

*Лит.*: Haag R., On quantum field theories, «Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd.», 1955, т. 29, № 12; Стригер Р., Вайтман А., РСТ, спин и статистика и все такое, пер. с англ., М., 1966; Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Оксак А. И., Тодоров И. Т., Общие принципы квантовой теории поля, М., 1987.

Ю. С. Вернов.

**ХАББАРДА МОДЕЛЬ**—одна из фундам. моделей для описания систем сильно взаимодействующих электронов в кристалле. Модель была предложена в 1963—65 Дж. Хаббардом [1] и получила широкое развитие в последующие годы. Х. м. является осн. моделью для описания *зонного магнетизма* в металлах, *фазового перехода металл—диэлектрик* и разл. аспектов взаимосвязи магн. и электр. свойств твёрдых тел. Достоинствами модели являются её простота и физ. содержательность.

**Гамма-тоннан.** В Х. м. рассматриваются невырожденные но орбитальному состоянию электроны, движущиеся по кристаллич. решётке посредством квантовых переходов (перескоков) е узла на узел и обладающие локальным кулоновским взаимодействием на одном узле. Т. о., гамма-тоннан модели  $H$  содержит всего два параметра: матричный элемент перехода  $t$  и параметр кулоновского отталкивания  $U$ ; в представлении вторичного квантования

$$H = t \sum_{i,j\sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (1)$$

где  $c_{i\sigma}^\dagger$  ( $c_{i\sigma}$ )—ферми-оператор рождения (уничтожения) электрона на узле  $i$  со спином  $\sigma$ , принимающим два значения:  $\uparrow$  и  $\downarrow$ ;  $n_{i\sigma} = c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}$ —оператор числа электронов на узле с заданным спином.

Первый член в  $H$  описывает электронную зону со спектром

$$\epsilon(k) = 2t \sum_{\alpha=1}^d \cos k_\alpha \quad (2)$$

(для кубич. решётки в пространстве размерности  $d$ ), причём параметр решётки положен равным единице. Вместо  $t$  можно взять др. величину—ширину зоны  $W = 2zt$ , где  $z$ —число ближайших соседей. В двух предельных случаях физ. картина, описываемая гамма-тоннаном (1), относительно проста. При  $U \ll W$  система представляет ферми-жидкость (см. *Квантовая жидкость*), так что затухание квазичастиц (электронов) на поверхности Ферми равно нулю. В системе возможно магн. упорядочение (см. *Магнитная атомная структура*)—ферромагнитное ( $F$ ) или типа *спиновой плоскости волны* ( $LSW$ ), хотя локализованные магн. моменты отсутствуют. В этих условиях магн. свойства модели хорошо описываются динамической восприимчивостью в приближении хаотических фаз ( $RA$ ). Др. предел  $U \gg W$  соответствует сильно коррелированной

системе, в  $k$ -рой одночастичное описание (имеющее место для ферми-жидкости) невозможно, поскольку важными становятся многоэлектронные эффекты (корреляции). В этой ситуации можно воспользоваться малым параметром  $W/U \ll 1$  и перейти от общего гамилтониана (1) к эфф. гамилтониану т. н.  $t$ - $J$ -модели:

$$H = t \sum_{ij} (1 - n_{i\sigma}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + J \sum_{ij} (S_i S_j - \frac{1}{4} n_{ij}), \quad (3)$$

$k$ -рый описывает движение скоррелированных электронов по решётке: они совершают прыжки с узла на соседний узел, по так, чтобы на одном узле не было двух электронов [эти состояния запрещаются факторами  $(1 - n_{i\sigma})$  в первом члене]; при этом возникает эфф. антиферромагн. обменное взаимодействие электронов на соседних узлах с обменным интегралом  $J = 2t^2/U$ .

Кроме двух параметров ( $t$ ,  $U$  или  $t$ ,  $J$ )  $X$ , м. характеризуется ещё одним параметром — электронной концентрацией  $n$  (число электронов на один узел решётки). В этой невырожденной модели  $n$  меняется в пределах  $0 < n < 2$ , причём поведение системы существенно зависит от величины  $n$ . Из (3) видно, что при половинном заполнении зоны ( $n=1$ ) гамилтониан  $t$ - $J$ -модели сводится к гамилтониану *Рейзенберга модели* с атомным локализованным спином  $S = 1/2$ , так что основное состояние системы должно быть антиферромагнитным с волновым вектором  $Q = (\pi, \pi, \pi)$ . За счёт взаимодействия электронных состояний с антиферромагн. норядком при  $n=1$  должна открываться щель на поверхности Ферми, так что в этих условиях система должна быть диэлектриком. При отклонении от половинного заполнения в системе появляется дырочная проводимость, а антиферромагн. порядок ослабляется за счёт движения дырок, так что при нек-рой концентрации дырок антиферромагнетизм исчезает; при последующем уменьшении  $n$  сильно коррелированная система переходит в режим ферми-жидкости. Т. о., из рассмотрения двух предельных случаев ясно, что при изменении  $n$  должен существовать кроссовер от ферми-жидкостного поведения в фазу диэлектрик, состоящая и одновременно кроссовер от коллективизированного магнетизма к магнетизму с локализованными магн. моментами. При фиксированном  $n$  аналогичный кроссовер должен возникать с ростом  $U$ . Эти наиболее интересные явления появляются в области промежуточных значений  $U \sim W$ , где *возмущенной теорией* не работает, поэтому необходимо использовать при анализе  $X$ , м. другие приближенные подходы, не основанные на разложении по параметрам  $U/W$  или  $W/U$ . Ниже рассматривается ряд таких подходов [2].

**Квазичастичный спектр при наличии сильной корреляции.** Первые важные результаты о поведении систем с большим  $U \geq W$  были получены Хаббардом с помощью метода расщепления ур-ний движения для двухэнергетических *Грина функций*. Простейшее расщепление (известное в литературе как приближение «Хаббард-1») основано на том, что в гамилтониане (1) кулоновский член диагонален в усильном представлении, поэтому корреляция на одном узле могут быть учтены точно; оно приводит к следующему спектру квазичастичных состояний с импульсом  $k$  и спином  $\sigma$ :

$$E_{\sigma, 2}(k) = \frac{1}{2} [\delta(k) + U \pm \sqrt{\delta^2(k) - 2\delta(k)U(1 - 2n_\sigma) + U^2}]. \quad (4)$$

Т. о., при наличии кулоновского отталкивания на узле вместо одной исходной зоны (2) возникает две т. н. хаббардовские подзоны, зависящие от числа электронов  $n_\sigma$  со спином  $\sigma$ , причём расстояние между этими подзонами порядка  $U$ . Результат (4) носит интерполяц. характер между двумя пределами: свободных электронов ( $U=0$ ) и атомным пределом ( $t=0$ ). В последнем случае возникают два атомных уровня  $E_{n=0} = 0$  и  $E_{n=1} = U$ , соответствующих состояниям с одним и двумя электронами на узле. Оказывается, что ниж. подзона соответствует одночастичным электронным состояниям, а верхняя — двухчастичным, в  $k$ -рой на одном узле находятся два электрона. Расстояние

между этими подзонами по порядку величины соответствует разности энергии в атомных состояниях, равной  $U$ . Этот вывод Хаббарда соответствует картине расщепления спектра в *Шубина — Вановского модели*, являющейся предшественницей  $X$ , м. Приближение «Хаббард-1» страдает рядом недостатков, т. к. оно даёт расщепление зоны при любом сколько угодно малом  $U$ , а также нарушает аналитич. свойства электронной ф-ции Грина и необходимыми *правила сумм*. Тем не менее сам факт корреляц. расщепления зоны чрезвычайно важен. Для  $t$ - $J$ -модели (4) переходит в следующую ф-лу для энергии в ниж. подзоне (верх. подзону следует отбросить) в парамагн. фазе:

$$E(k) = \left(1 - \frac{n}{2}\right) \delta(k). \quad (5)$$

Эта ф-ла описывает корреляц. сужение зоны за счёт фактора  $1 - n/2$ , зависящего от концентрации электронов.

Позднее Хаббард улучшил расщепление и пришёл к физически более корректному результату, известному как приближение «Хаббард-3», основанному на использовании «слабой аналогии». Если кулоновский член в (1) взят в *среднего поля приближении*, т. е. заменить его на  $U \sum_i n_{i\sigma} n_{i\bar{\sigma}}$ , то это будет означать, что электрон со спином  $\sigma$  взаимодействует с локальным полем величины  $U(n_{i\bar{\sigma}})$ ,  $k$ -рое на отд. узле принимает значение либо 0, либо  $U$ . Задача становится тогда эквивалентной задаче о движении электрона в двухкомпонентном сплаве, и для неё может быть использовано приближение типа когерентного потенциала (*CPA*), хорошо известное в теории сплавов.

Расчитанная в приближении «Хаббард-3» плотность состояний  $\rho(\omega)$  изменяет свою топологию с ростом  $U$  (рис. 1). При достижении нек-рого критич. значения

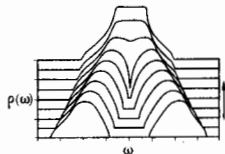


Рис. 1. Изменение плотности состояний  $\rho(\omega)$  с ростом параметра  $U$  (выражение роста указано стрелкой) в приближении «Хаббард-3» для простой кубической решётки.

$U_c \approx W$  имеет место расщепление единой зоны на две подзоны. При половинном заполнении это происходит точно в центре исходной зоны, поэтому в точке  $U = U_c$  имеет место фазовый переход металл — диэлектрик, предсказанный Моттом. При дальнейшем увеличении  $U$  ширина запрещённой зоны растёт по закону  $(U - U_c)^{3/2}$ . В приближении «Хаббард-3» корреляц. расщепление зоны происходит только при достаточно больших значениях  $U$ , а квазичастичные имеют конечное затухание, причём аналитич. свойства ф-ции Грина не нарушаются. Однако выяснилось, что при всех  $U$  затухание отлично от нуля также и на поверхности Ферми, т. е. на ней нет скачка в распределении частиц но импульсам, что означает отсутствие и самой поверхности Ферми. Др. словами, приближение «Хаббард-3» описывает ферми-жидкостное поведение системы во всей области изменения параметров; как и в приближении «Хаббард-1», здесь нет предельного перехода к металлу  $U$ . Кроме того, в приближении «Хаббард-3» теория не самосогласована полностью и результат вычисления термодинамич. величин зависит от способа вычисления. Эти недостатки приближения связаны с некоррелируемыми расщеплениями ф-ции Грина. Большой прогресс в понимании сильно коррелированных систем, описываемых  $X$ , м., был достигнут при рассмотрении предела  $d \rightarrow \infty$ .

**Предель бесконечной размерности пространства.** В теории систем мн. тел предел  $d \rightarrow \infty$  соответствует приближенно ср. поля,  $k$ -рое является асимптотически точным в этом пределе. Прекрасным примером служит *Ишига модель*, в  $k$ -рой доказано, что ур-ние молекулярного поля

для спонтанного момента является точным в пределе  $d \rightarrow \infty$  или  $z \rightarrow \infty$ . Для Х. м. формулировка этого предела оказывается нетривиальной; Метшером и Фолхартом [3] показано, что в этом пределе все вычисления сильно упрощаются, при этом сохраняются все физ. свойства модели. Эти упрощения в пределе  $d \rightarrow \infty$  обусловлены тем, что собственная энергия электрона становится диагональной в узельном представлении:

$$\sum_{ij} (\omega) = \sum (\omega) \delta_{ij}, \quad (6)$$

т. е.  $\Sigma$  не зависит от квазимпульса, а является только функцией частоты. Одновременно оказывается, что во всех вершинных частях диаграммой техники можно пренебречь законом сохранения квазимпульса, т. е. заменить соответствующую  $\delta$ -функцию на 1. При выполнении предела  $d \rightarrow \infty$  для Х. м. необходимо соответствующим образом масштабировать параметры гамильтониана:

$$t = t' \sqrt{2/d}, \quad t' = \text{const}. \quad (7)$$

Тогда спектру (2) в пределе  $d \rightarrow \infty$  соответствует плотность состояний

$$\rho_0(\omega) = \frac{1}{t' \sqrt{\pi}} e^{-\omega^2 / (t')^2}, \quad (8)$$

а ср. квадрат энергии  $\delta^2(k)$  в спектре (8) становится конечным в пределе  $d \rightarrow \infty$ . Кроме того, ф-ция Грина на решетке

$$G_{ij}^0(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{e^{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)}}{\omega - \delta(\mathbf{k})} \quad (9)$$

имеют асимптотику  $\sim 1/(\sqrt{d})^{|i-j|}$ , где  $|i-j|$  — мин. число шагов по ближайшим соседям (в единичной параметра решетки) между узлами  $i$  и  $j$ . В частности, для ближайших соседей  $G_{ij}^0 \sim 1/\sqrt{d}$ . Т. о., в пределе  $d \rightarrow \infty$  все *Ван-Хова особенности* в плотности состояний сглаживаются.

Благодаря локальному характеру собственной энергии в пределе  $d \rightarrow \infty$  Х. м. сводится к однопримесной задаче в решетке [4–7] со специально подобранными двумя ф-циями энергии  $\Sigma(\omega)$  и  $\mathcal{G}(\omega)$ , характеризующими эфф. однородную среду, к-рые в случае магн. упорядочения зависят ещё и от спина.  $\Sigma(\omega)$  играет роль нек-рого эфф. поля, действующего на электрон со стороны всех др. электронов, а  $\mathcal{G}(\omega)$  является затравочным линейным пропагатором для  $G_{ij}(\omega)$ . Т. о., имеются два выражения для  $G_{ij}(\omega)$ :

$$G_{ij}(\omega) = \int d\epsilon \frac{\rho_0(\epsilon)}{\omega - \epsilon - \Sigma(\epsilon)}, \quad (10)$$

$$G_{ij}(\omega) = [\mathcal{G}^{-1}(\omega) - \Sigma(\omega)]^{-1}. \quad (11)$$

приводящие к ур-нию, связывающему  $\Sigma(\omega)$  и  $\mathcal{G}(\omega)$ . С др. стороны, величина  $G_{ij}(\omega)$  как ф-ция Грина однопримесной модели может быть найдена численно (напр., с помощью квантового Монте-Карло метода). В этом смысле ур-ния (10) и (11) представляют точное решение Х. м. в пределе  $d \rightarrow \infty$ , выражая результат через точное решение однопримесной модели. Имеется и др. способ исследования Х. м. з пределе  $d \rightarrow \infty$  [4] на основе известных выражений для затравочной ф-ции Грина  $\mathcal{G}(\omega)$  однопримесной Х. м. Разл. характер поведения  $\mathcal{G}(\omega)$  в зависимости от соотношения между параметрами однопримесной модели определяет возможные режимы для точного однопримесного пропагатора  $G_{ij}(\omega)$ , а следовательно, и характер решения для  $\rho_0(\omega)$ . Плотность состояний  $\rho(\omega)$  даётся ф-лой

$$\rho(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im } G_{ii}(\omega). \quad (12)$$

возможная структура  $\rho(\omega)$  определяется характером решения однопримесной задачи, т. е. поведением ф-ции Грина  $G_{ii}(\omega)$  в модели Андерсона. Затравочная ф-ция Грина ( $\omega$ ) для этой модели содержит два независимых параметра — атомный уровень  $d$ -состояния  $E_d$  и ширину этого уровня  $\Delta$ . В зависимости от соотношения между ними

плотность состояний однопримесной модели имеет двухпиковую структуру (при  $E_d \ll \Delta$ ), один широкий пик (при  $E_d \gg \Delta$ ) или узкий пик, соответствующий электронному резонансу в *Кондо эффекте*, наряду с одним или двумя широкими спутниками (при  $|E_d| \sim \Delta$ ). Этим трём режимам однопримесной модели соответствуют три возможных режима Х. м. вблизи полного заполнения: расширенный на две подзоны спектр, нерасширенный спектр и спектр с резонансом Кондо на поверхности Ферми. Подобный перенос свойств однопримесной модели Андерсона на Х. м. хорошо подтверждается численными расчётами. На рис. 2 показана эволюция плотности со-

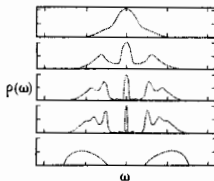


Рис. 2. Плотность состояний  $\rho(\omega)$  для Хаббарда модели при половинном заполнении и  $T=0$  в пределе  $d \rightarrow \infty$  для значений  $U$  (сверху вниз): 1; 2.3; 2.7; 3; 4 [5].

стояний Х. м. с увеличением параметра  $U$ . При  $U \geq 3$  появляется щель в спектре, отвечающая фазовому переходу. В отличие от результатов приближения «Хаббард-3» (рис. 1), появляется узкий квазиэлектрический пик на поверхности Ферми в металл. фазе, соответствующий кондо-резонансу, с шириной порядка темп-ры Кондо  $T_K$ . Высота этого центр. пика не меняется с ростом  $U$  вплоть до критич. значения  $U_c$ , когда он исчезает скачком и открывается щель на поверхности Ферми. При  $U > U_c$  в диэлектрич. фазе возникает антиферромагн. упорядочение с волновым вектором  $Q$  и локализованным магн. моментами. Металлич. фаза имеет ферми-жидкостное поведение с *тяжёлыми фермионами*, масса к-рых возрастает по мере приближения к границе диэлектрич. фазы. Ожидаемая фазовая диаграмма при половинном заполнении показана на рис. 3, где затрихована грубо оценённая переходная



Рис. 3. Фазовая диаграмма при  $n=1$  и  $d \rightarrow \infty$  на плоскости  $(T, U)$  [6].

область от металла к изолятору, в к-рой нарушается ферми-жидкостная картина, т. е. исчезает скачок в  $n_k$  на поверхности Ферми.

При отклонении от полного заполнения диэлектрич. фаза быстро заменяется металлической. В частности, на поверхности Ферми при низких темп-рах возникают узкие резонансы, соответствующие кондовской экранировке локализованных магн. моментов, и при  $n < 0,8$  система ведёт себя как обычная ферми-жидкость. Возможная фазовая диаграмма на плоскости  $(n, U)$  показана на рис. 4.



Рис. 4. Фазовая диаграмма при  $T=0$  на плоскости  $(n, U)$  [7].

Сплошная кривая отделяет ферми-жидкостную область от ферми-жидкостной, к-рая подразделяется на дилектрич. фазу (при больших  $U$ ) и металл. фазу (при меньших  $U$ ). Разумеется, представленные на рис. 3, 4 фазовые диаграммы достаточно схематичны и должны уточняться (даже в пределе  $d \rightarrow \infty$ ).

Подчеркнем, что урния (10) и (11) являются точными ур-ниями для  $X_m$  в пределе  $d \rightarrow \infty$ , хотя для получения их решения необходимо численно решить вспомогат. задачу об одноиризмной модели Андерсона, к-рая соответствует точной теории ср. поля для  $X_m$  Т. о., известны (по крайней мере, в принципе) точные решения  $X_m$  в двух случаях:  $d=1$  (Либ и Ву [8]); подробнее см. в ст. *Точные решаемые модели в квантовой теории поля и в статистической физике* и  $d \rightarrow \infty$ . Возникает вопрос, насколько близко поведение модели при  $d=3$  к случаю  $d \rightarrow \infty$ . Полного ответа на него ещё нет, однако накопленный опыт исследования в пределе  $d \rightarrow \infty$  позволяет сделать вывод о том, что эфф. размерность реального пространства можно считать весьма высокой. Отд. сравнения результатов расчётов для  $d = \infty$  и  $d=3$  подтверждают это. Существуют методы вычисления поправок по параметру  $1/d$ , дающие хорошее согласие с численными расчётами для трёхмерного случая [9].

**Движение дырки в антиферромагнитной матрице.** В случае половинного заполнения при конечных  $U$   $X_m$  сводится к гейзенберговскому антиферромагнетику и для простой кубич. решётки осн. состояние является двухподрёштёточным (нелевским) антиферромагнетиком. Наиб. интерес представляет состояние с одной дыркой в такой системе, причём движение дырки и антиферромагн. состояние самогласованно связаны: дырка при своём движении деформирует антиферромагн. окружение, что, в свою очередь, влияет на её движение. Простейший анализ движения дырки в нелевском антиферромагнетике даёт изинговское приближение, когда обменная энергия двух спинов  $\sim (S_i S_j)$  заменяется на  $S_i^2 S_j^2$ , что означает пренебрежение поперечными компонентами во взаимодействии спинов.

При движении дырки в строго нелевском антиферромагнетике вдоль её траектории неизбежно возникает неправильное расположение спинов (рис. 5), требующее затрат энергии  $\sim J$ , где  $l$  — длина траектории. Вследствие

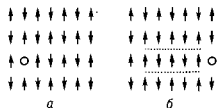


Рис. 5. Движение дырки в антиферромагнитной матрице: а — начальное состояние; б — конечное состояние. В результате перемещения дырки на длину  $l$  возникает область неправильно расположенных спинов («струна») такой же длины.

этого движение дырки становится энергетически невыгодным и она автолокализуется. Центром автолокализации дырки (или лишнего электрона) является узел, занятый дыркой, при к-ром сохраняется идеальное антиферромагн. расположение спинов (рис. 5, а). Такое состояние является аналогом трёхмерного осциллятора, к-рый формируется частией, движущейся не в квадратичном, как обычно, а в линейном потенциале [10]. В таком потенциале возникает связанное состояние с энергией  $\sim (J/l)^{2/3}$ , отсчитанной от дна зоны. Квазисциллянтное состояние существенно отличается от поляронного (см. Полларон), в к-ром деформация антиферромагн. структуры переносится по решётке дыркой (или электроном), пусть даже с достаточно большой эфф. массой. В квазисциллянтном состоянии возникающая локальная деформация магн. структуры не переносится по решётке, если не включать поперечных компонент спинов гейзенберговского обменного гамильтониана. Последнее разрешает процессы спонтанного переворота спинов, благодаря к-рым жест

релаксировать созданная деформация структуры и, следовательно, становится возможным движение дырки. Т. о., в изинговском пределе трансляц. движение дырки невозможно (эфф. масса равна бесконечности), спектральная плотность дырки  $A(k, \omega)$  с нек-рым фиксированным волновым вектором  $k$  не имеет квазичастичного пика; соответствующая дырке спектральная плотность имеет некогерентный характер.

В описанную картину квазисциллятора следует внести поправку, связанную с тем, что если дырка совершит петлю, перескакивая по соседним узлам, образующим квадратную ячейку двумерной решётки, причём обойдёт её полтора раза, то она окажется на противоположном конце диагональ квадрата, при этом в антиферромагн. решётке не произойдёт никаких изменений. Это означает, что дырка может передвигаться по магн. решётке без затрат энергии на её деформацию. Вклад подобного типа траекторий (петель Тругмана) приводит к конечной подвижности дырки даже в изинговском пределе.

Учёт взаимодействия поперечных компонент спина также приводит к конечной подвижности дырок. Эфф. масса дырки определяется процессом рассеяния на *спиновых флуктуациях* (спиновых волнах). При низких темпах возможно испускание *спиновых волн* только с низкими энергиями. Если плотность состояний в спектре низкоэнергетич. спиновых возбуждений мала, то можно ожидать хорошо определённые когерентные состояния дырок как квазичастич вблизи дна дырочного спектра, к-рые имеют конечное, но не слишком малое время жизни. При более высоких энергиях рассеяние усиливается и квазичастичный пик должен размываться.

Численные расчёты для малых кластеров подтвердили описанную картину движения дырки в квантовом антиферромагнетике. Неожиданным оказалось лишь хорошее совпадение результатов с картиной квазисциллятора в изинговском пределе, как если бы поперечные компоненты спинов были эффективно выключены из динамики дырки. Объяснение этому парадоксу даёт рассмотрение  $t - J$  модели, описывающей квантовый антиферромагнетик в пределе бесконечной размерности  $d \rightarrow \infty$ , когда вклады в динамику дырки от поперечных компонент исчезают. При учёте поправок  $\sim 1/d$  получается результат теории Бринкмана — Райса [11], использованных приближение, в к-ром учитывались только траектории дырки, возвращающиеся в исходную точку, т. е. состояние из путей, проходимых дыркой туда и обратно. Все др. траектории (напр., типа замкнутых петель) дают вклад более высокого порядка, чем  $1/d$ . Результаты численных расчётов, проведённых на двумерных кластерах, совпадают с результатами теории с большой размерностью пространства, учитывающей поправку  $1/d$ .

**Теорема Нагаока. Ферромагнетизм.** Наряду с двумя известными точными решениями  $X_m$  для  $d=1$  и  $d \rightarrow \infty$  большое значение имеет точное решение в пределе  $U \rightarrow \infty$ , известное как теорема Нагаока [12]. Оно сводится к утверждению: осн. состояние  $X_m$  в пределе  $U \rightarrow \infty$  с одной дыркой при половинном заполнении — насыщенный ферромагнетизм, тогда как при строго половинном заполнении ( $n=1$ ) осн. состояние антиферромагнитно. Теорема Нагаока даёт основание ожидать, что при конечной концентрации дырок осн. состояние  $X_m$  будет ферромагнитным при достаточно больших  $U$ ; однако строго это доказано не было. Более того, численные расчёты с двумя дырками в пределе  $U \rightarrow \infty$  показали неустойчивость насыщенного ферромагн. состояния. Кроме того, строго показано, что насыщенный ферромагнетизм сохраняется при микроскопич. числе дырок  $\sim N^\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), но при нулевой концентрации их в термодинам. пределе. Вопрос об осн. состоянии системы в пределе  $U \rightarrow \infty$  при конечной концентрации дырок остаётся открытым. Очень вероятно, что осн. состояние будет ферромагнитным, но без насыщенного спонтанного момента. Во всяком случае, разд. вариан. методы, включая и метод Гутвиллера (см. ниже), приводят к ферромагнетизму при достаточно больших  $U$ . Др. методы, напр. высокотемпературные разложения или

разл. варианты приближений типа ср. поля, приводят к ферромагн. области на плоскости  $(U, n)$  при достаточно больших  $U$  и электронных концентрациях, близких к  $n=1$ . Значения критич. концентрации, при к-рой ферромагнетизм исчезает (в пределе  $U \rightarrow \infty$ ), сильно расходятся друг с другом, так что проблема ферромагн. состояния в Х. м. требует дополнит. исследования.

**Вариационные методы.** Для промежуточных значений  $U \approx W$  эффективен вариц. метод с заданной пробной волновой ф-цией  $\Psi_0$ . Гутвиллер [13] предложил выбрать  $\Psi_0$  в виде

$$\Psi_0 = \prod [1 - (1-g)D_i] |0\rangle = g^D |0\rangle, \quad (13)$$

где  $|0\rangle$  — «вакуумная» волновая ф-ция;  $D_i = n_{i1}n_{i2}$ ;  $D = \sum D_i$  — оператор числа двоек на решётке;  $0 < g < 1$  — вариц. параметр, к-рый глобальным образом учитывает уменьшение вероятности состояний с большим числом двоек. Даже столь простой способ учёта корреляц. эффектов даёт хорошие результаты, особенно при расчёте энергии осн. состояния.

Выбор «вакуума» в (13) определяется типом осн. состояния. Для парамагн. фазы

$$|0\rangle = \prod_{ko} a_{ko}^+ |vac\rangle, \quad (14)$$

где  $|vac\rangle$  — волновая ф-ция полного вакуума, а для осн. состояния со спонтанным нарушением симметрии  $|0\rangle$  выбирается как волновая ф-ция в приближении Хартри—Фока. Напр., для антиферромагн. состояния с валловым вектором  $Q$

$$|0\rangle = \prod_{ko} (u_k a_{ko}^+ + \sigma v_k a_{k+Q}^+) |vac\rangle, \quad (15)$$

где  $u_k$  и  $v_k$  — параметры Боголюбова канонических преобразований.

При вычислении энергии осн. состояния с помощью волновой ф-ции (13) Гутвиллер использовал приближение, при к-ром подсчёт числа спиновых конфигураций производится классич. методом с помощью комбинаторных приёмов; оно оказалось точным в пределе  $d \rightarrow \infty$ . Расчёт  $E_0$  с волновой ф-цией (13) в пределе  $d \rightarrow \infty$  даёт хорошее согласие с результатами численных расчётов по квантовому методу Монте-Карло для  $d=2$  и  $d=3$ , так что поправки порядка  $1/d$  к пределу  $d \rightarrow \infty$  являются в этом случае очень малыми и энергия осн. состояния слабо чувствительна к размерности пространства. Сравнение энергий парамагн. (P), ферромагн. (F) и антиферромагн. (AF) фаз приводит к магн. фазовой диаграмме на плоскости  $(U, n)$  (рис. 6).

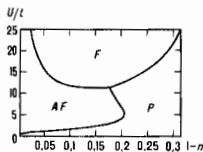


Рис. 6. Магнитная фазовая диаграмма для  $d \rightarrow \infty$  при  $T=0$ , полученная вариационным методом [14].

Эта диаграмма учитывает только однодронные фазы, учёт неоднородных состояний изменяет границы фаз, но качество характер фазовой диаграммы остаётся прежним.

**Операторы Хаббарда и метод вспомогательных бозонов.** В условиях сильного кулоновского взаимодействия ( $U \gg W$ ) в качестве нулевого приближения выбирается кулоновский член в гамма-функции (1). Тогда задача нулевого приближения сводится к одноузловой и может быть решена точно в базисе локализованных атомных ф-ций  $|ip\rangle, |i0\rangle, |i1\rangle, |i2\rangle$ , описывающих соответственно состояние без электрона, с одним электроном (со спином вверх или вниз) и с двумя электронами на узле. Переходы между этими состояниями описываются матрицами размерностью  $4 \times 4$ , соответствующими операторам Хаббарда

$$X_i^{\alpha\alpha} = |ip\rangle \langle iq|, \quad (16)$$

Все элементы такой матрицы равны нулю, кроме одного, стоящего на пересечении  $p$ -строки и  $q$ -столбца и равного 1. Для них имеют место правило умножения

$$X_i^{\alpha\alpha} X_i^{\beta\beta} = \delta_{\alpha\beta} X_i^{\alpha\beta} \quad (17)$$

и условие полноты

$$\sum_{\alpha} X_i^{\alpha\alpha} = 1. \quad (18)$$

Из 16  $X$ -операторов часть является фермиподобными, или  $f$ -операторами ( $X_i^{00}, X_i^{02}, X_i^{20}, X_i^{22}$ ), часть — бозе-подобными, или  $b$ -операторами ( $X_i^{+1}, X_i^{-1}, X_i^{20}, X_i^{02}$ ), поскольку они меняют число электронов на узле на нечётное и чётное число соответственно; остальные ( $X_i^{00}, X_i^{02}, X_i^{22}$ ) — диагональные. Алгебры  $f$ - и  $b$ -операторов различны: они удовлетворяют антикоммутирующим и коммутаторным перестановочным соотношениям соответственно

$$[X_i^{\alpha\alpha}, X_i^{\beta\beta}] = \delta_{\alpha\beta} (\delta_{\alpha\beta} X_i^{\alpha\alpha} + \delta_{\alpha\beta} X_i^{\beta\beta}). \quad (19)$$

Фермиевские операторы выражаются линейной комбинацией  $X$ -операторов  $f$ -типа

$$a_{i\alpha}^{\pm} = X_i^{\alpha 0} + \sigma X_i^{0\alpha}, \quad (20)$$

так что гамма-функция (1) в терминах  $X$ -операторов имеет вид

$$H = \sum_i \{ -\mu X_i^{+1} + \mu X_i^{-1} + (U-2\mu) X_i^{22} + \} + i \sum_{ij} \{ X_i^{+1} X_j^{+1} + X_i^{-1} X_j^{-1} + (X_i^{+1} X_j^{-1} + X_i^{-1} X_j^{+1}) (X_i^{0-} - X_j^{2+}) \} \quad (21)$$

(в первое слагаемое включён член с химическим потенциалом  $\mu$ ).

Очевидно, что в этом представлении кулоновский член стал линейным, а кинетический член представляет собой биндильную форму на  $X$ -операторам. Это открывает возможность построения регулярной теории возмущений по параметру  $1/U$  в форме диаграммной техники с  $X$ -операторами. Такая техника для Х. м. была построена Забейевым [15], а для  $t-J$ -модели — Изюмовым и Летуновым [16]. В последнем случае было разработано обобщённое приближение хаотических фаз (GRPA), аналогичное RPA для обычных ферми-систем и основанное на суммировании всех петлевых диаграмм. В рамках GRPA вычислена диаграмм. магн. восприимчивость  $\chi(q, \omega)$ , к-рая при изменении электронной концентрации описывает кроссовер от чисто коллективизированного магнетизма к магнетизму с локализованными магн. моментами.

Поскольку алгебра  $X$ -операторов и соответствующая диаграммная техника сложны, существуют попытки выразить  $X$ -операторы через произведения обычных ферми- и бозе-операторов. Такие представления неоднозначны и составляют т. н. технику всмогательных бозонов (и фермионов); напр., один из возможных вариантов:

$$X_i^{\alpha\alpha} = b_i^{\dagger} f_{i\alpha}, \quad X_i^{+-} = f_i^{\dagger} f_{i1}, \quad (22)$$

где  $b_i$  — бозе-, а  $f_{i\alpha}$  — ферми-операторы. В данном случае индекс состояния (проекция синга  $\sigma$ ) приписывается ферми-оператору, поэтому бозе-операторы являются вспомогательными; возможны и др. представления (напр., со всмогательными фермионами). Выражения (22) удовлетворяют перестановочным соотношениям (18) для  $X$ -операторов только при доп. условии (констр. ф-е):

$$b_i^{\dagger} b_i + \sum_{\alpha} f_{i\alpha}^{\dagger} f_{i\alpha} = 1. \quad (23)$$

В технике со всмогат. бозонами (или фермионами) трудность со сложной алгеброй  $X$ -операторов переносится на необходимость учёта констрейнов. Обычно это делается при вычислении статистич. суммы в виде континуального интеграла (см. *Функциональный интеграл*), при этом констрейны учитываются с помощью множителя Лагранжа  $\lambda_n$ , зависящих от номера узла. Континуальные интегралы вычисляются обычно по методу стационарной фазы, и при

нахождении стационарных точек пренебрегают зависимость  $\lambda_1$  от номера узла  $i$ . Также приближение, когда локальные констрейны заменяют на глобальные (учитывающие связи не на каждом отдельном узле, а в среднем), соответствует нек-рому приближению ср. поля. Возможен и более строгий учет констрейнов в континуальном интеграле, при к-ром система сильно взаимодействующих электронов заменяется на систему бозонов и фермионов, взаимодействующих эффективно друг с другом через *калибровочные поля*. Последние и вводятся для того, чтобы удовлетворять необходимым констрейны. На этом пути получены важные физ. результаты для Х. м. вблизи полновыгодного заполнения, включая описание магн. фаз, электронного спектра и кинетических свойств системы [17].

**Заключение.** Значит, всплеск эксперим. и теоретич. исследований по Х. м. возник в связи с открытием *оксидных высокотемпературных сверхпроводников* и идей Андерсона [18] о том, что этот класс веществ представляет сильно коррелированные электронные системы, находящиеся вблизи магн. упорядочения, к-рые, по-видимому, должны описываться  $t-J$ -моделью. В связи с этим акцент был сделан на изучении двумерной Х. м. (ввиду особой роли  $\text{CuO}_2$ -плоскости в этих соединениях) вблизи полновыгодного заполнения. При этом были пересмотрены многие ранее полученные без достаточного обоснования физ. результаты, что привело к созданию общей картины поведения Х. м. в широком интервале изменения параметров гамильтониана, электронной концентрации и темп-ры. Наиб. общим подходом, объединяющим разл. частные подходы и не связанным с к.-л. малыми параметрами, является рассмотрение предела большой размерности пространства  $d$ , причём в пределе  $d \rightarrow \infty$  теория ср. поля становится строгой. При этом Х. м. на решётке сводится к решению нек-рой вспомогат. задачи о примесном центре в модели Андерсона. В рамках этого подхода удалось описать совокупность связанных друг с другом явлений: переход металл — диэлектрик, взаимодействие локализованных магн. моментов, нарушение ферми-жидкостной картины при возрастании параметра кулоновского отталкивания  $U$ . Кроме того, нек-рые известные ранее приближения (напр., Гутвиллера или Бринкмана — Райса) также дают точный результат в пределе  $d \rightarrow \infty$ . Этот подход даёт возможность получать систематич. поправки по степеням  $1/d$  и тем самым переходить к реальным системам с  $d=3$  или  $d=2$ . Оказывается, что предел  $d \rightarrow \infty$  даёт весьма удовлетворит. качественное и во мн. случаях даже количественное описание разл. явлений в рамках Х. м. при произвольных соотношениях двух осн. параметров  $U$  и  $V$ . Следует ожидать развития методов разложения по степеням  $1/d$  для описания коллективных возбуждений и транспортных свойств в Х. м.

Лит.: 1) Hubbard J., Electron correlations in narrow energy bands — 3, 4, «Proc. Roy. Soc. A», 1963, v. 276, p. 238; 1964, v. 281, p. 401; 1965, v. 285, p. 541; 2) Изюмов Ю. А., Магнетизм и сверхпроводимость — сильно коррелированной системе, «УФН», 1991, т. 161, № 11, с. 1; 1995, т. 165, с. 403; 3) Metzner W., Vollhardt D., Correlated lattice fermions in D-infinity dimensions, «Phys. Rev. Lett.», 1989, v. 62, p. 324; 4) Georges A., Kotliar G., «Phys. Rev. B», 1992, v. 45, p. 6479; 5) Zhang X. J., Rozenberg M. J., Kotliar G., Mott transition in the  $d \rightarrow \infty$  Hubbard model at zero temperature, «Phys. Rev. Lett.», 1993, v. 70, p. 1666; 6) Frusching E., Cox D. L., Jarrell M., Hubbard model at infinite dimensions. Thermodynamic and transport properties, «Phys. Rev. B», 1993, v. 47, p. 3553; 7) Edwards D. M., Hertz J. A., The breakdown of Fermi-liquid theory in the Hubbard-Model, «Physica B», 1990, v. 163, p. 527; 8) Lieb E. H., Wu F. Y., Absence of mott transition in an exact solution of short-range 1-Band model in d-dimension, «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 20, p. 1445; 9) Vollhardt D., High dimensions. A new approach to fermionic lattice models, «Physica B», 1991, v. 169, p. 277; 10) Булаевский Л. И., Навасев Э. Л., Хомский Д. И., Новый тип автолокализованного состояния электрона проводимости в антиферромагнитном полупроводнике, «ЖЭТФ», 1968, т. 54, с. 1562; 11) Brinkman W. F., Rice T. M., Single-particle excitations in magnetic insulators, «Phys. Rev. B», 1970, v. 2, p. 1324; 12) Nagaoika Y., Ferromagnetism in a narrow almost half-filled S band, «Phys. Rev.», 1966, v. 147, p. 392; 13) Gutzwiller M. C., Effect of correlation on ferromagnetism in transition metals, «Phys. Rev. Lett.», 1963,

v. 10, p. 159; 14) Fizekas P., Menge B., Muller-Hartmann E., [Ground-model of the infinite-dimensional Hubbard-model], «Z. Phys. B», 1990, v. 78, p. 69; 15) Зайцев П. О., Обобщенная диаграмма техник и спиновые волны в аннотированном ферромагнетике, «ЖЭТФ», 1975, т. 68, с. 207; его же, Диаграммная техника и газовое приближение в модели Хаббарда, там же, 1976, т. 70, с. 1109; 16) Изюмов Ю. А., Letfulov V. M., A diagram technique for Hubbard operators, «J. Phys. Cond. Matt.», 1990, v. 2, p. 8905; 17) Joffe L., Larkin A., Gapless fermions and gaugefields in dielectrics, «Phys. Rev. B», 1989, v. 39, p. 8988; 18) Anderson P. W., The resonating valence bond state in  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  and superconductivity, «Science», 1987, v. 235, p. 1196.

Ю. А. Изюмов.

**ХАББЛА ЗАКОН** — пропорциональность скорости  $v$  удаления внегалактич. объекта расстоянию до него  $r$ :

$$v = Hr,$$

где  $H$  — Хаббла постоянная.

Х. з. хорошо выполняется для галактик, не входящих в скопления, и скоплений галактик как целого. Открыт Э. П. Хабблом (Е. P. Hubble) в 1929 при сравнении расстояний до 18 галактик с их скоростями, определёнными по Доплера эффекту. Все галактики, выбранные Хабблом, имели систематич. красное смещение. Первые данные о систематич. красном смещении галактик были получены В. М. Слайфером (V. M. Slipher) в 1910. Открытие Х. з. означало открытие расширения Вселенной. Закон Хаббла явился первым подтверждением модели стационарной Вселенной А. А. Фридмана.

И. К. Розовича.

**ХАББЛА ПОСТОЯННАЯ** — показатель расширения Вселенной, описываемой моделью Фридмана,  $H(t) = (dR/dt)/R(t)$ , зависит только от времени  $t$  ( $R$  — масштабный фактор, см. Фридмана — Робертсона — Уокера метрика). Для определения Х. п. используют данные о расстояниях до ярких галактик (см. Расстояний шкала) и соответствующие красные смещения спектральных линий. Согласно наблюдениям, в совр. эпоху Х. п. равна 50–80 км/с · Мпк. Зная из наблюдений Х. п. и параметр замедления  $q = -(Rd^2/dt^2)/(dR/dt)^2$  можно найти масштабный фактор и определить знак кривизны пространства-времени Вселенной.

И. К. Розовича.

**ХАНДЕ ЭФФЕКТ** — один из эффектов *магнетотопки*, состоит в изменении диаграмм направленности и в уменьшении степени поляризации света резонансной частоты, рассеянного атомами, находящимися в едком внеш. магн. поле. Характер поляризации рассеянного света существенным образом зависит от величины и направления поля и направления наблюдения. В сильных магн. полях эта зависимость исчезает. Эффект носит имя В. Ханде (W. Hanle), к-рый последовательно изучил явление и впервые объяснил его в 1924. Количеств. теория Х. э. требует применения квантовой механики, однако качественно явление допускает классич. объяснение. Атом, возбуждённый линейно поляризованным светом (см. Поляризация света) на резонансной частоте, рассматривается как электр. диполь, ориентированный по электр. вектору возбуждающего света (см. Оптическая ориентация) и обладающий характерным для данного атома затуханием. Возбуждённый диполь является вторичным источником линейно поляризованного излучения, интенсивность к-рого зависит от угла между осью диполя и направлением наблюдения, а вектор поляризации лежит в плоскости, проходящей через ось диполя и направление наблюдения. Магн. поле, направление к-рого не совпадает с осью диполя, вызывает его прецессию, т. е. периодически меняет его ориентацию, что сопровождается поворотом плоскости поляризации и деполаризацией излучения диполя. Если за время одного периода прецессии затухание диполя велико, то ср. положение излучающего диполя за это время успеет измениться лишь незначительно, что соответствует незначит. уменьшению степени поляризации испущенного света и нек-рому повороту эфф. плоскости поляризации. Если затухание диполя несущественно за время одного периода прецессии, то за всё время излучения диполь совершит много оборотов, так что при наблюдении, перпендикуляр-

ном его оси, поляризация вообще не будет обнаружена. Аналогичная картина имеет место при возбуждении атома светом с круговой поляризацией. Магн. поле снимает частично или полностью оптич. ориентацию атомов.

С точки зрения квантовой теории, Х. з. возникает как следствие снятия в магн. поле энергетич. вырождения атомных состояний с опред. значением проекции момента и является частным случаем многочл. явлений *интерференции состояний*. Х. з. используют в спектроскопии как метод измерения характеристики  $\tau_g$  атомных уровней, где  $\tau$  — время жизни уровня, а  $g$  — гиромагн. отношение. Х. з. лежит в основе измерения сверхслабых магнитных полей.

Лит.: Новиков Л. Н., Скорняк Г. В., Соколова Г. И., Эффект Ханле, «УФН», 1974, т. 113, в. 4, с. 597; Чайка М. П., Интерференция вырожденных атомных состояний, Л., 1975; Александров Е. Б., Хвостенко Г. И., Чайка М. П., Интерференция атомных состояний, М., 1991. Е. Б. Александров.

**ХАОС** — сложное, нерегулярное (аперриодическое) изменение состояния физ. системы в пространстве и/или во времени.

Происхождение хаотического поведения может быть обусловлено разл. причинами.

Х. может представлять собой нх-рое многопериодическое движение:

$$X = F(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n), \tau_i = \omega_i t,$$

где  $F$  —  $2\pi$ -периодическая ф-ция по каждому аргументу. Тогда если среди частот  $\omega_i$  есть несоизмеримые, то реализация представляет сложное изменение со временем вектора состояния  $X$ . С возникновением многопериодических движений связан сценарий появления *турбулентности* по Ландау — Хопфу. В фазовом пространстве  $n$ -периодическое движение описывается траекторией, наматывающейся на  $n$ -мерный тор. В частном случае  $n$ -торы образуются в результате сложения (суперпозиции) конечного числа гармонических колебаний. Напр., автономная система двух связанных осцилляторов, описываемая ур-ниями

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \omega^2 x_1 &= k^2 x_2, \\ \ddot{x}_2 + \omega^2 x_2 &= k^2 x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

совершает двухпериодическое движение:

$$\begin{aligned} x_i &= f_i(\omega_1 t, \omega_2 t) \equiv \\ &\equiv A_i \cos(\omega_1 t + \alpha_i) + B_i \cos(\omega_2 t + \alpha_2), \quad i=1, 2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A_1 = A_2$ ,  $B_1 = -B_2$ ,  $\omega_1^2 = \omega^2 - k^2$ ,  $\omega_2^2 = \omega^2 + k^2$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  — нач. фазы. Если частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  действительные и несоизмеримые, то соответствующее движение в общем случае аперриодическое.

Сложная динамика может возникать также за счёт того, что под действием внеш. факторов параметры системы меняются со временем. Примером является неавтономная система, описываемая уравнением Матвёя:

$$\ddot{x} + [\omega^2 + 2h^2 \cos \gamma t] x = 0. \quad (3)$$

В области стабильности (за исключением дискретного множества точек) величина  $x$  ограничена и меняется аперриодически. В соответствии с теоремой Флорке — Ляпунова (иногда называемой *Блоха теоремой*) эта величина является двухпериодической ф-цией.

Х. возникает, если в системе протекают случайные процессы. Такие процессы могут быть связаны со случайными внеш. воздействиями, а также с флуктуациями внутр. параметров. Примером случайного, хаотического процесса является броуновское движение. Динамика случайных процессов описывается ур-ниями для физ. характеристик — координат, скоростей и др., включающими случайные параметры (ур-ниями Ланджевина), а также ур-ниями для вероятностных характеристик системы. Напр., если процесс марковский, то при опред. допущениях эволюция ф-ции распределения /случайной величины и определяется из ур-ния Фоккера — Планка — Колмогорова:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial(Bf)}{\partial u} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(Df)}{\partial u^2}, \quad (4)$$

в к-ром  $B$  и  $D$  — интегральные моменты вероятности перехода системы между разл. допустимыми состояниями.

Случайный процесс характеризуется такими параметрами, как среднес. дисперсия, коррелиц. ф-ция, спектральная ф-ция. Важным признаком случайности процесса является убывание коррелиций по мере увеличения интервала времени между сопоставляемыми наблюдениями:

$$K(\tau) = \langle u(t+\tau), u(t) \rangle \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Этому условию не удовлетворяют, вообще говоря, многопериодические движения, нодобные тем, к-рые описываются ур-ниями (1), (3). Кроме того, спектральный анализ таких движений выявляет наличие лишь конечного числа несоизмеримых частот и/или счётного (или конечного) числа кратных частот. Поэтому многопериодические движения и колебания линейных неавтономных систем (если, конечно, внеш. «силы» не меняются стохастически) не обладают необходимыми свойствами истинно стохастических колебаний и по отношению к ним термины «хаотический» и «стохастический» утрачивают своё значение.

Сложное поведение, обладающее основными свойствами случайного процесса, обнаруживается у мн. нелинейных динамических систем (т. н. *хаос динамический*). Качественно происхождение Х. в таких системах связывают с тем, что нелинейные системы можно рассматривать как совокупность неск. взаимодействующих подсистем, обладающих разл. динамическими свойствами. Хаотическая динамика возникает в результате разл. рода процессов синхронизации колебаний указанных подсистем.

Наконец, в квантовых системах, описываемых линейным ур-нием Шредингера, стохастические колебания, вообще говоря, невозможны. Однако если характерные времена переходных процессов велики, может наблюдаться явление квантового Х. Возможность подобного режима легко понять из того, что в классическом пределе система будет описываться нелинейными ур-ниями движения, для к-рых такая динамика известна (см. выше).

Лит.: Заславский Г. М., Стохастичность динамических систем, М., 1984; Рабнович М. И., Трубецков Д. И., Введение в теорию колебаний и волн, 2 изд., М., 1992; Гарднер К. В., Стохастические методы в естественных науках, пер. с англ., М., 1986; Неймарк Ю. И., Ландау П. С., Стохастические и хаотические колебания, М., 1987. Н. А. Карыченко.

**ХАОС ДИНАМИЧЕСКИЙ** (хаос детерминированный) — нерегулярное, аперриодическое изменение состояния (движение) динамич. системы, обладающее осн. свойствами случайного процесса.

Исследования свойств нелинейных динамич. систем показали, что для мн. таких систем характерно не только упорядоченное, регулярное движение, но и случайное изменение состояния. Парадоксальность вывода следует из того, что это движение возникает в отсутствие случайных факторов и полностью определяется нач. условиями. Иллюстрацией может служить матем. маятник с нериодически колеблющейся точкой подвеса. Возмущение маятника не случайно, однако его движение может быть как условно-нериодическим, так и случайным в зависимости от выбираемых нач. условий.

Явление Х. д. присуще большинству нелинейных систем, как автономных, так и неавтономных. Однако оно может оказаться трудно наблюдаемым, если хаос является слабым или медленным (т. е. наблюдается на очень больших временах) либо если он существует в узком диапазоне значений параметров.

Существование хаоса в динамич. системах связано со снейфич. неустойчивостью, называемой локальной неустойчивостью и определяемой след. образом. Пусть  $z(t)$  — точка в фазовом пространстве, определяющая состояние системы в момент времени  $t$ . Совокупность всех точек  $z(t)$  в разл. моменты  $t$  образует *фазовую траекторию* системы, выходящую из точки  $z_0 = z(0)$ .



Обозначим через  $D(t) = \|z_1(t) - z_2(t)\|$  расстояние между двумя точками в фазовом пространстве, принадлежащими разным траекториям  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$  в момент времени  $t$ . Пусть система совершает финитное движение в фазовом пространстве. Такая система наз. локально неустойчивой, если для траекторий, близких в нач. момент времени, существует направление, в к-ром

$$D(t) = D(0) \exp(h_0 t), \quad h_0 > 0 \quad (1)$$

(рис. 1, а). Свойство (1) имеет место для множества нач. условий, имеющих конечную меру в фазовом пространстве системы, и при сколь угодно малых возмущениях нач. условий (т. е. при  $D(0) \rightarrow 0$ ). Поэтому локальную неустойчивость называют также чувствительностью к возмущению нач. условий.

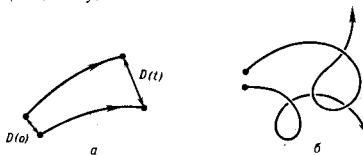


Рис. 1.

Вследствие финитности движения (конечности объёма  $\Gamma$  фазового пространства, занимаемого траекториями) траектории не могут разойтись на расстояния, превышающие характерный размер области  $\Gamma$ , и начинают закручиваться (рис. 1, б). Как следствие, системы с локальной неустойчивостью обладают свойством перемешивания.

Это свойство, введённое в статистическую физику в работах Дж. У. Гиббса (J. W. Gibbs), является более топким, чем свойство эргодичности. Пусть  $z(t)$  — фазовая точка, характеризующая состояние системы в момент времени  $t$ ,  $z_0 = z(0)$ ,  $f(z)$  — произвольная ф-ция от  $z$ ,  $S_t$  — эволюционный оператор,  $S_t z(0) = z(t)$ . Движение наз. эргодическим, если независимо от выбора момента времени  $t$

$$\bar{f} = \langle f \rangle, \quad (2)$$

где среднее по времени  $\bar{f}$  и фазовое среднее  $\langle f \rangle$  от ф-ции  $f$  определены соотношениями

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f[z(t)] dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f[S_t z_0] dt, \quad (3)$$

$$\langle f \rangle = \int_{\Gamma} f(z) d\Gamma(z).$$

Здесь  $d\Gamma(z)$  — элемент объёма фазового пространства в окрестности точки  $z$ . В определении учтена независимость  $f$  от выбора  $t$  (второе равенство в первой строке).

Пусть имеются две произвольные ф-ции  $f(z)$  и  $g(z)$ . Тогда движение наз. перемешивающим, если

$$\lim_{T \rightarrow \infty} R_T(f, g) = 0, \quad (4)$$

где  $R_T(f, g)$  — корреляц. ф-ция, определяемая через фазовые средние равенством

$$R_T(f, g) = \int_{\Gamma} (S_T z) g(z) d\Gamma(z) - \left( \int_{\Gamma} f(z) d\Gamma(z) \right) \left( \int_{\Gamma} g(z) d\Gamma(z) \right) = \langle f(S_T z) g(z) \rangle - \langle f \rangle \langle g \rangle. \quad (5)$$

Из наличия перемешивания автоматически следует свойство эргодичности; обратное, вообще говоря, неверно.

Эфф. перемешивание элемента фазового объёма  $\delta\Gamma$  происходит за время  $\tau \sim 1/h_0$ . Пример эволюции «фазовой капли», иллюстрирующий свойства локальной неустойчивости и перемешивания, показан на рис. 2. Роль локальной

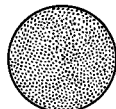
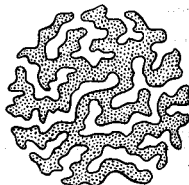


Рис. 2.



неустойчивости в возникновении перемешивания была выяснена Н. С. Крыловым.

Эволюция динамич. систем с перемешиванием различна в зависимости от того, является система гамильтоновой или диссипативной.

### 1. Гамильтоновы системы

В этом случае фазовый объём не меняется:  $\delta\Gamma_t = \delta\Gamma_0$  ( $\delta\Gamma_0$  — фазовый объём в нач. момент времени,  $\delta\Gamma_t$  — фазовый объём той же «капли» в момент времени  $t$ ). Однако структура «фазовой капли» изменяется (рис. 2); «капля» принимает неправильную, амёбообразную форму и постепенно заполняет все области фазового пространства за счёт вытягивания и утоньшения отростков. Следовательно, эфф. объём капли растёт, однако в нём появляется большое кол-во пустот. Для характеристики «раздувания» капли вводится огрубление фазового объёма. Пусть масштаб огрубления есть  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  имеет размерность  $\Gamma$ ). Это значит, что все точки капли следует заменить на сферы объёмом  $\varepsilon$ . Объединение всех таких сфер даст огрублённый объём фазовой капли  $\delta\Gamma_\varepsilon$ . В отличие от истинного объёма  $\delta\Gamma$ , величина  $\delta\Gamma_\varepsilon$  меняется со временем за счёт роста объёма пустот в огрублённой капле. Выберем нач. объём фазовой капли  $\delta\Gamma_0 = \varepsilon$  (при точности огрубления  $\varepsilon$  меньший объём не имеет смысла).

Величина

$$h = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \frac{\delta\Gamma_t}{\delta\Gamma_0} \quad (6)$$

наз. энтропией Колмогорова — Синяя (или К-энтропией, КС-энтропией). Величина  $h$  не зависит от способа разбиения фазового пространства и огрубления и характеризует усреднённый по объёму инкремент неустойчивости  $h_0$  в (1),  $h = \langle h_0 \rangle$ . Системы с хаосом имеют ненулевую К-энтропию  $h > 0$ . Такие системы (т. е. системы с перемешиванием) наз. К-системами.

Вследствие перемешивания фазовой жидкости происходит «забывание» нач. условий. В данном элементе объёма  $\delta\Gamma$  могут присутствовать траектории из разл. областей всего допустимого фазового объёма  $\Gamma$ , если только время наблюдения  $t$  достаточно велико:  $t >> 1/h$ . Поэтому время  $t$  может быть интерпретировано как время забывания нач. условий или время перемешивания.

**Переход к хаосу.** Гамильтонова система с  $N$  степенями свободы описывается системой  $2N$  ур-ний движения. Имеет место теорема Лиувилля. Пусть система обладает  $N$  независимыми интегралами движения  $I_1, I_2, \dots, I_N$ , коммутирующими между собой:  $\{I_k, I_l\} = 0, \quad k, l = 1, 2, \dots, N$  ( $\{, \}$  — скобки Пуассона). Тогда: 1) траектории лежат на  $N$ -мерном торе (пример для  $N=2$  показан на рис. 3); 2) движение условно-периодично и характеризуется  $N$  час-

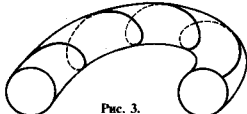


Рис. 3.

тоями  $\omega_i = \omega_i(I_1, I_2, \dots, I_N)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 3$ ) или переменные  $\theta_i$ , характеризующие положение фазовой точки на торе, определяются из ур-ний

$$\dot{\theta}_i = \omega_i(I_1, I_2, \dots, I_N) \text{ или } \theta_i = \omega_i t + \text{const}, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

Из теоремы Лиувилля следует, что для полной интегрируемости гамильтониановой системы достаточно знать  $N$  интегралов движения. Совокупности всех комплектов  $\{I_i\}$  соответствует семейство инвариантных торов. Торы являются инвариантными, т. к. их положение и форма в фазовом пространстве не меняются со временем.

Углам  $\theta_i$  соответствуют канонически сопряжённые им обобщённые импульсы (действия)  $I_i$ , так что ур-ния движения имеют вид

$$I_i = -\frac{\partial H_0}{\partial \theta_i} = 0, \quad \dot{\theta}_i = \frac{\partial H_0}{\partial I_i} = \omega_i(I_1, I_2, \dots, I_N), \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

(первое ур-ние — следствие сохранения  $I_i$ ). В соответствии с теоремой Лиувилля гамильтониан  $H_0$  системы может быть записан в виде  $H_0(I_1, I_2, \dots, I_N)$ .

Действие возмущения на систему описывается гамильтонианом

$$H = H_0(I_1, I_2, \dots, I_N) + \epsilon V(I_1, I_2, \dots, I_N; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N; t), \quad (9)$$

где углы  $\theta_i$  и действия  $I_i$  — канонически сопряжённые переменные по отношению к гамильтониану  $H_0$ ,  $\epsilon$  — малый параметр,  $V$  — потенциал возмущения. Предполагаются финитность невозмущённого движения и его невырожденность:  $\det|\partial^2 H_0 / \partial I_i \partial I_j| \neq 0$ .

Согласно теории устойчивости Колмогорова — Арнольда — Мозера (1963) (КАМ), в системе с гамильтонианом (9) при достаточно малых  $\epsilon < \epsilon_0$  большинство инвариантных торов сохраняется и отличается от невозмущённого тором слабой деформацией. Они занимают фазовый объём  $\Gamma \sim \delta \Gamma(\epsilon)$ . Часть торов, занимающая объём  $\delta \Gamma(\epsilon)$ , разрушается, но их мера стремится к нулю при  $\epsilon \rightarrow 0$ .

Траектории в  $\delta \Gamma(\epsilon)$  — стохастические. Хаос является альтернативой устойчивости, описываемой теорией КАМ. Исследование геометрии областей, в к-рых нет устойчивости и есть хаос, составляет важную часть разл. физ. задач.

**Примеры систем с хаосом.** 1. Рассеяние матеральной точки на шариках радиусом  $R$  (рис. 4). Из рис. 4 видно

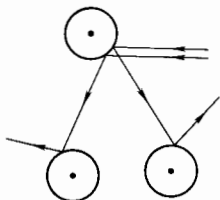


Рис. 4.

существование локальной неустойчивости. Данная задача эквивалентна задаче о рассеянии двух шариков радиусом  $R/2$  каждый. Возникновение локальной неустойчивости в этой ситуации исследовано Крыловым. Критерий возникновения неустойчивости записывается в виде  $K = p/R > 1$ , где  $p$  — длина свободного пробега матеральной точки в «газе» из неподвижных шариков. Если  $t_0$  — характерное время между соударениями, то К-энтропия  $h \sim (1/t_0) \ln K$ .

2. Рассеивающие бильярды (бильярд Синая). Обобщение предыдущей модели, в к-рой вместо рассеивающих шаров имеется кривая граница. Пример бильярда

Синая дан на рис. 5. Для таких объектов характерна выпуклая граница (по отношению к налетающей частице).

Др. тип бильярда реализуется, если граница вогнутая (по отношению к частице). На рис. 6 показан пример бил-

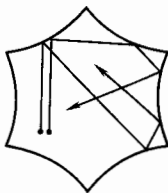


Рис. 5.

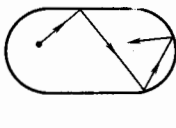


Рис. 6.

лярда типа «стадион». В этом бильярде движение частицы также стохастическое. Вообще, почти все криволинейные формы бильярдов, в к-рых столкновения частицы со стенками происходят по законам абсолютно упругого удара, приводят к стохастич. траекториям частиц.

3. Отображение

$$x_{n+1} = \{Kx_n\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Здесь индекс  $n$  играет роль дискретного времени,  $K$  — параметр, а скобки  $\{ \dots \}$  означают дробную часть числа. Соотношение (10) задаёт отображение отрезка  $[0, 1]$  в себя. При  $K < 1$  из (10) следует  $x_n = K^n x_0 \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  независимо от выбора нач. значения  $x_0 \in [0, 1]$ . При  $K > 1$  расстояние между двумя близкими траекториями растёт:

$$\delta x_{n+1} / \delta x_n = K > 1. \quad (11)$$

Отсюда  $\delta x_n = K^n \delta x_0 = \exp(n \ln K) \delta x_0$ , где инкремент неустойчивости  $h_{ST} = \ln K$  одинаков для всего фазового пространства и является К-энтропией:  $h = \ln K$ .

4. Двумерное отображение

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \text{ mod } 1, \quad (12)$$

где матрица  $A = \begin{pmatrix} K+1 & 1 \\ K & 1 \end{pmatrix}$ . В силу  $\partial(x_{n+1}, y_{n+1}) / \partial(x_n, y_n) = \det A = 1$  отображение (12) сохраняет фазовый объём системы. Характеристические показатели находятся из ур-ния  $\lambda^2 - (K+2)\lambda + 1 = 0$ . При  $K > 0$  один из корней  $\lambda_1 = [K+2 + \sqrt{(K+2)^2 - 4}] / 2$  больше единицы, чем и определяется локальная неустойчивость. Отображение (12) диагоналізується и имеет в направлении первого оорта растяжение элементов длины

$$\delta r_{n+1} = \lambda_1 \delta r_n, \quad r_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}.$$

Соответственно К-энтропия равна  $h = \ln \lambda_1$ .

5. Ротатор, испытывающий периодические толчки. Эта модель встречается в разл. задачах физики. Гамильтониан модели имеет вид

$$H = \frac{1}{2} p^2 - K \cos x \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT). \quad (13)$$

Невозмущённый гамильтониан  $H_0 = p^2/2$  задаёт пару канонически сопряжённых переменных  $(p, x)$ , причём  $\omega(p) = \partial H_0 / \partial p = p$ . В переменных  $(p, x)$  ур-ния движения имеют вид

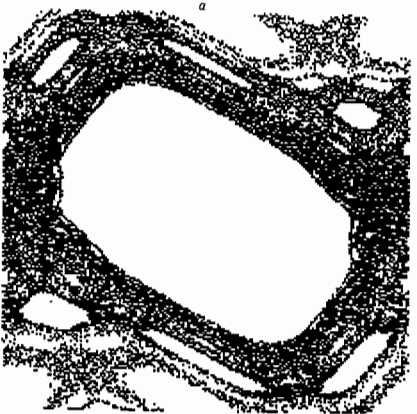
$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -K \sin x \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p} = p. \quad (14)$$

От ур-ний (14) можно перейти к точечному отображению. Согласно (14), после  $n$ -го толчка импульс приобретает приращение:  $p_{n+1} - p_n = -K \sin x_n$ , а при дальнейшем движении до начала  $(n+1)$ -го толчка сохраняет значение  $p_{n+1}$ .

К началу  $(n+1)$ -го толчка фаза  $x$  приобретает значение  $x_{n+1} = x_n + p_{n+1} T$ . Т. о., отображение

$$p_{n+1} = p_n - K \sin x_n, \quad x_{n+1} = x_n + p_{n+1} T \pmod{2\pi} \quad (15)$$

определяет значения переменных  $p, x$  к моменту  $(n+1)$ -го толчка через их значения до начала  $n$ -го толчка. Отображение (15) из. отображением Чирикова — Тейлора или стандартным отображением (1979). Без ограничения общности можно принять  $T=1$ . Фазовые портреты (15) приведены на рис. 7: (а) для  $K < K_c$ , и (б) для  $K > K_c$ , где критич. значение  $K_c = 0.9716\dots$ . На плоскости  $p, x$  каждой точке соответствует некая пара  $(p_n, x_n)$ , принадлежащая одной траектории. Беспорядочное распределение последовательных пар  $(p_n, x_n)$  на плоскости демонстрирует явление хаоса для модели (15). Отд. области не заняты точками стохастич. траектории. Эти области — островки, в  $k$ -рых имеется конечная мера периодич. траекторий. В центр. частях островков выполнены условия теории КАМ. На рис. 7(а) узкие



области стохастич. динамики (стохастич. слои) отделены друг от друга инвариантными кривыми. На рис. 7(б) стохастич. слои сильно расширились и соединились друг с другом, образовав «стохастич. море». Этот переход происходит при нек-ром критич. значении параметра  $K=K_c$ . При  $K > K_c$  возможно неогранич. увеличение энергии частицы благодаря стохастич. ускорению. Существование островков обусловлено наличием члена  $\sim \sin x$  в (15),  $k$ -рый приводит к появлению областей устойчивости даже при  $K \gg 1$ .

Стохастич. слой является зародышем хаоса в гамилтониновых системах. Примеры образования таких слоев видны на рис. 7(а). Они образуются при любых сколь угодно малых возмущениях и поэтому являются примером неустойчивого хаоса. Пусть, напр., задан нелинейный маятник, описываемый у-нием движения

$$\ddot{x} + \omega_0^2 \sin x = \varepsilon \sin(Kx - \omega t). \quad (16)$$

В отсутствие возмущения ( $\varepsilon=0$ ) сепаратрисой является траектория с энергией  $E = \omega_0^2$ ,  $k$ -рая отделяет колебания ( $E < \omega_0^2$ ) от вращений ( $E > \omega_0^2$ ). При  $\varepsilon \neq 0$  сепаратриса разрушается и в её окрестности возникает зона хаоса шириной  $\delta E \sim \varepsilon$ , если частота  $\omega \sim \omega_0$ . Если частота  $\omega \gg \omega_0$ , то ширина стохастич. слоя оказывается пропорциональной  $\exp(-\pi\omega/2\omega_0)$ , т.е. экспоненциально малой.

Разл. стохастич. слои в фазовом пространстве могут пересекаться, образуя нек-рую сеть каналов, внутри  $k$ -рых динамика системы является стохастической (рис. 8). Эта сеть наз. стохастич. паутиной (паутиной Арнольда).

Если размерность фазового пространства  $2N=4$ , то двумерные инвариантные торы разделяют трёхмерный объём, в  $k$ -ром движется система (из-за сохранения энергии), на изолир. области (подобно тому, как линия на плоскости делит 2-мерное пространство на изолир. части). Однако уже для трёх и более степеней свободы ( $N > 2$ )  $N$ -мерные торы не разделяют  $(2N-1)$ -мерную энергетич. поверхность. Поэтому стохастич. паутина оказывается связанной, подходя сколь угодно близко к любой точке фазового пространства. Наличие паутины приводит к неогранич. переносу частиц вдоль стохастич. слоя, называемому диффузией Арнольда.

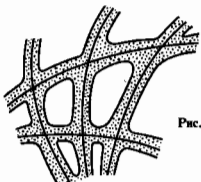


Рис. 8

Примером, в  $k$ -ром возникает стохастич. паутина с нетривиальной топологией, является осциллятор с гамилтонианом

$$H = \frac{1}{2}(p^2 + x^2) - K \cos x \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT). \quad (17)$$

отличающимся от (13) наличием потен. энергии  $x^2/2$ . Этому осциллятору соответствует точечное отображение

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= (p_n - K \sin x_n) \cos T - x_n \sin T, \\ x_{n+1} &= (p_n - K \sin x_n) \sin T + x_n \cos T. \end{aligned} \quad (18)$$

Если период  $T$  следования ударов удовлетворяет условию  $T = 2\pi/q$ , где  $q$  — целое число, то при  $q > 2$  на фазовой плоскости возникает стохастич. паутина с симметрией порядка  $q$ . Решётка является тем более правильной, чем тоньше паутина, т.е. чем меньше параметр  $K$ . На рис. 9 показаны примеры стохастич. паутины с (а) симметрией квадратной решётки ( $q=4$ ), (б) гексагональной симметрией ( $q=3$  и  $q=6$ ) и (в) симметрией 5-го порядка ( $q=5$ ).

## II. Диссипативные системы

В отличие от гамилтониновых систем фазовый объём систем диссипативных меняется со временем. При этом характер изменения зависит от выбора области в фазовом пространстве. В соответствии с этим фазовое простран-

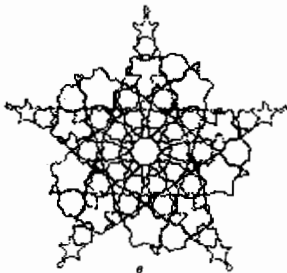
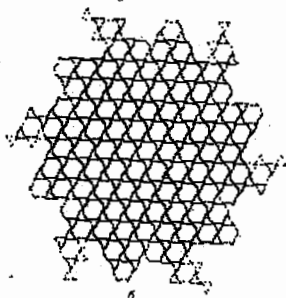
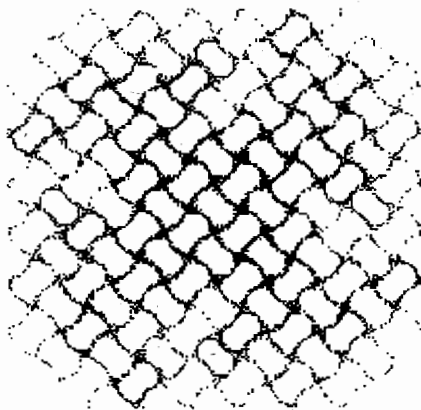


Рис. 9.

ство диссипативных систем может содержать не только те структурные элементы, которые имеются в случае гамильтоновых систем, но и такие, как аттракторы и реперелоры. Первые характеризуются тем, что к ним асимптотически притягиваются все фазовые траектории из некоторой области  $\Delta \Gamma$  фазового пространства, называемой областью притяжения (см. *Устойчивость движения*). Для вторых характер-

на неустойчивость, т.е. отход любой траектории, начинающейся в некоторой окрестности реперелора (иными словами, асимптотич. свойства траекторий в окрестности аттрактора и реперелора аналогичны, если только для первых смотреть прямую эволюцию, т.е. при  $t \rightarrow +\infty$ , а для вторых — обратную, т.е. при  $t \rightarrow -\infty$ ). Наиб. интерес для анализа свойств диссипативных систем представляют именно аттракторы.

В ходе эволюции динамич. системы, обладающей аттрактором, объем фазовой капли неограниченно уменьшается — капля сжимается к аттрактору. Однако сам аттрактор, имея нулевую меру в исходном фазовом пространстве, может оказаться нетривиальным множеством, движение на котором является стохастическим. Это значит, что: 1) на таком аттракторе движение является локально неустойчивым и для него может быть введена К-энтропия и 2) это движение обладает свойствами эргодичности и перемешивания. Аттрактор, на котором реализуется стохастич. динамика, наз. стохастическим или странным аттрактором. Последний термин предложен Д. Рюэлем и Ф. Такенсом (D. Ruelle, F. Takens).

Асимптотич. устойчивость аттрактора как множества в фазовом пространстве определяется сжатием фазового объема: ср. скорость этого сжатия может быть выражена через показатели Ляпунова, определяемые аналогично (1):

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{D(t)}{D(0)}. \quad (19)$$

Для разл. направлений величина  $\lambda$  принимает разл. значения, так что всего имеется  $M$  разл. показателей ( $M$  — число дифференц. ур-ний 1-го порядка, описывающих движение системы). Из них один, отвечающий смещению вдоль аттрактора, равен нулю вследствие финитности движения. Все показатели  $\lambda_i$  можно упорядочить, так что для странного аттрактора окажется

$$\lambda_1 > \dots > \lambda_k = 0 > \dots > \lambda_M. \quad (20)$$

Скорость сжатия фазового объема определяется тогда разностью

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^M \lambda_i < 0. \quad (21)$$

Показатели Ляпунова связаны с К-энтропией. Если все  $\lambda_i$  не зависят от точки, то

$$h = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i. \quad (22)$$

В сумму входят только положительные показатели, поскольку именно они определяют разбегание фазовых траекторий, имеющее место только на аттракторе.

Странный аттрактор, занимая область фазового пространства нулевой меры, не может тем не менее целиком лежать в плоскости (поскольку фазовые траектории не пересекаются). Кроме того, он должен иметь размерность  $d > 1$ . С геом. точки зрения он представляет собой, как правило, фрактальное множество, характеризуемое фрактальной размерностью (размерностью Хаусдорфа)  $d_c$ , являющейся дробным числом, превышающей размерность топологическую  $d_T$  (см. *Фракталы*).

В качестве примера диссипативной динамич. системы, демонстрирующей стохастич. поведение, можно привести *Лоренца систему*:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \dot{y} &= r x - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\sigma, r, b$  — неотрицат. числа. Сжатие фазового объема в (23) односторонне:

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -(\sigma + b + 1) < 0. \quad (24)$$

Стохастич. динамика обнаружена Лоренцем при  $\sigma = 10$ ,  $b = 8/3$ ,  $r = 24.74$ . Размерность странного аттрактора оказалась  $d_c \approx 2.05$  (при  $r = 28$ ).

Др. классич. примером является модель Рёслера (O. Rössler, 1976):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(y+z), \\ \dot{y} &= x + \frac{1}{5}y_{1,1}, \\ \dot{z} &= \frac{1}{5} + z(x - \mu_{1,1}^1). \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь странный аттрактор обнаруживается при  $\mu > 4,2$ .

В дискретных отображениях стохастич. движения обнаружены во мн. моделях. Классическим является универсальное отображение Фейгенбаума (см. Фейгенбаума универсальность):

$$x_{n+1} = \Lambda x_n(1-x_n), \quad 0 \leq \Lambda \leq 4, \quad (26)$$

отображающее отрезок  $[0,1]$  в себя. Стохастич. поведение здесь наблюдается при  $3,57 < \Lambda \leq 4$ .

Одномерное точечное отображение, порождающее хаос, приводилось выше (см. пример I в разделе I).

Примером двумерного стохастического отображения является ротор с трением, возбуждаемый периодич. толчками [ср. (13)–(15)]:

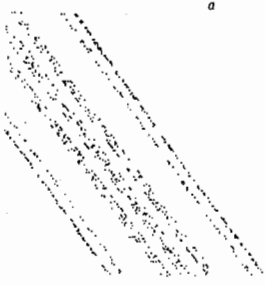
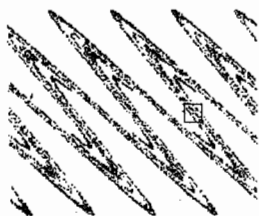
$$\begin{aligned} p_{n+1} &= e^{-\gamma T} (p_n + K \sin x_n), \\ x_{n+1} &= x_n + A p_{n+1}, \quad A = \frac{e^{\gamma T} - 1}{\gamma}. \end{aligned} \quad (27)$$

где  $\gamma$  — коэф. трения,  $T$  — период между толчками.

Сжатие фазового объема за одну итерацию определяет равенством

$$\frac{\partial(p_{n+1}, x_{n+1})}{\partial(p_n, x_n)} = e^{-\gamma T}. \quad (28)$$

Типичный фазовый портрет стохастич. аттрактора отображения (27) показан на рис. 10(a), где нанесены точки  $(p_n, x_n)$ , получаемые последовательными итерациями одной



нач. точки  $(p_0, x_0)$ , т. е. принадлежащие одной траектории. Аттрактор имеет канторову структуру в направлении, перпендикулярном к длинам. Это свойство видно из рис. 10(б), где в увеличенном масштабе показана область, выделенная на рис. 10(а) квадратом. Если на рис. 10(б) взять малую область и также увеличить её, то структура отображения окажется той же, что и на рис. 10(б).

См. также Эргодическая теория, Стохастические колебания, Странный аттрактор.

Лит.: Крылов Н. С., Работы по обоснованию статистической физики. М.—Л., 1950; Chirikov В. У., A universal instability of many-dimensional oscillator systems, «Phys. Reps», 1979, v. 52, p. 265; Странные аттракторы, сб. ст., пер. с англ., М., 1981; Заславский Г. М., Стохастичность динамических систем, М., 1984; Лихтенберг А., Либерман М., Регулярная и стохастическая динамика, пер. с англ., М., 1984; Заславский Г. М., Сагдеев Р. З., Введение в нелинейную физику, М., 1988; Шустер Г. Г., Детерминированный хаос, пер. с англ., М., 1988; Ахромеева Т. С., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Самарский А. А., Нестационарные структуры и диффузионный хаос, М., 1992.

Г. М. Заславский, Н. А. Карченко

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ** в термодинамике — функция состояния независимых параметров (параметров состояния), определяющих состояние термодинамич. системы. К. Х. ф. относится потенциалы термодинамические и энтропия. Посредством К. х. ф. и её производных по независимым параметрам (темпер., объёму и т. п.) могут быть выражены все термодинамич. свойства системы. К. х. ф. аддитивна; К. х. ф. системы равна сумме К. х. ф. составляющих её частей.

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ** случайной величины — Фурье преобразование ф-ции распределения этой случайной величины; удобный аналитич. объект для матем. исследований разл. свойств случайной величины.

Пусть  $\xi$  — случайная величина,  $F(x) = P\{\xi < x\}$  — её ф-ция распределения. Ф-ция

$$f(t) = f_\xi(t) = \langle \exp(it\xi) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it\xi) dF \quad (1)$$

( $t \in \mathbb{R}$ ) наз. К. х. ф. случайной величины  $\xi$ . В случае, когда случайная величина обладает плотностью распределения вероятностей  $p(x)$ , интеграл (1) принимает вид

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) p(x) dx.$$

К. х. ф.  $f(t)$  любой случайной величины обладает след. свойствами:

$f(0) = 1$ ,  $f(t)$  — непрерывна,  $f(t)$  — положительная определена, т. е.

$$\sum_{i,j} f(t_i - t_j) z_i z_j^* \geq 0,$$

где  $t_1, \dots, t_n$  — произвольный конечный набор значений аргумента  $t$ , а  $z_1, \dots, z_n$  — произвольный набор комплексных чисел (\* — означает комплексное сопряжение). Указанные три свойства являются определяющими, а именно, для любой ф-ции  $f(t)$ , обладающей этими тремя свойствами, найдётся (и при этом лишь одна) ф-ция  $F(x)$  распределения вероятностей значений нек-рой случайной величины  $\xi$  такая, что  $f(t)$  представима в виде (1).

Справедливы равенства для моментов

$$m_n \equiv \langle \xi^n \rangle = (-i)^n f^{(n)}(0),$$

где  $f^{(n)}(0)$  — производная ф-ции  $f(t)$  порядка  $n$ .

В случае, когда у случайной величины существует  $k$  моментов  $m_n$ ,  $n = 1, \dots, k$  ( $k \leq \infty$ ),  $\ln f(t)$  по крайней мере  $k$  раз дифференцируем в малой окрестности точки  $t = 0$ , его производные в этой точке

$$\frac{d^k \ln f(t)}{dt^k} \Big|_{t=0}$$

наз. семинвариантами (кумулянтами) случайной величины.

Для двух независимых случайных величин  $\xi_1$  и  $\xi_2$  с К. х. ф.  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ , К. х. ф. их суммы  $\eta = \xi_1 + \xi_2$

$$f_\eta(t) = f_1(t) f_2(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Это свойство чрезвычайно существенно в теории суммирования случайных величин. Из этого свойства следует, что при добавлении к случайной величине константы  $b$ , К. х. ф.

случайной величины умножается на  $\exp(ita)$ ,

$$f_{i+b}(t) = \exp(itb)f_i(t).$$

Для наиб. упорядоченных случаев гауссовского, пуассоновского и равномерного распределений их Х. ф. вычислены и имеют вид:

для Гаусса распределения со средним  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$  Х. ф.

$$f(t) = \exp(ita - \sigma^2 t^2);$$

в случае Пуассона распределения с интенсивностью  $\lambda$

$$f(t) = \exp\{\lambda[\exp it - 1]\};$$

в случае равномерного распределения на конечном отрезке  $[a, b]$   $C R \xi \in [a, b]$ , плотность  $p(x) = (b-a)^{-1}$

$$f(t) = \frac{\exp itb - \exp ita}{it(b-a)}.$$

В случае нек. случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_2$  их совместная Х. ф. от  $n$  переменных определяется фллой

$$f_{\xi_1, \dots, \xi_n}(t_1, \dots, t_n) = \langle \exp(i\xi_1 t_1 + \dots + i\xi_n t_n) \rangle = \iiint \exp(ix_1 t_1 + \dots + ix_n t_n) dF_{\xi_1, \dots, \xi_n}(x_1, \dots, x_n),$$

где  $F_{\xi_1, \dots, \xi_n}(x_1, \dots, x_n)$  — совместная ф-ция распределения набора случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$ . Если все величины  $\xi_i$  независимы,

$$f_{\xi_1, \dots, \xi_n}(t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f_{\xi_i}(t_i).$$

Свойства Х. ф.  $f_{\xi_1, \dots, \xi_n}(t_1, \dots, t_n)$  для нек. случайных величин аналогичны перечисленным выше трём свойствам Х. ф. одной случайной величины.

Лит.: Гнеденко Б. В., Курс теории вероятностей, 6 изд., М., 1988; Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения, пер. с англ., т. 1, [3 изд.], М., 1984. Р. А. Минлоз.

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ЧАСТОТЫ** — одинаковые или мало отличающиеся друг от друга частоты колебаний определ. групп атомов в разл. молекулах; соответствуют определ. хим. связям (напр., C—H, C—C, C=C, C≡C и др.). Устойчивость Х. ч. связана с сохранением динамики, свойств одинаковых групп атомов в разных молекулах. Во мн. случаях можно теоретически рассчитать, обладает ли хим. группа Х. ч. Интенсивности спектральных линий, соответствующих Х. ч. одинаковых групп в разл. молекулах, часто имеют близкие значения. Наличие Х. ч. в молекулярных спектрах позволяет делать выводы о строении молекул и имеет большое значение в молекулярном спектральном анализе. По изменению интенсивности Х. ч. можно судить о скорости хим. процесса. Л. Ф. Уткина.

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ СПЕКТР** — линейчатый рентгеновский спектр атома хим. элемента. Х. с. служит однозначной характеристикой атома, индивидуальностью Х. с. сохраняется и при вступлении атома в хим. соединения. Поэтому по спектральному положению и интенсивности его линий (характеристических линий) осуществляется рентг. спектральный анализ. Х. с. лежат в области  $5 \cdot 10^{-3} - 10$  нм.

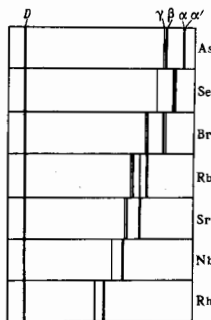
Линии Х. с. возникают при переходе электрона одной из ввеш. электронных оболочек на вакантную, более близкую к атомному ядру внутр. оболочку. Чаще всего Х. с. излучают в рентг. трубке, исследуемое вещество при этом служит анодом; вакансии на внутр. оболочках его атомов образуются при бомбардировке анода электронами, ускоренными электрич. полем; такой спектр наз. первичным. Вторичный (флуоресцентный) Х. с. возбуждается при облучении исследуемого вещества оптич., рентг. или гамма-излучением.

Линии Х. с. группируются в серии. Серию составляют линии, образующиеся при ввеш. разрешенных переходах электронов с более ввеш. оболочек на одну и ту же вакантную, более близкую к ядру оболочку К-, L-, M-, N- или O-оболочку. Соответственно серии обозначают буквами К, L, M, N, Q (в порядке возрастания длины волны  $\lambda$ ). Внутри

серии линии обозначаются греч. буквами:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  и т. д. Напр., при переходе электрона L-оболочки на вакансию в K-оболочке появляется  $K_{\alpha}$ -линия определ. элемента.

Для Х. с. справедливы общ. для атомных спектров принцип — комбинационный принцип Ридберга — Ритца, согласно к-рому волновые числа  $\tilde{\nu} = 1/\lambda$  спектральной линии атома определ. хим. элемента можно представить как разности к-л. термов спектральных этого атома:  $\tilde{\nu} = T_k - T_l$ .

Х. с. отличаются простотой и единообразием: для ввеш. элементов они состоят из небольшого числа аналогично расположенных спектральных линий, имеющих одинаковую тонкую структуру. Связь частот излучения с ат. номером Z определяется Мозли законом. При увеличении Z ввеш. Х. с. смещается в область коротких волн, при этом относит. расположение линий сохраняется (рис.).



В рентг. трубке излучение данной серии возникает при достижении ускоряющим напряжением  $U$  определ. значения — потенциала возбуждения. При постепенном повышении  $U$  сначала появляется излучение самой длинноволновой серии, затем линии более коротковолновых серий. При  $U > V_k$  ( $V_k$  — потенциал возбуждения K-серии) для данного элемента появляется ввеш. Х. с.

Ниже приведены значения  $V_k$  и  $\lambda$  линий  $K_{\alpha_1}, K_{\alpha_2}, K_{\beta_1}, K_{\beta_2}$  для нек-рых хим. элементов.

Химический элемент	Атомный номер, Z	$U, \text{кВ}$	$\lambda, \text{нм}$			
			$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$
U	92	115	0,0126	0,0131	0,0112	0,0108
Pb	82	87,6	0,0165	0,0170	0,0146	0,0141
W	74	69,3	0,0209	0,0213	0,0184	0,0179
Ag	47	25,5	0,0558	0,0562	0,0496	0,0486
Mo	42	20,0	0,0708	0,0712	0,0631	0,0620
Cu	29	8,86	0,1537	0,1541	0,1389	0,1378
Fe	26	7,10	0,1932	0,1936	0,1753	0,1740
Cr	24	5,98	0,2285	0,2289	0,2080	0,2067

Лит. см. при ст. Рентгеновские спектры. Л. Ф. Уткина.

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ** случайной липсойной функции  $\{\xi_{\Phi}, \Phi \in E\}$  — функционал  $F(\Phi)$  на линейном пространстве  $E$ , обобщающий понятие характеристической функции одной случайной величины.

Пусть задана линейная случайная функция

$$\{\xi_{\Phi}, \Phi \in E\}, \quad (1)$$

т. е. семейство случайных величин (определённых на одном и том же вероятностном пространстве  $\Omega$ ), помеченных элементами  $\Phi \in E$  нек-рого линейного пространства  $E$  и ли-

нейно зависящих от них:

$$\xi_{\lambda_1 + \lambda_2} = \lambda_1 \xi_{\lambda_1} + \lambda_2 \xi_{\lambda_2}, \quad (2)$$

$$\Phi_1, \Phi_2 \in E, \lambda_1, \lambda_2 \in R^1.$$

Функционал на  $E$

$$F(\varphi) = (\exp(i\xi_{\lambda_j}^0)) \quad (3)$$

наз.  $X$ . ф. линейной случайной ф-ции (1). Из (2) и (3) следует, что любого конечного набора элементов  $\Phi_{1, \dots, \Phi_n}$  ф-ция  $f_{\{\varphi_j\}}(t_1, \dots, t_n)$  от вещественных переменных  $t_1, \dots, t_n$

$$f_{\{\varphi_j\}}(t_1, \dots, t_n) = F(t_1 \Phi_1 + \dots + t_n \Phi_n)$$

является совместной характеристической ф-цией набора случайных величин  $\{\xi_{\varphi_1}, \dots, \xi_{\varphi_n}\}$ . Т. о.,  $X$ . ф.  $F(\varphi)$  однозначно определяет совместные распределения любого конечного набора случайных величин  $\{\xi_{\varphi_1}, \dots, \xi_{\varphi_n}\}$ , т. е. определяет все статистич. свойства линейной случайной ф-ции (1).  $X$ . ф. равен 1 при  $\varphi=0$ , положительно определен, т. е.

$$\sum_{i,j} F(\varphi_i - \varphi_j) z_i z_j^* \geq 0,$$

для любого конечного набора элементов  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  и любого набора комплексных чисел  $z_1, \dots, z_n$  (\* — означает комплексное сопряжение), а также в случае непрерывной линейной ф-ции непрерывно по  $\varphi$ . В наоб. нестрогий и употребит. случае — гауссовской линейной случайной ф-ции  $\{\xi_{\varphi}, \varphi \in E\}$  со средним

$$\langle \xi_{\varphi} \rangle = T(\varphi)$$

и ковариацией

$$\langle \xi_{\varphi_1}, \xi_{\varphi_2} \rangle = \langle \xi_{\varphi_1}, \xi_{\varphi_2} \rangle - \langle \xi_{\varphi_1} \rangle \langle \xi_{\varphi_2} \rangle = B(\varphi_1, \varphi_2)$$

с  $\xi$   $X$ . ф.

$$F(\varphi) = \exp[-B(\varphi_1, \varphi_2) - iT(\varphi)].$$

Лит.: Прохоров Ю. В., Стохастич. случайных процессов и предельные теоремы теории вероятностей, «Теория вероятностей и ее приложения», 1956, т. 1, в. 2, с. 177; Вахания Н. Н., Тарилладзе В. И., Чобан А. А., Вероятностные распределения в базах данных, М., 1985. Р. А. Мясоев.

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ** — рентг. излучение линейчатого спектра. Характерно для атомов каждого элемента. См. *Характеристический спектр, Рентгеновское излучение.*

**ХАТРИ СИСТЕМА ЕДИНИЦ** — одна из естественных систем единиц, в к-рой за осн. единицы приняты: Бора радиус  $a_0 = 0,5291706(44) \cdot 10^{-10}$  м (единица длины), масса электрона  $m_e = 0,9109383(47) \cdot 10^{-30}$  кг (единица массы), заряд электрона  $e = 1,6021892(46) \cdot 10^{-19}$  Кл (единица кол-ва электричества). Планка постоянная  $h = h/2\pi = 1,054588(57) \cdot 10^{-34}$  Дж · с. В этой системе единица времени  $\approx 2,419 \cdot 10^{-17}$  с. Применение  $X$ . е. е. позволяет упростить написание ур-ий *квантовой механики*.  $X$ . с. е. предложена Д. Хартри (D. Hartree) в 1928. См. также *Фундаментальные физические константы.*

**ХАТРИ МЕТОД** — приближенный метод расчёта квантовой системы взаимодействующих частиц; один из методов *самосогласованного поля*. Разработал для объяснения атомных спектров Д. Хартри (D. Hartree) в 1927 и усовершенствовал В. А. Фоком в 1930, используется в теории рассеяния, физике твёрдого тела, ядерной физике.

**ХЕМИЛОМИНЕСЦЕНТНЫЙ АНАЛИЗ** — совокупность методов количеств. (реже качеств.) анализа состава вещества по *хемиломинесценции*. Частный случай *люминесцентного анализа*. При анализе растворов обычно используется хемиломинесцентная реакция. Напр., в присутствии определяемого вещества усиливается или ослабляется хемиломинесценция при окислении нек-рых органич. соединений; заместители R в циклич. перекисях — диоксетанах  $R_1R_2C_2O_2R_3R_4$  — можно подобрать так, что в результате реакции  $R_1$  с определяемым веществом цикл становится неустойчивым и, распадаясь, генерирует возбужден-

ный кетон  $R_1R_2C=O$ , испускающий хемиломинесценцию. По относит. усилению или ослаблению хемиломинесценции определяют (после калибровки) содержание анализируемого вещества. Регистрируют хемиломинесценцию с помощью фотоэлектрич. устройств; серийно выпускаются компьютеризованные хемиломинесцентры. С помощью  $X$ . а. определяют содержание перекиси водорода, спиртов, производных анилина, нек-рых «отравляющих» веществ и металлов, разнообразных антиоксидантов, метаболитов, ферментов и физиологически активных веществ (без предварительного разделения биол. смеси на компоненты), в газовой фазе — озона, серы, окислов азота и серы.  $X$ . а. — самый чувствительный из физ.-хим. методов анализа, предел обнаружения веществ может достигать  $\sim 10^{-16}$  моль/л.

Лит.: Бабко А. К., Дубовенко Л. И., Лукюкская Н. М., Хемиломинесцентный анализ, К., 1966; см. также лит. при ст. Хемиломинесценция. Р. Ф. Васильев.

**ХЕМИЛОМИНЕСЦЕНЦИЯ** — *люминесценция*, сопровождающая хим. реакции. Испускается продуктами реакции или др. компонентами, возбуждаемыми в результате переноса энергии к ним от продуктов реакции. Частный случай  $X$ . — *биоломинесценция* (свечение гниющего дерева, нек-рых насекомых, морских организмов и др.).  $X$ . сопровождается газофазные, жидкофазные, гетерогенные реакции, как илущие саморозновольно (при смешивании реагентов, собственно  $X$ ), так и происходящие под воздействием разл. факторов: электрич. разряда, электролиза (*электрохемиломинесценция*), света, ионизирующего излучения и др.

Яркость  $X$ . пропорц. скорости реакции и эффективности  $X$ . (числу квантов  $X$ . па  $1$  акт реакции). Эффективность биоломинесценции нек-рых светляков приближается к 100%.  $X$ . при реакциях окисления перекисью водорода эфиром шавелевой к-ты — к 25%; в большинстве же случаев она составляет ок. 1% и ниже. Реакции с яркой  $X$ . используют в источниках света, к-рые «включаются» смешиванием реагентов и дают основные потоки  $\sim 0,1$  л из 1 мл разра.  $X$ . лежит в основе действия хим. лазеров и *хемиломинесцентного анализа*.

Лит.: Хемиломинесцентные методы исследования медленных химических процессов, М., 1966; Матерялы II Всесоюзного совещания по хемиломинесценции. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1987, т. 51, № 3, с. 508; Угарова Н. Н., Бровко Л. Ю., Кузнецов Г. Д., Биоломинесценция и биоломинесцентный анализ, «Биохимия», 1993, т. 58, в. 9, с. 1351. Р. Ф. Васильев.

**ХЕМОСОРБИЯ** — адсорбция газов, паров, вещества из растворов твёрдыми телами с образованием на их поверхности хим. соединения.  $X$ . зависит от чистоты и хим. состояния поверхности адсорбента и возможна при наличии хим. активности поверхности, т. е. от присутствия атомов с ненасыщ. валентными связями. Изучение строения хемосорбированных слоёв разл. физ. методами (*дифракция медленных электронов, оже-спектроскопия, рентгеновский структурный анализ* и др.) позволяет решить разл. вопросы структурного анализа, исследовать хим. связь и т. д.  $X$ . применяется в разл. отраслях процессов (напр., в очистке газов).

**ХИТГС БОЗОНЫ** — гипотетич. бесспиновые частицы, обеспечивающие механизм спонтанного нарушения калибровочной симметрии состояний физ. системы (см. *Хитгса механизм, Спонтанное нарушение симметрии*).

**ХИТГС МЕХАНИЗМ** — механизм возникновения массы у *калибровочного поля* вследствие спонтанного нарушения локальной симметрии [1—3]. При спонтанном нарушении локальной симметрии (см. *Спонтанное нарушение симметрии*) безмассовые *голдстоуновские бозоны* не появляются в калибровочно инвариантном секторе, а безмассовое калибровочное поле становится массивным.

В качестве простого примера рассмотрим абелеву калибровочную модель («скалярную электродинамику») с лагранжианом

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger, \Phi),$$

$$D^{\mu}\Phi = (\partial^{\mu} + ieA^{\mu})\Phi,$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu},$$

$$V(\Phi^{\dagger}, \Phi) = \lambda(\Phi^{\dagger}\Phi - \Phi_0^2)^2,$$

где  $A_{\mu}(x)$  — вектор-потенциал абелева калибровочного (скал.-магн.) поля,  $\Phi(x)$  — комплексное скалярное поле,  $\Phi_0$  — константа. Лагранжиан инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований с параметром  $\alpha(x)$

$$A_{\mu}(x) \rightarrow A_{\mu}(x) + \partial_{\mu}\alpha(x),$$

$$\Phi(x) \rightarrow \exp[-ie\alpha(x)]\Phi(x).$$

Локальная калибровочная симметрия спонтанно нарушена при  $\Phi_0 \neq 0$ . Поле  $\Phi(x)$  наз. полем Хиггса. В унитарной калибровке

$$\Phi(x) = \Phi_0 + 2^{-1/2} h(x),$$

где  $h(x)$  — действит. поле, нефиз. компонента поля  $\Phi(x)$  отсутствует, и у калибровочного поля  $A_{\mu}(x)$  появляется масса  $m_V = 2\sqrt{\lambda}\Phi_0$ . В унитарной калибровке лагранжиан описывает взаимодействие массивного векторного поля  $A_{\mu}$  со скалярным полем  $h(x)$ . Важнейшей особенностью  $A_{\mu}$  м. является то обстоятельство, что при спонтанном нарушении локальной симметрии свойство перенормируемости теории не нарушается в отличие от моделей с явным нарушением локальной симметрии посредством введения массивных векторных членов в лагранжиан. Важнейшим следствием  $X_m$  является предкажание существования скалярной частицы — бозона Хиггса. Поиск бозона Хиггса — одна из наиб. важных эксперим. задач. Эксперим. данные, полученные на ускорителе ЛЭП1 (ЦЕРН, Швейцария), приводят к ограничению снизу на массу бозона Хиггса  $m_H \geq 52$  ГэВ [4].

Лит.: 1) Higgs P. W., Broken symmetries and the masses of gauge bosons, «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 12, p. 132; 2) Englert F., Brout R., Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons, «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 12, p. 321; 3) Guralnik G. S., Hagen C. R., Kibble T. W. B., Global conservation laws and massless particles, «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 13, p. 585; 4) L3 Collaboration, «Phys. Reports», 1993, v. 236, p. 1.

Н. В. Кривошова

**ХИГГСА ПОЛЯ** в квантовой теории — гипотетич. скалярные поля, взаимодействующие с калибровочными полями без нарушения калибровочной симметрии у-ий поля, предложены П. Хиггсом (P. Higgs) в 1964. Предполагается, что в основном (нижнем) энергетич. состоянии, к-рое соответствует физ. вакууму, ср. значение  $X_m$  п. отлично от нуля, что приводит к спонтанному нарушению калибровочной симметрии физ. состояний описываемой системы (см. *Спонтанное нарушение симметрии*). При этом частицы, соответствующие калибровочным полям, могут приобретать массу. Взаимодействие с вакуумным  $X_m$  п. может также служить механизмом возникновения массы у лептонов и кварков.

А. В. Ефремов

**ХИЛЛА УРАВНЕНИЕ** — обыкновенное дифференц. ур-ние 2-го порядка

$$w''(z) + p(z)w'(z) = 0$$

с периодич. ф-цией  $p(z)$ ; все величины могут быть комплексными. Названо по имени Дж. Хилла [1], к-рый, изучая движение Луны, получил ур-ние

$$w''(z) + (\theta_0 + 2 \sum_{r=1}^{\infty} \theta_{2r} \cos 2rz)w'(z) = 0$$

с действит. числами  $\theta_0, \theta_2, \theta_4, \dots$ , причём ряд  $\sum_{r=1}^{\infty} |\theta_{2r}|$  сходится.

Хилл дал метод решения  $X_m$  у. с использованием определителя бесконечного порядка. Это явилось толчком для создания теории таких определителей и далее для создания Э. Фредгольмом (E. Fredholm) теории интегральных ур-ий. Для  $X_m$  у. ставятся прежде всего задачи устойчивости решений, существования или отсутствия периодич. решений. Если в действительном случае в  $X_m$  у. ввести

параметр  $\lambda$ :

$$x'' + \lambda p(x) x = 0,$$

то, как установил А. М. Ляпунов [2], существует такая бесконечная последовательность

$$\dots < \lambda_{-1} \leq \lambda_0 < 0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 < \dots < \lambda_{2n-1} < \lambda_{2n} < \lambda_{2n+1} \leq \dots,$$

что при  $\lambda \in (\lambda_{2n}, \lambda_{2n+1})$   $X_m$  у. устойчиво, а при  $\lambda \in (\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n})$   $X_m$  у. неустойчиво. При этом  $\lambda_{2n}$  и  $\lambda_{2n+1}$  являются собственными значениями периодич. краевой задачи, а  $\lambda_{2n+1}$  и  $\lambda_{2n+2}$  — собственными значениями полупериодич. краевой задачи. Теория  $X_m$  у. хорошо изучена (см. [3]).

Лит.: Hill G., On the part of the motion of the lunar perigees with a function of the mean motions of the sun and moon, «Acta Math.», 1886, v. 8, p. 1; 2) Ляпунов А. М., Собр. соч., т. 2, М., 1956, с. 407; 3) Якубович В. А., Старжинский В. М., Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения, М., 1972.

Ю. В. Комленко

**ХИМИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ** — межатомное взаимодействие, приводящее к образованию молекул или молекулярных соединений.  $X_m$  с. отличается от *межатомных взаимодействий* тем, что при её возникновении происходит перестройка электронных оболочек связывающих атомов.  $X_m$  с. осуществляется либо путём перехода одного или неск. электронов одного атома к другому (ионная, или электровалентная,  $X_m$  с.), либо обобществлением электронов парой (группой) атомов (ковалентная, или гомополярная,  $X_m$  с.). Устойчивость образующейся системы атомов (молекулы) объясняется тем, что её энергия меньше суммарной энергии свободных атомов; разность этих энергий наз. энергией  $X_m$  с., она обычно  $\sim 200$ —1000 кДж/моль (2—10 эВ).

В образовании  $X_m$  с. участвуют внешние, самые подвижные электроны атомов; электроны внутренних, полностью заполненных электронных оболочек в этом процессе практически не участвуют, на их поведение наступление атомов в  $X_m$  с. сказывается слабо.  $X_m$  с. обусловлена эл.-магн. взаимодействием атомов, однако в рамках классич. электродинамики достаточно точно описать  $X_m$  с. нельзя; молекула — квантовая система и подчиняется законам *квантовой механики*. Деление  $X_m$  с. по механизму её осуществления на ионную и ковалентную условно, т. к. реально в большинстве молекул  $X_m$  с. носит смешанный характер и наз. *семиполярной  $X_m$  с.*

$X_m$  с. иногда относят донорно-акцепторную связь, а также *металлическую связь*, к-рые имеют энергию связи того же порядка величины, что и  $X_m$  с.

**Ионная  $X_m$  с.** характерна для солей оснований и многих др. соединений, молекулы к-рых представляют собой совокупность положительного и отрицательного ионов, связанных эл.-статич. силами притяжения. В 1916 В. Коссель (W. Kossel) предложил классич. теорию ионной связи, к-рая объяснила мн. её особенности. В этой теории использовались некие квантовые представления о строении атома. Так, в ней постулировалось, что образование ионов при ионной связи происходит т. о., чтобы ионы имели более устойчивую электронную конфигурацию, близкую к конфигурации атомов инертных газов. Такая перестройка должна быть связана с выделением энергии и, следовательно, с повышением устойчивости системы.

Атомы металлов, имеющие во внеш. электронной оболочке, как правило, один, два или три валентных электрона, отдают их атому неметалла, у к-рого до заполнения внеш. электронной оболочки не хватает одного, двух или трёх электронов. В таком процессе образуются два иона с полностью заполненными внеш. электронными оболочками. Напр., при образовании молекулы LiF атом Li с электронной конфигурацией  $1s^2 2s^1$  отдаёт электрон 2s атому F с электронной конфигурацией  $1s^2 2s^2 2p^5$ . Образующиеся ионы  $Li^+$  и  $F^-$  имеют соответственно конфигурацию  $1s^2$  и  $1s^2 2s^2 2p^6$ , т. е. устойчивые электронные конфигурации атомов инертных газов He и Ne соответственно.

Прочность ионной  $X_m$  с. определяется потенц. энергией взаимодействия ионов  $U(r)$ :



$$U(r) = \frac{e^2}{r} + \frac{hc^2}{r^4} - \frac{cp_1}{r^3} - \frac{cp_2}{r^2} - \frac{2p_1 p_2}{r^3} + \frac{p_1^2}{2x_1} + \frac{p_2^2}{2x_2}, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд электрона;  $r$  — расстояние между атомными ядрами;  $p_1$  и  $p_2$  — дипольные моменты, образованные в результате поляризации каждого иона в электрич. поле др. иона;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — их поляризуемость;  $b$  — змирич. константа. Первый член учитывает энергию кулоновского притяжения ионов, второй — энергию обменного отталкивания электронных оболочек (см. *Обменное взаимодействие*), третий и четвертый члены характеризуют энергию взаимодействия свободных зарядов ионов с диполями  $p_1$  и  $p_2$ , пятый член описывает энергию взаимодействия диполей  $p_1$  и  $p_2$ , шестой и седьмой — энергии деформации диполей (в квазиуровом приближении). Равновесное межъядерное расстояние  $r_0$ , при к-ром силы притяжения и отталкивания уравновешены, определяется из условия  $dU/dr=0$ ; оно равно сумме радиусов ионов (см. *Атомный радиус*).

Ионные соединения в твердом состоянии представляют собой ионные кристаллы. При испарении ионного соединения из твердого состояния, расплава или раствора полужит и отрицат. ионы покидают конденсированную фазу ионопарно, образуя в газообразном состоянии ионные молекулы. Ионная Х. с. возможна и при взаимодействии сложных (комплексных) ионов  $SO_4^{2-}$ ,  $SIF_6^{2-}$ ,  $NH_4^+$  и др., в к-рых атомы, как правило, связаны ковалентной Х. с.

Модель ионной Х. с. имеет ограниченную применимость. Она используется в теории *внутрикристаллического поля* для объяснения свойств неорганич. координац. соединений, в к-рых центр. ион переходного металла находится в поле окружающих его ионов или дипольных молекул (в поле лигандов). В теории кристаллич. поля устойчивые координац. соединения обесцениваются эл.-статич. взаимодействием между центр. ионом и лигандами. В поле лигандов уровни энергии центр. иона расщепляются (*Штарк эффект*), характер этого расщепления определяется симметрией поля лигандов.

**Ковалентная Х. с.** возникает при соединении в молекулу нейтральных атомов, валентные электроны к-рых обобществляются участвующими в Х. с. атомами. Этот тип Х. с. получил объяснение лишь в 1927 на основе квантовой механики, когда В. Гайтлер (W. Heitler) и Ф. Лондон (F. London) построили квантовую теорию молекулы водорода. Молекула  $H_2$  (рис. 1) состоит из двух ядер с зарядом

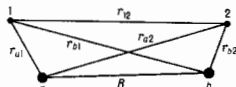


Рис. 1.

+ $e$  (протонов)  $a$  и  $b$ , находящимися друг от друга на расстоянии  $R$ , и двух отрицательно заряженных электронов 1 и 2. Потенц. энергия взаимодействия этих заряд. частиц между собой

$$V = -\frac{e^2}{r_{a1}} - \frac{e^2}{r_{b1}} - \frac{e^2}{r_{a2}} - \frac{e^2}{r_{b2}} + \frac{e^2}{r_{12}} + \frac{e^2}{R}, \quad (2)$$

где первые 4 отрицат. члена выражают энергию 1-го и 2-го электронов в поле своего и чужого ядра; пятый и шестой (положительные) члены — энергию взаимного отталкивания электронов и отталкивания ядер. Полная внутр. энергия молекулы (без учёта энергии её движения как целого и влияния влещ. полей), кроме потенц. энергии взаимодействия составляющих её частиц, включает и кинетич. энергию электронов и ядер. Полная энергия молекулы, её осн. характеристика как квантовой системы, принимает дискретные значения и определяет квантовые состояния молекулы. Значения  $\mathcal{E}(R)$  полной внутр. энергии молекулы являются решением *Шрёдингера уравнения*

$$[\hat{H}_0 - \mathcal{E}(R)] \varphi(R, 1, 2) = 0, \quad (3)$$

где оператор Гамильтона  $\hat{H}_0$  в т. н. *адиабатическом приближении* (в пренебрежении движением ядер и спин-орбитальным взаимодействием) можно записать в виде

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta_1 + \Delta_2) - e\left(\frac{1}{r_{a1}} + \frac{1}{r_{a2}} + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} - \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{R}\right). \quad (4)$$

Для описания состояния молекулы  $H_2$  необходимо найти волновую ф-цию  $\varphi(R, 1, 2)$  (здесь 1 и 2 — координаты электронов 1 и 2) этого состояния и энергию молекулы в нём. Чтобы найти  $\varphi(R, 1, 2)$ , нужно решить ур-ние Шрёдингера в предположении, что ядра находятся на достаточно большом фиксированном расстоянии  $R$  друг от друга.

В нулевом приближении волновая ф-ция молекулы строится из волновых ф-ций изолированных атомов  $\psi_a$  и  $\psi_b$ . Ф-ция  $\psi_a(1)$ , учитывающая движение 1-го электрона в поле своего ядра, является решением ур-ния Шрёдингера для осн. состояния атома H с энергией  $\mathcal{E}_0$  (13,6 эВ); то же самое можно сказать о ф-ции  $\psi_b(2)$ . Полная энергия молекулы в нулевом приближении, следовательно, равна  $2\mathcal{E}_0$ , а её волновая ф-ция  $\varphi$ , согласно *Паули принципу*, должна быть антисимметричной по отношению к перестановке пространств, и спиновых координат электронов. Поскольку электроны принципиально неразличимы, безразлично, какой из них будет находиться у определ. ядра. Линейная комбинация произведений  $\psi_a(1)\psi_b(2)$  и  $\psi_b(2)\psi_a(1)$  позволяет построить два типа антисимметричных координатных ф-ций  $\varphi$ , соответствующих синглетному ( $s$ ) (спины электронов антипараллельны) и триплетному ( $t$ ) (спины параллельны) состояниям:

$$\varphi_s = [2(1+S^2)]^{-1/2} \{\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(2)\psi_a(1)\}, \quad (5)$$

$$\varphi_t = [2(1-S^2)]^{-1/2} \{\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_b(2)\psi_a(1)\}, \quad (6)$$

где

$$\psi_a(1) = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r_{a1}/a_0}$$

$$\psi_b(2) = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r_{b2}/a_0} \quad (7)$$

$$\psi_a(1) = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r_{a1}/a_0}$$

$$\psi_b(2) = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r_{b2}/a_0}$$

Здесь  $a_0 = \hbar^2/me^2$  — *Бора радиус*,  $m$  — масса электрона,  $e$  — его заряд,

$$S = \int \psi_a(1)\psi_b(1) d\tau = \frac{1}{\pi a_0^3} \int_0^\infty e^{-(r_{a1} + r_{b1})/a_0} d\tau$$

— интеграл перекрытия волновых ф-ций,  $d\tau$  — элемент объёма. При приближении атомов H энергию молекулы в первом приближении можно найти как ср. значение оператора в состоянии, соответствующем волновым ф-циям нулевого приближения. Энергия системы в синглетном и триплетном состояниях можно записать в виде интегралов

$$\mathcal{E}_s = \int \varphi_s \hat{H}_0 \varphi_s d\tau$$

и

$$\mathcal{E}_t = \int \varphi_t \hat{H}_0 \varphi_t d\tau.$$

С учётом (5) и (6) получим

$$\mathcal{E}_s = 2\mathcal{E}_0 + \frac{Q+A}{1+S^2}, \quad \mathcal{E}_t = 2\mathcal{E}_0 + \frac{Q-A}{1-S^2}. \quad (8)$$

Ф-ция  $Q$  в (8) определяет энергию кулоновского взаимодействия:

$$Q = \int \psi_a^2(1)\psi_b^2(2) \left[ \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{b1}} - \frac{e^2}{r_{a2}} \right] d\tau + \frac{e^2}{R} = - \int \psi_a^2(1) \frac{e^2}{r_{b1}} d\tau_1 - \int \psi_b^2(2) \frac{e^2}{r_{a2}} d\tau_2 + \int \psi_a^2(1) \frac{e^2}{r_{12}} \psi_b^2(2) d\tau + \frac{e^2}{R},$$

где первый интеграл определяет ср. значение энергии кулоновского притяжения электрона 1 к ядру  $b$ ; второй —

соответственно электрона 2 к ядру  $a$  (численно эти интегралы для молекулы  $H_2$  равны); третий — энергию кулоновского отталкивания электронов; последний член соответствует энергии отталкивания ядер.

Ф-ция  $A$  в (8) изоб. обменным интегралом,

$$A = \int \psi_a(1)\psi_b(2) \left[ \frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{b1}} - \frac{e^2}{r_{a2}} \right] \psi_a(2)\psi_b(1) d\tau = \\ = \frac{eS^2}{R} + \int \psi_a(1)\psi_b(2) \frac{e^2}{r_{12}} \psi_a(2)\psi_b(1) d\tau - \\ - S \int \psi_a(1) \frac{e^2}{r_{b1}} \psi_b(1) d\tau_1 - S \int \psi_b(2) \frac{e^2}{r_{a2}} \psi_a(2) d\tau_2;$$

обменный интеграл отличен от нуля только в тех точках пространства, где произведения  $\psi_a(1)\psi_b(1)$  и  $\psi_b(2)\psi_a(2)$  отличны от нуля, т. е. в области перекрытия электронных волновых ф-ций атомов  $a$  и  $b$ . Значение  $A$  экспоненциально убывает с расстоянием, поскольку волновые ф-ции экспоненциально убывают на больших расстояниях. Наличие обменной энергии  $A$  приводит к тому, что в состоянии с антипараллельными спинами электронная плотность в пространстве между ядрами увеличивается, а в состоянии с параллельными спинами — уменьшается, т. е. сила отталкивания ядер возрастает. Т. о., разные свойства синглетного и триплетного состояний молекулы количественно определяются значением обменного интеграла  $A$ . На рис. 2 приведены зависимости  $\delta_s$  и  $\delta_t$  от межъядерного

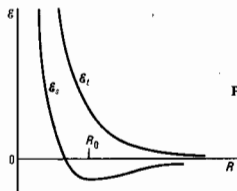


Рис. 2.

расстояния  $R$ . Образование Х. с. происходит только при  $\delta < 2\delta_0$ , т. е. в состоянии с энергией  $\delta$ . Теория Гайтлера — Лондона для равновесного радиуса молекулы  $H_2$ , соответствующего её стабильному состоянию, даёт значение  $R_0 = 8,7$  нм, эксперим. значение  $R_0 = 7,4$  нм. Значительно лучшее согласие теоретич. и эксперим. значений для  $R_0$  можно получить на основе вариацион. методов расчёта.

Непосредств. взаимодействие спинов электронов в молекуле  $H_2$  практически не играет роли в образовании Х. с. Энергия такого взаимодействия меньше обменной энергии. Кроме того, устойчивая Х. с. образуется и в молекулярном ионе  $H_2^+$ , состоящем из двух ядер и только одного электрона, т. е. в отсутствие обменного взаимодействия. Т. о., для объяснения Х. с. достаточно рассмотреть лишь силы притяжения и отталкивания между электронами, не вводя «обменных» сил. Обменный интеграл  $A$  появляется только в случае приближённого решения задачи; при точном решении задачи из энергии нельзя выделить её обменную часть.

Для сложных молекул количеств. теория ковалентной Х. с. не построена из-за непреодолимых матем. трудностей. Поэтому вводятся модельные представления, к-рые, опираясь на теорию молекулы водорода, позволяют качественно объяснить особенности ковалентных взаимодействий в сложных молекулах. Напр., на основе представления о спаренных электронах можно объяснить свойство насыщения ковалентных связей. Каждая ковалентная связь образуется при спаривании их валентных электронов. В *квантовой химии* спаренными наз. электроны, занимающие одно и то же координатное состояние (напр., в атоме He оба электрона находятся в состоянии  $1s$ ), но спины их

имеют противоположное направление. Третий электрон, согласно принципу Паули, уже не может находиться в таком же координатном состоянии. Поэтому взаимодействие любой спаренной пары электронов атома или молекулы с электронами др. атома приводит к отталкиванию. Два электрона молекулы  $H_2$ , образующие ковалентную связь, в синглетном спиновом состоянии также являются спаренными, а Х. с. между ними — насыщенной.

Свойства молекулы определяют не только её составом, но и строением. расположением атомов в ней. Хим. валентности определяют направление и величину в том случае, когда валентных электронов два и более. Так, у атома N в осн. состоянии  $1s^2 2s^2 2p^3$  электроны  $1s$  и  $2s$  спарены и не участвуют в Х. с., а три валентных  $2p$ -электрона находятся в таких координатных состояниях, что направления, в к-рых плотность вероятности распространяется, распределения электронов максимальна, образуют углы  $90^\circ$ . Х. с., образуемые при участии этих валентных электронов атома N, также должны составлять прямые углы, т. к. при сближении атомов в этих направлениях волновые ф-ции электронов перекрываются наиб. сильно. Молекула  $NH_3$  действительно имеет пирамидальное строение, однако углы между связями N—H составляют не  $90^\circ$ , а  $107'18''$ , что является следствием взаимного отталкивания ядер водорода, лежащих в основании пирамиды.

По симметрии распределения электронной плотности вдоль линии связи различают  $\sigma$ -,  $\pi$ -,  $\delta$ - и т. д. связи. При  $\sigma$ -связи (рис. 3) макс. перекрытие электронных ф-ций наблюдается вдоль линии связи — электронные ф-ции перекрываются одним лепестком и оба атома могут вращаться вокруг осн. совпадающей с линией связи.  $\pi$ -связь менее прочна, чем  $\sigma$ -связь, перекрытие волновых ф-ций происходит в два лепестка, новорот атомов вокруг линии связи исключён. При  $\delta$ -связях происходит перекрытие волновых ф-ций в 4 лепестка с каждой стороны. Между двумя атомами возможна только одна  $\sigma$ -связь, но рядом с ней между теми же атомами могут быть две  $\pi$ -связи.

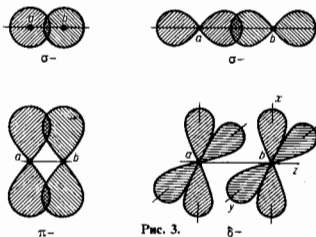


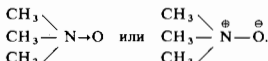
Рис. 3.

Существуют молекулы, в к-рых нельзя выделить отд. Х. с., парно соединяющие соседние атомы. В таких соединениях электроны рассредоточены (делокализованы) вдоль всей системы атомов, а Х. с. носит невалентный «орбитальный» характер. В этом случае Х. с. нельзя описать с помощью одноэлектронных волновых ф-ций и Х. с. рассчитывается на основе вариацион. методов.

Х. с. изображают разл. способами. Ионные соединения часто записывают в хим. символах элементов со знаками зарядов ( $Li^+F^-$ ;  $K^+Br^-$ ). Органич. катионы и анионы заключают в скобки ( $[R_4N]^+Cl^-$ ). Простую ковалентную Х. с. изображают двумя точками или чертой между хим. символами (H—Cl или H—Cl). Два электрона — по одному от каждого атома — наз. ноделённой парой. Если Х. с. осуществляется тремя поделёнными парами (напр., в молекуле  $N_2$ ), то её изображают тремя черточками ( $\equiv N \equiv N$ ). В молекуле могут присутствовать электронные пары, не участвующие в Х. с. и принадлежащие одному атому, они наз. неподелёнными парами, их изображают в структурных ф-лах в виде двух точек или черточек, напр.



Неподелённые пары могут осуществить Х.с. при условии, что у вступающего в неё др. атома не заполнена внеш. электронная оболочка (электронный «пробел»). Такого рода связь является разновидностью ковалентной связи и наз. координационной Х.с. (или донорно-акцепторной связью). Она изображается стрелкой, направленной в сторону отрицательно заряженного атома (акцептора), к-рую иногда замсютют простой чертой, обозначая при этом знаки заряда у атомов:



Методы исследования Х.с. предполагают сочетание теории с экспериментом. В совр. теоретич. расчётах используют формализм матрицы плотности, позволяющий характеризовать одночастичные состояния в системе, содержащих неск. разных или тождественных частей.

Характер Х.с. влияет на мн. свойства вещества, исследование к-рых позволяет получить информацию о Х.с. К эксперим. методам изучения Х.с. относятся разл. виды спектроскопии (см., напр., *Инфракрасная спектроскопия, Молекулярные спектры, Спектры кристаллов* и др.), дифракционные методы (см. *Рентгеновский структурный анализ, Электронография, Нейтронография*), магнетохимия, химическая кинетика, резонансные методы (ЭПР, ЯМР) и др.

Лит.: Давыдов А. С., *Квантовая механика*, 2 изд., М., 1973; Слэтер Дж., *Электронная структура молекул*, пер. с англ., М., 1965; Синаноглу О., *Многоэлектронная теория атомов, молекул и их взаимодействий*, пер. с англ., М., 1966; Берсузер И. Б., *Электронное строение и свойства координационных соединений*, 3 изд., Л., 1986; Губанов В. А., Жуклов В. П., Литинский А. О., *Полумирические методы молекулярных орбиталей в квантовой химии*, М., 1976; Дмитрийев И. С., Семёнов С. Г., *Квантовая химия — ее прошлое и настоящее*, М., 1980.

Л. Ф. Уткина.

**ХИМИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА** — раздел термодинамики, изучающий хим. и физ.-хим. процессы в разл. фазах вещества. Х.т. включает теорию хим. равновесия, хим. превращений и фазовых переходов в системах при наличии в них хим. реакций.

Теоретич. фундаментом Х.т. является метод Гиббса, к-рый позволяет формулировать условия равновесия термодинамического в наиб. общей и удобной для применения форме (до разработки этого метода для каждой конкретной задачи приходилось строить вспомогат. обратимый цикл). Согласно Дж. У. Гиббсу (J. W. Gibbs), для равновесия любой термодинамич. системы необходимо и достаточно, чтобы вариация энтропии  $\delta S$  была не положительна при фиксированной внутр. энергии  $U$  или чтобы была не отрицательна вариация внутр. энергии  $\delta U$  при фиксированном значении энтропии  $S$ , т. е. при

$$(\delta S)_U \leq 0 \quad \text{или} \quad (\delta U)_S \geq 0;$$

знаки «меньше» или «больше» соответствуют устойчивому равновесию, а знаки равенства — безразличному (лабильному) равновесию. Вариация энтропии характерна для специфич. термич. возмущений, а второй критерий равновесия  $[(\delta U)_S \geq 0]$  аналогичен условию равновесия механич. системы (см. *Возможных переменный принцип*), причём внутр. энергия  $U$  при этом аналогична потенц. энергии механич. системы и имеет экстремальное значение при доп. условии постоянства энтропии и полного объёма системы  $V$ .

Для формулировки задачи о равновесии гетерогенных и многокомпонентных термодинамич. систем Гиббс ввёл понятие *фазы*, т. е. совокупности гомогенных (однородных) частей гетерогенной (несоднородной) системы, одинаковых по всем физ. и хим. свойствам независимо от кол-ва вещества и существования или отсутствия разделяющих

поверхностей между отд. фазами. Фаза может быть охарактеризована её энтропией или внутр. энергией, зависящими лишь от свойств и состояния фазы. Вещества, из к-рых состоит система, являются её независимыми составными частями — *компонентами*, к-рые могут обратно переходить из одной фазы в другую.

Внутр. энергия каждой фазы может меняться не только за счёт изменения её энтропии  $S$  и объёма  $V$ , но и за счёт изменения числа молей  $n_i$  её компонентов. Согласно 2-му началу термодинамики,

$$dU = TdS - pdV + \sum_{i=1}^m \mu_i dn_i,$$

где  $p$  — давление,  $\mu_i$  — химический потенциал,  $m$  — число компонентов. Это ур-ние наз. фундаментальным уравнением Гиббса. Из него следует, что

$$U = U(S, V, n_1, \dots, n_m),$$

а хим. потенциал  $\mu_i = (\partial U / \partial n_i)_{S, V}$  в предположении, что все параметры, кроме  $n_i$ , постоянны; физ. смысл хим. потенциала — работа по перенесению вещества, к-рую нужно совершить, чтобы увеличить массу данного компонента в фазе на единицу при условии постоянства её энтропии, объёма, а также масс всех остальных её компонент. Фунд. ур-ние имеет место для каждой фазы системы, совокупность этих ур-ний полностью определяет термодинамич. состояние системы.

Параметры состояния  $T, p, \dots, \mu_1, \dots$  являются интенсивными, в зависимости друг от друга и связанными Гиббса — Дюгема уравнением:

$$SdT - Vdp + \sum_{i=1}^m n_i d\mu_i = 0.$$

Применяя общий критерий равновесия при доп. ур-нии, условия постоянства энтропии, объёма и массы каждого из компонентов, получим условие полного равновесия гетерогенной системы: равенство во всех фазах системы темп-ры, давления и хим. потенциалов для каждого компонента. Если хим. потенциалы не равны, то вещество стремится перейти в фазу с наименьшим хим. потенциалом; т. о., хим. потенциал играет такую же роль для равновесия фаз, как и темп-ра для теплового равновесия термодинамич. системы.

Если число независимых переменных в ур-ниях Гиббса — Дюгема для равновесия системы не превышает числа этих ур-ний, то выполняется *Гиббса правило фаз*: число фаз, существующих в равновесии, не может превосходить число независимых компонент более чем на два. Макс. число сосуществующих фаз достигается при равенстве числа переменных числу ур-ний. Правило фаз Гиббса определяет число независимых переменных, к-рые можно изменить, не нарушая равновесия (число термодинамич. степеней свободы). Для выполнения правила фаз Гиббса необходимо, чтобы каждая фаза была однородна во всем своём объёме, их размеры были достаточными, чтобы поверхностными натяжениями можно было бы пренебречь, а каждый компонент мог беспрепятственно проходить через поверхность раздела фаз, т. е. в системе должны отсутствовать полупроницаемые перегородки. Правило фаз Гиббса является основой физ.-хим. анализа сложных систем и классификации разл. случаев хим. равновесия.

Термодинамич. равновесие систем, в к-рых возможны хим. реакции, также описывается с помощью метода Гиббса, если в качестве ур-ний связи при экстремуме к. л. из термодинамич. потенциалов учесть дополнительно ур-ния баланса вещества при хим. реакции (ур-ния хим. реакции). Напр., при хим. реакции



где  $a, b, c, y, z$  — целые числа,  $A, B, C, Y, Z$  — символы хим. веществ, в состоянии термодинамич. равновесия должно быть выполнено условие

$$a\mu_A + b\mu_B + c\mu_C = y\mu_Y + z\mu_Z.$$

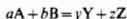
Если хим. реакцию записать в общем виде:

$$\sum_i \nu_i x_i = 0,$$

то условия равновесия принимают вид

$$\sum_i \nu_i \mu_i = 0.$$

Для хим. реакции в газе



из условия равновесия следует

$$\frac{p_Y^y p_Z^z}{p_A^a p_B^b} = K_p(T),$$

где  $p_Y^y, p_Z^z, p_A^a, p_B^b$  — парциальные давления соответственно конечных и исходных продуктов реакции;  $K_p$  — константа химического равновесия, зависящая только от темп-ры. Для неё имеет место уравнение Вант-Гоффа:

$$\frac{d \ln K_p(T)}{dT} = \frac{\Delta H^0}{R},$$

где  $\Delta H^0$  — изменение энтальпии в реакции.

Для гомогенных хим. реакций в жидкой фазе можно использовать ур-ния для газовой фазы, если ввести т.н. коэффициенты активности (см. *Фугитивность*) компонентов:

$$f_i = f_i(T, p, x_1, \dots, x_{m-1}). \quad (4)$$

Для идеального газа коэф. активности равен 1. Введя коэф. активности, характеризующих отклонение реального газа от идеального, даёт возможность проводить термодинам. расчёты хим. реакций с использованием эксперим. данных для *термодинамических потенциалов*.

Применяя метод Гиббса в теории диссоциации, В. Нернст (W. Nernst) вывел закон распределения концентраций для диссоциированных веществ. Исходя из теории хим. равновесия, он установил теорему об универсальном поведении энтропии при стремлении темп-ры к абс. нулю (см. *Третье начало термодинамики*).

Критерий равновесия Гиббса как экстремум соответствующего термодинамич. потенциала ещё недостаточен для того, чтобы сделать заключение об устойчивости соответствующего состояния. Из общего критерия равновесия Гиббса следует, что для этого требуется знание поведения вторых вариаций термодинамич. потенциалов.

Условие устойчивости системы в энергетическом выражении для гомогенной системы можно представить в виде неравенства

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} (\delta S)^2 + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial S \partial n} \delta S \delta n + \frac{\partial^2 U}{\partial n^2} (\delta n)^2 > 0,$$

что возможно тогда и только тогда, когда определитель в л.п. миноры матрицы

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial n \partial S} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial S \partial n} & \frac{\partial^2 U}{\partial n^2} \end{vmatrix}$$

положительны. Отсюда следуют условия термич. и механ. устойчивости системы:

$$c_p > 0, \quad \kappa_s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_s > 0$$

( $c_p$  — теплоёмкость при пост. давлении,  $\kappa_s$  — адiabатич. сжимаемость). Из условий устойчивости следует *Ле Шателье — Брауна принцип*: система, находящаяся в равновесии, реагирует на внеш. воздействие т.о., чтобы уменьшить это воздействие.

Условие устойчивости хим. реакции можно получить, если ввести вместо  $n_i$  новую переменную:

$$dn_i = \nu_i d\xi,$$

где  $\xi$  — число пробегов реакции. Тогда необходимое и достаточное условие устойчивости системы примет вид неравенства для энергии Гиббса  $\Delta G$ :

$$[\Delta G]_{T,p} > \left( \sum_i \nu_i \mu_i \right) \Delta \xi;$$

из этого неравенства можно получить и др. критерии устойчивости термодинамич. системы.

Две сосуществующие фазы при изменении параметров состояния приходят в равновесие. Однокомпонентные системы жидкость — пар имеют одну критич. точку, выше к-рой невозможно сконденсировать пар (см. рис. в ст. *Кипение*). Кривые, на к-рых расположены сосуществующие фазы жидкости и пара, наз. кривыми сосуществования, или бинаодальями. На каждой изотерме  $p(V)$  между минимумом и максимумом расположены нестабильные состояния; кривая, соединяющая минимумы и максимумы и ограничивающая нестабильную область, наз. синодалью. Область между синодалью и бинаодалью соответствует только *метастабильным состояниям*, т.е. перегретой жидкости или пересыщенному пару.

В эл.-хим. системах (водных растворах электролитов, расплавах солей) при отсутствии разности электрнч. потенциала имеет место условие нейтральности:

$$\sum_i Z_i n_i = 0,$$

где  $Z_i$  — валентности ионов, сумма берётся по всем  $i$  видам ионов. Чтобы сформулировать условия электрохим. равновесия гетерогенной эл.-хим. системы, нужно в ур-нии Гиббса учесть полную вариацию внутр. энергии:

$$\delta \bar{U} = \delta U + \delta U^{(el)},$$

где  $\bar{U}$  — полная внутр. энергия,  $U^{(el)}$  — её электрнч. часть, вариация к-рой

$$\delta U^{(el)} = F \sum_i Z_i \delta n_i$$

( $F$  — *Фарадея постоянная*, равная заряду одного моля одновалентных ионов,  $F = 96487$  К/моль). Обобщённое ур-ние принимает вид

$$d\bar{U} = TdS - pdV + \sum_i \bar{\mu}_i dn_i,$$

где  $\bar{\mu}_i = \mu_i + Z_i F \phi$  — эл.-хим. потенциал,  $\phi$  — электрнч. потенциал. Это ур-ние вместе с дополнит. условиями позволяет исследовать все термодинамич. свойства эл.-хим. систем.

К Х. т. относится также неравновесная термодинамика с хим. реакциями.

*Лит.*: Де Гроот С., Мазур П. *Неравновесная термодинамика*, пер. с англ., М., 1964; Мюллер А. *Химическая термодинамика*, пер. с нем., М., 1971; Исаев С. И. *Курс химической термодинамики*, М., 1975; Гиббс Дж. *О равновесии гетерогенных веществ*, в его кн.: *Термодинамика. Статистическая механика*, пер. с англ., М., 1982; Зубарев Д. Н., *Научное творчество Дж. Гиббса*, там же. Д. Н. Зубарев.

**ХИМИЧЕСКИ ПЕКУЛЯРНЫЕ ЗВЁЗДЫ** — звёзды с аномалиями хим. состава атмосфер. Термин «Х. п. з.» возник в 30-х гг. применительно к особой группе звёзд с аномальными спектрами, расположенных на *Герцишпрунга — Рассела диаграмме* в верх. части гл. последовательности (ГП). Сейчас эти звёзды наз. Х. п. з. верхней части ГП (СР-, или Ар-звёзды). Часто под Х. п. з. подразумевают именно эту группу звёзд, хотя это понятие шире.

Хим. состав космич. объектов в общем случае зависит от их природы и возраста (или эволюц. стадии). За стандартный космич. хим. состав принят хим. состав солнечной атмосферы (см. *Распространённость элементов*). Это определяется следующими причинами: принят. такой же хим. состав имеет большая часть звёзд в нашей и др.

галактиках; этот хим. состав характерен для межзвёздного вещества, имеющего возраст  $\sim 10^9$  лет, т. е. соответствует стадии, когда формировалась Галактика в её настоящем виде; хим. состав атмосферы Солнца вследствие интенсивного конвективного перемешивания вещества, вероятно, характерен и хим. состав глубоких слоёв Солнца.

Любые заметные отклонения хим. состава звёзд от стандартного воспринимаются как аномалии. Могут быть три основные причины наблюдаемых хим. аномалий на звёздах.

Первая — звёзды могли сформироваться из межзвёздного вещества, имевшего нестандартный хим. состав. В он. эти звёзды старого населения, сформированные, когда вещество Вселенной содержало очень мало хим. элементов тяжелее гелия. В Галактике такие звёзды принадлежат к населению гало. Обилие (логарифм отношения концентрации элемента к концентрации водорода) железа и др. тяжёлых элементов в таких звёздах может отличаться от стандартного на величину  $\approx -3$ , т. е. концентрации железа в 1000 раз меньше стандартной. Согласно оценкам, возраст этих звёзд более  $10^9$  лет, что соответствует стадии, когда ещё не сформировались плоская составляющая и спиральные рукава Галактики. По мере обогащения межзвёздного вещества продуктами эволюции массивных звёзд (в он. в результате взрывных термоядерных реакций и выбросов вещества сверхновыми звёздами) содержание тяжёлых элементов во вновь образующихся звёздах увеличивалось, о чём свидетельствует наблюдаемый постепенный переход от звёзд с большими дефицитами тяжёлых элементов к звёздам стандартного хим. состава. За время, прошедшее после образования плоской подсистемы Галактики, заметного изменения хим. состава межзвёздного вещества не произошло, и сравнительно молодые звёзды в основном имеют близкий к стандартному хим. состав.

Второй причиной аномалий могут быть термоядерные реакции, происходящие внутри звезды в ходе её эволюции (или её компаньона в двойной системе), и, при нек-рых обстоятельствах, вынос продуктов этих реакций на поверхность (напр., в бариевых и углеродных звёздах) и перетекание вещества на непрозрачноионизированный компаньон. Как правило, такие аномалии наблюдаются у маломассивных холодных звезд и включают только единичные хим. элементы.

Третьей причиной, приводящей к сильным наблюдаемым аномалиям хим. состава звёзд, может быть сепарация хим. элементов в их атмосферах при сохранении стандартного хим. состава вещества звезды в среднем. По-видимому, эта причина привела к образованию Х. п. з. верхней части ГП, т. е. СР-звёзд.

Эта группа звёзд расположена на ГП в интервале спектральных классов от F5 до B0 (эффективные температуры,  $T_e = 7500 - 25000$  К) и составляет не менее 10% всех звёзд этого интервала. Общим свойством СР-звёзд является то, что в их спектрах аномально усилены линии многих хим. элементов. У большинства СР-звёзд линии не значительно ослаблены, и только в спектрах самых горячих звёзд этой группы линии незначительно усилены по сравнению со спектрами нормальных звёзд. Темп-ры и плотности в атмосферах СР-звёзд приблизительно соответствуют нормальным звёздам таких же спектральных классов, т. е. аномалии спектров не вызваны аномалиями возбуждения атомов и ионов. Наблюдается огромное разнообразие аномалий, так что трудно найти две одинаковые СР-звёзды. Тем не менее имеются признаки, по к-рым во это разнообразие можно грубо разделить на 4 он. группы. СР1-звёзды с усиленными линиями металлов (т. н. металлические, или Ам-звёзды). Это наиб. холодные СР-звёзды ( $7500 \leq T_e \leq 10000$  К). СР2-звёзды, или рудно-марганцевые звёзды, — звёзды, характеризующиеся большим избытком Мп, Р, Ga и Hg при слабых аномалиях др. элементов ( $11000 \leq T_e \leq 13000$  К). СР3-звёзды — с сильными избытками нек-х из следующих элементов: Si, Ti, Cr, Mn, Fe, Sr, Eu (а также др. редкоземельных элементов). Температурный интервал:  $8000 \leq T_e \leq 15000$  К. Про-

должение этой группы в сторону более высоких темп-р образует группу СР4-звёзд (т. н. звёзды с усиленными линиями гелия). Он. признаки этих звёзд — значит. избыток He в их атмосферах. Особностью СР3- и СР4-звёзд является присутствие в их атмосферах сильных крупномасштабных магн. полей преим. дипольного характера (обнаруживаемых по земномасштабному расщеплению спектральных линий), а также неравномерное распределение хим. элементов по их поверхности (хим. «пятнистость»), что при вращении звезды вызывает наблюдаемую периодич. спектральную и магн. переменность. Все СР-звёзды в ср. вращаются медленно, чем нормальные тех же масс. Подавляющее большинство СР1-звёзд двойные. Среди СР2-звёзд кол-во двойных приблизительно такое же, как среди нормальных, а у СР3-звёзд имеет место дефицит тесных двойных систем при нормальной доле широких пар (см. Двойные звёзды). Между свойствами всех четырёх групп не существует резких границ (за исключением того, что крупномасштабные магн. поля и спектральная переменность встречаются только у звёзд СР3 и СР4).

Положение СР-звёзд на диаграмме Герцшпрунга — Рассела (темп-ры, массы, ускорения силы тяжести) определяет важную особенность их строения — слабость или отсутствие конвективных зон, а следовательно, эфф. перемешивания вещества во внеш. частях звезды. Темп-ры этих звёзд также недостаточно высоки для мощных газодинамич. процессов во внеш. слоях (связанных с сильным звёздным ветром у более горячих звёзд).

Поскольку хим. аномалии, свойственные СР-звёздам, не встречаются у звёзд, представляющих собой дальнейшую стадию эволюции F-, A-, B-звёзд (т. е. у красных гигантов), да и теория нуклеосинтеза внутри таких звёзд не предсказывает появления наблюдаемых аномалий, наиб. приемлемой и распространённой точкой зрения является предположение о сепарации хим. элементов в атмосферах СР-звёзд при сохранении в ср. по звезде нормального хим. состава. В отсутствие перемешивания сепарация элементов может происходить под действием силы тяжести, т. е. в соответствии с *барометрической формулой* устанавливается разная шкала высот для элементов с разл. атомной массой. При этом тяжёлые элементы должны оказаться внизу. Однако в СР-звёздах избыток тяжёлых элементов, как правило, наблюдается в самых верх. слоях атмосферы, где образуются наблюдаемые спектральные линии, причём для образования этого избытка требуется подъём тяжёлых элементов из достаточно глубоких слоёв атмосферы. В связи с этим для объяснения сепарации хим. элементов в атмосферах СР-звёзд привлекают др. механизмы. Наиб. подробно обсуждался механизм диффузии под действием селективного давления света. При поглощении квантов в частотах спектральных линий (где велик коэф. поглощения) происходит передача импульса потоку излучения звезды поглощающим атомам. Для тяжёлых атомов со сложной структурой термов и большим кол-вом уровней этот эффект, вызывающий движение поглощающих атомов вверх, будет суммироваться по всем оптич. переходам и может (при определ. условиях) значительно превзойти силу тяжести. Такой процесс, бесспорно, должен иметь место в атмосферах звёзд, однако его количеств. оценка весьма сложна. Величина эффекта на каждом уровне атмосферы зависит от локальной темп-ры, определяющей населённость уровней, и от величины потока излучения, к-рый зависит как от темп-ры, так и от концентрации атомов. Зависимость силы, изменяющей концентрацию, от самой концентрации делает задачу нелинейной, а формирующиеся аномалии — зависящими от времени. Характерное время накопления аномалий путём селективной диффузии  $10^3 - 10^4$  лет. Попытки исследования этого механизма показали, что он может объяснить нек-рые аномалии, но во мн. случаях количеств. согласие с наблюдениями получить нельзя. Др. механизм, в принципе способный приводить к сепарации элементов, связан с различием кинетич. сечений возбуждённых и невозбуждённых атомов и с асимметрией (по частоте) возбуждающего излучения (т. н. светим-

дущированный дрейф, СИД). Атомы (данного элемента) с радиальной составляющей тепловой скорости  $v_R$ , направленной от центра ( $v_R > 0$ ) (к центру,  $v_R < 0$ ) звезды, способны поглощать фотоны, частота  $\nu$  которых смещена в «синюю» («красную») сторону от центра спектральной линии (данного элемента). Если излучение, проходящее через атмосферу звезды, имеет асимметрию, распределение по частоте в окрестности спектральной линии (напр., из-за наложения линий др. элементов), то число возбужденных атомов с  $v_R > 0$  будет больше (или меньше — в зависимости от знака асимметрии), чем с  $v_R < 0$ . Это равносильно избытку возбужденных атомов в потоке с  $v_R > 0$  ( $v_R < 0$ ). Сечение упругих столкновений с атомами буферного газа (в атмосферах звезд — это атомы водорода и гелия, составляющие 99% от числа всех атомов) для возбужденных атомов данного элемента больше, чем для невозбужденных. Следовательно, поток с  $v_R > 0$  ( $v_R < 0$ ), в  $k$ -ром доля возбужденных атомов больше, тормозится быстрее. В результате возникает нескомпенсированный поток атомов данного элемента в противоположном направлении, приводящий к сепарации элементов. Закон сохранения импульса выполняется за счёт передачи импульса буферному газу при столкновениях. Скорости СИД могут быть во много раз больше, чем скорости селективной диффузии. Однако количеств. рассмотрение эффекта СИД на разл. глубинах в звёздных атмосферах пока не существует.

Существенно изменить характер процессов сепарации и их результат могут др. микроскопич. и макроскопич. процессы, такие, как влияние магн. полей на движение ионов, циркуляц. течения и т. п.,  $x$ -рыс пока трудно учесть количественно.

Лит.: Michard G., The astrophysical context of diffusion in stars, «Astron. J.», 1980, ч. 85, п. 589; Хохлова В. Л., Магнитные звезды, в кн.: Итоги науки и техники, сер. Астрономия, т. 24, М., 1983, с. 223; Агтугов С. Н., Шалагги А. М., О возможных проявлениях эффекта сепарации ионизированного дрейфа в астрофизических объектах, «Исследования в Астрон. ж.», 1988, т. 14, № 7, с. 664.

В. Л. Хохлова.

**ХИМИЧЕСКИЙ ЛАЗЕР** — газовый лазер, в  $k$ -ром ионизация населённости образуется в результате хим. реакций. Возможность создания Х. л. основана на том, что продукты многих экзотермич. хим. реакций образуются преим. в возбуждённых состояниях. Большинство Х. л. работает на колебательно-вращат. переходах двухатомных молекул. Возбуждённые молекулы эффективно образуются, в частности, в результате экзотермич. реакций замещения:

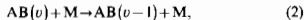


причем значит. часть  $\delta$  выделяющейся энергии  $\Delta\epsilon$  идёт на возбуждение колебат. уровней молекулы АВ. В результате образуется неравновесный газ двухатомных молекул АВ, в  $k$ -ром ср. величина колебат. энергии значительно превышает величину энергии, приходящейся на поступат. и вращат. степени свободы молекулу. Такой неравновесный газ является активной средой с инверсией населённости для большого кол-ва колебат. переходов (см. Молекулярные спектры). В табл. приведены нек-рые реакции, ведущие к инверсии населённости, величины  $\Delta\epsilon$  и  $\delta$ , а также примерный диапазон длин волн  $\lambda$  соответствующего излучения.

Для работы Х. л. необходимо создать нек-рое кол-во химически активных свободных радикалов, стимулирующих протекание хим. реакции. С этой целью используются все способы воздействия на молекулы, приводящие к их диссоциации: прямой нагрев, вызывающий термич. диссоциацию; облучение УФ- или видимым светом, вызывающее частичную или полную фотодиссоциацию молекул; хим. реакции, сопровождающиеся образованием свободных радикалов; газовый разряд, в  $k$ -ром свободные радикалы образуются в осн. при столкновениях электронов с молекулами; облучение хим. реагентов нучками быстрых электронов или ионов, продуктами ядерных реакций и др. Поскольку в результате реакций, приводящих к возбуждению Х. л., происходят необратимые изменения хим. состава исходных реагентов, необходимым условием длит. ра-

боты Х. л. является непрерывное возобновление рабочего вещества.

В активной среде Х. л. паряду с реакцией (1) протекают разнообразные столкновительные процессы с участием колебат. возбужденных молекул. Эти процессы оказывают влияние на формирование населённости и определяют выходные характеристики Х. л. Наиб. важным является процесс колебательно-поступательной релаксации колебат. возбужденных молекул:



где М — молекулы, входящие в состав активной среды Х. л.,  $v$  — колебат. квантовое число молекулы. Указанный процесс, в результате к-рого колебательная энергия молекулы, образовавшейся при протекании экзотермич. реакции, преобразуется в тепло, разрушает инверсию населённости в активной среде Х. л. и ограничивает его выходные характеристики. Эфф. преобразование хим. энергии в энергию лазерного излучения возможно только при условии, если характерное время протекания реакции (1) не превышает характерного времени процесса колебат. релаксации (2). Поскольку обычно при протекании газофазных хим. реакций выполняется противоположное условие, лишь незначит. число химически реагирующих систем пригодно для использования в качестве активной среды Х. л. с высокими выходными характеристиками.

Энергия, выделяющаяся в результате протекания экзотермич. хим. реакций, обычно распределена по значит. числу колебат. состояний молекулы — продукта реакции. Характер этого распределения определяется соотношением между временами протекания хим. реакции (1), колебат. релаксации (2), а также характерным временем процесса обмена колебат. квантами при столкновении молекул АВ между собой. Это соотношение весьма сложным образом зависит от состава активной среды лазера, темп-ры газа и определяет спектр излучения Х. л. Кроме того, молекулы, принадлежащие определ. колебат. состоянию, распределены по значит. числу вращат. состояний. При этом в силу быстрого обмена вращат. энергией при столкновениях друг с другом и с молекулами буферного газа распределение молекул по вращат. состояниям в активной среде Х. л. обычно описывается ф-лой Больцмана:

$$N_{v, J} = \frac{B}{T} (2J+1) N_v \exp \left[ -\frac{B}{T} J(J+1) \right], \quad (3)$$

где  $N_{v, J}$  — концентрация молекул, принадлежащих данному колебат. состоянию;  $B$  — вращат. постоянная молекулы;  $J$  — вращат. квантовое число, характеризующее данное вращат. состояние;  $T$  — темп-ра газа. В этих условиях в активной среде Х. л. реализуется режим частичной инверсии, когда инверсия населённости на колебательно-вращат. переходах  $P$ -ветви (переходы  $J \rightarrow J+1$ ) реализуется при нарушении условия  $N_{v, J} > N_{v, J-1}$ . Указанные обстоятельства влияют на характер спектра генерации Х. л.,  $k$ -рый обычно состоит из большого числа колебат. вращат. переходов  $P$ -ветви, принадлежащих нек. колебат. полосам.

Осн. параметры, характеризующие эффективность Х. л. — его хим. кпд  $\eta$ , (отношение энергии лазерного излучения к величине энергии, выделяющейся в результате хим. реакции) и т. н. электрич. кпд  $\eta_e$  (отношение энергии лазерного излучения к энергии, затрачиваемой на ионизирование хим. реакции). Т. к. энергия, требуемая для ионизирования мн. экзотермич. реакций, меньше энергии,  $k$ -рая выделяется в результате протекания таких реакций, то величина  $\eta_e$  не имеет принципиальных ограничений сверху и может превышать 100%. Напр., электрич. кпд Х. л. на основе цепной реакции фтора с водородом (или дейтерием)



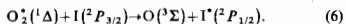
в определ. условиях достигает 1000%. Это связано с особенностями протекания цепной хим. реакции, для иници-

ирования к-рой достаточно создания незначит. кол-ва химически активных радикалов. Оплако величина  $\eta_1$  лазеров со столь высоким значением  $\eta_1$  относительно невелика (~1%), поскольку при малой нач. степени диссоциации молекул  $F_2$  время протекания цепной реакции оказывается много больше характерного времени разрушения инверсной населенности в результате межмолекулярных соударений, сопровождающихся колебат. релаксацией. В силу этого обстоятельства величина  $\eta_1$  лазера на основе цепной реакции фтора с водородом с уменьшением нач. степени диссоциации молекул  $F_2$  спадает по закону  $\eta_1 \sim \sqrt{\epsilon}$ , в то время как для  $\eta_2$  справедлива зависимость  $\eta_2 \sim 1/\sqrt{\epsilon}$ . Отсюда следует, что использование цепной реакции не позволяет осуществить сколько-нибудь полное преобразование хим. энергии в энергию лазерного излучения. В связи с этим наиб. мощные Х. л. на основе HF, обладающие высоким значением  $\eta_1$  (до 10%), работают на основе простых реакций замещения (табл.). Макс. энергия излу-

Реакция	$\Delta E$ , ккал/моль	$\delta$	$\lambda$ , мкм
$F+H_2 \rightarrow HF+H$	33,7	0,68	4,3—5,4
$F+CH_4 \rightarrow HF+CH_3$	34,5	0,60	2,8—3,0
$F+C_2H_6 \rightarrow HF+C_2H_5$	39,0	0,62	—
$F+CF_4 \rightarrow CF_3+C_2H_2$	38,0	0,56	—
$-HF+CH_3C(CH_3)_2$	—	—	—
$F+CH_3Cl \rightarrow HF+CH_2Cl$	37,0	0,68	—
$F+CH_2Cl_2 \rightarrow HF+CHCl_2$	38,0	0,51	—
$F+CH_3Br \rightarrow HF+CH_2Br$	35,9	0,67	—
$F+CH_3CF_3 \rightarrow HF+CH_2CF_3$	33,5	0,67	—
$F+CH_3Si(CH_3)_3 \rightarrow HF+$ $+CH_3Si(CH_3)_3$	40,0	0,50	—
$F+C_2H_4 \rightarrow HF+C_2H_3$	42,9	0,53	—
$F+HCCl_3 \rightarrow HF+CCl_3$	42,0	0,37	—
$F+HD \rightarrow HF+D$	33,8	0,59	—
$F+HD \rightarrow DF+H$	35,5	0,55	3,7—4,2
$F+D_2 \rightarrow DF+D$	31,2	0,68	3,7—4,2
$H+F_2 \rightarrow HF+F$	97,8	0,53	2,8—3,7
$D+F_2 \rightarrow DF+F$	97,8	0,56	3,7—5,0
$F+H_2 \rightarrow HF+H$	41,9	0,64	2,7—3,4
$Cl+H_2 \rightarrow HCl+H$	31,7	0,71	3,4—3,8
$Cl+D_2 \rightarrow DCl+H$	31,7	0,71	5,0—5,4
$H+Cl_2 \rightarrow HCl+Cl$	45,1	0,39	3,7—4,0
$D+Cl_2 \rightarrow DCl+Cl$	46,3	0,39	5,0—5,6
$H+Br_2 \rightarrow HBr+Br$	41,2	0,55	4,0—4,6
$D+Br_2 \rightarrow DBr+Br$	41,7	0,55	5,8—6,3
$Br+HI \rightarrow HBr+I$	16,5	0,53	4,1—4,3
$Cl+HBr \rightarrow HCl+Br$	15,6	0,43	3,7—3,8
$O+CS \rightarrow CO+S$	85	0,85	5,0—5,6
$O_2+CS \rightarrow CO+SO$	90	0,7	5,0—5,7

ния HF-лазеров в импульсном режиме достигает 10 кДж при длительности импульса в неск. десятков нс. Наиб. мощные Х. л. на HF непрерывного действия работают при прокачивании активного вещества через резонатор со сверхзвуковой скоростью и характеризуются выходной мощностью в неск. кВт при  $\eta_1 \sim 2-4\%$ .

Наряду с колебательно возбужденными молекулами в результате протекания экзотермич. реакций могут образовываться электронно возбужденные молекулы, излучательный распад к-рых также может составить основу работы хим. лазера. Из большого числа обсуждавшихся в литературе конкретных хим. механизмов создания электронно возбужденных атомов или молекул в качестве активной среды Х. л. практическию реализацию нашёл механизм создания инверсной населенности на переходе между состояниями тонкой структуры атома иона  $I^2(P_{1/2})$  и  $I^2(P_{3/2})$  с длиной волны 1,315 мкм. Заселение верх. состояния лазерного перехода осуществляется в результате передачи возбуждения от молекулы синглетного кислорода:



В свою очередь синглетный кислород получают в результате протекания реакции хлора с перекисью водорода в щелочной среде. Т. о., кислородно-иодный лазер не тре-

бует для своей работы внеш. источника энергии, потребляя исключительно хим. энергию реагентов. Выходная мощность этого лазера достигает неск. сот ватт в непрерывном режиме при кпд в неск. процентов. Привлекательные качества лазера этого типа связаны с длиной волны излучения; соответствующая макс. прозрачности оптич. устройств на кремниевой основе, а также с наиб. высоким среди Х. л. качеством лазерного луча, что обусловлено незначит. энерговыделением в активной среде лазера.

В основе применений Х. л. лежат, с одной стороны, их высокие кпд и мощность генерации, а с другой стороны — возможность получения генерации на большом числе переходов в широкой области ИК-спектра. Наряду с др. типами мощных лазеров Х. л. используются в технологич. обработке материалов, в установках по исследованию лазерного управляемого термоядерного синтеза, в системах лазерного зондирования атмосфер, в лазерной спектроскопии, лазерной химии и лазерном разделении изотопов, а также при исследовании процессов молекулярных соударений с изменением колебат. и вращат. состояний молекул.

Лит.: Химические лазеры, под ред. Н. Г. Басова, М., 1982; Елецкий А. В., Процессы в химических лазерах, «УФН», 1981, т. 134, в. 2, с. 237; Химические лазеры, под ред. Р. Гросса и Дж. Ботта, пер. с англ. М., 1980; Абделок В. К., Денисов В. Н., Прошкин В. В., Химические лазеры, М., 1980.

А. В. Елецкий

**ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ** — термодинамич. функция состояния, определяющая изменение потенциалов термодинамических при изменении числа частиц в системе и необходимая для описания свойств открытых систем (с перем. числом частиц).

Х. п.  $\mu_i$   $i$ -го компонента многокомпонентной системы равен частной производной от любого из термодинамич. потенциалов по кол-ву (числу частиц) этого компонента при пост. значениях остальных термодинамич. переменных, определяющих данный термодинамич. потенциал, напр.  $\mu_i = (\partial F/\partial N_i)_{T, V, N_j}$  ( $F$  — свободная энергия,  $T$  — темп-ра,  $V$  — объём,  $j \neq i$ ). Т. о., в системах с перем. числом частиц в выражение для дифференциала, напр.  $dF$ , следует добавлять величину  $\sum \mu_i dN_i$ :

$$dF = -SdT - p dV + \sum \mu_i dN_i,$$

где  $p$  — давление,  $S$  — энтропия. Наиб. просто Х. п. связан с термодинамич. потенциалом  $G$  (см. Гиббса энергия):  $G = \sum \mu_i N_i$ . Для однокомпонентной системы Х. п.  $\mu = G/N$ ,

т. е. представляет собой энергию Гиббса, отнесённую к одной частице. Вследствие аддитивности  $G$ , кроме давления и темп-ры, Х. п. зависит только от концентраций отд. компонентов, но не от числа частиц в каждом компоненте. В простейшем случае идеальных газов  $\mu_i$  зависит только от концентрации  $i$ -го компонента:

$$\mu_i = \mu_i^0 + kT \ln(N_i/N),$$

где  $N = \sum N_i$  — полное число частиц,  $\mu_i^0$  — Х. п. чистого  $i$ -го компонента. Часто величины  $\mu_i$  удобно использовать в качестве независимых термодинамич. переменных вместо  $N_i$ . В переменных  $T, V, \mu_i$  состояние системы характеризует термодинамич. потенциал

$$\Omega = F - \sum \mu_i N_i.$$

Х. п. является термодинамич. параметром в большой каноническом распределении Гиббса для систем с перем. числом частиц. В качестве нормировочной постоянной Х. п. входит в распределение Больцмана, Бозе — Эйнштейна и Ферми — Дирака для частиц идеальных газов (см. Статистическая физика). В системах, к к-рым применима статистика Больцмана или Бозе — Эйнштейна, Х. п. всегда отрицателен. Для ферми-газа Х. п. при нулевой темп-ре положителен и определяет граничную ферми-энергию (см. Ферми-поверхность) и вырождения темп-ратуру. Если

полное число частиц в системе не фиксировано, а должно определяться из условия термодинамич. равновесия, как, напр., для *фононов* в твердом теле или для *фотонов* в случае равновесного теплового излучения, то равновесие характеризуется равновесием нулю  $X$ , п.

Понятие  $X$ , п. позволяет сформулировать условия *равновесия термодинамического*. Одно из условий состоит в том, что  $X$ , п. любого компонента одинаков в разл. фазах и в разных местах одной фазы. Это обусловлено возможностью перераспределения частиц, приводящего к выравниванию  $X$ , п. Для систем в пространстве неоднородном внешне поле равновесие означает, что

$$\mu_i = \mu_i^0 + U_i(r) = \text{const.}$$

где  $\mu_i^0$  —  $X$ , п. в отсутствие поля,  $U_i(r)$  — потенц. энергия частиц  $i$ -го компонента во внеш. поле. Для газа в поле тяжести это условие приводит к барометрич. фле для плотности газа. В случае заряж. частиц в электр. поле (напр., в полупроводниках) величиной  $\mu_i$  зап. электрохимическим потенциалом, оставляя название  $X$ , п. за  $\mu_i^0$ . Равенство значений  $X$ , п. для частиц одного компонента, находящихся в разных фазах, определяет условия равновесия при фазовых переходах (*Гиббса правило фаз*) и хим. реакция (закон действующих масс), *ионизационное равновесие*, свойства *растворов* (законы Вант-Гоффа, Генри, Рауля) и т. д. Если для частиц одного из компонентов переход из одной части системы в другую невозможен, то для этого компонента условия постоянства  $X$ , п. нарушаются и в системе возникает осмотическое давление (см. *Осмо*).

$X$ , п. был введен Дж. У. Гиббсом (J. W. Gibbs) в 1875 при рассмотрении хим. равновесия в многокомпонентных системах, отсюда его название. Численно  $X$ , п. выражается в единицах энергии на единицу массы (Дж/кг), или на единицу кол-ва вещества (Дж/моль), или на 1 частицу.

Лит. см. при ст. *Термодинамика*. А. Э. Мейерович.

**ХИРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ МОЛЕКУЛ** (хиральная симметрия молекулы) — симметрия молекулы, при к-рой их атомы могут располагаться двумя зеркально симметричными способами относительно хирального атома — асимметричного центра (обычно атома С).  $X$ , с. м. приводит к оптич. изомерии молекулы.

**ХИРАЛЬНОСТЬ** (хиральность) (от греч. *cheir* — рука), принадлежность объекта (как правило, молекулы или кристалла) к одной из зеркально симметричных модификаций, условно называемых «правой» и «левой» (см. также *Энантиоморфизм*). Одним из наиб. характерных фаз. свойств хиральных (т. е. обладающих  $X$ , с.) молекул и кристаллов является их *оптическая активность*.  $X$ , молекул обычно обусловлена их особой симметрией (подробнее см. *Оптически активные вещества*, *Оптические изомеры*), а  $X$ , кристаллов, кроме того, их структурными свойствами.

**ХЛАДНИ ФИГУРЫ** — фигуры, образуемые скоплением мелких частиц (напр., сухого песка) вблизи узловых линий на поверхности колеблющейся пластинки или др. механич. системы.  $X$ , ф. открыты Э. Ф. Хладни (Е. F. Chladni) в 1787. Каждому соств. колебанию (*стоячей волне*) пластинки соответствует свое расположение узловых линий. В случае круглой пластинки (рис. 1, а) узловые линии могут быть круговыми или радиальными; в случае прямоугольной (рис. 1, б) или треугольной пластинки они параллельны

сторонам или диагоналям. Меняя точки закрепления и места возбуждения, можно получить разнообразные  $X$ , ф. (рис. 2).  $X$ , ф. используются в дефектоскопии (топографич. метод) для исследования изделия в целом (напр., пластинки или обложки).

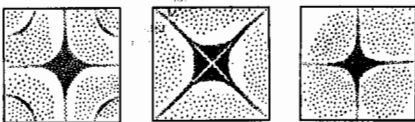


Рис. 2.

**ХЛОР** (лат. Chlorum), Cl — хим. элемент VII группы периодич. системы элементов, ат. номер 17, ат. масса 35,453, относится к *галогенам*. Природный Cl состоит из двух изотопов:  $^{35}\text{Cl}$  (75,77%) и  $^{37}\text{Cl}$  (24,23%). Конфигурация внеш. электронных оболочек  $3s^2 3p^5$ . Энергия последоват. ионизаций 13,0; 23,80; 39,91; 53,46; 67,8 эВ. Стройство к электрону 3,61 — 3,76 эВ (максимальное среди всех хим. элементов). Радиус атома Cl 99 пм, радиус иона  $\text{Cl}^-$  181 пм. Значение электроотрицательности 3,0.

Газ желто-зеленого цвета с удушливым запахом, сильно ядовит. Во всех агрегатных состояниях состоит из молекулы  $\text{Cl}_2$ , межъядерное расстояние (в газе) 198,81 пм, энергия диссоциации 243 кДж/моль (при 25 °C),  $t_{\text{пл}} = -101$  °C,  $t_{\text{кип}} = -34,1$  °C. Твердый  $\text{Cl}_2$  обладает ромбич. кристалл. структурой. Критич. параметры: темп-ра 417,1 К, давление 7,61 — 7,69 МПа, плотность 0,573 кг/дм<sup>3</sup>. Плотность газообразного  $\text{Cl}_2$  при нормальных условиях 3,214 г/дм<sup>3</sup>. Уд. теплотворность  $c_p = 33,94$  Дж/(моль · К), теплота испарения 20,41 кДж/моль (при -34,1 °C). Теплопроводность 7,9 мВт/(м · К) (при 0 °C).

Сильный окислитель, характеризуется высокой реакционной способностью по отношению к простым и сложным веществам. Степень окисления -1, +1, +3, +5, +7. Неспособен соединиться со мн. металлами. Немного растворим в воде (хлорная вода), в  $\text{CCl}_4$  и нек-рых др. растворителях. Соединения, в к-рых проявляется степень окисления +1 (хлорная известь и др.) — сильнейшие окислители.

$X$ , хранят и перевозят в жидком виде, в баллонах (под давлением). В больших кол-вах он применяется как хлорирующий агент в произ-ве металлов и разл. неорганич. и органич. веществ.  $X$ , — отбеливающее и дезинфицирующее средство. В качестве радиоакт. индикаторов используют  $^{36}\text{Cl}$  ( $\beta^-$ -распад),  $\beta^-$ -распады и электронный захват,  $T_{1/2} = 3,01 \cdot 10^5$  лет) и  $^{38}\text{Cl}$  ( $\beta^-$ -распад,  $T_{1/2} = 37,21$  мин).

С. С. Березновое.

**ХОЛЛА ДАТЧИК** — полупроводниковый прибор, преобразующий на основе *Холла эффекта* индукцию внеш. магн. поля в электр. напряжение. Представляет собой тонкую пластинку (или пленку) полупроводника (напр., Si, Ge, GaAs, InSb), укрепленную (напыленную) на прочной подложке из диэлектрика (слоды, керамика, феррита), с четырьмя электродами для подведения тока и съема элс Холла ( $V_x$ ).

При помещении  $X$ , д. в магн. поле с индукцией  $B$ , направленной перпендикулярно пластине (рис.), на осн. носители заряда действует сила Лоренца  $F = q[vB]$ , отклоняющая их к одной из гранич. пластины ( $q$  — заряд,  $v$  — скорость носителя заряда). Накопление носителей заряда у одной из гранич. и их недостаток у другой приводит к образованию электр. поля  $E_x$  и  $V_x$ . Поле  $E_x$  препятствует накоплению зарядов, и, как только создаваемая им сила станет равной

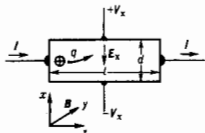


Рис. 1.



силе Лоренца ( $qE_x = qvB$ ), разделение зарядов прекратится. Т. к. эдс Холла  $V_x = E_x d = vBd$ , то при толщине пластины  $a$

$$V_x = IBR/a, \quad (1)$$

где  $R = 1/\rho$  или  $R = 1/n \cdot \text{коэф. Холла}$  ( $\rho$ ,  $n$  — концентрация положит. и отрицат. носителей заряда соответственно).

Для увеличения магниточувствительности  $X$ , д.

$$\gamma = V_x / IB = R/a \quad (2)$$

необходимо увеличивать  $R$ , т. е. уменьшать концентрацию осн. носителей заряда. Однако в полупроводнике, близком к собственному, коэф.  $R \sim \mu_i^2 p - \mu_n^2 n$  резко уменьшается при  $n \rightarrow p$ .

При питании  $X$ , д. от источника напряжения  $V$  эдс Холла  $V_x = VBd/l$ , где  $\mu$  — подвижность осн. носителей заряда. Коэф. использования  $X$ , д.  $\eta = P_{\text{исп.}} / P_{\text{вх.}} \sim (\mu B)^2$ , где  $P_{\text{исп.}}$  — мощность, потребляемая входной цепью,  $P_{\text{вх.}}$  — мощность, выделяемая во внеш. нагрузку; поэтому для создания  $X$ , д. необходимо использовать полупроводники с высокой подвижностью носителей заряда. Как типичный материал относятся германий, арсенид галлия, антимонид индия.

$X$ , д. широко применяют в устройствах измерителей магн. индукции и в аналоговых вычислит. машинах в качестве умножит. элементов. Разработан ряд интегральных схем со встроенным  $X$ , д. Схемы могут быть либо аналоговым выходом (выходной сигнал пропорц.  $B$ ), либо цифровым (при определенном  $V$  выходное напряжение скачком изменяется от минимального до максимального). На их основе созданы датчики перемещения, измерители частоты вращения, электронные компасы, бесконтактные переключатели, бесколлекторные электродвигатели пост. тока и т. д.

Лит.: Вьякули И. М., Стафеев В. И., Физика полупроводниковых приборов, 2 изд., М., 1990; Хомерики О. К., Полупроводниковые преобразователи магнитного поля, М., 1986.

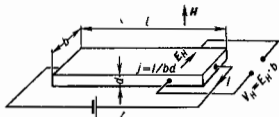
И. М. Вьякули.

**ХОЛЛА ЭФФЕКТ** — возникновение в твердом проводнике с током плотностью  $j$ , помещенном в магн. поле  $H$ , эдс Холла в направлении, перпендикулярном  $j$  и  $H$ . Напряженность эдс Холла (поля Холла)

$$E_H = RHj \sin \alpha. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  — угол между векторами  $H$  и  $j$  ( $\alpha < 180^\circ$ ). Если  $H \perp j$ , то поле Холла  $E_H$  максимально:  $E_H = RHj$ . Коэф.  $R$ , назв. постоянной Холла (коэф. Холла), является основной количеств. характеристикой  $X$ , э. Знак  $R$  положительн, если  $j$ ,  $H$ ,  $E_H$  образуют правовинтовую систему координат.

$X$ , э. открыл Э. Г. Холлом (Е. Н. Hall) в 1879 в тонких пластинках Au. Для наблюдения  $X$ , э. прямоуг. пластины из исследуемого вещества длиной  $l$ , значительно большей ширины  $b$  и толщиной  $d$ , вдоль  $k$ -х течёт ток  $I = jbd$ , помещают в магн. поле  $H$ , перпендикулярное плоскости пластинок (рис.). На середине боковых граней перпендику-



лярно току расположены электроды, между к-рыми измеряется эдс Холла

$$V_H = E_H b = RHl/d. \quad (2)$$

$X$ , э. объясняется взаимодействием носителей заряда (электронов проводимости и дырок) с магн. полем. В магн. поле на электроны действует Лоренца сила  $F = e[Hv]$  ( $v = j/\mu e$  — ср. скорость направленного движения носителей

в электр. поле,  $n$  — концентрация носителей,  $e$  — их заряд), под действием к-рой частицы отклоняются в направлении, перпендикулярном  $j$  и  $H$ . В результате на боковой грани пластины происходит накопление зарядов и возникает поле Холла. В свою очередь поле Холла действует на заряды и уравнивает силу Лоренца. При равновесии  $eE_H = eHv$ , откуда

$$R = 1/\mu e. \quad (3)$$

Знак  $R$  совпадает со знаком носителей заряда. Для металлов, у к-рых  $n \sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $R \sim 10^{-3} \text{ см}^2/\text{Кл.}$  Для полупроводников  $R \sim 10 \div 10^5 \text{ см}^2/\text{Кл.}$

Коэф. Холла может быть выражен через подвижность носителей заряда  $\mu = v_{\text{др}}/E$  (дрейфовая скорость носителей  $v_{\text{др}} = eEt/m$ , где  $m$  — эффективная масса,  $t$  — время между двумя последов. соударениями с рассеивающими центрами) и уд. электропроводности  $\sigma = j/E = ev_{\text{др}}/E$ .

$$R = \mu/\sigma.$$

Сказанное справедливо для изотропных проводников, в частности для поликристаллов. Для анизотропных кристаллов  $R = r/\rho e$ , где коэф.  $r$  — величина, близкая к 1, зависящая от направления  $H$  относительно кристаллограф. осей. В области сильных магн. полей  $r = 1$ . Критерий сильного поля  $\omega_c \tau > 1$ , где  $\omega_c$  — циклотронная частота носителей.

В полупроводниках в электропроводности участвуют одновременно электроны проводимости и дырки. При этом постоянная Холла выражается через парные проводимости электронов  $\sigma_n$  и дырок  $\sigma_p$  и их концентрации  $n$  и  $p$ . В случае слабых полей

$$R = \frac{1}{e} \frac{\sigma_n^2 n_p - \sigma_p^2 p_n}{(\sigma_n + \sigma_p)^2}. \quad (4a)$$

Для сильных полей

$$R = \frac{1}{e} \frac{1}{n_p - n_n}. \quad (4b)$$

При  $n_p = n_n$  для всех значений магнитного поля  $R = (1/e) \frac{\sigma_n(\sigma_n - \sigma_p)}{(\sigma_n + \sigma_p)}$ , а знак  $R$  соответствует знаку осн. носителей.

Для металлов величина  $R$  зависит от зонной структуры, т. е. формы ферми-поверхности. Для замкнутых поверхностей Ферми и в сильных магн. полях постоянная Холла изотропна, а выражения для  $R$  совпадают с (3) и (4). Для открытых поверхностей Ферми  $R$  — тензор. Однако если направление  $H$  относительно кристаллограф. осей выбрано так, что не возникает открытых сечений поверхности Ферми, то выражения для  $R$  также аналогичны (3) и (4).

$X$ , э. — один из наиболее эфф. методов изучения энергии спектра носителей заряда в металлах и полупроводниках. Зная  $R$ , можно определить знак носителей заряда и оценить их концентрацию, что позволяет сделать заключение о кол-ве примесей в полупроводниках. Линейная зависимость  $R$  от  $H$  используется для измерения напряженности магн. поля (см. Магнитометры), а также для усиления пост. токов, в аналоговых вычислит. машинах, в измерит. технике и др. (Холла датчик).

При изучении  $X$ , э. в двумерном электронном газе кремниевое полевого транзистора, помещенного в квантовое магн. поле, К. фон Клитцинг (K. von Klitzing) в 1980 обнаружил, что холловское сопротивление ( $R_H = V_H/I$ ), к-рое в условиях обычного  $X$ , э., как следует из ф-л (2) и (3), обратно пропорционально  $n$ , при изменении  $n$  то остается постоянным, то резко изменяется, переходя с одного уровня на другой. Вместо монотонного убывания в зависимости  $R_H(n)$  наблюдались «ступеньки». При этом высота ступенек определяется такими фундам. константами, как постоянная Планка и заряд электрона, и не зависит от свойств вещества. Это явление получило назв. квантового Холла эффекта.

Ю. П. Гайдуков.

При описании  $X$ , э. в магнетиках следует вместо поля  $H$  рассматривать магн. индукцию  $B = H + 4\pi M$ , где  $M$  — намагниченность. Поле Холла в поликристаллах ферромагнетиках может быть записано в виде

$$E_x = RB_{2x} + R_2 4\pi M_{2x} \quad (5)$$

Здесь  $x, y, z$  — координатные оси. Первое слагаемое описывает нормальный  $X, \lambda$  вклад в поле Холла, пропорциональный намагниченности  $M$ , наз. ферромагнитным, спонтанным или аномальным  $X, \lambda$ . Т. к. этот вклад существует в ферро-, ферри- и антиферромагн. металлах и полупроводниках, парамагнетиках и др., то термин «аномальный  $X, \lambda$ » является наиб. общим. Коэф.  $R_2$  в ферромагнетиках на 1—2 порядка больше  $R$  и обладает силой (по сравнению с  $R$ ) зависимостью от темп-ры. В сплавах величина и знак  $R_2$  зависят от концентрации компонент, причём в общем случае знак  $R_2$  может не совпадать со знаком  $R$ . В монокристаллах  $R_2$  также является тензорной величиной. Роль вех магн. поля в создании аномального  $X, \lambda$  сводится только к намагниченности образца, в частности в однодоменных образцах аномальный  $X, \lambda$  выключается и без поля.

Аномальный  $X, \lambda$  обусловлен спин-орбитальным взаимодействием, к-рое пропорц. намагниченности и создаёт асимметрию рассеяния носителей заряда, приводящую к холловскому «закручиванию» в отсутствие поля.

Лит. см. при статьях Гельмагнитные явления, Квантовый Холл эффект, Магнетизм.

**ХОЛЛОВСКАЯ ПОДВИЖНОСТЬ.** Если к образцу полупроводника приложено внеш. эл.тр. поле вдоль оси  $ox$ , а также магн. поле  $H$  вдоль оси  $oz$ , то протекание тока вдоль оси  $ox$  приводит к появлению силы Лоренца и поля Холла, действующих вдоль оси  $oy$ . В отсутствие рассеяния возникает направленный (см. Холл эффект) дрейф вдоль  $oy$ , причём скоростной дрейфа  $v_{dr}$  пропорц. полю  $H$ . Коэф. пропорц. пропорциональности наз.  $X, \lambda$  н.  $\mu_H$ .

**ХОЛОДНЫЕ НЕЙТРОНЫ** — нейтроны с энергией  $5 \cdot 10^{-3} - 10^{-7}$  эВ (см. Нейтронная физика).

**ХОЛЛОВА — ЗАБОЛОТСКОЙ УРАВНЕНИЕ** — описывает трансформацию профилей и спектров нелинейных дифрагирующих волн, локализованных в пространстве в виде пучков, поперечный размер к-рых велик по сравнению с длиной волны. Опубликовано Р. В. Холловым и Е. А. Заболотской в 1968. Это одно из основных ур-ний теории нелинейных волн. В приложении к нелинейной акустике обобщённым  $X, \lambda$  — 3. у. принято называть ур-ние

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{e}{c^2} p \frac{\partial p}{\partial t} + Lp = \frac{c}{2} \Delta_1 p.$$

Здесь  $p$  — акустич. давление,  $z$  — координата вдоль оси пучка,  $t = t - z/c$  — время в бегущей со скоростью звука с системе координат,  $\Delta_1$  — двумерный лапласиан по координатам в поперечном сечении пучка,  $e$  — нелинейный параметр среды,  $\rho$  — плотность среды. Линеиный интегродифференциальный оператор  $L$  определяется частотной зависимостью слабых дисперсионных и диссипативных свойств среды.

Обычно  $X, \lambda$  — 3. у.  $L=0$  в линейном случае ( $e=0$ ) для гармонических сигналов переходит в параболич. ур-ние теории дифракции (Лейтовича параболическое уравнение). Для возмущений с плоскими фронтами  $X, \lambda$  — 3. у. переходит в ур-ние простых волн (Римана волн), описывающее укрупнение профиля бегущей волны вплоть до образования разрывов — ударных фронтов. Обычное  $X, \lambda$  — 3. у. также справедливо в той области пространства, где разрывов нет.

Приложении, нржеде всего к гидроакустике (см., напр., Параметрические излучатели и приёмники звука) и медицине, потребовали обобщить обычное  $X, \lambda$  — 3. у. с целью устранения особенностей и учёта дополнит. физ. факторов. Наиб. часто используется обобщение  $X, \lambda$  — 3. у., содержащее вторую производную ( $L = -bd^2/dt^2$ ), к-рая описывает диссипацию (в частности, конечную ширину фронта слабых ударных волн), а также интегральный член с экспоненциальным ядром, ответственным за учёт молекулярной релаксации (см. Релаксация акустическая). Заметим, что

когда  $L$  имеет вид 3-й производной по  $t$ ,  $X, \lambda$  — 3. у. переходит в Кадомова — Петвишвили уравнение.

Ур-ния типа  $X, \lambda$  — 3. у. использовались независимо с кон. 1940-х гг. в механике для расчёта обтекания тонких аэродинамич. профилей трансзвуковыми потоками сжимаемого газа, а в 1970-х гг. для расчёта ударных волн с пространственно-ограниченным фронтом.

Лит.: Руденко О. В., Солюян С. И., Теоретические основы нелинейной акустики; М., 1975; Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимощенко В. И., Нелинейная гидроакустика, Л., 1981; Бахвалов Н. С., Жиделин Я. М., Заболотская Е. А., Нелинейная теория звуковых пучков, М., 1982.

**ХРОМ** (лат. Chromium), Cr, хим. элемент побочной подгруппы VI группы периодич. системы элементов, ат. номер 24, ат. масса 51,9961, переходный металл. В природе представлен 4 стабильными изотопами:  $^{50}\text{Cr}$  (4,345%),  $^{52}\text{Cr}$  (83,789%),  $^{53}\text{Cr}$  (9,501%) и  $^{54}\text{Cr}$  (2,365%). Конфигурация вешн. электронных оболочек  $3d^5 4s^1 4p^4$ . Энергии последоват. ионизации 6,766; 16,5; 30,96; 49,1; 69,3 эВ. Сродство к электрону ок. 1,0 эВ. Радиус атома Cr 127 пм, радиусы ионов  $\text{Cr}^{2+}$ ,  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Cr}^{6+}$  равны соответственно 83, 64 и 35 пм. Значение электростриктности 1,6. Работа выхода электрона 4,48 эВ.

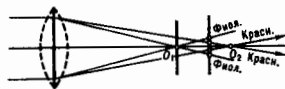
Голубовато-серебристый металл. При темп-рах 20—1830 °C существует  $\alpha$ -Cr с кубич. объёмноцентрированной кристаллич. структурой, параметр решётки  $a = 288,4$  пм; при более высоких темп-рах возможно существование  $\beta$ -Cr с кубич. гранецентрированной решёткой. Плотн. 7,19 г/см<sup>3</sup> ( $\rho_{20}$  = 1890 °C (по др. данным, 1877 °C),  $\rho_{2000}$  = 2680 °C (по др. данным, 2200 °C)). Уд. теплоплотн.  $c_p = 23,3$  Дж/(моль·K), теплота плавления 21 кДж/моль. Характеристич. темп-ра Дебая  $\Theta_D = 357$  K. Уд. эл.тр. сопротивление 0,150 мкОм·м (при 300 K). Температурный коэф. эл.тр. сопротивления  $3,04 \cdot 10^{-3}$  K<sup>-1</sup> (при 50—100 °C). Парамгнетн. магн. восприимчивость  $3,5 \cdot 10^{-9}$  (при 0 °C) и  $4,3 \cdot 10^{-9}$  (при 1440 °C). Ниже 312 K переходит в антиферромагн. состояние. Теплопроводность 88,6 Вт/(м·K) при 20 °C. Температурный коэф. линейного расширения  $4,4 \cdot 10^{-6}$  (при 10—90 °C). Модуль нормальной упругости  $1,6 \cdot 10^{10}$  Па (при 20 °C). Тв. по Виккерсу 1060 МПа.

В хим. соединениях обычно проявляет степени окисления +2, +3, +6. В атм. воздухе устойчив, при нагревании медленно окисляется с поверхности. Устойчив к воздействию мин. кислот.

$X$  является легирующей добавкой разл. (в т. ч. нержавеющих) сталей. Его применяют для создания защитных покрытий на поверхности металлич. изделий (хромирование). Мин. соединения  $X$  — минеральные красители. Оксид  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  служит абразивом. В качестве радиоакт. индикатора используют  $^{51}\text{Cr}$  (электронный захват,  $T_{1/2} = 27,704$  сут).

С. С. Бердников.

**ХРОМАТИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ** (от греч. *chroma* — цвет) — одна из осл. aberrаций оптич. систем, обусловленная зависимостью показателя преломления прозрачных сред от длины волны света (см. Дисперсия света).  $X, \lambda$  проявляется в оптич. системах, включающих элементы из преломляющих материалов (напр., линзы); зеркалам  $X, \lambda$  не свойственна, т. е. зеркала ахроматичны.



Существуют два независимых вида абберации другого типа  $X, \lambda$ : хроматизм положения изображения и хроматизм увеличения. Хроматизм положения состоит в том, что изображения удалённой точки, формируемые лучами разной длины волны, не совпадают для лучей разного цвета, располагаясь вдоль некоего отрезка  $O_1O_2$  (т. е. монохроматич. пучок света имеет целую совокупность фокусов вдоль отрезка оптич. оси; см. рис.). В этом случае

на экране, поставленном перпендикулярно оптич. оси в области формирования изображения, вместо одной светлой точки наблюдается совокупность цветных кружков.

Хроматизм увеличения заключается в том, что поперечные увеличения изображений объекта, формируемых лучами разной длины волны, могут оказаться различными. Это вызвано различием положений гл. плоскостей системы (см. *Кардинальные точки оптической системы*) для лучей разного цвета, что может иметь место, даже если их фокусы совпадают, но различаются фокусные расстояния. Из-за хроматизма увеличения изображение предмета конечных размеров оказывается окружённым цветной каймой.

Исправлять хроматизм положения в оптич. системе можно, совмещая фокусы для лучей света разной длины волны. В простейшем случае совмещение фокусов для лучей двух длин волн (и уменьшение взаимного удаления фокусов лучей др. длин волн) сравнительно несложно. Такие системы (обычно *объективы*) наз. ахроматами. В более совершенных апохроматах фокусы совмещают для лучей трёх длин волн, для чего увеличивают число элементов системы с разными показателями преломления и вводят в систему зеркала. Если более тщательное исправление хроматизма положения требует дальнейшего уменьшения конструкции системы, тем большего, чем больше её *относительное отверстие* и угол поля зрения оптич. системы (число линз и зеркал увеличивается и форма их усложняется).

При исправлении хроматизма увеличения необходимо совместить гл. плоскости для возможно большего числа лучей с разными длинами волн, что связано с большими трудностями.

Лит. см. при ст. *Аберрации оптических систем*.

**ХРОМАТИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ** — явление окрашивания при прохождении *белого света* через оптич. систему, состоящую из поляризатора, двупреломляющей прозрачной среды (пластинки) и анализатора, вследствие *интерференции поляризованных лучей*. Используется при исследовании кристаллов и напряжений в твёрдых телах (см. *Поляризация оптический метод*).

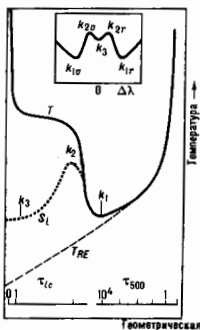
**ХРОМОСФЕРЫ ЗВЁЗД** — слои верх. атмосфер звёзд, характеризующиеся линейчатым эмиссионным спектром и темп-рой  $\sim 10^4$  К, промежуточной между темп-рами *фотосфер* и *корон звёзд*.

Х. з. и Солнца излучают гл. обр. в резонансных спектральных линиях (в осн. в УФ-области спектра) ионов магния, кальция, углерода и др. элементов. В таких линиях звёздные атмосферы обладают очень большой оптич. толщиной  $\tau$ , и фотоны, прежде чем выйти из Х. з., многократно рассеиваются, диффундируют в пространстве и по частоте. Последнее рассеяние происходит в том слое, где на излучаемой длине волны  $\lambda$  в пределах профиля линии  $\tau \leq 1$ . В результате разные части профиля линии несут информацию о разных слоях Х. з., чем широко пользуются при изучении солнечной хромосферы. В звёздах с абсорбционными характером спектра Х. з. проявляют себя лишь в наиб. сильных линиях поглощения, вблизи центра  $\kappa$ -рых видны раздвоенные эмиссионные пики, означающие, что в звёздной атмосфере имеется инверсия темп-ры. Ширина эмиссионного пика несёт информацию об ускорении силы тяжести в Х. з. (т. н. эффект Вилсона — Башпу), отношение интенсивностей в эмиссионных пиках  $k_{21}$  и  $k_{22}$  (рис.) — о градиенте скорости в Х. з., в частности о наличии *звёздного ветра*, интенсивность эмиссии и её профиль — о темп-ре, плотности и протяжённости Х. з.

Х. з. (по крайней мере, звёзд солнечного типа и более холодных) очень неоднородны, имеют сложную структуру, как правило, с короткоживущими элементами (см. *Солнце*).

О механизмах поддержания Х. з. см. в ст. *Звёздные атмосферы*.

Лит.: Ягер К. де, Звёзды наибольшей светимости, пер. с англ., М., 1984; M-stars, eds H. R. Johnson, F. Querci, Wash.—P., 1985; см. также лит. при ст. *Звёздные атмосферы*. Н. Г. Бончарёв.



Хромосфера вращающийся слой Фотосфера

Формирование эмиссионных линий в среде сильных линий поглощения в звёздах с развитыми хромосферами. Сплошной линией показан профиль температуры в атмосфере, штриховой — то же при чисто радиационном нагреве. Пунктир — функция источников  $S_0$ , определяющая излучательную способность газа в спектральной линии в слое единичной оптической толщины. Отмечены места формирования характерных точек профиля линии. Внизу приведены оптические толщины  $\tau_{500}$ ,  $\tau_c$  при  $\lambda = 500$  нм (в непрерывном спектре) и  $\tau_0$  — в центре линии. На графике показан профиль (интенсивность излучения в функции  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ , где  $\lambda_0$  — длина волны центра линии) эмиссионной части линии, наблюдаемой в центре широкой линии поглощения.

**ХРОНОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ операторов** в квантовой теории поля — произведение, в  $\kappa$ -ром операторы расположены так, что временные компоненты их аргументов убывают слева направо. Х. п. двух операторов ( $T$ -произведение), по определению, есть

$$T(\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2)) = \theta(x_1^0 - x_2^0)\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2) + \theta(x_2^0 - x_1^0)\varphi_2(x_2)\varphi_1(x_1),$$

если хотя бы один из операторов  $\varphi_1(x_1)$  — оператор бозонного поля, и

$$T(\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2)) = \theta(x_1^0 - x_2^0)\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2) - \theta(x_2^0 - x_1^0)\varphi_2(x_2)\varphi_1(x_1),$$

если  $\varphi_1(x_1)$  — операторы фермионного поля;  $\theta(x) = 1, x > 0$ ,  $\theta(x) = 0, x \leq 0$ ,  $x^0$  — нулевая (временная) компонента вектора  $x_i, i = 1, 2$ . Знак разности  $(x_1^0 - x_2^0)$  не является лоренц-инвариантным, если точки  $x_1$  и  $x_2$  разделены пространственноподобным интервалом, однако в локальной теории (см. *Аксиоматическая квантовая теория поля*) само  $T$ -произведение лоренц-инвариантно. Это связано с тем, что, согласно аксиоме локальности, для таких точек равен нулю коммутатор полей  $\varphi_1(x_i)$ , если хотя бы одно из них — бозонное, либо равен нулю антикоммутатор, если оба поля фермионные.

$T$ -произведение для  $n$  операторов поля определяется аналогично:

$$T(\varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n)) = \epsilon_F \varphi_1(x_1) \dots \varphi_n(x_n), \quad (*)$$

$$x_1^0 > x_2^0 > \dots > x_n^0; \epsilon_F = 1,$$

когда число перестановок фермионных операторов с фермионными, необходимых для получения хронологического упорядочения операторов, чётно;  $\epsilon_F = -1$ , если это число нечётно. В таком виде Х. п. было введено Дж. Вилком (G. Wick). Ф. Дайсоном (F. Dyson) было дано определение Х. п. ( $P$ -Произведения), отличающегося от определения Вика тем, что в ф-ле (\*) отсутствует множитель  $\epsilon_F$ .

Х. п. операторов входит в наиб. существенные ф-лы квантовой теории поля. Так, *редукционные формулы* связывают оператор  $S$ -матрицы с  $T$ -произведением токов взаимодействующих полей.  $S$ -матрица связана с лагранжианом  $\mathcal{L}(x)$  посредством  $T$ -экспоненты:  $S = \text{Texpr} \{ i \int \mathcal{L}(x) dx \}$ .

Важное значение в квантовой теории поля имеет *Вика теорема*, связывающая Х. п. операторов с их *нормальным произведением*.

*Лит.*: Вик Д. Вычисление матрицы столкновений. в сб.: Новейшее развитие квантовой электродинамики. [пер. с англ.]. М., 1954; Бьеркен Дж. Д., Дрелл С. Д., Ревингтонская квантовая теория, т. 2, пер. с англ., М., 1978; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантовых полей. 4 изд., М., 1984. Ю. С. Вернов.

**ХРОНОСПЕКТРОМЕТР** — спектральный прибор для регистрации изменений спектров во времени и содержащий устройства быстрого кинематического спектрального сканирования. Если последние отсутствуют, а развертка во времени осуществляется для всех длин волн рабочего спектрального диапазона одновременно, то прибор наз. хроноспектрографом.

**ХРУПКОСТЬ** — свойство материала разрушаться при небольшой (прям. упругой) деформации под действием напряжений, ср. уровень к-рых ниже предела текучести. Образование хрупкой трещины и развитие процесса хрупкого разрушения связаны с появлением малых локальных зон пластич. деформации (см. *Прочность твёрдых тел*). Относит. доля упругой и пластич. деформации при хрупком разрушении зависит от свойств материала (характера межатомных и межмолекулярных связей, микро- и кристаллич. структуры) и условий работы. Приложимое растягивающее напряжение по трём гл. осям (трёхосное напряжённое состояние), концентрация напряжений в местах резкого изменения сечения детали, понижение темп-ры и увеличение скорости нагружения, а также повышение запаса упругой энергии нагруженной конструкции способствуют переходу материала в хрупкое состояние. Напр., существенно упругий материал мрамор, хрупко разрушающийся при растяжении, в условиях несимметричного по трём гл. осям сжатия ведёт себя как пластичный материал; чем выше концентрация напряжений, тем сильнее проявляется Х. материала, и т. д.

Условием роста хрупкой трещины является нарушение равновесия между освобождающейся при этом энергией упругой деформации и иррипацией полной поверхностной энергии (включая и работу пластич. деформации тонкого слоя, примыкающего к краю трещины). Хрупкая прочность элемента с трещиной обратно пропорциональна  $\sqrt{l}$ , где  $l$  — полудлина трещины.

Склонность материала к хрупкому разрушению оценивают обычно по температурным зависимостям работы разрушения или характеристикам пластичности, позволяющим определить критич. темп-ру хрупкости  $T_h$ , т. е. темп-ру перехода из пластич. состояния в хрупкое. Чем выше  $T_h$ , тем более материал склонен к хрупкому разрушению.

При рассмотрении макроскопич. закономерностей хрупкого разрушения необходимо учитывать две независимые характеристики — сопротивление пластич. деформации (предел текучести  $\sigma_s$ ) и сопротивление хрупкому разрушению (хрупкая прочность, сопротивление отрыву  $S_u$ ).

При понижении надзев — концентраторов напряжения, увеличении скорости деформации  $\dot{\epsilon}$ , возрастает быстрее, чем  $S_u$ , вследствие чего происходит переход от вязкого разрушения к хрупкому (рис.).

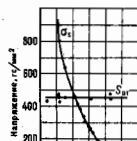


Схема перехода камешной соли из вязкого состояния в хрупкое при понижении температуры испытания на растяжение (по А. Ф. Иоффе).

Представление о возникновении хрупкого разрушения как результате небольшой предварит. пластич. деформации лежит в основе дислокац. теории разрушения. Зарождение хрупких трещин связывают с плоским скоплением линейных дефектов кристаллич. решетки — *дислокаций* — перед к-л. препятствием, к-рым могут служить границы зёрен или субзёрен, разл. включения и т. п. При этом возникает высокая концентрация напряжений, пропорциональная касательному напряжению от внеш. нагрузки и длине скопления дислокаций.

*Лит.*: Дроздовский Б. А., Фридман Я. Б., Влияние трещин на механические свойства конструкционных сталей. М., 1964; Черепанов Г. П., Механика хрупкого разрушения. М., 1974; Разрушение, ред. Г. Ливовича, пер. с англ., т. 1—7, М., 1973—77. В. И. Сапжак.

**ХУНДА ПРАВИЛО** — правило для нахождения самых глубоких уровней энергии, соответствующих определённой электронной конфигурации атома при нормальной связи спиновых и орбитальных моментов образующих эти конфигурации электронов, когда уровни энергии характеризуются *квантовыми числами S, L* (см. *Атом. Атомные спектры*). В случае нормальной связи моментов (см. *Связь векторная*) при заданном квантовом числе  $S$  полного спинового момента атома и при заданном квантовом числе полного орбитального момента атома  $L$  получается спектральный терм  $^2L$  с мультиплетностью  $k=2S+1$  — совокупность уровней энергии с квантовыми числами  $J$  полного момента атома:  $J=L+S, L+S-1, \dots, |L-S|$ . Расположение мультиплетных термов  $^2L$  определяется электростатич. взаимодействиями электронов (много бóльшими при нормальной связи, чем магн. взаимодействия) и, как следует из эксперим. данных и подтверждается мн. квантово-механич. расчётами, термы, соответствующие определённой конфигурации, лежат, как правило, тем глубже, чем больше  $S$ , а при данном  $S$  имеют тенденцию лежать тем глубже, чем больше  $L$ .

Согласно Х. п., эмпирически установленному в 1925 Ф. Хундом (F. Hund), самый глубокий терм, соответствующий рассматриваемой электронной конфигурации, обладает наибольшим возможным значением  $S$  и наибольшим возможным для данного  $S$  значением  $L$ . Это правило всегда выполняется для нормальных электронных конфигураций, соответствующих наиб. прочной связи всех электронов и состоящих из эквивалентных электронов, и полностью подтверждается квантово-механич. расчётами. Напр., для конфигурации  $P^2$  получаются (при учёте *Паули принципа*) термы  $^3S, ^3D, ^3P$ , а для конфигурации  $d^2$  — термы  $^3S, ^1D, ^1G, ^3P, ^3P$  в первом случае самый глубокий терм, согласно Х. п.,  $^3P$ , во втором —  $^3F$ .

Для данного терма  $^2L$  уровни с различными  $J$  обладают разл. энергией — имеет место мультиплетное расщепление терма (при  $S \leq L$  на  $k=2S+1$  составляющих и при  $S > L$  на  $2L+1$  составляющих), обусловленное магн. спин-орбитальной взаимодействием. Расположение уровней определяется приближённым правилом интервалов, согласно к-рому расстояние между соседними уровнями с квантовыми числами  $J$  и  $J+1$  пропорционально бóльшему квантовому числу; напр., для уровней  $^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$  терма  $^3P$  расстояние  $^3P_2 - ^3P_1$  вдвое больше расстояния  $^3P_1 - ^3P_0$ . При этом в случае конфигурации, состоящих из эквивалентных электронов, для оболочек, заполненных меньше чем наполовину (напр.,  $p^2, d^4, f^3$ ), получаются нормальные мультиплетные термы, для к-рых уровни лежат тем глубже, чем меньше  $J$ , а для оболочек, заполненных больше чем наполовину, получаются обратные мультиплетные термы, для к-рых уровни лежат тем глубже, чем больше  $J$ . Так, для нормального терма  $^3P$  конфигурации  $P^2$  самый глубокий уровень  $^3P_0$ , а для обратного терма дополнит. конфигурации  $p^4 - ^3P_2$ .

Х. п. в сочетании с правилом выхода наиб. глубокого уровня энергии для нормальных и обратных мультиплетных термов (это правило иногда ошибочно называют Х. п.) позволяет определить для нормальной конфигурации атома самый глубокий (основной) уровень

энергии в тех случаях, когда в атоме частично заполнена наиб. слабо связанными электронами одна оболочка типа  $np^6, nd^{10}$  или  $nf^{14}$  (при наличии в атоме лишь полностью укомплектованных электронными оболочками осн. уровнем атома является уровень  $^1S_0$ , а при наличии одного внеш. электрона  $ns$  — уровень  $^2S_{1/2}$ ). Ниже приведены самые глубокие уровни энергии  $^2L_J$  для конфигураций эквивалентных электронов:

$$^2P_{1/2} \quad ^2P_{3/2} \quad ^4S_{3/2} \quad ^2P_{3/2} \quad ^2P_{1/2} \quad d \quad d^2 \quad d^3 \quad d^4 \quad d^5 \quad d^6 \quad d^7 \quad d^8 \quad d^9$$

$$^2D_{3/2} \quad ^2F_2 \quad ^4F_{3/2} \quad ^2D_0 \quad ^6S_{3/2} \quad ^2D_4 \quad ^4F_{9/2} \quad ^3F_4 \quad ^2D_{5/2}$$

$$f \quad f^2 \quad f^3 \quad f^4 \quad f^5 \quad f^6 \quad f^7 \quad f^8 \quad f^9 \quad f^{10} \quad f^{11} \quad f^{12} \quad f^{13}$$

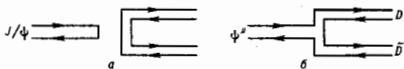
$$^2S_{1/2} \quad ^3H_4 \quad ^4F_{9/2} \quad ^3F_4 \quad ^6H_{5/2} \quad ^7F_0 \quad ^8S_{7/2} \quad ^7F_6 \quad ^6H_{5/2} \quad ^7F_8 \quad ^4I_{13/2} \quad ^3H_6 \quad ^2F_{7/2}$$

Отметим, что особенно глубоко (по сравнению с уровнями меньшей мультиплетности) лежат уровни  $^4S_{3/2}, ^6S_{3/2}$  и  $^8S_{7/2}$  для оболочек  $p^6, d^{10}$  и  $f^{14}$ , заполненных как раз наполовину, т. е. для конфигураций  $p^3, d^5$  и  $f^7$ .

Лит.: Hund F., *Linienpektren und periodisches System der Elemente*, В., 1927; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, 4 изд., М., 1989; Ельшицев И. М. А., *Сектры редких земель*, М., 1953; его же, *Атомная и молекулярная спектроскопия*, М., 1962; Собельман И. И., *Введение в теорию атомных спектров*, 2 изд., М., 1977. М. А. Ельшицев.



**ЦВЕЙГА ПРАВИЛО** [также правило Окубо—Цвейга—Изуки (ОЦИ)], или правило кварковых линий [в кварковой модели адронов — приближённое полуэноменологическое правило, к-рое предлагает систематизацию относительных величин амплитуд распадов или реакций взаимодействия адронов, построениях из кварков, ароматов, в зависимости от топологич. свойств (свойств связности) кварковых диаграмм, изображающих рассматриваемые процессы. Наиб. степень подавления соответствует таким процессам и отвечающим им кварковым диаграммам, в к-рых линии кварков в антикварках, выходящих из одного и того же адрона, соединяются друг с другом и представляют собой блок, не связанный с остальной частью кварковой диаграммы (рис., а). В этом случае пара кварк—антикварк из одного и того же адрона исчезает (аннигилирует) в рассматриваемой реакции. Альтернативой этому процессу служит переход того же кварка и антикварка в другие адроны конечного состояния (рис., б).



Кварковые диаграммы, изображающие распады чармония: а —  $J/\psi \rightarrow$  адроны (ОЦИ-запрещённый переход); б —  $\Psi^- \rightarrow D + \bar{D}$  (ОЦИ-разрешённый переход). Стрелка, направленная вспять по времени, изображает антикварк.

Ширина состояния чармония (см. *Кварковый  $\Psi^-$* ) (3770) с массой 3770 МэВ, для к-рого энергетически возможен ОЦИ-разрешённый распад на пару очарованных  $D$ -мезонов, приблизительно в 500 раз больше ширины ОЦИ-запрещённого распада  $J/\psi$  (3096) в адроны, не содержащие тяжёлых  $c$ -кварков в силу закона сохранения энергии. Качественным объяснением резкого подавления аннигиляции пары тяжёлых  $c$ -кварков в промежуточном состоянии является *асимптотическая свобода* квантовой хромодинамики, т. е. уменьшение эфф. взаимодействия квар-

ков с глюонами на малых расстояниях. Константа кварк-глюонного взаимодействия на расстояниях порядка 0,1 Фм, т. е. порядка комптоновской длины волны тяжёлого  $c$ -кварка, имеет величину  $\alpha_s \approx 0,2-0,3$ , что заметно меньше единицы. Вместе с тем полного объяснения разной степени нарушения правила ОЦИ в разл. процессах с участием лёгких  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварков на основе квантовой хромодинамики пока нет.

Лит.: Okubo S., *Phi-Meson and unitary symmetry model*, «Phys. Lett.», 1963, v. 5, p. 65; Zweig G., *Fractionally charged particles and SU(6)*, in: *Symmetries in elementary particle physics*, N. Y., 1965, p. 192; Izuka J., *A systematic and phenomenology of meson family*, «Prog. Theor. Phys. Suppl.», 1966, v. 37—38, p. 21; Вайнштейн А. И. [и др.], *Чармоний и квантовая хромодинамика*, «УФН», 1977, т. 123, с. 217; Вайнштейн А. И. [и др.], *Квантовая хромодинамика и масштабы адронных масс*, «ЭЧАЯ», 1982, т. 13, с. 542. С. В. Герасимов.

**ЦВЕТ** — один из признаков объектов, воспринимаемый человеком в виде осознанного зрительного ощущения. В процессе зрительного восприятия человек «присваивает» объекту тот или иной Ц. В большинстве случаев цветное ощущение возникает в результате воздействия на глаз светового стимула — *видимого излучения* (воспринимаемого глазом зр.-магн. излучения с длинами волн  $\lambda$  от 380 до 760 нм). Иногда цветное ощущение возникает без участия света — при давлении на глазное яблоко, ударе, электрич. раздражении и т. д., а также при мысленной ассоциации с др. ощущениями — звука, тепла и др. — и в результате работы воображения. Разл. цветные ощущения вызывают разноокрашенные предметы, их разноосвещённые участки, источники света и создаваемое ими освещение. Даже при одинаковом спектральном составе потоков излучения восприятия Ц. могут различаться в зависимости от того, попадает ли в глаз излучение от источников света или от несомосветящихся объектов. Осн. долю предметов, вызывающих ощущение Ц., составляют несомосветящиеся тела, к-рые лишь отражают или пропускают свет, излучаемый источниками. В общем случае Ц. предмета обусловлен следующими факторами: его окраской и свойствами его поверхности; оптич. свойствами источников света и среды, через к-рую свет распространяется; свойствами зрительного анализатора и особенностями ещё недостаточно изученного психофизиологич. процесса переработки зрительных впечатлений в мозговых центрах.

**Эффект принадлежности цвета.** Эволюционно способность к восприятию Ц. развилась для целей идентификации предметов окружающего мира и их перемещений в пространстве, помогаю обнаруживать и опознавать их по окраске при разл. освещении. Необходимость распознавания объектов явилась дл. причиной того, что их Ц. определяется в осн. их окраской и в привычных для человека условиях наблюдения лишь в малой степени зависит от освещения (за счёт бессознательно воспринимаемого поправки на освещение). Напр., зелёная листва деревьев признаётся зелёной даже при красноватом освещении на закате. Оговорка о привычных (в широком смысле) условиях наблюдения весьма существенна; если сделать их резко необычными, суждения человека о Ц. предметов становятся неуверенными или ошибочными. Так, описания и попытки воспроизведения Ц. так называемых космических зорь, сделанные разными космонавтами, сильно отличались одно от другого и от Ц. этих зорь, зафиксированных объективными методами цветной фотографии. Выработавшиеся и закрепляющиеся в человеческом сознании устойчивые представления об определённом Ц. как неотъемлемом признаке привычных объектов наблюдения наз. «эффектом принадлежности Ц.» или «явлением константности Ц.». Эта психологич. особенность зрительного восприятия наиб. сильно проявляется при рассмотрении несомосветящихся предметов и обусловлена тем, что в повседневной жизни мы одновременно рассматриваем совокупности предметов, подосознательно сравнивая их Ц., либо сравниваем цветные ощущения от разноокрашенных или разноосвещённых участков этих предметов. Эффект принадлежности Ц. несомосветящихся объектов настоль-

ко значительны, что даже в неблагоприятных условиях наблюдения Ц. предмета осознаётся в результате опознания предмета по др. признакам. Наименованиями мн. Ц. произошли от назв. объектов, окраска к-рых сильно выражена: малиновый, розовый, изумрудный. Нередко даже Ц. источника света описывается Ц. к.-л. характерного несветящегося объекта: «кровоно-красный» диск Солнца. Эффект принадлежности Ц. не столь силен для источников света, поскольку в обычных (не связанных с производством) условиях их редко сопоставляют с др. источниками и зрительный анализатор в значит. степени адаптируется к условиям освещения.

**Особенности и особенности цветового восприятия.** Восприятие Ц. может частично меняться в зависимости от психофизиологич. состояния наблюдателя, напр. усиливаться в опасных ситуациях, уменьшаться при усталости и т. д. Несмотря на адаптацию глаза к условиям освещения, восприятие Ц. может заметно отличаться от обычного при изменении интенсивности излучения (того же спектрального состава) — явление, открытое В. Безольдом (W. Bezold) и Э. Брюкке (E. Brücke) в 1870-х гг. Изменчивость восприятия Ц. наглядно демонстрируется в т. н. бинокулярной колориметрии, основанной на независимой адаптации одного глаза от другого. Всё это указывает на ведущую роль мозговых центров, ответственных за восприятие Ц., и степень их тренированности (при измененном фотохим. аппарате светового зрения).

Ц. излучений, длины волн к-рых расположены в диапазоне видимого света в определ. интервалах около к.-л. монохроматич. излучения, наз. спектральными Ц. Излучение с  $\lambda$  от 380 до 490 нм имеют фиолетовый и синий Ц., от 490 до 510 нм — сине-зеленый, от 510 до 550 нм — зеленый, от 550 до 590 нм — желтый, от 590 до 630 — оранжевый, от 630 до 760 нм — красный (в более мелких участках этих интервалов Ц. излучений соответствуют разл. оттенкам указанных Ц.).

Развитие способности к опущению Ц. эволюционно обеспечивалось формированием свет. системы цветового зрения, включающей два типа светочувствительных рецепторов — колбочки и палочки. Колбочки расположены в центре сетчатки глаза и имеют максимум чувствительности в трёх разных спектральных участках — красном, зеленом и синем. Палочки, расположенные в осн. на периферии сетчатки, обладают преимущественной чувствительностью только в сине-зелёной области спектра; но палочки, в отличие от колбочек, имеют значительно большую светочувствительность и создают ощущение чёрно-белых (ахроматических) тонов. Они обеспечивают чёрно-белое «ночное видение» и зачернение хроматич. тонов в тенях при сумеречном зрении. Поэтому чёрно-белые фотография и др. изображения психологически приемлемы. Суммарная спектральная чувствительность глаза, обусловленная действием фоторецепторов обоих типов, максимальна в желто-зелёной области ( $\lambda \approx 555$  нм), а при понижении освещённости смещается в палочковую сине-зелёную область спектра.

Цветное зрение формируется четырьмя типами фоторецепторов, различающимися спектральной чувствительностью. Однако все реальные Ц. удаётся представить алгебраич. суммой трёх осн. Ц.: синего, зелёного и красного. Возможность представления цветных стимулов реальных Ц. трёхмерным вектором доказана Грассманом (H. Grassmann) в 1853. Вектор ахроматич. тонов выражается суммой координат трёх хроматич. излучений, взятых в определ. пропорции; это используется для формирования чёрно-белых сигналов в электронных методах преобразования изображений.

**Цветовой тон, насыщенность и светлота.** При уточнном качеств. описании Ц. используют его три субъективных атрибута: цветовой тон (ЦТ), насыщенность и светлоту. Разделение признака Ц. на эти взаимосвязанные компоненты есть результат мысленного процесса, существенно зависящего от языка и обучения. Наиб. важный атрибут Ц. — ЦТ («оттенок цвета») — ассоциируется в человеческом сознании с обусловленностью окраски

предмета определ. типом пигмента, краски, красителя. Насыщенность характеризует степень, уровень, силу выражения ЦТ. Этот атрибут в человеческом сознании связан с кол-вом (концентрацией) пигмента, краски, красителя. Серые тона наз. ахроматическими (бесцветными) и считают, что они не имеют насыщенности и различаются лишь по светлоте. Светлоту сознание обычно связывает с количеством чёрного или белого пигментов, реже с освещённостью. Светлоту окрашенных объектов оценивают, сопоставляя их с ахроматич. объектами. Ахроматич. цвета несамосветящихся объектов обусловлены более или менее равномерным, одинаковым отражением ими излучений всех длин волн в пределах видимого спектра. Ц. ахроматич. поверхностей, с коэф. отражения близким к единице, наз. «белым». Несмотря на то что такому определению белыми могут оказаться предметы, к-рые при испещдении, сравнении дают разные цветовые ощущения, среди ахроматичных Ц. несамосветящихся объектов белый Ц. занимает исключит. положение. Поверхности с белой окраской часто служат своеобразными эталонами: они всегда сразу узнаются и именно сопоставление с ними, вярду с адаптацией глаза, позволяет бесознательно вводить поправку на освещение. Даже если наблюдаются только белые предметы, по ним опознаётся Ц. самого освещения.

Насыщенность и светлота Ц. несамосветящихся предметов в нашем сознании взаимосвязаны, т. к. усиление поглощения при увеличении концентрации красителя всегда сопровождается объективным уменьшением интенсивности отражённого света, что вызывает ощущение уменьшения светлоты. Так, роза более насыщенного пурпурного Ц. воспринимается более тёмной, чем роза с тем же, но менее выраженным ЦТ.

**Цветовое восприятие и измерение цвета.** Одновременно рассмотрение одних и тех же несамосветящихся предметов и источников света неск. наблюдателями с нормальным цветовым зрением (в одинаковых условиях рассматривания) позволяет установить однозначное соответствие между спектральным составом сравниваемых излучений и вызываемыми ими цветовыми ощущениями. На этом основана колориметрия. Хотя такое соответствие и однозначно, но не взаимнооднозначно: одинаковые ощущения Ц. могут вызываться потоками излучений разл. спектрального состава. Ц. излучений разного спектрального состава, к-рые при одинаковых условиях рассматривания визуально воспринимаются одинаковыми, наз. метамерными или метамерами. Метамерия Ц. увеличивается с уменьшением его насыщенности, становится пайбольшей для белых Ц. Любые два излучения, создающие в смеси белый Ц., наз. *дополнительными цветами*.

Существует много определений Ц., но даже в лучших из них (с колориметрич. точки зрения) часто опускается упоминание о том, что однозначности ощущений достигается лишь при стандартизованных условиях наблюдения, освещения и т. д., не учитывается изменение восприятия Ц. при изменении интенсивности излучения того же спектрального состава, не принимается во внимание *цветовая адаптация* глаза и др. Поэтому многообразие цветových ощущений, возникающих при реальных условиях освещения, вариациях угл. размеров сравниваемых по Ц. элементов, при фиксации на разных участках сетчатки, разных психофизиологич. состояниях наблюдателя и т. д., всегда богаче колориметрич. цветового многообразия. Напр., Ц. к-рые в повседневной жизни воспринимаются (в зависимости от светлоты) как бурые, каштановые, коричневые, шоколадные и т. п., в колориметрии одинаково определяются как оранжевые или жёлтые. В одной из лучших попыток определения Ц., принадлежащей Э. Шрёдингеру (E. Schrödinger), трудности задачи снимаются простым отсужением к.-л. указаний на зависимость цветových ощущений от многочисл. конкретных условий наблюдения. По Шрёдингеру, Ц. есть свойство спектрального состава излучений, общее всем излучениям, в т. ч. и визуально неразличимым для человека.

В колориметрии Ц. количественно выражают совокупность трёх чисел, характеризующих цветовой стимул. Существует много систем, отличающихся методикой определения таких трёх чисел (см. *Колориметрия*). Напр., существует инструментально-расчётный метод, при к-ром цветовой тон выражается через объективно определяемую длину волны излучения, воспринимаемого (в смеси с белым Ц.) измераемый Ц., насыщенность Ц. выражается через его чистоту (соотношение интенсивностей монохроматич. и белого Ц. в смеси), а светлота — через объективно устанавливаемую яркость измеряемого излучения, определяемую экспериментально или рассчитываемую по кривой *спектральной световой эффективности* излучения.

В колориметрии особое значение придают измерению спектральных Ц. и определению по ним т. н. кривых сложения, характеризующих спектральную чувствительность зрительного анализатора кол-вами трёх излучений, смешение к-рых порождает определ. цветное ощущение заданного монохроматич. излучения. По кривым сложения определяются оптимальные спектральные чувствительности для цветодетектирующих приёмников в процессах воспроизведения цветных изображений, а также оптимальные кривые спектрального поглощения для красок цветового синтеза.

Все способы измерения Ц. сводятся к шкалам наименований (см. *Шкала измерений*). Количественное выражение субъективных атрибутов Ц. неоднозначно, поскольку оно сильно зависит от различия между конкретными условиями рассматривания объектов и стандартизованных колориметрическими. Поэтому, в частности, имеется много формул, по к-рым рассчитывают светлоту и цветные различия. Первое матем. представление цветового различия «линейным дифференциальным элементом»  $ds$  предложено Г. Гельмгольцем (H. Helmholtz) в 1852. Он объединил трёхмерное цветное выражение (*RGB*) с психофизиология, законом восприятия Вебера — Фехнера, согласно к-рому приращение ощущения прямо пропорционально относит. приращению стимула:

$$3(ds)^2 = \left(\frac{dR}{R}\right)^2 + \left(\frac{dG}{G}\right)^2 + \left(\frac{dB}{B}\right)^2.$$

Совр. ф-лы цветных различий позволяют учитывать психофизиолог. эффекты одновременного цветового контраста (взаимного усиления контраста близко расположенных Ц.).

**Аномалия цветового зрения и влияние освещения.** Наблюдатель с нормальным цветовым зрением при сопоставлении различно окрашенных предметов или разных источников света может различать большое кол-во Ц. Натренированный наблюдатель различает по ЦТ ок. 150 Ц., по насыщенности ок. 25, по светлоте от 64 при высокой освещённости до 20 при пониженной. При аномалиях цветового зрения различается меньшее число Ц. Ок. 90% всех людей обладают нормальным цветовым зрением и ок. 10% — частично или полностью цветослепые. Характерно, что из этих 10% людей с аномалиями цветового зрения 95% — мужчины. Существует три вида таких аномалий: краснослепые (протонопы) не отличают красных Ц. от близких к ним по светлоте ахроматич. Ц. и дополнительных по ЦТ тёмно-голубых Ц.; зелёнослепые (дейтеронопы) не отличают или плохо отличают зелёные Ц. от близких к ним по светлоте ахроматич. Ц. и дополнительных пурпурных Ц.; синеслепые (тристанопы) не отличают синих Ц. от близких по светлоте ахроматич. и дополнительных тёмно-жёлтых Ц. Очень редки случаи полной цветовой слепоты, когда воспринимаются лишь ахроматич. образы. Аномалии цветового зрения не мешают нормальной трудовой деятельности при условии, что к ряду профессий цветослепые не должны допускаться.

Адаптация зрения обеспечивает опознавание предметов по Ц. (за счёт эффекта принадлежности Ц.) при вариациях условий освещения в весьма широких пределах. Вместе с тем при изменении спектрального состава освещения

визуально воспринимаемые различия между одними Ц. усиливаются, а между другими ослабевают. Напр., при желтоватом освещении, создаваемом лампами накаливания, синие и зелёные ЦТ различаются хуже, чем красные и оранжевые, а при синеватом освещении в пасмурную погоду, наоборот, хуже различаются красные и оранжевые ЦТ. При слабом освещении все Ц. различаются хуже и воспринимаются менее насыщенными и зачёрченными (эффект сумеречного зрения). При очень сильном освещении Ц. воспринимаются менее насыщенными и «разбелёнными». Эти особенности зрительного восприятия широко используются в изобразит. искусстве для создания иллюзии того или иного освещения.

Цветовая адаптация к условиям освещения и разрешающая способность цветового зрения обусловлены непрерывным движением глаза и соответствующим процессом восстановления расходуемого светочувствительного вещества. Глаз совершает три вида движений: саккада — целенаправленное перемещение взгляда на 10—30° по деталям рассматриваемого предмета; дрейф — медленное, почти линейное движение, необходимое для восстановительного процесса; тремор (дрожание) — синусоидальное движение с частотой ок. 50 Гц и амплитудой до 1' (1—2 мкм на сетчатке). Полупериод тремора определяет временную разрешающую способность зрения. Размах тремора и соответствующие размеры рецепторов ограничивают пространственную разрешающую способность глаза 1—2'. Благодаря движению глаза и лизиво-растровой структуре сетчатки кодирование зрительных ощущений яркости и Ц. осуществляется частотой и фазой электрич. сигналов, образующихся в сетчатке, с односторонней адаптацией к условиям освещения.

*Лит.*: Гуревич М. М., Цвет и его измерение, М.—Л., 1950; Ивевс Р.-М., Введение в теорию цвета, пер. с англ., М., 1964; Артюшин Л. Ф., Основы воспроизведения цвета в фотографии, кино и полиграфии, М., 1970; Джадд Д., Вышецкий Г., Цвет в науке и технике, пер. с англ., М., 1978.

Л. Ф. Артюшин.

**ЦВЕТ** кварка,  $g$  глюона (англ. colour) — условное, введённое М. Гелл-Манном (M. Gell-Mann) наименование особой дополнит. характеристики *кварков* и *глюонов*, определяющей их внутр. состояние. Кварки могут находиться в трёх разл. цветовых состояниях вне зависимости от своих ароматов. С возможностью преобразования цветовых состояний кварков связана *цветовая симметрия*  $SU(3)$ . Требуется локальной *калибровочной инвариантности* теории кварков относительно таких преобразований приводит к предположению о существовании цветных калибровочных полей — глюонов, к-рые могут находиться в восьми разл. цветовых состояниях. Взаимодействие цветных кварков и глюонов описывается *квантовой хромодинамикой* (КХД).

Введение цветовой степени свободы кварков было вызвано необходимостью согласования подчинения кварков ферми-статистике (как частиц со спином половинна) с возможностью помещения трёх кварков одинакового аромата в одно и то же квантовомеханич. состояние внутр. степени свободы было постулировано в независимом виде О. Гринбергом (O. W. Greenberg), предположившим в 1964 подчинение кварков парастатистике. В явной форме наличие цвета у кварков было предположено Н. Н. Бослоубовым, Б. В. Струминским и А. Н. Тавхелдидзе и независимо М. Ханом (M. Y. Han) и И. Намбу (Y. Nambu), С. Фройндом (P. Freund), И. Миямото (Y. Miyamoto) в 1965.

Весьма правдоподобно, хотя не доказанном строго, выглядит предположение о невозможности существования цветных (несинглетных) систем кварков и глюонов в асимптотически свободных состояниях. По этой причине проявление цветовой степени свободы, скрытых внутр. бесцветных (синглетных) адронов, носит опосредствованный характер при сравнении результатов теоретич. расчётов, выполненных в рамках тех или иных приближений КХД, с эксперим. данными. Наиб. ярким их проявлением было

бы обнаружены экзотических (необычных) адронов, многокварковых систем со «скрытым цветом», т. е. не имеющих бесцветных подструктур, *глюбонов*— мезонов, валентными (несущими осн. характеристики системы) составляющими *к*-рых являются одни лишь глюоны, гибридов— мезонов и бариев, валентными составляющими *к*-рых являются кварки и глюоны. Скорее всего, в чистом виде такие состояния не реализуются, но могут существовать в смешанном виде с обычными мезонами или бариенами, имеющими те же самые квантовые числа. По этой причине их обнаружение представляет значит. трудности. В экспериментах по поиску таких необычных адронных состояний их наличие с достаточной надёжностью до сих пор не установлено.

Лит.: Говорков А. Б. Цветные степени свободы в физике адронов, «ЭЧАЯ», 1977, т. 8, № 5, с. 1056; Окунь Л. Б., Лептоны и кварки, 2 изд., М., 1990; Намбу Е., Кварки, пер. с япон., М., 1984; Хелзен Ф., Мартин А., Кварки и лептоны, пер. с англ., М., 1987. А. Б. Говорков.

**ЦВЕТНАЯ СИММЕТРИЯ**—обобщение понятия *антисимметрии* на случай, когда добавочная дискретная иерархия перемещая (напр., спин), характеризующая наряду с *стрем* (пространственными) координатами симметрию физ. объектов, может принимать не два, а три и более значений. Представление о Ц. с. введено и разработано Н. В. Беловым в 1950-х гг. Группы Ц. с. строятся аналогично группам антисимметрии как обобщения точечных, пространственных и иных групп.

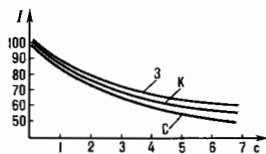
Лит.: Современная кристаллография, т. 1, М., 1979, гл. 2.

**ЦВЕТОВАЯ АДАПТАЦИЯ**—процесс приспособления работы зрительного механизма к условиям изменённой цветности освещения наблюдаемых объектов. Ц. а. состоит в следующем. При изменении цвета освещения от естественного дневного, напр., к свету ламп накаливания изменяются цвета наблюдаемых предметов: зелёные предметы при смене освещения отражают жёлто-зелёное излучение, пурпурные—более красное. Однако эти изменения цвета предмета, заметные в первый момент, постепенно исчезают, и спустя иск-рое время кажется, что цвет предметов не изменился. Постепенно зрительный механизм привыкает к новому освещению, адаптируется, к примерно через 5 мин цвет излучения, отражённого от предмета, воспринимается приблизительно таким же, как при дневном освещении. Однако адаптация обычно не бывает полной. Так, напр., пурпурный цвет не утрачивает полностью ту долю красного, *к*-рый он приобрёл при переходе от дневного света к освещению лампы накаливания.

Сдвиг цвета предмета, воспринимаемый после изменения цвета освещения, определяется колориметрическим и адаптационным сдвигами. Колориметрический сдвиг происходит в результате изменения спектрального распределения излучения, отражённого от предмета, при новом освещении. Это изменение приводит к изменению цветности и яркости цветных стимулов предметов и соответствует тому, что мы видим в первое мгновение при смене освещения. Адаптационный сдвиг вызывается Ц. а. и направляется в сторону первонач. цвета предмета в предшествующем освещении. Количественно величину адаптационного сдвига можно выразить в единицах колориметрич. системы (координатах цветности *x*, *y* и коэф. яркости *Y*; см. *Колориметрия*) или в единицах психофизиологич. шкалы (цветовой тон, светлота и насыщенности; см. *Цвет*). Существует ряд методов для эксперим. измерения Ц. а., из *к*-рых наиб. изветов метод памяти на цвета, метод биноклярного уравнивания и метод локальной адаптации.

В наиб. распространённой трёхкомпонентной теории цветового зрения (ИЗ) Ц. а. принято считать следствием уменьшения чувствительности одного или двух из трёх обеспечивающих ИЗ независимых фоторецепторов (колбочек) сетчатки глаза, максимумы спектральной чувствительности *к*-рых расположены в красном (К), зелёном (З) и синем (С) участках спектра видимого излучения. Обычно

понижение чувствительности рецепторов К, З и С объясняют разл. степенью их утомления в преадаптационный период, *к*-рый зависит от времени воздействия на них светового излучения. На рис. показан возрастание Ц. а. для К,



З и С рецепторов. Из графика видно, что скорость падения относит. чувствительности *I* (%) к разным цветам различна. При Ц. а. восприятие цветов «смещается» в сторону *дополнительного цвета*; напр., после возбуждения глаза красным цветом ахроматич. цвета (белые и серые) представляются зеленоватыми, после возбуждения синим цветом—желтоватыми и т. д.

Ц. а. ещё недостаточно изучена, и не все экспериментально наблюдаемые явления, связанные с ней, могут быть вполне истолкованы в рамках трёхкомпонентной теории цветового зрения.

Лит.: Ивеев С.-М., Введение в теорию цвета, пер. с англ., М., 1964; Джадд Л., Вышецки Г., Цвет в науке и технике, пер. с англ., М., 1978; Справочник по инженерной психологии, под ред. Б. Ф. Ломова, М., 1982. Н. А. Валов.

**ЦВЕТОВАЯ СИММЕТРИЯ** (симметрия  $SU(3)_c$ )—инвариантность (независимость) состояний кварковых систем относительно преобразований в трёхмерном комплексном пространстве цветových состояний кварков (см. *Цвет* кварка, глюона), образующих специальную (с определителем, равным 1) группу унитарных преобразований. Если цветовой индекс волновой ф-ции кварка  $\psi$  считать принимающим просто три значения  $\alpha=1, 2, 3$ , то такие преобразования записываются в виде

$$q_{\alpha}^{\prime} = \sum_{\beta=1}^3 U_{\alpha\beta} q_{\beta}$$

при условии

$$\sum_{\alpha=1}^3 U_{\alpha\beta} U_{\alpha\gamma}^* = \delta_{\beta\gamma},$$

где (\*) означает комплексное сопряжение,  $\delta_{\beta\gamma}$ —*Кronecker символ* и  $\text{Det } U_{\alpha\beta} = 1$ .

Переход от глобальной Ц. с. к локальной калибровочной группе  $SU(3)_c$  с коэф. преобразований, зависящими от точки пространства-времени, привёл к формулировке *квантовой хромодинамики* (КХД)—калибровочной инвариантной (см. *Калибровочная инвариантность*) теории взаимодействия цветных кварков и глюонов, заменившей собою прежнюю мезонную теорию сильных взаимодействий адронов.

В отличие от симметрии ароматов и симметрии электрослабых взаимодействий, Ц. с. предполагается совершенной, т. е. не нарушаемой никаким образом. По этой причине глюоны остаются безмассовыми частицами.

Ц. с. входит как независимая часть в стандартную модель сильных и электрослабых взаимодействий, основанную на прямом произведении соответствующих симметрий  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)$ . Ожидается, что при больших энергиях  $\geq 10^{13}$  ГэВ (малых расстояниях) взаимодействия лептонов и кварков происходит *великое объединение* этих симметрий в единую калибровочную теорию, из *к*-рой они выделяются посредством *спонтанного нарушения симметрии*, соответствующей этому объединению.

Лит. см. при статьях *Квантовая хромодинамика*, *Цвет кварка*, глюона. А. Б. Говорков.



**ЦВЕТОВАЯ ТЕМПЕРАТУРА** ( $T_{\text{цв}}$ ) — физ. параметр оптич. излучения, определяемый как температура *абсолютно чёрного тела*, при к-рой его излучение имеет ту же цветность (см. *Колориметрия*), что и рассматриваемое излучение. При этом относительные спектральные распределения соответствующих излучений могут различаться, но должны быть метамерными (см. *Цвет*). Для серого тела эти распределения в видимой области спектра совпадают, а  $T_{\text{цв}}$  наз. также темп-рой распределения. Понятие  $T_{\text{цв}}$  т. пр. применяется в астрофизике, колориметрии и оптич. пиromетрии.

А. С. Долинов.

**ЦВЕТОВОЙ ЗАРЯД** — параметр, определяющий сильное взаимодействие кварков и глюонов в квантовой хромодинамике. Ц. з. во многих отношениях аналогичен электрич. заряду. В частности, благодаря калибровочной симметрии, с к-рой связано появление Ц. з., он может служить мерой пек-рой сохраняющейся величины. Величина эффективного Ц. з. существенно зависит от расстояния до «цветной» частицы, однако, в отличие от электричского, оно не может быть измерен «на бесконечности», т. к. ввиду ординарного удержания цвета не существует статич. глюонного поля. Измерение Ц. з. в глубоко всуружных процессах на расстояниях порядка комптоновой длины волны протона приводит к значению, в 40—50 раз превышающему величину элементарного электрич. заряда.

А. В. Ефремов.

**ЦВЕТОВОЙ КОНТРАСТ** — 1) зависимость цвета наблюдаемого поля от окружающего поля. Различают одновременный и последовательный Ц. к. Одновременный Ц. к. состоит в том, что цвет наблюдаемого поля (объекта) зависит от цвета неосредственно окружающего его фона. При последовательном Ц. к. цвет объекта оказывается зависящим от цвета фона, к-рому перед этим был адаптирован глаз.

Изменения цвета наблюдаемого поля при Ц. к. состоят в изменении либо яркости, либо насыщенности, либо цветового тона (см. *Цвет*), но обычно меняются все три характеристики. Цвета изменяются в сторону плав. удаления друг от друга. Ахроматич. цвета поля на тёмном фоне становятся более яркими, на светлом фоне они туснеют. Цветовой тон ахроматич. полей на окрашенном поле приобретает цветовой тон, близкий к *дополнительному* цвету фона, несколько сдвигаясь в сторону к красному. Так, напр., парам донолнит. цвет синий — жёлтый, жёлтый — синий соответствуют пары цветов, возникающих при Ц. к.: синий — оранжевый, жёлтый — фиолетовый.

Ц. к. растёт с величиной и насыщенностью раздражителя, вызывающего его. Ц. к. зависит также от соотношения светлот поля и фона. Наиб. Ц. к. имеет место при приблизительно одинаковых светлотах поля и фона, когда поле несколько светлее фона. Он более заметен при рассматривании периферич. участка глаза, чем при прямом наблюдении. Ц. к. уменьшается и исчезает, если рассматриваемое поле отделено от фона чёрным контуром.

Одновременный Ц. к. объясняется тем, что при освещении к.-л. участка сетчатки светом определ. цвета увеличивается чувствительность зоны, окружающей этот участок сетчатки, к лучам дополнит. цвета. Наиб. контрастирующие пары нарами цветов поле — фон являются: синий на белом, чёрный на жёлтом (и наоборот), зелёный на белом, чёрный на белом, зелёный на красном, красный на жёлтом и т. д.

Последовательный Ц. к. обусловлен появлением образов, возникающих после фиксации глазом нек-рого цветоного поля и имеющих цвет, контрастирующий с цветом рассматриваемого поля, близкий к донолнит. цвету этого поля. Так, напр., если наблюдать в течение 10—15 с квадрат, состоящий из четырёх цветных квадратов — красный, жёлтого, зелёного и синего, фиксируя взглядом центр квадрата, а затем рассматривать белое поле также с фиксацией его центра, то почти мгновенно на фоне белого поля появится последовательный образ квадрата с квадратами, окрашенными в донолнит. цвета: синие-зелёный, пурпурно-синий, пурпурно-красный и оранжевый. Появившийся образ не имеет объективного характера, движется

по белому полю вместе с движением глаз и по истечении короткого времени исчезает.

При рассматривании предметов в сложной цветовой обстановке глаза постоянно перебегают с одних цветowych пятен на другие, при этом действует как одновременный, так и последовательный Ц. к., к-рые мгновенно и весьма существенно влияют на восприятие цвета. Только за счёт Ц. к. удаётся на сером экране телевизора создавать цветowe поля чёрного, коричневого, пурпурного и ряда др. цветов, не имеющих аналогов в спектре источников излучения.

2) В *колориметрии* Ц. к. называется мин. число порогов цветоразличения  $E$ , отделяющих два сравнимых цвета. Под порогом цветоразличения понимается допустимое отклонение величин физ. параметров, определяющих данный цвет по цветовому тону, но насыщенности и по яркости, в пределах к-рых визуально воспринимаемый цвет остаётся неизменным.

Величина порогов в разл. областях спектра различна. Слабее всего цветowe тона различаются на концах спектра (т. е. в сине-фиолетовой и красной областях), где порог цветоразличения по тону составляет 4—6 нм и более. В ср. части спектра от зелёных до оранжевых тонов (500—600 нм) порог имеет наименьшую величину 1—2 нм. При постоянной яркости спектра во всём видимом диапазоне глаз различает до 150 цветowych тонов (см. *Цвет*).

При постоянном уровне адаптации глаза общее число цветowych различий (с учётом цветового тона, насыщенности и светлоты цвета), воспринимаемых человеком, составляет ок.  $10^5$  оттенков.

Лит.: Джадд Д., Вышески Г., Цвет в науке и технике, пер. с англ., М., 1978; Шапиро Б. А., Цвет и цветообразование, М., 1986.

**ЦЕЗИЕВАЯ АТОМНО-ЛУЧЕВАЯ ТРУБКА** — см. в ст. *Цезиевый эталон частоты*.

**ЦЕЗИЕВЫЙ ЭТАЛОН ЧАСТОТЫ** — пассивный *квантовый стандарт частоты*. В 1964 Международным комитетом по вопросам мер и весов признан первичным стандартом (эталонной) частоты, но относительно к к-рому стандарты др. типов являются вторичными.

Вл. частью Ц. э. ч. является т. н. атомно-лучевая трубка, в одном конце к-рой расположен источник атомов (ноль, наполненная Cs, рис. 1, соединённая с остальной

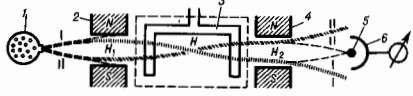


Рис. 1. Схема атомно-лучевой цезиевой трубки: 1 — источник пучка; 2 и 4 — отклоняющие магниты; 3 — обменный резонатор; 5 — раскаленная вольфрамовая проволока (детектор); 6 — коллектор ионов.

трубкой узким капалом или системой параллельных капилляров). Жидкий Cs поддерживается при темп-ре ок. 100 °С, когда давление паров ещё мало и атомы, вылетая из источника, формируются в слабосходящийся пучок (см. *Молекулярные и атомные пучки*). В противоположном конце трубки расположен детектор атомов Cs, состоящий из раскаленной вольфрамовой проволочки 5 и коллектора 6. Как только атом касается проволочки, он отдаёт ей электрон и в виде иона притягивается к коллектору. В цепи между коллектором и проволочкой возникает электрич. ток, пропорц. интенсивности цезиевого пучка (детектор с поверхностной ионизацией).

По пути от источника к детектору пучок атомов пересекает два постоянных неоднородных магн. поля  $H_1$  и  $H_2$ . Поле  $H_1$  (рис. 2) расширяет пучок на 16 пучков, в к-рых летят атомы, находящиеся на разных энергетич. уровнях (осп. уровень Cs расширяется в магн. поле на 16 магн. подуровней, см. *Зеебака эффект*). Для семи из них энергия атома возрастает с увеличением поля, для других семи

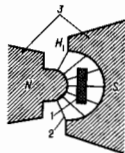


Рис. 2. Пучок атомов Cs в неоднородном магнитном поле  $H_1$ : 1 — сечение пучка (атомы летят в направлении, перпендикулярном плоскости рис.); 2 — силовые линии поля; 3 — полюсные наконечники.

убывает, а для двух почти не зависит от поля. При этом семь пучков отклоняются в сторону более сильного поля (к  $N$ ), семь — в сторону уменьшения поля (к  $S$ ), а два пучка с энергией  $\delta_1$  и  $\delta_2$  летят, почти не отклоняясь, и попадают в поле  $H_2$ . Поле  $H_2$  направляет (фокусирует) на детектор только атомы с энергией, соответствующей одному из пары уровней  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ , отклоняя в сторону атомы с энергией, соответствующей другому уровню. В промежутке между полями  $H_1$  и  $H_2$  атомы пролетают через объемный резонатор, в к-ром возбуждаются эл.-магн. колебания с частотой, отвечающей переходам  $\delta_2 \leftrightarrow \delta_1$ . Если под влиянием эл.-магн. поля атом Cs с энергией  $\delta_1$  перейдет в состояние  $\delta_2$  или атом с энергией  $\delta_2$  в состояние  $\delta_1$ , то поле  $H_2$  направит их от детектора, ток детектора уменьшится на величину, пропорц. числу атомов, совершивших переход (возможна и др. настройка системы, когда резонансу соответствует максимум тока детектора). В Ц. э. ч. используются переходы атома Cs между магн. подуровнями. Переходы такого типа не могут наблюдаться в поле постоянного однородного магн. поля  $H$ , причём частота переходов зависит от напряжённости поля  $H$ .

Число атомов, совершающих переход в единицу времени под действием поля, максимально, если частота действующего на атом эл.-магн. поля точно совпадает с частотой перехода. По мере несовершенства (настройки) этих частот число атомов, совершающих вынужденные переходы, уменьшается. Поэтому плавно меняя частоту эл.-магн. поля и откладывая по горизонтали частоту  $\omega$ , а по вертикали изменение тока детектора  $I$ , получим контур спектральной линии, соответствующий переходам  $\delta_1 \rightarrow \delta_2$ ,  $\delta_2 \rightarrow \delta_1$  (рис. 3, а).

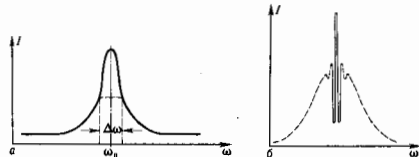


Рис. 3. Форма спектральной линии: а — венская линия; б — наблюдённая в случае П-образного резонатора.

Частота  $\omega$ , соответствующая вершине спектральной линии, является опорной точкой (репером) на шкале частот, а соответствующий ей период колебаний прият равным  $1/9\,192\,631\,777,0$  с. Точность определения  $\omega_0$  порядка иск. % (в лучшем случае — доли %) от ширины линии  $\Delta\omega$ . Точность тем выше, чем уже спектральная линия. Отсюда стремление устранить или ослабить все причины, приводящие к уширению используемых спектральных линий. В Ц. э. ч. уширение линии обусловлено временем взаимодействия атомов с эл.-магн. полем резонатора; чем меньше время, тем шире линия (см. *Неопределённостей соотношения, Ширина спектральной линии*). Время взаимодействия совпадает со временем пролёта атома через резонатор; оно пропорц. длине резонатора и обратно пропорц. скорости атомов. Уменьшить скорость атомов, понижая темп-ру, невозможно, т. к. при этом падает интенсивность пучка. Длина резонатора также не может быть сделана очень большой из-за рассеяния

атомов и вследствие того что пучок должен находиться в однородном (по величине и направлению) поле  $H$ , что в большом объёме затруднительно.

Преодоление этой трудности и получение узкой спектральной линии достигается применением резонатора П-образной формы (рис. 4). В этом резонаторе пучок взаи-

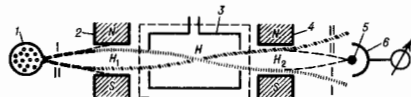


Рис. 4. Цезиевая трубка с П-образным резонатором (обозначения те же, что и на рис. 1).

модствует с эл.-магн. полем только вблизи его концов, и только в этих двух небольших областях необходима однородность и стабильность магн. поля  $H$ . В таком резонаторе спектральная линия приобретает более сложную форму (рис. 3, б), к-рая является результатом наложения двух линий, образованных пролётом частиц через каждый из концов резонатора. Ширина каждой линии велика. Эта суммарная ширина образует «широкий» результирующий линии. Ширина же узкой линии (центр пика), определяющая точность измерений, зависит от полного времени пролёта через резонатор.

Ц. э. ч. обычно дополняют устройствами, вырабатывающими опред. набор частот, стабильность к-рых равна стабильности стандарта, а иногда и сигналы точного времени.

Ц. э. ч. входят в состав национальных эталонов частоты и времени и обеспечивают построение длительности секунды, а следовательно, всей системы измерения частоты и времени с относит. погрешностью, меньшей чем  $10^{-14}$ . Их преимущество состоит в том, что вторичные цезиевые стандарты (серийное производство) не уступают по точности эталону. Даже малогабаритные цезиевые трубки для лаб. практики и на подвижных объектах работают с относит. погрешностью  $10^{-12}$  —  $10^{-13}$ .

Лит. см. при ст. *Квантовые стандарты частоты*.

М. Е. Жабитский.

**ЦЕЗИЙ** (лат. Caesium), Cs, — хим. элемент 1 группы периодич. системы элементов, ат. номер 55, ат. масса 132,9054, щелочной металл. В природе представлен стабильным  $^{133}\text{Cs}$ . Конфигурация внеш. электронной оболочки  $6s^1$ . Энергия последоват. ионизации 3,894; 25,1; 34,6 эВ. Радиус атома Cs 267 пм, радиус иона  $\text{Cs}^+$  165 пм. Значение электроотрицательности 0,7. Работа выхода электрона 1,81 эВ. Золотисто-жёлтый металл. Обладает кубич. объёмно-центрированной решёткой с параметром  $a = 614,1$  пм,  $V_{\text{ат}} = 28,39$  см $^3$ ,  $T_{\text{пл}} = 670$  °C (по др. данным, 667,7 °C). Плотн. 1,9039 кг/дм $^3$  (при 20 °C). Уд. теплоёмкость 32,7 кДж/(моль·K), уд. теплота плавл. 2,09 кДж/моль. Характеристич. темп-ра Дебая  $\theta_D = 39,2$  K. Температурный коэф. линейного расширения  $97 \cdot 10^{-6}$  K $^{-1}$  (при 0 °C). Магн. восприимчивость  $\chi = +0,22 \cdot 10^{-5}$ . Уд. элетрич. сопротивление 1,830 мкОм·м (при 0 °C), температурный коэф. элетрич. сопротивления  $6,0 \cdot 10^{-3}$  K $^{-1}$  (при 0 — 18 °C). Характеризуется низким механч. характеристиками, модуль нормальной упругости 1,7 ГПа (при комнатной темп-ре).

Ц. проявляет степень окисления +1, обладает высшей среди щелочных металлов хим. активностью, хранить его можно только в запаянных вакуумированных ампулах.

Металлы Ц. применяют в фотоэлементах и фотоумножителях, в люминесцентных трубках. Соединения Ц. используют в оптике, приборах ночного видения и т. д. В продуктах ядерной реакции деления имеются значит. кол-ва разл. радионуклидов Ц., среди к-рых наиб. опасен  $^{137}\text{Cs}$  ( $T_{1/2} = 30,0$  лет).

С. С. Бердосов.

**ЦЕЛЛЯ ФУНКЦИЯ** — функция, аналитическая во всей плоскости комплексного переменного (кроме, возможно,

бесконечно удалённой точки). Она разлагается в степенной ряд

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k, \quad a_k = \frac{f^{(k)}(0)}{k!}, \quad k \geq 0,$$

сходящийся во всей плоскости  $\mathbb{C}$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt{|a_k|} = 0$ .

Если  $f(z) \neq 0$  всюду, то  $f(z) = e^{P(z)}$ , где  $P(z)$  — Ц. ф. Если имеется конечное число точек, в к-рых  $f(z)$  обращается в нуль, и эти точки —  $z_1, z_2, \dots, z_k$  (их наз. нулями функции), то

$$f(z) = (z-z_1) \dots (z-z_k) e^{P(z)},$$

где  $P(z)$  есть Ц. ф.

В общем случае, когда  $f(z)$  имеет бесконечно много нулей  $z_1, z_2, \dots$ , справедливо представление

$$f(z) = z^{\lambda} e^{P(z)} \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) e^{\frac{z}{z_k} + \frac{z^2}{2z_k^2} + \dots + \frac{z^{\lambda}}{\lambda z_k^{\lambda}}},$$

где  $P(z)$  есть Ц. ф., а  $\lambda = 0$ , если  $f(0) \neq 0$ , и  $\lambda$  равно кратности нуля  $z=0$ , если  $f(0)=0$ .

Пусть

$$M(r) = \max_{|z|=r} |f(z)|.$$

Если при больших  $r$  величина  $M(r)$  растёт не быстрее  $r^{\mu}$ , то  $f(z)$  — многочлен степени, не большей  $\mu$ . Следовательно, если  $f(z)$  не многочлен, то  $M(r)$  растёт быстрее любой степени  $r$ . При оценке роста  $M(r)$  в этом случае в качестве ф-ции сравнения берётся показательная ф-ция.

По определению,  $f(z)$  есть Ц. ф. конечного порядка, если имеется конечное  $\rho$ , такое, что

$$M(r) < e^{r^{\rho}}, \quad r > r_0.$$

Ниж. грань  $\rho$  множества чисел  $\rho$ , удовлетворяющих этому условию, наз. порядком Ц. ф.  $f(z)$ . Порядок  $\rho$  вычисляется по ф-ле

$$\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k \ln k}{\ln \frac{1}{|a_k|}}$$

Если  $f(z)$  порядка  $\rho$  удовлетворяет условию

$$M(r) < e^{\alpha r^{\rho}}, \quad \alpha < \infty, \quad r > r_0,$$

то говорят, что  $f(z)$  — ф-ция порядка  $\rho$  и конечного типа  $\alpha$ . Ниж. грань  $\alpha$  множества чисел  $\alpha$ , удовлетворяющих данному условию, наз. типом Ц. ф.  $f(z)$ . Он определяется из ф-лы

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k^{1/\rho} \sqrt[k]{|a_k|} = (\sigma \rho)^{1/\rho}.$$

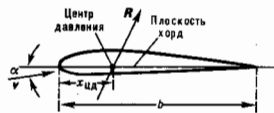
Ф-ция многих переменных  $f(z_1, z_2, \dots, z_n)$  есть Ц. ф., если она является аналитической при  $|z_k| < \infty$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ). Для неё вводятся понятия порядка и типа (сопряжённых порядков и типов). Простого представления в виде бесконечного произведения здесь получить не удаётся, потому что, в отличие от случая  $n=1$ , нули  $f(z)$  не являются изолированными.

Лит.: Левин Б. Я., Распределение корней целых функций, М., 1956; Евграфов М. А., Асимптотические оценки и целые функции, 3 изд., М., 1978; Рокитный Л. И., Введение в теорию целых функций многих переменных, М., 1971. А. Ф. Леонтьев.

**ЦЕЛЬСИЯ ШКАЛА** — температура шкалы, введённая в 1742 А. Цельсием (A. Celsius), предложившим интервал между темп-рами таяния льда и кипения воды при нормальном давлении (760 мм рт. ст., или 101 325 Па) разделить на 100 равных частей — градусов Цельсия (°C). В используемой в настоящее время уточнённой Ц. ш. точка таяния льда — единств. репер (0 °C), а 1 °C равен кельвину. При этом темп-ра кипения воды примерно равна +99,975 °C. А. С. Дойников.

**ЦЕНТ** — единица частотного интервала, равная 1/1200 октавы. Обозначения: цент, cent.

**ЦЕНТР ДАВЛЕНИЯ** — точка, в к-рой линия действия равнодействующей приложенных к покоящемуся или движущемуся телу сил давления окружающей среды (жидкости, газа) пересекается с нек-рой проведённой в теле плоскостью. Напр., для крыла самолёта (рис.) Ц. д. определяют



Положение центра давления потока на крыло:  $b$  — хорда;  $\alpha$  — угол атаки;  $v$  — скорость потока;  $x_{cp}$  — расстояние центра давления от передней точки тела.

как точку пересечения линии действия аэродинамич. силы  $R$  с плоскостью хорд хорды, для тела вращения (корпус ракеты, дирижабля и др.) — как точку пересечения аэродинамич. силы с плоскостью симметрии тела, перпендикулярной к плоскости, проходящей через ось симметрии и вектор скорости центра тяжести тела.

Положение Ц. д. зависит от формы тела, а у движущегося тела может ещё зависеть от направления движения и от свойств окружающей среды (её вязкости). При движении со сверхзвуковой скоростью Ц. д. значительно смещается к хвосту из-за влияния сжимаемости воздуха. Изменение положения Ц. д. у движущихся объектов (самолёт, ракета, миша и др.) существенно влияет на устойчивость их движения. Чтобы их движение было устойчивым при случайном изменении угла атаки  $\alpha$ , Ц. д. должен сместиться так, чтобы момент аэродинамич. силы относительно центра тяжести (положение к-рого также может изменяться в процессе полёта) вызвал возвращение объекта в исходное положение.

Лит.: Голубев В. В., Лекции по теории крыла, М.—Л., 1949; Лойцянский Л. Г., Механика жидкости и газа, 6 изд., М., 1987.

**ЦЕНТР ИЗГИБА** (в сопротивлении материалов и теории упругости) — точка поперечного сечения бруса, такая, что брус при изгибе не испытывает кручения, если поперечная сила проходит через Ц. и. В упругом брусом положении Ц. и. не зависит от величины силы. Определение Ц. и. важно для расчёта ряда конструкций. Напр., чтобы крыло самолёта в полёте не изменяло самопроизвольно угол атаки, надо профиль крыла выбрать т. о., чтобы подъёмная сила проходила через Ц. и.

**ЦЕНТР ИНЕРЦИИ** (центр масс) — геом. точка, положение к-рой характеризует распределение массы в теле или механич. системе. Координаты Ц. и. определяются ф-лами

$$x_c = \frac{1}{M} \sum m_k x_k, \quad y_c = \frac{1}{M} \sum m_k y_k, \quad z_c = \frac{1}{M} \sum m_k z_k / M$$

или для тела при непрерывном распределении масс

$$x_c = \frac{1}{M} \int_V \rho x dV, \quad y_c = \frac{1}{M} \int_V \rho y dV, \quad z_c = \frac{1}{M} \int_V \rho z dV,$$

где  $m_k$  — массы материальных точек, образующих систему;  $x_k, y_k, z_k$  — координаты этих точек;  $M = \sum m_k$  — масса системы;  $\rho(x, y, z)$  — плотность;  $V$  — объём. Понятие Ц. и. отличается от понятия центра тяжести тем, что последнее имеет смысл только для твёрдого тела, находящегося в однородном поле тяжести; понятие же Ц. и. не связано ни с каким силовым полем и имеет смысл для любой механич. системы. Для твёрдого тела положения Ц. и. и центра тяжести совпадают.

При движении механич. системы её Ц. и. движется так, как двигалась бы материальная точка, имеющая массу, равную массе системы, и находящаяся под действием всех внеш. сил, приложенных к системе. Кроме того, нек-рые ур-ния движения механич. системы (тела) по отношению к осям, имеющим начало в Ц. и. и движущимся вместе с Ц. и. поступательно, сохраняют тот же вид, что и для

движения но отношению к инерциальной системе отсчёта. Ввиду этих свойств понятие о Ц. и. играет важную роль в динамике системы и твёрдого тела. *С. М. Тарг.*

**ЦЕНТР МАСС** — то же, что *центр инерции*.

**ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ** — геом. точка, неизменно связанная с твёрдым телом, через к-рую проходит равнодействующая всех сил тяжести, действующих на частицы тела при любом его положении в пространстве; она может не совпадать ни с одной из точек данного тела (напр., у кольца). Если свободное тело подвешивают на нити, прикрепляемой последовательно к разным точкам тела, то отмеченные нитью направления пересекутся в Ц. т. тела. Положение Ц. т. твёрдого тела в однородном поле тяжести совпадает с положением его *центра инерции*. Разбивая тело на части с весами  $P_i$ , для к-рых координаты  $x_i, y_i, z_i$  их Ц. т. известны, можно найти координаты  $x_C, y_C, z_C$  Ц. т. всего тела по ф-лам

$$x_C = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}, \quad y_C = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i}, \quad z_C = \frac{\sum P_i z_i}{\sum P_i}.$$

Ц. т. однородного тела, имеющего центр симметрии (прямоугол, или круглая пластина, шар, цилиндр и др.), находится в этом центре.

**ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА** — одна из важнейших предельных теорем *вероятностной теории*, описывающая асимптотику при больших  $N$  распределения вероятностей суммы  $N$  случайных величин.

Наиб. просто Ц. п. т. формулируется для суммы

$$S_N = \xi_1 + \dots + \xi_N \quad (1)$$

$N$  первых членов бесконечной последовательности независимых и одинаково распределённых случайных величин

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N, \dots \quad (2)$$

в предположении, что существует, по крайней мере, два первых момента у каждой величины:

$$m_1 = \langle \xi_n \rangle, \quad m_2 = \langle \xi_n^2 \rangle \quad (3)$$

(и эти моменты одинаковы для всех  $n$ ). Согласно наиб. простой предельной теореме теории вероятностей — *большой чисел закону*, случайная величина

$$V_N = S_N - m_1 N \quad (4)$$

с вероятностью, близкой к единице, принимает значения порядка  $o(N)$  при  $N \rightarrow \infty$ . Более точно это означает, что для любого  $\epsilon > 0$  вероятность

$$P\{|V_N| < \epsilon N\} \rightarrow 1 \quad (5)$$

при  $N \rightarrow \infty$ .

Ц. п. т. значительно уточняет соотношение (5) при малых (по сравнению с  $N$ ) значениях  $V_N$ : для любых конечных  $a$  и  $b$  вероятность того, что

$$a\sqrt{N} < V_N < b\sqrt{N}, \quad (6)$$

имеет асимптотику

$$P\{a\sqrt{N} < V_N < b\sqrt{N}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_a^b \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx + o(1) \quad (7)$$

или, иначе говоря, вероятности конечных (порядка константы) значений величины  $V_N/\sqrt{N}\sigma$  ( $\sigma^2 = m_2 - m_1^2$  — дисперсия  $\xi_n$ ) распределены приближ. по стандартному нормальному гауссовскому закону (со средним 0 и дисперсией 1). Из (4) и (6) следует, что при больших  $N$  сумма  $S_N$  имеет вид

$$S_N \sim Nm_1 + \sigma \xi_0 \sqrt{N}, \quad (8)$$

где  $\xi_0$  — стандартная нормальная случайная величина. Утверждение (7) называют обычно Ц. п. т. в интегральной форме. В нек-рых случаях удаётся установить не только асимптотику вероятности попадания значений  $V_N/\sqrt{N}$  на конечный интервал  $(a, b)$ , но и асимптотику

самих вероятностей этих значений (для случайных величин  $\xi_n$  с дискретным множеством значений) или асимптотику плотности их вероятностей  $p_N(x)$  (для непрерывно распределённых  $\xi_n$ ):

$$p_N \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (9)$$

Утверждения этого типа [более тонкие, чем (7)] наз. локальными Ц. п. т. Следует подчеркнуть, что асимптотика (7) или (9) имеет смысл для конечных (порядка 1) значений  $V_N/\sqrt{N}$ . Вероятности значений  $V_N/\sqrt{N}$  порядка, растущего с  $N$ , а именно порядка  $N^\alpha$  для  $\alpha > 0$ , описываются асимптотикой (7) очень грубо и нуждаются в более тонком оценивании. Соответствующие предельные теоремы в теории вероятностей наз. теоремами о больших отклонениях.

Условия (3) очень существенны. Предельная асимптотика для сумм вида (1), где  $\xi_n$  не имеют второго (а также первого) момента, задается совершенно другими (отличными от нормального распределения) законами, т. н. *устойчивыми распределениями*.

Укажем более общие ситуации, для к-рых остаётся верной Ц. п. т. (7) (или 9):

— в случае, когда величины  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$  распределены не одинаково, и при условии, что у этих величин существуют оба первых момента (3), а также при доп. условии нек-рой равномерности (условие Линдльберга, см. [1]);

— если требование независимости величин  $\xi_i, i=1, 2, \dots$  нарушено, но сохраняется в определ. смысле «слабая» зависимость «далеко отстоящих» друг от друга величин  $\xi_i$  и  $\xi_j$  когда  $|i-j|$  — велико (более точно см. [2]);

— можно рассматривать не только последовательности случайных величин, но и более общие их совокупности, скажем, случайные поля  $\{\xi_n, n \in Z^v\}$  на  $v$ -мерной решётке. Пусть выполнены условия (3) и величины  $\xi_i$  и  $\xi_s, i, s \in Z^v$ , при больших  $|i-s|$  «слабо зависимы». Тогда для любого достаточно большого и «регулярного» конечного множества  $\Lambda \subset Z^v$  суммы

$$\delta_\Lambda = \sum_{i \in \Lambda} [\xi_i - \langle \xi_i \rangle]$$

асимптотически имеют вид:

$$\delta_\Lambda = |\Lambda|^{1/2} \sigma_\Lambda \xi_0 + o(|\Lambda|^{1/2}), \quad \sigma_\Lambda = |\Lambda|^{-1} \sum_{i \in \Lambda} \sigma_i^2,$$

$\sigma_i^2$  — дисперсия  $\xi_i$  (см. [3]);

— кроме сумм величин из одной и той же бесконечной последовательности (2) можно рассматривать т. н. *схему серий*, т. е. бесконечную совокупность конечных последовательностей:

$$(\xi_1^{(1)}, \dots, \xi_{n_1}^{(1)})$$

...

...

$$(\xi_1^{(s)}, \dots, \xi_{n_s}^{(s)})$$

...

растущей длины,  $n_s \rightarrow \infty, s \rightarrow \infty$ . Тогда для суммы

$$S^k = \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i^{(s)}$$

при определ. условиях также верна Ц. п. т.

*Лит.:* 1) Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей, 6 изд., М., 1988; 2) Ибрагимов И. А., Линник Ю. В. Независимые и стационарно связанные величины, М., 1965; 3) Нахачетян Б. С. Центральная предельная теорема для случайных полей, удовлетворяющих условию сильного перемешивания, в сб.: Многокомпонентные случайные системы, М., 1978, с. 276. *Р. А. Минусов.*

**ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИЛА** — приложенная к материальному телу сила, линия действия к-рой при любом положении тела проходит через нек-рую определ. точку, наз. центром

силы. Примеры Ц. с.—сила *тлеотения*, направленная к центру планеты, кулоновы силы электростатич. притяжения или отталкивания точечных зарядов и др. Под действием Ц. с. центр масс свободного тела движется по плоской кривой, а отрезок прямой, соединяющий этот центр с центром силы, описывает в любые равные промежутки времени равные площади. Теория движения под действием Ц. с. имеет важные приложения в небесной механике, при расчёте движения космич. летательных аппаратов, искусств. спутников и т. д.

**ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА**—см. в ст. *Сила инерции*.

**ЦЕНТРОИДА**—геом. место мгновенных центров вращения при движении неизменяемой плоской фигуры в её плоскости. На неподвижной плоскости это геом. место образует неподвижную Ц., а на плоскости, движущейся вместе с фигурой,—подвижную Ц. В каждый момент времени эти Ц. касаются друг друга в точке, являющейся для этого момента мгновенным центром вращения. Движение фигуры в её плоскости можно осуществить качением без скольжения подвижной Ц. по неподвижной.

Лит. см. при ст. *Кинематика*.

**ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ**—то же, что *нормальное ускорение*.

**ЦЕНТРЫ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ**—то же, что *центры свечения*.

**ЦЕНТРЫ ОКРАСКИ**—*дефекты* кристаллич. решётки, поглощающие свет в спектральной области, в к-рой собств. поглощение кристалла отсутствует (см. *Спектры кристаллов*). Первоначально термин «Ц. о.» относился только к т. н. F-центрам (от нем. *Farbenzentren*), обнаруженным в 1930-х гг. в шёлочно-галогенидных кристаллах Р. В. Подем (R. W. Pohl) с сотрудниками и представляющим собой анионные *вакансии*, захватившие электрон. В дальнейшем под Ц. о. стали понимать любые точечные дефекты, поглощающие свет вне области собств. поглощения кристалла,—катионные и анионные *вакансии*, междоузельные ионы (собственные Ц. о.), а также примесные атомы и ионы (примесные Ц. о.). Ц. о. обнаруживаются во мн. неорганич. кристаллах и стёклах, а также в природных минералах.

Ц. о. могут быть разрушены при нагревании (термич. обесвечивание) или возмущении света, соответствующего спектральной области поглощения самих Ц. о. (оптич. обесвечивание). Под действием тепла или света один из посетителей заряда, напр. электрон, освобождается от захватившего его дефекта и рекомбинирует с дыркой. В шёлочно-галогенидных кристаллах F-центр обуславливает селективную полосу поглощения колоколообразного вида, обычно в видимой области спектра, смешанноую при увеличении атомной массы катиона (аниона) для кристаллов с одинаковыми анионами (катионами) и разными катионами (анионами) в сторону длинных волн. Напр., в NaCl F-подола имеет максимум поглощения в синей области спектра (длина волны  $\lambda = 465$  нм) и цвет кристалла—жёлто-коричневый (*дополнительный цвет*), в KCl—в зелёной области ( $\lambda = 563$  нм) и кристалл выглядит фиолетовым.

Примесные атомы и ионы также могут захватывать электрон или дырку, в результате чего изменяется полоса поглощения кристалла и его окраска. Ц. о., будучи центрами захвата электронов и дырок, могут служить *центрами свечения*.

Окрашивание и обесвечивание кристаллов и стёкол широко применяется в дозиметрии, вычислит. технике, разл. устройствах, где используются *фотохромные материалы*. В археологии и геологии по исследованиям Ц. о., возникших под действием излучения радиоакт. элементов, находящихся в толще Земли, определяют возраст минералов и древних керамич. изделий. Окраска мн. драгоценных камней и самоцветов связана с Ц. о. Нек-рые кристаллы и стёкла с примесными Ц. о. применяются в качестве активной среды твердотельных лазеров.

Лит.: Марфунин А. С., Спектроскопия, люминесценция и радиационные центры в минералах, М., 1975. З. Л. Морзеинтерн.

**ЦЕНТРЫ СВЕЧЕНИЯ** (центры люминесценции)—элементарные или составные образования в веществе, к-рые испускают кванты люминесцентного излучения (см. *Люминесценция*). Ц. с. могут служить отд. атомы, ионы, молекулы, их агрегаты—ассоциаты и кластеры, а также собств. дефекты кристаллич. структуры (напр., *вакансии* регулярных узлов). Понятие о Ц. с. как об элементарном излучателе, возникшее ещё до формирования квантовой механики, представляется, претерпело значит. эволюцию, и в настоящее время очевидна его нек-рая условность, тем не менее его широко используют в научной литературе. Микроструктура Ц. с. во многом определяет спектральные, энергетич., инерц., поляризац. и др. свойства люминесцентного излучения.

В зависимости от области локализации *волновых функций* оптических активных электронов (т. е. электронов, ответственных за излучат. переходы) различают Ц. с. малого и большого радиуса. В первом случае наличие соседних атомов или молекул слабо сказывается на структуре уровней энергии Ц. с. и соответственно спектрах и вероятностях излучат. переходов. В кристаллофосфорах такими центрами могут служить трёхвалентные ионы редкоземельных элементов, к-рые используются в качестве активаторов в люминофорах разл. назначения (фото-, катодо- и электролюминофорах, в лазерных кристаллах и стёклах и т. д.). Положение максимумов полос испускания этих ионов испытывает лишь слабый сдвиг ( $\sim 100$ — $300$  см $^{-1}$ ) в разл. кристаллич. решётках, стёклах и растворах. Одни и те же ионы в кристаллич. матрицах могут создавать неск. сортов Ц. с. разл. симметрии с заметно различающейся штарковской структурой уровней энергии, а также поляризации излучения. Для внедрения в кристалл активатора иной валентности (гетероэлементное замещение) часто вводят дополнит. примесь—соактиватор, с помощью к-рого компенсируется заряд (напр., щелочные металлы Na и K при замещении редкоземельными ионами двухвалентных катионов кристалла Ca, Mg, Ba и т. д.). Оптимальная концентрация таких центров составляет от  $10^{-2}$  до 1% в нек-рых случаях она может доходить до 10 и более процентов и даже до полного замещения катионов решётки. Однако для люминофоров с высокой концентрацией активатора требуется особая чистота исходного сырья по отношению к др. примесям, создающим центры тушения (см. *Тушение люминесценции*) с высокой вероятностью безызлучательных переходов. В нек-рых люминофорах и лазерных кристаллах для получения необходимых спектральных и иных характеристик люминесцентного излучения специально вводят Ц. с. неск. сортов, в т. ч. эффективно взаимодействующих друг с другом (за счёт переноса заряда или резонансной миграции энергии).

В формировании Ц. е. большого радиуса активно участвуют мн. соседние атомы, ионы или молекулы осп. вещества и даже всё кристалл в целом. Типичными примерами таких центров служат изовалентные примеси Р, As, Sb в элементарных полупроводниках Ge, Si или полупроводниковых соединениях группы АIII ВV. Для описания свойств их излучения применяют водородоподобную (или гелиеоподобную) модель Ц. с. с учётом эфф. массы локализованного носителя заряда и диэлектрич. проницаемости среды.

Во мн. случаях реализуется промежуточный случай Ц. с. ср. радиуса, представляющий наиб. трудности для идентификации их строения и теоретич. расчётов энергетич. структуры. Такого типа центры образуются, напр., в типичных кристаллофосфорах на основе широкозонных полупроводниковых соединений группы АIII ВV (Ag, Cu, ZnS), легированных ионами тяжёлых металлов (Au, Sr, Au). В состав этих центров могут входить собств. дефекты кристаллич. структуры и соактивирующие примеси, образующие в нек-рых случаях донорно-акцепторные пары. Для формирования определ. Ц. с. требуется строго выдерживать заданные условия синтеза (темперу и длительность прокалики, скорость охлаждения, вакуумирование или давление активирующих паров и т. д.).

Особую группу Ц. с. образуют сложные многоатомные молекулы, напр. молекулы красителей в разл. растворах или молекулы живых организмов. В бесструктурных и относительно широких полосах испускания и поглощения этих центров проявляются общие статистич. закономерности, в пек-ром отношении аналогичные законам теплового излучения (в частности, *Стеновая универсальное соотношение*). Для описания их спектров используют т. н. конфигурац. модель возбуждённых и основных уровней энергии Ц. с. Аналогичную модель с той или иной степенью обоснованности и точности используют для описания и иек-ров др. Ц. с., напр. образованных ноаим П1 в КС1 и др. щёлочно-галлоидных кристаллах.

*Лит.*: Гурвич А. М., Введение в физическую химию кристаллофосфоров, 2 изд., М., 1982. *Ю. П. Тимофеев.*

**ЦЕРИЙ** (лат. Cerium), Се—хим. элемент III группы периодич. системы элементов, ат. номер 58, ат. масса 140,12; относится к *лантаноидам*. В природе представл. етальные ионы изотопами:  $^{136}\text{Ce}$  (0,19%),  $^{138}\text{Ce}$  (0,25%),  $^{140}\text{Ce}$  (88,48%) и  $^{142}\text{Ce}$  (11,08%). Конфигурация внеш. электронных оболочек  $4s^2 p^6 d^{10} f^{14} 5s^2 p^6 d^6 6s^2$  (предполагается, что возможна конфигурация  $4f^2 5d^0$ ). Энергии последоват. ионизации 5,47; 10,85; 20,08; 36,72 эВ. Радиус атома Се 183 пм, иона  $\text{Ce}^{+3}$  102 пм, иона  $\text{Ce}^{+4}$  88 пм. Значение электроотрицательности ок. 1,2. Работа выхода электрона 2,84 эВ.

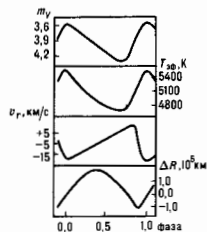
Серебристо-белый металл, существует в 4 модификациях: ниже  $-168^\circ\text{C}$  (по др. данным, ниже  $-130^\circ\text{C}$ ) устойчив  $\alpha$ -Се с кубич. кристалл. структурой; при более высоких темп-рах (до  $-23^\circ\text{C}$ ) существует  $\beta$ -Се с гексагональной плотнейшей упаковкой; в интервале темп-р от  $-23^\circ\text{C}$  до  $726^\circ\text{C}$  устойчив  $\gamma$ -Се с граненцирированной кубич. структурой (параметр решётки  $a=516,06$  пм); от  $726^\circ\text{C}$  до  $t_{\text{пл}}=804^\circ\text{C}$  (по др. данным,  $798^\circ\text{C}$ ) существует  $\delta$ -Се с объёмноцентрированной кубич. структурой. Плотн.  $\gamma$ -Се 6,76 г/см $^3$  (при  $20^\circ\text{C}$ ), его теплоёмкость 26,9 Дж/(моль·К),  $t_{\text{пл}}$  = 3257–3450  $^\circ\text{C}$ . Характеристич. темп-ра Дебая  $\theta_D=138$  К. Температурный коэф. линейного расширения  $8,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (при  $25^\circ\text{C}$ ). Парамагнитен, магн. восприимчивость  $\chi=17,30 \cdot 10^{-9}$  (при  $20^\circ\text{C}$ ). Уд. электрич. сопротивление  $0,753$  мОм·м (при  $25^\circ\text{C}$ ), температурный коэф. электрич. сопротивления  $9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  (при  $0-100^\circ\text{C}$ ). Тв. по Бриллюэну 245,3 МПа, модуль нормальной упругости 30 ГПа, модуль сдвига 12 ГПа.

В хим. соединениях проявляет степени окисления +3 (как все лантаноиды) и +4 (в этом случае сходен с торием). При окислении на воздухе образуется оксид  $\text{Ce}_2\text{O}_3$ , к-рый при нагревании на воздухе до темп-р выше  $180-200^\circ\text{C}$  переходит в тугоплавкий оксид  $\text{CeO}_2$  с  $t_{\text{пл}}$  ок.  $2700^\circ\text{C}$ .

Ц.—компонент мн. сплавов (в т. ч. сплава Ц. с др. лантаноидами—миш-металлы). Входит в состав геттеров (газопоглотителей). Сплавы Се с Mg хорошо проводят УЗ. Фторид  $\text{CeF}_2$  и оксид  $\text{CeO}_2$  используют в лазерной технике. Соединения Ц. входят в состав мн. катализаторов хим. реакций. В продуктах ядерных реакций деления присутствуют заметные кол-ва радиоизотопа  $^{144}\text{Ce}$  ( $\beta^-$ -распад,  $T_{1/2}=284,3$  сут), к-рый способен накапливаться в костях организма (его радиотоксичность сопоставима с радиотоксичностью стронция-90). В качестве радиоакт. индикатора кроме  $^{144}\text{Ce}$  используют  $^{141}\text{Ce}$  ( $\beta^-$ -распад,  $T_{1/2}=32,501$  сут). *С. С. Бердников.*

**ЦЕФЕИДЫ**—пульсирующие *сверхгиганты*, один из типов *переменных звёзд*. Названы по прототипу—звезде  $\delta$  Цепя. Первые Ц. открыты в 1784 Дж. Гудрайком (J. Goodricke) и Э. Пиготтом (E. Pigott). В процессе пульсации меняются размеры звезды и темп-ра её поверхности, что в совокупности и приводит к изменениям *блеска*. График изменения *блеска* (рис.) представляет собой асимметрич. периодич. кривую: быстрый подъём сменяется медленным спадом. Набв. темп-ра наблюдается во время макс. *блеска*, а кривая изменения лучевой скорости является зеркальным отражением кривой *блеска*: во время макс. *блеска* поверхность звезды приближается к нам с макс. скоростью. Амплитуда изменения *блеска* у Ц. в ср. составляет одну

*звёздную величину*. Колебания *блеска* в осн. обусловлены вариациями темп-ры, а изменения радиуса несвелики (относит. амплитуда ок. 0,1—0,2), а оказывают лишь незначит. влияние на кривую *блеска*. О причинах пульсации Ц. см. в ст. *Пульсации звёзд*.



Зависимость от фазы пульсаций (фаза 0,0 соответствует максимальному *блеску*); *блеск* в видимом диапазоне  $m_V$ ; эффективной температуры  $T_{\text{эф}}$ ; лучевой скорости  $v_r$  и изменения радиуса  $\Delta R$ .

Всего известно  $\sim 10^4$  Ц., из них ок. 700 в Галактике. Периоды пульсации Ц.  $P$ , открытых в Галактике, заключены в пределах от 1 до 68 сут, в др. галактиках известны Ц. с периодами более 200 сут. Для Ц. характерна связь периода  $P$  с разл. физ. параметрами: радиусом  $R$ , возрастом  $t$ , светимостью (абс. звёздной величиной  $M_V$ ) и др.:

$$\lg \langle R/R_{\odot} \rangle = 1,2 + 0,7 \lg P,$$

$$\lg t = 8,16 - 0,68 \lg P,$$

$$\langle M_V \rangle = -1,24 - 2,79 \lg P$$

( $R_{\odot}$ —радиус Солнца). Угл. скобки означают ср. значения *меняющихся* во время пульсации параметров, а символ  $\langle V \rangle$  указывает на то, что наблюдения проведены в видимом диапазоне спектра.

Последнее соотношение *называет* *звёздный период*—светимостью для Ц. и играет важнейшую роль в астрономии. Определяя из наблюдений период изменения *блеска*, по зависимости период—светимость можно найти абс. звёздную величину  $M_V$ . Видимый *блеск* Ц.  $m_V$ , к-рый определяется из тех же наблюдений, связан с  $M_V$  и расстоянием по нег  $r$  соотношением

$$\lg r = [m_V - \langle M_V \rangle + 5] / 5.$$

Т. о. определяя расстояние до Ц., а тем самым и до любой звёздной системы, в состав к-рой она входит. Используя Ц. в качестве индикаторов расстояний до содержащих их галактик, можно прокалибровать другие—вторичные индикаторы, к-рые имеют большие светимости и могут использоваться для определения расстояний до более далёких галактик. Т. о., Ц. являются «реперными» *расстояний шкалы* во Вселенной.

Важную роль Ц. играют и в изучении *Галактики*. Они являются объектами плоской составляющей, и, следовательно, изучение их пространственного распределения даёт информацию о строении галактич. диска. Методами радиоастрономии было обнаружено искривление газового диска Галактики, а тот факт, что этому искривлению следуют и звёздная составляющая, удалось установить но Ц.

*Лит.*: Cepheids. Theory and observations. Proc. of the IAU Colloquium, № 82, ed. B. Madore, Cambr.—[a. o.], 1985; Бердников Л. Н., Каталог параметров кривых *блеска*, расстояний и пространственных координат классических цефеид, «Переменные звёзды», 1987, т. 22, № 4, с. 505; Ефремов Ю. Н., Очани звёздобразования в галактиках, М., 1989. *Л. Н. Бердников.*

**ЦИКЛ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ**—круговой процесс, осуществляемый термодинамич. системой. Изучением в термодинамике циклы представляют собой сочетание разл. термодинамич. процессов, и в первую очередь изотермич., адиабатич., изобарич., изохорических. К Ц. т., исследование к-рых сыграло важную роль в разработке общих основ термодинамики (см. *Второе начало термодинамики*) и в развитии её техн. приложений, относятся

Карно цикла (рис. а), цикл Клапейрона (рис. б), цикл Клаузиуса—Ранкина (рис. в) и ряд др. Кпл цикла Карно  $\eta_K = (T_1 - T_2)/T_1$ , где  $T_1$  и  $T_2$ —температуры нагревателя и холодильника тепловой машины. Все остальные тепловые циклы обладают меньшим значением кпл ( $\eta < \eta_K$ ). Так, для цикла Клапейрона  $\eta_{Кл} = (T_1 - T_2) \left[ \frac{c_V(T_1 - T_2)}{R \ln(V_2/V_1)} \right]$ , где  $c_V$ —теплоёмкость рабочего тела (идеального газа),  $V_2/V_1$ —отношение объёма газа в конце и в начале изотермического расширения,  $R$ —газовая постоянная. На основе Ц. т. были детально изучены общие закономерности работы тепловых двигателей (внутри и внеш. сгорания, турбин, ракетных двигателей), холодильных установок и т. д.



Рис. Термодинамич. циклы в системе координат  $p$ — $V$  (объём—давление): а—Карно; б—Клапейрона; в—Клаузиуса—Ранкина.

Напр., цикл жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) в принципе совпадает с циклом Клаузиуса—Ранкина, его термич. кпл  $\eta_1 = 1 - \frac{i_4 - i_1}{i_3 - i_2}$ , где  $i_4 - i_1$ —разность энтальпий в изобарном процессе при давлении, соответствующем давлению окружающей среды;  $i_3 - i_2$ —разность энтальпий в изобарном процессе подвода теплоты к рабочему телу (газу) в камере сгорания.

Лит.: Кубо Р., Термодинамика, пер. с англ., М., 1970; Кириллин В. А., Смирнов В. В., Шейдлин А. Е., Техническая термодинамика, 4 изд., М., 1983.

**ЦИКЛИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ**—обобщённые координаты механич. системы, не входящие явно в выражение характеристик. ф-ция этой системы. Наличие Ц. к. позволяет при использовании соответствующих ур-ний получить сразу столько интегралов этих ур-ний, сколько система имеет Ц. к. Напр., если Лагранжа функция  $L(q_1, \dot{q}_1, t)$ , где  $q_1$ —обобщённые координаты,  $\dot{q}_1$ —обобщённые скорости,  $t$ —время, не содержит явно координаты  $q_1$ , то  $q_1$  будет Ц. к. При этом соответствующее Лагранжа уравнение примет вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) = 0$$

и сразу даст интеграл  $\partial L / \partial \dot{q}_1 = c_1$ .

**ЦИКЛИЧЕСКИЙ УСКОРИТЕЛЬ**—один из видов ускорителей заряженных частиц, в к-ром частицы во время ускорит. цикла движутся по траекториям, близким к окружности либо спирали. Все Ц. у. (кроме бетатрона) резонансные: микротрон, синхротрон, циклотрон, фазотрон. В бетатроне частицы движутся по кольцевой орбите и ускоряются вихревым электрич. полем. В резонансных Ц. у. ускорение происходит в высокочастотном электрич. поле, в ускоряющих промежутках, к к-рым частицы многократно возвращаются. При этом частота обращения частиц и частота колебаний электрич. поля должны быть так согласованы друг с другом (резонанс), чтобы при каждом последующем обороте частицы проходили ускоряющий промежуток при одной и той же—равновесной—фазе ускоряющего поля (или вблизи неё). Принцип многократного ускорения частиц небольшими электрич. полями позволяет ускорять частицы в Ц. у. до энергий, измеряемых сотнями ГэВ и даже несколькими ТэВ. Л. Л. Гальшич.

**ЦИКЛОДАЛЬНЫЙ МАЯТНИК**—материальная точка, совершающая под действием силы тяжести колебания

вдоль дуги циклоиды, ось к-рой вертикальна, а выпуклость обращена вниз. Период колебаний Ц. м. около положения равновесия (наименьшей точки циклоиды) не зависит от размахов колебаний и определяется ф-лой  $T = 2\pi \sqrt{4a/g}$ , где  $a$ —радиус произвольного круга,  $g$ —ускорение свободного падения, т. е. Ц. м. является строго изохронным, в отличие от матем. маятника.

Лит.: Бухгольд Н. Н., Основной курс теоретической механики, 9 изд., ч. 1, М., 1972.

**ЦИКЛОТРОН**—резонансный циклический ускоритель тяжёлых частиц (протонов, ионов), работающий при постоянном во времени магн. поле и при постоянной (но меняющейся при переходе от ноны к нулю) частоте ускоряющего высокочастотного электрич. поля. Следует различать обычные Ц., в к-рых индукция магн. поля не зависит от азимута, и Ц. с азимутальной вариацией магн. поля, иначе называемые *изохронными циклотронами*.

Первая конструкция Ц. была предложена Э. Лоуренсом (E. Lawrence) в 1932, и тогда же ему удалось получить поток дейтронов с энергией до 6 МэВ и силой тока до 25 мкА.

Схема устройства Ц. изображена на рис. 1: а—вертикальный и б—горизонтальный разрезы. Магн. поле в зазоре между полюсами 2 возбуждается катушками 3, через к-рые пропускается пост. электр. ток. В этом зазоре располагается высоковакуумная камера 4. Двигаясь в этой камере, частицы переходят из одного дуанта (электрода, возбуждаемого ВЧ-ускоряющим) в другой, а затем снова в первый и т. д. Ускоряющее электрич. поле действует на частицы только в то время, когда они переходят из дуанта в дуант. В этот момент поле должно иметь нужное направление и достаточную величину (резонансное условие).

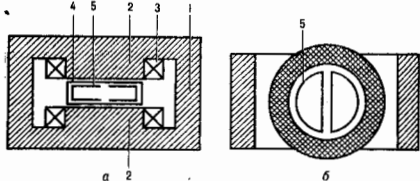


Рис. 1. Схема циклотрона: а—вид сбоку; б—вид сверху. 1—ядро дейтро늄а; 2—полюса электромагнита; 3—катушки, возбуждающие магнитное поле; 4—вакуумная камера; 5—ускоряющие электроды (дуанты).

Рассмотрим движение частиц в вакуумной камере Ц. в отсутствие ускоряющего напряжения. Траектории частиц, движущихся по азимуту, в пост. вертикальном магн. поле имеют вид, близкий к горизонтально расположенным окружностям. Необходимое для такого движения центрострем. ускорение создаёт сила Лоренца.

Для частицы, движущейся в Ц., справедливы следующие соотношения:

$$\omega = ZeB/m_0 c \nu, \quad (1)$$

$$p c = Ze B r, \quad (2)$$

где  $B$ —индукция магн. поля,  $c$ —скорость света,  $Ze$ —заряд частицы,  $r$ —радиус её траектории,  $m_0$ —масса покоя частицы,  $p$ —импульс,  $\omega$ —частота её обращения в Ц.,  $\nu$ —её релятивистский фактор.

Ф-лы (1) и (2) показывают, что при пост. индукции  $B$  частота обращения и релятивистских частиц в Ц. не зависит от их энергии, а радиус траектории пропорционален импульсу. Поэтому траектории ускоряемых частиц представляют собой не окружности, а раскручивающиеся спирали. Частота ускоряющего поля постоянна и равна (или кратна) частоте обращения частиц в вакуумной камере.

Неизменность магн. поля и частоты ускоряющего напряжения делают возможным непрерывный режим ускорения: в то время как одни частицы движутся по внеш. виткам спирали, другие находятся на середине пути, а третьи только начинают движение (частицы инжектируются в вакуумную камеру Ц. вблизи её центра); радиус инжекции зависит от импульса, к-рый приобретают частицы в *ионно-источнике* или на пути от источника к дуанту.

Ускоряемые частицы заполняют спиральную траекторию не сплошь. Занятыми оказываются только те её участки, к-рые соответствуют частицам, приходящим в зазор при ускоряющем направлении эл. магн. поля. Поэтому нучок ускоряемых частиц раснадевает на цепочку следующих друг за другом групп частиц (банчей. см. *Банчировка*).

При значит. ускорении частиц, когда происходит релятивистское увеличение массы ( $\gamma > 1$ ), частота обращения частицы начинает падать, и они выходят из синхронизма с ускоряющим полем. В таком случае режим ускорения частиц сменяется их замедлением и их дальнейшее ускорение становится невозможным. Этого эффекта можно избежать, если с увеличением энергии (массы) частицы, т. е. с увеличением радиуса её орбиты, увеличивать индукцию поля  $B$ . Однако для Ц. с азимутально-симметричным полем это ведёт к появлению неустойчивости вертикального движения ускоряемых частиц.

При устойчивом движении всякое отклонение параметров движения частиц от равновесных значений должно сопровождаться возникновением эффектов, стремящихся вернуть эти параметры к равновесным, так что частицы совершают колебания около равновесных значений. Принято различать устойчивость поперечных колебаний (колебаний по высоте и по радиусу) и устойчивость продольного движения (*радиально-фазовые колебания*).

Можно показать, что в азимутально-симметричном поле вертикальное движение оказывается устойчивым лишь в том случае, если индукция магн. поля не растёт, а убывает с радиусом. Обычно такое поле и создается. Складываясь с релятивистским увеличением массы, этот эффект накладывает допл. ограничение на макс. энергию ускоряемых частиц. У Ц., используемых для ускорения протонов, максимальная достижимая энергия лежит в области 30 МэВ.

Увеличить энергию, к-рую могут достичь частицы, ускоряемые в Ц., возможно двумя способами. Можно отказаться от постоянства частоты ускоряющего напряжения, снижая её, но мере того как падает частота обращения частиц. Такие ускорители наз. *фазотронами*. При изменяющейся во времени частоте становится невозможным описанный выше режим ускорения, когда в ускорителе существуют частицы, находящиеся на разных стадиях процесса ускорения. Частота ускоряющего поля при этом соответствует ускорению одного или группы близко расположенных банчей. Т. о., увеличение максимально достижимой энергии частиц в фазотропе происходит за счёт существенного снижения интенсивности.

Другой путь достижения макс. энергии заключается в отказе от азимутальной симметрии магн. поля. В таких ускорителях частицы поперемно пересекают области, в к-рых поле с увеличением радиуса растёт и уменьшается. При правильном выборе параметров в результате такого движения выявляется вертикальная устойчивость даже при увеличивающейся с радиусом ср. индукции магн. поля. Ускорители, построенные но этому принципу, наз. *изохронными Ц.* Изохронные Ц. работают при пост. частоте ускоряющего поля и поэтому способны выдавать большие токи ускоренных частиц. Азимутальное изменение магн. поля, совмещённое с радиальным, требует магн. полюсов сложной формы. Полюса изохронных Ц. обычно составляются из фск. секторов или снабжаются спирально-видными гребнями.

Внеш. вид одного из современных Ц., работающего в Институте ядерных исследований, представлен на рис. 2. Он может ускорять как протоны, так и ионы (до неона включительно). На внеш. витке спирали энергия протонов

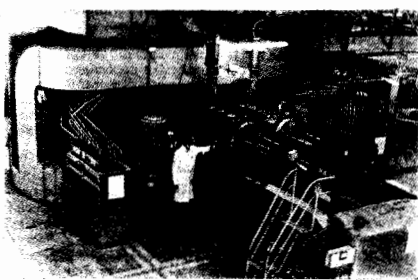


Рис. 2. Внешний вид циклотрона Института ядерных исследований на 35 МэВ по протонам.

составляет 35 МэВ. Ср. ток ускоренных протонов 30 тА. Мощност. ускоренного нучка составляет  $\sim 1$  кВт. Магн. ярмо Ц. весит 300 т, вес катушек возбуждения  $\sim 70$  т, диаметр магн. полюсов 150 см, потребляемая от сети мощность  $\sim 180$  кВт. Габаритные размеры Ц.  $8 \times 13$  м<sup>2</sup> в плане и 4,5 м по высоте.

Лит. см. при ст. *Ускорители заряженных частиц*. Л. Л. Гольдин.

**ЦИКЛОТРОННАЯ МАССА** — величина, играющая роль массы в выражении для частоты периодич. движения носителей заряда в пост. магн. поле  $H$  в интуальном пространстве; периодич. движение происходит по плоской кривой, образуемой пересечением изоэнергетич. поверхности  $\delta(\rho) = \text{const}$  с плоскостью  $\rho_H = \text{const}$ , где  $\rho_H$  — проекция *квазивектора* ноения на направление  $H$ . Угл. частота этого движения  $\omega_c$ , наз. *циклотроной*, определяется выражением

$$\omega_c = |e|H/mc, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд носителя,  $m_c$  — Ц. м., равная

$$m_c = \frac{h^2 \partial S}{2\pi \partial \delta}. \quad (2)$$

Здесь  $S$  — площадь сечения изоэнергетич. поверхности плоскостью  $\rho_H = \text{const}$ .

Если изоэнергетич. поверхность — сфера, то Ц. м. совпадает с *эффективной массой*. Для эллипсоидальных изоэнергетич. поверхностей  $m_c$  зависит только от углов между направлением  $H$  и осями эллипсоида. Так, для двухосных эллипсоидов (сфероидов)  $m_c$  определяется соотношением

$$m_c^{-2} = m_{\perp}^{-2} \cos^2 \theta + m_{\parallel}^{-2} \sin^2 \theta. \quad (3)$$

Здесь  $m_{\perp}$  и  $m_{\parallel}$  — гл. значения тензора эфф. масс («поперечная» и «продольная» массы),  $\theta$  — угол между  $H$  и осью сфероида. В более сложных случаях  $m_c$  зависит от  $\rho_H$  (тяжёлые дырки в Ge и Si) и от  $\delta$  и может быть рассчитана только численно. Ц. м. определяется экспериментально методом *циклотроного резонанса*.

Лит.: Цидильковский И. М., *Электроника и дырки в полупроводниках*, М., 1972. Е. М. Гершензон.

**ЦИКЛОТРОННАЯ ЧАСТОТА** — частота  $\omega_c$  обращения заряж. частиц в пост. магн. поле  $H$  в плоскости, перпендикулярной  $H$ . Для свободной заряж. частицы Ц. ч. определяется из равенства *Лоренца силы* произведению массы частицы на центростремительное ускорение

$$\omega_c = |q|H/mc, \quad (1)$$

где  $q$ ,  $m$  — заряд и масса частицы. Ц. ч. определяет разность энергии  $\Delta \delta$  между уровнями энергии частицы в магн. поле:  $\Delta \delta = h\omega_c$  (см. *Ландау уровни*).

Ц. ч. играет существен. роль в вопросах распространения и генерации эл.-магн. волн в плазме, находящейся в пост.



магн. поле, в частности при распространении радиоволн в ионосфере (см. *Гирмагнитная частота*).

В кристаллах движение носителей заряда сложное вследствие взаимодействия с ионами решётки. В пост. магн. поле энергия электронов или дырок  $\mathcal{E}$  и проекция их квазиимпульса  $p$  на направление  $H$  сохраняются, так что в импульсном пространстве движение происходит по кривой пересечения изоэнергетик. поверхности  $\mathcal{E}(p) = \text{const}$  поглощение  $p_H = \text{const}$ . Если эта кривая замкнута, то движение является периодическим и происходит с Ц. ч.:

$$\omega_c = |e|H/m_0c.$$

Здесь  $m_0$  — константа, наз. *циклотронной массой* носителя заряда. Твёрдое тело, помещённое в магн. поле, интенсивно поглощает энергию излучения с частотой  $\omega_c$  (см. *Циклотронный резонанс*).

М. И. Казанов.

**ЦИКЛОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ** — эл.-магн. излучение заряж. частицы, движущейся по окружности или спирали в магн. поле; один из видов *магнитотормозного излучения*. В отличие от *синхротронного излучения*, термин «Ц. и.» обычно относят к магнитотормозному излучению нерелятивистских частиц, происходящему на основной *циклотронной частоте* и её первых гармониках.

**ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС** — резонансное поглощение эл.-магн. энергии электронными проводниками (полупроводниками, металлами), помещёнными в пост. магн. поле, на частотах, равных или кратных *циклотронной частоте* носителей заряда (электронов и дырок). Ц. р. (по старой терминологии — *диамагнитный резонанс*) предсказан Я. Г. Дорфманом в 1951 и Р. Б. Динглем в 1952, экспериментально обнаружен Ч. Киттелем (Ch. Kittel) с сотрудниками в 1953.

Явление Ц. р. может быть объяснено на основе законов классич. физики. Носители заряда в пост. магн. поле  $H$  движутся по спирали с осью вдоль  $H$ . В плоскости, перпендикулярной  $H$ , движение является периодическим с *циклотронной частотой*:

$$\omega_c = |e|H/m_0c, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд,  $m_0$  — эфф. величина, наз. *циклотронной массой* носителей заряда. Очевидно, с той же частотой  $\omega_c$  новорачивается вектор скорости частицы  $v$ . Если при этом частица находится в периодич. электрич. поле  $E(t)$  с частотой  $\omega$ , то энергия, поглощаемая ею в единицу времени, равная  $eEv$ , также оказывается периодич. фншей времени с разностной угл. частотой  $(\omega_c - \omega)$ . С той же частотой  $(\omega_c - \omega)$  меняются радиус спирали и кинетич. энергия носителя. При  $\omega = \omega_c$  носитель движется по раскручивающейся спирали и поглощаемая мощность возрастает. *Рассеяние носителей заряда* в твёрдом теле ограничивает это возрастание: при  $\omega = \omega_c$  поглощаемая мощность имеет максимум, если рассеяние является достаточно слабым. Последнее условие сводится к требованию, чтобы носитель успевал сделать много оборотов по спирали за время  $\tau$  релаксации импульса носителя (время между двумя актами рассеяния). Это приводит к условию наблюдения Ц. р.:

$$\omega_c \tau \gg 1. \quad (2)$$

Описанная картина Ц. р. пригодна для достаточно слабого магн. поля  $H$ , в к-ром можно пренебречь квантованием кинетич. энергии поперечного (относительно  $H$ ) движения носителей (см. *Ландау уровни*). Квантование отсутствует, если

$$\hbar\omega_c \ll kT, \quad (3)$$

где  $T$  — абс. темп.-ра. Ц. р. в таких полях наз. *классическим*.

В противоположном случае ( $\hbar\omega_c \gg kT$ ), в т. н. *квантовом* магн. поле (см. *Квантовомеханические явления*), адекватным является описание Ц. р. на квантовом языке. В полях  $H$ , для к-рых  $\hbar\omega_c \gg kT$ , носители заряда находятся на нулевом уровне Ландау (в случае невырожденных носителей). Под действием электрич. поля эл.-магн. волны  $E(t)$  носители переходят с нулевого уровня Ландау на первый,

что приводит к поглощению эл.-магн. энергии, к-рое имеет максимум на частоте, при к-рой энергия кванта излучения  $\hbar\omega$  равна расстоянию между соседними уровнями Ландау:  $\hbar\omega_c$ . Максимум отчётливо выражен, если уширение уровня Ландау, обусловленное временем релаксации  $\tau$ , мало по сравнению с расстоянием между ними:  $\hbar/\tau \ll \hbar\omega_c$  (см. ниже).

#### Циклотронный резонанс в полупроводниках

Ц. р. — важный метод исследования *полупроводников*. Он даёт возможность определить закон дисперсии (энергетич. спектр) носителей заряда  $\mathcal{E}(p)$  ( $p$  — квазиимпульс носителей), знак заряда носителей, эфф. массу, концентрацию, времена жизни, позволяет изучить механизм рассеяния носителей заряда, разогреть носители переменным током и др. (см. ниже). Преимуществом Ц. р. по сравнению с др. методами является его избирательность — возможность подбором частоты выделить определёл. группу носителей в полупроводнике.

Ц. р. в полупроводниках наблюдается на частотах  $10^{10}$ – $10^{12}$  Гц в полях  $1$ – $100$  кЭ. т. к. концентрация носителей заряда мала (обычно не превышает  $10^{14}$ – $10^{15}$  см $^{-3}$ ), то эл.-магн. волны проникают в образец на большую глубину, значительно превосходящую диаметры орбит электронов (порядка мкм). Т. о., носители движутся в однородном электрич. поле, и Ц. р., как правило, наблюдается только при  $\omega = \omega_c$ .

**Определение эффективной массы носителей.** В простейшем случае изотропного квадратичного закона дисперсии носителей изоэнергетич. поверхность  $\mathcal{E}(p) = \mathcal{E}_0$  — сфера (см. *Зональная теория*). Определение частоты  $\omega_c$  позволяет найти скалярную *эффективную массу* носителей  $m_0$ , к-рая совпадает с *циклотронной массой*  $m_c$ . В случае более сложных законов дисперсии эфф. масса отличается от *циклотронной массы*. Для эллипсоидальных изоэнергетич. поверхностей  $m_c$  зависит только от направления  $H$ , что позволяет определить лг. значения тензора эфф. масс. Напр. для электронов в Ge (кубич. симметрия) изоэнергетич. поверхность — совокупность 4 сфероидов (двух осных эллипсоидов), оси вращения к-рых направлены вдоль диагоналей куба, т. е. кристаллографич. осей [111]. В этом случае *циклотронная частота*

$$\omega_c = \omega_0 (m_0 \cos^2 \theta + m_1 \sin^2 \theta) / m_2, \quad (4)$$

где  $\omega_0 = |e|H/m_0c$ ;  $\theta$  — угол между полем  $H$  и осью [111];  $m_2$ ,  $m_1$  — продольная и поперечная эфф. массы. Если  $H$  лежит в плоскости (110), то 2 из 4 сфероидов имеют одинаковый угол  $\theta$ , т. с. одинаковые  $\omega_c$ , и при произвольном  $\theta$  для электронов наблюдается 3 пика Ц. р. (рис. 1). Пово-

Коеф. поглощения

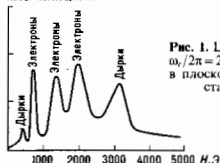
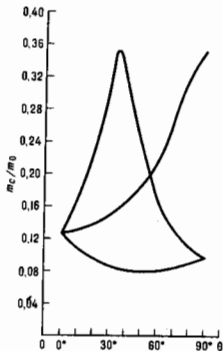


Рис. 1. Циклотронный резонанс в Ge при  $\omega_c/2\pi = 24$  ГГц,  $T = 4,2$  К.  $H$  направлен в плоскости (110) под углом  $60^\circ$  к кристаллографической оси [110].

рачивая кристалл в поле  $H$ , можно определить зависимость  $m_c(\theta)$  (рис. 2). Выбрав 2 значения для двух  $\theta$ , можно определить  $m_1$  и  $m_2$ .

Для изоэнергетич. поверхностей более сложной формы, чем эллипсоидальная,  $\omega_c$  оказывается зависящей не только от ориентации поля  $H$ , но и от проекции  $p_H$  квазиимпульса носителей на направление  $H$ . В этом случае возникает разброс  $\omega_c$  и максимум поглощения наблюдается при нек-ром ср. значении  $\omega_c$ . Разброс по величине  $p_H$  имеет место для тяжёлых дырок в Ge и Si и электронов в InSb.

На рис. 3 показана зависимость  $m_c(\theta)$  для лёгких (скалярная эфф. масса) и тяжёлых дырок в Ge. Для последних



изоэнергетич. поверхности имеют сложную форму. Для анизотропного закона дисперсии  $\Pi$ , р. возможен и при  $E(t) \parallel H$ . Для неквадратичного закона дисперсии  $m_c$  может

Рис. 2. Зависимость циклотронной массы электронов в Ge для магнитного поля  $H$ , лежащего в плоскости (110) кристалла, от угла  $\theta$  между  $H$  и осью  $[110]$ , лежащей в той же плоскости ( $m_0$  — масса свободного электрона);  $T = 4,2$  К.

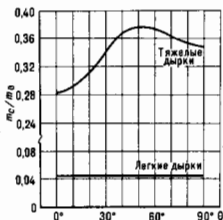


Рис. 3. Зависимость циклотронной массы дырок в Ge при  $T = 4,2$  К для поля  $H$ , лежащего в плоскости (110) кристалла от угла  $\theta$  между  $H$  и осью  $[110]$ .

зависеть и от энергии  $\mathcal{E}$  носителя.

В классич. случае  $m_c$  не зависит от величины  $\mathcal{E}$ . В квантовом поле это справедливо только для сферич. или эллипсоидальной изоэнергетич. поверхностей. Для более сложных изоэнергетич. поверхностей спектр  $\Pi$ , р. усложняется и  $m_c$  может оказаться зависящей от  $H$ . Для вырожденных энергетич. зон возникает сложный нежидкостный спектр уровней Ландау, вид к-рого существенно зависит не только от направления  $H$ , но и от величины  $\rho_H$ .

**Определение знака заряда носителей.** В классич.  $\Pi$ , р. вблизи резонанса  $|\omega - \omega_c| \ll 1$  мощность  $P(\omega)$ , поглощаемая в единице объема полупроводника в плоскополяризованном поле  $E(t)$ , равна

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \frac{e^2 E_0^2}{m_c} \int \frac{\tau(n(\mathcal{E})) d\mathcal{E}}{1 + (\omega - \omega_c)^2 \tau^2} \quad (5)$$

Здесь  $E_0$  — амплитуда электрич. поля,  $n(\mathcal{E})$  — концентрация носителей. Ф-ла (5) относится к случаю скалярной эфф. массы. В случае круговой поляризации волны в зависимости от знака заряда носителя интенсивное поглощение испытывает волна с правым или левым направлением вращения. На этом основан метод определения знака заряда носителей.

**Форма и ширина линии.** В случае классич.  $\Pi$ , р. полуширина  $\delta\omega$  линии  $\Pi$ , р. обусловленная рассеянием, зависит от ср. энергии носителей  $\mathcal{E}$ .

$$\delta\omega \approx \tau^{-1}(\mathcal{E}) \quad (6)$$

При низких темп-рах существенно рассеяние на примесных ионах и акустич. фононах. Связь полуширины линии  $\Pi$ , р. в единицах магн. поля  $\delta H$  с обратным временем релаксации  $\tau^{-1}$  выражается соотношением

$$\frac{\delta H}{H_p} = \frac{\delta\omega_c}{\omega_c} = \omega_c^{-1} \tau^{-1}(\mathcal{E}),$$

где  $H_p$  — значение  $H$ , отвечающее точному резонансу. В слабых электрич. полях (при отсутствии вырождения носителей) ср. энергия носителей определяется распределением Больцмана:  $\mathcal{E} = (3/2)kT$ . В области низких  $T$  для

легированного полупроводника  $\delta H$  не зависит от темп-ры (рис. 4), что соответствует рассеянию на нейтральных примесях. В области высоких темп-р  $\delta H \propto T^{3/2}$ , что отвечает рассеянию на акустич. фононах. Линия классич.  $\Pi$ , р. в слабых электрич. полях практически всегда имеет лоренцеву форму. Площадь, огибаемая контуром спектральной линии  $\Pi$ , р., содержит информацию о концентрации носителей и, следовательно, об их времени жизни, если носители не являются равновесными.

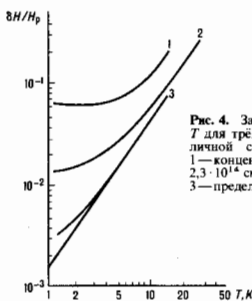


Рис. 4. Зависимость  $\delta H/H_p$  от  $T$  для трех образцов n-Ge с различной степенью легирования: 1 — концентрация доноров  $2,3 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>; 2 —  $5,1 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>; 3 — предельно окисненный кристалл.

В случае сложных неэллипсоидальных изоэнергетич. поверхностей наряду с уширением линии  $\Pi$ , р. из-за процессов рассеяния (однородное уширение) возникает также т. н. неоднородное уширение, связанное с зависимостью  $m_c$  от  $\rho_H$  и  $\mathcal{E}$  и с возникающим из-за этого разбросом  $\omega_c$  (см. выше).

**Ширина линии квантового  $\Pi$ , р.** Под действием электрич. поля  $E(t) \perp H$  возникает суперпозиция состояний идуемого и первого уровней Ландау. Это приводит к появлению плотности тока в образце  $j(t) \perp H$ . Процессы затухания (релаксации) этого тока и определяют ширину линии  $\Pi$ , р. Если эту релаксацию можно описать с помощью нек-рого эфф. времени релаксации, то выражение для поглощаемой мощности (5) сохраняет силу. При этом под энергией следует понимать кинетич. энергию движения носителей вдоль  $H$ , а под  $n(\mathcal{E})$  — концентрацию носителей на нулевом уровне Ландау. Время  $\tau$  можно ввести для упругого рассеяния на ирримесных центрах и для рассеяния на акустич. фононах в двух предельных случаях — квазиупругого рассеяния, если энергия акустич. фонона  $(m_c v_{\text{ф}} \omega)^2 \ll kT$ , и неупругого рассеяния в случае  $\gg kT$  ( $v_{\text{ф}}$  — скорость звука). В этом случае  $\tau^{-1}$  представляет собой полусумму обратных времён жизни носителя в состояниях идуемого и первого уровней Ландау. Существ. вклад в ширину линии квантового  $\Pi$ , р. может давать уширение, связанное с изменением энергетич. спектра носителей вследствие взаимодействия с рассеивателями.

В двумерных системах — *инверсионных слоях* и квантовых ямах — в полях  $H$ , перпендикулярных плоскости слоя, носители вследствие их высокой концентрации вырождены. Вид линии  $\Pi$ , р. в этих случаях зависит не только от величины уширений, но и от положения уровня Ферми относительно уровней Ландау.

**Гармоники  $\Pi$ , р.** В ряде случаев в спектрах  $\Pi$ , р. помимо резонансного поглощения на осн. частоте  $\omega_c$  наблюдаются также максимумы поглощения на частотах  $n\omega_c$  ( $n$  — целое число). В слабых полях ( $\hbar\omega_c \ll kT$ ) гармоники возникают при сложной (неэллипсоидальной) форме изоэнергетич. поверхностей. В этом случае носители заряда в плоскости, перпендикулярной  $H$ , движутся по сложной замкнутой кривой. Скорость электрона в этой плоскости не является уже простой гармонич. ф-цией времени  $t$ , её разложение в ряд Фурье содержит наряду с частотой  $\omega_c$  кратные частоты  $n\omega_c$ . Соответственно поглощаемая мощность  $P = e v E$  имеет на этих частотах максимумы. Гармоники  $\Pi$ , р. для

тяжёлых дырок наблюдались в  $p$ -Ge и  $p$ -Si. При этом набор гармоник зависит от ориентации  $H$  относительно кристаллограф. осей.

В квантовом магн. поле и в слабом электрич. поле  $E(t) \perp H$  переходы носителей происходят только между соседними уровнями Ландау. Однако при одновременном воздействии поля  $E(t)$  и поля рассеивателей оказываются разрешёнными переходы между любыми уровнями Ландау. Это означает, что при  $\hbar\omega \gg kT$  возникает переходы с нулевого уровня Ландау на уровни с  $n > 1$  (хотя вероятность таких переходов значительно меньше, чем переходов на примесях и акустич. фононах), такие переходы происходят на частотах  $\omega_0$ , и приводят к появлению гармоник (если же носители рассеиваются на оптич. фононах, то место этого *циклонно-фононного резонанса*).

**Разогрев носителей.** Т. к. *высокочастотная проводимость* (для плоскопараллельной волны) на частоте  $\omega_0$  велика (она равна половине статич. проводимости), то в условиях Ц. р. возможен разогрев носителей перем. полем. Этот метод используется для изучения рассеяния на примесях и акустич. фононах. Осн. источником информации при этом является соотношение  $\delta\omega_{\text{изл}} \approx \tau^{-1} \delta$ . При малой мощности  $W$  излучения ср. энергия носителей  $\delta$  близка к равновесной. Если же  $W$  велико, то  $\delta$ , а значит, и  $\delta\omega_{\text{изл}}$  начинают зависеть от  $W$ .

При рассеянии на заряд. примесях  $\tau(\delta)$  — возрастающая ф-ция, для акустич. фононов — убывающая, для нейтральных примесей  $\tau$  слабо зависит от  $\delta$ . Поэтому в первом случае (а также при *межэлектронном рассеянии*) с ростом  $\delta$  линия сужается, во втором — расширяется, в третьем — полуширина  $\delta\omega_0$  остаётся неизменной. С ростом  $\delta$  акустич. рассеяние становится преобладающим.

При разогреве в пост. электрич. поле  $E$  зависимость  $\tau(E)$  определяется характером рассеяния. При умеренных значениях  $E$  рассеяние обусловлено вынужденным взаимодействием с акустич. фононами ( $\tau \sim E^{-2}$ ), в сильных — спонтанной эмиссии фононов ( $\tau \sim E^{-3}$ ) (см. *Тяжёлые электроны*). Такие же зависимости наблюдаются и от амплитуды высокочастотного поля  $E_0$  в условиях Ц. р. Т. к.  $W \propto E_0^2$ , то  $\delta\omega_{\text{изл}} \propto W^{0.33}$  в умеренном и  $\delta\omega_{\text{изл}} \propto W^{0.25}$  в сильном высокочастотном поле.

Разогрев носителей в высокочастотном поле имеет два важных преимущества — отсутствие контактов в сильных электрич. полях и возможность избирательного нагрева определ. группы носителей, напр. электронов одной долины зоны проводимости в *многодолинных полупроводниках*.

**Экспериментальные методы.** Существуют 2 осн. способа наблюдения Ц. р. Первый состоит в измерении поглощения эл.-магн. мощности. Второй способ использует то обстоятельство, что поглощение излучения приводит к возрастанию энергии носителей. Это, в свою очередь, приводит к изменению проводимости  $\sigma$  полупроводника на пост. токе. Зависимость изменения  $\Delta\sigma$  от  $\omega$  или от  $H$  воспроизводит линию Ц. р. Этот способ имеет то преимущество, что детектором является сам образец. Кроме того, обычно этот способ оказывается более чувствительным, чем измерение поглощения. Однако в тех редких случаях, когда в пределах резонансной линии возникает смена механизма рассеяния (а), смена механизма рекомбинации носителей (б) или изменение типа проводимости (в), то кривая  $\Delta\sigma(\omega)$  или  $\Delta\sigma(H)$  в случаях (а) и (б) становится двугорбой, а в случае (в) ф-ция  $\Delta\sigma(H)$  напоминает закон дисперсии показателя преломления.

В спектрографах Ц. р. в качестве генераторов эл.-магн. излучения в сантиметровом диапазоне длин волн используются *клинтроны*, генераторы Ганна (см. *Линна диод*) и *лавино-пропелльные диоды*, в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах — *лампы обратной волны*, в субмиллиметровом и ИК-диапазонах — *лазеры*. Источниками магн. поля, как правило, служат сверхпроводящие соленоиды ( $H \sim 100$  кЭ). Свободные носители заряда в полупроводниках при низких темп.-рах создаются подосветкой. Для увеличения чувствительности применяются модульц. методы регистрации (изменение концентрации свободных но-

сителей при изменении интенсивности света). В связи с низкой добротностью линий Ц. р. обычно применяется развёртка спектров вариации поля  $H$ .

### Циклонный резонанс в металлах

Исследование Ц. р. в металлах имеет большее значение для теории *металлов*. Он позволяет определить форму и размеры ферми-поверхности, времена свободного пробега носителей, электрон-фононное взаимодействие и др.

В металлах эл.-магн. волны почти полностью отражаются от поверхности образца, проникая в металл на небольшую глубину скин-слоя  $\delta \sim 10^{-5}$  см (см. *Скин-эффект*). В хороших металлах, где число электронов  $n$  обратно пропорциональный полю  $H$ , сравним с  $\delta$  лишь в сильных полях  $H \sim 10^6 - 10^7$  Э (для полуметаллов  $H \sim 10^4$  Э). В обычных же магн. полях эл.-магн. поле взаимодействует с электронами лишь на малом участке их орбиты. В результате электронные проводимости движутся в сильно неоднородном эл.-магн. поле, поскольку, как правило, диаметр их орбиты  $2r \gg \delta$ . Если магн. поле параллельно поверхности образца, то среди электронов есть такие, к-рые, хотя и движутся большую часть времени в глубине металла, где электрич. поля нет, однако на короткое время заходят в скин-слой, где взаимодействуют с волной (рис. 5).

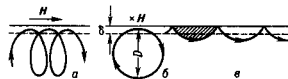


Рис. 5. Траектории электронов: а, б — в однородном постоянном магнитном поле  $H$  при действии переменного электрического поля  $E \perp H$ ; магнитное поле  $H$  направлено параллельно поверхности металла; в — зеркально отражающихся от поверхности металла.

Механизм передачи энергии от волны носителям в этом случае аналогичен работе *циклотрона*, резонанс возникает, если электрон будет попадать в скин-слой каждый раз при одной и той же фазе электрич. поля, что возможно при  $\omega = \omega_0 = neH/mc$ . Это условие отвечает резонансам, периодически повторяющимся при изменении  $1/H$ . Электрон возвращается в ускоряющий слой через один или несколько периодов перем. поля  $T = 2\pi/\omega$ , каждый раз получая энергию от поля.

В случае поля  $H$ , наклонного относительно поверхности образца, электроны, проходя на направление поля  $H$  за один оборот путь порядка  $r$ , проводят в слое  $\delta$  время, равное  $(2\pi/\omega)(\delta/r) \leq 2\pi\omega$ . При этом периодичность движения в поле  $H$  не влияет на их взаимодействие с перем. полем не влияет, и Ц. р. отсутствует (рис. 6, а).

Приведённое описание является исчерпывающим только в случае электронов с квадратичным законом дисперсии, когда  $m_c$ , а следовательно, и  $\omega_0$  одинаковы для всех электронов. В случае более сложных законов дисперсии  $\omega_0$ , как и в случае полупроводников, может зависеть от  $\delta$  и  $r_H$ . При этом для Ц. р. существенны только электроны с энергией  $\delta = \delta_F(\delta_F - \text{ферми-энергия})$ . Из электронов с разл.  $r_H$ , образующими непрерывный спектр циклонных частот  $\omega_0$ , осн. роль в Ц. р. играют: 1) электроны вблизи экстремальных значений  $r_H^{\text{min}}$  на ферми-поверхности  $\delta(r) = \delta_F$ , где  $\omega_0(r_H)$  медленно всего меняется, а плотность состояний электронов, как ф-ция  $\omega_0$ , обращается в бесконечность; 2) электроны вблизи особых точек — граница спектра  $\omega_0(p|F)$ .

Измерение частот Ц. р. позволяет непосредственно определить экстремальные и граничные значения  $m_c$ . Полуширина резонансной линии определяет время свободно-



Рис. 6.

го пробега  $t$ ,  $k$ -рос в условиях Ц. р. ( $\delta \ll r$ ,  $\omega \gg 1$ ) может быть введено в металл. Возможность введения  $t$  связана с тем, что основную роль в Ц. р. играет малая часть электронов вблизи экстремальных и граничных значений  $p_n$  и с малой проекцией скорости на нормаль к поверхности металла. Возможен лишь «уход» из этих состояний во все остальные («приход») электронов в эту узкую область значений  $p_n$  из-за случайных столкновений можно пренебречь). В результате  $t$  при Ц. р. может существенно отличаться от статия. т. Так, напр., в статия. случае одно-кратное столкновение электрона с фононом слабо рассеивает электрон и малосущественно; существенно становится лишь число столкновений порядка  $(\Theta_d/T)^2$ , где  $\Theta_d$  — Дебая температура,  $t_{\text{ф}} \sim T^{-3}$ . При Ц. р. уже однократное столкновение с фононом может вывести электрон из ускоряющего слоя или из «резонансного»  $p_n$ . т. е. оказаться существенным, что обуславливает

Исследование Ц. р. в пластинках толще длины свободного пробега электронов позволяет выяснить, какая из электронных орбит последней помещается в пластинке и даёт Ц. р. (радиус орбиты пропорционален  $1/H$ , следовательно, номеру  $n$  резонансной гармонки). При большом  $n$  это (с точностью  $\sim n^{-1}$ ) определяет диаметр поверхности Ферми в соответствующем направлении. Ц. р. может дать также информацию и об открытых траекториях электронов, если их направление параллельно поверхности образца (см. Ферми-поверхность).

**Поверхностный импеданс в условиях Ц. р. Комплексная проводимость.** В металлах характеристики Ц. р. удобно выражать через *поверхностный импеданс*:

$$Z(H) = R(H) + iX(H),$$

где  $R$  — активное,  $X$  — реактивное сопротивления. Резонансное значение полного поверхностного импеданса  $Z$  связано с временем свободного пробега электрона  $t$  и частотой излучения  $\omega$  следующими ф-лами: 1) в случае квадратичного закона дисперсии:

$$\begin{aligned} R(H_p)/R(0) &\sim (2\pi n/\omega t)^{2/3}, \\ X(H_p)/X(0) &\sim (2\pi n/\omega t)^{1/3}; \end{aligned} \quad (1)$$

2) для произвольного закона дисперсии при максимальной  $m_c$  и минимальной  $\omega_c$ :

$$R(H_p)/R(0) \sim X(H_p)/X(0) \sim (n^2/\omega t)^{1/6}; \quad (2)$$

3) в случае минимальной  $m_c$ :

$$\begin{aligned} R(H_p)/R(0) &\sim (n^2/\omega t)^{4/9}, \\ X(H_p)/X(0) &\sim (n^2/\omega t)^{1/6}. \end{aligned} \quad (3)$$

При Ц. р. ток при заданной напряжённости электр. поля максимален, что соответствует минимуму  $R$  и  $X$ . Полуширина резонансной линии  $\Delta\omega_c \sim 2\pi n/\omega t$ . Отсюда и из ф-л (1)–(3) следует, что вещественная и мнимая части  $\partial Z/\partial H$  при Ц. р. максималны.

Комплексная проводимость  $\sigma$  в простейшем случае квадратичного изотропного закона дисперсии носителей и взаимноперпендикулярных  $E$  и  $H$  равна

$$\sigma_z = \sigma_0 \left\{ \frac{1}{1 + (\omega \pm \omega_c)^2 \tau^2} + i \frac{(\omega \mp \omega_c) \tau}{1 + (\omega \pm \omega_c)^2 \tau^2} \right\}.$$

Здесь  $\sigma_0$  — статия. проводимость кристалла в отсутствие магн. поля. Т. о.,  $\sigma_z$  отличается от  $\sigma_0$  лишь заменой  $1/t$  на  $1/t + i(\omega \pm \omega_c)$ . Это естественно, т. к. действие  $H$  на электронный газ эквивалентно вращению его как целого с частотой  $\omega_c$ .

**Магнитные поверхностные уровни.** В металлах в тех же условиях, что и Ц. р., может наблюдаться близкое к нему по природе явление — осцилляции поверхности проводимости из-за квантовых переходов между *магнитными поверхностными уровнями*. Они возникают, если электроны могут зеркально отражаться от поверхности образца, со-

вершая тем самым периодич. движение,  $k$ -рос квантовано, и разрешёнными оказываются такие орбиты, для  $k$ -рых поток магн. поля через сегмент, образуемый дугой траектории и поверхностью образца, равен  $(n + 1/4) ch/e$ .

Лит.: Дорфман Я. Г., Параматный и диамагнитный резонанс электронов проводимости, «ДАН СССР», 1951, т. 81, № 5, с. 765; Dingle R. V., Some magnetic properties of metals. Dia-magnetic resonance, «Proc. Roy. Soc. London. Series A. Math. and Phys. Sci.», 1952, v. 212, № A1108, p. 38; Азбель М. Я., Канер Э. А., Теория циклотронного резонанса в металлах, «ЖЭТФ», 1956, т. 30, в. 4, с. 81; 1957, т. 32, в. 4, с. 896; Лазукин В. Н., Циклотронный резонанс «УФН», 1956, т. 39, № 3, с. 553; Абрикосов А. А., Введение в теорию нормальных металлов, М., 1972; Зеер К. Ф., Физика полупроводников, пер. с англ., М., 1977; Цидильковский И. М., Зонная структура полупроводников, М., 1978; Ашкрофт Н., Мермин Н., Физика твёрдого тела, пер. с англ., т. 1–2, М., 1979.

Ю. А. Гурвич, Е. М. Гершезон.

**ЦИКЛОТРОН-ФОНОННЫЙ РЕЗОНАНС** — резонансное поглощение эл.-магн. энергии, обусловленное переходами электронов между уровнями Ландау при участии оптич. фононов. Наблюдается при распространении эл.-магн. волн в полупроводнике, находящемся в пост. магн. поле  $H$ . Необходимыми условиями возникновения Ц.-ф. р. являются наличие достаточно сильного (квантового) магн. поля  $H > mckT/|e|h$  ( $m$  — эфф. масса электрона,  $T$  — темп-ра,  $e$  — заряд электрона; см. *Валланоммагнитные явления*) и оптич. ветви в колебат. спектре полупроводника (см. *Колебания кристаллической решётки*).

Электроны в квантовом магн. поле имеют непрерывный энергетич. спектр для движения вдоль магн. волн и дискретный — для поперечного движения. Если зависимость энергии электрона  $\epsilon$  от его квантумпояса  $n$  изотропна и квадратична, то энергия электрона определяется соотношением (см. *Ландау уровни*):

$$\epsilon_n(p_n) = h\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_n^2}{2m}. \quad (1)$$

Здесь  $n$  — целое ноложит. число,  $p_n$  — компонента квантумпояса в направлении  $H$ ,  $\omega_c = |e|H/mc$  — *циклотронная частота* электрона. Условие  $\epsilon_n - \epsilon_{n-1} = h\omega$  ( $\omega$  — частота волн эл.-магн. поля,  $p_n$  фиксировано) приводит к *циклотронному резонансу*. Однако если расстояние между уровнями Ландау совпадает с суммой или разностью энергий

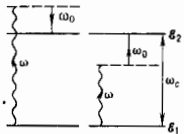


Рис. 1. Электронные переходы с участием оптического фонона ( $h=1$ ).

оптич. фонона и фотона, в поглощении эл.-магн. энергии также наблюдается резонанс на частоте  $\omega$  (рис. 1). Если учесть возможность многофононных и многофотонных процессов, условие циклотрон-фононного резонанса будет иметь вид:

$$i\omega_z = i_1\omega_0 + i_2\omega_c. \quad (2)$$

Здесь  $\omega_0$  — частота оптич. фонона. Величина  $i$  — 1 называется номером гармонки. Далее будет считаться  $i_1 = 1$ ,  $i_2 = \pm 1$ .

Ц.-ф. р. обусловлен перебросом электронов между уровнями Ландау за счёт взаимодействия электронов с оптич. фононами и фотонами. В отсутствие фотона Ц.-ф. р. переходит в *магнитофононный резонанс*. Коэф. поглощения эл.-магн. энергии при Ц.-ф. р. зависит от характера поляризации эл.-магн. волны. Если вектор электр. поля волны  $E \perp H$ , то Ц.-ф. р. имеет место, в обратном случае Ц.-ф. р. отсутствует.

Коэффициент затухания  $\Delta_i$  и волны зависит от величины расстройки резонанса  $\Delta_i = \omega - \omega_c$  ( $\omega_c$  — резонансная частота).

Кривая поглощения (рис. 2) резко асимметрична. При опред. условиях линии Ц.-ф. р. может принимать более сложную форму, напр. расщепиться на неск. линий, и у ост. линий Ц.-ф. р. могут появиться спутники. Ц.-ф. р. чувствителен к внеш. воздействиям; напр., наличие поперечного пост. электр. поля «размывает» пик х.

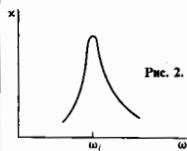


Рис. 2. Линия поглощения циклотрон-фононного резонанса.

Если хотя бы один из размеров образца  $d$  достаточно мал (напр., образец — тонкая плёнка), то возникает дополнит. размерное квантование спектра (см. *Квантовые размерные эффекты*). Если ось  $oz$  направлена вдоль толщины плёнки, то энергетич. спектр электронов имеет вид

$$\varepsilon_n = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2md^2}. \quad (3)$$

Дискретизация электронного спектра в направлении  $oz$  приводит к т. н. размерно-фононному резонансу, связанному с переходом электрона между уровнями размерно-квантованного спектра за счёт поглощения оптич. фотона и фотона. Если вдоль оси  $oz$  приложено квантующее поле  $H_z$ , то электронный спектр становится полностью дискретным и условия резонанса приобретает вид

$$\omega = \omega_c + (n_1^2 - n_2^2) \pi^2 \hbar^2 / 2md^2 + \omega_0. \quad (4)$$

Из ур-ния (4) видно, что кроме линий Ц.-ф. р. ( $n_1^2 - n_2^2 = 0$ ) и размерно-фононного резонанса ( $i=0$ ) возникают новые серии линий размерно-циклотрон-фононного резонанса.

Наряду с обычным Ц.-ф. р. наблюдаются Ц.-ф. р., сопровождающийся переворотом спина электрона, и многофононный Ц.-ф. р. В полупроводнике при опред. условиях существует такая область параметров, в к-рой дисперсия преобладает над затуханием волны, и может возникнуть широкий набор циклотрон-фононных волн.

Лит.: Биканас Р. К., Басс Ф. Г., Левинсон И. Б. Циклотрон-фононный резонанс в полупроводниках, «ФТП», 1978, т. 12, в. 8, с. 1457. Ф. Г. Басс.

**ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ВОЛНА** — волна, радиально расходящаяся от или сходящаяся к нек-рой оеи в пространстве или точке на плоскости. В последнем случае эти волны наз. также круговыми. Примерами Ц. в. могут служить волны на поверхности воды от брошенного камня или колеблющегося поплавка, эл.-магн. или акустич. волны, возбуждаемые источниками, расположенными в пространстве, ограниченном, напр., двумя плоскостями параллельными отражателю (в т. ч. внутри океанич. волноводов и т. д.).

Структура Ц. в. существенно сложнее структуры плоских (одномерных) и сферич. (трёхмерных) волн. Простейшая монохроматич. симметричная Ц. в. с источником в центре (рис. 1) удовлетворяет двумерному волновому уравнению и описывается с помощью ф-ции Ханкеля нулевого порядка  $H_0(kr)$ :

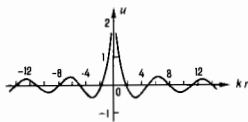


Рис. 1. Радиально расходящаяся цилиндрическая волна, возбуждаемая источником в центре.

$$u(r, t) \sim H_0(kr) \exp i\omega t. \quad (1)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $k$  — волновое число. На больших расстояниях от оси ( $kr \gg 1$ ) волновое поле (1) приобретает вид

$$u(r, t) \sim \frac{A}{\sqrt{r}} \exp [i(\omega t - kr)], \quad (2)$$

и только в этом асимптотич. представлении в Ц. в. можно однозначно выделить амплитуду  $A/\sqrt{r}$  и фазу  $\omega t - kr = \omega(t - r/v_\phi)$ , где фазовая скорость  $v_\phi$  совпадает с фазовой скоростью плоской волны:  $v_\phi = \omega/k = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  — длина волны). По мере удаления от оси квадрат модуля волнового возмущения (2) убывает как  $1/r$ , а поверхность цилиндра, охватывающая источник, растёт пропорционально  $r$ , так что, в соответствии с законом сохранения энергии, суммарное значение потока энергии, уносимого от источника на оси, остаётся постоянным.

В отсутствие дисперсии волн из гармонии, волн (2) вдаль от оси можно составить волну любой формы (в частности, удлинённую волну или волновой пакет), перемещающуюся с пост. скоростью  $v_\phi = v$ :

$$u(r, t) = \frac{A}{\sqrt{r}} f(t - r/v), \quad (3)$$

где ф-ция  $f(t - r/v)$  удовлетворяет одномерному волновому ур-нию. Однако в промежуточной области, где  $kr \sim 1$ , даже в среде без дисперсии происходит сильная деформация волнового возмущения (рис. 2). Это связано с тем, что

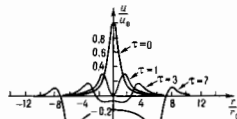


Рис. 2. Радиально расходящаяся цилиндрическая волна, заданная в начальный момент времени в форме одиночного импульса  $u = u_0(1 + r/r_0)^{3/2}$ . С увеличением  $\tau = ct/r_0$  (с ростом времени  $t$ ) импульс расплывается, оставаясь за собой «шлейф».

Ц. в. в принципе нестационарна: удаляясь от оси (центра), она оставляет за собой «шлейф», к-рый можно интерпретировать как результат прихода волновых возмущений от всё более и более удалённых от точки наблюдения источников на оси.

Лит. см. при ст. Волны. М. А. Миллер, Л. А. Островский.

**ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ МАГНИТНЫЕ ДОМЭНЫ** (ЦМД) — разновидность ферромагнитных доменов; изолированные однородно намагниченные области в магнитной плёнке (или в тонкой магн. пластинке), имеющие форму круговых цилиндров и направление намагниченности, антипараллельное намагниченности остальной части плёнки. Для образования ЦМД необходимо наличие у магн. плёнки достаточно большой магнитной анизотропии, причём ось лёгкого намагничивания (ОЛН) должна быть перпендикулярна поверхности плёнки. Материалы, в к-рых могут образовываться ЦМД, наз. ЦМД-материалами. К ним относятся монокристаллич. плёнки ферритов-гранатов, аморфные плёнки интерметаллич. соединений редкоземельных и переходных металлов, ортоферриты, гексаферриты и др.

Для характеристики ЦМД-материалов используют т. н. фактор качества  $Q = K_u / 2\pi M_s^2$ , где  $K_u$  — константа одноосной анизотропии,  $M_s$  — намагниченность насыщения; в ЦМД-материалах  $Q > 1$ . Другим важным параметром является характеристич. длина  $l$ , задающая характерный размер доменов в данном материале:  $l = (AK_u)^{1/2} / \pi M_s^2$ , где  $A$  — т. н. константа неоднородного обмена.

ЦМД могут образовываться при намагничивании плёнки во внеш. магн. поле (поле смещения, или поле подмагничивания)  $H_{см}$  направленном вдоль ОЛН (рис. 1). Для того чтобы намагниченность в объёме плёнки была направлена вдоль ОЛН, энергия магн. анизотропии должна

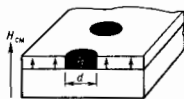


Рис. 1. Цилиндрические магнитные домены (ЦМД) в тонкой магнитной плёнке с одноосной анизотропией ( $H_{см}$  — магнитное поле смещения,  $d$  — диаметр ЦМД).

превышать магнитостатич. энергию (энергию магнитных полюсов, образующихся на поверхности плёнки, когда намагниченность направлена перпендикулярно к этой поверхности).

Первые фотографии изолированных ЦМД были получены в США (1959), рёшётки ЦМД — в Чехословакии (1960). Для наблюдения ЦМД используют магнитооптич. эффекты (Фарадея эффект, Керра эффект и др.); существуют также электронные методы регистрации ЦМД.

**Основные свойства ЦМД.** В исходном намагниченном состоянии (при  $H=0$ ) плёнка из ЦМД-материала обладает, как правило, неупорядоченной лабиринтной доменной структурой (рис. 2, а) с двумя типами доменов, намагниченность к-рых направлена вдоль либо против нормали к поверхности плёнки. Характерное значение ширины домена в лабиринтной структуре зависит от намагниченности насыщения и составляет 0,5—5 мкм в ферритах-гранатах, 0,1—0,5 мкм в гексаферритах, 30—100 мкм в ортоферритах.

При увеличении напряжённости поля смещения (напр., направленного вверх, как показано на рис. 1) лабиринтная доменная структура превращается в структуру ЦМД; домены с намагниченностью, ориентированной по полю, стремясь уменьшить энергию образца, увеличиваются в объёме, а домены с противоположным направлением намагниченности сжимаются по ширине и уменьшаются по длине до тех пор, пока не превратятся в изолированные ЦМД (рис. 2, б).

ЦМД поддерживается в устойчивом равновесии под действием трёх сил: сжимающей со стороны поля смещения;

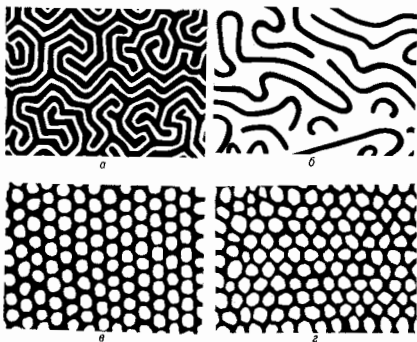


Рис. 2. Трансформация лабиринтной доменной структуры под действием внешнего поля: а — лабиринтная доменная структура; б — уединённые ЦМД; в — рёшётка ЦМД; г — сотовая доменная структура.

растягивающей силы магнитостатич. происхождения; сжимающей силы поверхностного натяжения доменной стенки. Именно благодаря последней поддерживается круглая форма ЦМД.

Изолированные ЦМД существуют в определ. интервале значений напряжённости поля смещения  $H_1 < H_{см} < H_2$  (рис. 3, слева). При  $H=H_1$  происходит коллапс (схлопывание) ЦМД, при  $H=H_2$  он растягивается в полосу. Критич. поле  $H_1$  наз. полем эллиптич. неустойчивости,  $H_2$  — полем коллапса. Значения этих полей зависят от соотношения между толщиной плёнки  $h$  и её характеристик. длиной  $l$  (рис. 3, справа). При изменении величины  $H_{см}$  в интервале от  $H_1$  до  $H_2$  диаметр ЦМД изменяется примерно на  $\pm 50\%$  относительно ср. значения, равного  $8l$ . Зависимость диаметра ЦМД от поля смещения практически линейная.

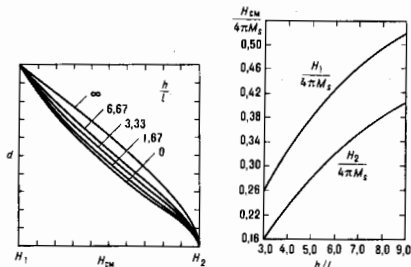


Рис. 3. Слева — зависимость диаметра ЦМД  $d$  от поля смещения  $H_{см}$  в плёнках различной толщины; справа — зависимость критических полей  $H_1$  и  $H_2$  от  $h/l$ .

В ряде экспериментов, однако, наблюдаются т. н. жёсткие ЦМД, для исчезновения к-рых необходимо приложить поле смещения, почти вдвое превышающее поле коллапса нормального ЦМД, причём конечный диаметр жёсткого ЦМД несущественно перед коллапсом значительно меньше размера нормального ЦМД в том же материале. Исследования таких различий в поведении при коллапсе, а также в экспериментах по трансляции ЦМД в градиентном поле смещения привели к обнаружению внутр. структуры доменных стенок ЦМД, т. е. состояний ЦМД.

**Состояния ЦМД.** В плёнках ЦМД-материалов, в отличие от случая пограничной среды, доменные стенки являются скрученными, сильно размагничивающее поле ориентирует намагниченность вблизи поверхностей плёнки вдоль нормали к плоскости доменной стенки. Тогда в верх. и ниж. частях плёнки стенка имеет структуру Нееля (см. Нееля стенка), и лишь в середине плёнки доменная стенка имеет структуру Блоха (см. Блоха стенка). Толщина доменной границы в типичных ЦМД-материалах изменяется в пределах 10—100 им.

Состояние ЦМД определяется пространственной конфигурацией намагниченности в центре его доменной стенки в сечении ЦМД плоскостью, проходящей через середину плёнки, где доменная стенка является блоховской и намагниченность лежит в плоскости плёнки. На рис. 4 представлено несколько возможных простых структур стенок ЦМД.

Состояние ЦМД характеризуется т. п. индексом состояния

$$S = \oint \frac{d\phi}{2\pi}$$

где  $\phi$  — угол между намагниченностью и произвольным направлением в плоскости плёнки. Т. о.,  $S$  представляет

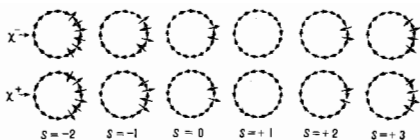


Рис. 4. Возможные структуры стенок ЦМД с малыми индексами S.

собой общее число полных оборотов намагниченности в центре стенки при обходе домена против часовой стрелки. Наиб. простой доменной структуре соответствует  $S = 1$ .

Для каждого значения индекса S существуют две возможные конфигурации стенки, связанные с типом винтообразности (спиральности) нормального участка стенки:  $\chi^+$  и  $\chi^-$ , причём, по определению,  $\chi^+$  соответствует левовинтовому распределению намагниченности в нормальной стенке.

Возможны также и другие реально наблюдаемые конфигурации стенок. Так, на рис. 5 (слева) показано состояние ЦМД ( $S = 0$ ), к-рое может реализоваться при наличии поля в плоскости плёнки. Возникающие в стенке переходные области, связанные с разл. направлением разворота намагниченности в центре стенки, наз. блоховскими линиями (БЛ; в данном случае — вертикальными блоховскими линиями — ВБЛ; см. Блоха линия). В случае конфигурации, изображённой на рис. 5 (справа,  $S = 1$ ), говорят о незакрытой наре БЛ — паре БЛ разного знака (при сближении таких БЛ разворот намагниченности исчезает — линии аннигилируют), в отличие от закрытой пары БЛ (линии одного знака) в структуре на рис. 5 (слева).



Рис. 5. Слева — структура стенки ЦМД с  $S = 0$ ; справа — структура стенки ЦМД с  $S = 1$  с незакрытой парой блоховских линий.

Блоховская линия создаёт поля рассеяния. Эти поля уменьшаются, если БЛ разбивается на две части, намагниченность в к-рых ориентирована антипараллельно. Возникающая при этом переходная область — неоднородное распределение намагниченности в БЛ — наз. блоховской точкой (см. Блоха точка). Так, если верх. часть ЦМД соответствует  $S = 1$ , а нижняя  $S = 0$ , то в результате получается состояние  $S = 1/2$ . При наличии магн. поля в плоскости плёнки блоховская точка будет перемещаться из центра в направлении, соответствующем увеличению участка БЛ, намагниченность в к-рой ориентирована вдоль поля. Т. о., ЦМД может находиться в промежуточном состоянии со значением S между  $0$  и  $1/2$ .

Статическое состояние ЦМД характеризуется тройкой чисел ( $S, L, P$ ) и спиральностью доменной стенки; здесь индекс состояния S — целое или нулевое число, L — число блоховских линий (чётное), P — число блоховских точек. Для не сильно закрученных доменных стенок (малые индексы S) характерно асимметричное распределение БЛ вдоль контура домена (рис. 4). Этот эффект получил название кластеризации ВБЛ (Хуберт, 1973; Слончевский, 1974) и обусловлен конкуренцией между магнитостатической и обменной энергиями.

Если число БЛ в стенке ЦМД достаточно велико, то такой домен является жёстким. Для реальных жёстких ЦМД S порядка 30—100. При уменьшении поля смещения жёсткие ЦМД испытывают эллиптизм. Неустойчивость, однако они не растягиваются до бесконечности, а принимают форму эллипса определённого размера. В свою очередь, эллипсоидальные ЦМД при дальнейшем уменьшении поля преобразуются в домены, имеющие форму гантели. Жёсткие

ЦМД нежелательны в ЦМД-устройствах, поэтому для их подавления в поверхностный слой ЦМД-плёнки имплантируют атомы H, He, Ne, а также выращивают многослойные плёнки с малой анизотропией в поверхностном слое либо наносят на поверхность тонкий слой пермаллоя. Наб. сильно различия между состояниями ЦМД проявляются в динамич. экспериментах.

**Динамические свойства ЦМД.** Под действием магн. поля смещения, не однородного в плоскости плёнки, ЦМД перемещаются в область с более слабым полем смещения, где их энергия понижается. Движению ЦМД препятствуют сила вязкого трения и коэрцитивная плёнки. Первая из них обусловлена сопровождающим движение ЦМД неравнов. спинов в плёнке и, следовательно, диссипацией энергии. Вторая связана с несовершенством структуры плёнки: дефекты структуры затрудняют перемещение ЦМД в плёнке. В результате скорость движения ЦМД определяется выражением

$$v = \frac{\eta_+}{2} \left( \Delta H_z - \frac{8}{\pi} H_c \right),$$

где  $\Delta H_z$  — изменение напряжённости поля на расстоянии, равном диаметру ЦМД;  $\eta_+$  — подвижность доменной стенки;  $H_c$  — коэрцитивная сила материала (Перески, 1969). Типичные значения этих величин в ЦМД-материалах:  $\eta_+ \approx 10^2 - 10^3 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1} \text{ А}^{-1}$ ,  $\Delta H_z \approx 80 - 400 \text{ А/м}$ ,  $H_c \approx 80 \text{ А/м}$ ,  $v \approx 1 - 10 \text{ м/с}$ .

Важнейший результат исследований 1970-х гг. — открытие эффекта отклонения траектории поступат. движения ЦМД от направления градиента внеш. поля смещения. Отклонение ЦМД вызывается неэнергич. гироскопич. силой, действующей на движущийся участок стенки, характеризующийся разворотом вектора намагниченности но азимутальному углу  $\phi$ , независимо от того, локализовано ли изменение  $\phi$  в блоховской линии или распределено непрерывным образом вдоль стенки домена, как в ЦМД с  $S = 1$  (рис. 4) (см. также Доменная стенка динамика). Гироскопич. сила  $F_\theta$ , действующая на ЦМД, зависит от суммарного разворота угла  $\phi$  вдоль стенки домена (т. е. от ср. индекса S):

$$F_\theta = \frac{4\pi M_s}{\gamma} hS[\eta v];$$

здесь  $\gamma$  — гиромагн. соотношение;  $\eta$  — единичный вектор, направленный против намагниченности внутри домена;  $v$  — скорость смещения домена.

Движение ЦМД определяется одноврем. действием продвигающей силы со стороны внеш. поля, силы вязкого трения, коэрцитивной и гироскопич. сил (рис. 6). Вели-

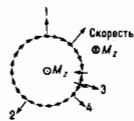


Рис. 6. Направление действия сил внешнего поля (1), вязкого трения (2, 3) и гироскопической силы (4) на движущегося ЦМД с  $S = +2$  (1 — фарадеевская сила, 2 — сила вязкого трения, 3 — добавочная сила вязкого трения из-за петлевых линий).

чина и знак угла сноса ЦМД зависит от индекса ЦМД; при  $S = 0$  ЦМД движется вдоль проекции градиента поля смещения на плоскость плёнки. При очень большой плотности ВБЛ (жёсткие ЦМД) угол сноса ЦМД стремится к  $\pm 90^\circ$ .

При включении или выключении магн. поля в плоскости плёнки возможно движение ЦМД и без внешнего продвигающего градиентного поля смещения. Это движение (т. н. а в т о д в ж е н и е) характерно для ЦМД со сложной структурой доменной стенки и связано с перемещением БЛ вдоль стенки ЦМД при изменении внеш. поля.

Воздействие тангенциального магн. поля может приводить также к переходам между состояниями ЦМД. Особенно хорошо исследованы переходы между состояниями  $(1, 2, 0)^+$ ,  $(1, 0, 0)^+$ ,  $(1, 0, 0)^-$  и  $(1, 2, 0)^-$ .

Сущность влияния на поведение ЦМД при больших эко-рохтах их движения оказывает скручивание спино в доменной стенке. На заднем верхнем и переднем нижнем краях домета, где проекция скорости на нормаль к плоскости доменной стенки максимальна, происходит зарождение блоховских пестей, или горизонтальных блоховских линий (ГБЛ). Под действием гиротропных сил зарождающиеся ГБЛ перемещаются в глубь плёнки. Если ГБЛ достигают противоположной поверхности, то это приводит к появлению двух пар ВБЛ на противоположных краях боковой поверхности ЦМД. Затем происходит зарождение следующей пары ГБЛ и т. д. Многократное повторение описанного процесса приводит к образованию большого числа динамически захваченных ГБЛ и ВБЛ, к-рые, увеличивая диссипативную силу, снижают скорость ЦМД, что, в конечном итоге, приводит к насыщению скорости ЦМД. Угол сноса при этом не изменяется, т. к. в каждой паре ВБЛ имеют разные знаки.

Поскольку доменные стенки с БЛ разного знака не обходятся статич. устойчивостью, то при выключении поля смещения динамически захваченные БЛ начинают раскручиваться (аппигидировать), что приводит к движению ЦМД по инерции (балистич. последствие). Прорыв ГБЛ на поверхность плёнки может сопровождаться также хаотич. изменениями скорости и угла сноса ЦМД.

**Решётка ЦМД.** При увеличении плотности ЦМД в плёнке вследствие существования в системе доменов магнитостатич. сил отталкивания неупорядоченная совокупность образовавшихся ЦМД выстраивается в гексагональную решётку ЦМД (рис. 2, в). Решётка ЦМД характеризуется периодом  $L$  и диаметром ЦМД  $d$ . Поскольку в решётке ЦМД на каждый домен действует магн. поле рассеяния от соседних доменов, то для сохранения прежнего размера удлинённого ЦМД требуется меньше внеш. поле смещения.

Эллиптич. искажения формы ЦМД в решётке при уменьшении напряжённости поля подмагничивания развиваются только в том случае, когда плотность доменов невелика, т. е.  $L \gg d$ . Если плотность доменов в решётке достаточно велика ( $L \approx d$ ), то эллиптич. искажения не возникают и снижение напряжённости магн. поля приводит к искажениям круговой формы доменов: ЦМД приобретают шестиугольную форму (сотовая доменная структура; рис. 2, з). Решётка при этом сохраняет устойчивость не только при  $H=0$ , но и в поле  $H$ , параллельном направлению  $M$  внутри ЦМД.

Гексагональная ЦМД-решётка имеет три основные моды колебаний: оптическую, соответствующую синфазным радиальным колебаниям ЦМД, и две акустические, соответствующие трансляционным смещениям ЦМД в двух направлениях. Деформационные волны акустич. типа аналогичны звуковым волнам в упругих средах. Возбудить такие волны можно пространственно неоднородным в плоскости плёнки импульсным или ВЧ-полем. Наличие ВБЛ в границе ЦМД и появление эллипсидных и гиротропных эффектов обуславливают гибридность оптич. и акустич. мод деформационных волн и приводят к появлению коллективных мод ЦМД.

Сильная взаимосвязь радиальной и трансляционных мод деформационных волн в ЦМД-решётке приводит к эффектам *спонтанного нарушения симметрии*. В поле смещения, по напряжённости близких к напряжённости поля коллапса гексагональной ЦМД-решётки, возникающая под влиянием случайных возмущений деформационная волна с волновым вектором  $k=4\pi/L$  вызывает динамич. неустойчивость решётки, сопровождающуюся спонтанным коллапсом каждого третьего ЦМД. Лавинный процесс коллапса ЦМД сопровождается затем перестройкой исходной решётки в решётку с прежней симметрией, но с большим периодом. При дальнейшем увеличении магн. поля процесс повторяется. Полностью

решётка ЦМД исчезает только при значении магн. поля, равного значению поля коллапса удлинённого домета.

**Применение ЦМД.** Свойства ЦМД (устойчивость в нек-ром интервале полей смещения, подвижность, возможность управлять их движением, способность находиться в разл. состояниях и т. д.) определяют их применимость в устройствах обработки информации. ЦМД-устройство состоит из ряда функциональных элементов, обеспечивающих генерацию, продвижение, переключение и детектирование ЦМД. Идея таких устройств состоит в следующем. Пусть в плёнке к-л. способом сформирован канал, вдоль к-рого могут перемещаться с заданной скоростью ЦМД (канал продвижения ЦМД). Информация представляется в двоичном коде по принципу «наличие — отсутствие» ЦМД. В определ. позициях канала формируют генератор и детектор ЦМД, выполняющие те же функции, что головки записи и считывания в устройствах с подвижными магн. носителями информации. Генератор преобразует поступающие на его вход от внешнего электронного устройства эл.трич. импульсы в ЦМД, детектор производит обратное преобразование. Важное отличие ЦМД-устройств заключается в том, что в них не требуется механич. перемещений к-л. элементов.

Наиб. часто используются *доменопроводящие структуры*, представляющие собой аппликации определ. формы (напр., в виде Т; рис. 7, а, б) из магнитно-мягкого мате-

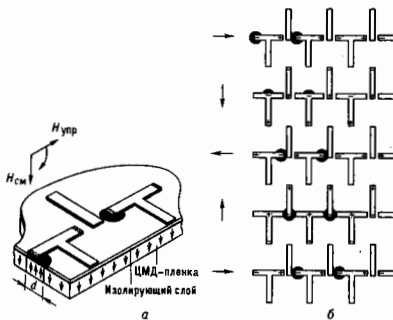


Рис. 7. а — Доменопроводящая Т-структура из пермалловых аппликаций;  $H_{норм}$  и  $H_{танг}$  — магнитные поля смещения и управления,  $d$  — диаметр ЦМД; б — схема перемещения ЦМД вдоль Т-структуры.

риала (обычно пермаллоя). При намагничивании пермалловых аппликаций управляющим магн. полем, ориентирован. в плоскости плёнки, на их краях возникает магн. полюса. ЦМД притягиваются к отрицат. полюсам аппликаций, т. е. создается магнитостатич. ловушка. При вращении управляющего магн. поля в плоскости плёнки потенциальные ямы перемещаются вместе с ЦМД, а в узком зорере между аппликациями ЦМД переходит на соседнюю аппликацию и продолжает движение по её периметру. За один полный поворот управляющего поля в плоскости плёнки происходит перемещение ЦМД на один период доменопроводящей структуры. Тактовая частота обращения управляющего поля ( $10^5 - 10^6$  Гц) определяет быстродействие ЦМД-устройств. Величина периода структуры и расстояние между каналами должны быть больше или порядка  $4d$ , с тем чтобы исключить взаимодействие ЦМД. Эта величина определяет плотность записи в ЦМД-устройствах ( $6 \cdot 10^6$  бит/см<sup>2</sup> при  $d=1 \mu\text{м}$ ). Предельная плотность записи информации на ферромагнитных плёнках составляет  $3 \cdot 10^7$  бит/см<sup>2</sup>. Доменопроводя-



ющая структура создаётся *фото.аппаратом* или методом *ионной имплантации*.

Считывание информации производится при помощи магниторезистивного датчика: проходящий через детектор ЦМД своим магн. полем изменяет электрич. сопротивление магн. плёнки детектора.

Построение запоминающих устройств возможно также на ЦМД-решётках. Поскольку ЦМД-решётка не может иметь вакансий, то информация представляется не самими ЦМД, а коловыми состояниями их границ. В практич. схемах для представления двоячной информации используются ЦМД с простой блоховской границей ( $S=1$ ) и двумя ВБЛ ( $S=0$ ).

Для записи информации используются также неподвижные ЦМД, образующиеся под действием лазерного импульса в высококоэрцитивных магн. плёнках (напр., в аморфных плёнках интерметаллич. соединений редкоземельных и переходных металлов типа Tb—Fe, Gd—Co, Tb—Fe—Co и т. д.). Они применяются в разработанных в сер. 1980-х гг. магнитооптич. дисках, обладающих большой плотностью записи информации ( $10^7$  бит/см<sup>2</sup>) и высоким быстродействием.

*Лит.: Бобек Э., Делла Торре Э., Цилиндрические магнитные домены, пер. с англ., М., 1977; Эшенфельдер А., Физика и техника цилиндрических магнитных доменов, пер. с англ., М., 1983; О'Делл Т., Ферромагнитодинамика, пер. с англ., М., 1983; Элементарные и устройства на цилиндрических магнитных доменах. Справочник, под ред. Н. Н. Евтижнева, Б. Н. Наумова, М., 1987. А. К. Звездин, Г. В. Сайко.*

**ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ** (функции Бесселя) — решения  $Z_v(z)$  ур-ния Бесселя

$$z^2 \frac{d^2 Z}{dz^2} + z \frac{dZ}{dz} + (z^2 - \nu^2)Z = 0, \quad (1)$$

где параметр (индекс)  $\nu$  — произвольное действительное или комплексное число. В приложениях чаще встречается ур-ние, зависящее от четырёх параметров:

$$v'' + \frac{1-2\alpha}{z} v' + \left( \beta^2 \gamma^2 z^2 - \nu^2 + \frac{\alpha^2 \gamma^2}{z^2} \right) v = 0, \quad (2)$$

решения к-рого выражаются через Ц. ф.:  $v(z) = z^\alpha Z_\nu(\beta z^\gamma)$ . Среди ур-ний (2) содержится ур-ие  $v'' - \nu v = 0$ , к-рое порождает *Эйри функции*.

Ц. ф. *произвольного порядка*. Если  $\nu$  не является целым числом, то общее решение ур-ния (1) имеет вид

$$Z_\nu(z) = c_1 J_\nu(z) + c_2 J_{-\nu}(z),$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — постоянные,  $J_\nu$  и  $J_{-\nu}$  — ф-ции Бесселя 1-го рода (или Ц. ф. 1-го рода, рис. 1, а). Если  $\nu$  — целое, то  $J_\nu$  и  $J_{-\nu}$  линейно зависимы. Поэтому наряду с  $J_\nu(z)$  вводят ф-ции Бесселя 2-го рода (рис. 1, б)  $Y_\nu(z)$  (иногда их наз.

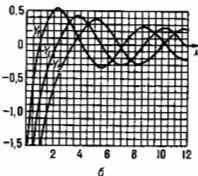
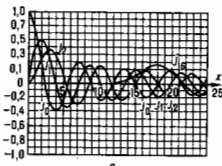


Рис. 1. Графики функций  $J_\nu$  и  $Y_\nu$  вещественного аргумента  $x$  для некоторых целых значений  $\nu$ .

ф-циями Неймана или ф-циями Вебера и обозначают  $N_\nu(z)$ ]:

$$Y_\nu(z) = \frac{1}{\sin \pi \nu} [J_\nu(z) \cos \pi \nu - J_{-\nu}(z)].$$

При помощи этих ф-ций общее решение (1) можно всегда записать в виде

$$Z_\nu(z) = c_1 J_\nu(z) + c_2 Y_\nu(z).$$

Для приложений важны и др. решения (1) — ф-ции Бесселя 3-го рода, или ф-ции Ханкеля (Ганкеля) 1-го и 2-го рода  $H_\nu^{(1)}(z)$  и  $H_\nu^{(2)}(z)$ :

$$H_\nu^{(1)}(z) = J_\nu(z) + i Y_\nu(z), \quad H_\nu^{(2)}(z) = J_\nu(z) - i Y_\nu(z).$$

Связь между различными Ц. ф.:

$$J_\nu(z) = \frac{1}{2} [H_\nu^{(1)}(z) + H_\nu^{(2)}(z)], \quad Y_\nu(z) = \frac{1}{2i} [H_\nu^{(1)}(z) - H_\nu^{(2)}(z)],$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = \frac{J_{-\nu}(z) - e^{-i\pi\nu} J_\nu(z)}{i \sin \pi \nu}, \quad H_\nu^{(2)}(z) = \frac{e^{i\pi\nu} J_\nu(z) - J_{-\nu}(z)}{i \sin \pi \nu},$$

$$Y_\nu(z) = \frac{\cos \pi \nu J_\nu(z) - J_{-\nu}(z)}{\sin \pi \nu}, \quad J_{-\nu}(z) = (-1)^\nu J_\nu(z) \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots),$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = e^{i\pi\nu} H_\nu^{(2)}(z), \quad H_\nu^{(2)}(z) = e^{-i\pi\nu} H_\nu^{(1)}(z).$$

Разложения в ряды:

$$J_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{\nu+2k}}{k! \Gamma(\nu+k+1)},$$

$$H_\nu^{(1,2)}(z) = J_\nu(z) \pm i \pi \left\{ 2 J_\nu(z) \ln \frac{z}{2} - \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \left( \frac{z}{2} \right)^{2k-n} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{\nu+2k}}{k!(n+k)!} [\Psi(n+k+1) + \Psi(k+1)] \right\},$$

$$Y_\nu(z) = \frac{1}{\pi} \left\{ 2 J_\nu(z) \ln \frac{z}{2} - \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \left( \frac{z}{2} \right)^{2k-n} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{\nu+2k}}{k!(n+k)!} [\Psi(n+k+1) + \Psi(k+1)] \right\};$$

при  $n=0$  первую из сумм следует полагать равной нулю,  $\Psi$  — логарифмическая производная гамма-функции,  $\Psi(1) = \Gamma'(1) = -\gamma$ , постоянная Эйлера  $\gamma = 0,577215$ .

Интегральные представления Пуассона для ф-ций Бесселя 1-го рода  $J_\nu(z)$  и ф-ций Ханкеля  $H_\nu^{(1,2)}(z)$

при  $\text{Re} \nu > -\frac{1}{2}$ :

$$J_\nu(z) = \frac{(z/2)^\nu}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu+1/2)} \int_{-1}^1 (1-t^2)^{\nu-1/2} \cos zt \, dt,$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi z}} \frac{\exp[i(z-\pi\nu/2-\pi/4)]}{\Gamma(\nu+1/2)} \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1/2} \times \times \left( 1 + \frac{it}{2z} \right)^{\nu-1/2} dt,$$

$$H_\nu^{(2)}(z) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi z}} \frac{\exp[-i(z-\pi\nu/2-\pi/4)]}{\Gamma(\nu+1/2)} \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1/2} \times \times \left( 1 - \frac{it}{2z} \right)^{\nu-1/2} dt.$$

Интегральные представления Зоммерфельда:

$$J_\nu(z) = \frac{1}{2\pi} \int_C \exp(iz \sin \varphi - i\nu \varphi) d\varphi,$$

$$H_v^{(1)}(z) = -\frac{1}{\pi} \int_C \exp(iz \sin \varphi - iv \varphi) d\varphi,$$

$$H_v^{(2)}(z) = \frac{1}{\pi} \int_{C_+} \exp(iz \sin \varphi - iv \varphi) d\varphi$$

(контуры  $C_1, C_+, C_-$  изображены на рис. 2). При  $v = n$  (где  $n$  — целое)

$$J_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iz \sin \varphi - in \varphi) d\varphi,$$

$$\exp(iz \sin \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\varphi}.$$

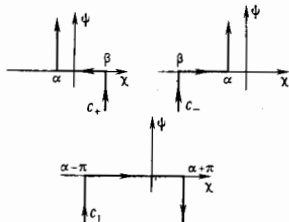


Рис. 2. Контуры интегрирования  $C_+$  и  $C_-$  ( $\varphi = \chi + i\psi$ ). Числа  $\alpha$  и  $\beta$  связаны соотношением  $\beta = \alpha \pm \pi$ .

Рекуррентные соотношения и ф-лы дифференцирования:

$$Z_{v-1}(z) + Z_{v+1}(z) = \frac{2v}{z} Z_v(z),$$

$$Z_{v-1}(z) - Z_{v+1}(z) = 2Z'_v(z),$$

$$\left(\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n [z^\nu Z_\nu(z)] = z^{\nu-n} Z_{\nu-n}(z),$$

$$\left(-\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n [z^{-\nu} Z_\nu(z)] = z^{-\nu+n} Z_{\nu+n}(z)$$

[ $Z_\nu(z)$  — любая из ф-ций  $J_\nu(z), Y_\nu(z), H_{\nu}^{(1,2)}(z)$ ].

Ц. ф. полуцелого порядка. Ц. ф. превращаются в элементарные тогда и только тогда, когда  $v$  принимает полуцелые значения ( $v = n + 1/2$ ):

$$J_{1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin z, \quad Y_{1/2}(z) = -\sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos z,$$

$$H_{1/2}^{(1,2)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{\pm i(z - \pi/2)},$$

$$J_{n-1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} z^n \left(-\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n \cos z \quad (n=0, 1, \dots),$$

$$H_{n-1/2}^{(1,2)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} z^n \left(-\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n e^{\pm iz} \quad (n=0, 1, \dots),$$

$$Y_{n-1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} z^n \left(-\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n \sin z \quad (n=0, 1, \dots).$$

Асимптотическое поведение Ц. ф. Для  $|z| \gg 1$ ,  $|z| \gg v$  имеют место оценки:

$$J_\nu(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left\{ \cos\left(z - \frac{\pi\nu}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \left[ \sum_{m=0}^{M-1} (-1)^m \frac{(v, 2m)}{(2z)^{2m}} + O(|z|^{-2M}) \right] - \sin\left(z - \frac{\pi\nu}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \left[ \sum_{m=0}^M (-1)^m \frac{(v, 2m+1)}{(2z)^{2m+1}} + O(|z|^{-2M-1}) \right] \right\}$$

$$(-\pi < \arg z < \pi);$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \exp\left[i\left(z - \frac{\pi\nu}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} \frac{(v, m)}{(-iz)^m} + O(|z|^{-M}) \right\}$$

$$(-\pi < \arg z < 2\pi).$$

Здесь  $(v, m) = \Gamma(1/2 + v + m) / [m! \Gamma(1/2 + v - m)]$  — т. н. символ Ханкеля. Выражение для  $H_\nu^{(2)}(z)$  аналогично выражению для  $H_\nu^{(1)}(z)$ , в к-ром (при  $-2\pi < \arg z < \pi$ )  $i$  надо заменить на  $-i$ .

Интеграл Фурье—Бесселя:

$$f(x) = \int_0^\infty k F(k) J_\nu(kx) dk,$$

$$F(k) = \int_0^\infty x f(x) J_\nu(kx) dx.$$

Теорема сложения Графа:

$$Z_\nu(kR) e^{i\nu\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr) Z_{\nu+n}(k\rho) e^{in\theta}, \quad (r < \rho).$$

Теорема сложения Гегенбауэра:

$$\frac{Z_\nu(kR)}{(kR)^\nu} = 2^\nu \Gamma(\nu) \sum_{n=0}^{\infty} (v+n) \frac{J_{\nu+n}(kr) Z_{\nu+n}(k\rho)}{(kr)^\nu (k\rho)^\nu} C_\nu^\nu(\mu), \quad (r < \rho).$$

Здесь  $r, R$  — стороны произвольного треугольника;  $\psi$  — угол, лежащий между сторонами  $R$  и  $r$ ;  $\mu = \cos \theta$ ;  $\theta$  — угол между сторонами  $r$  и  $R$ ;  $k$  — произвольное число;  $C_n^\nu(\mu)$  — полином Гегенбауэра (см. *Произвольные полиномы*);  $Z_\nu(z)$  — любая из ф-ций  $J_\nu(z), Y_\nu(z), H_\nu^{(1,2)}(z)$ .

Разложение сферич. волны по полиномам Лежандра:

$$\frac{e^{i\mu R}}{R} = i\pi \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2) \frac{J_{n+1/2}(kr) H_{n+1/2}^{(1)}(k\rho)}{\sqrt{r} \sqrt{\rho}} P_n(\mu).$$

Разложение плоской волны по полиномам Лежандра:

$$e^{i\mu r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left(n + \frac{1}{2}\right) J_{n+1/2}(kr) P_n(\mu),$$

$k$  — волновой вектор;  $\mu = \cos \theta$ ;  $\theta$  — угол между векторами  $k$  и  $r$ .

Модифицированные ф-ции Бесселя (ф-ции Бесселя мнимого аргумента) — решения ур-ния

$$z^2 u'' + z u' - (z^2 + \nu^2) u = 0, \quad u(z) = Z_\nu(z).$$

Линейно независимыми решениями при  $z > 0$  являются ф-ции

$$I_\nu(z) = e^{-\nu \pi/2} J_\nu(iz), \quad K_\nu(z) = \frac{\pi}{2} e^{i\nu \pi/2} H_\nu^{(1)}(iz)$$

[рис. 3; ф-ция  $K_\nu(z)$  иногда наз. ф-цией Макдональда].

Интегральные представления Пуассона ( $\text{Re } \nu > -1/2$ ):

$$I_\nu(z) = \frac{(z/2)^\nu}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu+1/2)} \int_0^\infty \text{ch } z s (1-s^2)^{\nu-1/2} ds,$$

$$K_\nu(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \frac{1}{\Gamma(\nu+1/2)} \int_0^\infty e^{-s} s^{\nu-1/2} \left(1 + \frac{s}{2z}\right)^{\nu-1/2} ds.$$

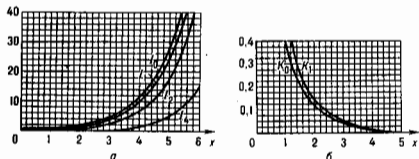


Рис. 3. Графики функций  $I_n$  и  $K_n$  вещественного аргумента  $x$  для некоторых целых значений  $n$ .

Интегральные представления Зоммерфельда для  $K_n(z)$  ( $\text{Re } z > 0$ ):

$$K_n(z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z \text{ch} \psi + \nu \psi) d\psi = \int_0^{\infty} \exp(-z \text{ch} \psi) \text{ch} \psi d\psi,$$

$$K_n(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{2}\right)^n \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(t + \frac{t^2}{4t}\right)\right] t^{-n-1} dt.$$

Асимптотическое поведение при  $z \rightarrow +\infty$ :

$$I_n(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right], \quad K_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right].$$

Связь между функциями  $I_n(z)$  и  $K_n(z)$ :

$$I_{-n}(z) = I_n(z), \quad K_{-n}(z) = K_n(z),$$

$$K_n(z) = \frac{\pi I_{-n}(z) - I_n(z)}{\sin \pi n}.$$

Разложение в ряды:

$$I_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2k+2n}}{k! \Gamma(k+n+1)},$$

$$K_n(z) = (-1)^{n+1} I_n(z) \ln \frac{z}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (n-k-1)!}{k!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k-n} + \frac{1}{2} (-1)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2k+n}}{k! (k+n)!} [\psi(n+k+1) + \psi(k+1)]$$

(при  $n=0$  первую сумму следует полагать равной нулю,  $\psi = \Gamma$ ).

Рекуррентные соотношения и ф-лы дифференцирования:

$$I_{n-1}(z) - I_{n+1}(z) = \frac{2\nu}{z} I_n(z),$$

$$I_{n-1}(z) + I_{n+1}(z) = 2I_n'(z), \quad I_0'(z) = I_1(z),$$

$$K_{n-1}(z) - K_{n+1}(z) = -\frac{2\nu}{z} K_n(z),$$

$$K_{n-1}(z) + K_{n+1}(z) = -2K_n'(z), \quad K_0'(z) = -K_1(z).$$

Ф-ции  $I_n(z)$  и  $K_n(z)$  полуцелого порядка:

$$I_{n-\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{z}{\pi z}} \left(\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n \text{ch } z \quad (n=0, 1, \dots),$$

$$K_{n-\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \left(\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n e^{-z} \quad (n=0, 1, \dots).$$

Лит.: Ватсон Г. Н. Теория бесконечных функций, пер. с англ., ч. 1, М., 1949; Вейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, пер. с англ., М., 1974; Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики, 2 изд., М., 1984; Справочник по специальным функциям..., пер. с англ., М., 1979. А. Ф. Никифоров.

**ЦИНК** (лат. Zincum), Zn,—хим. элемент побочной подгруппы II группы периодической системы элементов, ат. номер 30, ат. масса 65,39. В природе представлен 5 стабильными изотопами:  $^{64}\text{Zn}$  (48,6%),  $^{66}\text{Zn}$  (27,9%),  $^{67}\text{Zn}$  (4,1%),  $^{68}\text{Zn}$  (18,8%),  $^{70}\text{Zn}$  (0,6%). Конфигурация внеш. электронных оболочек  $3s^2 p^6 d^{10} 4s^2$ . Энергии последоват. ионизации (эВ): 9,394; 17,964; 39,722; 61,6; 86,3. Радиус атома Zn 139 пм, иона  $\text{Zn}^{2+}$  83 пм. Значение электроотрицательности 1,6. Работа выхода электрона 4,24 эВ.

Синева-белый металл с гексагональной плотноупакованной кристаллич. структурой; постоянные решетки:  $a=266,4$  пм;  $c=494,6$  пм.  $t_{\text{пл}}=419,5^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{кип}}=906-907^\circ\text{C}$ . Уд. теплотемпост. 25,4 Дж/(моль·К); уд. теплота плавления 7,24 кДж/моль. Плотн. 7,133 кг/дм<sup>3</sup> (при 25°C). Характеристич. темп-ра Дебая в пределах 305—319,7 К, темп-ра перехода в сверхпроводящее состояние 0,875 К. Температурный коэф. линейного расширения  $39,7 \cdot 10^{-6}$  (20—250°C). Магн. восприимчивость  $\chi = -0,175 \cdot 10^{-9}$  (при 20°C). Уд. электрич. сопротивление 0,0545 мкОм·м (при 0°C), температурный коэф. электрич. сопротивления при 0°C составляет  $4,17 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  и с ростом темп-ры до 100°C падает до  $3,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Механич. свойства Ц. зависят от характера его обработки. При 20°C для отожженного Ц. модуль нормальной упругости 99,2 ГПа, модуль сдвига 38 ГПа, модуль объемного расширения 69,4 ГПа. Тв. по Бринеллю 412 МПа.

В хим. соединениях проявляет степень окисления +2. На воздухе покрывается тонкой прочной пленкой оксида. Ц. используют для цинкования железа и его сплавов для предохранения от коррозии. Ц. входит в состав разл. сплавов: латуни (с медью), бронз (с медью и оловом), мельхиора (с никелем) и др. Ц. используют в аккумуляторах, электрич. батареях. Сульфид ZnS—наиб. распространенный люминофор. Оксид ZnO—белый пигмент—цинковые белила. Разл. соединения Ц. применяют в фармакологии. Соединение Ц. и сурьмы—антимонид Ц.—полупроводниковый материал. В качестве радиоакт. индикатора используют радионуклид  $^{65}\text{Zn}$  (электронный захват и  $\beta^-$ -распад,  $T_{1/2}=243,9$  сут). С. С. Бертоновос.

**ЦИРКОНИЙ** (лат. Zirconium), Zr,—хим. элемент IV группы периодической системы элементов, ат. номер 40, ат. масса 91,224, переходный металл. В природе представлен 5 стабильными изотопами:  $^{90}\text{Zr}$ — $^{92}\text{Zr}$ ,  $^{94}\text{Zr}$  и  $^{96}\text{Zr}$ , наиб. распространён  $^{90}\text{Zr}$  (51,47%), наименее —  $^{96}\text{Zr}$  (2,80%). Конфигурация внеш. электронных оболочек  $4s^2 p^6 d^2 5s^2$ . Энергии последоват. ионизации (эВ): 6,837; 13,13; 22,98; 34,32; 82,3. Радиус атома Zr 160 пм, иона  $\text{Zr}^{4+}$  82 пм. Значение электроотрицательности 1,4. Работа выхода электрона 3,9—4,1 эВ. Металлич. Ц. «прозрачен» для тепловых нейтронов (сечение захвата  $0,18 \cdot 10^{-28} \text{ м}^2$ ).

Светло-серый металл. Ниже 863°C устойчив  $\alpha$ -Zr с гексагональной плотноупакованной кристаллич. структурой, параметры решетки:  $a=322,3$  пм,  $c=514,7$  пм; при более высоких темп-рах [до  $t_{\text{пл}}=(1852-1855)^\circ\text{C}$ ] устойчив  $\beta$ -Zr с кубической объёмноцентрич. решёткой.  $t_{\text{кип}}=3600-3700^\circ\text{C}$ . Плотность 6,50 кг/дм<sup>3</sup>. Уд. теплотемпост.  $c_p = 25,3$  Дж/(моль·К), уд. теплота плавл. 14,6 кДж/моль. Характеристич. темп-ра Дебая в пределах 237—310 К. Температурный коэф. линейного расширения  $5,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (при 0—593 К). Парамагнетизм, магн. восприимчивость  $\chi = +1,4 \cdot 10^{-9}$  (при 18°C). Уд. электрич. сопротивление 0,46 мкОм·м (при 300 К), температурный коэф. электрич. сопротивления  $4,35 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  (при 273—473 К). Чистый Ц. (особенно полученный термич. разложением оксида  $\text{ZrI}_4$ ) высокопластичен, тв. иодидного нутра по Бринеллю 638—687 МПа, по Виккерсу—ок. 1 ГПа. Модуль нормальной упругости 96—99 ГПа.

В хим. соединениях обычно проявляет степень окисления +4. Характеризуется высокой коррозионной стойкостью не только по отношению к воздуху, но и к многим агрессивным средам (как кислотным, так и щелочным).

Ц., тщательно очищенный от его ближайшего аналога—гафия (сильно поглощающего тепловые нейтроны), применяют в реакторостроении. Так, для изготовления оболоч-

чек тепловыделяющих элементов используют циркалоид — сплав на основе Zr и Al. Сл. служит геттером, он — компонент мн. спец. сталей. Фторид  $ZrF_4$  применяется в волоконной оптике. Тугоплавкие оксид  $ZrO_2$  и карбид Ц. — перспективные керамич. материалы (кормсты), обладающие высокой твердостью и стойкостью к агрессивным средам при высоких темп.-рах. В качестве радиоакт. индикатора используют  $\beta^-$ -радиоактивный  $^{95}Zr$  ( $T_{1/2} = 63,98$  сут), при радиоакт. распаде к-рого образуется также  $\beta^-$ -радиоактивный  $^{95}Nb$ .

С. С. Березинов.

**ЦИРКУЛЯЦИЯ АТМОСФЕРЫ** — общая — совокупность воздушных течений над земной поверхностью, имеющих горизонтальные размеры, соизмеримые с размерами материков и океанов, а толщину от неск. км до десятков км. Структура Ц. а. определяется пространственным распределением атм. темп-ры и давления, вращением Земли, тепловиз. характеристиками и орографией её поверхности. Над большей частью Земли выше пограничного слоя *атмосферные течения Ц. а.* в ср. близи к геострофическим, и, поскольку давление в общем уменьшается к субэкваториальным зонам, характерной чертой Ц. а. является преобладание переноса воздуха с запада на восток. В тропосфере такой перенос господствует весь год, в стратосфере — зимой. Летом, из-за того что в стратосфере давление падает от высоких широт к низким, западные ветры в ней сменяются восточными. Поскольку в тропосфере горизонтальный градиент давления максимален на широте  $30-40^\circ$ , скорость ветра здесь также наибольшая. Кроме того, ср. скорость ветра растёт с высотой, достигая максимума вблизи тропопаузы. Из-за роста от лета к зиме меридиональных градиентов темп-ры, а следовательно, и давления ср. скорость течений Ц. а. зимой в  $1,5-2$  раза больше, чем летом. При экваториальных, т. е. направленных вдоль широтных кругов, потоках межширотный обмен воздухом невозможен и дефицит тепловой энергии у полюсов и избыток её в экваториально-тропич. зоне, связанные с различием в количестве поступающей в эти области лучистой энергии Солнца, должны всё время расти. Этого не происходит из-за того, что тепловой баланс поддерживается благодаря меридиональному переносу воздуха, происходящему гл. обр. в ниж. половине тропосферы. В умеренных широтах такой перенос осуществляется в осн. благодаря квазигоризонтальным длинным волнам, длина к-рых составляет неск. тысяч км. В гребнях и ложбинах таких волн происходит перераспределение тепла и количества движения между разл. широтами. Такому обмену благоприятствует нарушение устойчивости волн, приводящее к появлению в них возмущений, к-рые, обмениваясь энергией между собой и с осн. зональным потоком, отдают, кроме того, часть энергии подстилающей поверхности. Неустойчивость атм. волн растёт с увеличением горизонтальных препадов ветра и темп-ры в зональном потоке. Поскольку летом меридиалы ветра в атмосфере гораздо меньше, чем зимой, Ц. а. летом более устойчива. Нарушение устойчивости зонального потока облегчается у границы между океанами и материками, при обтекании горных хребтов и т. д. Атм. вихри большого масштаба, возникающие из-за неустойчивости длинных волн, порождают крупные циклоны и антициклоны, являющиеся важнейшими звеньями общей Ц. а. Наряду с ними меридиональный обмен осуществляется с помощью возникающих при нарушении устойчивости атм. фронтов, подвигших циклонов и антициклонов, к-рые можно считать элементами макротурбулентного обмена.

Ср. поле атм. давления в тропосфере характеризуется в каждом полушарии наличием около широты  $60^\circ$  зоны пониженного, а у широты  $30^\circ$  — повышенного давления. Эти зоны состоят из существующих в течение всего года отд. крупных квазистационарных циклонов и антициклонов — центров действия атмосферы. В атмосфере имеются также сезонные центры действия, возникающие из-за различия термич. условий над материками и океанами. Примером их может служить антициклон, образующийся зимой над выхоленной территорией Сибири и Монголии.

Наличие пояса повышенного давления в субтропиках и субэкваториальной циклонич. зоны приводит в ниж. половине тропосферы к образованию устойчивых ветров — пассатов в экваториально-тропич. зоне (северо-восточных в северном и юго-восточных в южном полушарии) и к преобладанию восточных ветров в полярных областях. Сезонные различия давления над материками и океанами обуславливают появление муссонов — устойчивых воздушных потоков, меняющих своё направление на противоположное от зимы к лету. Примером их служат летний юго-западный и зимний северо-восточный муссоны в сев. части Индийского океана. Сильнее всего муссоны развиты над Восточной и Южной Азией.

Ц. а. — один из главных климатообразующих факторов, а её характеристики в любой момент времени в значит. степени определяют погоду. Поскольку в течение года меняются приток солнечной энергии и радиац. характеристики (коэф. поглощения, отражения и т. д.) подстилающей поверхности, Ц. а. также имеет годовой хол. Многолетняя периодичность активности Солнца, по-видимому, приводит к появлению периодичности в интенсивности и характере Ц. а.

Лит. см. при ст. *Атмосфера*.

С. М. Шметер.

**ЦИРКУЛЯЦИЯ СКОРОСТИ** — кинематич. характеристики течения жидкости или газа, служащая мерой завихренности течения. Ц. с. представляется произвольным интегралом по замкнутой кривой  $L$  от произведения проекции скорости  $v$  на касательную к кривой на элемент длины этой кривой  $dr$ :

$$\Gamma = \oint_L v \cos(\alpha) ds = \int_L (v_x dx + v_y dy + v_z dz) = \oint_L v dr,$$

где  $v$  — модуль скорости,  $v_x, v_y, v_z$  — проекции скорости на оси координат,  $dx, dy, dz$  — проекции направленного элемента  $dr$  дуги  $L$  на те же оси. По *Стокса формуле* Ц. с. связана с потоком вихря  $\omega = \text{rot } v$  через произвольную поверхность  $S$ , опирающуюся на кривую  $L$ , равенством

$$\Gamma = \int_S \text{div } \omega ds.$$

Согласно кинематич. теореме Томсона (Кельвина), индивидуальная, или субстанциональная, производная по времени от Ц. с. по жидкому (состоящему всё время из одних и тех же частиц) замкнутому контуру равна циркуляции ускорения по тому же контуру (точка над буквой — символ индивидуальной производной по времени):

$$\frac{d}{dt} \Gamma(v) = \frac{d}{dt} \oint_L v dr = \Gamma(v) = \oint_L v dr.$$

Если Ц. с. равна нулю по любому контуру, проведённому внутри жидкости, то течение жидкости — безвихревое, или потенциальное, и потенциал скоростей — однозначная ф-ция координат. Если же Ц. с. по нек-рым контурам отлична от нуля, то течение жидкости либо вихревое в соответственных областях, либо безвихревое, но с неоднородным потенциалом скоростей (область течения многовязная). В случае потенц. течения в многовязной области Ц. с. по всем контурам, охватывающим одни и те же твёрдые границы, имеет одно и то же значение. Ц. с. широко используется как характеристика течений идеальной (без учета вязкости) жидкости. По динамич. теореме Томсона (Кельвина) Ц. с. по замкнутому жидкому контуру остаётся постоянной во время движения, если, во-первых, жидкость является идеальной, во-вторых, давление (газа) жидкости зависит только от плотности, в-третьих, массовые силы потенциальны, а потенциал однозначен. Для вязкой жидкости Ц. с. со временем изменяется вследствие диффузии вихрей. При плоском циркуляц. обтекании контура идеальной несжимаемой жидкостью, при к-ром скорость на бесконечности отлична от нуля, воздействие жидкости на контур определяется по *Жуковского теореме* и прямо пропорционально значению Ц. с.,

плотности жидкости и значению скорости потока на бесконечности. При плоском обтекании идеальной жидкостью крыла с острой задней кромкой величина  $\Pi$  с. определяется *Чанглингом* — Жуковского постулатом. При обтекании крыла конечного размаха, хорда к-рого в плане меняется,  $\Pi$  с. вдоль размаха крыла также меняется.

Лит. см. при с. *Механика*. Л. Г. Лойцянский.

**С-ЧЁТНОСТЬ** — то же, что *зарядовая чётность*.

**СО<sub>2</sub>-ЛАЗЕР** — газовой лазер, к-рый генерирует и усиливает эл.-магн. излучение на переходах между колебат. уровнями осн. электронного состояния молекулы двуокиси углерода. Генерация получена на большом числе (исск. тыся) колебательно-вращат. переходов в ср. ИК-диапазоне (рис. 1). Мощность генерации в непрерывном режиме достигает сотен кВт, энергия излучения в импульсном режиме — десятков кДж, кдл генерации — до 15—20%.

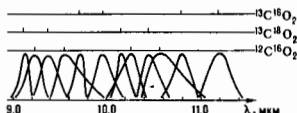


Рис. 1. Огибающие интенсивностей колебательно-вращательных переходов основных полос для изотопов СО<sub>2</sub>.

СО<sub>2</sub>-л. широко применяются в таких областях, как технология обработки материалов, лазерный УТС, научные исследования, селективная лазерная химия, лазерная термометрия и разделение изотопов, исследование окружающей среды, локация, связь и др.

Впервые генерация на молекулах СО<sub>2</sub> получена К. Пателом (С. К. N. Patel) в 1964 путём смешения углекислого газа с потоком молекул N<sub>2</sub>, возбуждённых в газовом разряде.

Молекула СО<sub>2</sub> линейна и в изотопических модификациях с одинаковыми атомами кислорода симметрична. В осн. электронном состоянии при  $J=0$  колебат. состояний, симметричных по отношению к перестановке атомов кислорода, вращат. квантовые числа  $J$  чётные, у антисимметричных состояний — нечётные. Поэтому в осн. полосах 9,4 мкм и 10,4 мкм (см. табл. и рис. 2) и соответствующих полосах секвенции ( $00^0v \rightarrow 10^0v-1, 02^0v-1$ ) существуют только переходы  $P$ - и  $R$ -ветви ( $J \rightarrow J-1$ ) и ( $J \rightarrow J+1$ ),  $J$ -вращательное квантовое число ниж. уровня перехода (см.

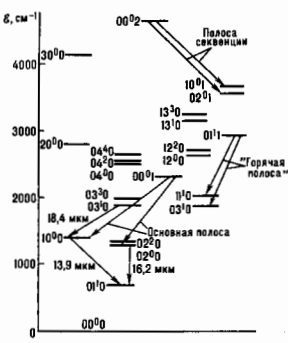


Рис. 2. Схема нескольких нижних колебательных уровней основной изотопической модификации (<sup>12</sup>С<sup>16</sup>О<sub>2</sub>) молекулы СО<sub>2</sub>. Стрелками обозначены некоторые лазерные переходы; наиболее сильные из них — с уровня 00<sup>0</sup>1 на уровни 10<sup>0</sup>0 и 02<sup>0</sup>0.

**Энергия некоторых лазерных колебательных уровней <sup>12</sup>С<sup>16</sup>О и длины волн λ переходов между ними**

Верхнее состояние			Нижнее состояние		
$v_1 v_2 v_3$	$\delta_2, \text{см}^{-1}$		$v_1 v_2 v_3$	$\delta_1, \text{см}^{-1}$	$\lambda, \text{мкм}$
02 <sup>0</sup> 0	1285,8		01 <sup>0</sup> 0	667,4	16,17
10 <sup>0</sup> 0	1388,1		01 <sup>0</sup> 0	667,4	13,88
00 <sup>0</sup> 1	2349,4		02 <sup>0</sup> 0	1285,8	9,40
00 <sup>0</sup> 1	2349,4		10 <sup>0</sup> 0	1388,1	10,40
03 <sup>0</sup> 0	1932,5		10 <sup>0</sup> 0	1388,1	18,37
01 <sup>0</sup> 0	3004,0		13 <sup>0</sup> 0	1932,5	9,33
01 <sup>1</sup> 0	3004,0		11 <sup>0</sup> 0	2076,9	10,79
00 <sup>0</sup> 2	4673,3		02 <sup>0</sup> 1	3612,8*	9,43
00 <sup>0</sup> 2	4673,3		10 <sup>0</sup> 1	3714,8*	10,43
10 <sup>0</sup> 1	3714,8		10 <sup>0</sup> 0	1388,1	4,30

\* Генерация была получена также на всех полосах секвенции  $00^0v \rightarrow 10^0v-1$  и  $00^0v \rightarrow 02^0v-1$  при  $v < 6$ .

*Молекулярные спектры*. [В обозначениях уровней квантовые числа  $v_1 v_2 v_3$  соответствуют числам квантов симметричного, деформационного и антисимметричного типов колебаний молекул (мод); число  $l$  связано с вырождением деформационной моды и определяет величину момента импульса колебательного движения, направленного вдоль оси молекулы.] При  $l \neq 0$  ограничений по чётности  $J$  нет; причём  $J \geq 1$ , в колебательно-вращат. спектре присутствуют также переходы  $Q$ -ветви  $J \rightarrow J$  [горизонт. полосы ( $01^1 \rightarrow 13^1 0, 11^1 0$ ), длинноволновые переходы]. Если атомы кислорода в молекуле относятся к разным изотопическим модификациям, то также нет ограничений по чётности  $J$  и в колебательно-вращат. спектре присутствуют переходы всех трёх ветвей независимо от величины  $l$ .

**Принцип действия СО<sub>2</sub>-л.** можно объяснить с помощью известной в *квантовой электронике* 4-уровневой схемы с учётом особенностей кинетики колебат. уровней молекул. Ниж. уровни колебат. мод в первом приближении можно рассматривать как расположенные эквидистантно но энергии состояния гармонических осцилляторов. При столкновениях одинаковых молекул переходы между уровнями одной моды имеют резонансный характер и происходят с частотой, как правило, значительно превышающей частоты накачки и столкновительной дезактивации. Вследствие этого устанавливается больши́мощное распределение населённости этих уровней, характеризующее колебат. темп-рой моды. Термодинамически неравновесный характер состояния молекул проявляется в отличие темп-род друг от друга и от темп-ры поступающих и вращат. степеней свободы молекул. Процессы преобразования энергии, в ходе к-рых образуется инверсная населённость, происходят между блоками уровней, принадлежащих к отд. модям. Энергии переходов между компонентами мультитлетов с отличающимися на единицу числом квантов деформационной моды не равны кванту этой моды, но различаются не слишком сильно. При темп-рах, характерных для большинства режимов работы СО<sub>2</sub>-л., распределение населённости уровней смешанных мод, пренебрегая незначительностью, можно считать больши́мощным с общей темп-рой.

Осн. процессы, определяющие населённость лазерных уровней молекул СО<sub>2</sub>, показаны на рис. 3. Уровень 00<sup>0</sup>1

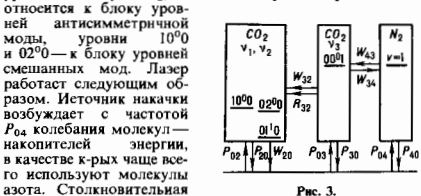


Рис. 3.

работает следующим образом. Источник накачки возбуждает с частотой  $F_{00}$  колебания молекул — накопителей энергии, в качестве к-рых чаще всего используют молекулы азота. Столкновительная

деактивация колебаний азота протекает очень медленно. Кванты колебаний N<sub>2</sub> и антисимметричной моды CO<sub>2</sub> почти одинаковы. Между N<sub>2</sub> и CO<sub>2</sub> происходит быстрый резонансный обмен квантами с частотами  $W_{13}$  и  $W_{34}$ , и энергия возбуждения передается антисимметричной моде, в т. ч. на верх. лазерный уровень. Столкновительная деактивация этой моды идет с частотой  $W_{32}$ , при этом энергия переходит в колебания смешанных мод и частично в тепловую. Под действием излучения между лазерными уровнями происходит индуцированные переходы с частотой  $R_{32}$ . Столкновительная деактивация смешанных мод происходит с частотой  $W_{20}$ , при этом энергия колебаний переходит в тепловую. Если  $W_{20} \gg W_{32}$ , то возникает эффект «узкого горла»: колебания молекулы азота и антисимметричной моды CO<sub>2</sub> возбуждаются значительно сильнее, чем колебания смешанных мод. Населенности ниж. лазерных уровней остаются почти не отличающимися от тепловых и оказываются меньшими населенности верх. лазерного уровня, т. е. возникает инверсная населенность. Накачка CO<sub>2</sub>-л. может производиться разл. способами. В общем случае источник накачки может возбуждать с частотами  $P_{03}$  и  $P_{02}$  антисимметричную и смешанные моды, а также дезактивировать моды с частотами  $P_{20}$ ,  $P_{30}$  и  $P_{40}$  соответственно.

Вследствие бальмановского распределения населенностей уровней мод инверсная населенность одновременно образуется и на большом числе переходов, соответствующих полосам секвестина и «горячим» полосам. Усиление на этих переходах значительно меньше, и для получения генерации на них в резонатор лазера вносят частотно-селективные потери, посредством к-рых подавляется генерация на более сильных переходах.

Благодаря большой скорости обмена квантами между антисимметричной модой и азотом релаксация запасающей в этих модах энергии происходит совместно. Эфф. время такой релаксации превышает обратную частоту релаксации антисимметричной моды:

$$\tau_{\text{эфф}} = (p_{\text{CO}_2} + p_{\text{N}_2}) / (p_{\text{CO}_2} W_{32}),$$

где  $p$  — соответствующие парциальные давления. В смесях CO<sub>2</sub> с азотом эффекта «узкого горла» не возникает. Чтобы обеспечить выполнение условия  $W_{20} \gg W_{32}$ , в смесь добавляют компоненты, к-рые ускоряют релаксацию смешанных мод, но мало влияют на дезактивацию антисимметричной моды. Лучшее всего этому требованию удовлетворяют атомы гелия, к-рые обычно входят в состав лазерных смесей. В нек-рых случаях с этой целью в состав смеси добавляют водяной пар или водород.

**Газоразрядные CO<sub>2</sub>-л.** Наиб. распространение получила накачка CO<sub>2</sub>-л. в газовом разряде. Этот способ накачки отличается высокой эффективностью преобразования электрич. энергии в энергию колебаний молекул азота и антисимметричной моды CO<sub>2</sub>, возможностью регулирования мощности накачки в довольно широких пределах, надежностью и доступностью аппаратуры (см. также *Газоразрядные лазеры*). Высокая эффективность газоразрядной накачки обусловлена рядом причин. Сечения возбуждения колеб. уровней азота электронным ударом велики и имеют резонансный характер. Энергии электронов, соответствующие максимумам сечений этих процессов, близки к ср. энергии электронов в тлеющем разряде в лазерных смесях. Сечения возбуждения колеб. уровней CO<sub>2</sub> электронным ударом тоже велики, их максимумы находятся в припороговой области, где энергия электронов несколько превышает энергию квантов колебаний мод. Учитывая, что квант колебаний деформационной моды примерно втрое меньше кванта колебаний азота, осн. доля мощности, в типичных условиях 70—85%, расходуется в разряде на возбуждение колебаний азота и антисимметричной моды.

Газоразрядные CO<sub>2</sub>-л. непрерывного действия. В процессе накачки в активной среде выделяется значит. мощность, что приводит к повышению сб темп-ры. Величина  $\tau_{\text{эфф}}$  при этом быстро уменьшается. В результате с ростом мощности накачки населенность верх. лазерного уровня сначала растёт, достигает максимума и затем

уменьшается. Населенность ниж. лазерного уровня с ростом темп-ры экспоненциально растёт. Вследствие этого существует оптимальная плотность мощности накачки, при превышении к-рой инверсная населенность начинает уменьшаться из-за перегрева газа. При оптимальной плотности мощности накачки темп-ра составляет 400—500 К. При темп-ре более 700—800 К инверсная населенность исчезает. Чтобы не допустить перегрева активной среды, необходимо обеспечить эфф. теплоотвод. Теплоотвод может производиться за счёт теплопроводности к охлаждаемым стенкам разрядной трубки либо конвективным способом посредством замены отработавшей порции газа. По способу теплоотвода различают CO<sub>2</sub>-л. с диффузионным и конвективным охлаждением (CO<sub>2</sub>-ЛДО и CO<sub>2</sub>-ЛКО).

Типовая схема простейшего CO<sub>2</sub>-ЛДО показана на рис. 4. Мощность генерации CO<sub>2</sub>-ЛДО можно оценить из

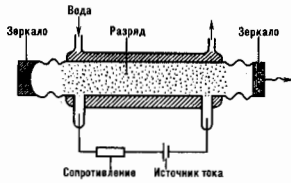


Рис. 4.

следующих соображений. Если  $W$  — мощность,  $\eta$  — эл.-опт. кпд генерации,  $L$  — длина,  $R$  — поперечный размер газоразрядной трубки,  $\Delta T$  — допустимый перепад темп-ры между центром и стенками трубки,  $\kappa_c$  — коэф. теплопроводности лазерной смеси, то

$$\frac{W}{R^2 L (1 - \eta)} \leq \kappa_c \frac{\Delta T}{R^2},$$

откуда  $W/L \leq (1 - \eta) \kappa_c \Delta T$ . Эл.-опт. кпд включает в себя кпд накачки  $\eta_{\text{на}}$ , к-рый показывает, какая часть эл.энерг. мощности, поступающей в разряд, расходуется на возбуждение колебаний молекул азота и антисимметричной моды CO<sub>2</sub>, квантовый кпд  $\eta_{\text{кв}} \approx 0,41$ , равный отношению энергии квантов излучения и накачки, кпд генерации  $\eta_{\text{ген}}$  и геометрич. коэф. заполнения активного объема излучением  $\eta_{\text{зап}}$ :  $\eta = \eta_{\text{на}} \eta_{\text{кв}} \eta_{\text{ген}} \eta_{\text{зап}}$ . Величина  $\eta_{\text{зап}}$  при хорошем согласовании объемов разряда и мод резонатора может составлять 0,6—0,8, но часто гораздо меньше. При условии, что коэф. прозрачности выходящего зеркала оптич. резонатора выбран оптимальным по мощности генерации,  $\eta_{\text{ген}} = (1 - \sqrt{\beta/\alpha})^2$ , где  $\beta$  — приходящаяся на единицу длины величина потерь на полный обход резонатора за исключением потерь на излучение во внеш. пространство,  $\alpha$  — показатель усиления. В целом  $\eta$  достигает 10—15%. Величина погонной мощности не превышает 50—70 Вт/м. Соответствующая этому ограничению плотность мощности накачки оказывается примерно на порядок меньше пороговой, при к-рой возможно развитие неустойчивости разряда. Чтобы увеличить мощность лазера, применяют длинные трубки (до 10—20 м). Для уменьшения габаритов трубки разделяют на секции длиной 2—4 м. Мощность CO<sub>2</sub>-ЛДО обычно не превышает 500—1000 Вт. Для повышения погонной мощности применяют разряды щелевой или кольцевой геометрии либо помещают большое число трубок (N) в общий резонатор. В первом случае погонная мощность может быть увеличена в  $H/d$  раз ( $H$  — ширина,  $d$  — толщина щели). Во втором случае возможно N-кратное увеличение погонной мощности сборки. Мощность таких лазеров достигает 10 кВт.

Важным в практич. отношении свойством CO<sub>2</sub>-ЛДО оказывается возможность длит. эксплуатации без замены газа (т. н. отпаянные лазеры). Срок службы определяется скоростью взаимодействия продуктов плазмозм. реакций

с конструкционными материалами активного элемента лазера. Совр. технологии изготовления активных элементов обеспечивают срок службы  $\approx 30\,000$  ч.

Конвективный тепловод производят двумя способами: прокачивают газ вдоль обычных газоразрядных трубок или поперёк разрядной промежутка (рис. 5). В случае (а) направления оптич. оси резонатора, потока газа и протекания тока параллельны. В случае (б) эти направления взаимно перпендикулярны. При продольной прокачке ско-

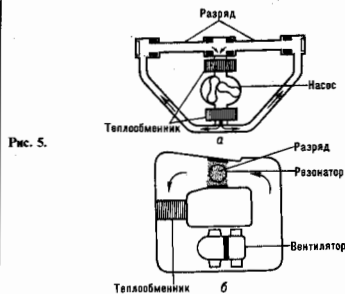


Рис. 5.

рость тепловода возрастает по сравнению с теплопроводностью в отношении  $1 + \tau_{\text{эф}}/\tau_{\text{полн}}$ , где  $\tau_{\text{эф}}$  — время диффузии на величину радиуса трубки,  $\tau_{\text{полн}}$  — время полёта газа через трубку. При интенсификации тепловода на порядок допустимому нагреву газа будет соответствовать плотность мощности накачки, близкая к порогу неустойчивости разряда в трубке. Погонная мощность генерации в случае продольной прокачки может быть увеличена до  $500\text{--}1000$  Вт/м. Т. к. длина трубок определяется требуемой интенсификацией тепловода, мощность таких лазеров пропорц. числу трубок и обычно не превышает  $2\text{--}5$  кВт.

В лазерах с поперечной прокачкой происходит прим. конвективный тепловод. Существует много конструкций газоразрядных камер, объем к-рых может достигать десятков литров. Погонная мощность определяется высотой и длиной разрядной камеры в направлении потока и макс. плотностью мощности накачки, при к-рой ещё возможно в данной конструкции камеры поддерживать устойчивый разряд. Для большинства конструкций эта величина лежит в пределах  $2\text{--}5$  Вт/см<sup>3</sup>. Мощность лазеров такого типа составляет  $5\text{--}20$  кВт. На рис. 6 показан общий вид одного



Рис. 6.

из таких лазеров (ТЛМ) мощностью 5 кВт. Он разработан в Научно-исследовательском центре по техпол. лазерам РАН. Наиб. высокие энергетич. параметры достигаются при применении газоразрядных камер, в к-рых разряд поддерживается за счёт внеш. ионизации пучком быстрых электронов. В этом случае плотность мощности накачки достигает десятков Вт/см<sup>3</sup>, мощность излучения — десятков кВт. Независимо от типа газоразрядных СО<sub>2</sub>-л. показатель усиления в непрерывном режиме составляет, как правило,  $0,5\text{--}1$  м<sup>-1</sup>.

Импульсные газоразрядные СО<sub>2</sub>-л. работают при повышенном давлении рабочей смеси (обычно атмосферном), но генерация получается и при давлениях в несколько десятков атмосфер. Разработаны методы, позволяющие поддерживать устойчивое горение тлеющих разрядов в больших объемах при повышенном давлении. Существует множество вариантов методов возбуждения, но все они могут быть отнесены к одному из двух типов разрядов. В первом из них в объеме разряда УФ- или рентг. излучением создается нач. концентрация электронов порядка  $10^4\text{--}10^8$  см<sup>-3</sup>. Затем прикладывается электрич. поле, достаточное для лавинной ионизации молекул. Она продолжается до тех пор, пока не будет достигнута концентрация электронов, при к-рой разряд переходит в стадию квазистационарного горения. На этой стадии происходит осн. вклад энергии. По своему типу такой разряд относится к самостоятельным. Второй тип разряда — несамостоятельный. Он протекает при условии, что пучком электронов с энергией  $100\text{--}300$  кэВ в объеме создается и поддерживается в течение всего импульса накачки концентрация электронов  $10^{11}\text{--}10^{14}$  см<sup>-3</sup>. Энергия в разряд вкладывается за счёт внеш. электрич. поля, не достаточного для ионизации молекул. К преимуществам этого метода относятся возможности выбора оптимальной величины электрич. поля для колесб. возбуждения азота и антисимметричной моды, оптимального (по энергии излучения) состава рабочей смеси и возможность регулировки длительности импульса в широких пределах. Недостатки — сложность установки в изготовлении и эксплуатации, её высокая стоимость.

На рис. 7 показана одна из удачных схем предионизации — излучением импульсного разряда вдоль поверхности диэлектрика. В этой схеме применяют электроды,

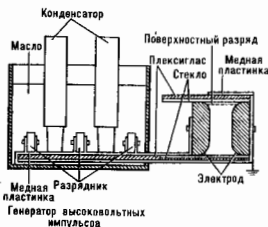


Рис. 7.

профиль к-рых подобран так, чтобы обеспечить однородное электрич. поле в промежутке, и генератор высоковольтных импульсов с удвоенным напряжением, коммутация в к-ром производится разрядниками. Сбоку от электродов находятся пластины из плексигласа и стекла. После подачи напряжения на электроды токи смешения замыкаются через пластины на электрод вдоль поверхности стекла. УФ-излучение возникающего при этом поверхностного разряда создает во всем объеме межэлектродного промежутка нач. ионизацию. Схема позволила получить однородный разряд при расстояниях между электродами до 10 см и уд. энергии излучения  $40\text{--}60$  Дж/л. Столь высокие показатели обычно получают только в ис-

темах с электронным пучком. Объём разряда в установках с УФ-резонансной достигают неск. литров, энергия излучения — неск. сотен джоулей при длительности импульса ок. 1 мкс.

На рис. 8 показано поперечное сечение разрядной камеры лазера с низонизацией электронным пучком. Её важнейший элемент — импульсный диод (электронная пушка) —

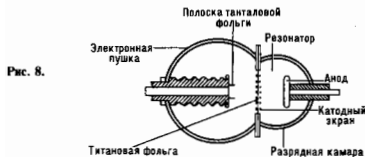


Рис. 8.

ускоритель электронов. Катод диода может быть термомиссионным, холодным с автоэлектронной эмиссией или плазменным. Плотности тока быстрых электронов от неск. А/см<sup>2</sup> до неск. мА/см<sup>2</sup> при длительности импульса от долей мкс до неск. десятков мкс. Диод отделён от разрядной камеры окном из тонкой титановой фольги. Междуподэлектродный промежуток в установках подобного типа достигает 35 см, объём разряда — сотен л, энергия импульсов излучения — неск. кДж.

Показатель усиления в импульсных газоразрядных СО<sub>2</sub>-л. обычно составляет от 1,5 до 3—4 м<sup>-1</sup>. Импульсные СО<sub>2</sub>-л. успешно работают при давлениях до 10—15 атм. При давлении более 5—7 атм ударное уширение становится примерно равным интервалу между колебательно-вращательными линиями полос. Это позволяет получить плавную перестройку частоты во всём диапазоне, показанном на рис. 1. В непрерывном режиме применение трубок диаметром 1—2 мм (т. е. волоконные лазеры) даёт возможность работать при давлении до 0,2—0,4 атм и существенно расширить диапазон перестройки частоты за счёт ударного уширения линий.

**Газодинамические СО<sub>2</sub>-л.** Накачка СО<sub>2</sub>-л. может производиться за счёт тепловой энергии. В этом случае лазер является тепловой машиной, непосредственно преобразующей теплоту в когерентное излучение. При нагреве газа возбуждаются поступательные, вращательные и в меньшей степени — колебательные степени свободы молекул. Если газ резко охладить, то энергия колебелат. степеней свободы может быть на некоторое время «заморожена». Для быстрого охлаждения применяют сверхзвуковое истечение газа через сопла. Лазеры, в к-рых используют такой метод получения инверсной населённости, называют *газодинамическими лазерами* (ГДЛ). Время охлаждения  $\tau^*$  можно оценить по высоте критич. сечения сопла  $h^*$  и скорости звука в нём  $c^*$ ,  $\tau^* \sim h^*/c^*$ . Если  $\tau_{\text{эфф}} > \tau^*$ , то при истечении энергия колебаний азота и антисимметричной моды СО<sub>2</sub> будет «заморожена», а энергия смешанных мод успеет перейти в тепловую. После расширения в газе в течение некоего времени будет существовать инверсная населённость. Для ускорения релаксации смешанных мод в рабочую смесь ГДЛ добавляют в небольшом кол-ве водяной пар. Условие образования инверсии в ГДЛ накладывает жёсткие ограничения на размер сверхзвуковых сопел. Они должны быть весьма миниатюрными, с высотой критич. сечения всего в неск. десятков мм. Чтобы получить значит. расход газа, применяют решётки из шелевых или конических сопел. Число сопел в решётках может достигать неск. сотен. Рабочую смесь ГДЛ получают в качестве продуктов сгорания топлива либо заранее приготовленную смесь нужного состава нагревают в теплообменниках, электрич. током в плазмотронах, в ядерных реакторах, в концентраторах солнечной энергии. ГДЛ представляют собой крупные энергетич. установки. Описан пример реализации ГДЛ с расходом рабочей смеси 14 кг/с и мощностью излучения до 150 кВт. Вероятно, существуют и бо-

лее крупные установки. Первоначально создание ГДЛ мотивировалось в осн. военными целями, но они могут успешно применяться и в технологич. отраслях тяжёлой промышленности. На рис. 9 изображён ГДЛ, установленный в одном из цехов Череповецкого металлургич. комбината. Он разработан в Ин-те высоких температур РАН.

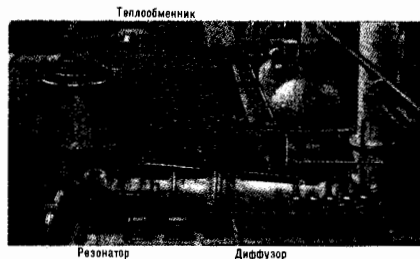


Рис. 9.

Определённым недостатком ГДЛ является низкий (<1%) кпд, связанный с неэффективностью тепловой накачки. Оценить мощность ГДЛ можно из следующих соображений. Учитывая, что рабочая смесь ГДЛ на 98—99% состоит из СО<sub>2</sub> и азота, при темп-ре нагревателя  $T_0$  на единицу массы газа приходится энергия колебаний молекул азота и антисимметричной моды СО<sub>2</sub>

$$\delta_{\theta} = \frac{R\theta}{\mu [\exp(\theta/T_0) - 1]}^{-1},$$

где  $\theta = 3380$  К — характеристическая темп-ра антисимметричной моды,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярная масса. Мощность генерации составит  $W = \dot{m} \delta_{\theta} \eta_{\text{л}} \eta_{\text{л}} \eta_{\text{к}} \eta_{\text{д}}$ , где  $\eta_{\text{л}}$  — кпд сопла, равный отношению энергии, запасённой в колебаниях молекул азота и антисимметричной моды СО<sub>2</sub> после расширения в сопле, к величине  $\delta_{\theta}$ ,  $\dot{m}$  — массовый расход газа. Остальные обозначения приведены выше при оценке мощности газоразрядных лазеров. Величина  $\eta_{\text{л}}$  зависит от высоты критич. сечения сопла, его геометрии и качества изготовления, состава смеси,  $T_0$  и ряда др. факторов и может достигать 0,4—0,5. В оптимальных условиях при  $T_0 = 1200$ —1300 К величина  $W/\dot{m}$  составляет 8—12 кВт/(кг/с). Она очень сильно зависит от  $T_0$ . Осн. усилия при разработках ГДЛ были направлены на её повышение. Однако это связано с большими технол. трудностями.

**Химические СО<sub>2</sub>-л.** Накачка СО<sub>2</sub>-л. может производиться непосредственно за счёт хим. энергии тех реакций, к-рые протекают с большой скоростью с высоким выходом колебательно возбуждённых молекул. Примером такой реакции является взаимодействие фтора с водородом или дейтерием. Фтористый дейтерий быстро обменивается энергией с антисимметричной модой СО<sub>2</sub>. При этом образуется инверсная населённость. На рис. 10 показана схема хим. СО<sub>2</sub>-л. в камеру сгорания по отд.

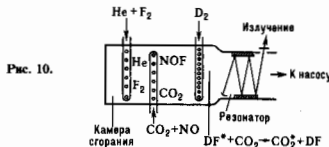


Рис. 10.



трубопроводам подаются реагенты. Закись азота добавляется, чтобы получить активный атомарный фтор, к-рый затем вступает в реакцию с дейтерием, образуя колебательно возбужденные молекулы (см. также *Химический лазер*). Известны примеры реализации таких лазеров (преим. для военных целей) с лазерными и сверхзвуковыми скоростями продуктов реакций.

*Лит.*: Соболев Н. Н., Соколов В. В., Оптические квантовые генераторы на CO<sub>2</sub>, «УФН», 1967, т. 91, в. 3, с. 425; Тынчик В. П., Мощные газовые лазеры, там же, с. 389; Карлов Н. В., Конев Ю. Б., Импульсные CO<sub>2</sub>-лазеры высокого давления, в кн.: Справочник по лазерам, пер. с англ., под ред. А. М. Прохорова, т. 1, М., 1978; Веденов А. А., Физика экстрозарядных CO<sub>2</sub>-лазеров, М., 1982; Карлов Н. В., Лекция по квантовой электронике, 2 изд., М., 1988; Голубев В. С., Лебедев Ф. В., Физические основы технологических лазеров, М., 1987; Очкин В. Н., Волновые газовые лазеры, М., 1986; Вят тем в В. Дж., CO<sub>2</sub>-лазер, пер. с англ., М., 1990. Ю. Б. Конев, В. Н. Очкин.

**CP-ИНВARIANTНОСТЬ** — инвариантность физ. теории относительно *комбинированной шперсии*. После того как в 50-х гг. было обнаружено нарушение *P*-чётности в слабом взаимодействии, Л. Д. Ландау заметил, что в пределах достигнутой то время эксперим. точности инвариантность относительно *CP*-преобразования сохраняется [1]. Однако в 1964 Дж. Кристиенсен, Дж. Кронин, В. Л. Фитч, Р. Терли [2] обнаружили редкий распад долгоживущего нейтрального K<sup>0</sup>-мезона на два π-мезона (π<sup>0</sup> или π<sup>±</sup>), что означало нарушение *CP*-и. До настоящего времени нарушение *CP*-и. наблюдалось только в распадах нейтральных *K*-мезонов. Наблюдаясь до 1988 нарушение *CP*-и. объясняется наличием малой мнимой части в амплитуде K<sup>0</sup> → R<sup>0</sup>-перехода:

$$|\eta_{00}| e^{i\phi_{00}} = \frac{A(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}$$

$$|\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} = \frac{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^+)}$$

где *A*(...) и φ — амплитуды и фазы соответствующих распадов. При этом несохранение *CP*-чётности целиком возникает за счёт смешивания состояний K<sup>0</sup> и K<sup>0</sup>, имеющих разную *CP*-чётность. Так, напр., распад K<sub>S</sub><sup>0</sup> → 2π происходит в два этапа: K<sub>S</sub><sup>0</sup> → K<sup>0</sup> → 2π, и только на первом этапе нарушается *CP*-чётность. Но в 1988 было обнаружено указание на возможное неравенство параметров η<sub>00</sub> и η<sub>+-</sub>, описывающих распады K<sub>S</sub><sup>0</sup> → 2π<sup>0</sup> и K<sub>S</sub><sup>0</sup> → π<sup>±</sup>π<sup>∓</sup> [3], к-рое объясняется несохранением *CP*-чётности в прямых амплитудах соответствующих распадов. В рамках совр. теории *электрослабого взаимодействия* наблюдаемое нарушение *CP*-чётности естеств. образом возникает за счёт комплексности констант взаимодействия кварков с дублетом *Хиггса бозонов*, определяющих смешивание кварков в слабых *заряженных токах*. Эта комплексность проявляется только при наличии трёх (или больше) поколений фермионов, но не наблюдается для случая одного или двух поколений. Малость нарушения *CP*-и. в распадах *K*-мезонов объясняется близостью матрицы смешивания кварков к единичной.

*CP*-и. предсказывает равенство вероятностей распадов частицы и античастицы в *CP*-сопряжённые состояния. Заметное нарушение *CP*-и. ожидается в распадах частиц, содержащих *b*-кварк. Отличие от нуля элктрич. дипольных моментов (ЭДМ) элементарных частиц также являлось бы проявлением нарушения *CP*-и. Эксперим. ограничение на ЭДМ нейтрона: d<sub>n</sub> < 1,1 · 10<sup>-25</sup> см. Если же нарушение *CP*-и. сводится к фазе констант в стандартной модели, то имеет место оценка d<sub>n</sub> < ε · 10<sup>-32,2</sup> см [4] и обнаружение ЭДМ нейтрона в эксперименте практически невозможно. При выводе за рамки стандартной модели (дополнит. хиггсовские мультиплеты, *суперсимметрия*) возникают новые возможности нарушения *CP*-и. и становится возможным значение d<sub>n</sub> порядка эксперим. ограничения.

Нарушение *CP*-и. может иметь важное значение и для макрофизики. Одним из актуальных вопросов космологии является происхождение *барионной асимметрии Вселенной*.

Как отметил в 1967 А. Д. Сахаров, нарушение *CP*-и. необходимо для получения *барионной асимметрии в горячей Вселенной теории*. Эта идея получила развитие в рамках теории *Великого объединения*.

*Сильное взаимодействие* также содержит возможность нарушения *CP*-и., связанную с т. н. θ-членом в лагранжиане *квантовой хромодинамики* (θ/32π<sup>2</sup>)G<sub>μν</sub>G<sub>μν</sub>, где G<sub>μν</sub> — тензор глюонного поля, G<sub>μν</sub> — дуальный тензор. Эксперим. ограничение на d<sub>p</sub> пересчитывается в следующее ограничение на значение безразмерной константы θ: θ < 10<sup>-8</sup>. Наличие в теории столь малой константы требует объяснения. Один из способов естеств. образом избежать нарушения *CP*-и. в сильном взаимодействии состоит во введении дополнит. специальной *глобальной симметрии U(1)*. При этом предсказывается существование лёгкого псевдоскалярного бозона — *аксиона*.

*Лит.*: 1) Ландау Л. Д., О законах сохранения при слабых взаимодействиях, «ЖЭТФ», 1957, т. 32, с. 405; 2) Christensen J. H. [e. a.], Evidence for the 2π decay of the K<sup>0</sup> meson, «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 13, p. 138; 3) Burkhardt H. [e. a.], First evidence for direct CP violation, «Phys. Lett.», 1988, v. B206, p. 169; 4) Шабалян Е. П., Электрический дипольный момент нейтрона в калибровочной теории, «УФН», 1983, т. 139, в. 4, с. 561. М. И. Высоцкий.

**CP-ЧЁТНОСТЬ** (комбинированная чётность) — произведение *P*-чётности и *зарядовой чётности*. Понятие оказывается полезным, т. к. в слабом взаимодействии *CP*-ч. с хорошей точностью сохраняется (см. также *CP-инвариантность*). Приведём важный пример. Два π-мезона имеют положительную *CP*-ч., а K<sup>0</sup> и R<sup>0</sup>-мезоны (см. *K*-мезоны) определённой *CP*-ч. не обладают. Поэтому на два π-мезона распадается линейная суперпозиция состояний |K<sup>0</sup>⟩ = (|K<sup>0</sup>⟩ + |R<sup>0</sup>⟩)/√2, ортогональная ей суперпозиция |K<sub>S</sub><sup>0</sup>⟩ = (|K<sup>0</sup>⟩ - |R<sup>0</sup>⟩)/√2 распадается на три π-мезона. Из-за малого фазового объёма вероятность распада K<sub>S</sub><sup>0</sup> → 3π примерно на три порядка меньше, чем K<sub>S</sub><sup>0</sup> → 2π. Это делает возможным наблюдение таких явлений, как осцилляция *странности* в пучке *K*-мезонов в вакууме и регенерация K<sub>S</sub><sup>0</sup>-мезонов в веществе. М. И. Высоцкий.

**СРТ-ТЕОРЕМА** — см. *Теорема СРТ*.



**ЧАНДРАСЕКАРА ПРЕДЕЛ** — верх. предел массы (M<sub>ч</sub>) холодного неварожающего *белого карлика*. Установлен С. Чандрасекаром (S. Chandrasekhar, США) в 1931. Давление *P* внутри белого карлика (БК) определяется электронным вырожденным газом (см. *Квантовый газ*) и зависит только от плотности вещества ρ. Внутри БК плотность монотонно возрастает от поверхности к центру. Чем больше масса БК М, тем больше плотность ρ в его центре; увеличиваясь также плотность любого промежуточного слоя и уменьшаясь радиус R БК. Как только энергия Ферми электронного газа начинает превышать энергию покоя электрона m<sub>e</sub>c<sup>2</sup> (это происходит при плотн. ρ ≥ 10<sup>6</sup> г/см<sup>3</sup>), электронный газ становится релятивистским и рост давления с увеличением плотности замедляется. В результате даже небольшое увеличение массы БК приводит к значит. возрастанию ρ, и, когда М приближается к M<sub>ч</sub>, радиус БК быстро убывает, плотность ρ стремится к бесконечности, а зависимость P(ρ) асимптотически приближается к закону

$$P = K\rho^{4/3}, \quad (1)$$

где

$$K = \left(\frac{3}{8}\right)^{1/3} \frac{hc}{(m_e \mu_e)^{4/3}} \approx \frac{1,244 \cdot 10^{13} \text{ г см}^3}{\mu_e^{4/3} [\text{с}^2 \text{ г}^{1/3}]}, \quad (2)$$

Здесь  $m_a$  — атомная единица массы;  $\mu_e$  — молекулярная масса, приходящаяся на один электрон [число электронов в единице объема равно  $\rho/(m_e \mu_e)$ ]. Чем ближе  $M$  к  $M_{\text{ч}}$ , тем точнее выполняется соотношение (1) и тем лучше строение БК соответствует модели полнотного шара. Теория полнотных газовых шаров — гидростатически равновесных сферически-симметричных конфигураций, внутри к-рых  $P \propto \rho^{1+1/n}$  [случаю (1) соответствует  $n=3$ ], была развита в кон. 19 — нач. 20 вв. Дж. Лейном (J. Lane), А. Риттером (A. Ritter) и Р. Эмденом (R. Emden). Согласно этой теории, в случае  $n=3$  имеется однозначная связь между постоянной  $K$  и массой  $M$  полнотного шара:

$$K = 0,3639 GM^{2/3}, \quad (3)$$

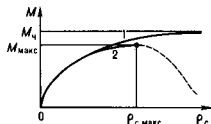
где 0,3639 — безразмерный коэф., определяемый условием гидростатич. равновесия (см. также *Эволюция звезд*). Подставляя значение  $K$  из (2) в (3), получаем предельную массу  $M_{\text{ч}}$  БК:

$$M_{\text{ч}} = \frac{0,1967}{(\mu_e \mu_a)} \left( \frac{hc}{G} \right)^{3/2} = \frac{5,83}{\mu_e^2} M_{\odot}.$$

При  $M > M_{\text{ч}}$  гидростатич. равновесие БК вообще невозможно, поскольку градиент давления недостаточен для компенсации силы тяжести. В табл. для разл. веществ приведены округленные значения  $\mu_e$  и соответствующие  $M_{\text{ч}}$ .

	<sup>1</sup> He	<sup>4</sup> He, <sup>12</sup> C, <sup>14</sup> N, <sup>16</sup> O, <sup>20</sup> Ne, <sup>22</sup> Ne, <sup>24</sup> Mg, <sup>28</sup> Si, ...	<sup>52</sup> Cr	<sup>56</sup> Fe	<sup>59</sup> Co	<sup>58</sup> Ni
$\mu_e$	1,008	2,00	2,16	2,15	2,18	2,07
$M_{\text{ч}}/M_{\odot}$	5,73	1,46	1,24	1,26	1,22	1,36

При достаточно больших плотностях на структуру реальных БК начинают заметно влиять процессы *нейтронизации вещества* и эффекты общей теории относительности. В результате макс. масса  $M_{\text{макс}}$  БК оказывается несколько меньше  $M_{\text{ч}}$  и ей соответствует уже не бесконечная, а конечная величина  $\rho_c$  (рис.). Так, для углеродных БК с учетом этих факторов  $M_{\text{макс}} \approx 1,36 M_{\odot}$  и  $\rho_{c, \text{макс}} \approx 5 \cdot 10^{10}$  г/см<sup>3</sup>, чему соответствует мин. радиус БК  $\sim 10^8$  см, т. е. 1 тыс. км.



Качественный вид зависимости массы белых карликов от их центральной плотности. 1 — идеальные белые карлики, для которых  $\rho_c \rightarrow \infty$  при  $M \rightarrow M_{\text{ч}}$ ; 2 — реальные белые карлики; максимальная масса  $M_{\text{макс}}$  соответствует конечной центральной плотности  $\rho_{c, \text{макс}}$ . Штриховой отрезок кривой соответствует неустойчивым конфигурациям.

Достаточно горячие БК, электронный газ внутри к-рых вырожден не полностью, а также холодные, но быстро вращающиеся БК могут иметь массы, превышающие  $M_{\text{ч}}$ . Со временем по мере охлаждения и (или) потери момента кол-во движения гидростатич. равновесие таких массивных БК неминуемо нарушается и они переходят в состояние гравитационного коллапса, в результате чего возникает нейтронная звезда.

Ч. п. играет фундам. роль в теории строения и эволюции звезд. Внутри массивных звезд на определ. стадиях эволю-

ции могут образовываться частично вырожденные центр. ядра, состоящие из С, О, Ne, Si, Fe. Характер последующих, заключит. стадий эволюции таких звезд, а также их конечная судьба критически зависят от того, насколько и в какую сторону отличаются массы их ядер от  $M_{\text{ч}}$ .

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Теория тяготения и эволюция звезд. М., 1971; Шапиро С. Л., Тьюкопекер С. А., Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды, пер. с англ., ч. 1—2, М., 1985.

**ЧАПЛЫГИНА УРАВНЕНИЯ** динамики к-рых дифференциальные движения негोलомоной механ. системы, предложенные С. А. Чаплыгиным в 1897. Ч. у. имеют место для механ. системы со стационарными неголломомными связями, положение к-рой определяется  $s$  обобщенными координатами  $q_i$  ( $i=1, 2, \dots, s$ ), а обобщенные скорости  $\dot{q}_i$  связаны  $r$  неинтегрируемыми дифференци. соотношениями

$$A_{1,p} \dot{q}_1 + A_{2,p} \dot{q}_2 + \dots + A_{s,p} \dot{q}_s \quad (p=1, 2, \dots, r) \quad (1)$$

с коэффициентами  $A_{i,p}$ , зависящими только от  $s-r$  обобщенных координат, напр. от  $q_{r+1}, \dots, q_s$ . Если, пользуясь равенствами (1), выразить  $\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_r$  через  $\dot{q}_{r+1}, \dot{q}_{r+2}, \dots, \dot{q}_s$  в виде

$$\dot{q}_i = B_{i,r+1} \dot{q}_{r+1} + \dots + B_{i,s} \dot{q}_s \quad (i=1, \dots, r), \quad (2)$$

то Ч. у. для рассматриваемой системы будут иметь вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \sum_{i=1}^r \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \sum_{k=r+1}^s \left( \frac{\partial B_{i,k}}{\partial q_i} - \frac{\partial B_{k,i}}{\partial q_i} \right) \quad (\sigma = r+1, \dots, s),$$

где  $T$  и  $\Pi$  — кинетическая и потенц. энергии системы, к-рые также считаются не зависящими явно от  $q_1, q_2, \dots, q_r$ , а  $T$  — выражение кинетич. энергии, в к-ром скорости  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_r$  исключены с помощью равенств (2). Если действующие силы не потенциальны, то  $-\partial \Pi / \partial q_i$  в правых частях Ч. у. заменяются на обобщенные силы  $Q_i$ , вычисляемые так же, как в *Апеля уравнениях*.

Ч. у. указывают, что предврат. исключение  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_r$  из выражения  $T$  при составлении у-рий Лагранжа приводит к ошибке — к потере членов с двойными суммами.

Лит.: Чаплыгин С. А., О движениях тяжелого тела вращения на горизонтальной плоскости, *Собр. соч.*, т. 1, М.—Л., 1948; Лурье А. И., Аналитическая механика, М., 1961, гл. 8. С. М. Тарг.

**ЧАПЛЫГИНА — ЖУКОВСКОГО ПОСТУЛАТ** — положение, согласно к-рому при безотрывном обтекании профиля крыла потоком идеальной жидкости или газа точкой плавного схода струй с его контура является хвостовая точка профиля. При этом предполагается, что хвостовая точка есть точка заострения. Если бы при безотрывном обтекании профиля идеальной жидкостью струи сходили с его контура не в хвостовой точке, а в к. л. другой, то в угл. точке или точке заострения на хвостике скорость была бы бесконечно большой, что физически невозможно. Это обстоятельство можно рассматривать как обоснование Ч.—Ж. п.: постулат является условием того, чтобы при обтекании профиля с одной острой кромкой скорость во всех точках была конечной.

Применив Ч.—Ж. п. к вычислению циркуляции скорости  $\Gamma$ , можно затем определить подъемную силу на единицу размаха крыла. В случае тонкого изогнутого профиля  $\Gamma = \pi \sin(\alpha + 2\beta)$ , где  $\alpha$  — угол атаки профиля,  $v$  — скорость набегающего потока, а  $\beta$  — угол отклонения вогнутости крыла. Коэф. подъемной силы при этом  $c_y = 2\pi \sin(\alpha + 2\beta)$ . Если  $\alpha$  и  $\beta$  — величины малые, то приближенно  $c_y = 2\pi(\alpha + 2\beta)$ , т. е.  $c_y$  пропорц.  $\alpha$  и  $\beta$ .

Опыты показывают, что ф-лы для  $\Gamma$  и  $c_y$  соответствуют действительности лишь приближенно и только при малых значениях  $\alpha$  и  $\beta$ , когда обтекание может быть безотрывным. Наличие вязкости жидкости и образование на поверхности крылового профиля пограничного слоя несколько (на 10—15%) уменьшают теоретич. коэф., к-рые, кроме того, зависят ещё от *Рейнольдса числа*. Если, напр.,  $\alpha$  боль-

ше некого определенного для данного профиля и условий обтеканий значения (т. н. критического  $u_{кр}$ ), то точка схода струй будет находиться не в хвостовой точке профиля, а в точке на верх. части контура. Обтекание при этом сопровождается отрывом струй и образованием вихрей над верх. частью.

**ЧАРМ** — то же, что *очарование*.

**ЧАРМНИЙ** — см. в ст. *Кварковый*.

**ЧАСТНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ** — частный (спеш.) случай теории относительности, в к-ром рассматриваются свойства пространства-времени в областях, где полями тяготения можно пренебречь (подробнее см. *Относительности теория*).

**ЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ** — вид модуляции колебаний, при к-рой частота ВЧ-колебания изменяется во времени по закону, определяемому передаваемым сигналом (см. *Модулированные колебания*).

**ЧАСТОТНО-КОНТРАСТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (ЧКХ)**; пространственно-частотная характеристика, просто — частотная характеристика) — ф-ция, характеризующая исчерпывающим образом способность оптич. системы передавать детали объекта в формируемом ею изображении, если оптич. система удовлетворяет условиям линейности и инвариантности (изопланатичности). Термин «частотная характеристика» и «передаточная функция» припели в оптику из радиоэлектроники, где теория линейной фильтрации и фурие-анализ уже давно и плодотворно используются для описания работы радиотехн. устройств. В 80-х гг. эти термины в несколько измененном виде вошли в обиход оптиков и стали столь же привычными при описании характеристик оптич. систем.

При использовании ЧКХ следует различать два случая: работа оптич. системы в условиях когерентного освещения (напр., объект освещается сфокусированным лазерным пучком) и некогерентного (самостояющиеся объекты или объекты, освещенные рассеянным светом протяженных источников).

В случае освещения оптич. системы когерентным светом входным и выходным сигналами являются комплексные амплитуды световой волны на входе  $f(x, y)$  и на выходе  $g(x, y)$ . ЧКХ  $H(u, v)$  связывает между собой фурие-образы (спектры, см. *Фурие-оптика*)  $F(u, v)$  и  $G(u, v)$  соответственно входного и выходного сигналов:

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v). \quad (1)$$

Соотношение (1) можно рассматривать как определение ЧКХ. Физ. смысл равенства (1) состоит в следующем. Сетовая волна, распространяющаяся от объекта до оптич. системы, и волна, прошедшая через нее и формирующая изображение, могут быть представлены в виде суперпозиции плоских волн разных направлений (разл. пространственных частот  $u, v$ ). Любая реальная оптич. система вносит изменения в спектр плоских волн, образующих предметную волну. Эти изменения и характеризуются весомым множителем  $H(u, v)$ , к-рый наз. ЧКХ. В частности, ЧКХ дифракционно-ограниченной оптич. системы (т. е. безаберрационной системы, в к-рой искажения обусловлены лишь дифракц. эффектами — конечностью размеров используемых объектов) имеет вид

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{если } |u^2 + v^2| \leq kD/z, \\ 0, & \text{если } |u^2 + v^2| > kD/z, \end{cases} \quad (2)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $D/z$  — угл. апертура объектива diam.  $D$  (рис. 1).

Устанавливая в фурие-плоскости оптич. системы разл. вида маски-транспаранты, можно эффективно изменять ЧКХ, исправленно изменяя таким образом характеристики изображения.

В случае освещения объекта некогерентным светом входным и выходным сигналами являются распределения интенсивности (пе амплитуды) свет  $J_{вх}(x, y)$  и  $J_{вых}(x, y)$  соответственно во входной и выходной плоскостях оптич.

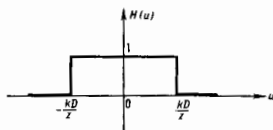


Рис. 1. Частотно-контрастная характеристика оптической системы при освещении ее когерентным светом.

системы. Равенство, аналогичное (1), связывает между собой фурие-преобразования этих ф-ций [соответственно  $J_{вх}(u, v)$  и  $J_{вых}(u, v)$ ]:

$$J_{вых}(u, v) = J_{вх}(u, v) \mathcal{H}(u, v), \quad (3)$$

где ф-ция  $\mathcal{H}(u, v)$  наз. оптической передаточной функцией (ОПФ). Связь между нормированной ОПФ и ЧКХ когерентной системы имеет вид

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\iint H(p, q-u/2, q-v/2) H^*(p+u/2, q+v/2) dpdq}{\iint |H(p, q)|^2 dpdq}. \quad (4)$$

В частности, ОПФ системы, амплитудно-частотная характеристика к-рой описывается единично-нулевой ф-цией, имеет вид, представленный на рис. 2.

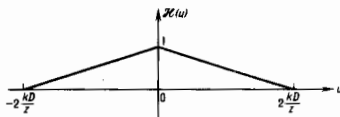


Рис. 2. Оптическая передаточная функция дифракционно-ограниченной оптической системы при освещении ее некогерентным светом.

Оптич. передаточной ф-ции можно придать следующий физ. смысл. Известно, что любая ф-ция, описывающая картину интенсивности [действительная, положительно определенная ф-ция  $I(x, y)$ ], может быть представлена в виде амплитудных синусоидальных рядов — синусоидальных распределений интенсивности. Из (3) следует, что ОПФ определяет контраст, с к-рым оптич. система передает изображение синусоидальных решеток разл. пространств. частот. В частности, оптич. система, ОПФ к-рой имеет вид, как на рис. 2, передает с макс. контрастом НЧ-компоненты спектра (низкочастотные синусоидальные решетки, составляющие картину интенсивности объекта, изображаются с тем же контрастом, какой они имеют во входной плоскости). По мере роста пространственной частоты решетки ее контраст в плоскости изображения по отношению к контрасту в плоскости предмета становится все меньше и, наконец, решетки, частоты к-рых превышают граничную частоту  $u_{макс}$  не передаются в плоскость изображения, т. е. имеют в плоскости изображения нулевой контраст.

Лит. см. пр. ст. *Фурие-оптика*.

Г. Р. Локиин.

**ЧЕПМЕНА — ЭНСКОГА МЕТОД** — метод решения кинетического уравнения Больцмана. Независимо предложен С. Чепменом (S. Chapman) в 1916—17 и Д. Энскогом (D. Enskog) в 1917. Подробнее см. в ст. *Кинетическая теория газов*.

**ЧЕРЕНКОВА — ВАВИЛОВА ИЗЛУЧЕНИЕ** (Черенкова — Вавилова эффект, иногда наз. Вавилова — Черенкова излучение) — излучение света электрически заряженной частицей, возникающее при ее движении в среде с пост. скоростью  $v$ , превышающей фазовую скорость света в этой среде (скорость распространения в ней световых волн). Обнаружено в 1934 при исследованиях П. А. Черенковым у-люминесценции растворов как слабое голубое свечение

жидкостей под действием  $\gamma$ -излучения. Эксперименты Черенкова, предпринятые по инициативе С. И. Вавилова, выявили характерные особенности излучения: 1) свечение наблюдается у всех чистых прозрачных жидкостей, причём его яркость мало зависит от их хим. состава; 2) излучение имеет поляризацию с прем. ориентацией вектора напряжённости электрич. поля вдоль направления первичного пучка; 3) в отличие от люминесценции, не наблюдается ни температурного, ни примесного тушения. На основании этих данных Вавилов сделал основополагающее утверждение, что обнаруженное явление — не люминесценция, свет же излучают движущиеся в жидкости быстрые электроны, образующиеся при облучении вещества. Ч.—В. и характерно не только для жидкостей, но и для твёрдых тел и газов. Свечение, вызываемое  $\gamma$ -излучением, некр-ые учёные наблюдали и раньше (напр., М. Л. Малле, в 1926—29 получивший фотографии его спектра). Однако то, что наблюдаемое излучение — новое, ещё не изучившееся явление, оставалось непонятым, не было установлено и наиб. характерное его свойство, обнаруженное Черенковым в 1936, — направленность излучения под острым углом к скорости частицы.

В 1937 И. Е. Таммом и И. М. Франком были предложены механизмы Ч.—В. и их количеств. теория, основанная на ур-ниях классич. электродинамики. К тем же результатам пришёл в 1940 В. Л. Гинзбург, осуществивший квантовое рассмотрение эффекта.

Условие возникновения Ч.—В. и его направленность могут быть пояснены с помощью принципа Гюйгенса. Каждую точку  $A, B, C, D$  на рис. 1 и 2) траектории заряж. частицы следует считать источником волны, возникающей в момент прохождения через неё частицы. В оптической изотропной среде такие парциальные волны будут сферическими, распространяющимися со скоростью  $u=c/n$ , где  $n$  — показатель преломления среды. Допустим, что частица, двигаясь равномерно и прямолинейно со скоростью  $v$ , в момент наблюдения находилась в точке  $E$ . За время  $t$  до этого она проходила через точку  $A$  ( $AE=vt$ ). Волна, испущенная из  $A$ , к моменту наблюдения представится сферой радиусом  $R=ut$ ; на рис. 1 и 2 ей соответствует окружность 1, а волнам, испущенным из  $B, C, D$  — окружности 2, 3, 4. По принципу Гюйгенса в результате интерференции парциальные волны гасят друг друга всюду, за исключением их общей огибающей, к-рой соответствует волновая поверхность света, распространяющегося в среде.

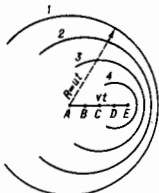


Рис. 1. Движение заряженной частицы в среде со скоростью  $v < c/n$ . Сферы 1, 2, 3, 4 — положение парциальных волн, испущенных частицей из точек  $A, B, C, D$  соответственно.

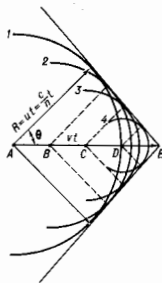
Пусть  $v < c/n$  (рис. 1), тогда световые волны будут обгонять частицу на тем большее расстояние, чем раньше они испущены. Общей огибающей парциальные волны при этом не имеют — все окружности 1, 2, 3, 4 лежат одна внутри другой; следовательно, электрич. заряд при равномерном и прямолинейном движении со скоростью  $v < c/n$  свет не излучает.

Если же частица движется быстрее, чем распространяются световые волны, т. е. при

$$v > c/n \text{ или } \beta n > 1 \quad (1)$$

(где  $\beta = v/c$ ), то соответствующие волнам сферы пересекаются (рис. 2), их общая огибающая (волновая поверхность) представляет собой конус с вершиной в точке  $E$ , совпадающей с мгновенным положением частицы, а нор-

Рис. 2. Движение заряженной частицы в среде со скоростью  $v > c/n$ . Угол между направлением волювого вектора возникающего излучения и скоростью частицы равен  $\theta$ .



мали к образующим конуса определяют волновые векторы, т. е. направления распространения света. Угол  $\theta$ , к-рый составляет волновой вектор с направлением движения частицы, удовлетворяет отношению

$$\cos \theta = u/v = c/nv = 1/\beta n. \quad (2)$$

Такой же метод рассмотрения можно провести и для оптически анизотропной среды (в частности, для прозрачных кристаллов, см. *Оптическая анизотропия*), в к-рой парциальные волны не являются сферами. В этом случае обыкновенному и необыкновенному лучам будут соответствовать разные конусы и излучение будет возникать под разными углами  $\theta$  к направлению распространения частицы, согласно соотношению (2). Условие (1) для оптически анизотропных сред формулируется по-иному иначе. Во всех случаях осн. ф-лы теории хорошо согласуются с опытом.

Расчёт показывает, что в оптически изотропной среде частица с зарядом  $e$ , прошедшая расстояние в 1 см со скоростью  $v > c/n$ , излучает энергию

$$\delta = \frac{e^2}{c^3} \int_{\beta n(\omega) > 1} \omega \left[ 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)} \right] d\omega \quad (3)$$

( $\omega = 2\pi c/\lambda$  — круговая частота света,  $\lambda$  — длина волны излучаемого света в вакууме). Подынтегральное выражение отражает распределение энергии в спектре Ч.—В. и.

В жидкостях и твёрдых веществах условие (1) начинает выполняться для электронов уже при энергиях  $\sim 10^6$  эВ, для протонов, масса к-рых в  $\sim 2000$  раз больше электронной, — при энергиях  $\sim 10^8$  эВ. На основе Ч.—В. и. разработаны широко применяемые эксперим. методы для регистрации частиц высоких энергий, измерения их скорости. Приборы, применяемые для этой цели, наз. черенковскими счётчиками. Эти методы позволяют также рассчитывать массу частиц (это, напр., было использовано при открытии антипротона).

Ч.—В. и. может наблюдаться в чистом виде только в идеальных случаях, когда заряд. частица движется с пост. скоростью в радиаторе неогранич. длины. В тонком радиаторе, удовлетворяющем условию (1), Ч.—В. и. независимо от *переходного излучения*, возникающего при пересечении частицей границы раздела двух сред с разными коэф. преломления.

В 1940 Э. Ферми обобщил теорию Ч.—В. и., приняв во внимание, что реальная среда обладает способностью поглощать свет, по крайней мере, в нек-рых областях спектра. Полученные им результаты внесли ясность, уточнения в теорию ионизаци. потерь заряд. частицами (эффект поляризации среды).

Ч.—В. и. является примером оптики «сверхсветовых» скоростей и имеет принципиальное значение. Ч.—В. и. экспериментально и теоретически изучено не только в оптически изотропных средах, но и в кристаллах, теоретически рассмотрено излучение электрич. и магн. диполей и мультиполей. Ожидаемые свойства излучения движущегося магн. заряда были использованы для поиска *магнитного монополя*. Рассмотрено излучение частицы в капле внутри среды (напр., излучение пучка частиц внутри волновода) и др. Новые особенности приобретает *Домлера эффект* в среде: появляются т. н. аномальный и сложный

эффекты Доплера. Можно полагать, что всякая система частиц, способная взаимодействовать с эл.-магн. полем, будет излучать свет за счёт своей кинетич. энергии, если её скорость превышает фазовую скорость света.

Лит.: Черенков П. А., Видимое свечение чистых жидкостей под действием  $\gamma$ -излучения, «ДАН СССР», 1934, т. 2, в. 8, с. 451; Вавилов С. И., О возможных причинах синего  $\gamma$ -свечения жидкостей, там же, с. 457; Тамм И. Е., Франк И. М., Когерентное излучение быстрого электрона в среде, там же, 1937, т. 14, в. 3, с. 107; Черенков П. А., Тамм И. Е., Франк И. М., Нобелевские лекции, М., 1960; Джемс Дж., Черенковское излучение и его применение, пер. с англ., М., 1960; Зредов В. П., Излучение Вавилова Черенкова и его применение в физике высоких энергий, т. 1—2, М., 1968. И. М. Франк.

**ЧЕРЕНКОВСКИЙ СЧЁТЧИК**—детектор быстрых заряж. частиц, основанный на регистрации черенковского излучения, испускаемого частицами (см. Черенкова—Вавилова излучение). Излучение Черенкова испускается только частицами, двигающимися со скоростью  $v > c/n$  в среде с коэффициентом преломления  $n$ . Излучение происходит под углом  $\theta = \arccos(1/\beta n)$  к направлению движения частицы ( $\beta = v/c$ —скорость частицы, выраженная в единицах скорости света в вакууме), а интенсивность излучения пропорциональна  $\sin^2 \theta$ . Оси. элементы Ч. с.: радиатор, оптич. система, фокусирующая свет, и один или неск. фотомножителей (ФЭУ), преобразующих световой сигнал в электрический.

Одно из осн. назначений Ч. с.—разделение релятивистских частиц с разл. скоростями. Пусть имеется пучок, содержащий  $\pi$ -мезоны  $\pi^+$  и протоны с равными импульсами. Скорости этих частиц различны:  $\beta_\pi > \beta_p$ . Если поместить в пучок Ч. с. с таким радиатором, что  $\beta_p > 1/n > \beta_\pi$ , то пионы будут испускать черенковское излучение, а протоны не будут. Счётчик будет регистрировать только  $\pi^+$ . Если включить Ч. с. в схему совпадений или антисовпадений (см. Совпадения метод) с неск. синцинтиляционными счётчиками, к-рые не реагируют на скорость частиц, то можно получить систему, к-рая может считать либо только  $\pi^+$ , либо только протоны.

Задачу разделения частиц с разными скоростями можно решить и воспользовавшись зависимостью угла испускания черенковского излучения  $\theta$  от скорости частицы. Если  $n$  радиатора выбран так, что  $\beta_\pi > \beta_p > 1/n$ , то  $\pi^+$  и протоны дают черенковское излучение, однако углы испускания света этими двумя частицами различны:

$$\theta_\pi = \arccos(1/\beta_\pi n) > \theta_p = \arccos(1/\beta_p n).$$

С помощью оптич. системы можно регистрировать излучение в том или ином угл. диапазоне и разделять между собой частицы с разными массами.

Существуют 2 типа Ч. с.—пороговые, регистрирующие все частицы со скоростью  $\beta > \beta_{\text{порог}} = 1/n$ , и дифференциальные, регистрирующие излучение в узком угл. интервале, соответствующем определ. интервалу скоростей частиц, выделяемых этим счётчиком:

$$1/n < \beta_{\text{мин}} \leq \beta \leq \beta_{\text{макс}}.$$

Осн. назначение оптич. пороговых Ч. с.—собрать весь черенковский свет, испущенный частицей, на фотокатод умножителя (рис. 1).

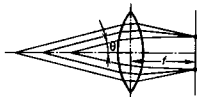
Для фокусировки света в дифференциальных Ч. с. пучок заряж. частиц пропускается параллельно гл. осн оптич.



Рис. 1. Схема газового порогового черенковского счётчика; черенковское излучение собирается на катод ФЭУ с помощью плоского зеркала и кварцевой линзы.

системы (рис. 2). Если частицы излучают черенковские фотоны под углом  $\theta$ , то излучение любой частицы пучка собирается в кольцо, расположенное в фокальной плоскости системы. Центр кольца лежит на гл. оптич. осн, а его радиус  $R = f \tan \theta$ , где  $f$ —фокусное расстояние линзы. Если в фокальной плоскости оптич. системы поместить тонкую

Рис. 2. Оптическая система дифференциальных черенковских счётчиков.



кольцевую диафрагму, то такая система будет пропускать только свет, испущенный в области углов  $\theta = (\theta + \Delta\theta)$  частицами, летящими параллельно гл. оптич. осн. Свет, испущенный под др. углами (частицами с др. скоростями) или частицами, идущими под углом к гл. осн, не пройдет через диафрагму и не попадет на фотокатод умножителя. С помощью пороговых и дифференциальных счётчиков с жидкими и твердыми радиаторами можно разделить между собой частицы со скоростями до  $\beta = 0.95 - 0.96$  (пионы с импульсом до 0.5 ГэВ/с, мюоны до 0.350 ГэВ/с, каоны до 1.6 ГэВ/с, протоны до 3.0 ГэВ/с). Для разделения частиц с большими скоростями используются газовыми Ч. с. в к-рых коэф. преломления можно плавно менять, изменяя давление газа.

Меняя давление, можно настраивать Ч. с. на регистрацию тех или др. частиц, входящих в состав пучка. По результатам подобных измерений в пучке частиц с импульсом 16 ГэВ/с можно хорошо разделить  $\pi^+$ ,  $K^+$  и протоны (рис. 3).

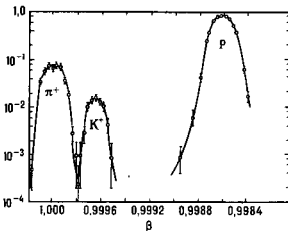


Рис. 3. Исследование состава пучка частиц с импульсом 16 ГэВ/с с помощью дифференциального газового черенковского счётчика.

**Чувствительность.** Число фотонов  $N_\phi$ , испускаемых частицей с зарядом  $Z$  на 1 см пути в радиаторе в единичном интервале энергий фотонов, определяется соотношением:

$$d^2 N_\phi / d\theta d\epsilon_\phi dx \approx 370 Z^2 \sin^2 \theta eB^{-1} \text{ см}^{-1},$$

где  $\epsilon_\phi$ —энергия фотона. При  $Z=1$  это соответствует  $dN_\phi/dx \approx 25 \sin^2 \theta$  фотомножителям, образующимся на фотокатоде ФЭУ при условии полного светосбора. Для того чтобы Ч. с. мог регистрировать заряд. частицы со 100%-ной эффективностью, необходимо, чтобы на фотокатоде образовалось 3—10 фотомножителей. Для осуществления этого требования размеры радиатора Ч. с. должны варьироваться от неск. см (жидкие и твердые радиаторы) до неск. м (газовые).

**Разрешающая способность.** Оси. характеристика Ч. с.—его разрешение по скорости  $\Delta\beta/\beta$ , т. е. относит. интервал скоростей, к к-рым чувствителен счётчик. Разрешение по скорости обусловлено интервалом углов черенковского излучения  $\Delta\theta$ , выделяемых оптич. системой. Чем уже этот

угл. интервал, тем лучше разрешение по скорости. Предельное разрешение счётчика по скорости обусловлено неск. явлениями, ограничивающими допустимое сужение угл. интервала  $\Delta\theta$ : 1) дисперсией света в среде, т. е. зависимостью коэф. преломления среды от частоты излучения; дисперсия приводит к конечной ширине угл. интервала черенковского излучения в области спектральной чувствительности; 2) многократным рассеянием и замедлением частиц в радиаторе; 3) угл. расхождением частиц в пучке, приводящим к смешению кольца, в к-рое собирается черенковское излучение, в фокальной плоскости оптич. системы. Для получения хорошего разрешения пучок частиц должен обладать высокой степенью параллельности (до сотых долей градуса). Газовые Ч. с. с разрешением  $\Delta\beta/\beta = 10^{-4}$  могут разделять  $\pi^+$ ,  $K^+$  и протоны до импульсных  $20-25$  ГэВ/с. Дальнейшее улучшение разрешающей способности требует коррективов оптич. системы на дисперсию света в газе. Счётчики с разрешением  $\Delta\beta/\beta = 10^{-3}$  позволяют разделять  $\pi^+$ ,  $K^+$  и протоны с импульсами до  $50-100$  ГэВ/с.

Газовые пороговые счётчики, как правило, не обладают таким высоким разрешением по скорости, как дифференциальные. Однако, пользуясь пороговыми Ч. с. с малым давлением (высоким порогом) и большой длиной ( $\sim 10$  м), чтобы обеспечить достаточное число квантов черенковского излучения, можно разделять между собой  $\pi^+$ ,  $K^+$  и протоны вплоть до  $20$  ГэВ/с, а мюоны, пионы и электроны — до  $10$  ГэВ/с и более.

**Регистрация вторичных частиц.** Для идентификации вторичных частиц, образующихся при взаимодействии первичных частиц с мишенью или при взаимодействии *встречных пучков*, имеющих широкое угл. распределение, используются многоканальные (годоскопические) газовые Ч. с. или Ч. с. с регистрацией изображения кольца излучения. Фотоны регистрируются на нек-ром расстоянии от короткого радиатора не ФЭУ, а плоской многопроволочной *пропорциональной камерой*, наполненной газовой смесью, имеющей высокую эффективность регистрации фотонов черенковского излучения. Точки пересечения траектории фотонов с плоскостью пропорциональной камеры образуют окружность, радиус к-рой определяется скоростью частицы.

**Ч. с. с жидким радиатором** могут применяться в качестве пороговых детекторов, причём изменение порога осуществляется выбором жидкости с нужным  $n$ . Такими жидкостями являются терпентин ( $n=1,475$ ), этиленгликоль ( $n=1,427$ ), вода ( $n=1,333$ ). Др. направлением исследований, где используются Ч. с. с жидким радиатором, являются эксперименты, в к-рых необходим радиатор большого объёма. Это регистрация *нейтринно* от ускорителей, поиск распада *протона*, изучение космич. нейтринно высоких энергий. В этих случаях в качестве радиатора используются большие объёмы воды. Так, напр., для регистрации нейтринно на расстоянии  $570$  км от ускорителя лаборатории имени Ферми (США) в соляной шахте близ Килвейлда был построен Ч. с. с водным радиатором объёмом  $6842$  м<sup>3</sup>. Вспышки излучения регистрировались  $2048$  ФЭУ. Для регистрации космич. нейтринно очень высоких энергий проводятся глубоководные эксперименты, в к-рых в качестве радиатора используется морская или пресная вода естеств. водоёмов. В 1993—94 вошёл в строй т. н. детектор «Байкал». На расстоянии  $4,5$  км от берега в озеро Байкал на глубину  $1,3$  км опускаются тросы, на к-рых удержаны контейнеры с ФЭУ. Контейнеры имеют окна, через к-рые фотоны попадают на фотокатоды ФЭУ. Сигналы с ФЭУ передаются на поверхность озера по кабелю и регистрируются аппаратурой, расположенной на берегу.

**Ч. с. полного поглощения** предназначены для идентификации и измерения энергии электронов и  $\gamma$ -квантов. Радиатор таких Ч. с. изготовлен из тяжёлого прозрачного материала. Электрон или  $\gamma$ -квант, взаимодействуя с веществом радиатора, образует *электронно-фотонный ливень*, в процессе развития к-рого число вторичных электронов и фотонов сначала растёт, а энергия их уменьшается; затем, начиная с нек-рой глубины поглотителя, число час-

тици в ливне падает. Если радиатор имеет достаточно большую толщину, то практически вся энергия первичного электрона или  $\gamma$ -кванта в нём поглощается. Суммарный пробег электронов в ливне пропорционален энергии первичной частицы, и, следовательно, пропорционали числу фотонов, испущенных всеми частицами ливня. Т. о., амплитуда импульса на выходе ФЭУ в Ч. с. полного поглощения несёт информацию об энергии первичного электрона или  $\gamma$ -кванта.

Размеры радиатора, обеспечивающие полное поглощение энергии электрона, слабо зависят от его энергии. Так, при энергиях  $100$  МэВ— $1$  ГэВ необходимая толщина радиатора составляет  $10x_0$  ( $x_0$  — *радиационная единица длины материала радиатора*). При энергиях до  $100$  ГэВ соответствующая толщина равна  $20x_0$ . Поперечные размеры ливня от энергии не зависят. Для оценок поперечных размеров радиатора используется т. н. молеровский радиус  $R_M = 21$  МэВ  $x_0/\epsilon$ , где  $\epsilon$  — предельная энергия; 99% энергии ливня поглощается в цилиндре радиусом  $3R_M$ . Наиб. распространённый материал для радиаторов Ч. с. полного поглощения — свинцовое стекло (тяжёлый флинт), содержащее ок. 50% окиси свинца. Плотн. его  $3,6$  г/см<sup>3</sup>, радиаци. длина  $2,5$  см. Обычно Ч. с. этого типа на обл. энергии (до  $1$  ГэВ) имеет радиатор толщиной  $30$  см и обладает энергич. разрешением  $\sigma$ , определяемым соотношением  $\sigma/\epsilon \propto 1/\sqrt{\epsilon}$ , где  $\epsilon$  — энергия частицы в ГэВ.

Ч. с. полного поглощения используется в эл.-магн. калориметрах, предназначенных для идентификации электронов и фотонов, измерения их энергии и координат точки входа в калориметр (см. *Ионизационный калориметр*).

Идентификация электронов и фотонов основана на их специфич. взаимодействии с радиатором, сопровождающемся образованием ливня и быстрым поглощением энергии. Более тяжёлые частицы (мезоны, нуклоны и др.), взаимодействуя с радиатором, не образуют ливня и теряют лишь часть своей энергии на ионизаци. потери и ядерные взаимодействия. Благодаря этому величина импульса на выходе Ч. с. при регистрации тяжёлых частиц значительно меньше, чем при регистрации электронов или  $\gamma$ -квантов.

Для измерения координат точки попадания электрона в детектор эл.-магн. калориметр изготавливают секционированным, состоящим из большого числа Ч. с. полного поглощения (годоскопич. структура). Радиатор каждого Ч. с. обычно имеет форму прямоугол. призмы, длина к-рой отвечает условию полного поглощения для определ. интервала энергии, а поперечные размеры равны  $(1-2)R_M$ . При этом регистрация электрона в калориметре сопровождается срабатыванием неск. Ч. с., т. к. поперечные размеры ливня превышают размер отд. радиатора и часть энергии поглощается в соседних Ч. с. Координата точки попадания частицы в детектор определяется из соотношения амплитуд импульсов в соседних элементах калориметра. Энергия первичной частицы определяется суммой амплитуд импульсов. Примером калориметра из Ч. с. полного поглощения является спектрометр АМС-2000 в ФЭУ (Серпухов). Спектрометр состоит из  $1536$  Ч. с. с радиаторами из свинцового стекла размерами  $38 \times 38 \times 450$  мм<sup>3</sup>. Энергич. разрешение при энергии  $25$  ГэВ равно  $\pm 2\%$ , точность измерения координат при той же энергии составляет  $\pm 1,3$  мм.

В качестве материалов для радиаторов Ч. с. полного поглощения применяются также тяжёлые монокристаллы (ТСИ, PbCl<sub>2</sub> и др.) у к-рых радиаци. длина  $1$  см. Применение таких кристаллов позволяет создать компактные детекторы с хорошим энергич. и пространственным разрешением (см. *Координатные детекторы*).

*Лит.*: Джелли Дж., Черенковское излучение и его применение, пер. с англ., М., 1960; Линденбаум С., Юан Л., Черенковские счётчики, в кн. Принципы и методы регистрации элементарных частиц, пер. с англ., М., 1963; Зрелов В. П., Излучение Вавилова — Черенкова и его применение в физике высоких энергий, т. 1.— 2, М., 1968; Черенковские детекторы и их применение в науке и технике. Сб., М., 1990.

**ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ** — см. Черенкова — Вавилова излучение.

ЧЕРНОЕ ТЕЛО — то же, что абсолютно чёрное тело.

## ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ.

### 1. Введение

Ч. д. — области пространства-времени, обладающие *горизонтном событий*, т. е. области с настолько сильным гравитационным полем, что даже свет не может их покинуть. Термин «Ч. д.» введен в 1968 Дж. Уилером (J. A. Wheeler).

Первое качественное предсказание возможности существования Ч. д. было дано Дж. Митчеллом (J. Mitchell) в 1783. Он утверждал, что если сжать Солнце до размеров  $\approx 6$  км в диаметре, то свет не сможет его покинуть. В 1799 П. С. Лаплас (P. S. Laplace) опубликовал работу, в которой была дана количественная теория, основанная на законе Ньютона.

Результат Митчелла и Лапласа исключительно прост, и нет ничего удивительного, что Ч. д., к-рая является существенно релятивистским объектом, была предсказана задолго до создания общей теории относительности (ОТО). Полная энергия пробного тела с массой  $m$  в гравитационном поле тела массой  $M$  определяется как сумма его кинетич. и потепц. энергий:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m v^2(r) - \frac{GMm}{r} = \begin{cases} -\frac{GMm}{r_{\max}}, & \text{если } \mathcal{E} < 0 \\ \frac{1}{2} m v^2(\infty), & \text{если } \mathcal{E} \geq 0, \end{cases}$$

где  $G$  — гравитационная постоянная Ньютона. В первом случае пробное тело движется по орбите вокруг гравитирующей массы  $M$ . Во втором случае скорость пробного тела  $v(r)$  удовлетворяет условию

$$v(r) \geq \left(\frac{2GM}{r}\right)^{1/2} \equiv v_0(r),$$

где  $v_0(r)$  фактически представляет то, что мы теперь называем второй космич. скоростью. Если для нек-рого радиуса  $r$  скорость  $v_0$  достигает скорости света  $c$ , то никакая частица, включая фотон, не может покинуть объект радиусом

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \approx 2,95 \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ км}, \quad (1)$$

называемым гравитационным радиусом ( $M_\odot$  — масса Солнца).

В 1939 существование Ч. д. было предсказано Р. Опенгеймером (J. R. Oppenheimer) и Г. Снайдером (H. Snyder) в рамках ОТО. Они показали, что Ч. д. образуется в процессе неограниченного гравитационного сжатия вещества в таких ситуациях, когда противодействие внутр. давления сжатию оказывается недостаточным. Согласно совр. представлениям, Ч. д. возникают либо из нач. возмущений распределения плотности вещества на ранних стадиях эволюции Вселенной, если она в то время была сильно неоднородной (идея первичных Ч. д. была высказана Я. Б. Зельдовичем и И. Д. Новиковым в 1966), либо являются конечным продуктом эволюции достаточно массивных (больше неск.  $M_\odot$ ) звезд и звездных скоплений (сверхмассивные Ч. д. массой  $\sim 10^6 - 10^9 M_\odot$ ).

Интенсивное изучение Ч. д. началось после открытия квазаров в 1963. Их светимости характеризуются величинами порядка  $10^{42} - 10^{47}$  эрг/с. Как показали расчеты, столь мощное энерговыделение могут обеспечить сверхмассивные Ч. д. Круг явлений, непосредств. участниками к-рых могут быть Ч. д., достаточно широк. Кроме галактик, обеспечивающих активность квазаров и ядер галактик, к ним относятся космич. источники рентг. и гамма-излучения, гравитационные линзы, а также возможные космич. источники гравитационного излучения.

Поиск Ч. д. является одной из гл. задач астрономии последних десятилетий. Окончат. подтверждение открытия первой Ч. д. в созвездии Лебедя является, по-видимому,

делом ближайшего будущего. Скрупулезное сравнение моделей с результатами наблюдений продолжается, ибо открытие Ч. д. — это эпохальное событие не только для астрономии и физики, но и для естествознания вообще.

Непосредственно наблюдать Ч. д. практически невозможно. Ч. д. можно обнаружить лишь по косвенным проявлениям, связанным с влиянием их сильного гравитационного поля на движение окружающего вещества и распространение излучения. Считается весьма вероятным, что космич. Ч. д. могут обладать собств. вращением. Вращающаяся Ч. д. может естественным образом возникнуть в *гравитационном коллапсе* вращающейся одиночной звезды или звезды в двойной системе. Наличие угл. момента у Ч. д. требуется прежде всего для моделей квазаров, имеющих «радиошум» — генетически связанные с квазарами радиосточники, расположенные на расстояниях от 100 кпк до неск. Мпк от центр. источника, снабжающего их энергией. Наличие оси вращения у Ч. д. может обеспечить запоминание выделенного направления в течение всего времени жизни радиосточника. Кроме того, вращение Ч. д. во внеш. эл.-магн. поле сопровождается эффектами, аналогичными *усполюлярной индукции*. Вращающаяся Ч. д. массой  $M$  и с угл. моментом  $I$  во внеш. магн. поле  $H$  при наличии пост. притока электрич. заряда работает как электрич. батарея мощностью

$$W \approx 10^{40} \left(\frac{M}{10^6 M_\odot}\right)^2 \left(\frac{I}{I_{\max}}\right)^2 \left(\frac{H}{10^4}\right)^2 \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Следует отметить, что круг физ. явлений с участием Ч. д., по-видимому, не ограничивается явлениями космич. масштаба. В сер. 60-х гг. М. А. Марковым и С. Хокингом (S. Hawking) были высказаны идеи о возможности фунда. связи физики Ч. д. с физикой элементарных частиц. Исследования последних лет обнаружили существование тесной связи между Ч. д. и самогравитирующими частицеподобными структурами с небесными полями. Интенсивно исследуется проблема устойчивости таких структур.

### 2. Геометрия чёрных дыр

Хотя Ч. д. заслуженно считается одним из наиб. экзотических объектов, населяющих космос, по своим внеш. проявлениям этот объект достаточно прост, поскольку его гравитационное поле в общем случае полностью определяется всего тремя величинами: массой  $M$ , угл. моментом  $I$  и комбинацией электрич. и магн. зарядов  $Q^2 + P^2$ . Это свойство Ч. д. следует из того, что в процессе коллапса излучаются все физ. поля, кроме статического электрич. и/или магнитного (если коллапсированное тело обладало электрич. и/или магн. зарядом).

Согласно ОТО, пробные тела в гравитационном поле движутся по *геодезическим линиям* геометрии пространства-времени, создаваемой распределением и движением материи в соответствующих у-ряниях Эйнштейна:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

где  $T_{\alpha\beta}$  — тензор энергии-импульса материи,  $G_{\alpha\beta}$  — тензор Эйнштейна. Геометрия характеризуется метрич. тензором  $g_{\alpha\beta}$ , определяющим метрику как инвариантный 4-интервал

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3).$$

Геометрия сферически-симметричной невращающейся и незаряд. Ч. д. описывается метрикой Шварцшильда (см. также *Шварцшильда пространство-время*):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (3)$$

где  $r_g$  определяется ф-лой (1). Эта метрика описывает гравитационное поле Ч. д. в координатах удаленного наблюдателя. По его часам время  $\Delta t$  распространения сигнала,

излучённого в ходе коллапса в точке  $r$  и достигнутой точки  $r_0$ , определяется как

$$c\Delta t = r_0 - r + r_0 \ln \frac{r_0 - r_g}{r - r_g}$$

и стремится к бесконечности при  $r \rightarrow r_g$ . Поэтому с точки зрения удалённого наблюдателя процесс достижения коллапсирующим телом гравитационного радиуса  $r_g$  длится бесконечное время, а по часам сопутствующего наблюдателя коллапс происходит за считанные мгновения:

$$\Delta\tau = \int_{r_g}^0 \frac{ds}{c} \sim \frac{r_g}{c} \sim 10^{-4} \left( \frac{M}{10M_\odot} \right) \text{ с.}$$

В сильном гравитационном поле Ч. д. с учётом эффекта Доплера, частота излучения  $\omega_{\text{исп.}}$ , испущенного коллапсирующим телом, испытывает *красное смещение* так, что удалённый наблюдатель регистрирует частоту

$$\omega_{\text{набл.}} \sim \omega_{\text{исп.}} \left( 1 - \frac{r_g}{r} \right).$$

В результате  $\omega_{\text{набл.}}$  (а следовательно, энергия) излучения, принимаемого удалённым наблюдателем, стремится к нулю при  $r \rightarrow r_g$ .

Гравитационное поле характеризуется геодезическими линиями геометрии пространства-времени. Временеподобные геодезические ( $ds^2 > 0$ ) являются траекториями свободного движения пробных тел, а нулевые геодезические ( $ds^2 = 0$ ) — траекториями свободного движения фотонов, т. е. линиями распространения излучения, пока его длина волны намного меньше характерного масштаба изменения поля. В случае Ч. д. таким масштабом является радиус горизонта событий.

Замкнутые геодезические геометрии Шварцшильда представляют собой орбиты вокруг неврашающегося Ч. д. Устойчивые круговые орбиты существуют только для  $r \geq 3r_g$ . На предельной стабильной орбите  $r = 3r_g$  энергия связи  $\Delta\delta$  частицы массой  $m$  равна  $\Delta\delta = 0,06mc^2$ . Энергия связи орбиты характеризует величину энергии, к-рую должно излучить в виде гравитации, воли пробное тело, чтобы попасть на эту орбиту. П. особенно notable рассеяние частиц на Ч. д. является возможность гравитационного захвата. Все инфинитные, начинающиеся вдали от Ч. д., орбиты делятся на орбиты захвата и орбиты ухода, в зависимости от значения прицельного параметра  $\rho = cL/\delta$ , где  $L$  — сохраняющийся момент импульса.

Для нерелятивистских ( $v \ll c$ ) частиц, падающих на Ч. д. с прицельным параметром  $\rho$ , слегка превышающим критич. значение  $\rho_{\text{кр}} = 4c/v_{\text{исп.}}$  (в единицах  $r_g/2$ ), существует возможность ухода после совершения нек-рого (возможно, большого) числа оборотов вокруг Ч. д. Мин. значение расстояния ближайшего подхода к Ч. д.  $d = 2r_g$  является одновременно радиусом предельной нестабильной круговой орбиты и мин. периастром орбит ухода (рис. 1).

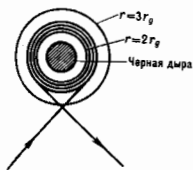


Рис. 1.

Все фотоны, проходящие внутри этого конуса, неизбежно захватываются дырой (рис. 2). На больших расстояниях конус раскрыт внутри и угол полураствора равен углу, под к-рым виден диск радиуса  $(3\sqrt{3}/2)r_g$ . Фотоны с прицельными параметрами

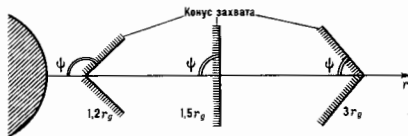


Рис. 2.

на бесконечности  $\rho \leq (3\sqrt{3}/2)r_g$  гравитационно захватываются дырой, и сечение захвата  $\sigma = (27/4)\pi r_g^2$ . При  $r = 1,5r_g$  конус полностью раскрыт. Здесь существует нестабильная круговая орбита, по к-рой может двигаться фотон, удерживаемый гравитационным полем Ч. д. При меньших  $r$  конус раскрыт наружу. При  $r \rightarrow r_g$  угол полураствора  $\psi \rightarrow \pi$ , и при  $r = r_g$  захватываются все фотоны. Фотоны, стремящиеся уйти от Ч. д. вдоль радиальных ( $\rho = 0$ ) геодезических, направленных внутрь, не падают внутрь Ч. д., но и не могут её покинуть. Они вечно «живут» на горизонте событий, к-рый т. о. является не формально математической поверхностью, а физ. поверхностью, образуемой радиально уходящими фотонами.

П. особенность геометрии пространства-времени вращающегося тела была установлена в 1918 И. Лэнзе (I. Lense) и Х. Тиррингом (H. Thirring). Они показали, что гравитационное поле вращающегося тела вовлекает пробные тела во вращение относительно далёкой инерциальной системы отсчёта, связанной с неподвижными звёздами. При этом увлечение не обязательно происходит в направлении вращения. В частности, смещение перигелия Меркурия  $\Delta\Omega = 42,9''$  за сто лет — классич. эффект ОТО — должно за счёт вращения Солнца уменьшаться на величину  $\Delta\Omega \approx 4 \times 10^{-4} \Delta\Omega$ .

Эффект увлечения инерциальных систем гравитационного поля вращающегося тела принимает разнообразные формы. Поскольку в ОТО гравитационный потенциал не является скаляром, компоненты гравитационного поля, аналогичные магн. полю заряженного вращающегося тела, приводят к расщеплению спектральных линий аналогичному эффекту Зеемана. Гравитационный эффект Зеемана, предсказанный Я. Б. Зелдовичем, является универсальным, т. е. расщепление не зависит от конкретных свойств излучающей системы. Линия, испущенная с частотой  $\omega$  вблизи полюса вращающегося с угл. скоростью  $\Omega$  тела, расщепляется на две компоненты с частотами  $\omega \pm \Omega$  и с противоположной круговой поляризацией, т. е. фотоны с левой и правой круговой поляризацией испытывают разное красное смещение. В гравитационном поле быстро вращающейся Ч. д. частоты  $\Omega$  и  $\omega$  могут быть сравнимы по величине, и эффект приобретает практическое астрофиз. значение.

Геометрия пространства-времени вращающейся Ч. д. описывается решением Керра. В координатах Бойера — Линдквиста, совпадающих на бесконечности с обычными сферич. координатами в плоском пространстве, и в геом. системе единиц ( $c = G = 1$ ) метрика Керра пространства-времени имеет вид

$$ds^2 = \left( 1 - \frac{2Mr}{\Sigma} \right) dt^2 + \frac{4M^2 a r \sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\theta - \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 - \Sigma d\theta^2 - \left( r^2 + a^2 M^2 + \frac{2M^2 a^2 r \sin^2 \theta}{\Sigma} \right) \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2,$$

$$\Sigma = r^2 + a^2 M^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - 2Mr + a^2 M^2,$$

где  $a$  — удельный безразмерный угл. момент Ч. д., связанный с полным угл. моментом  $J$  соотношением  $J = aM^2$ .

В метрике Керра существуют две физически выделенные поверхности: поверхность  $S_{\text{на}}$ , на к-рой обращается в нуль метрический коэф.  $g_{00}$ , описывается ур-нем

$$r = r_{\text{на}} = M \left( 1 + \sqrt{1 - a^2 \cos^2 \theta} \right),$$



и поверхность  $S_+$ , заключенная внутри  $S_m$ , определяемая условием  $g_{11} \rightarrow \infty$  ( $\Delta = 0$ ). Последняя описывается ур-нем

$$r = r_+ = M(1 + \sqrt{1 - a^2})$$

и представляет собой границу событий вращающейся Ч. д. Поверхность  $S_m$  является пределом статичности. За этой поверхностью ур-ние  $d\varphi/dt = 0$  не имеет корней вдоль геодезических и, следовательно, никакое пробное тело внутри  $S_m$  не может иметь  $\varphi = \text{const}$ . Все стационарные ( $r = \text{const}$ ,  $\theta = \text{const}$ ) наблюдатели обязаны вращаться относительно дальней инерциальной системы отсчета с положительной угл. скоростью, стремящейся при  $r \rightarrow r_+$  к величине угл. скорости ускорения на горизонте

$$\Omega_+ = \frac{aM}{r_+^2 + a^2 M^2}$$

называемой угл. скоростью вращения Ч. д. Угл. момент и угл. скорость Ч. д. ограничены сверху требованием, чтобы линейная скорость вращения не превышала скорость света. Для экстремально вращающейся Ч. д.  $a = 1$  и  $\Omega_+ = (2M)^{-1}$ .

Эффект ускорения инерциальных систем проявляется в асимметрии геодезич. линий, зависящей от взаимной ориентации направления движения частицы и оси вращения. В метрике Керра при движении вдоль геодезических сохраняются энергия частицы  $\epsilon$  и проекция ее момента импульса  $L_z$  на ось вращения.

Траектории падения на вращающуюся Ч. д. вблизи дыры с необходимостью закручиваются в направлении ее вращения. Радиальное на бесконечности падение ( $L_z = 0$ ) превращается в падение вдоль спирали, навивающейся на коническую поверхность  $\theta = \theta_m = \text{const}$ . При падении на вращающуюся Ч. д. облака слабо взаимодействующих между собой частиц их траектории стремятся собраться на конических поверхностях  $\theta_{1,2} = \pm \arcsin [L_z^2/a^2(\epsilon^2 - 1)]^{1/4}$  и закрутиться в направлениях вращения Ч. д. (здесь и далее  $\delta \rightarrow \delta/m$ ,  $L_z \rightarrow L_z/mM$ ).

Знаменитый эффект отклонения лучей в поле массивного тела, предсказанный Эйнштейном, в случае вращающегося тела зависит от ориентации луча относительно оси. Отклонение лучей в экваториальной плоскости описывается ф-лой

$$\Delta\varphi = \frac{4}{d} + \frac{15\pi - 16}{4d^2} - \frac{4a}{d^2} \frac{\rho}{|\rho|}, \quad (d \gg r_+)$$

где  $\rho = L_z/\delta$  — прицельный параметр,  $d$  — расстояние ближайшего подхода, выраженные в единицах  $GM/c^2$ . Поправка, зависящая от вращения, имеет разные знаки для фотонов, движущихся по и против вращения, причём фотоны, движущиеся против вращения, отклоняются сильнее. Фотоны, ориентированные по вращению, вовлекаются во вращение и отклоняются слабее. В случае произвольного угла между осью и плоскостью орбиты полное отклонение луча определяется выражением

$$\delta\varphi = \frac{4}{d} + \frac{15\pi - 16}{4d^2} - \frac{4a \cdot e}{d^2}$$

где  $e$  — единичный вектор, перпендикулярный плоскости орбиты. В сильном поле вращающейся Ч. д. зависимость отклонения лучей от ориентации орбитального момента относительно оси приводит к тому, что фотоны, ориентированные по вращению, могут подходить к Ч. д. гораздо ближе, чем фотоны, ориентированные против вращения. В результате сечение гравитац. захвата фотонов становится асимметрич. и зависящим от угла падения  $\theta_0$ .

Для частиц, падающих на Ч. д. в экваториальной плоскости, критич. значения прицельного параметра  $\rho$ , соответствующие разным знакам  $L_z$ , равны

$$\rho_{\pm}^* = \frac{2c}{v_{\infty}}(1 - \sqrt{1 - a}), \quad \rho_{\mp}^* = \frac{2c}{v_{\infty}}(1 + \sqrt{1 - a}).$$

$$r_0 = 2\sqrt{a} + 2\sqrt{1 - a}$$

являются одновременно радиусом предельной нестабильной круговой экваториальной орбиты и мин. периастром орбит ухода. Частицы с прицельными параметрами  $\rho > \rho_{\text{пр}}$  отгибают Ч. д. и уходят на бесконечность по параболич. орбитам с периастром

$$r_p = \rho^2 \left\{ \frac{1}{4} + \left[ 1 - \frac{16(\rho - a)^2}{\rho^4} \right]^{1/2} \right\}.$$

В отличие от фотонов, гравитац. захват частиц является более эффективным при падении параллельно оси.

Характеристики рассеяния частиц и фотонов экстремально вращающейся ( $a = 1$ ) Ч. д. приведены в табл. 1. Рассеяние на вращающемся центре характеризуется двумя прицельными параметрами:

$$\rho_{\perp} = \frac{1}{v_{\infty}} r^2 \sin^2 \theta_0 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_{\infty} = \frac{L_z}{\delta v_{\infty} \sin \theta_0}$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{1}{v_{\infty}} r^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)_{\infty}$$

к-рые могут быть как положительными, так и отрицательными. Величины, приведенные в табл. 1, выражены в единицах  $GM/c^2$  [сечение захвата в единицах  $(GM/c^2)^2$ ].

Табл. 1.

Угол падения	Прицельные параметры захвата	Расстояние ближайшего подхода	Сечение гравитационного захвата
<b>ЧАСТИЦЫ</b>			
$\sin^2 \theta_0 \ll 1$	$3,85c/v_{\infty}$	3,37	$14,8\pi \left(\frac{c}{v_{\infty}}\right)^2$
$90^\circ$	$ \rho_{\parallel}  \leq 3,85c/v_{\infty};$ $-4,8 \frac{c}{v_{\infty}} \leq \rho_{\perp} \leq 2 \frac{c}{v_{\infty}}$	$1 \leq d \leq 5,83$	$14,2\pi \left(\frac{c}{v_{\infty}}\right)^2$
Изотропный поток			$14,4\pi \left(\frac{c}{v_{\infty}}\right)^2$
<b>ФОТОНЫ</b>			
$0^\circ$	$2(1 + \sqrt{2})$	$1 + \sqrt{2}$	23,31 $\pi$
$30^\circ$	$ \rho_{\parallel}  \leq 4,94;$ $-6 \leq \rho_{\perp} \leq 3,5$	$1,5 \leq d \leq 3,23$	23,56 $\pi$
$45^\circ$	$ \rho_{\parallel}  \leq 5,04;$ $-6,4 \leq \rho_{\perp} \leq 2,8$	$1,06 \leq d \leq 3,55$	23,66 $\pi$
$60^\circ$	$ \rho_{\parallel}  \leq 5,12;$ $-6,73 \leq \rho_{\perp} \leq 2,31$	$1 \leq d \leq 3,80$	23,80 $\pi$
$90^\circ$	$ \rho_{\parallel}  \leq 3\sqrt{3};$ $-7 \leq \rho_{\perp} \leq 2$	$1 \leq d \leq 4$	24,27 $\pi$
Изотропный поток			23,90 $\pi$

Область гравитац. захвата нерелятивистских частиц расположена далеко от Ч. д. ( $\rho \sim c/v_{\infty}$ ). В этой области «корисолово» ускорение при падении параллельно оси

$$w_{\parallel} = \frac{4M^2 a \rho_{\parallel}^2 v_{\infty}^2}{r^3} e^{\varphi}$$

и соответствует закручиванию траекторий в направлении вращения Ч. д. При падении в плоскости экватора

$$\omega_1 = -\frac{2M^2 \omega_{\infty}}{r^3} \left( \frac{\rho_+}{r} e^+ + e^+ \right)$$

и соответствует илличю эфф. отклонения частицы, движущейся в направлении вращения. Поэтому частицы легче захватываются дырой при падении параллельно оси.

Область захвата фотонов расположена гораздо ближе к Ч. д., в области сильного поля. Угл. скорость, приобретаемая пробным телом, падающим параллельно оси, не зависит от скорости и равна

$$\left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_1 = \frac{2ar}{(r^2+a^2)^2}$$

тогда как при падении в плоскости экватора

$$\left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_\perp = \frac{\rho_+ v_{\infty} (r-r_*)}{r(r^2+a^2) - 2a(\rho_+ v_{\infty} - a)}$$

где  $r_* = 2(1-a)\rho_+ v_{\infty}$  — точка поворота по углу  $\varphi$ . Поскольку фотоны в экваториальной плоскости испытывают более сильное закручивающее действие со стороны Ч. д., они легче захватываются при падении перпендикулярно оси.

Связанные состояния в поле вращающейся Ч. д. делится на прямые (ориентированные по вращению) и обратные (ориентированные против вращения) орбиты. В общем случае орбита наз. прямой, если смещение азимута  $\Delta\varphi$  за время одного оборота по широте положительно. На больших расстояниях от центра энергии связи прямых и обратных орбит  $W=1-\delta$  почти равны. По мере приближения к центру усиливается спин-орбитальное (спин Ч. д.) взаимодействие, к-рое увеличивает энергию связи прямых орбит и уменьшает энергию связи обратных орбит.

Стабильные сферические ( $r=\text{const}$ ) прямые орбиты существуют вплоть до поверхности горизонта событий  $r=r_+$ . Однопараметрическое семейство орбит, скользщих вдоль горизонта, характеризуется для экстремальной ( $a=1$ ) Ч. д. значениями  $L_z$  в интервале  $2/\sqrt{3} \leq L_z \leq 2$ . Обратные круговые орбиты в плоскости экватора становятся нестабильными, начиная с орбиты  $r=9M$ . Параметры предельных стабильных круговых орбит в плоскости экватора приведены в табл. 2, где они сопоставляются с параметрами соответствующих ньютоновских и шварцшильдовских орбит. Энергия связи выражена в процентах от  $mc^2$ .

Табл. 2.

	Ньютоновские орбиты	Шварцшильдовские орбиты	Керровские орбиты ( $a=1$ )	
$L_z$	0	$2\sqrt{3}$	$2/\sqrt{3}$	$-22/3\sqrt{3}$
$r$	0	6	1	9
$\delta$	$-\infty$	$2\sqrt{2}/3$	$1/\sqrt{3}$	$5/3\sqrt{3}$
$W=1-\delta$	$+\infty$	5,72%	42,35%	3,77%

При дальнейшем уменьшении радиуса нестабильные орбиты перестают быть связанными. Радиус предельной нестабильной связанной орбиты является мин. центром парабол. орбиты (в экваториальной плоскости):

$$r = r_{\min} = 2\mp a + 2\sqrt{1\mp a}$$

При дальнейшем стремлении  $r$  к  $r_+$  появляется предельная нестабильная экваториальная орбита фотона

$$r_{ph} = 2 \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2}{3} \arccos(\mp a) \right] \right\},$$

к-рая соответствует прицельному параметру

$$\rho = \pm(1/2)\sqrt{r_{ph}(r_{ph}+3)}$$

Предсказанное ОТО гравитаци. запаздывание сигналов при наличии вращения меняется кардинально. Время рас-

пространения сигнала в экваториальной плоскости вращающегося тела из точки  $R$  до точки наиб. сближения  $d$  описывается выражением

$$t_1 = \sqrt{R^2-d^2} + 2 \ln \frac{R+\sqrt{R^2-d^2}}{d} + \sqrt{\frac{R-d}{R+d}} \frac{15\pi-8}{4d} - \frac{4a\rho_+}{d|\rho_+|}$$

в единицах  $GM/c^2$  и для  $d \gg r_+$ . Первый член соответствует распространению сигнала в плоском пространстве. Второй и третий члены описывают гравитаци. запаздывание, измеренное в эксперименте У. Шапиро (I. Shapiro), к-рый предложил в 1964 четвертый тест ОТО: измерение гравитаци. запаздывания в поле Солнца методом радиолокации внутр. планет (для Меркурия результат составил 240 мкс при точности измерений 1,5 мкс).

Член, зависящий от вращения, свидетельствует о том, что обусловленное вращением гравитаци. запаздывание положительно, т. е. является запаздыванием только для сигнала, идущего против вращения. Для сигнала, идущего по вращению, обусловленное вращением гравитаци. запаздывание отрицательно, т. е. является гравитаци. ускорением.

Время распространения сигнала, идущего параллельно оси,

$$t_1 = \sqrt{R^2-d^2} + 2 \ln \frac{R+\sqrt{R^2-d^2}}{d} + \sqrt{\frac{R-d}{R+d}} \frac{15\pi-8}{4d} - \frac{120-23\pi}{4d^2} \frac{a^2}{d^2}$$

В этом случае обусловленное вращением гравитаци. запаздывание всегда отрицательно, т. е. является гравитаци. ускорением.

Фотон, падающий на вращающуюся Ч. д. вдоль квази-продольной геодезической, навиоающейся на угол  $\theta = \theta_{\infty} = \text{const}$ , достигает горизонта за время

$$t = \left[ r + \ln(r^2-2r) + \ln \left( 1 + \frac{a^2}{r^2-2r} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \ln \frac{r-1-\sqrt{1-a^2}}{r-1+\sqrt{1-a^2}} \right] \frac{r}{R}$$

меньшее, чем время падения фотона в невращающуюся Ч. д., определяемое первыми двумя членами. Т. о., обусловленное вращением гравитаци. запаздывание сигналов чаще оказывается гравитаци. ускорением.

Связимость гравитаци. запаздывания от направления распространения сигнала приводит к эффекту относительного запаздывания лучей, фокусируемых вращающейся гравитационной линзой. Относительное запаздывание лучей, идущих из точки источника излучения  $S$  в экваториальной плоскости, вращающейся гравитаци. линзы  $M$  по и против вращения (рис. 3), определяется как

$$\Delta t = t_- - t_+ = \frac{8a}{d} GMc^{-3}$$

В случае, если роль гравитаци. линзы играет сверхмассив-

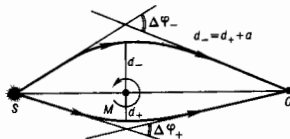


Рис. 3.

ная вращающаяся Ч. д., эффект относительного запаздывания характеризуется величиной

$$\Delta t = 40 \left( \frac{M}{10^6 M_{\odot}} \right) \left( \frac{a}{1} \right) \left( \frac{100}{d} \right) c.$$

Вращающаяся Ч. д.-линза может быть расположена на луче зрения между наблюдателем и источником излучения, угл. размеры к-рого больше угл. размеров Ч. д. В этом случае Ч. д. будет выглядеть буквально как чёрная дыра в изображении источника, ограниченная несимметричным светящимся ореолом, образованным фотонами, отклоняемыми дырой на углы

$$\Delta\varphi \approx \pm 3k\pi \quad (k = 1, 2, \dots)$$

В результате асимметрии рассеяния должно возникнуть относительное запаздывание во времени распространения фотонов, образующих границу дыры в картинной плоскости источника излучения. Относительное запаздывание фотонов, идущих в экваториальной плоскости с максимальным и минимальным притягательными параметрами, описываемых ф-лой  $\Delta t \approx 3|\Delta\rho|GMc^{-3}$ . При изменении яркости источника излучения яркость границы кривой (оросла) будет меняться неравномерно: по ней побегит «зайчик» из точки, соответствующей мин. значению притягательного параметра, со скоростью  $v_p \approx (c/6)R_2/R_1$  (для  $a=1$ ), где  $R_1$  — расстояние от наблюдателя до Ч. д.,  $R_2$  — расстояние от наблюдателя до источника излучения.

### 3. Физика чёрных дыр

К кон. 60-х гг. в работах В. Израэля (W. Israel), Б. Картера (B. Carter) и Хокинга были доказаны теоремы единственности, согласно к-рым Ч. д. полностью определяется её массой  $M$ , угл. моментом  $I$  и зарядом  $Q$ . Уилер сформулировал этот результат как теорему «Ч. д. не имеет волос». В 1971 Уилер показал, что эта теорема означает возможность нарушить второе начало термодинамики. Достаточно бросить в Ч. д. какое-нибудь горячее тело, обладающее определ. энтропией, уменьшая тем самым энтропию оставшейся части Вселенной. Параметры  $M, I, Q$ , определяющие Ч. д. единственным образом, не несут никакой информации о кол-ве энтропии, поглощённой Ч. д. (как в процессе её формирования, так и всей дальнейшей истории). Т. о., существование хотя бы одной Ч. д. не позволяет быть с уверенностью утверждать, что полная энтропия Вселенной не убывает.

Парадокс выглядел следующим образом: либо второе начало термодинамики не является универсальным законом природы, либо Ч. д. не могут существовать в принципе.

Решение этого парадокса было предложено в 1972 студентом Уилера Дж. Бекенштейном (J. Beckenstein). Он исходил из результатов, полученных Д. Кристоуду (D. Christodoulou) (1970) и Хокингом (1971), согласно к-рым площадь Ч. д. (площадь поверхности горизонта событий) не может уменьшаться и возрастает в динамич. процессах. Существенным свойством динамич. процессов, происходящих с Ч. д., является необратимость; мера необратимости определяется площадью поверхности Ч. д.

$$A = 4\pi r_s^2 = \frac{4\pi}{c^2} G^2 (2M^2 - Q^2 + 2M\sqrt{M^2 - Q^2 - I^2/M^2}).$$

Бекенштейн предположил, что Ч. д. обладает конечной энтропией, пропорциональной площади её поверхности  $A$  (линейная зависимость может обеспечить аддитивность энтропии). В качестве коэф. пропорциональности Уилер предложил величину  $1/r_s^2$ , поскольку планковская длина  $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3} = 1,6 \cdot 10^{-33}$  см является характерной длиной, зависящей только от фундам. постоянных, и представляет собой мин. масштаб, в к-ром пространство-время может рассматриваться как гладкое многообразие.

Т. о., энтропия Ч. д. определяется ф-лой

$$S_H = \frac{c^3 \hbar}{4\hbar G} A. \quad (4)$$

Обобщенное второе начало термодинамики звучит так: сумма обычной энтропии (т. е. энтропии вне Ч. д.) и энтропии Ч. д. никогда не убывает.

В 1973 Дж. Бардин (J. Bardeen), Картер и Хокинг сформулировали четыре закона механики Ч. д.:

нулевой закон — поверхностная гравитация стационарной Ч. д.

$$\kappa = \frac{GM}{r_s^2} = \frac{4\pi GM}{A} = \frac{4\pi}{A} \sqrt{M^2 - Q^2 - I^2/M^2}$$

постоянна на горизонте событий;  
первый закон —

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Omega_H \delta I + \Phi_H \delta Q,$$

где  $\Omega_H$  — угл. скорость Ч. д. и  $\Phi_H$  — электр. потенциал Ч. д.;

второй закон — площадь поверхности горизонта событий для любой Ч. д. не убывает со временем, т. е.  $\delta A \geq 0$ ;

третий закон — не существует механизма, сколь угодно идеализированного, позволяющего привести к нулю поверхностную гравитацию  $\kappa$  с помощью конечной последовательности операций.

Замечательная аналогия между этими законами и законами термодинамики считалась в 1973 чисто формальной, ибо Ч. д., рассматриваемая как классич. система, не может излучать и поэтому её темп-ра должна быть равна нулю, а энтропия — бесконечности. Энтропия определяется соотношением  $S = k \ln G$ , где  $G$  — число микросостояний, соответствующих определ. макросостоянию. Для классич. Ч. д. число внутр. микросостояний должно было бы быть бесконечным, так как Ч. д. могла бы, в принципе, образоваться в ходе коллапса из бесконечно большого числа частиц бесконечно малой массы.

Бекенштейн отметил, что должно существовать квантовое ограничение на массу частиц, образующих Ч. д.: комитоновская длина волны  $\lambda_c = h/mc$  должна быть ограничена радиусом Ч. д. и поэтому число внутренних микросостояний должно быть конечным, хотя и очень большим.

Следующий решающий шаг был сделан Хокингом в 1974. Казалось очевидным, что из предположения о конечности энтропии Ч. д. следует, что она должна испускать тепловое излучение. В этом случае первый закон механики Ч. д. становится законом термодинамики. Для неврастающей незаряд. Ч. д. он имеет вид  $dM = TdS$ , и из (4) немедленно следует ф-ла для темп-ры Ч. д., излучающей как абсолютно чёрное тело:

$$T_H = \frac{\hbar}{2\pi c k} \kappa = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k M} \sim 6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M_\odot}{M}\right) \text{ К}. \quad (5)$$

Фундам. результат Хокинга заключается в том, что он нашёл механизм, обеспечивающий излучение Ч. д. Таким механизмом является квантовое рождение частиц в её гравитацион. поле. Внутри Ч. д. имеются орбиты, для к-рых энергия отрицательна с точки зрения внеш. стационарного наблюдателя. Поэтому энергетически возможно спонтанное рождение пары частиц вблизи горизонта событий. Одна из частиц имеет положит. энергию и уходит на бесконечность, другая имеет отрицат. энергию и падает в Ч. д., уменьшая тем самым её массу. Наличие горизонта событий препятствовало бы этому при классич. рассмотрении, но в квантовом случае это возможно благодаря туннелированию частиц сквозь горизонт. Механизм Хокинга получил назв. квантового испарения Ч. д. Вследствие наличия горизонта событий квантовое излучение Ч. д. описывается не чистым квантовым состоянием, а квантовой матрицей плотности. Поэтому излучение Ч. д. имеет тепловой спектр (строго говоря, спектр отличается от теплового вследствие рассеяния излучения гравитацион. полем Ч. д. темп-ры). Хокинг доказал, что Ч. д. излучает как чёрное тело с темп-рой (5). Квантовое испарение ведёт к потере массы Ч. д. со скоростью

$$\frac{dM}{dt} = -C \frac{\hbar}{M^2},$$

где коэф.  $C$  зависит от числа типов излучаемых частиц. Для Ч. д. массой  $M \gg 10^{17}$  г темп-ра  $T_H \ll 10^9$  К и Ч. д.

может излучать только безмассовые частицы. В этом случае  $C=2,83 \cdot 10^{-4}$ . В поле чёрной дыры массой  $5 \cdot 10^{14} \text{ г} \ll M \ll 10^{17} \text{ г}$  могут рождаться ультрарелятивистские электроны и позитроны и  $C=4,466 \cdot 10^{-4}$ . Время жизни Ч. д.

$$\tau = \frac{1}{3C} \frac{M^3}{\hbar} = \begin{cases} 1,9 \cdot 10^{17} \left( \frac{M}{10^{17} \text{ г}} \right)^3 \text{ лет при } M \gg 10^{17} \text{ г} \\ 1,5 \cdot 10^{10} \left( \frac{M}{5 \cdot 10^{14} \text{ г}} \right)^3 \text{ лет при } 5 \cdot 10^{14} \text{ г} \ll M \ll 10^{17} \text{ г} \end{cases}$$

При дальнейшем уменьшении массы Ч. д. и росте её температуры растёт число типов излучаемых частиц и коэф. С. Ковечный этап испарения должен протекать как мощная вспышка гамма-излучения (длительностью  $\sim 0,1$  с для  $M \sim 10^9 \text{ г}$ ).

При полном испарении Ч. д. её энтропия уменьшается до нуля. Расчёты энтропии, заключённой в испарившихся квантах, дали величину  $S_{\text{изл}} \approx (4/3) S_H$ . Т. о., квантовое испарение Ч. д. является необратимым процессом. При рождении пар заряд. частиц в поле заряд. Ч. д. её электрич. заряд также уменьшается практически до нуля.

Существенные особенности физики вращающихся Ч. д. связаны с наличием эргодесферы. Так называется область, заключённая между поверхностью  $S_m [g_{00}=0, \text{ ф-ла (3)}]$  и поверхностью горизонта событий  $S_H$  (рис. 4). Здесь могут разыгрываться события, сопровождаемые непосредственным излучением энергии вращения чёрной дыры.



Рис. 4.

Поэтому никакая свободно движущаяся частица не может попасть на такую геодезическую извие. Однако она может появиться в результате распада влетевшего в эргодесферу тела, причём др. фрагмент распавшегося тела может уйти на бесконечность, унося с собой часть энергии вращения Ч. д. Такой механизм излучения энергии из вращающейся Ч. д. был найден Р. Пенроузом (R. Penrose) в 1969.

Велиowym аналогом нроцесса Пенроуза является суперрадиаци. рассеяние волн вращающейся Ч. д. Впервые на такую возможность указал Зельдович в 1971, рассматривая рассеяние эл.-магн. волн на вращающемся с угл. скоростью  $\Omega$  проводящем цилиндре; в этом случае волна с азимутальным квантовым числом  $m$  и частотой  $\omega$  будет усилена при отражении от цилиндра, если  $\omega < m\Omega$ , а энергия и угл. момент отражающего тела уменьшатся. Зельдович показал, что аналогичный эффект должен иметь место при рассеянии волн на вращающейся Ч. д. и при квантовом рассмотрении должно происходить спонтанное излучение энергии и угл. момента за счёт рождения пар фотонов внутри эргодесферы с последующим поглощением одного из них дырой и излучением другого на бесконечность. Коэф. отражения эл.-магн. волн вращающейся Ч. д. на нек. процентов больше единицы и достигает максимума (1,044) при  $\omega = m\Omega$ . (А. А. Старобинский, С. М. Чурилов, 1973). Гравитаци. волна может быть усилена более чем вдвое. Коэф. отражения равен 2,38 при  $a=1, l=m=2$  и  $\omega = m\Omega$ . Эффект усиления гравитаци. волн приводит к существованию вблизи вращающейся Ч. д. «плавающих» орбит, на к-рых энергетич. потери на излучение гравитаци. волн в точности компенсируются энергич. извлекаемой из Ч. д. за счёт суперрадиаци. рассеяния.

В процессах Пенроуза и суперрадиаци. рассеяния площадь поверхности горизонта не уменьшается, поскольку расходится только энергия вращения Ч. д.

Квантовое рождение частиц в поле вращающейся Ч. д. сопровождается потерей как угл. момента, так и массы:

$$\frac{dI}{dt} \sim -\hbar\Omega, \quad \frac{dM}{dt} \sim -\hbar\Omega^2.$$

Квантовая темп-ра вращающейся Ч. д. определяется ф-лой

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k M} \cdot \frac{(r_+^2 - a^2)}{r_+^2}.$$

Численные расчёты квантового испарения (с учётом суперрадиации) показывают, что: вращающаяся Ч. д. испаряется тем быстрее, чем быстрее она вращается; угл. момент излучается существенно быстрее, чем масса; испарение увеличивает энтропию быстровращающейся Ч. д.; но уменьшает энтропию медленно вращающейся Ч. д.; суммарная энтропия Ч. д. и окружающей Вселенной увеличивается.

Применение термодинамич. методов в квантовой физике Ч. д. оказывается исключительного плодотворным, особенно если учесть, что Ч. д. не имеет никакого релятивистского предела вообще и что не существует пока последовательных теорий, объединяющих ОТО с квантовой механикой.

В 1985 началось развитие статистич. механики Ч. д., позволяющее использовать мощные статистич. методы для исследования стабильности Ч. д. как самогравитирующих квантовых систем.

В последнее время (К. Maeda et al, 1994) стали применяться методы теории катастроф для детального исследования связи физики Ч. д. с физикой элементарных частиц, рассматриваемых как локализованные частицеподобные решения нелинейных полевых ур-ний.

Фундам. проблемой физики Ч. д. является проблема сингулярности внутри Ч. д. Качественно это означает, что в конце коллапса всё коллапсировавшее вещество (массой от  $\sim 10 M_\odot$  до  $\sim 10^9 M_\odot$ ) сжимается в точку ( $r=0$ ), в к-рой, следовательно, плотность становится бесконечной. Математически, при  $r \rightarrow 0$  все инварианты тензора кривизны  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  стремятся к бесконечности. Поэтому само понятие пространства-времени теряет смысл в сингулярности.

Неизбежность сингулярности следует из теорем, доказанных в кон. 60-х гг. Одним из условий образования сингулярности является сильное давление, условие Хокинга и Пенроуза (1969), согласно к-рому для любого времениподобного вектора  $u^\alpha$

$$\left( T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T \right) u^\alpha u^\beta \geq 0, \quad (6)$$

где  $T_{\alpha\beta}$  — тензор энергии-импульса матрицы,  $T = T^\alpha_\alpha$  — его след.

Условие (6) гарантирует, что материя не препятствует монотонному сжатию геодезическим, и означает, что в гравитаци. коллапсе, когда гравитация становится доминирующей, она ведёт к неогранич. сжатию.

Для локального наблюдателя в соопутствующей системе отсчёта условие (6) принимает вид  $\epsilon + \sum_{k=1}^3 p_k \geq 0$ , где  $\epsilon$  — плотность энергии, а  $p_k = -T^k_k$  — гл. давления. В изотропном случае это означает, что  $\epsilon + 3p \geq 0$ , причём величина  $(\epsilon + 3p)$  определяет ускорение в ОТО

$$g = -\frac{4\pi G}{3c^2} (\epsilon + 3p).$$

Т. о., условие (6) гарантирует, что гравитация всегда действует как притяжение.

Сильное энергетич. условие не следует из фундам. принципов, а базируется на гипотезе, что можно экстраполиро-

вать до планковских плотностей  $\rho_{Pl} \sim 10^{93} \text{ г см}^{-3}$  ур-ния состояния материи (связь между  $\epsilon$  и  $\rho$ ), хорошо изученные вплоть до ядерных плотностей  $\sim 10^{15} \text{ г см}^{-3}$ .

Альтернативная гипотеза была высказана фактически до того, как теоремы о сингулярностях были окончательно сформулированы. В 1965, исследуя различные возможные ур-ния состояния при сверхвысоких плотностях, А. Д. Сахаров предложил ур-ние состояния

$$\rho = -\epsilon \quad (7)$$

как одно из возможных ур-ний состояния сверхплотной материи. Одновременно Е. Б. Линер предложил ур-ние (7) как ур-ние состояния сверхплотного вакуума. Соответствующий (7) тензор энергии-импульса

$$T_{\alpha\beta} = \epsilon g_{\alpha\beta} \quad (8)$$

имеет бесконечное число сопутствующих систем отсчёта. Вакуум определяется как такой физ. объект, для к-рого, в принципе, не существует выделенной сопутствующей системы отсчёта (невозможно, в принципе, определить скорость относительно вакуума). Другими словами, вакуум (8) является релятивистски инвариантным. Линер предположил, что при сверхвысоких плотностях происходит переход сверхплотного вещества в состояние сверхплотного вакуума (7), (8), к-рое может быть конечным состоянием в гравитат. коллапсе вместо сингулярности.

Геометрия, к-рая генерируется вакуумом (8), описывается метрикой де Ситтера пространства-времени

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r^2}{r_0^2}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (9)$$

как решение ур-ний Эйнштейна с космологической постоянной  $\Lambda = 3/r_0^2$ , связанной с плотностью энергии вакуума соотношением  $\epsilon = \Lambda c^4/8\pi G$ . Поверхность  $r = r_0$ , где

$$r_0^2 = \frac{3c^4}{8\pi G\epsilon},$$

является горизонтом событий пространства-времени де Ситтера: чтобы достичь  $r = r_0$ , световому сигналу требуется бесконечное время.

Если вакуумное состояние (7) достигается в ходе коллапса, то дальнейшее сжатие останавливается и в результате коллапса вместо сингулярности возникает мир де Ситтера. Т. о., в принципе, Ч. д. не обязана иметь сингулярность внутри горизонта событий.

Неоднократные попытки непосредственно «сшить» решение Шварцшильда с решением де Ситтера были проанализированы в 1988 (Е. Poisson, W. Israel). Показано, что переход от пространства-времени Шварцшильда к пространству-времени де Ситтера возможен, но требуется ввести промежуточный слой материи с ур-нием состояния, отличным от (7), в к-ром геометрия остаётся эффективно классической и подчиняется ур-ниям Эйнштейна (2) с правой частью, представляющей эффекты поляризации вакуума.

Существует, по крайней мере, один способ реализации этой программы (И. Г. Дымникова, 1992, 1996). Сферически симметричная геометрия, к-рая при больших  $r$  переходит в геометрию Шварцшильда, а при малых  $r$  — в геометрию де Ситтера, генерируется тензором энергии-импульса, имеющим следующие вакуумные асимптотики:

$$T_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty \quad (\text{вакуум Минковского}), \quad (10)$$

$$T_{\alpha\beta} = \epsilon g_{\alpha\beta} \quad \text{при } r \rightarrow 0 \quad (\text{вакуум де Ситтера}). \quad (11)$$

Чтобы переход был плавным, переходный тензор  $T_{\alpha\beta}$  должен зависеть от  $r$ . Для тензора энергии-импульса (11) из ур-ния сохранения  $T_{\alpha\beta} = 0$  следует  $\epsilon = \text{const}$ . Следовательно, переходный тензор не может иметь структуру (11) и должен быть анизотропным.

Для любой сферически симметричной геометрии  $T_{\alpha\beta}^0 = T_{\alpha\beta}^1$ . Из условия  $T_{\alpha\beta}^0 = T_{\alpha\beta}^1$  следует соотношение  $\epsilon_{00} = -g_{00}^{-1}$ , к-рое выполняется для вакуумных решений Шварцшильда и де Ситтера. Тензор энергии-импульса с алгебраич. структурой

$$T_{\alpha\beta}^0 = T_{\alpha\beta}^1; \quad T_{\alpha\beta}^2 = T_{\alpha\beta}^3 \quad (12)$$

имеет бесконечное число сопутствующих систем отсчёта, поскольку сопутствующая система отсчёта определяется единственным образом, если и только если ни одно из собственных значений тензора энергии-импульса не совпадает с  $T_{\alpha\beta}^0$  (в этом случае однозначно определяется скорость сопутствующей системы). Следовательно, тензор энергии-импульса (12) удовлетворяет определению вакуумного тензора и описывает анизотропный сферически-симметричный вакуум.

В случае, когда вакуумный тензор (12) имеет асимптотики (10) — (11), геометрия определяется метрикой

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_g(r)}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{R_g(r)}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (13)$$

$$\text{где } R_g(r) = \frac{8\pi G}{c^4} \int_0^r T_{\alpha\beta}^0(r') r'^2 dr'.$$

Метрика (13) переходит в метрику Шварцшильда (3) при  $r \rightarrow \infty$  и в метрику де Ситтера при  $r \rightarrow 0$ . Ур-ния Эйнштейна определяют также поперечное давление,  $T_{\alpha\beta}^2 = T_{\alpha\beta}^3 = (r/2) dT_{\alpha\beta}^0/dr$ . Т. о. геометрия де Ситтера — Шварцшильда полностью определяется заданием профиля плотности энергии  $\epsilon(r) = \rho(r) c^2 = T_{\alpha\beta}^0(r)$ , к-рый должен описывать поляризацию вакуума, возникающую в результате коллапса. В процессе коллапса существуют все поля и взаимодействия. Поскольку они, согласно ОТО, совместно определяют напряжённость гравитат. поля в каждой точке, естественно ожидать, что результирующим эффектом будет поляризация вакуума, создаваемая гравитат. полем. Поляризация вакуума стационарным внеш. полем описывается ф-лами, содержащими характерную экспоненту Швингера  $\exp(-E_p/E)$ , где  $E$  — напряжённость поля. Напряжённость сферически-симметричного гравитат. поля характеризуется величиной  $E \sim r_0/r^2$ . Критич. значение определяется как характерная напряжённость поля де Ситтера  $E_p \sim 1/r_0^2$ . Коэф. пропорциональности определяются из требования, чтобы выполнялись асимптотика (11) и соотношение (1), связывающее массу и гравитат. радиус. В результате

$$T_{\alpha\beta}^0(r) = \epsilon_0 \exp(-r^2/r_0^2), \quad (14)$$

и ф-ция  $R_g(r)$  имеет вид  $R_g(r) = r_0^2 [1 - \exp(-r^2/r_0^2)]$ , где  $r_0 = (r_0^2/r_0^2)^{1/2}$  определяет характерный масштаб геометрии. Условие (6) нарушается для  $r < (2/3)r_0$ , т. е. существует поверхность  $r_0 = (2/3)^{1/2} r_0$ , за к-рой гравитат. притяжение сменяется отталкиванием.

Согласно теориям *Великого объединения*, вакуумное состояние (7) может возникнуть при энергиях  $\sim 10^{15} - 10^{16}$  ГэВ (плотности  $\sim 10^{72} - 10^{81} \text{ г см}^{-3}$ ). В этом случае  $r_0 \sim r_p \sim 10^{-15} - 10^{-16}$  см для Ч. д. с массой  $\sim 10M$  и радиусом горизонта событий  $\approx 30$  км. Если состояние (7) возникает при планковской плотности  $\rho_{Pl} \sim 10^{93} \text{ г см}^{-3}$ , то  $r_0 \sim r_p \sim 10^{-26}$  см. В области, ограниченной поверхностью  $r_0$ , сосредоточено примерно 3/4 массы Ч. д., т. е. внутри Ч. д. вместо сингулярности возникает чашеподобная структура с характерным размером  $\sim r_0$ .

Несингулярная сферически-симметричная Ч. д. имеет два горизонта событий — внешний и внутренний. Наличие двух горизонтов следует из условий (10) — (11) и определяет динамику квантового испарения Ч. д. независимо от конкретной формы профиля плотности энергии  $T_{\alpha\beta}^0(r)$ . В процессе испарения Ч. д. теряет массу и горизонты сближаются. При нек-ром значении массы  $M_{sp}$  они совпадают и квантовая темп-ра Ч. д. становится равной нулю. Для профиля плотности (14)  $M_{sp} \approx 0,30 M_{Pl} (\rho_{Pl}/\rho_0)^{1/2}$ . В области больших масс,  $M \gg M_{sp}$ , темп-ра падает как  $1/M$ . Поэтому кривая  $T(M)$

имеет максимум при нек-ром  $M_{\text{пер}} > M_{\text{вр}}$ . Для модели (14)  $M_{\text{пер}} \approx 0,38 M_{\text{Pl}} (P_{\text{Pl}}/\rho_0)^{1/2}$ . При  $M = M_{\text{пер}}$  удельная теплоёмкость терпит разрыв и меняет знак. Это означает, что в ходе квантового испарения несингулярной Ч. д. происходит фазовый переход второго рода с восстановлением симметрии.

Значение  $M_{\text{пер}}$  даёт нижний предел массы Ч. д. в диаграмме  $M < M_{\text{пер}}$  тензор (12) с асимптотиками (10) — (11) и метрика (13) описывают самогравитирующую частицеподобную структуру. Такой объект может возникнуть, напр., как продукт квантового испарения Ч. д. (И. Г. Димитикова, 1996).

Описанная модель структуры пространства-времени в области сверхвысокой кривизны внутри Ч. д. не является единственно возможной. Др. варианты решения проблемы сингулярности в ОТО (включая *сингулярность космологическую*) связаны с радикальными квантовыми обобщениями эйнштейновской теории гравитации (см. *Квантовая теория гравитации, Суперструны*), хотя в иск-рых из них предсказывается существование несингулярных Ч. д. внутри к-рых достигается вакуумное состояние (7) (А. Strominger, 1992; К. Maeda и др., 1994). В любом варианте область сверхвысокой кривизны внутри Ч. д. скрыта от влещ. наблюдателя горизонтом событий. Самогравитирующие частицеподобные структуры должны, по-видимому, возникать при сверхвысоких плотностях, где физические процессы существенно нелинейны.

Лит.: Рис М., Руффиян Р., Уилер Дж., Черные дыры, гравитационные волны и космология, М., 1977; Чандрасекар С., Математическая теория чёрных дыр, М., 1986; Новиков И. Д., Фролов В. П., Физика чёрных дыр, М., 1986; Sigmundring A., «Phys. Rev.», 1992, v. D46, p. 4396; Maeda K. et al., «Phys. Rev. Lett.», 1994, v. 72, p. 450; Dumnikova I. G., «Gen. Rel. and Grav.», 1992, v. 24, p. 235; «Int. J. of Mod. Phys.», 1996, v. D5, p. 529.

И. Г. Димитикова.

**ЧЕТВЕРТЫЙ ЗВУК** — см. Звук в сверхтекучем гелии.

**ЧЁТНОСТЬ** — квантовое число, характеризующее поведение волновой ф-ции физ. системы при нек-рых дискретных преобразованиях.

**ЧЁТНОСТЬ УРОВНЯ** — чётность состояния физ. системы (чётность *волновой функции*), соответствующего данному уровню энергии системы. Такая характеристика уровней возможна для системы частиц, между к-рыми действуют эл.-магн. или ядерные силы, сохраняющие чётность. При учёте *слабого взаимодействия* к состоянию с данной чётностью добавляется незначит. примесь состояния с противоположной чётностью (в атомах и атомных ядрах относит. величина такой примеси обычно невелика:  $\sim 10^{-6} - 10^{-7}$ ). Если уровень энергии вырожден так, что ему принадлежат волновые ф-ции с разной чётностью (как, напр., для возбуждённых уровней атома водорода), то возможные состояния, описываемые суперпозицией таких волновых ф-ций, т. е. вырожденных уровней может не обладать определ. чётностью (даже в том случае, когда действующие в системе силы сохраняют чётность). С. С. Герштейн.

**ЧЕТЫРЬСМЕРНЫЙ ВЕКТОР** — вектор в *Минковского пространстве-времени*, имеющий 4 координаты и использующийся в частной теории относительности. Примерами Ч. в. являются 4-скорость частицы ненулевой массы, 4-импульс системы  $P^{\mu}$ , 4-потенциал эл.-магн. поля  $A_{\mu}$  и др. Подробнее см. *Относительности теории*.

**ЧИСЛА ЗАПОЛНЕНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ** — см. в ст. *Вторичное квантование*.

**ЧИСЛА ЗАПОЛНЕНИЯ** в квантовой механике и квантовой статистике — числа, указывающие степень заполнения квантовых состояний частицами квантовомеханич. системы многих тождественных частиц. Для систем частиц с полуцелым спином (*фермионов*) Ч. з. могут принимать лишь два значения: 0 — для свободных состояний и 1 — для занятых. Для систем частиц с целым спином (*бозонов*) Ч. з. — любые целые числа: 0, 1, 2, .... Сумма всех Ч. з. должна быть равна числу частиц системы. С помощью Ч. з. можно описывать и числа элементарных возбуждений (квазичастиц) квантовых полей;

в этом случае сумма Ч. з. не фиксирована. Средние по статистически равновесному состоянию Ч. з. идеальных квантовых газов определяются ф-циями распределения Ферми — Дирака и Бозе — Эйнштейна (см. *Ферми — Дирака статистика*, *Бозе — Эйнштейна статистика*). Понятие Ч. з. лежит в основе метода *вторичного квантования* (представления вторичного квантования, или представления Ч. з.). Д. Н. Зубарев.

**ЧИСТОЕ СОСТОЯНИЕ** — состояние квантовомеханич. системы, к-рос характеризуется заданием полного набора возможных значений динамич. переменных, определяющих состояние системы. Ч. с. описывается *волновой функцией* от этих переменных и является одним из осн. понятий квантовой механики. Суперпозиция волновых ф-ций (т. е. их сумма с произвольными комплексными коэф.) также описывает Ч. с. системы. Обычно Ч. с. называют просто квантовомеханически м. состоянием, хотя в квантовой механике есть более общий случай — *смешанное состояние*.



**ШАРЛЯ ЗАКОН** — утверждает, что давление данной массы идеального газа при постоянном объёме пропорционально темп-ре. Открыт Ж. Шарлем (J. Charles) в 1787. Частный случай *Клапейрона уравнения*.

**ШАРМ** — то же, что *очарование*.

**ШАРОВЫЕ ЗВЁЗДНЫЕ СКОПЛЕНИЯ** — старейшие *звёздные скопления* Галактики, населяющие её сфероидальное гало (см. *Галактика*). От *растельных звёздных скоплений* отличаются хим. составом [содержание тяжёлых хим. элементов (металлический) в 10—100 раз меньше солнечного], массой ( $10^5 - 10^6 M_{\odot}$ , где  $M_{\odot}$  — масса Солнца) и в среднем значительно большим возрастом (10—12 млрд. лет и более). Ш. з. с. концентрируются в осн. к центру Галактики с законом распределения плотности  $n \sim R^{-3}$  ( $R$  — галактоцентрич. расстояние), хотя Ш. з. с. с. наиб. металличностью концентрируются и к диску Галактики. У Ш. з. с. заметен градиент хим. состава: наиб. бедные тяжёлыми хим. элементами Ш. з. с. встречаются во всем объёме Галактики, тогда как более богатые — только в центр. области и вблизи диска. Это отражает последовательный процесс конденсации Ш. з. с. на ранних стадиях эволюции Галактики. Вся подсистема Ш. з. с. медленно вращается со скоростью 50—70 км/с (на расстоянии 8—10 кпк от центра Галактики), что значительно меньше скорости вращения диска Галактики (200—250 км/с).

Пространственное распределение Ш. з. с. использовалось для определения важнейшей галактич. константы — расстояния от центра Галактики до Солнца. Наиб. яркие Ш. з. с. в Галактике и близких спиральных галактиках имеют *абс. звёздную величину*  $M_{\text{в}}$  ок.  $-10^m$ , и их можно использовать для определения расстояний до др. звёздных систем. Ярчайшие звёзды Ш. з. с. — красные гиганты, звёзды горизонтальной ветви и асимптотической ветви гигантов (см. *Герципрунг — Расселла диаграмма*) — имеют сложную слоистую структуру. Среди них есть *переменные звёзды*. Особый интерес представляют переменные типа RR Лир с периодами изменения блеска меньше 1 сут. Абс. звёздные величины этих звёзд во всех Ш. з. с. почти одинаковы, что делает их хорошими индикаторами расстояний до старых объектов Галактики и её центр. области. В Ш. з. с. есть и цефеиды сферической составляющей. Они на 1—1,5<sup>m</sup> «слабее» своих молодых прототипов — классич. *цефеид* диска Галактики, и для них характерна

также тесная связь между периодами пульсаций и блеском. Цефеиды Ш. з. с. в перспективе также надёжные индикаторы расстояний.

В искр-рых Ш. з. с. известны т. н. «голубые бродяги» — голубые звёзды, расположенные левее и выше точки поворота г.л. последовательности. Их эволюц. положение пока непонятно: они записываются на диаграмме Гершпрунга — Рассела область, соответствующую более молодым и массивным (чем остальные звёзды Ш. з. с.) звёздам, к-рые в «нормальных» Ш. з. с. уже давно провозлощили-онивали. Эта загадка ещё ждёт разрешения.

В Большом Магеллановом Облаке (БМО) — спутнике нашей Галактики — в искр-рых др. галактиках обнаружены звёздные скопления, по внешнему виду и светимости очень похожие на Ш. з. с., а по звездному составу — на рассеянные звёздные скопления молодого или промежуточного возраста. Эти системы имеют более голубой, чем Ш. з. с. Галактики, интегральный цвет. По-видимому, это «богатые» (массой порядка  $10^4 M_{\odot}$ ), но сравнительно молодые скопления с высокой металличностью, но не Ш. з. с., под к-рыми понимают старые системы с малым содержанием тяжёлых хим. элементов. Считается, что «голубые» скопления образуются в дисках галактик со слабо развитыми спиральными ветвями (т. е. при отсутствии сильной спиральной волны плотности, см. *Спиральные галактики*).

Лит.: Холопов П. Н. Звёздные скопления, М., 1981; Звёздные скопления, в кн.: Итоги науки и техники, сер. Астрономия, т. 27, М., 1985. А. С. Расторгуев.

**ШВАРЦШИЛЬДА ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ** — пространство-время вне массивного неврачающегося тела в вакууме (тензор Риччи  $R_{ik} = 0$ ). Элемент длины  $ds$  определяется выражением

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (1)$$

где  $r, \theta, \varphi$  — сферические координаты с центром в центре массивного тела,  $M$  — масса тела. Это решение ур-ий Эйнштейна *общей теории относительности* было найдено К. Шварцшильдом (К. Schwarzschild, 1916). Величина  $r_g = 2GM/c^2$  наз. радиусом Шварцшильда или *гравитационным радиусом*. Ш. п.-в. является асимптотически плоским при  $r \rightarrow \infty$  и обладает там правильной ньютоновской асимптотикой:  $g_{00} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2}$ , где  $\Phi = -\frac{GM}{r}$  — ньютоновский гравитационный потенциал.

На поверхности массивного тела метрика Ш. п.-в. (1) должна непрерывно сшиваться с метрикой, описывающей пространство-время внутри тела. При этом радиальная координата поверхности тела в Ш. п.-в. должна быть больше  $r_g$ , иначе равновесие тела невозможно. Ш. п.-в. имеет смысл и в отсутствие центрального тела. Тогда его можно аналитически продолжить под гравитационный радиус, в область  $r < r_g$ , используя др. системы отсчёта [Д. Финкельштейн (D. Finkelstein), 1958]. Поверхность  $r = r_g$  является изотропной, так что все массивные или безмассивные частицы могут пересекать её только в одну сторону (из-за этого её также называют горизонтом). Если граничные условия при  $r = r_g$  таковы, что частицы пересекают гравитационный радиус в сторону уменьшения  $r$ , то Ш. п.-в. описывает *чёрную дыру*, образовавшуюся в результате коллапса первоначально регулярного распределения материи (напр., звёзды), и тогда поверхность  $r = r_g$  является горизонтом событий. В противном случае Ш. п.-в. содержит *белую дыру*. В области под гравитационным радиусом частицы могут двигаться либо только в сторону уменьшения  $r$  в случае чёрной дыры, либо только в обратную сторону в случае белой дыры. Максимальное аналитическое продолжение Ш. п.-в. в отсутствие вещества [М. Крускал (M. Kruskal), 1960] содержит и чёрную, и белую дыры (внутри каждой из к-рых находится поверхность  $r = 0$ ),

а также две несвязанные пространственные асимптотически-плоские бесконечности  $r \rightarrow \infty$ . Однако такое максимальное расширение Ш. п.-в. не является физическим в том смысле, что оно не может возникнуть как результат динамической эволюции регулярного распределения материи. Его тензор кривизны конечен и регулярен при  $r \neq 0$ . Две несвязанные поверхности  $r = 0$ , на к-рых он расходится, есть 3-мерные пространственноподобные гиперповерхности. Поэтому нельзя сказать, что  $r = 0$  есть «центр» Ш. п.-в., в отличие от случая центрального тела с радиусом  $r_0 > r_g$ .

Можно доказать, что Ш. п.-в. — единственное статическое вакуумное асимптотически-плоское решение ур-ий общей теории относительности. Ш. п.-в., описывающее чёрную дыру, устойчиво: малые возмущения метрики (1) общего вида затухают по степенному закону при  $t \rightarrow \infty$  (показатель степени определяется мультипликативностью возмущения). Гравитационная энергия связи тел массой  $m < M$ , двигающихся по устойчивым круговым орбитам в Ш. п.-в., может достигать  $\approx 6\%$  от энергии покоя (С. А. Каплан, 1949). Частицы, падающие в чёрную дыру, достигают поверхности горизонта событий за конечное собственное время  $\sim r_g/c$ , по за бесконечный интервал времени  $t$  с точки зрения любого внеш. наблюдателя, не падающего в чёрную дыру. Это утверждение остаётся верным и в случае нестационарной чёрной дыры, масса к-рой растёт из-за поглощения (*аккреции*) ею окружающего вещества [при этом, однако, следует помнить, что в случае аккреции на чёрную дыру радиус поверхности горизонта событий  $r_g(t)$  всегда несколько больше текущего гравитационного радиуса  $r_g(t)$ ]. После пересечения горизонта событий частицы достигают сингулярности  $r = 0$  также за конечный интервал собственного времени. Внеш. наблюдатель этого не увидит никогда.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, 7 изд., М., 1988; Хокинг С., Эллис Дж., Крупномасштабная структура пространства-времени, пер. с англ., М., 1977.

А. А. Старобинский.

**ШВИНГЕР УРАВНЕНИЕ** функциональное — система ур-ий для *Грина функций* в квантовой теории поля. Предложена Ю. Швингером (J. Schwinger) в 1951. Для получения Ш. у. вводятся классич. источники внеш. полей. Напр., в квантовой электродинамике частицы со спином  $1/2$  в простейшем варианте достаточно ввести в лагранжиан взаимодействие квантованного поля фотонов  $A^\mu(x)$  с источником внеш. эл.-магн. поля  $J_\mu(x)$  в мин. форме  $-J_\mu A^\mu$ . За счёт этого возникает возможность путём функционального варьирования по классич. источнику  $J_\mu(x)$  получать ф-ции Грина с большим числом фотонных концов. *Матрица рассеяния* становится функционалом  $S[J]$  источника. Удобно также ввести ср. наблюдаемое значение оператора фотонного поля (с учётом квантовых поправок):

$$\langle \delta^{\mu\nu}(x) \rangle = \frac{1}{S_0[J]} \langle 0 | T \{ A^\nu(x) S[J] \} | 0 \rangle = i \frac{\delta \ln S_0[J]}{\delta J_\nu(x)},$$

$$S_0[J] \equiv \langle 0 | S[J] | 0 \rangle, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3,$$

где  $\langle 0 | \dots | 0 \rangle$  — ср. значение операторов по состояниям вакуума в представлении взаимодействия, символ  $T$  обозначает хронологию, упорядочение операторов (см. *Хронологическое произведение*),  $\delta/\delta J_\nu(x)$  — вариац. производная.

В итоге для двухточечной фермионной ф-ции Грина

$$G(x, y|J) = -\frac{i}{S_0[J]} \langle 0 | T \{ \psi(x) \bar{\psi}(y) S[J] \} | 0 \rangle,$$

где  $\psi(x)$  — спиновый оператор фермионного (электрон-позитронного) поля, а черта над оператором означает дираковское сопряжение, имеем ур-ние типа ур-ния Дирака:

$$\left\{ \gamma_{\mu} \left[ i \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - e \mathcal{A}^{\mu}(x) \right] - m - i e \gamma_{\mu} \frac{\delta}{\delta \mathcal{A}_{\mu}(x)} \right\} G(x, y|J) = \delta^4(x-y), \quad (1)$$

где  $\gamma_{\mu}$  — матрицы Дирака,  $e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона. Для ср. значения оператора фотонного поля  $\mathcal{A}^{\mu}(x)$  получаем ур-ние типа ур-ния Максвелла (второе слагаемое в правой части ур-ния имеет смысл квантовых поправок к классич. току  $J$ ):

$$\square \mathcal{A}^{\mu}(x) = -J^{\mu}(x) + i e \text{Sp} [\gamma^{\mu} G(x, x|J)], \quad (2)$$

где шпур берётся по спиновым индексам. Ур-ния (1), (2), позволяющие по заданным источникам  $J_{\mu}(x)$  определить  $G(x, y|J)$  и  $\mathcal{A}^{\mu}(x)$ , наз. Ш. у.

Двухточечная фотонная функция Грина может быть найдена с помощью соотношения

$$D^{\mu\nu}(x, y|J) = -\frac{\delta A^{\nu}(x)}{\delta J_{\mu}(y)} = -i \frac{\delta^2 \ln S_0[J]}{\delta J_{\mu}(x) \delta J_{\nu}(y)}.$$

Величина  $Z[J] \equiv \ln S_0[J]$  наз. производящим функционалом.

Трёхточечная вершинная часть определяется следующим образом:

$$\Gamma_{\mu}(x, y, z) = -\frac{\delta}{\delta A^{\mu}(z)} G^{-1}(x, y|J),$$

где  $G^{-1}$  — обратный оператор фермионной ф-ции Грина. Ш. у. тесно связаны с Дайсоновскими уравнениями. Швингером было выведено также ур-ние для четырёхточечной ф-ции Грина двух частиц (фермионов). При отсутствии веш. поля это ур-ние эквивалентно Бете — Соултера уравнению.

Лит.: Schwinger J., «Proc. Nat. Acad. Sci.», 1951, v. 37, p. 452, 455; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантовых полей, 4 изд., М., 1984. Р. Н. Фаустов.

**ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ** — мера неомонохроматичности спектральной линии. Ш. с. л. определяется как расстояние между точками контура спектральной линии, в к-рых интенсивность равна половине её макс. значения. В научной литературе вместо термина «Ш. с. л.» иногда используют англ. аббревиатуру FWHM — Full Width at Half Maximum. Ш. с. л. выражают в единицах круговой частоты —  $\delta\omega$  ( $\text{с}^{-1}$ ), частоты —  $\delta\nu$  (Гц), длины волны —  $\delta\lambda$  (нм) или волнового числа —  $\delta(1/\lambda) = \delta\nu/c$  ( $\text{см}^{-1}$ ). Иногда под Ш. с. л. понимают полуширину  $\gamma = \delta\omega/2$ ; для классич. осциллятора  $\gamma$  есть константа затухания амплитуды свободных колебаний.

Для изолированной квантовой системы характерна естественная (радиационная) Ш. с. л.  $\delta\nu_e$ , определяемая суммой ширин уровней энергии, между к-рыми происходит соответствующий данной спектральной линии спонтанный квантовый переход. Для разрешённых *отбора правилами* переходов  $\delta\nu_e \propto \omega^2$ . Величина  $\delta\nu_e$  очень мала в радиодиапазоне, для ИК-линий  $\delta\nu_e \sim 100$  Гц, в видимом и УФ-диапазонах  $\delta\nu_e \sim 10$  МГц (для интенсивных линий). Для излучат. переходов из метастабильных состояний естеств. ширина может быть очень малой, так, для строго запрещённой линии водорода  $2S_{1/2} - 1S_{1/2}$  величина  $\delta\nu_e$  обусловлена двухфотонным распадом верх. уровня и составляет всего ок. 1,3 Гц.

В разреженных газах с максвелловским распределением частиц по скоростям спектральные линии имеют доплеровскую ширину, определяемую Доплера эфф. ф-том:

$$\delta\omega_D = 2\sqrt{\ln 2} \omega_0 v_0/c,$$

где  $v_0 = \sqrt{2kT/M}$  — наиб. вероятная скорость частиц в газе,  $M$  — масса атома (или молекулы),  $\omega_0$  — круговая частота спектральной линии. Т. о., доплеровская ширина зависит от темп-ры и часто используется для её определения.

В плотных газах, плазме, жидкостях и твёрдых телах Ш. с. л. обусловлена взаимодействием частиц (см. Ушире-

ние спектральных линий). Так, Ш. с. л. водородоподобного иона с зарядом ядра  $Z$  в плазме в осн. определяется квазистатич. уширением ионами:

$$\delta\omega \approx 12,5 \frac{n^2 - n'^2}{Z} Z_1 N_1^{1/3},$$

где  $Z_1$  — заряд возмущающих ионов,  $N_1$  — их концентрация (число в  $1 \text{ см}^3$ ),  $n$  и  $n'$  — гл. квантовые числа уровней энергии, участвующих в квантовом переходе. В большинстве случаев, однако, механизм уширения спектральных линий в плазме ударный. Если при этом на излучающую систему воздействует неск. видов возмущающих частиц, то полная Ш. с. л. равна сумме ширин, вызванных ударным воздействием всех частиц:

$$\delta\omega = \sum_m K_m N_m,$$

где  $N_m$  — концентрация частиц вида  $m$ , а  $K_m = 2\langle v\sigma_m \rangle$  — константа уширения спектральной линии при соударении с частицами вида  $m$  ( $\sigma_m$  — эфф. сечение уширения). Ширина неводородоподобных линий в плазме обусловлена гл. обр. столкновениями с электронами. По порядку величины

$$\delta\omega \approx a \cdot 10^{-6} (n - \mu)^2 z^{-3} N_e,$$

где  $n$  — гл. квантовое число верх. уровня,  $\mu$  — его квантовый дефект,  $z$  — спектроскопич. символ иона,  $N_e$  — концентрация электронов, множитель  $a \approx 0,2 - 0,5$  для нейтральных атомов, для однократных ионов  $a \approx 1$ . Ударным механизмом объясняется также уширение радиолиний, соответствующих переходам между высоковозбуждёнными уровнями атомов водорода. При этом Ш. с. л. обусловлена неупругими переходами и ипрорпч. концентрации зарж. частиц.

В нейтральных газах уширение спектральных линий атомами постороннего газа определяется потенциалом вандер-ваальсовского взаимодействия  $V = hC_6/R^6$  ( $R$  — расстояние между атомами,  $C_6$  — постоянная для данного типа взаимодействующих атомов); Ш. с. л. выражается ф-лой

$$\delta\omega = 8,16 C_6^2 \left( \frac{8kT}{\pi M} \right)^{3/10} N,$$

где  $M$  — приведённая масса сталкивающихся частиц,  $N$  — их концентрация. Наиб. уширение в атомарных нейтральных газах испытывают резонансные линии в однородном газе (резонансное уширение). Для изолированной резонансной линии

$$\delta\omega = \frac{4\pi e^2}{m_0} f_{01} \sqrt{\frac{2J_0+1}{2J_1+1}} N,$$

где  $m$  — масса электрона,  $f_{01}$  — сила осциллятора перехода  $0 \rightarrow 1$ ,  $J_0$  и  $J_1$  — квантовые числа полного момента для осн. и возбуждённого уровней.

Константы уширения  $K$  для кобальтно-вращат. и вращат. линий большинства молекул практически одного порядка величины. При темп-ре  $T = 300$  К характерное значение  $K \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ . Для больших вращат. квантовых чисел, когда разность энергий уровней сопоставима с  $kT$ , уширение становится в песк. раз меньше. Величина  $K$  обычно  $\propto T^2$ , причём эмпирич. значения показателя  $\alpha$  для разл. пар молекул составляют  $0,12 - 0,40$ . Уширение, связанное с собств. давлением газа, существование превращает уширение посторонним газом лишь в нек-рых случаях — чаще всего у полярных молекул. Так, константа уширения давлением для вращат. линий  $\text{H}_2\text{O}$  с частотой 380 ГГц составляет  $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ . По Ш. с. л. обусловленной взаимодействием частиц, определяют их концентрацию в излучающих и поглощающих объектах (см., напр., Диагностика плазмы).

Спектральные линии с очень малой шириной реализуются при ядерных переходах в кристаллах при Мессбауэра



эффекте, узкие спектральные линии искупаются квантовыми генераторами — лазерами и лазерами.

Лит.: Konjevic N., Dimitrijevic M. S., Wiese W. L., Experimental Stark widths and shifts for spectral lines of neutral atoms, J. Phys. Chem. Ref. Data, 1984, v. 13, № 3, p. 619; Konjevic N., Dimitrijevic M. S., Experimental Stark widths and shifts for spectral lines of positive ions, там же, p. 649; см. также лит. при ст. Уширение спектральных линий. Е. А. Юков.

**ШИРИНА УРОВНЯ** — неопределённость энергии квантовомеханической системы (атома, молекулы и др.), обладающей дискретными уровнями энергии  $\epsilon_k$  в состоянии, к-рое не является строго стационарным. Ш. у.  $\Delta\epsilon_k$ , характеризующая размытие уровня энергии, его уширение, зависит от ср. длительности пребывания системы в данном состоянии — времени жизни на уровне  $\tau_k$  и, согласно неопределённости соотношению для энергии и времени,  $\Delta\epsilon_k \approx \hbar/\tau_k$ . Для строго стационарного состояния системы  $\tau_k = \infty$  и  $\Delta\epsilon_k = 0$ . Время жизни  $\tau_k$ , а следовательно, и Ш. у. обусловлены возможностью квантовых переходов системы в состояния с др. энергиями. Для свободной системы (напр., для изолир. атома) спонтанные излучат. переходы с уровня  $\epsilon_k$  на нижележащие уровни  $\epsilon_l$  ( $\epsilon_l < \epsilon_k$ ) определяют радиационную, или естественную, Ш. у.

$(\Delta\epsilon)_{\text{рад}} \approx \hbar A_k$ , где  $A_k = \sum A_{k1}$  — полная вероятность спонтанного испускания с уровня  $\epsilon_k$ ,  $A_{k1}$  — Эйнштейна коэффициенты для спонтанного испускания. Уширение уровня может быть вызвано также спонтанными безизлучат. переходами, напр. для радиоакт. атомного ядра —  $\alpha$ -распадом. Ширина атомного уровня очень мала по сравнению с энергией уровня. В др. случаях (напр., для возбуждённых ядер, вероятность квантовых переходов к-рых обусловлена испусканием нейтронов и очень велика) Ш. у. может стать сравнимой с расстоянием между уровнями. Любые взаимодействия, увеличивающие вероятность перехода системы в др. состояния, приводят к дополнит. уширению уровней. Примером может служить уширение уровней атома (иона) в плазме в результате его столкновения с ионами и электронами (см. Излучение плазмы). В общем случае полная Ш. у. иронир. сумме вероятностей всех возможных переходов с этого уровня — спонтанных и вызванных разл. взаимодействиями.

Лит. см. при ст. Ширина спектральной линии. М. А. Ельшевич.

**ШИРОКИЕ АТМОСФЕРНЫЕ ЛИВНИ** — потоки лептонов (электронов, мюонов) и адронов, возникающие в атмосфере в результате взаимодействия ирричных космич. частиц сверхвысокой энергии ( $\epsilon_0 > 10^5$  ГэВ) с ядрами атомов воздуха. Поперечные размеры Ш. а. л. достигают неск. км. Ш. а. л. обнаруживаются и изучаются с помощью систем детекторов частиц, расположенных в горизонтальной плоскости и включённых в схему совпадений (см. Совпаденый метод). Развиты также методы регистрации черенковского и ионизац. свечения атмосферы под воздействием Ш. а. л. и радионизлучения Ш. а. л. Ливни впервые обнаружены П. Оже (P. Auger) и Р. Маза (R. Maze) в 1938 с помощью системы газоразрядных детекторов, расположенных на одной плоскости на расстоянии  $\sim 100$  м друг от друга. В 1949 на Памире были зарегистрированы Ш. а. л. при раздвижении детекторов до 1 км.

Источником Ш. а. л. являются электронно-ядерные ливни, порождаемые космич. протонами и более тяжёлыми ядрами с последующим развитием электронно-фотонного и ядерного каскадов в атмосфере. Углы вылета частиц в первом акте взаимодействия адрона, вызывающего Ш. а. л., малы:  $\theta \leq 10^{-3}$  рад. Поэтому развитие каскада происходит по направлению движения первичной частицы и Ш. а. л. имеет осевую симметрию относительно этого направления (небольшое отклонение от осевой симметрии могут возникать под влиянием магн. поля Земли). Плотность частиц максимальна около оси и уменьшается с расстоянием. С расстоянием от оси меняется и состав частиц в ливне. Вблизи оси 98% всех частиц составляют электро-

ны (и фотоны) с небольшой примесью адронов высокой энергии. На расстояниях  $\sim 200$  м электроны составляют лишь 80% нотока, а остальные 20% — мюоны, к-рые появляются в ливне из-за распада заряж. нйонов и каонов. Возникнув на больших высотах, где атмосфера разрежена, мюоны слабо поглощаются при дальнейшем движении к поверхности Земли и успевают до уровня наблюдения отойти на значит. расстояние от оси ливня.

Ш. а. л. можно представить в виде тонкого диска, состоящего из частиц, движущихся со скоростью, близкой к с, по направлению первичной частицы (рис. 1). В центре толщи-

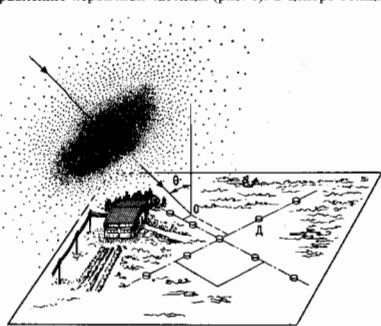


Рис. 1. Диск, образованный частицами широкого атмосферного ливня, приближается к установке под углом  $\theta$ ; Д — детекторы.

на диска минимальна ( $\sim 1,5$  м), а на больших расстояниях увеличивается и на расстоянии 100 м от оси может достигать 50 м. В переломе фронта диска движутся электроны, частицы большой массы запылавают и населяют «хвост» Ш. а. л. Фронт диска имеет кривизну, радиус к-рой на расстоянии  $\geq 200$  м от оси  $\sim 1,5$  км.

В электронно-ядерном ливне, генерированном первичной космич. частицей, часть её энергии передаётся нейтральным пи-мезонам  $\pi^0$ . Распадаясь, они дают начало электронно-фотонному каскаду. Заряж. пионы после распада образуют мюоны и нейтрино, к-рые достигают поверхности Земли. Оч. половина энергии сохраняется у адрона высокой энергии, к-рый порождает следующий электронно-ядерный ливень. Этот процесс повторяется многократно. В земной атмосфере укладывается до десятка пробегов ядерного взаимодействия  $\lambda$  (рис. 2). Совокупность электронно-фотонных каскадов, а также мюонов и др. частиц от всех последовательных взаимодействий и образует Ш. а. л.

Прямые данные о ядерном составе космич. лучей и характеристиках элементарного акта взаимодействия в области сверхвысоких энергий отсутствуют. Однако сравнение результатов расчёта с экспериментом позволяет сделать заключения об изменениях характеристик элементарного акта и ядерного состава космич. лучей с ростом энергии.

Ряд особенностей Ш. а. л. может быть нонят на основе теории электронно-фотонных ливней. Напр., поперечный размер электронной компоненты Ш. а. л. определяется кулоновским рассеянием электронов и, следовательно, его среднеквадратичный радиус  $\sqrt{\langle R^2 \rangle} = 0,9 r_0$ , где  $r_0$  — мольеровский радиус,  $r_0 = 9,5 \text{ г/см}^2$  (70 м на уровне моря). Среднеквадратичный радиус Ш. а. л., выраженный в единицах  $r_0$ , не зависит от высоты (радиус, выраженный в метрах, уменьшается с глубиной в атмосфере). Величина  $\sqrt{\langle R^2 \rangle}$  не зависит и от энергии первичной частицы, вызывавшей ливень, но реальный размер ливня, т. е. расстояние от оси, на к-ром ещё существуют коррелированные части-

пы, растёт с энергией. При предельно высоких энергиях ( $\delta_0 \geq 10^{11}$  ГэВ) ливень покрывает площадь в сотни км<sup>2</sup>.

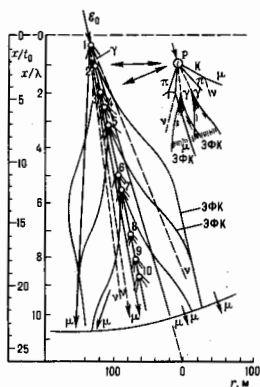


Fig. 2. Ядерный каскад в атмосфере. Цифрами показаны точки последовательных взаимодействий адрона высокой энергии; ЭФК — электронно-фотонный каскад,  $l_0$  — радиационная длина лилия.

Пространственные характеристики ливня изучаются в ф-ции расстояния от оси ливня  $r$ , выраженного в модельных единицах  $x = r/r_0$ . Напр., плотность частиц  $\rho_e(x) = (N_e/r_0^2)/f_e(x)$ , где  $N_e$  — число частиц (электронов) в ливне на уровне наблюдения,  $f_e(x)$  — нормированная ф-ция пространственного распределения, не зависящая от числа частиц  $N_e$ . Каскадная теория приводит к зависимости

$$\rho_e(x) = (N_e/r_0^2) C(s) x^{s-2.15} (x+1)^{s-4.5}, \quad (1)$$

где  $s$  — параметр, характеризующий «возраст ливня»,  $C(s)$  меняется от 0,16 до 0,4 при изменении  $s$  от 0,5 до 1,5. Особенностью теории, учитывающей пространственное распределение частиц (а не только продольное развитие ливня), является рост  $s$  при уменьшении  $x$ . При  $s \rightarrow 2$  плотность частиц перестаёт меняться с расстоянием. Область, где существует такой режим ( $r \leq 1$  м), наз. стволом ливня.

Сравнение теории с экспериментом позволяет определить  $s$ . Каждый из детекторов Д на рис. 3 измеряет плот-

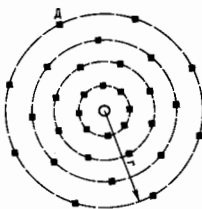


Fig. 3. Круговая установка для регистрации электронной компоненты ливня; ■ — сцинтилляционные детекторы или группы геодоскопических счётчиков.

ность частиц и время прихода фронта ливня с точностью до нс. Распределение плотности частиц определяет положение максимума плотности, т. е. оси ливня, а по времени запаздывания прихода фронта в разные детекторы вычисляется угол  $\theta$  наклона оси. При этом оказалось, что  $s$  составляет 1,2 на уровне моря и 1,1 на высоте гор. Столь слабая зависимость  $s$  от глубины — следствие электронно-

ядерной природы каскада. Адроны высокой энергии, идущие в стволе, всё время подпитывают ливень и замедляют его «старение». На ядерные процессы указывает и медленное потощение электронов ливня в атмосфере. В глубине атмосферы электроны Ш. а. л. движутся в равновесии с адронами.

Зная распределение плотности частиц в установке и предполагая осевую симметрию ливня, можно найти полное число частиц (электронов) в ливне на уровне наблюдения:

$$N_e = 2\pi \int \rho_e(r) r dr. \quad (2)$$

Можно также построить спектр ливней по числу частиц  $K(N_e, x)$  на разных глубинах  $x$  уровня наблюдения в атмосфере (рис. 4). На уровне моря этот спектр имеет вид  $K = 2 \cdot 10^{-10} (N_e/10^6)^{-1.5 \pm 0.07} (\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{cp})^{-1}$ ,  $10^4 < N_e < 10^6$ ,

$$K = 6,3 \cdot 10^{-12} (N_e/10^6)^{-2.0 \pm 0.07} (\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{cp})^{-1}, N_e > 10^6.$$

Эта зависимость установлена до  $N_e \sim 10^7$ .

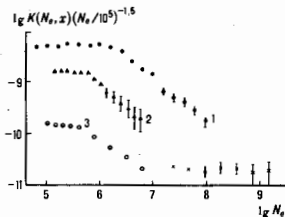


Fig. 4. Спектры ливней по числу частиц на различных глубинах в атмосфере: 1)  $x = 500$  г/см<sup>2</sup>; 2)  $x = 700$  г/см<sup>2</sup>; 3)  $x = 1000$  г/см<sup>2</sup> (уровень моря).

Используя модельные расчёты продольного развития ядерного каскада в атмосфере и измеренное число электронов  $N_e$ , можно оценить энергию первичной частицы, вызвавшей ливень. В случае частого электронно-адронного каскада это возможно. Однако в электронно-адронном ливне существуют значит. колебания числа частиц (при фиксир. энергии), вызванные флуктуациями глубины первого акта взаимодействия и доли энергии, передаваемой вторичным частицам. С учётом этих флуктуаций можно установить связь между  $N_e$  и ср. энергией  $\delta_0$  первичной частицы. Это позволило Г. Б. Христиансену с сотрудниками сделать вывод об изменении спектра первичного космич. излучения для энергий  $\delta_0 \sim 4 \cdot 10^9$  ГэВ.

Изучение Ш. а. л. ведётся с помощью комплексных установок, включающих систему детекторов для регистрации электронов, по распределению к-рых определяют положение оси Ш. а. л., угла её наклона  $\theta$ , числа частиц. Др. система детекторов служит для измерения адронной и мюонной компонент, а также для регистрации черенковского свечения атмосферы под воздействием Ш. а. л. (рис. 5). Измеряется не только число частиц разного сорта, но и их энергия и пространственное распределение. Электроны макс. энергии сосредоточены вблизи оси, где их ср. энергия  $\delta_e = 5$  ГэВ, а их ср. энергия по всему ливню 0,2 ГэВ. Поэтому полная энергия электронно-фотонной компоненты на уровне моря  $\delta_{ef} = 0,2 N_e$  ГэВ. Адроны высокой энергии ( $\delta_a \sim 10^3$  ГэВ) сосредоточены в стволе Ш. а. л. на расстоянии 1—2 м от оси. Их свойства изучают с помощью ионизационных калориметров, фотоэмиссионных и рентгеномультиплексных камер. Число адронов с  $\delta_a > 1$  ГэВ не превышает 1% от числа электронов, а суммарная энергия примерно равна энергии электронно-фотонной компоненты ( $\delta_{aa} = 0,15 N_e$  ГэВ). Эта энергия обеспечивает непрерывную подпитку электронно-фотонного каскада.

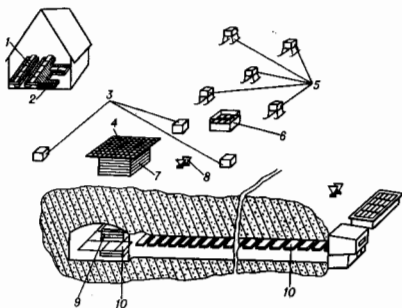


Рис. 5. Комплексная установка для изучения широкого атмосферного ливня в Тини-Шане: 1 — детектор электронов (до 45 м<sup>2</sup>); 2 — детектор мюонов (45 м<sup>2</sup>); 3 — детектор времени прихода частиц ливня; 4 — сцинтилляционные детекторы (64 м<sup>2</sup>); 5 — детекторы положения стола ливня; 6 — голокоординатные счётчики; 7 — ионизационный калориметр; 8 — детекторы для регистрации черенковского излучения ливня; 9 — подземный калориметр; 10 — подземный детектор мюонов.

Мюоны с энергией  $\epsilon_{\mu} > 300$  МэВ регистрируются с помощью детекторов, экранированных толстыми слоями Pb (до 20 см); безаэрозольные магниты из немагнитного железа позволяют измерять энергию мюонов до 500 ГэВ и их электрич. заряд (рис. 6). Усреднённое пространственное распределение мюонов  $10^3 < N_{\mu} < 10^7$  имеет вид ( $r$  в м)

$$\rho_{\mu} = N_{\mu} \cdot 2.5 \cdot 10^{-4} r^{-0.5} \exp(-r/80) \text{ м}^{-2}.$$

Полая энергия мюонов, определяемая по их спектру на уровне моря, превышает энергию электронов и адронов,  $\epsilon_{\mu} = 8,7 \cdot N_{\mu}^{0.8}$  ГэВ.

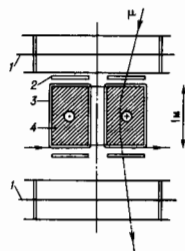


Рис. 6. Подземный магнитный спектрометр (МГУ) для изучения мюонов высокой энергии: 1 — искровые камеры; 2 — сцинтилляционные детекторы; 3 — обмотка электромагнита; 4 — намагниченное железо;  $\mu$  — трек мюона.

Одной из компонент Ш. а. л. является черенковское излучение. Коэф. преломления света  $n$  в воздухе мал:  $n - 1 = \eta = 2,9 \cdot 10^{-4} \exp(-h/7,1)$ ,  $h$  — высота над уровнем моря в км. Поэтому угол вылета и кол-во излучаемых фотонов  $N_{\phi}$  малы:  $\theta_{\text{макс}} \approx \sqrt{2\eta}$ ,  $dN_{\phi}/dl = 780 \eta \text{ см}^{-1}$ . На высоте 20 км образуется лишь 0,1 фотон/см. Однако число частиц в ливне велико, и кратковременная вспышка черенковского излучения (см. Черенкова — Вавилова излучение) от этих частиц может (при благоприятных условиях) превосходить флуктуации свечения ночного неба. Для регистрации черенковского излучения Ш. а. л. используются детекторы с фотоумножителями (рис. 7). Система таких детекторов позволяет высчитать полное кол-во фотонов от черенковской вспышки.

В отличие от детекторов частиц, черенковские детекторы излучения позволяют измерить полное число фотонов,

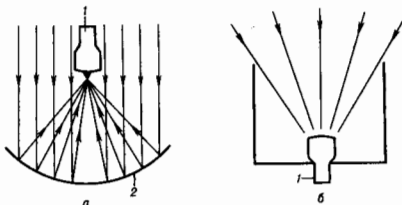


Рис. 7. а — Детектор большой площади с малым телесным углом; б — широкоапертурный детектор малой площади; 1 — фотоумножитель; 2 — параболическое зеркало.

образовавшихся во всей атмосфере, т. е. использовать атмосферу в качестве калориметра. Полное число испущенных фотонов

$$Q = \alpha \int_0^{x_0} \frac{dN_{\phi}(t)}{dt} N_e(t) dt,$$

где  $\alpha$  — усреднённая доля частиц с энергией, превышающей пороговую для черенковского излучения ( $\alpha = 0,4$ ), а  $t$  — путь, выраженный в лавинных единицах (от точки взаимодействия до уровня наблюдения  $x_0$ ). В результате подстановки численных значений  $\alpha$  и  $dN_{\phi}(t)/dt$

$$Q = 2,5 \cdot 10^3 \int_0^{x_0} N_e(t) dt.$$

Т. к. энергия первичной частицы, выделившаяся в атмосфере, равна  $\epsilon = \epsilon_0 \int_0^{x_0} N_e(t) dt$  ( $\epsilon$  — критич. энергия), то  $\epsilon = 3,25 \cdot 10^{-3} Q$  ГэВ. Чтобы получить полную энергию первичной частицы  $\epsilon_0$ , к этой величине необходимо добавить энергию, поглощённую ниже уровня наблюдения.

С помощью комплексных установок получена связь между числом частиц и энергией первичной частицы  $\epsilon_0$ , измеренной по черенковскому излучению. Для высоты Памира (4000 м над уровнем моря)  $\epsilon_0 = 80,7 N_{e0}^{0.8}$  ГэВ. Это позволило установить, что излом спектра первичного космич. излучения (рис. 4) происходит при энергии  $4 \cdot 10^6$  ГэВ, а наклон степенного спектра изменяется от 1,8 при  $\epsilon < 4 \cdot 10^6$  до 2,3 при большей энергии.

Энергия радиоизлучения Ш. а. л. значительно меньше черенковского излучения в видимой области. Обусловлено это тем, что электроны и позитроны вызывают поляризацию атмосферы противоположного знака и поле компенсируется, т. к. расстояние между частицами меньше длины волны излучения. Излучение всё же возникает вследствие существования  $\delta$ -электронов (т. е. электронов высокой энергии, появляющихся при ионизации атомов заряд. частицами Ш. а. л.) и аннигиляции позитронов, а также из-за поляризации всего ливня в магн. поле Земли. Регистрация ведётся на частотах в десятки МГц. Радиоизлучение наблюдается на расстояниях в неск. км от ливня, что значительно увеличивает эфф. площадь установки и позволяет продвинуться в область предельно высоких энергий. Исследования проводились в Москве, Якутске, Аделаиде (Австралия) и др.

В США (в Университете Юта) изучается ионизационное свечение Ш. а. л. — свечение возбуждённых атомов азота. Установка включает 67 зеркал диаметром ок. 1,5 м и 880 фотоумножителей. Каждый фотоумножитель регистрирует свет в пределах телесного угла  $6,57 \cdot 10^{-3}$  ср, а в сумме под наблюдением находится вся верх. полусфера. Такая структура напоминает фасеточный глаз наусокофа. Такая структура напоминает фасеточный глаз наусокофа и получила название «мушиный глаз». Она позволяет регистрировать траекторию ливня в атмосфере, а по яркости каждого

участка проследить за продольным развитием ливня. Время высвечивания  $10^{-8}$  с,  $\lambda = 250-450$  м. Интенсивность свечения возбужденных атомов мала, но, в отличие от направленного черенковского излучения, оно изотропно и на расстояниях более 5 км от оси превалирует над черенковским.

Использование Ш. а. л. позволяет найти верх границы энергетик. спектра космич. излучения и исследовать точечные источники космич. излучений, анизотропно первичного излучения, установить ядерный состав космич. лучей. В России и США разработаны проекты установок для изучения Ш. а. л. предельно высокой энергии площадью в тысячи км<sup>2</sup>.

Лит.: Христиансен Г. Б., Куликов Г. В., Фомин Ю. А., Космическое излучение сверхвысокой энергии. М., 1975.

В. С. Мурзин.

**ШИРОКОПОЛОСНАЯ АНТЕННА** — антенна, осн. электр. характеристики к-рой — диаграмма направленности (ДН), входное сопротивление, поляризация свойства — мало меняются при изменении частоты колебаний. Ш. а. применяется для излучения или приёма широкополосных сигналов; позволяет также без перестройки работать при переходе с одной частоты на другую. Обычно к Ш. а. относят антенны, сохраняющие характеристики в полосе частот св. 10%. Если отношение максимальной рабочей частоты к минимальной (перекрытие частот) составляет 5:1 и более, такие антенны называют сверхширокополосными (США) или частично-независимыми.

Для слаборазнесенных антенн обычной конструкции, таких, как линейный вибратор, полоса рабочих частот определяется гл. обр. частотной зависимостью входного сопротивления, поскольку вследствие малых размеров излучателей (в долях длины волны  $\lambda$ ) ДН таких антенн слабо зависит от частоты. Частотную зависимость входного сопротивления антенн вибраторного типа можно ослабить при увеличении толщины плеч вибраторов (вибраторы с пониженным волновым сопротивлением) или приданием им конич. формы. Др. способ расширения полосы рабочих частот вибраторов заключается в использовании разл. рода шунтов, устанавливаемых, напр., в плечах петлевого вибратора Пистолькодера либо замыкающих плечи плоских или объёмных конич. вибраторов в их середине (шунтовый вибратор Айсенберга) или в раскрыве. Полоса рабочих частот таких антенн по входному сопротивлению десятки и даже сотни процентов, однако при этом может наблюдаться сущест. изменение ДН. При расположении Ш. а. над поверхностью экрана (Земли) важным фактором, влияющим на полосу рабочих частот, является частотная зависимость ДН, обусловленная интерференцией полей, излучаемых непосредственно антенной и отражаемых от экрана.

Сравнительно широкополосны антенны бегущей волны (АВБ): диэлектрич. стержневые антенны, однозакладные цилиндрические и конические спиральные антенны, применяемые на дециметровых и сантиметровых волнах. Рупорные антенны весьма широкополосны по входному сопротивлению (почти с двукратным перекрытием), однако ширина осн. лепестка ДН меняется обратно пропорционально частоте. Устранить эту зависимость можно за счёт спец. конструкции стенок рупора, выполняющих их гофрированными или перфорированными. В диапазоне дециметровых волн в качестве Ш. а. применяют ромбические антенны и проволочные АВБ (обладающие, правда, низким кпд).

Широкополосные свойства остронаправленных антенн параболического и линзового типов определяются гл. обр. широкополосностью облучателей. Присущая этим антеннам, как и другим апертурным излучателям, зависимость ширины ДН от размеров антенн в долях  $\lambda$  может быть компенсирована подбором спец. облучателя, меняющего ширину лепестка, облучающего антенну, при изменении частоты колебаний. Широкополосны др. типа остронаправленных антенн — многоэлементные антенны решётки (АР) из слаборазнесенных излучателей — ограниченна, поскольку широкополосности излучающих элементов и схемы, обеспечивающей требуемое фазирование элементов, изме-

нением шага решётки (расстояния между соседними излучателями) в долях  $\lambda$  при изменении частоты. Последнее обстоятельство может вызвать появление дополнит. максимумов в ДН на высоких частотах.

К числу США относятся антенны в виде логарифмич. спиралей, плоских или конических. Сверхширокополосные свойства этих и подобных антенн определяются совокупностью неск. факторов. Главный из них связан с явлением отсечки токов, т. е. резким ослаблением амплитуды токов (в передаточном режиме) вне нек-рой «активной области», формирующей излучение. Размеры активной области при изменении частоты остаются постоянными в долях соответствующей этой частоте длине волны  $\lambda$ , что обеспечивает сохранение электр. характеристик. Др. фактор, обеспечивающий неизменное значение входного сопротивления в полосе частот, обусловлен совпадением формы целевой части антенны с металлической (т. н. принцип самодополнительности). Принцип отсечки токов реализуется также в плоских арифметических (архимедовых) спиралях. К США, обеспечивающим более чем десятикратное перекрытие рабочих частот, относятся также логоспиродич. антенны (ЛПА), применяемые как в диапазоне СВЧ, так и на дециметровых волнах. Использование ЛПА в АР позволяет существенно повысить их широкополосность, если излучатели располагать по радиусу в определённом круговом секторе.

Лит.: Сверхширокополосные антенны, пер. с англ., М., 1964; Коротковолновые антенны, 2 изд., М., 1985; Сазонов Д. М., Антенны и устройства СВЧ, М., 1988.

Ф. А. Ерохин.

**ШКАЛА ИЗМЕРЕНИЙ** — основополагающее понятие метрологии, позволяющее количественно или к-л. другим способом определить свойство объекта. Ш. и является более общим понятием, чем *единица физической величины*, отсутствующая в нек-рых видах измерений. Ш. и, несомненно как для количественных (длина, темп-ра), так и для качественных (цвет) проявлений свойств объектов (тел, веществ, явлений, процессов). Проявления свойства образуют множество, элементы к-рого находятся в определ. логич. отношениях между собой, т. е. являются т. н. системой с отношениями. Имеются в виду отношения типа «эквивалентности» (равенство), «больше», «меньше», возможность «суммирования» элементов или «деления» одного на другой. Ш. и, получается гомоморфным отображением множества элементов такой системы с отношениями на множество чисел или, в более общем случае, — на знаковую систему с аналогичными логич. отношениями. Такими знаковыми системами, напр., являются: множество обозначений (названий) цветов, совокупность классификац. символов или понятий, множество названий состояний объекта, множество баллов оценки состояний объекта и т. п. При таком отображении используется модель объекта, достаточная адекватно (для решения измерит. задач) описывающая логич. структуру рассматриваемого свойства этого объекта.

В соответствии с логич. структурой свойств в теории измерений принято в основном различать 5 типов Ш. и: шкалы наименований, порядка, разностей (интервалов), отношений и абс. шкалы (см. табл.).

Ш. к а л а п а м и с и о в а н и й характеризуется только отношением эквивалентности к-л. качественного проявления свойства. Пример такой Ш. и. — классификация (оценка) цвета объекта по наименованиям (красный, белый, синезелёный и т. д.), опирающаяся на стандартные атласы цветов (в атласе цвета могут обозначаться усл. номерами). Измерения выполняются путём сравнения при определ. освещении образов цвета из атласа с исследуемым цветом и установления их эквивалентности.

Ш. к а л а п о р я д к а описывает свойства, для к-рых имеет смысл не только отношение эквивалентности, но и отношение порядка по возрастанию или убыванию количественного проявления свойства. Характерный пример шкал порядка — шкалы чисел твёрдости тел, шкалы баллов землетрясений, шкалы баллов ветра и т. д. В такого рода шкалах в принципе нет возможности введения единицы измерений, также не имеют смысла суждения, во сколько

Характеристики шкал измерений

Признак	Тип шкалы					
	Наименований	Порядка	Разностей (интервалов)	Отношений		Абсолютные
				1-го рода	2-го рода	
Соотношения между проявлениями свойств	Эквивалентность	Эквивалентность, порядок	Эквивалентность, порядок, пропорциональность или суммирование интервалов	Эквивалентность, порядок, пропорциональность	Эквивалентность, порядок, суммирование	Эквивалентность, порядок, иррциональность или суммирование
Наличие нуля	Не имеет смысла	Необязательно	Устанавливается по согласию	Вводится естественным образом		
Наличие единицы измерений	Не имеет смысла		Устанавливается по согласию			Имеется естественная безразмерная единица
Возможные преобразования шкалы	Изоморфное отображение	Монотонные	Линейные	Умножение на число		Отсутствуют

раз больше или меньше проявления конкретных свойств. Разл. варианты шкал порядка для одного и того же свойства связаны между собой монотонными зависимостями. В шкалах порядка может быть (иметь смысл) ноль или его может не быть. Так, шкалы твердости начинаются с некоего ненулевого значения, сейсмич. шкала начинается с одного балла, а шкала Бофорта для силы ветра — с нулевого значения.

Шкала разностей (интервалов) отличается от шкалы порядка тем, что для описываемого ею свойства имеет смысл не только отношения эквивалентности и порядка, но и ирпропорциональности или суммирования интервалов (разностей) между разл. количественными проявлениями свойства. Характерный пример — шкалы времени; интервалы времени можно суммировать или вычитать, складывать же даты к-л. событий бессмысленно. Шкалы разностей имеют усл. ноль, опирающийся на к-л. репер (напр., шкала Цельсия, см. *Температурная шкала*).

Шкала отношений описывает свойства, ко множеству количественных проявлений к-рых применимы отношения эквивалентности, порядка, пропорциональности или суммирования (а следовательно, и вычитания, и умножения). В шкале отношений существует естеств. критерий нулевого количественного проявления свойства, т. е. ноль имеет не усл. значение, а вполне определ. физ. смысл. Примеры шкал отношений — шкала массы, термодинамич. температурная шкала.

Абсолютные шкалы обладают всеми признаками шкал отношений, но дополнительно в них существует естественное однозначное определение единицы измерения. Такие Ш. и. соответствуют относит. величинам — отношениям одноименных физ. величин, описываемых шкалами отношений. К таким величинам относятся коэф. усиления, добротность колеб. системы, коэф. ослабления и т. п. Среди абс. шкал выделяются ограниченные по диапазону шкалы, значения к-рых падаются в пределах от 0 до 1. Они характерны для кид, амплитудной модуляции и т. п. величин.

Большинство свойств, к-рые рассматривают в практич. метрологии, описывается одномерными Ш. и. Однако имеются свойства, к-рые в принципе можно описать только многомерными шкалами. Таковы, напр., трёхмерные шкалы цвета в *колориметрии*. Шкалы сорта изделий и продуктов в общем случае являются многомерными шкалами наименований и опираются на ряд факторов, каждый из к-рых определяется по специализир. шкалам наименований порядка или по общим шкалам интервалов, отношений и абсолютным, описывающим общепринятые физ. величины и параметры (напр., размеры изделий).

Практич. реализация шкал конкретных свойств достигается путём стандартизации шкал и единиц измерений, а также способов и условий их однозначного воспроизведения эталонами и средствами измерений. Понятие единицы измерений, неизменной для любых участков шкалы, имеет смысл только для шкал отношений и разностей, а также

для абс. шкал. В соответствии с этим положением единицы измерений, охватываемые междунар. системой единиц, соответствуют величинам, описываемым только шкалами отношений и разностей. Конкретные матм. ф-лы в науке и технике могут связывать также только такие величины и разности величин, к-рые описываются соответствующими шкалами отношений, разностей и абсолютными. Поэтому измерения в шкалах порядка и наименований иногда наз. *опенными*.

Для шкал отношений и разностей в нек-рых случаях оказывается недостаточным установление только единиц измерений. Так, даже для таких величин, как время, сила света, темп-ра, к-рым в международной системе единиц соответствуют осн. единицы — секунда, кандела, кельвин, практич. системы измерений опираются также на спец. Ш. и. Кроме того, сами единицы в ряде случаев определяются с использованием *фундаментальных физических констант* или метрологич. констант (см., напр., *Кандела*).

По мере развития метрологии наблюдаются тенденции рассматривать в качестве объектов измерений все новые, и не только физические, свойства и соответствующие им величины. Так, напр., формируется и описан метрологич. подход к изучению и описанию свойств биол., психологич., социальных (в т. ч. экономических) систем, создаются новые и совершенствуются уже существующие Ш. и.

*Лит.*: Францагль И., Теория измерений, пер. с англ., М., 1976; Кнорринг В. Г., Теоретические основы информационно-измерительной техники. Основные понятия теории шкал. Конспект лекций, Л., 1983; Пиотровский Я., Теория измерений для инженеров, пер. с польск., М., 1989; Бранский Л. Н., Дойников А. С., Краткий справочник метролога, М., 1991; Кнорринг В. Г., Шкалы, используемые при измерениях, «Измерит. техника», 1992, № 6, с. 11; Бранский Л. Н., Дойников А. С., Крутин Б. Н., Шкалы, единицы и эталоны, там же, с. 4; Бранский Л. Н., Дойников А. С., Кнорринг В. Г., Реализация передачи размера единиц и шкал измерений, там же, 1992, № 11, с. 8. *А. С. Дойников.*

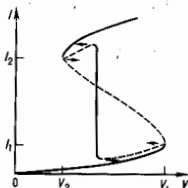
**ШЛИРЕН-МЕТОД** (от нем. Schlieren — оптич. неоднородность) — метод определения оптич. неоднородностей в прозрачных преломляющих телах и дефектов отражающих поверхностей; то же, что *теневой метод*.

**ШМИДА ЧИСЛО** — диффузионный эквивалент *Прандтля числа*; определяется как отношение коэф. кинематич. вязкости среды  $\nu$  к коэф. диффузии  $D$  нек-рой примеси к ней:  $Sc = \nu/D$ . Ш. ч. — критерий подобия диффузионных явлений в двух потоках вязкой жидкости. Безразмерный коэф. массопереноса (диффузионное *Нуссельта число*) в движущейся пассиваемой среде является ф-цией Ш. ч. и *Рейнольдса числа*. В литературе Ш. ч. часто наз. диффузионным числом Прандтля.

*Лит.*: Гребер Г., Эрк С., Григуаль У., Основы учения о теплообмене, пер. с нем., М., 1938; Лыков А. В., Михайлов Ю. А., Теория тепло- и массопереноса, М. — Л., 1963.

**ШНУРОВАНИЕ ТОКА** — возникновение в диэлектриках и полупроводниках в сильных электр. полях токовой нити (шпура) радиусом  $R$ , меньшим поперечного размера

образца. Плотность тока в шпуре больше, чем в окружающем объёме. Несмотря на то что сечение токового шпура обычно во много раз меньше площади сечения образца, может оказаться, что практически весь ток протекает в шпуре. Ш. т. возникает, если вольт-амперная характеристика (ВАХ) проводника настолько сильно отклоняется от закона Ома, что принимает S-образную форму (см. *Отрицательное дифференциальное сопротивление*). Такая ВАХ характерна для веществ, уд. электропроводность к-рых быстро растёт с увеличением темп-ры (из-за увеличения концентрации носителей заряда или их подвижности); нагревание за счёт джоулева тепла приводит к увеличению проводимости и аномальному росту тока. Состояния с однородным по сечению распределением плотности тока  $j$  неустойчивы на падающем участке S-образной характеристики, когда заданный (сопротивлением нагрузки) ток  $I$  больше  $I_1$ , но меньше  $I_2$  (рис.). В этом интервале токов устойчивым является состояние с токовым шпуром. Толщина  $l$  поверхностного слоя от области высокой плотности тока в шпуре к окружающей его области с низкой плотностью тока определяется теплопроводностью, диффузией носителей заряда и т. п. При больших  $I$ , когда  $R \gg l$ , с ростом тока, лишь увеличивается  $R$ , напряжение же  $V$  не меняется (рис.) и равно т. н. напряжению поддержания пробоя; соответствующий участок ВАХ — вертикальная прямая, что является характерным признаком Ш. т.



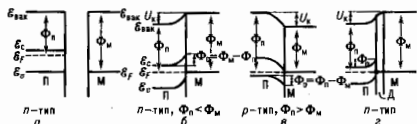
Зависимость тока  $I$  от напряжения  $V$  при шпуровании тока. Сплошные кривые — устойчивые участки ВАХ: нижний и верхний соответствуют однородному распределению плотности тока, средний — образованию токового шпура; пунктир — неустойчивые участки; стрелками показаны скачки напряжения, сопровождающие возникновение и исчезновение шпура при увеличении и уменьшении тока в проводнике (когда его сопротивление меньше сопротивления нагрузки в электрической цепи).

Ш. т. сопровождается пробой полупроводников и диэлектриков. При очень больших плотностях тока в шпуре джоулев нагрев в нём приводит к разрушению материала.

Лит.: Волюков А. Ф., Коган Ш. М., Физические явления в полупроводниках с отрицательным дифференциальным сопротивлением, «УФН», 1968, т. 96, в. 4, с. 633. Ш. М. Коган.

**ШОТКИ БАРЬЕР** — потенциальный барьер, образующийся в приконтактном слое полупроводника, граничащем с металлом; исследован В. Шоттки (W. Schottky) в 1939. Для возникновения Ш. б. необходимо, чтобы работы выхода электронов из металла  $\Phi_m$  и полупроводника  $\Phi_0$  были разными. При контакте полупроводника  $n$ -типа проводимости с металлом, имеющим  $\Phi_m > \Phi_0$ , металл заряжается отрицательно, а полупроводник — положительно, т. к. электронам легче перейти из полупроводника в металл, чем обратно (при контакте полупроводника  $p$ -типа проводимости с металлом, обладающим  $\Phi_m < \Phi_0$ , металл заряжается положительно, а полупроводник — отрицательно). Возникающая при установлении равновесия между металлом и полупроводником контактная разность потенциалов равна:  $U_c = (\Phi_m - \Phi_0)/e$ , где  $e$  — заряд электрона. Из-за большой электропроводности металла дж. э. поле в него не проникает, и разность потенциалов  $U_c$  создается в приповерхностном слое полупроводника. Направленное дж. э. поле в этом слое таково, что энергия осн. носителей заряда в нём больше, чем в толще

полупроводника. Это означает, что в полупроводнике  $n$ -типа энергетич. зоны в приконтактной области изгибаются вверх, а в полупроводнике  $p$ -типа — вниз (рис.). В результате в полупроводнике вблизи контакта с металлом при  $\Phi_m > \Phi_0$  для полупроводника  $n$ -типа или при  $\Phi_m < \Phi_0$  для полупроводника  $p$ -типа возникает Ш. б. высотой  $\Phi_c$ .



Энергетическая схема контакта металл — полупроводник: а — полупроводник  $n$ -типа и металл до сближения; б и в — идеальный контакт металла с полупроводником  $n$ - и  $p$ -типов; г — реальный контакт металла с полупроводником  $n$ -типа; М — металл; П — полупроводник; Д — диэлектрическая прослойка;  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_{\max}$  — уровни энергии электрона у потолка валентной зоны, у дна зоны проводимости и в вакууме;  $\epsilon_1$  — энергия Ферми;  $\Phi_m$  — работа выхода электрона из полупроводника;  $\Phi_0$  — из металла;  $U_c$  — разность потенциалов в приповерхностном слое полупроводника.

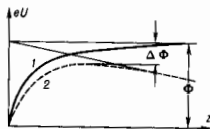
В реальных структурах металл — полупроводник это соотношение не выполняется, т. к. в поверхности полупроводника или в тонкой диэлектрич. прослойке, часто возникающей между металлом и полупроводником, обычно есть локальные электронные состояния; находящиеся в них электроны экранируют влияние металла так, что внутри, ноле в полупроводнике определяется этими поверхностными состояниями и высота Ш. б. зависит от  $\Phi_m$  менее резко, чем это может быть получено из приведенной выше ф-лы. Как правило, наибольшей высотой обладают Ш. б., получаемые нанесением на полупроводник  $n$ -типа плёнки Au. На высоту Ш. б. оказывает также влияние сила «электрич. изображения» (см. *Шоттки эффект*).

Ш. б. обладает выпрямляющими свойствами. Ток через Ш. б. при наложении внеш. электрич. ноля создается почти целиком осн. носителями заряда. Величина тока определяется скоростью прихода носителей из объёма к поверхности, в случае полупроводника с высокой подвижностью носителей — током термоэлектронной эмиссии.

Контакты металл — полупроводник с Ш. б. используются в СВЧ-детекторах и смесителях, транзисторах, фотодиодах и др. приборах.

Лит.: Стриха В. И., Бузанаева Е. В., Радзиевский И. А., Полупроводниковые приборы с барьером Шоттки, М., 1974; Стриха В. И., Теоретические основы работы контакта металл — полупроводник, К., 1974; Миланс А., Фойт Д., Гетеропереходы и переходы металл — полупроводник, пер. с англ., М., 1975. Т. М. Лифшиц.

**ШОТКИ ЭФФЕКТ** — рост электронного тока насыщения из твёрдого тела (катода) под действием внешнего ускоряющего электрич. поля вследствие уменьшения работы выхода электрона из твёрдого тела (рис.). При отсутствии электрич. ноля распределение потенциала  $U$  у поверхности металла имеет форму гиперболы (кривая 1 на рис.), что связано с действием сил электрич. притяжения, называ-



Распределение потенциала у поверхности металла при отсутствии (1) и наличии (2) внешнего ускоряющего электрического поля;  $\Delta\Phi$  — нолевая работа выхода;  $z$  — расстояние от имитирующей поверхности.

емых также силами зеркального изображения, поскольку, когда электрон покидает эмиттер, он индуцирует в твёрдом теле заряд, являющийся его зеркальным изображением. При наложении внешнего одностороннего электрич. поля напряжённостью  $E$  потен. барьер приобретает вид поля 2; в результате работа выхода уменьшается на

$$\Delta\Phi = e^{3/2} E^{1/2}, \quad (*)$$

где  $e$  — заряд электрона; последнее выражение для металлов применимо лишь для  $E < 10^3$  В/см (когда начинается *автомолиторная эмиссия*). Если источником электронного тока служит накалённый катод, то за счёт Ш. э. сила тока возрастает от  $I_0$  до  $I = I_0 \exp(e^{3/2} E^{1/2} / kT)$ , где  $T$  — темп-ра катода; в случае фотокатода происходит сдвиг порога фотоэффекта в сторону больших длин волн и соответствующий рост фотозатронного тока при освещении катода.

При покрытии поверхности металла тонкой адсорбирующей плёнкой неоднородной структуры в характере Ш. э. возникают аномалии, связанные со сложным взаимодействием локальных электрич. полей между чистыми и покрытыми плёнкой участками поверхности. Вследствие этого зависимость (\*) теряет силу, особенно в области полей  $E \leq 10^2$  В/см (аномальный Ш. э.).

При создании электрич. поля у поверхности полупроводникового источника электронов Ш. э. приобретает значительно более сложный характер, чем в случае металла. Наряду с понижением внеш. потенц. барьера здесь наблюдается как частичное проникновение элетрич. поля внутрь полупроводника на глубину, зависящую от концентрации свободных зарядов, так и его частичное экранирование слоем поверхностных зарядов. В результате электрич. поле, как правило, оказывает большее влияние на работу выхода электрона, а следовательно, и на силу электронного тока у полупроводников, чем у металлов.

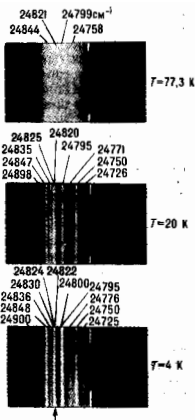
На основе Ш. э. можно исследовать неск-рые электронные свойства поверхности твёрдых тел.

**ШПОЛЬСКОГО ЭФФЕКТ** — возникновение квазилинейчатых электронно-колебат. спектров сложных органич. соединений, растворённых в специально подобранных растворителях при низких темп-рах. Обнаружен в 1952 Э. В. Шпольским и его сотрудниками Л. А. Климовой и А. А. Ильиной.

В обычных условиях спектры сложных органич. соединений представляют собой сплошные широкие полосы, извлечь информацию о строении молекул и их составе из таких спектров трудно или невозможно. Ш. э., позволяющий регистрировать спектры, состоящие из узких спектральных линий, даёт возможность изучать эти важные объекты.

Для наблюдения Ш. э. специально подбирают химически нейтральный по отношению к изучаемым молекулам растворитель; кроме того, растворитель должен быть оптически прозрачным в области поглощения и испус-

Рис. 1. Спектры 3, 4-бензириена в н-пентане при различных температурах (регистрация на фотоплёнке).



кания изучаемых молекул. Такими свойствами обладают, напр., n-парафиновые углеводороды. Исследуемое вещество растворяют в малых концентрациях ( $\sim 10^{-5}$ – $10^{-7}$  г/см), затем раствор охлаждают до темп-р ниже точки кристаллизации растворителя (в случае n-парафина — до 77 К или ниже). В этих условиях исследуемые молекулы оказываются изолированными друг от друга и жёстко закрепленными в растворителе, что и позволяет получить спектры, состоящие из серий спектральных линий, напоминающих атомные спектры (их называют квазилинейчатыми) и обладающих ярко выраженной индивидуальностью (рис. 1, 2).

Квазилинейчатые спектры имеют хорошо развитую колебат. структуру, что позволяет определить частоты колебаний молекул не только в основном, но и в возбуждённых состояниях. С их помощью исследуют структуру индивидуальных сложных органич. соединений, физ. и хим. свойства свободных сложных органич. радикалов; процессы фотохимики органич. соединений; изучают жизненно важные соединения (хлорофилл и его аналоги — порфирины), канцерогенные соединения, индивидуальные органич. соединения земной коры с целью изучения образования в ней углеводородов и разработки новых методов поиска месторождений нефти и др. полезных ископаемых. Спектральный анализ смесей из др. полезных ископаемых в смеси и обладает аде. чувствительностью до  $\sim 10^{-11}$  г. Ш. э. является оптич. аналогом *Мёссбауэра эффекта*.

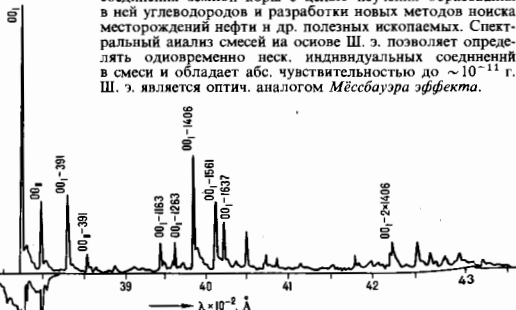


Рис. 2. Спектры поглощения (слева) и флуоресценции антрацена в н-гексане при температуре 4К (фотоэлектрическая регистрация).

Лит.: Шпольский Э. В., Ильина А. А., Климова Л. А., Спектр флуоресценции Коронена и замороженных растворов, «ДАН СССР», 1952, т. 87, № 6; Шпольский Э. В., Эмиссионный спектральный анализ органических соединений, «УФН», 1959, т. 68, с. 51; его же, Линовые спектры флуоресценции органических соединений и их применения, «УФН», 1960, т. 71, с. 215; его же, Проблемы происхождения и структуры квазилинейчатых спектров органических соединений при низких температурах, «УФН», 1962, т. 77, с. 321; его же, Новые данные о природе квазилинейчатых спектров органических соединений, «УФН», 1963, т. 80, с. 255; Ребане К. К., Хижияков В. В., Теория квазилинейчатых электрон-

но-колебательных спектров в кристаллах. I. Теория эффекта Шпольского. II. Сравнение эффекта Шпольского с эффектом Мессбауэра, «Оптика и спектроскопия», 1963, т. 14, с. 362, 491; Теллинка Т. А., Квазилинейчатые спектры люминесценции как метод исследования сложных природных органических смесей, М., 1971; Осадько И. С., Персонов Р. И., Шпольский Э. В., Линейчатые спектры примесных молекул в и-направленных матрицах и теория примесного центра, «Изв. АН СССР. Сер. физич.», 1973, т. 37, № 3, с. 540.

**ШРЭДИНГЕРА ОПЕРАТОРА СПЕКТР** — множество собств. значений оператора Шрёдингера (ОШ):  $H = \hat{T} + \hat{V}$ , где  $H$  — гамильтониан — оператор полной энергии системы (в том случае, когда потенциал не зависит от времени),  $\hat{T}$  и  $\hat{V}$  — операторы кинетич. и потенц. энергий. В случае локальных сил оператор  $\hat{V}$  является ф-цией координат  $V(r)$ . Ш. о. с. определяет все свойства квантовых систем и может быть дискретным (энергии связанных состояний — ядер, молекул, атомов и т. д.) и (или) непрерывным (энергии состояний рассеяния, к к-рым относятся и квази-стационарные — распадные, резонансные состояния).

Установление связей Ш. о. с. с силами, действующими в квантовых системах, — одна из фундам. задач физики. Наиб. изучено одномерное движение частицы (волны) во внеш. поле. Принципно давно разработаны методы воздействия на квантовую систему, к-рые позволяют, изменяя форму потенциала  $v$ , трансформировать Ш. о. с.: поднять или опустить определ. уровень энергии, уничтожить его или породить новый, передвинуть любое состояние в пространстве, преобразовать зонную структуру периодич. поля, т. е. направленно изменить свойства системы. Этим методам отвечают точные решения обратной задачи рассеяния (см. *Обратной задачи рассеяния метод*), но в то же время возможно наглядное (качественное) рассмотрение, к-рое позволяет без вычислений установить, какова в общих чертах должна быть конфигурация внеш. поля, воздействующего на систему, для достижения желаемого изменения её Ш. о. с.

Чисто дискретный спектр возникает в случае потенц. ям с бесконечно высокими стенками  $v(x)$ . Для симметрич. ям  $v(x) = v(-x)$  их форма полностью определяется собств. значениями ОШ — уровнями энергии  $\epsilon_n$ . Для бесконечно глубокой прямоугол. ямы в виде единич  $h=1$ , масса частицы  $m = 1/2$  ОШ имеет вид:  $-d/dx^2 + v(x)$  (см. рис. 7 к ст. *Квантовая механика*). Рассмотрим, как нужно изменить форму плоского дна прямоугол. потенц. ямы, чтобы сдвинуть осн. уровень энергии  $\epsilon_1$  вверх, ближе к  $\epsilon_2$ , и как при этом меняется волновая ф-ция  $\Psi_1(x)$  осн. состояния (рис. 1). Осн. состояние наиб. чувствительно к изменению

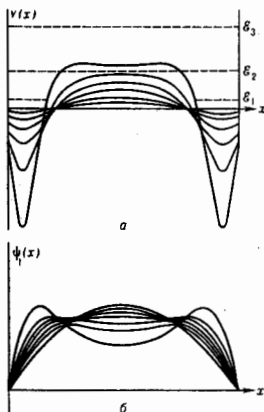


Рис. 1. Деформация дна бесконечной прямоугольной потенциальной ямы, необходимая для подъёма основного уровня энергии  $\epsilon_1$  к  $\epsilon_2$  (а) (штриховые линии — невозможные уровни энергии), и соответствующая деформация волновой функции  $\Psi_1$ , приближающаяся её по модулю к  $\Psi_2$  (б). На рис. а видны намечающаяся прогиб в центральной области потенциального барьера.

в центр. области потенц. ямы, где вероятность обнаружить частицу максимальна, поэтому для сдвига уровня  $\epsilon_1$  к  $\epsilon_2$  нужно увеличить  $v$  в этой области (рис. 1, а). Для того чтобы все остальные уровни сохранили своё положение, необходимо подобрать компенсирующее понижение потенциала (ямки) вблизи краёв потенц. ямы, где мала ф-ция  $\Psi_1(x)$ . Воздействие этих ямок на осн. состояние будет незначительным. Для поднятия первого возбуждённого уровня  $\epsilon_2$  нужно повысить потенциал в областях обсах пучностей ф-ции  $\Psi_2(x)$  (рис. 2), а для сохранения положения остальных уровней энергии — создать 3 ком-

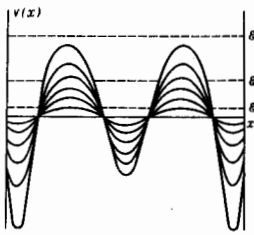


Рис. 2. Возмущения потенциала, вызывающие подъём уровня  $\epsilon_2$  к  $\epsilon_3$ . Увеличение  $v$  в области максимумов  $|\Psi_1|$  сдвигает  $\epsilon_2$  вверх, версильная линия: ямок притяжения вблизи узлов  $\Psi_2$ . Влияние барьеров и ямок на остальные уровни взаимно компенсируются — они остаются на прежних местах.

пенсирующие ямки в области узлов ф-ции  $\Psi_2(x)$ . Аналогично можно определить форму возмущений потенциала для подъёма (снижения) (рис. 3) любого уровня энергии.

Качественно так же подбираются возмущения потенциала для сдвига уровней в случае потенц. ям др. вида.

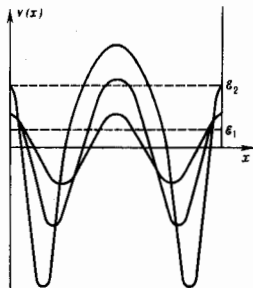


Рис. 3. Возмущение дна бесконечной прямоугольной потенциальной ямы, вызывающее опускание уровня  $\epsilon_2$ .

В общем случае несимметричных одномерных бесконечных потенц. ям в полный набор спектральных параметров, определяющих систему, помимо уровней энергии  $\epsilon_n$ , входят т. н. нормировочные константы (весовые факторы), характеризующие крайнее (асимптотич.) поведение нормированных волновых ф-ций. В качестве таких параметров могут служить производные собств. ф-ций  $\psi_n(a) = \gamma_n$  у бесконечной стенки ( $x=a$ ) прямоугол. ямы или множители  $M_n$  при затухающей экспоненте в асимптотич. ( $x \rightarrow \infty$ ) поведении волновых ф-ций связанных состояний (напр., в осцилляторе):  $M_n \cdot x \cdot \exp(-x^2/2)$ . При уменьшении (увеличении)  $|\gamma_1|$  и неизменных остальных спектральных параметрах из полного набора  $\{\epsilon_n, \gamma_n\}$  волновая ф-ция  $\Psi_1(x)$



сосредоточивается у правой (левой) стенки ямы (рис. 4), а при увеличении (уменьшении)  $|M_1|$  волновая ф-ция осн. состояния сдвигается вправо (влево) (рис. 5). Аналогичный сдвиг по  $x$  волновых ф-ций других квантовых состояний наблюдается при изменении соответствующих им нормировочных констант. В пределах  $|\gamma_d| \rightarrow \infty$  (или  $|\gamma_d| \rightarrow 0$ ) волновая ф-ция  $n$ -го состояния аппроксимируется в вертикальную потенциальную стенку, а при  $|M_n| \rightarrow \infty$  (или  $|M_n| \rightarrow 0$ ) уносится характерной вспомогат. ямкой-перенос-

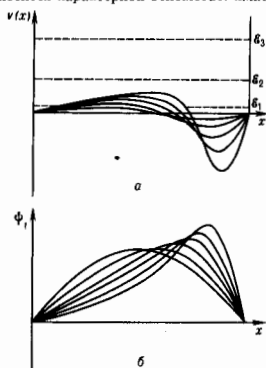


Рис. 4. Изменение формы потенциала (а) и волновой функции основного состояния  $\psi_1$  (б) при увеличении значения модуля производной  $\gamma_1 = \psi_1'(x)$  у правой стенки бесконечной прямоугольной ямы. Основное состояние «сгребается» вправо, все уровни остаются на своих местах, как не меняются и значения  $\gamma$  для других связанных состояний.

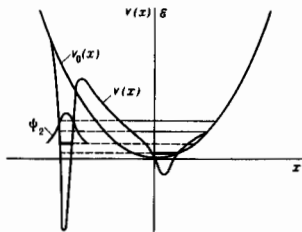


Рис. 5. Близкое к нулю значение  $M_2$  создаёт в возмущённом потенциале узкую вспомогательную ямку, уносящую состояние с энергией  $\epsilon_2$  на  $-\infty$  (постепенное «исчезновение» уровня  $\epsilon_2$ ). Волновые функции состояний с энергиями  $\epsilon_2 > \epsilon_2$  имеют по одному узлу под барьером, отделяющим ямку от основной ямы. Внутри вспомогательной ямки остаётся последнее колебание с амплитудой, быстро убывающей с расстоянием при удалении от ямки.

чиком на бесконечность вправо (влево). Остальные волновые ф-ции, для  $k$ -рых нормировочные константы остаются неизменными, несколько трансформируются, но сильно не смешаются. В пределье из спектра исходной системы исключается избранное состояние ( $\epsilon_2$  на рис. 6). Сужение новой потенц. ямы по сравнению с исходной сокращает на подколебания все состояния с  $\epsilon > \epsilon_2$ , не меняя их энергии, что эквивалентно сдвигу уровней с  $\epsilon > \epsilon_2$  вверх так, что уровень  $\epsilon_2$  занимает место уровня  $\epsilon_{n+1}$ . Это соответствует уничтожению уровня  $\epsilon_2$ . Рельеф ниж. части возмущённой ямы (типа изображённой на рис. 3)

обеспечивает неизменность положения уровня  $\epsilon_2$  (при сужении ямы форма её дна компенсирует тенденцию к сдвигу  $\epsilon_2$ ). Основное же состояние  $\epsilon_1$  менее чувствительно к сужению верх. части ямы, и соответствующее слабое возмущение потенциала мало сказывается на форме ниж. части потенц. кривой на рис. 6. Рассмотренные элементарные трансформации Ш. о. с. можно комбинировать.

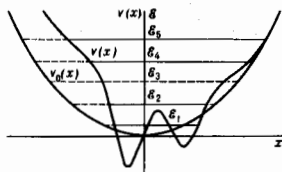


Рис. 6. Изменение формы потенциальной ямы [ $v_0(x) \rightarrow v(x)$ ], необходимое для уничтожения уровня  $\epsilon_2$  (пунктир). Сужение ямы вызвано сокращением числа колебаний собственных функций состояний, расположенных выше ликвидированного уровня. Форма дна ямы обеспечивает неизменность положения уровней  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  (в основном опускает уровень  $\epsilon_2$ , поднимающийся при сужении ямы).

Спектральные параметры связанных состояний квантовой системы при наличии у неё конечного и непрерывного спектра изменяют аналогичным образом. Рис. 7, относящийся к описанию квазистационарных состояний, демонстрирует, как трансформируется прямоугол. яма конечной глубины при увеличении  $M_2$ ; вспомогат. ямка солитообразной формы «уносит» состояние с энергией  $\epsilon_2$ . Безотражательность этой ямки-переносчика приводит к тому, что при её сдвиге не меняются свойства непрерывного спектра. Пик, появляющийся на краю исходной ямы, обеспечивает такое же отражение волн новой сглаженной ямой, как и исходной, резкой ступенчатой.

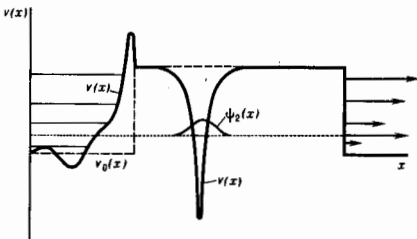


Рис. 7. Искажённая форма (жирная сплошная линия) конечной прямоугольной потенциальной ямы, получающаяся при увеличении нормировочного множителя  $M_2$ . Вспомогательная узкая солитообразная ямка уносит состояние с энергией  $\epsilon_2$  тем дальше, чем больше значение  $M_2$ . Если ширина барьера справа от ямы конечна, то связанные состояния становятся квазистабильными, а перенос состояния с энергией  $\epsilon_2$  к краю барьера позволяет увеличить вероятность его распада.

Спектральные параметры квазистационарных (резонансных) состояний можно изменять аналогичным образом. Так, увеличение относит. вероятности распада одного из нескольких квазисвязанных состояний (рис. 7) происходит при сдвиге выбранного состояния соответствующей вспомогат. ямкой сквозь потенц. барьер ближе к его внеш. краю; ширина барьера, преодолеваемая частицей в этом состоянии, меньше, чем в случае неизменных состояний.

Рассмотренные методы в принципе позволяют создавать резонансы с нулевой шириной (связанные состояния в непрерывном спектре с нулевой вероятностью распада), а также строить безотражательные потенц. ямы с любым числом связанных состояний, абсолютно прозрачные при любой энергии непрерывного спектра (в т. ч. потенциалы солитонного типа для случая одного связанного состояния).

Для преобразования спектра систем с периодич. потенц. ям (напр., кристаллов) можно использовать алгоритмы изменения нормировочного множителя выбранного состояния бесконечной прямоуг. ямы. Если периодически продолжить потенциал, изображенный на рис. 4, нарушающий симметрию производных волновой ф-ции  $\psi_1(x)$  осн. состояния на краях ямы, то в спектре возникает лагуна (запрещенная зона) в окрестности  $\mathcal{E}_1$ . Действительно, для гладкого сшивания волновой ф-ции осн. состояния бесконечной ямы при продолжении  $\psi_1(x)$  на всю ось  $x$  на каждом новом периоде потребуются умножить  $\psi_1(x)$  на фактор нарушения симметрии  $|\psi_1'(a)|/|\psi_1'(0)|$ , что приводит к экспоненц. росту амплитуды  $\psi_1$  при энергии  $\mathcal{E}_1$ . Такая ситуация характерна для запрещенной энергетич. зоны системы. Т. к. этот рост тем сильнее, чем больше фактор нарушения симметрии, степенью запрета можно управлять. Волновые ф-ции всех остальных состояний гладко продолжают на всю ось без изменения величин их модуля, что характерно для разрешенных зон.

Можно породить связанные состояния при любой энергии в запрещенных и разрешенных зонах, создавая безотраж. потенц. возмущения.

Теория спектральных преобразований многоканальных ОШ, отвечающих системе нес. урн. Шрдингера, связанных матрицей взаимодействия  $\|v_{ij}(x)\|$ , предсказывает, как нужно трансформировать элементы матрицы, чтобы сдвинуть избранные уровни энергии, изменить нормировочные векторы связанных состояний и ширины резонансов, породить или устранить отдельные связанные состояния. Напр., связанные состояния в непрерывном спектре возможны с короткодействующей потенц. матрицей, в отличие от одноканального случая, когда для этого требуется слабо сходящееся осциллирующее поведение  $v(r)$  при больших  $r$ .

Особенностью многоканальных систем является и то, что матрицы взаимодействия, относящиеся к абс. прозрачным (безотражательным при всех энергиях) системам, могут иметь в отд. каналах труднопроходимые барьеры, к-рые обходятся волнами по др. каналам. В многотермом случае возникает связи между параметрами Ш. о. с., наличие их независимых аналогов — открытая, но не решенная задача.

Для ОШ, отвечающего движению волн по решеткам (в кристаллич. структуре, дискретных пространств квантовых чисел, нумерующих каналы и смешиваемые конфигурации, и т. п.), имеется конечная энергетич. полоса проводимости. Возможно создание систем со связанными состояниями в области непрерывного спектра, туннелирование через потенц. барьеры, «свисающие» из верх. запрещенной энергетич. зоны. Для сдвига уровня и изменения нормировочных факторов избранного состояния необходимо вводить минимально нелокальные потенциалы. Последние позволяют управлять шириной запрещенной зоны и даже приводить к инверсии спектра связанных состояний.

Понимание принципов управления Ш. о. с. квантовых систем расширяет возможности приложений теории для создания новых приборов в микроэлектронике, квантовой оптике и т. д. Создание полей необходимой конфигурации возможно осуществлять с помощью технологии тончайших квантовых проводников, суперрешеток (см. *Сверхрешетка*), создания структур на поверхности с помощью туннельного микроскопа (см. *Сканирующий туннельный микроскоп*).

Лит.: Левитан Б. М. Обратные задачи Штурма — Лиувилля, М., 1984; Марченок В. А. Операторы Штурма — Лиувилля и их приложения, К., 1977; Захарьев Б. Н., Костов Н. А., Пелеханов Е. Б. Точно решаемые одно- и многоканальные модели (уроки квантовой интуиции), «ЗЧАЯ», 1990, т. 21, с. 914;

Захарьев Б. Н., Дискретная и непрерывная квантовая механика, точно решаемые модели (уроки квантовой интуиции II), «ЗЧАЯ», 1992, т. 23, с. 137; Захарьев Б. Н., Чабанов В. М., Качественная теория управления спектрами, рассеянием, распадами (уроки квантовой интуиции), «ЗЧАЯ», 1994, т. 25, с. 1561; Захарьев Б. Н., Уроки квантовой интуиции, Дубна, 1996; Захарьев Б. Н., Сузько А. А., Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи, М., 1985. Б. Н. Захарьев.

**ШРЭДИНГЕРА ПРЕДСТАВЛЕНИЕ** — один из способов описания квантовомеханич. явлений, в к-ром рассматривается изменение вектора состояния во времени (эволюция вектора состояния), а операторы  $\hat{A} = \hat{A}_t$ , отвечающие физ. величинам, не зависят от времени. Эта схема предложена Э. Шрдингером (E. Schrödinger) в 1926.

В случае стационарного гамилтониана  $H$  из урния Шрдингера

$$i\hbar \partial_t |\Psi_S\rangle = \hat{H} |\Psi_S\rangle$$

выводится закон эволюции вектора состояния  $|\Psi\rangle = |\Psi_S\rangle$  в Ш. п.:

$$|\Psi_S(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right) |\Psi_S(0)\rangle.$$

Тогда из выражения для ср. значения

$$\begin{aligned} \langle \hat{A} \rangle &= \langle \Psi_S(t) | \hat{A}_t | \Psi_S(t) \rangle = \\ &= \langle \Psi_S(0) | \exp\left(\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right) \hat{A}_t \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right) | \Psi_S(0) \rangle \end{aligned}$$

следует, что если ввести новый вектор состояния  $|\Psi_H\rangle = |\Psi_S(0)\rangle$ , не зависящий от времени и отвечающий выбору *Гейзенберга представления*, то соответствующие операторы наблюдаемых  $\hat{A}_H$  уже зависят от времени:

$$\hat{A}_H = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right) \hat{A}_t \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right)$$

и подчиняются урнию эволюции Гейзенберга

$$\frac{d\hat{A}_H}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}_H].$$

Переход к любому др. представлению осуществляется применением подходящего унитарного оператора  $\hat{U}(t)$ :

$$|\Psi_U\rangle = i\hat{U}(t)|\Psi_S\rangle, \quad \hat{A}_U = \hat{U}(t)\hat{A}_t\hat{U}^{-1}(t).$$

Напр., полагая  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где  $\hat{H}_0$  — гамилтониан свободной системы, и выбирая  $\hat{U}(t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t\right)$ , приходим к представлению взаимодействия, или представлению Дирака (P. A. M. Dirac, 1927).

Лит.: Блохинцев Д. И., Основы квантовой механики, 6 изд., М., 1983; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика. Нерелятивистская теория, 4 изд., М., 1989. Ю. П. Рыбаков.

**ШРЭДИНГЕРА УРАВНЕНИЕ** — основное динамич. ур-ние нерелятивистской квантовой механики, предложено Э. Шрдингером (E. Schrödinger) в 1926. В квантовой механике Ш. у. играет такую же фундам. роль, как ур-ние движения Ньютона в классич. механике и *Максвелла уравнения* в классич. теории электромагнетизма. Ш. у. описывает изменение во времени состояния квантовых объектов, характеризующего *волновой функцией*. Если известна волновая ф-ция  $\psi$  в нач. момент времени  $t_0$ , то, решая Ш. у., можно найти  $\psi$  в любой последующий момент времени  $t$ .

Для частицы массой  $m$ , движущейся под действием силы, порождаемой потенциалом  $V(x, y, z; t)$ , Ш. у. имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V(x, y, z; t) \psi, \quad (1)$$

где  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  — оператор Лапласа,  $x, y, z$  — координаты. Это ур-ние наз. врем. н. Ш. у.

Если  $V$  не зависит от времени, то решения Ш. у. можно представить в виде

$$\psi(x, y, z; t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E} t\right) \psi(x, y, z), \quad (2)$$

где  $E$  — полная энергия квантовой системы, а  $\Psi(x, y, z)$  удовлетворяет стационарному Ш. у.:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V(x, y, z)\Psi = E\Psi. \quad (3)$$

Для квантовых систем движение  $k$ -рых происходит в ограниченной области пространства, решения Ш. у. существуют только дляиск-рых дискретных значений энергии:  $E_1, E_2, \dots, E_n$ ; члены этого ряда (в общем случае бесконечного) нумеруются набором целых квантовых чисел  $n$ . Каждому значению  $E_n$  соответствует волновая ф-ция  $\Psi_n(x, y, z)$  и знание полного набора этих ф-ций позволяет вычислить все измеримые характеристики квантовой системы.

Ш. у. является матем. выражением фундам. свойства микрочастицы — корпускулярно-волнового дуализма, согласно к-рому все существующие в природе частицы материи наделены также волновыми свойствами. Ш. у. удовлетворяет *соответствия принципу* и в предельном случае, когда длины волн де Бройля значительно меньше размеров, характерных для рассматриваемого движения, позволяет описать движение частиц по траекториям, подобен переходу от Ш. у. к у-ниям классич. механики, описывающей движения частиц по траекториям, подобен переходу от волновой оптики к геометрической. Аналогия между классич. механикой и геом. оптикой, к-рая является предельным случаем волновой, сыграла важную роль в установлении Ш. у.

С матем. точки зрения Ш. у. есть волновое у-ние и но своей структуре подобно у-нию, описывающему колебания нагруженной струны. Однако, в отличие от решений у-рия колебаний струны, к-рые даюг геом. форму струны в данный момент времени, решения  $\Psi(x, y, z; t)$  Ш. у. прямого физ. смысла не имеют. Смысл имеет квадрат модуля волновой ф-ции, а именно величина

$$|\Psi_n(x, y, z; t)|^2 = \rho(x, y, z; t),$$

равная вероятности нахождения частицы (системы) в момент  $t$  в квантовом состоянии  $n$  в точке пространства с координатами  $x, y, z$ . Эта вероятностная интерпретация волновой ф-ции — один из осн. постулатов *квантовой механики*.

Лит.: Шредингер Э., Новые пути в физике. Статьи и речи, пер. с нем., М., 1971; см. также лит. при ст. *Квантовая механика*.  
Л. И. Пономарёв.

**ШРЭДИНГЕРА УРАВНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЕ** — нелинейное дифференциальное у-ние в частных производных

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + 2\kappa |\Psi|^2 \Psi, \quad (1)$$

$$\Psi(x, 0)_{t=0} = \Psi(x),$$

где  $\Psi(x, t)$  — комплекснозначная ф-ция (заряд, скалярное поле). Вещественный параметр  $\kappa$ , входящий в у-ние, играет роль константы связи. Свое название Ш. у. н. получило из-за формального сходства с *Шредингера уравнением* для свободной одномерной частицы, в  $k$ -роме у-ние (1) переходит в линейное при  $\kappa=0$ . В физ. приложениях у-ние (1) возникает при исследовании широкого класса нелинейных явлений, в частности в физике *плазмы*, в *нелинейной оптике* и др.

Ш. у. н. может быть проинтегрировано с помощью *обратной задачи рассеяния метода*. В основе данного метода лежит представление у-ния (1) в виде условия совместности перепределённой системы у-ний (вспомогат. линейной задачи):

$$\frac{\partial F}{\partial x} = U(x, t, \lambda)F,$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = V(x, t, \lambda)F.$$

Здесь  $F$  — двухкомпонентный вектор-столбец, зависящий от  $x, t$  и нек-рого произвольного комплексного числа  $\lambda$ , получившего назв. «нектральный параметр»,  $U$  и  $V$  —

матрицы  $2 \times 2$ :

$$U = -\frac{i\lambda}{2} \sigma_3 + \varepsilon \sqrt{|x|} (\Psi \sigma_+ + \Psi \sigma_-),$$

$$V = -\lambda U + i\kappa |\Psi|^2 \sigma_3 - i\varepsilon \sqrt{|x|} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x} \sigma_+ - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \sigma_- \right).$$

Здесь и в дальнейшем  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — *Паули матрицы* ( $a=0, 1, 2, 3$ ),  $\sigma_0 = I$ ,  $\sigma_{\pm} = (1/2)(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$ ,  $\Psi$  — ф-ция, комплексносопряжённая ф-ции  $\Psi$ ,  $\varepsilon = 1$  при  $\kappa > 0$ ,  $\varepsilon = -1$  при  $\kappa < 0$ . Выполнение условия совместности для вспомогательной линейной задачи

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial x} + [U, V] = 0 \quad (1')$$

эквивалентно выполнению у-ния (1). Запись у-ния (1) в виде (1') принято называть представлением нулевой кривизны.

Альтернативно метод обратной задачи рассеяния может быть сформулирован на основе представления Лакса.

Центр. объектом в методе обратной задачи рассеяния является матрица монодромии  $T(\lambda)$ . Для определения последней необходимо ввести матрицу перехода  $T(x, y, \lambda)$ , удовлетворяющую у-нию

$$\frac{\partial}{\partial x} T(x, y, \lambda) = U(x, \lambda) T(x, y, \lambda)$$

и условию

$$T(x, y, \lambda)|_{x=y} = I.$$

Конкретное выражение матрицы монодромии через матрицу перехода зависит от вида граничных условий, накладываемых на ф-ию  $\Psi(x, t)$ . Предположим, что решение Ш. у. н. ищется в классе быстроубывающих ф-ций с нач. условием  $\Psi(x) \in S^{\alpha}(\mathbb{R}^1)$  [ $S^{\alpha}(\mathbb{R}^1)$  — пространство Шварца]. Тогда

$$T(\lambda) = \begin{pmatrix} a(\lambda) & \varepsilon^2 b(\lambda) \\ b(\lambda) & a(\lambda) \end{pmatrix} = \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} e^{i\alpha \gamma x^2} T(x, y, \lambda) e^{-i\alpha \gamma x^2}.$$

Заключительным свойством матрицы монодромии является особенно простая зависимость её матричных элементов от времени:

$$a(\lambda, t) = a(\lambda, 0),$$

$$b(\lambda, t) = e^{-i\lambda^2 t} b(\lambda, 0).$$

Ф-ция  $a(\lambda)$  и  $b(\lambda)$  принято называть коэф. перехода. В теории рассеяния величины  $a^{-1}(\lambda)$  и  $b(\lambda)a(\lambda)$  играют роль коэф. прохождения и отражения. Решение  $\Psi(x, t)$  у-ния (1) однозначно восстанавливается по данным рассеяния и сводится к исследованию аналитич. свойств коэф. перехода.

Конкретно это может быть сделано с помощью методов задачи Римана о факторизации матрицы или с помощью интегральных у-ний Гельфанда — Левитана — Марченко. В частном случае безотражательного потенциала [ $\kappa < 0$ ,  $b(\lambda) = 0$ ] решение находится явно и называется  *$N$ -солитонным* [где  $N$  — число нулей коэф.  $a(\lambda)$ ].

С помощью метода обратной задачи рассеяния также находится решение задачи Коши для граничных условий вида  $\Psi(x, t) \rightarrow re^{i\theta_0}$ ,  $x \rightarrow +\infty$  (условия конечной плотности). В этом случае обычно в правую часть у-ния (1) добавляюг линейное по  $\Psi$  слагаемое  $-2\kappa r^2 \Psi$  (соответственно в представлении нулевой кривизны матрица  $V$  замещается на  $V - i\kappa r^2 \sigma_3$ ).

В случае периодич. граничных условий  $\Psi(x+L, t) = \Psi(x-L, t)$ ,  $-L \leq x \leq L$  решение Ш. у. н. сводится к исследованию вспомогат. линейной задачи на *римановой поверхности* ф-ции

$$y^2 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\lambda}{E_n} \right).$$

Здесь  $E_n$  — границы разрешённых и запрещённых зон в спектре оператора  $\mathcal{L} = i\sigma_3 \frac{\partial}{\partial x} + i\varepsilon \sqrt{|x|} (\Psi \sigma_+ - \Psi \sigma_-)$ . В случае, когда число зон конечно, решение  $\Psi(x, t)$  у-ния (1) допус-

кает явное выражение через  $\theta$ -функции Римана и наз. конечнозонным. При  $L \rightarrow \infty$  конечнозонные решения Ш. у. н. переходят в  $N$ -солитонные.

Ш. у. н. можно рассматривать как гамильтоново ур-ние движения  $\partial\psi/\partial t = \{H, \psi\}$  с гамильтонианом

$$H = \int dx \left( \left( \frac{\partial\psi}{\partial x} \right)^2 + \kappa|\psi|^4 \right)$$

и скобки Пуассона  $\{\psi(x), \psi(y)\} = i\delta(x-y)$ . Координатами в фазовом пространстве являются ф-ция  $\psi(x)$  и  $\psi^*(x)$  с определ. граничными условиями.

В рамках гамильтонова подхода к Ш. у. н. широко распространение получил метод  $r$ -матрицы, первоначально возникший в теории квантового метода обратной задачи. В основе данного метода лежит возможность представить скобки Пуассона матричных элементов матрицы  $U(x, y)$  в виде

$$\{U(x, \lambda) \otimes U(y, \mu)\} = [r(\lambda - \mu), U(x, \lambda) \otimes I + I \otimes U(x, \mu)] \delta(x - y),$$

где  $r$ -матрица равна

$$r(\lambda - \mu) = -\frac{\kappa}{2(\lambda - \mu)} \sum_{\alpha=0}^3 \sigma_{\alpha} \otimes \sigma_{\alpha}.$$

Можно показать, что такая запись скобок Пуассона замечает представление нулевой кривизны.

Скобки Пуассона матричных элементов матрицы монодромии также записываются с помощью  $r$ -матрицы:

$$\{T(\lambda) \otimes T(\mu)\} = [r(\lambda - \mu), T(\lambda) \otimes T(\mu)].$$

С точки зрения гамильтонова подхода переход к данным рассеяния является канонич. преобразованием к переменным действие — угол.

Гамильтонова модель Ш. у. н. является вполне интегрируемой и обладает бесконечным набором интегралов движения  $J_n$ , производящей ф-цией для  $k$ -рых является след матрицы монодромии  $\text{tr} T(\mu)$ . Все интегралы движения записываются в виде локальных функционалов от  $\psi$  и  $\psi^*$  и их производных, напр.:

$$J_1 = \int dx |\psi|^2 \quad (\text{оператор заряда}),$$

$$J_2 = \frac{i}{2} \int dx \left( \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi^* \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (\text{оператор импульса}),$$

$$J_3 = H.$$

Ур-ния вида  $\frac{\partial \psi}{\partial t} = [J_n, \psi]$  принято называть высшими Ш. у. н.

Векторное Ш. у. н. описывает движение заряж. скалярного поля  $\psi_a(x, t)$ ,  $a = 1, \dots, n$  с  $n$  цветами:

$$i \frac{\partial \psi_a}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \psi_a}{\partial x^2} + 2\kappa \psi_a (\psi \psi^*),$$

где под  $\psi^*$  подразумевается вектор-столбец, эрмитово сопряженный к вектор-строке  $\psi$ . Векторное Ш. у. н., как и скалярное, представляется в виде условия нулевой кривизны. Матрицы  $U$  и  $V$  в этом случае имеют размерность  $(n+1) \times (n+1)$  и в блочной записи являются прямым обобщением матриц  $U$  и  $V$  скалярного ур-ния. Гамильтониан модели и скобки Пуассона даны ф-лами

$$H = \int dx \left[ \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi^*}{\partial x} + \kappa (\psi \psi^*)^2 \right],$$

$$\{\psi_a(x), \psi_b(y)\} = i\delta_{ab} \delta(x-y).$$

Иногда в литературе под термином «Ш. у. н.» подразумевают систему ур-ний

$$\begin{aligned} i \frac{\partial q}{\partial t} &= -\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + 2\kappa q^2, \\ -i \frac{\partial r}{\partial t} &= -\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + 2\kappa r^2 q. \end{aligned} \quad (2)$$

причем ф-ция  $q$  и  $r$ , вообще говоря, не являются комплексно сопряженными. Большинство результатов для ур-ния (1) справедливо и для системы (2), однако в последнем случае для разрешимости обратной задачи рассеяния требуется накладывать ряд дополнительных условий на данные рассеяния. Помимо стандартных методов для системы (2) существует метод построения решения с помощью преобразования Беклунда — Шлезингера. А именно, если  $q_0$  и  $r_0$  — решения (2), то

$$\begin{aligned} q_1 &= \kappa q_0^2 r - q_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln q_0, \\ r_1 &= 1/\kappa q_0 \end{aligned}$$

также — решения (2). Указанное преобразование является простым способом построения солитонных решений ур-ния (1). А именно, в качестве затравочного решения системы (2) выбирается  $r_0 = 0$ ,  $q_0 = 0$  — общее решение свободного ур-ния. После  $N$ -кратного применения преобразования Беклунда — Шлезингера к  $q_0$  и  $r_0$  и наложения условия  $q_n = r_n$  получаем  $N$ -солитонное решение ур-ния (1).

Ряд разностей ур-ний,  $k$ -рые в непрерывном пределе переходят в Ш. у. н., обычно называют решеточными Ш. у. н. К таким ур-ниям относится, напр., ур-ние Абловитца — Ладика:

$$i \frac{d\psi_n}{dt} = 2\psi_n - \psi_{n+1} - \psi_{n-1} + \kappa |\psi_n|^2 (\psi_{n-1} + \psi_{n+1}).$$

Это ур-ние является гамильтоновым и вполне интегрируемым. Переход от непрерывной ф-ции  $\psi(x, t)$  к дискретной переменной  $\psi_n$  часто используется при квантовании Ш. у. н.

Квантовое Ш. у. н.

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2\kappa \psi^+ \psi$$

описывает квантовую одномерную систему многих частиц с парным взаимодействием,  $k$ -рое задается потенциалом  $2\kappa \delta(x-y)$ . Здесь  $\psi^+(x, t)$  и  $\psi(x, t)$  являются соответственно операторами рождения и уничтожения, действующими в Фока пространстве  $\langle \psi | 0 \rangle = 0$ ,  $\langle 0 | \psi \rangle = 0$ . Одновременные перестановочные соотношения задаются ф-лой

$$[\psi(x, t), \psi^+(y, t)] = \delta(x-y).$$

Гамильтониан модели

$$H = \int dx \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \psi^+ \psi^+ \psi \psi \right)$$

Квантовое Ш. у. н. допускает представление нулевой кривизны, аналогичное представлению для классического Ш. у. н. Перестановочные соотношения между матричными элементами матрицы монодромии,  $k$ -рая определяется так же, как и в классич. случае, задаются с помощью квантовой  $R$ -матрицы:

$$R(\lambda, \mu) (T(\lambda) \otimes I) (I \otimes T(\mu)) = (I \otimes T(\mu)) (T(\lambda) \otimes I) R(\lambda, \mu),$$

$$R(\lambda, \mu) = I - \frac{i\kappa}{2(\lambda - \mu)} \sum_{\alpha=0}^3 \sigma_{\alpha} \otimes \sigma_{\alpha}.$$

Как и классическое, квантовое Ш. у. н. является вполне интегрируемым и обладает бесконечным набором интегралов движения. Многочастичная матрица рассеяния сводится к произведению двухчастичных матриц рассеяния.

Квантовое Ш. у. н. решается с помощью анзаца Бете. Конкретная формулировка анзаца Бете зависит от вида граничных условий, налагаемых на операторы  $\psi$  и  $\psi^*$ . В случае периодич. задачи на отрезке  $-L \leq x \leq L$  собственные ф-ция гамильтониана  $N$  ищутся в виде

$$\begin{aligned} |\Phi_N\rangle &= \int_{-L}^L dx_1 \dots dx_N \chi_N(x_1, \dots, x_N) \psi^+(x_1) \dots \psi^+(x_N) |0\rangle, \\ N &= 0, 1, \dots \end{aligned}$$

Ф-ция  $\chi_N$  при этом определяется из условия

$H|\Phi_N\rangle = E|\Phi_N\rangle$  и параметризуется набором параметров  $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ :

$$\chi_N = \sum_p (-1)^{p+1} \prod_{j=1}^N (\lambda_p - \lambda_j - ix \text{Sign}(x_j - x_p)) \prod_{j=1}^N \exp(ix_j \lambda_p).$$

Здесь сумма берётся по перестановкам переменных  $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ ,  $k$ -рые в свою очередь должны удовлетворять системе уравнений

$$\exp(2iL\lambda_j) = \prod_{k \neq j} \frac{\lambda_j - \lambda_k + ix}{\lambda_j - \lambda_k - ix}.$$

Собственные значения гамильтониана

$$E = \sum_{j=1}^N \lambda_j^2.$$

В рамках квантового метода обратной задачи собственные функции гамильтониана  $H$  строятся с помощью матричных элементов матрицы монодромии и выглядят особенно просто:

$$|\Phi_N\rangle = \prod_{j=1}^N T_{12}(\lambda_j) |0\rangle.$$

В случае притяжения ( $x < 0$ ) в модели возможны связанные состояния,  $k$ -рые иногда называют квантовыми солитонами.

Корреляц. ф-ции квантового Ш. у. и. могут быть выражены в терминах детерминантов Фредгольма. В пределе  $x \rightarrow +\infty$  (непроницаемый бозе-газ) корреляц. ф-ции операторов  $\Psi$  и  $\bar{\Psi}$  выражаются через решения классич. систем (2).

Лит.: Захаров В. Е., Шабат А. Б., Точная теория двумерной самодиффузии и одномерной автомодульной волны в нелинейных средах, «ЖЭТФ», 1971, т. 61, в. 1, с. 118; Теория солитонов. Метод обратной задачи, М., 1980; Тактаджян Л. А., Фаддеев Л. Д., Гамильтонов подход в теории солитонов, М., 1986; Ньюэлл А., Солитоны в математике и физике, пер. с англ., М., 1989; Korepin V. E., Bogoliubov N. M., Izergin A. G., Quantum inverse scattering method and correlation functions, Cambr., 1993.

Н. А. Славнов.

**ШТАРКА ЭФФЕКТ** — расщепление спектральных линий атомов, молекул и др. квантовых систем в электрич. поле. Открыт в 1913 Й. Штарком (J. Stark) на линиях Бальмера серии водорода, является результатом сдвига и расщепления на подуровни уровней энергии системы под действием электрич. поля  $E$  (штарковское расщепление, штарковские подуровни; термин «Ш. э.» относят также к сдвигу и расщеплению уровней энергии).

Ш. э. получил объяснение на основе квантовой механики. Атом (или др. квантовая система), находясь в состоянии с определ. энергией  $E$ , приобретает во внеш. поле  $E$  дополнительный энергию  $\Delta E$  вследствие его поляризуемости — приобретения в поле  $E$  дипольного момента. Уровень энергии,  $k$ -рому соответствует одно возможное состояние атома (невыврожденный уровень), в поле  $E$  характеризуется энергией  $E + \Delta E$ , т. е. смещается. Разл. состояния, соответствующие вырожденному уровню энергии, могут приобретать разные дополнит. энергии  $\Delta E_g$  ( $g=1, 2, \dots, g$ , где  $g$  — степень вырождения уровня). В результате вырожденный уровень расщепляется на штарковские подуровни, число  $k$ -рых равно числу разл. значений  $\Delta E_g$ . Так, уровень энергии атома с заданным значением полного механич. момента  $M = \hbar \sqrt{J(J+1)}$  (где  $J=0, 1, 2, \dots$  — соответствует квантовое число) расщепляется на подуровни, характеризующиеся разными значениями магн. квантового числа  $m$ ,  $k$ -рое определяет величину проекции  $M$  на направление  $E$ . В однородном электрич. поле, обладающем аксиальной симметрией, сохраняется квантование проекции  $M$ . Однако, в отличие от расщепления в магн. поле при *Земана эффекте* на  $2J+1$  невырожденных подуровня, значениями  $-m$  и  $+m$  соответствует одинаковая дополнит. энергия  $\Delta E$ , поэтому штарковские подуровни (кроме подуровня с  $J=0$ ) дважды вырождены и уровень с заданным  $J$  расщепляется при целом  $J$  на  $J+1$  подуровней, а при полуце-

лом  $J$  на  $J+1/2$  подуровней (при  $J=1/2$  вообще не расщепляется). Двукратное вырождение в случае атомов с нечётным числом электронов, для  $k$ -рых значения  $J$  полуцелые, сохраняется и в неоднородных электрич. полях (см. *Крамерса теорема*).

Различают линейный Ш. э. ( $\Delta E \propto E$ , рис. 1),  $k$ -рый наблюдается в важнейшем частном случае водорода (а также

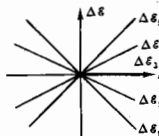


Рис. 1. Зависимость величины расщепления уровней энергии  $\Delta E$  от напряжённости электрического поля  $E$  при линейном эффекте Штарка (расщепление уровня энергии атома  $H$ , определяемого главным квантовым числом  $n=3$ , на 5 подуровней).

для водородоподобных атомов и для сильно возбуждённых уровней др. атомов), и квадратичный Ш. э. ( $\Delta E \propto E^2$ , рис. 2), типичный для общего случая уровней энергии многоэлектронных атомов. Расщепление при линейном Ш. э. для атомов  $H$  составляет тысячные доли эВ при напряжённостях полей  $E \sim 10^4$  В/см, при квадратичном Ш. э. оно значительно меньше, достигая  $\sim 10^{-4}$  эВ при напряжённостях полей  $E \sim 10^5$  В/см.

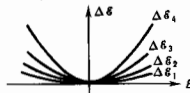


Рис. 2. Зависимость величины расщепления уровней энергии  $\Delta E$  от напряжённости электрического поля  $E$  при квадратичном эффекте Штарка (расщепление уровня энергии многоэлектронного атома при  $J=3$  на 4 подуровня).

Причиной линейного Ш. э., наблюдаемого для  $H$ , является, при заданном значении гл. квантового числа  $l$  (при  $n \geq 2$ ), наличие вырождения по  $l$  (связанного с движением электрона в кулоновском поле адр и отсутствующего в многоэлектронных атомах). Если пренебречь влиянием спина на орбит. движение (ввиду малости спин-орбитального взаимодействия) это справедливо при не очень малых полях  $E$ , когда штарковское расщепление оказывается значительно больше величин тонкой структуры, см. *Атом*), то при заданном  $l$  совпадают уровни с  $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ , обладающие разл. чётностью (чётные уровни с  $l=0, 2, 4, \dots$  и нечётные уровни с  $l=1, 3, 5, \dots$ ). В электрич. поле нарушается сферич. симметрия атома, исчезает его центр симметрии, с отражением в  $k$ -ром связано деление уровней энергии на чётные и нечётные, квантовое число  $l$  теряет свой смысл и происходит смешение состояний разл. чётности, что приводит, согласно квантовой механике, к линейному Ш. э. Квантомеханич. задача проще всего решается в т. н. параболических координатах, при введении  $k$ -рых состояния атома характеризуются параболическими квантовыми числами  $n_1=0, 1, 2, \dots, n-1$  и  $n_2=0, 1, 2, \dots, n-1$ . Разность этих квантовых чисел  $n_1 - n_2$  входит в ф-лу, определяющую линейное расщепление уровня с заданным  $n$ :

$$\Delta E = A_0 l(n_1 - n_2) E,$$

где  $A_0$  — постоянная. Расщепление симметрично и происходит на  $2n-1$  подуровней с расстояниями  $A_0 n E$  между ними. Переходы между подуровнями двух комбинирующихся уровней энергии дают симметричную картину расщепления спектральных линий, как и при эффекте Зеемана.

При наблюдении в направлении, перпендикулярном  $E$ , получаются продольно поляризованные  $\pi$ -компоненты и поперечно поляризованные  $\sigma$ -компоненты. При наблюдении вдоль  $E$   $\pi$ -компоненты отсутствуют, а на месте  $\sigma$ -компонент возникают неполяризованные компоненты. Рассчитанные интенсивности компонент находятся в согласии с опытом. Для линии  $H_\alpha$  серии Бальмера (переход  $n=3 \rightarrow n=2$ ) уровень  $n=3$  ( $l=0, 1, 2$ , степень вырождения 9) расщепляется на 5 подуровней, а уровень  $n=2$  ( $l=0, 1$ , степень вырождения 4) на 3 подуровня, переходы между  $k$ -рядами дают 15 компонент (8  $\pi$ -компонент и 7  $\sigma$ -компонент).

Квадратичный Ш. э. может быть объяснён на основе представлений о поляризуемости атома. В поле  $E$  атом приобретает дипольный момент  $d = \alpha E$ , где  $\alpha$  — поляризуемость. Ср. значение этого момента для атома как системы, обладающей центром симметрии, равно нулю, что и обуславливает отсутствие, в общем случае, микозлектронных атомов, линейного Ш. э. Дополнит. энергия атома с дипольным моментом  $d$  в поле  $E$  равна  $V = -dE$ , что даёт, с учётом работы поляризации для индуцированного дипольного момента  $d = \alpha E$ , квадратичную зависимость  $V$  от  $E$ :

$$V = -\frac{1}{2} \alpha E^2.$$

Согласно квантовомеханич. расчёту, для подуровня с заданным значением квантового числа  $m = m_l$ , дополнит. энергия при квадратичном Ш. э. равна

$$\Delta \epsilon_m = -\frac{1}{2} (A + Bm^2) E^2,$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные. Это и приводит к несимметричной картине расщепления уровней энергии и спектральных линий.

Для молекул вследствие Ш. э. происходит расщепление вращательных уровней энергии, причём для молекулы типа симметричного волчка, обладающих пост. дипольным моментом (примером является молекула аммиака  $NH_3$ ), характерен линейный Ш. э. Для таких молекул методом ЭИР в молекулярных лучах, аналогичным методом ЯМР, могут наблюдаться переходы между подуровнями штарковского расщепления и с большой точностью определяться величины дипольных моментов.

Важный случай Ш. э. — расщепления электронных уровней энергии иона в ионном кристалле (а также ириемского иона в молекулярном кристалле, содержащем дипольные молекулы) под действием внутрикристаллич. поля; штарковское расщепление может достигать сотых долей эВ. Этот эффект учитывается в *спектроскопии кристаллов* и важен для *твердотельных лазеров*.

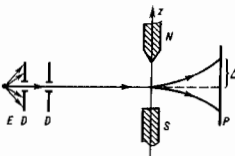
Ш. э. наблюдается и в переменном электрич. поле, причём изменение положения штарковских подуровней может быть использовано для изменения частоты квантового перехода в квантовых устройствах (штарковская модуляция; см., напр., *Микроволновая спектроскопия*). Влияние быстропеременного электрич. поля на уровни энергии атомов (ионов) определяет, в частности, ударное штарковское уширение спектральных линий в плазме (см. *Излучение плазмы*), к-рое позволяет оценить концентрацию в ней заряд. частиц (напр., в атмосферах звёзд).

Лит.: Ельяшвили М. А., Атомная и молекулярная спектроскопия, М., 1962; Собельман И. И., Введение в теорию атомных спектров, 2 изд., М., 1977; Бете Г., Солитер Э., Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, пер. с англ., М., 1960. М. А. Ельмичев.

**ШТЕРНА — ГЕРЛАХА ОПЫТ** — экспериментальное доказательство квантования проекции магн. момента атома на направление магн. поля. Ш.—Г. о. подтвердил справедливость квантовой теории. Поставил О. Штерном (О. Stern) и В. Герлахом (W. Gerlach) в 1922. Схема Ш.—Г. о. приведена на рисунке. В вакуумной печи создавался поток атомов серебра, к-рый затем коллимировался двумя диафрагмами  $D$ , проходив между полюсами магнита снеж. конфигурации, формировавшими неоднородное магн. поле  $H$ , и попадал на фотопластинку  $P$ .

Согласно классич. представлениям, на атом с магн. моментом  $M$  в неоднородном магн. поле действует сила  $f_z$ , направленная вдоль магн. поля и перпендикулярно направлению движения атомов пучка:

$$f_z = M_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial z}. \quad (*)$$



Магн. момент атома пресцирует вокруг оси  $z$  с ларморовской частотой

$$\Omega = -\frac{eH}{2mc}$$

где  $e$  — заряд,  $m$  — масса электрона. В Ш.—Г. о. период ларморовской прецессии атома был пренебрежимо мал по сравнению с временем пролёта атома в магн. поле. Поэтому усреднение по времени первых двух членов в (\*) обращает их в нуль (т. к. усреднённые по времени проекции магн. момента  $M_x$  и  $M_y$  на осх  $x$  и  $y$  равны нулю) и ср. значение  $f_z = M_z \partial H_z / \partial z$ . Если справедливо классич. рассмотрение, то проекция  $M_z$  будет принимать любые значения от  $-|M|$  до  $|M|$  и действие магн. поля приведёт к равномерному уширению пучка атомов — на фотопластинке  $P$  появлялся бы широкая полоса с равномерным распределением интенсивности.

В соответствии с квантовой теорией проекция на направление магн. поля квантована, т. е. принимает лишь определённые (дискретные) значения, причём число возможных значений  $M_z$  равно  $2J+1$ , где  $J$  — внутреннее квантовое число подного момента атома. Соответственно в неоднородном магн. поле пучок атомов должен расщепляться на  $2J+1$  компоненту.

В Ш.—Г. о. зафиксировано расщепление пучка атомов серебра на две узкие компоненты при отсутствии неотклонённого пучка. Результаты, полученные в опыте, позволили сделать выводы, подтверждающие квантовые представления: 1) атом серебра обладает магн. моментом; 2) величина этого магн. момента равна магнетону Бора; 3) проекция магн. момента атома на направление магн. поля могут принимать только дискретные значения. В дальнейшем было установлено, что измеренный в Ш.—Г. о. магн. момент атома серебра возникает благодаря нескомпенсированному спиновому магн. моменту электрона внеш. электронной оболочкой.

Методика Ш.—Г. о. применяется для разделения атомов по их магн. моменту (напр., в экспериментах по определению сверхтонкой структуры уровней энергии изотопов разл. атомов).

Лит.: Gerlach W., Stern O., Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld, *z. Phys.*, 1922, Bd 9, S. 349; Thibault C. et al., Hyperfine structure and isotope shift of the  $D_2$  line of  $^{86-99}Rb$  and some of their isomers, *Phys. Rev.*, 1981, v. 23C, № 6, p. 2720; Сивяукин Д. В., Общий курс физики, ч. 1. М., 1986. В. А. Чирков.

**ШТУРМА — ЛИУВИЛЛЯ ЗАДАЧА** — задача, порождаемая на конечном или бесконечном интервале  $(a, b)$  изменения переменной  $x$  уравнение

$$-\frac{d}{dx} \left( p(x) \frac{dy}{dx} \right) + l(x)y = \lambda r(x)y \quad (1)$$

и нек-рыми граничными условиями, где  $p(x)$  и  $r(x)$  положительны,  $l(x)$  действительна, а  $\lambda$  — комплексный параметр. Начало глубокому изучению этой задачи положили

Ш. Штурм (Ch. Sturm) и Ж. Лиувилль (J. Liouville). Понятия и методы, зародившиеся в процессе изучения Ш.—Л. з., сыграли большую роль в развитии мн. направлений математики и физики. Она была и остаётся пост. источником новых идей и задач для спектральной теории операторов и смежных вопросов анализа. Особое значение она приобрела после открытия связи с некр-ыми эволюционными *нелинейными уравнениями математической физики*.

Если  $p(x)$  дифференцируема, а  $p(x)r(x)$  дифференцируема дважды, то ур-ние (1) с помощью подстановок Лиувилля (см. [1]) сводится к виду

$$-y'' + q(x)y = \lambda y. \quad (2)$$

Принято различать регулярные и сингулярные задачи. Ш.—Л. з. для ур-ния (2) наз. регулярной, если интервал  $(a, b)$  изменения переменной  $x$  конечен и если ф-ция  $q(x)$  суммируема во всём интервале  $(a, b)$ . Если интервал  $(a, b)$  бесконечен или  $q(x)$  несуммируема (или и то и другое), то задача наз. сингулярной.

Ниже рассматриваются в отдельности следующие случаи: 1) интервал  $(a, b)$  конечен, в этом случае, не нарушая общности, можно считать, что  $a=0$  и  $b=\pi$ ; 2)  $a=0$ ,  $b=\infty$ ; 3)  $a=-\infty$ ,  $b=0$ .

1. Рассматривается задача, порождённая на сегменте  $[0, \pi]$  ур-нием (2), в к-ром  $q(x)$ —действительная суммируемая на сегменте  $[0, \pi]$  ф-ция ( $\lambda$ —комплексный параметр), и разделёнными граничными условиями

$$y'(0) - hy(0) = 0, \quad y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \quad (3)$$

где  $h$  и  $H$ —произвольные конечные или бесконечные фиксированные действительные числа. Если  $h = \infty$  ( $H = \infty$ ), то первое (второе) условие в (3) заменяется условием  $y(0) = 0$  ( $y(\pi) = 0$ ). Для определённости далее предполагается, что числа, участвующие в граничных условиях, конечны.

Число  $\lambda_0$  наз. собств. значением задачи (2), (3), если при  $\lambda = \lambda_0$  ур-ние (2) имеет нетривиальное решение  $y_0(x) \neq 0$ , удовлетворяющее граничным условиям (3); при этом ф-ция  $y_0(x)$  наз. собств. ф-цией, соответствующей собств. значению  $\lambda_0$ .

Собств. значения граничной задачи (2), (3) действительны; каждому собств. значению соответствует единственная собств. ф-ция [в силу действительности  $q(x)$  и чисел  $h, H$  собственные ф-ции задачи (2), (3) можно выбрать действительными]; собств. ф-ции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , соответствующие разл. собств. значениям, ортогональны, т. е.

$$\int_0^{\pi} y_1(x) y_2(x) dx = 0.$$

Существует неограниченно возрастающая последовательность собств. значений  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots$  граничной задачи (2), (3); при этом собств. ф-ция  $y_n(x)$ , соответствующая собств. значению  $\lambda_n$ , имеет ровно  $n$  нулей в интервале  $(0, \pi)$ .

Пусть  $W_2^m [0, \pi]$ —пространство Соболева, состоящее из заданных на сегменте  $[0, \pi]$  комплекснозначных ф-ций, к-рые имеют  $m-1$  абсолютно непрерывных производных и производную порядка  $m$ , суммируемую на сегменте  $[0, \pi]$ . Если  $q(x) \in W_2^m [0, \pi]$ , то собств. значения  $\lambda_n$  граничной задачи (2), (3) при больших  $n$  удовлетворяют асимптотич. равенству (см. [4])

$$\sqrt{\lambda_n} = n + \sum_{1 \leq 2j+1 \leq n+2} \frac{c_{2j+1}}{n^{2j+1}} + \frac{(-1)^{n-1}}{2n^{m+2}} \times \\ \times \left( S_m(n) + \frac{S_m(n)}{n} \right) \frac{1}{n^{m+1}} + \frac{\delta_n}{n^{m+2}} + \frac{\epsilon_n(h, H)}{n^{m+3}},$$

где  $c_{2j+1}$ —независимые от  $n$  числа,

$$c_1 = \frac{1}{\pi} \left( h + H + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} q(t) dt \right),$$

$$S_m(n) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} q^{(m)}(t) \sin \left\{ 2nt - \frac{\pi}{2}(m+1) \right\} dt,$$

$$\delta_m(n) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} q^{(m)}(t) (2h - c_1 t) \sin \left\{ 2nt - \frac{\pi}{2}(m+2) \right\} dt,$$

$\delta_n$  не зависит от  $h, H$  и

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\delta_n|^2 < \infty, \quad \sum_{n=0}^{\infty} |\epsilon_n(h, H)|^2 < \infty.$$

Отсюда, в частности, следует, что если  $q(x) \in W_2^1 [0, \pi]$ , то

$$\lambda_n = n^2 + c + \frac{1}{n} \gamma_n,$$

где

$$c = \frac{2}{\pi} \left( h + H + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} q(t) dt \right), \quad \sum_{n=0}^{\infty} |\gamma_n|^2 < \infty.$$

Поэтому ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda_n - n^2 - c)$  сходится. Его сумма наз. регуляризованным следом задачи (2), (3) (см. [13]):

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda_n - n^2 - c) = \frac{q(0) + q(\pi)}{4} - \frac{(h+H)^2}{2} + hH - \frac{c}{2}.$$

Пусть  $v_0(x), v_1(x), \dots$ —ортономированные собств. ф-ции задачи (2), (3), соответствующие собств. значениям  $\lambda_0, \lambda_1, \dots$ . Для каждой ф-ции  $v_n(x) \in L_2 [0, \pi]$  имеет место т. н. равенство Парсеваля

$$\int_0^{\pi} |f(x)|^2 dx = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2,$$

где

$$a_n = \int_0^{\pi} f(x) v_n(x) dx,$$

и справедлива ф-ла разложения по собств. ф-циям

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_n(x), \quad (4)$$

где ряд сходится в метрике пространства  $L_2 [0, \pi]$ . Теоремы полноты и разложения для регулярной Ш.—Л. з. впервые доказаны В. А. Стекловым [14].

Если ф-ция  $f(x)$  имеет вторую непрерывную производную и удовлетворяет граничным условиям (3), то справедливы следующие утверждения (см. [15]):

а) ряд (4) сходится абсолютно и равномерно на сегменте  $[0, \pi]$  к ф-ции  $f(x)$ ;

б) один раз продифференцированный ряд (4) сходится абсолютно и равномерно на сегменте  $[0, \pi]$  к  $f'(x)$ ;

в) в каждой точке, в к-рой  $f''(x)$  удовлетворяет к.-л. локальному условию разложения в ряд Фурье (напр., имеет ограниченную вариацию), дважды продифференцированный ряд (4) сходится к  $f''(x)$ .

Для любой ф-ции  $f(x) \in L_1 [0, \pi]$  ряд (4) является равномерно сходящимся с рядом Фурье ф-ции  $f(x)$  по кос  $\pi x$ , т. е.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq k \leq N} |V_{N,f}(x) - c_{N,f}(x)| = 0,$$

$$V_{N,f}(x) = \int_0^{\pi} f(t) \sum_{n=0}^N v_n(x) v_n(t) dt,$$

$$c_{N,f}(x) = \int_0^{\pi} f(t) \left\{ \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^N \cos nx \cos nt \right\} dt.$$

Это утверждение означает, что разложение ф-ции  $f(x)$  по

собств. ф-циям граничной задачи (2), (3) сходится при тех же условиях, что и разложение  $f(x)$  в ряд Фурье по косинусам (см. [1], [4]).

2. Рассматривается дифференц. ур-ние (2) на полуоси  $0 \leq x \leq \infty$  с граничным условием в нуле:

$$y'(0) - hy(0) = 0. \quad (5)$$

Ф-ция  $q(x)$  в (2) предполагается действительной и суммируемой в каждом конечном подынтервале интервала  $[0, \infty)$ , а число  $h$  действительным.

Пусть  $\varphi(x, \lambda)$  — решение ур-ния (2) с пач. условиями  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = h$  [так что  $\varphi(x, \lambda)$  удовлетворяет и граничному условию (5)]. Пусть  $f(x)$  — любая ф-ция из  $L_2(0, \infty)$  и

$$\Phi_{f,b}(x) = \int_0^b f(x) \varphi(x, \lambda) dx,$$

где  $b$  — произвольное конечное положит. число. Для каждой ф-ции  $q(x)$  и каждого числа  $h$  существует, по крайней мере, одна, не зависящая от  $f(x)$ , неубывающая ф-ция  $\rho(\lambda)$ ,  $-\infty < \lambda < \infty$ , обладающая следующими свойствами:

а) существует ф-ция  $\Phi_f(\lambda)$ , являющаяся пределом  $\Phi_{f,b}(\lambda)$  при  $b \rightarrow \infty$  в метрике  $\mathcal{L}_{2,p}(-\infty, \infty)$  [пространства  $p$ -измеримых ф-ций  $\Psi(\lambda)$ , для  $k$ -рых

$$\|\Psi(\lambda)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\lambda)|^2 d\rho(\lambda) < \infty,$$

т. е.

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b |\Phi_f(\lambda) - \Phi_{f,b}(\lambda)|^2 d\rho(\lambda) = 0;$$

б) имеет место равенство Парсеваля

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_f(\lambda)|^2 d\rho(\lambda).$$

Ф-ция  $\rho(\lambda)$  наз. спектральной функцией (спектральной плотностью) граничной задачи (2), (5) (см. [9] — [11]).

Для спектральной ф-ции  $\rho(\lambda)$  задачи (2), (5) справедлива асимптотич. ф-ла (см. [16]; в уточнённом виде см. [17]):

$$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} e^{\sqrt{\lambda x}} [\rho(\lambda) - \rho(-\infty)] = 0, \quad 0 \leq x < \infty,$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} [\rho(\lambda) - \rho(-\infty)] = \frac{2}{\pi} \sqrt{\lambda + h} = 0.$$

Справедлива следующая теорема равномерности: для произвольной ф-ции  $f(x) \in L_2(0, \infty)$  пусть

$$\Phi_f(\lambda) = \int_0^{\infty} f(x) \varphi(x, \lambda) dx,$$

$$C_f(\lambda) = \int_0^{\infty} f(x) \cos \sqrt{\lambda x} dx$$

(интегралы сходятся в метриках пространств соответственно);

$$L_{2,p}(-\infty, \infty) \text{ и } L_{2,\sqrt{\lambda}}(0, \infty),$$

тогда при каждом фиксированном  $b < \infty$  сходится интеграл

$$\int_{-\infty}^0 \Phi_f(\lambda) \varphi(x, \lambda) d\rho(\lambda)$$

абсолютно и равномерно относительно  $x \in [0, b]$  и

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq x < b} \left| \int_{-N}^N \Phi_f(\lambda) \varphi(x, \lambda) d\rho(\lambda) - \int_{-\infty}^0 \Phi_f(\lambda) \varphi(x, \lambda) d\rho(\lambda) \right| = 0$$

$$-\frac{2}{\pi} \int_0^N C_f(\lambda) \cos \sqrt{\lambda x} d\sqrt{\lambda} \Big|_{x=0} = 0.$$

Пусть задача (2), (5) имеет дискретный спектр, т. е. её спектр состоит из счётного числа значений  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots < \lambda_n \leq \dots$  с единственной предельной точкой в бесконечности. При опред. условиях на ф-цию  $q(x)$  для ф-ции

$N(\lambda) = \sum_{\lambda_k < \lambda} 1$ , т. е. числа собств. значений, меньших  $\lambda$ , справедлива асимптотич. ф-ла:

$$N(\lambda) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{q(x) < \lambda} [\lambda - q(x)]^{1/2} dx.$$

Наряду с решением  $\varphi(x, \lambda)$  вводится второе решение  $\theta(x, \lambda)$  ур-ния (2), удовлетворяющее условиям  $\theta(0, \lambda) = 0$ ,  $\theta'(0, \lambda) = 1$ , так что  $\varphi(x, \lambda)$  и  $\theta(x, \lambda)$  образуют фундам. систему решений ур-ния (2). При фиксир. числа  $\lambda$  ( $\text{Im } \lambda \neq 0$ ) и  $b > 0$  рассматривается дробно-линейная ф-ция:

$$w_{\lambda,b} = w_{\lambda,b}(t) = \frac{-\theta'(b, \lambda) - \theta(b, \lambda)}{\varphi'(b, \lambda) + \theta(b, \lambda)}.$$

Когда независимая переменная  $t$  пробегает действительную ось, точка  $w_{\lambda,b}$  описывает нек-рую окружность, ограничивающую круг  $K_{\lambda,b}$ . Он всегда лежит в той же полуплоскости (нижней или верхней), что и  $\lambda$ . С увеличением  $b$  круг  $K_{\lambda,b}$  сжимается, т. е. при  $b < b'$  круг  $K_{\lambda,b'}$  лежит целиком внутри круга  $K_{\lambda,b}$ . Существует (при  $b \rightarrow \infty$ ) предельный круг или точка  $K_{\lambda,\infty}$ , при этом если

$$\int_0^{\infty} |\varphi(x, \lambda)|^2 dx < \infty, \quad (6)$$

то  $K_{\lambda,\infty}$  будет кругом, в противном случае — точкой (см. [10]). Если условие (6) выполняется для одного к-л. недействит. значения  $\lambda$ , то оно выполняется для всех значений  $\lambda$ . В случае предельного круга для всех значений  $\lambda$  все решения ур-ния (2) принадлежат пространству  $L_2(0, \infty)$ , а в случае предельной точки для каждого недействит. значения  $\lambda$  это ур-ние имеет решение вида  $\theta(x, \lambda) + m(\lambda) \varphi(x, \lambda)$ , принадлежащее  $L_2(0, \infty)$ , где  $m(\lambda)$  — предельная точка  $\{m(\lambda) = K_{\lambda,\infty}\}$ .

Если  $q(x) \geq -cx^2$ , где  $c$  — нек-рая положительная постоянная, то имеет место случай предельной точки (см. [19]); более общие результаты см. [20], [21]).

3. Рассматривается ур-ние (2) на всей оси  $-\infty < x < \infty$  в предположении, что  $q(x)$  — действительная суммируемая в каждом конечном подынтервале из  $(-\infty, \infty)$  ф-ция. Пусть  $\varphi_1(x, \lambda)$ ,  $\varphi_2(x, \lambda)$  — решения ур-ния (2), удовлетворяющие условиям  $\varphi_1(0, \lambda) = \varphi_2(0, \lambda) = 1$ ,  $\varphi_1'(0, \lambda) = \varphi_2'(0, \lambda) = 0$ .

Существует, по крайней мере, одна действительная симметрическая неубывающая матрица-функция

$$\mathcal{P}(\lambda) = \begin{vmatrix} \rho_{11}(\lambda) & \rho_{12}(\lambda) \\ \rho_{21}(\lambda) & \rho_{22}(\lambda) \end{vmatrix}, \quad -\infty < \lambda < \infty,$$

обладающая следующими свойствами:

а) для любой ф-ции  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  существуют ф-ции  $\Phi_{j,f}(\lambda)$ , определённые равенствами

$$\Phi_{j,f}(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{-b}^b f(x) \varphi_j(x, \lambda) dx, \quad j = 1, 2,$$

где предел — по метрике пространства  $L_{2,p}(-\infty, \infty)$ ;

б) имеет место равенство Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \sum_{j,k=1-2}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{j,f}(\lambda) \Phi_k(\lambda) d\rho_{jk}(\lambda).$$

Лит.: 1) Левитан Б. М., Саргсян И. С., Введение в спектральную теорию, М., 1970; 2) Левитан Б. М., Разложение по собственным функциям дифференциальных уравнений второго порядка, М.—Л., 1950; 3) его же, Теория операторов обобщенного



сдвига, М., 1973; 4) Марченко В. А., Операторы Штурма—Ливуиды и их приложения, К., 1977; 5) Титчмарш Э. Ч., Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка, пер. с англ., т. 1, М., 1960; 6) Кодиангтон Э. А., Левинсон М., Теория обыкновенных дифференциальных уравнений, пер. с англ., М., 1958; 7) Наймарк М. А., Линейные дифференциальные операторы, 2 изд., М., 1969; 8) Костюченко А. Г., Саргис И. С., Распределение собственных значений, М., 1979; 9) Weyl H., Über gewöhnliche lineare Differential-Gleichungen mit singulären Stellen und ihre Eigenfunktionen, «Gött. Nachr.», 1909, 3, 37; 10) егo же, Über gewöhnliche Differential—Gleichungen mit Singularitäten und der zugehörigen Entwicklungen willkürlicher Funktionen, «Math. Ann.», 1910, Bd 68, S. 230; 11) егo же, «Gött. Nachr.», 1910, S. 442; 12) Крейн М. Г., О неопределённом случае краевой задачи Штурма—Ливуиды в центре (0,  $\infty$ ), «Изв. АН СССР, Сер. матем.», 1952, т. 16, № 4, с. 293; 13) Гельфанд П. М., Левитан Б. М., Об одном простом тождестве для собственных значений дифференциального оператора второго порядка, «ДАН СССР», 1953, т. 88, № 4, с. 593; 14) Стеклов В. А., О разложении данной функции в ряд по гармоническим функциям, «Сообщения Харьковского матем. общ.», 1896, т. 5, в. 1—2, с. 60; 15) Левитан Б. М., Саргис И. С., Некоторые вопросы теории уравнений Штурма—Ливуиды, «Общезн. матем. науки», 1960, т. 15, в. 1, с. 16; 16) Марченко В. А., Некоторые вопросы теории дифференциального оператора второго порядка, «ДАН СССР», 1950, т. 72, № 3, с. 457; 17) Левитан Б. М., Об асимптотическом поведении спектральной функции самосопряжённого дифференциального уравнения второго порядка и о разложении по собственным функциям, «Изв. АН СССР, Сер. матем.», 1953, т. 17, № 4, с. 331; 1955, т. 19, № 1, с. 33; 18) Weitz J., Mandl F., On the asymptotic distribution of eigenvalues, «Proc. Roy. Soc. Ser. A», 1950, v. 200, p. 572; 19) Titchmarsh E., On the uniqueness of the Green's function associated with a second-order differential equation, «Canad. J. Math.», 1949, v. 1, p. 191; 20) Levinson N., «Casop. Pěst. Mat. Fys.», 1949, v. 74, p. 17; 21) Sears D., Titchmarsh E., Some eigenfunction formulae, «Quart. J. Math. Oxford, ser. 2», 1950, v. 1, p. 165.

Г. Ш. Гусейнов, Б. М. Левитан.

**ШУБИНА—ВОНСОВСКОГО МОДЕЛЬ**—модель описания системы электронов в твёрдом теле, учитывающая перенос электрич. заряда, к-рый осуществляется т. н. полярионными состояниями с разл. числом электронов на разных узлах кристаллич. решётки. В этом отношении Ш.—В. м. является обобщением на случай кристалла модели химической связи, учитывающих ионные состояния молекул.

В работах С. П. Шубина и С. В. Вонсовского (1934—36) подробно рассмотрен гамильтониан полярной модели (ПМ) и введены операторы полярных состояний. При замене этих операторов с-числами были получены урния в квазиклассич. приближении, допускающие решение задачи об осн. состоянии системы и спектре разл. типов возмущений в относительно простом виде. В силу трансляционной симметрии кристалла полярные состояния (типа «двоек» или «дырок») коллективизируются и могут создавать ток во внеш. электрич. поле. В зависимости от параметров теории кристалл в Ш.—В. м. образует как диэлектрическую, так и металличес. фазу, что в принципе позволяет сформулировать критерий перехода металл—диэлектрик. В рамках Ш.—В. м. паходит также естеств. объяснение неположительности величины магн. момента, наблюдаемая экспериментально в ферромагн. металлах. Важной чертой ПМ является возможность описания связи между магн. и электрич. свойствами кристалла, позднее развитая в обменной sd-модели.

В историч. аспекте Ш.—В. м. является предшественницей нек-рых важных моделей физики твёрдого тела, в частности Хаббарда модели, в к-рой на основе совр. методов квантовой статистики получен ряд результатов в теории магнетизма, электрич. явлений и т. д.

В методологич. отношении ценность Ш.—В. м. заключается в том, что она показывает недостаточность представлений обычной зонной теории и необходимость более адекватного описания сложных металлов с сильным взаимодействием между электронами. Вытекающие отсюда проблемы теории сильно коррелированных систем получили широкое развитие и занимают одно из центральных мест в совр. физике твёрдого тела.

Лит.: Schubin S., Vonsowsky S., Electron theory of metals, «Proc. Roy. Soc.», 1934, v. A145, № 855, p. 159; Schubin S., Von-

sowsky S., Zur Electronentheorie der Metalle, I, «Zs. UdSSR», 1935, Bd 7, № 3, S. 292; II, 1936, Bd 10, № 3, S. 348; Вонсовский С. В., Вопросы современной квантовой теории электронов проводимости, «УФН», 1952, т. 48, с. 289.

**ШУБНИКОВА — ДЕ ХААЗА ЭФФЕКТ**—осциллирующая зависимость электропроводности кристалла от магн. поля. Ш.—де Х. э. наблюдается в кристаллах, где электронный газ вырожден, в сильном магн. поле ( $H \geq 10$  кО) при низких темп-рах ( $T \leq 4$  К). После открытия осцилляций электропроводности Л. В. Шубниковым и В. де Хаазом (W. de Haas) в кристалле Bi квантовые осцилляции кинетич. коэффициентов наблюдаются во мн. металлах и вырожденных полупроводниках, напр. в InSb, GaSb, InAs (см. *Квантовые осцилляции*).

Причиной возникновения осцилляций является квантование орбитального движения носителей заряда в магн. поле. Если закои дисперсии  $\epsilon(p)$  носителей заряда нодруноу, то уровни энергии носителей в магн. поле  $H$  (Ландау уровни) даются выражением

$$\epsilon(n, p_H) = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c + p_H^2 / 2m,$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $p_H$ —проекция импульса носителей заряда  $p$  на направление поля  $H$ ,  $m$ —эффективная масса носителей,  $\omega_c = eH/mc$ —циклотронная частота носителей. Осцилляции обусловлены периодичеки повторяющимися изменениями плотности состояний электронов  $g(\epsilon)$  на уровне Ферми  $\epsilon_F$  при прохождении последовательных уровней Ландау. Плотность состояний носителей  $g(\epsilon)$  достигает максимума вблизи значений  $\epsilon_n$ .

При увеличении  $H$  значения  $\epsilon_n$  растут пропорционально  $H$ , поочередно достигая уровня Ферми  $\epsilon_F$ . Величина  $\epsilon_F$  сама зависит от поля. В отсутствие поля ( $H=0$ )  $\epsilon_F^0 = (\hbar^2 / 2m) (3\pi^2 N)^{2/3}$ , где  $N$ —концентрация носителей заряда. Если магн. поле не очень сильное, так что  $\hbar \omega_c \ll \epsilon_F$ , то значение  $[\epsilon_F(H) / \epsilon_F^0] - 1 \approx (\hbar \omega_c / \epsilon_F^0)^{3/2}$  мало и величину  $\epsilon_F$  можно считать постоянной. В случае  $\hbar \omega_c > 2\epsilon_F$  самый нижний уровень Ландау ( $n=0$ ) уже пересёк уровень Ферми и осциллирующая зависимость всех кинетич. коэф. от  $H$  сменяется монотонной зависимостью.

В слабых полях размытие уровней Ландау за счёт теплового движения ( $\sim kT$ ) и конечного времени релаксации ( $\sim \hbar/\tau$ ) приводит к уменьшению амплитуды осцилляций. Поэтому для наблюдения Ш.—де Х. э. необходимо выполнение условий  $\omega_c \tau \gg 1$  и  $\hbar \omega_c > kT$ . Эти неравенства показывают, что в невырожденных полупроводниках Ш.—де Х. э. наблюдается не может.

Во многих практически важных случаях величина осциллирующей добавки  $\Delta\sigma$  к электропроводности  $\sigma_0$  (при  $H=0$ ) дается ф-лой

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \approx x \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_F}} \exp\left(-\frac{2\pi}{\omega_c \tau}\right) \cos\left(\frac{2\pi\epsilon_F}{\hbar\omega_c} - \frac{\pi}{4}\right),$$

где  $x = 2\pi^2 kT / m\hbar\omega_c$ . Множители перед cos являются плановыми, монотонными функциями  $H$ . При условии  $\epsilon_F = \epsilon_F^0$  косинус даёт периодич. зависимость  $\Delta\sigma/\sigma_0$  от  $H^{-1}$  с периодом  $(\Delta H^{-1}) = ch/mc\epsilon_F^0$ .

В случае анизотропного закона дисперсии ф-ла для периода осцилляций имеет вид

$$\Delta(H^{-1}) = 2\pi\hbar/S,$$

где  $S$ —площадь экстремального сечения ферми-поверхности плоскостью, перпендикулярной  $H$ .

Исследование Ш.—де Х. э. позволяет получить информацию об электронных свойствах металлов и вырожденных полупроводников. Измерение периода осцилляций  $\Delta$  даёт величину концентрации носителей заряда  $N$  при известном значении  $m$ . Значение  $m$  можно определить по температурной зависимости амплитуды осцилляций Ш.—де Х. э. Зависимость амплитуды осцилляций от  $H$  позволяет вычислить время релаксации носителей  $\tau$ . Учёт спина электрона приводит к более сложным зависимостям, в частности к расщеплению экстремумов осцилляций, что, в свою очередь, позволяет определить величину  $g$ -фактора носителей заряда.

Лит.: Цидальковский И. М., Зональная структура полупроводников, М., 1978; Аскеров Б. М., Электронные явления переноса в полупроводниках, М., 1985.

И. П. Крылов.

**ШУМ**—беспорядочные колебания (*флуктуации*) разл. физ. природы, отличающиеся сложной временной и спектральной структурой. В радиоэлектронике под Ш. принято понимать любые нежелательные возмущения, как правило, аддитивно накладывающиеся на полезный сигнал и искажающие его передачу, приём или индикацию. В зависимости от физ. природы Ш. подразделяются на акустические и электрические.

**Акустический шум.** Источником акустич. Ш. могут быть любые нежелательные механич. колебания в твёрдых, жидких и газообразных средах. Различают механич. Ш., вызываемый вибратор. соударениями твёрдых тел (Ш. стоек, машин и т. п.); аэро- или гидродинамич. Ш., возникающий в турбулентных потоках газов или жидкостей в результате флуктуаций давления (напр., Ш. в струе реактивного двигателя); термодинамич. Ш., обусловленный флуктуациями плотности газа (напр., в процессе горения), а также режимом повышения давления (напр., при взрыве, электрич. разряде); кавитаци. Ш., связанный с захлопыванием газовых полостей и пузырьков в жидкостях (*кавитационный*). Акустич. Ш. (напр., авиаци. и ракетных двигателей)—источник НЧ-помех в работе радиоэлектронных устройств и одна из причин нарушения их работоспособности. В ряде случаев акустич. Ш. служит источником информации, т. е. выполняет роль сигнала. Так, по Ш. подводных лодок и надводных судов осуществляют их пеленгацию; шумоподобные сигналы используются в радиоэлектронике для разл. измерений.

**Электрический шум.** К электрич. Ш. относятся нежелательные возмущения токов, напряжений или напряжённости эл.-магн. полей в радиоэлектронных устройствах. Различают Ш. регулярные (т. е. детерминированные, предсказуемые) и флуктуационные (случайные, непредсказуемые). Примеры регулярных Ш.—фон перем. тока цепей питания радиоэлектронных устройств, посторонние по отношению к рассматриваемому устройству ВЧ-помехи. Примеры флуктуаци. Ш.—электрич. Ш., обусловленные неравномерной эмиссией электронов в эл.-вакуумных приборах (дробовой Ш.), неравномерностью процессов генерации и рекомбинации носителей заряда в полупроводниковых приборах, тепловым движением носителей заряда в проводниках (тепловой Ш.), тепловым излучением Земли, земной атмосферы, Солнца и т. д.

По положению источника Ш. относительно рассматриваемого устройства электрич. Ш. подразделяются на внешние и внутренние (собственные). По происхождению Ш. подразделяются на естественные и технические. Естеств. Ш. обусловлены дискретным строением вещества и статистич. характером протекающих в нём явлений. К таким явлениям относятся тепловые движения носителей заряда, процессы рекомбинации, ионизации, прохождение частиц через потен. барьер и т. п. Примеры естеств. Ш.: собственные тепловые флуктуации тока в проводниках; тепловые флуктуации внеш. эл.-магн. излучения, поступающего в антенну радиоприёмного устройства; дробовой Ш. в электровакуумных приборах (ЭВП). В силу статистич. характера процессов, происходящих естеств. Ш., такие Ш. принципиально неустранимы. Техн. Ш.—следствие конструктивно-технол. несовершенства радиоэлектронных устройств. К таким Ш. относятся, напр., Ш. токораспределения в ЭВП, фон перем. тока цепей питания, Ш. вторичной электронной эмиссии, контактные, вибраци. Ш. Вредное влияние техн. Ш. на качество работы устройств может быть устранено или значительно ослаблено конструктивными и технол. приёмами.

Наиб. важное значение в радиоэлектронике имеют собств. флуктуаци. Ш., определяющие *шумовую температуру* или *шума коэффициент* активных и пассивных четырёхполюсников. При наличии таких Ш. разл. физ. величины (ток, разность потенциалов и др.) являются случайными процессами, т. е. такими ф-циями времени  $x(t)$ , значения к-рых при каждом  $t$  случайны (непредсказуемы). Неслучай-

ная составляющая  $\bar{x}(t)$  процесса  $x(t)$  получается статистич. усреднением  $x(t)$  по множеству возможных  $x$  при  $t = \text{const}$ . Разность  $\xi(t) = x(t) - \bar{x}(t)$  назв. флуктуацией с величинами  $x(t)$  или, если  $\bar{x}(t) = \text{const}$  — полезный сигнал, флуктуационным Ш. Важнейшей энергетич. характеристикой флуктуаци. Ш. необходимо при их теоретич. и эксперим. описании, является спектральная плотность Ш.  $k$ -к-ря вводятся след. образом. Пусть  $\xi(\omega)$ —случайная ф-ция частоты  $\omega$ , связанная с  $\xi(t)$  преобразованием Фурье

$$\xi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) e^{i\omega t} dt,$$

$\xi^*(\omega)$ —ф-ция, комплексно сопряжённая с  $\xi(\omega)$ . Тогда спектральная плотность  $S_{\xi}(\xi)$  флуктуации  $\xi(t)$  на частоте  $\omega$  может быть определена из равенства

$$\xi(\omega) \xi^*(\omega') = 2\pi S_{\xi}(\xi) \delta(\omega - \omega'),$$

где  $\delta(\omega - \omega')$ —дельта-функция Дирака; горизонтальная черта над произведением слева означает усреднение по множеству значений  $\xi(\omega)$ .

К наиб. распространённым разновидностям естеств. электрич. Ш. в радиоэлектронных устройствах относятся тепловой, дробовой и фликкерный Ш. Тепловой Ш. в электрич. цепях обусловлен хаотическим тепловым движением носителей заряда (электронов проводимости) в металлич. проводниках. Тепловой Ш. приводит к флуктуации напряжения  $U$  на зажимах проводника (двухполюсника). Эти флуктуации представляют собой стационарный случайный процесс, подчиняющийся *Гауссу распределению*. Спектральная плотность напряжения  $S_{\xi}(U)$  теплового Ш. связана с импедансом  $Z(\omega)$  двухполюсника и его темп-рой  $T$  след. соотношением (Найквиста в формула):

$$S_{\xi}(U) = 2kT \operatorname{Re} Z(\omega),$$

где  $k$ —постоянная Больцмана,  $\operatorname{Re}$ —обозначение вещественной части комплексного импеданса двухполюсника (т. е. его активного сопротивления). Хотя тепловой Ш. возникает только в элементах, обладающих активным сопротивлением, наличие реактивных элементов в двухполюснике может изменить спектр флуктуаций. Ф-лу Найквиста можно применять к системам с распределёнными параметрами, если такую систему представить эквивалентной квазистационарной цепью. Так, при расчёте собственных тепловых Ш. в *антенне* (без учёта потерь) в ф-ле Найквиста под  $\operatorname{Re} Z(\omega)$  понимают сопротивление излучения, а под  $T$ —его эфф. темп-ру. На практике вообще широко используется представление любого шумящего двухполюсника в виде эквивалентного резистора с соответствующей ему шумовой эдл. и шумовой темп-рой или мощностью Ш.

**Дробовой Ш.**—специфич. и наиб. важный вид внутр. естеств. Ш. в электронных приборах. В ЭВП он возникает на поверхности катода вследствие статистич. характера эмиссии электронов и дискретности их заряда. Спектральная плотность тока катода  $S_{\xi}(I)$  дробовой Ш. при работе ЭВП в режиме насыщения определяется соотношением (Шоттки формула)  $S_{\xi}(I) = eI_0$ , где  $e$ —заряд электрона,  $I_0$ —постоянная составляющая тока. Спектр дробовых Ш. флуктуаций анодного тока, обусловленных дробовым Ш. тока катода, равномерен до весьма высоких значений частот (на к-рых становится существенной конечность времени пролёта электрона от катода к аноду). В силу теплового разброса скоростей эмитируемых электронов дробовой Ш. всегда сопровождается флуктуациями не только тока, но и др. характеристик электронного потока. Электрич. Ш., родственные дробовому Ш. в ЭВП, наблюдаются и в *полупроводниковых приборах*. В последних различают Ш., вызванные дрейфом носителей заряда, и Ш., вызванные диффузией носителей заряда.

**Фликкерный Ш.** в ЭВП связан с неравномерным измещением эмиссионной способности отд. участков поверхности катода вследствие неравномерного измещения активности эмитирующего слоя (мерцания эффект), в полупроводниковых приборах—с процессами генерации

и рекомбинации носителей заряда в приповерхностных и приконтактных областях полупроводника или в оксидном слое на его поверхности, происходящими на т. н. медленных центрах рекомбинации. Фликкерный Ш. относится к НЧ-шумам; спектральная плотность тока фликкерного Ш. пропорциональна  $f_0 b / \omega^2$ , где коэф.  $b \approx 2$ ,  $0,6 < \gamma < 3$  (определяется экспериментально). Причины фликкерного Ш. весьма сложны и разнообразны; их общая теория ещё не разработана (1990).

**Лит.**: Давенпорт В. Б., Рут В. Л., Введение в теорию случайных сигналов и шумов, пер. с англ., М., 1960; Харкевич А. А., Борьба с помехами, 2-изд., М., 1965; Шумы в электронных приборах, пер. с англ., М.—Л., 1964; Вайдер Зиа А., Шум, пер. с англ., М., 1973; Суходов И. В., Шумы электрических цепей, (Расчет), М., 1976; Введение в статистическую радионику, ч. 1—Рытов С. М., Случайные процессы, М., 1976; Робинсон Ф. Н. Х., Шумы и флуктуации в электронных схемах и цепях, пер. с англ., М., 1980; Букчингем М., Шумы в электронных приборах и системах, пер. с англ., М., 1986.

*В. В. Сапринский.*

#### ШУМ АКУСТИЧЕСКИЙ—см. в ст. Шум.

**ШУМА КОЭФФИЦИЕНТ** (шум-фактор) ( $F$ )—в общем случае вводится как число, показывающее, во сколько раз отношение мощностей сигнала и шума на входе четырёхполюсника больше, чем на его выходе, при этом обе мощности шума (на входе и на выходе) определяются в одной и той же полосе частот  $\Delta f$ , в к-рой параметры четырёхполюсника остаются примерно постоянными. На практике чаще пользуются принятым в качестве стандартного частным случаем приведенного определения Ш. к.:

$$F = 1 + \frac{P_{\text{ш}}}{P_{\text{шн}}(T_0)}$$

где  $P_{\text{ш}}$ —мощность соевств. шума четырёхполюсника в полосе частот  $\Delta f$ , приведенная к его входу, к-рая добавляется к мощности шума на входе  $P_{\text{шн}}$ ;  $P_{\text{шн}}(T_0)$ —мощность теплового шума согласованной нагрузки, находящейся при стандартной темп-ре  $T_0$  [293 К по стандарту России (СССР) или 290 К по международному стандарту] в полосе частот  $\Delta f$ . Приведённое соотношение получается из общего при след. условиях: шумы, характеризующиеся мощностями  $P_{\text{шн}}$  и  $P_{\text{ш}}$ , статистически независимы; мощность  $P_{\text{шн}}$  принимается равной  $P_{\text{шн}}(T_0)$ ; коэф. передачи четырёхполюсника по мощности для сигнала и шума одинаков, что справедливо для линейных пассивных и активных четырёхполюсников, к к-рым в большинстве случаев относятся малошумящие входные цепи: усилители, смесители, преобразователи частоты *радиоуправляемых устройств*, систем передачи (обработки) информации, систем связи, радиолок. систем и т. д.

Приведённая мощность соевств. шума  $P_{\text{ш}}$  четырёхполюсника к мощности теплового шума воображаемой согласованной нагрузки, находящейся при их-рой темп-ре  $T_{\text{ш}}$ , и применяя *Найквиста теорему*, можно получить ещё одно часто используемое выражение для Ш. к.:

$$F = 1 + T_{\text{ш}}/T_0,$$

где  $T_{\text{ш}}$ —шумовая темп-ра четырёхполюсника. На практике Ш. к. выражают также в дБ, т. е. вместо  $F$  используют величину  $10 \lg F$ . Существует ряд др. определений Ш. к., к-рые по существу сводятся к определениям, приведенным выше.

**Лит.** см. при ст. Шум. *В. Н. Ештокин.*

**ШУМАНОВСКИЕ РЕЗОНАНСЫ** (резонансы в полости Земли—ионосфера)—резонансное усиление эл.-магн. атм. шумов в офернч. полости между Землёй и *ионосферой*. Теоретически предсказаны в 1952 В. Шуманом (W. Schumann) и экспериментально обнаружены в 1960 М. Бальером (M. Balseg) и Ч. Вагнером (С. Wagner). Резонансы возникают на основной моде волны Е-типа, имеющей радиальную составляющую электрич. поля и азимутальную—магнитного. Эта волна распространяется вокруг земного шара со скоростью, близкой к скорости света, и с очень малым затуханием ( $\sim 0,1$ — $0,4$  дБ/1000 км). Собственные частоты резонатора Земля—ионосфера без учёта потерь определяются по ф-ле  $f_n \approx c(2\pi a) \sqrt{\epsilon(n+1)}$ , где  $a=6370$  км—радиус Земли,  $c$ —скорость света,  $n=1, 2, \dots$ —целое число. Осн.

потери связаны с ионосферной стенкой резонатора, и его добротность  $Q_n \approx h/\delta_n$ , где  $h \approx 60$  км—высота ион. ионосферы,  $\delta_n$ —глубина скин-слоя на частоте  $f_n$  (см. *Скин-эффект*). Значения  $Q_n$  составляют неск. единиц и возрастают с ростом  $n$ .

Ш. р. обнаруживаются экспериментально по характерным максимумам в энергетич. спектрах атм. шумов. Обычно наблюдается от 3 до 5 резонансных пиков на частотах  $f_{n \text{ макс}} \approx 8, 14, 20, 26, 32, \dots$  Гц. Влияние магн. поля Земли приводит к расщеплению резонансных частот  $f_n$  из  $(2n+1)$  компонентов, однако из-за низкой добротности резонатора тонкая структура спектра непосредственно не обнаруживается. Осн. источниками возбуждения Ш. р. являются вертикальные молниевые разряды. Кроме того, определ. вклад могут вносить и эл.-магн. колебания, генерируемые в магнитосфере.

Синхронные измерения Ш. р. в далеко разнесённых пунктах и изменчивость спектров в зависимости от времени суток позволяют вести систематич. глобальное наблюдение за грозовой активностью, определять глобальные характеристики ниж. ионосферы и затухание сверхзвончатостных радиоволн в волноводе Земля—ионосфера.

**Лит.**: Бляох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф., Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера, К., 1977. *П. В. Бляох.*

**ШУМОВАЯ ТЕМПЕРАТУРА** (эквивалентная)—эфф. величина, служащая относительной мерой спектральной плотности мощности эл.-магн. излучения источников шумов. Вводится по аналогии с равновесным излучением (тепловым шумом) согласованного сопротивления, спектральная плотность мощности для к-рого определяется ф-лой Найквиста:  $S=kT$  ( $k$ —постоянная Больцмана,  $T$ —абс. темп-ра сопротивления). Т. о., под Ш. т. источника шума  $T_{\text{ш}}$  следует понимать такую темп-ру согласованного сопротивления, при к-рой спектральная плотность мощности теплового шума этого сопротивления будет равна спектральной плотности мощности шумов данного источника. Относительно Ш. т. (или шумовым числом) наз. отношение  $T_{\text{ш}}$  к «комнатной» темп-ре  $T_0=293$  К.

Понятием Ш. т. широко пользуются в радиотехнике для оценки шумовых свойств эл.-вакуумных и полупроводниковых приборов, предназначенных для усиления и преобразования электрич. сигналов, и эталонных шумовых генераторов; в *радиоастрономии*—для описания источников космич. радиозлучения. Понятие Ш. т. используется также для определения шумового вклада, внешнего радиоприёмными устройствами в полезный сигнал в процессе его обработки. В этом случае  $T_{\text{ш}}$  и *шума коэффициент* (шум-фактор)  $F$  связаны ф-лой

$$T_{\text{ш}} = (F-1)T_0.$$

Ш. т. реальных объектов определяется обычно сравнением с эталонными шумовыми генераторами.

**ШУМЫ** в радиоэлектронике—см. в статьях *Шум* и *Флуктуации электрические*.

**ЩЕЛКОВЫЕ АНТЕННЫ**—антенны, выполненные в виде узких отверстий (щелей) в плоском или криволинейном металлич. экране. Щ. а. обычно конструируются таким образом, что излучение происходит только в одно полупространство относительно экрана. В Щ. а. практически отсутствуют выступающие части, поэтому они не нарушают аэро- или гидродинамику объектов, на к-рых установлены, что обуславливает широкое применение их на самолётах, ракетах и др. подвижных объектах.

В метровом и дециметровом диапазонах волн однопольное излучение Щ. а., прорезанных в плоском экране, достигается применением резонаторов, закрывающих щель с одной стороны. Щель имеет обычно форму узкого длинного отверстия длиной  $\lambda/2$ , где  $\lambda$ —длина волны в свободном пространстве. Для увеличения широкости щели щель может быть выполнена в форме гантели. Коаксиальный фидер, соединяющий Щ. а. в передающем режиме с генератором, вводится внутрь резонатора, причём центр. проводник присоединяется к одной стороне

щели, а внешний (ондэтка)—к другой. Возможны также др. способы возбуждения резонаторов; в общем случае необходимо, чтобы щель пересекала линии токов проводимости, протекающих до прорезания щели на стенках резонатора. Эти точки переходят в этом случае в точки смешения, текущие перпендикулярно краям щели; между краями щели создается разность потенциалов. Подобная щель вызывает излучение эл.-магн. энергии в окружающее пространство, эквивалентное излучению некоего «магн. тока», текущего по экрану вдоль щели; по той причине Щ. а. иногда наз. магн. антенной.

Диаграмму направленности (ДН) и входное сопротивление Щ. а. прорезанных в плоском экране, можно приближенно найти с помощью принципа двойственности, согласно к-рому поле излучения щели при бесконечном экране совпадает (при замене векторов  $E$  и  $H$  соответственно на  $H$  и  $-E$ ) с полем летящего вибратора, дополняющего экран до сплошного (ленточный вибратор эквивалентен вибратору цилиндрич. формы, если его радиус в 4 раза меньше ширины щели). Конечность размеров реально используемых экранов приводит к искажению ДН, особенно в плоскости, перпендикулярной щели.

Для создания направленного излучения в плоскости щели применяются кольцевые щели, прорезанные в плоском экране. Возбуждение такой щели можно осуществлять с помощью конич. перехода от коаксиального кабеля; чаще для этой щели используются кольцевые резонаторы. Применяются также кольцевые Щ. а. на цилиндрах с коаксиальным резонатором. К Щ. а. относятся многочисл. варианты плосковых и микроплосковых антенн.

В диапазоне сантиметровых и миллиметровых волн наиб. широко применяются многочисленные антенны, прорезанные обычно в узкой или широкой стенках прямоуг. волновода, работающего в режиме волны  $H_{10}$ . Для возбуждения щелей, прорезанных в волноводе, необходимо, как и в случае с резонатором, чтобы щели пересекались токами проводимости, текущими на внутр. поверхности стенок волновода. Чаще применяются прямолинейные поперечные продольные щели на широкой стенке или наклонные на узкой, излучающие поле линейной поляризации. Для получения круговой поляризации поля излучения можно использовать крестообразные щели, иррегулярные в широкой стенке прямоуг. волновода на расстоянии четверти её ширины от ср. линии. ДН многощелевых волноводных антенн в плоскости, параллельной оси волновода, обладает направленностью, зависящей от числа щелей; в плоскости, перпендикулярной оси волновода, ДН практически ненаправленная. Коэф. направленного действия примерно равен утроенному числу щелей. Для уменьшения отражений от отд. щелей расстояние  $d$  между продольными щелями, располагаемыми в шахматном порядке на широкой стенке, выбирается отличным от  $\lambda/2$ , где  $\lambda$ —длина волны в волноводе. При наличии на конце волновода поглощающей нагрузки в антенне устанавливается режим бегущей волны (т. н. нерезонансные антенны); при этом максимум ДН отклонён от нормали в ту или иную сторону в зависимости от  $d$ . При изменении частоты направление максимума излучения меняется, что позволяет создавать системы с частотным сканированием. Осн. недостатки нерезонансных антенн связаны с проявлением «эффекта нормали»—резкого рассогласования антенны с питающим волноводом на частоте, когда  $d = \lambda/2$  и максимум излучения должен быть направлен по нормали к антенне. Для формирования максимума излучения по нормали используются резонансные антенны, напр. в виде системы продольных щелей, расположенных в шахматном порядке на расстоянии  $d = \lambda/2$ ; волновод в этом случае снабжают на конце короткозамкнутым поршнем.

Щ. а. часто применяются для возбуждения волноводов, объёмных резонаторов, а также в качестве первичных облучателей в сложных антеннах.

Лит.: Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фильтровые устройства, ч. 2, М., 1959; Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. Н., Антенны УКВ, ч. 2, М., 1977; Сазонов Д. М., Антенны и устройства СВЧ, М., 1988. Г. А. Ерохин.

**ЩЕЛОЧНЫЕ МЕТАЛЛЫ**—хим. элементы (щелочные элементы), составляющие гл. подгруппу I группы период. системы элементов, а также отвечающие им простые вещества—металлы. К Щ. м. относятся литий Li (ат. номер 3), натрий Na (11), калий K (19), рубидий Rb (37), цезий Cs (55) и радиоакт. франций Fr (87). Распространённость Na и K в земной коре сравнительно велика (2,64 и 2,5% по массе соответственно), остальные стабильные Щ. м. —попадают к редким и рассеянным элементам. Все Щ. м.—сильно электроотрицательные элементы; значение электроотрицательности от 1,0 (Li) до 0,7 (Fr). Внеш. электронная оболочка состоит из 1 электрона (электронная конфигурация  $s^1$ ). Щ. м. относят к переходным элементам. Линейные размеры атомов Щ. м. самые большие в соответствующих периодах системы Менделеева, радиус атома возрастает от 155 пм (Li) до 280 пм (Cs). Энергия ионизации уменьшается от 5,392 эВ (Li) до 3,894 эВ (Cs). Все Щ. м. легко отдают внеш. электрон и становятся однозарядными положительн. ионами.

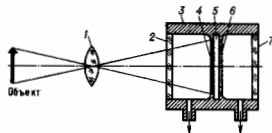
Щ. м.—лёгкие металлы [их плотность увеличивается от 0,539 кг/дм<sup>3</sup> (Li) до 1,904 кг/дм<sup>3</sup> (Cs)], они легкоплавки,  $t_{пл}$  изменяется от 180,5 °C (Li) до 28,4 °C (Cs). Наиб. интенсивные линии в спектрах Щ. м.: красный дублет у Li, жёлтый—у Na, фиолетовый—у K и Cs, пурпурно-красный—у Rb. Хим. свойства Щ. м. также близки: все они химически очень активны, реагируют с кислородом и водой при комнатной темп-ре. Гидроксиды Щ. м.—сильные основания (едкие щёлочи; отсюда назв. металлов). Подавляющее большинство солей Щ. м. хорошо растворимо в воде.

Применение Щ. м. в свободном виде ограничено их сильной реакционной способностью. Расплавленные Na и K используют как теплоносители, Cs и др. Щ. м.—какgetter в вакуумной аппаратуре.

С. С. Бердников.



**ЭВАПОГРАФИЯ** (от лат. *evaporare*—испаряю и греч. *γράφω*—пишу)—способ получения «реельных» (разнотолщинных) изображений объектов, основанный на тепловом воздействии собственного (обычно ИК) излучения объекта на летучее (легко испаряющееся) вещество. Метод Э. предложен М. Черни (М. Cherny) в 1929. Для регистрации изображения используется эвапограф (рис.), со-



Принципиальная схема эвапографа: 1—специальная пластина; 2—камера (входное окно эвапографа), прозрачная для ИК-лучей; 3—камера; 4—слой вещества, поглощающего ИК-лучи; 5—мембрана; 6—слой легко испаряющегося вещества; 7—стеклянная пластина (выходное окно эвапографа).

держачий тонкую пластину (мембрану) из материала с высокой теплопроводностью (обычно из нитроцеллюлозы), расположенную в вакуумированной камере. Огн. сторона мембраны, обращённая к объекту, покрыта тонким слоем вещества (напр., оцинченной сажей), обладающего равномерным поглощением ИК-излучения; на этот слой проеци-

руют изображение объекта в ИК-лучах, поглощая к-рые, вещество слоя нагревается. Степень нагрева его разл. участков зависит от распределения освещенности в ИК-изображении; т. о., в слое, поглощающем ИК-лучи, возникает «тепловое» изображение объекта, к-рое через мембрану передается на др. её сторону. В результате на мембране получается скрытое (невидимое глазом) «рельефное» изображение объекта вследствие либо неравномерного испарения (в соответствии с «тепловым» изображением) летучего вещества, предварительно нанесенного на её поверхность (регистрация посредством испарения), либо, наоборот, неравномерного осадения на эту поверхность вещества из паров, заранее введенных в камеру (регистрация посредством конденсации).

Для визуализации скрытого «рельефного» изображения на него направляют пучок параллельных лучей белого света. В результате интерференции света на поверхности слоя образуется цветная интерференционная картина, при этом окраска разл. участков слоя зависит от их толщины. Полученное цветное изображение можно сфотографировать обычным способом.

Удаление полученного «рельефного» изображения осуществляется равномерным интенсивным освещением зачерненной стороны мембраны, после чего на ней можно снова регистрировать новое изображение. Мин. промежуток времени между двумя последоват. регистрациями в Э. составляет ~ 2 мин.

Э. применяется для наблюдения или фотографирования объектов в темноте, дистанционного определения темп-ры и её распределения по поверхности объекта (чувствительность ~ 0,5 °С) и др. целей. Регистрацию посредством испарения рекомендуется осуществлять при темп-ре объектов св. 70 °С, посредством конденсации — ниже 70 °С. Область спектральной чувствительности эвапорграфов достигает 10 мкм. Она зависит от свойств вещества, поглощающего ИК-лучи.

Лит.: Ферман Г. П., Получение изображений в дальней инфракрасной области спектра методом эвапорграфии, «Журнал научной и прикладной фотографии», 1963, т. 8, в. 2, с. 153.

С. В. Кузлик.

**ЭВМ в физике.** Используется в следующих осн. направлениях: автоматизация эксперимента и управление процессами в реальном времени (см. *Автоматизация эксперимента*), численный анализ, аналитика, вычисления, компьютерный эксперимент, визуализация данных физического или компьютерного эксперимента (см. *Графическое представление данных*), локальные вычислит. сети.

**Численный эксперимент физ. модели** на ЭВМ обычно завершает её теоретич. исследование, доведённое до описывающей систему набора ур-ний или ф-л. Последние в большинстве случаев могут быть проанализированы лишь с помощью численного анализа, состоящего в решении этих ур-ний или расчёте ф-л с использованием соответствующих методов вычислит. математики [1, 2].

**Аналитические вычисления.** Наряду с огромными возможностями для численного анализа задач физики совр. компьютерные системы предоставляют физикам-теоретикам широкий спектр программных систем аналитич. вычислений (САВ), см. [3—6], позволяющих аналитически выполнять такие операции, как дифференцирование, интегрирование, решение систем ур-ний, упрощение выражений (приведение подобных членов, подстановка вместо символа или выражения др. выражения и т. д.). В итоге результат вычисления представляет собой некое аналитич. выражение, напр. ф-цию с явной зависимостью от её аргументов. САВ являются мощным (и практически единственным) инструментом решения задач, требующих непомерно больших затрат ручного труда при их аналитич. решении (напр., задача обращения матрицы достаточного высокого порядка, элементы к-рой являются символами или алгебраич. выражениями), или задач, очень чувствительных к потере точности при их численном решении (напр., задача анализа устойчивости плазмы в установке типа токамак, сводящаяся к условию существования нуля нек-рой ф-ции в заданной области, положение к-рого очень

чувствительно к потере точности при численных расчётах) [3, 6]. Разумеется, САВ могут решать только те задачи, для к-рых известен чёткий алгоритм построения решения.

Традиц. области приложения САВ в физике — небесная механика, общая теория относительности, квантовая теория поля, физика элементарных частиц, физика плазмы, гидродинамика, теория нелинейных дифференц. ур-ний и др. Один из наиб. ярких результатов — вычисление вклада трёхтелесных диаграмм в аномальный магн. момент электрона, что позволило достичь согласия теории и эксперимента с точностью  $\sim 10^{-12}$  см. [5].

Наиб. распространённая САВ — система REDUCE, созданная в кон. 1960-х — нач. 1970-х гг. под руководством Э. Хирна [7]. Первая версия системы разработана для мини-ЭВМ серии PDP-11 фирмы Digital Equipment Corporation (США). Впоследствии REDUCE стал доступен на всех осн. типах ЭВМ, включая персональные компьютеры и рабочие станции.

Принцип работы САВ REDUCE показан на рис. 1. Пользователь REDUCE пишет задания на специализир. языке высокого уровня описания аналитич. вычислений (язык REDUCE). Собственно САВ REDUCE написана на языке Лисп [4]. Пользователю, однако, знание Лиспа не требуется, поскольку выполнение программы на REDUCE состоит в преобразовании (трансляции) программы на язык Лисп, выполнении Лисп-программы компьютером и затем в обратном преобразовании результатов работы Лисп-программы на язык REDUCE. Т. о., пользователь общается с САВ лишь на языке REDUCE. Часто выданные САВ REDUCE ф-лы необходимо использовать для численного счёта. Сама САВ REDUCE умеет производить выкладки с произвольной точностью, но очень медленно. Поэтому более эффективно использовать получаемые ф-лы для счёта на языке Фортран. Для этого САВ REDUCE снабжена специальной опцией, формирующей выдачу результатов в форме программы на Фортране.

САВ REDUCE состоит из ядра, встроенных пакетов на REDUCE, загружаемых в память при первом обращении к ним, и внеш. пакетов, загружаемых пользователем с помощью спец. команд. Существует большое число пакетов для применения в разл. областях физики и математики, к-рые можно получить по сети электронной почты [3].

**Компьютерный эксперимент (КЭ)** состоит в моделировании методами КЭ модели физ. системы с целью изучения её характеристик, выявления новых закономерностей. В отличие от численного анализа модели, когда её осн. исследование выполняется аналитически, в КЭ модель системы строится из первых принципов либо с использованием фундам. законов и небольшого числа параметров. Методы КЭ подразделяются на стохастические (см. *Монте-Карло метод*) и детерминистические (см. *Молекулярной динамики метод*) [2, 8, 9]. Прогресс в КЭ связан с прогрессом технологии и теории параллельных вычислений [10]. Базой для них являются совр. многопроцессорные вычислит. системы с параллельной обработкой данных (см. *Микропроцессор, Процессор*), производительность к-рых достигает  $10^9$  плавающих операций в секунду; ведутся работы над проектом компьютера производительностью  $10^{12}$  плавающих операций в секунду [10].

Одно из осн. достоинств КЭ — устранение в нём ограничений на модели, присущих любому аналитическому или численному анализу. Благодаря возможности изучения

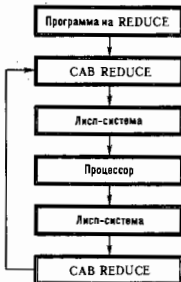


Рис. 1. Принцип работы системы аналитических вычислений.

сложных систем КЭ является своего рода «эталоном», с к-рым могут сравниваться разл. приближенные модели. С др. стороны, КЭ допускает также сравнение с реальным экспериментом и, следовательно, проверку корректности модели (рис. 2). Наконец, КЭ позволяет заполнить разрыв между теорией и реальным экспериментом. Некоторые величины или зависимости невозможно или трудно измерить в реальном эксперименте, в КЭ же они могут быть легко вычислены.

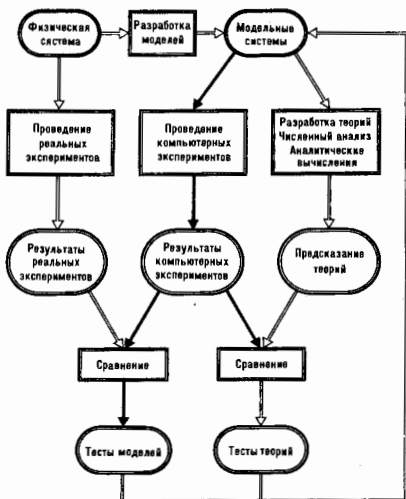


Рис. 2. Связь между экспериментом, компьютерным экспериментом и разработкой теорий.

**Вычислительные сети (ВС)** — коммуникац. системы, позволяющие сообщаться друг с другом односторонним или разносторонним средством вычислительной и микропроцессорной техники, включая разл. типы компьютеров, периферийное оборудование (терминалы, принтеры, графопостроители, устройства внеш. памяти и др.). ВС классифицируются по параметру географич. площади (где размещается связанное в сеть оборудование) на глобальные и локальные ВС [11—13].

Глобальные ВС охватывают города, области и регионы одной или неск. стран.

Локальные ВС (ЛВС) объединяют разл. компьютеры и устройства в пределах одного учреждения, группы лабораторий или одной лаборатории. ЛВС наиб. широко используются в физике при построении систем автоматизации экспериментов и в системах распределенной обработки данных [14]. Последние позволяют, напр., осуществлять обработку и хранение больших массивов эксперим. информации отдельно от места её регистрации и предварит. обработки. Наиб. развитые системы такого типа созданы в центрах физики высоких энергий, космич. центрах и центрах по атомной энергии (CERN, NASA, MAGATE и др.).

Инициальная ЛВС позволяет организовать передачу файлов данных от одного компьютера к другому, разделение таких ресурсов, как принтеры и память на магн. дисках, удаленный доступ к любому компьютеру сети, пересылку электронной почты (см. ниже), загрузку программного обеспечения по сети и др. Последняя возможность позволяет использовать в ЛВС компьютеры, не имеющие устройств внеш. памяти на магн. носителях.

ЛВС характеризуются архитектурой (топологией), физ. средой передачи информации, методами доступа и протоколами управления в сети.

Архитектура (топология) ЛВС определяет взаимное размещение устройств (т. п. узлов в терминах ЛВС), объединяемых ЛВС, и способ соединения между ними. Осн. архитектуры ЛВС — шинная, кольцевая и типа «звезда» (рис. 3). Принтеры, модемы и устройства внеш. памяти на магн. дисках подключаются к ЛВС при помощи спец. интерфейса — сетевого сервера, к-рый позволяет разделять подключаемый ресурс между узлами сети. Для увеличения длины среды передачи ЛВС, связи ЛВС одного типа и ЛВС разных типов применяются спец. устройства — соответственно повторители, мосты и шлюзы.

Физ. среда ЛВС — физ. носитель для передачи информации. Для реализации ЛВС используются витая пара, коаксиальный кабель, волоконно-оптич. кабель и эфир (радио-, ИК- и микроволновой диапазоны). Сравнит. характеристики физ. сред ЛВС приведены в табл.

Методы доступа в ЛВС — методы разделения общего ресурса физ. среды передачи между узлами ЛВС при приеме или передаче данных. Сложность проблемы разделения среды передачи заключается в том, что отд. узлы должны осуществлять передачу таким образом, чтобы не мешать друг другу. В противном случае будет происходить паложение сигналов и их взаимное искажение, т. е. возникнет конфликтная ситуация. Все методы доступа в ЛВС можно разделить на методы, применяемые при централизованном и децентрализованном управлении сетью. В первом случае конфликтные ситуации легко разрешаются центр. арбитром (напр., центр. процессором, обслуживающим шину данных компьютера). Методы доступа в сетях с децентрализованным управлением можно разделить на случайные, маркерные и интервальные.

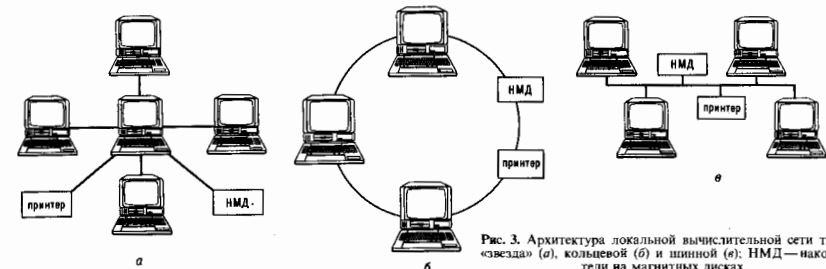


Рис. 3. Архитектура локальной вычислительной сети типа «звезда» (а), кольцевой (б) и шинной (е). НМД — накопители на магнитных дисках.

Характеристика	Тип физической среды			
	витая пара	коаксиальный кабель	волоконно-оптический кабель	эфир
Скорость передачи, Мбит/с	5	10	1 000	20 000
Максимальная длина, км	0,01...0,1	2,5	200	20
Типичное число узлов в сети	10...100	100	2	—
Сложность соединения	низкая	средняя	высокая	низкая
Возможность обслуживания	плохая	средняя	плохая	хорошая
Помехозащищенность	средняя	высокая	очень высокая	высокая
Относительная стоимость	1	10	50	—

Случайные методы доступа характеризуются тем, что узлы сети могут передавать данные в произвольные моменты времени, что приводит к возникновению конфликтов при одновремен. передаче данных двумя или неск. узлами. Искаженные данные при этом передаются заново. Для уменьшения вероятности конфликтов узлов может провести наличие передачи данных от др. узлов, прежде чем начать передавать свои данные («слушай, прежде чем говорить»).

В маркерных методах доступа право на передачу в сети переходит от одного узла к другому в определ. последовательности или по приоритетам с помощью спец. сообщений (маркеров).

Узел, получивший маркер, может передавать данные в течение определ. времени, после чего обязан передать маркер след. узлу.

Итеративные методы доступа позволяют разделить среду передачи данных между узлами ЛВС, предоставляя в простейшем случае каждому узлу фиксир. интервал времени для передачи данных.

**Протоколы управления в ЛВС.** Задача передачи информации от одного узла к другому осуществляется в ЛВС согласно протоколу передачи данных. Они включают в себя определения формата передаваемых данных, процедуры передачи данных и управления каналом связи. Простейшими протоколами являются протоколы последовательного и параллельного обмена, реализуемые в соответствующих интерфейсах. Большинство протоколов управления ЛВС используют в настоящее время принципы, заложенные в высокоуровневом протоколе управления каналом передачи данных (HDLC—High-level Data Link Control) [11]. Данные, согласно этому протоколу, передаются блоками байт (кадрами), имеющими формат, показанный на рис. 4. Передаваемые данные размещаются в информц. поле кадра и сопровождаются рядом полей.

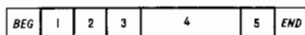


Рис. 4. Формат кадра протокола HDLC: BEG, END—поля заголовка и конца кадра; 1, 2—воля адрес получателя и отправителя; 3—поле команды управления; 4—информационное поле данных; 5—контрольное поле.

Для определения номера узла, к-рому адресована информация, в кадре указывается адрес получателя, а для контроля за отправителем—адрес отправителя. Протокол включает также набор команд управления каналом, таких, как «брос канала», «передача данных» и др.

Одной из наиб. распространенных ЛВС является ЛВС Ethernet [11—13], разработанная фирмой Xerox (США) в 1976 для связи персональных компьютеров. С 1980 эта ЛВС принята в качестве стандарта фирмами Digital Equipment Corporation, Intel, Xerox и др. ЛВС Ethernet имеет шпину архитектуру, физ. среда передачи—коаксиаль-

ный кабель, обеспечивающий скорость передачи данных 10 Мбит/с. Способ доступа к каналу—случайный с прерывистой передачей и столкновений.

Электронная почта (ЭП; Electronic mail, E-mail)—система передачи письменной корреспонденции по локальным и глобальным ВС, позволяет организовать оперативную связь между учеными, работающими в разл. географич. точках [15, 16]. Наряду с телефонной и факсимильной связью ЭП становится стандартным средством передачи информации. Доклады на нр. научных конференциях, статьи в ряд ведущих научных журналов принимаются по ЭП.

Сеть ЭП работает след. образом. Конечный пользователь имеет компьютер (как правило, персональный), оснащенный модемом и спец. программой, позволяющей передавать сообщения на один из узлов компьютеров сети ЭП (расположенных по региональному признаку). Связь пользовательского компьютера с региональным узлом почты осуществляется по обычным телефонным линиям при помощи модема. Это ограничивает скорость передачи информации скоростью 1200...2400 бит/с (на большие расстояния, в условиях помех). Пользователь может в любое время связаться («позвонить») со своего компьютера с узлом компьютером, получить адресованные ему сообщения, хранившиеся на нем, и отправить свои.

Узловые, региональные компьютеры сети ЭП соединены, в свою очередь, либо выделенными (пекомутируемыми) телефонными линиями, либо к.-л. др. способом, обеспечивающим быструю передачу больших объемов информации между узлами. В качестве узлов обычно используются мощные рабочие станции или мини-ЭВМ, работающие круглосуточно. По такому принципу организована, напр., одна из наиб. распространенных в России сетей ЭП сеть RELCOM [16]. В настоящее время существует множество сетей ЭП (Internet, Bitnet, EUnet и др.), фактически перекрывающих территорию всех развитых стран. Разл. сети ЭП связаны между собой через соответствующие шлюзы—компьютеры, являющиеся узлами одновременно в разных сетях ЭП.

ЭП во многом напоминает обычную: текст письма вводится с клавиатуры или из заранее приготовленного файла, снабжается сопроводительной информацией (адресами получателя и отправителя, датой отправления и др.) и отправляется адресату. Адрес в сети ЭП задается по-разному в разл. сетях. Напр., адрес `head @ dept. institute. msk. su` имеет типичную структуру адреса сети Internet (и RELCOM), в к-рой слева от знака @ указывается имя адресата (head), справа—его адрес в сети, состоящий из кода страны (su), кода города (msk), назв. ин-та (institute) и подразделения (dept). Коды всех стран, за исключением США, состоят из 2 букв (напр., su, ru—Россия, fr—Франция, ит—Италия и т.д.). Адресаты, расположенные в США, имеют 3-буквенный код (edu—учебные заведения, com—коммерческие структуры, gov—государственные организации, mil—военные организации и т.п.).

Сети ЭП предоставляют наряду с пересылкой электронных писем услуги по организации телеконференций и возможность использования публичных архивов файлов [16]. Кроме того, новейшие системы ЭП позволяют передавать т.п. мультимедиа-письма (multimedia mail), объединяющие текст, графику, речь (звук) и факсимильную информацию в одном сообщении.

Лит.: 1) Федоренко Р. П., Введение в вычислительную физику, М., 1994; 2) Гулд Х., Тобочник Я., Компьютерное моделирование в физике, пер. с англ., ч. 1—2, М., 1990; 3) Константинов А. Б., ЭВМ в роли теоретика: символичные выкладки и принципы искусственного интеллекта в теоретической физике, в кн.: Эксперимент на дисплее. Первые шаги вычислительной физики, М., 1989; 4) Крюков А. П., Родионов А. Я., Таранов А. Ю., Шаблягин Е. М., Программирование на языке R-Лисп, М., 1991; 5) Еднерал В. Ф., Крюков А. П., Родионов А. Я., Язык аналитических вычислений REDUCE, М., 1989; 6) Гердт В. П., Тарасов О. В., Ширков Д. В., Аналитические вычисления на ЭВМ в приложениях к физике и математике, «ФН», 1980, т. 130, с. 113; 7) Нейт А. С., REDUCE User's Manual, RAND Corp., pub. CP78, 1987, rev. 7/87; 8) Компьютеры: модели, вычислительный эксперимент, М., 1988; 9) Херрман Д. В., Методы компьютерного эксперимента

в теоретической физике, пер. с англ., М., 1990; 10) Physics Today (Special Issue on High-Performance Computing and Physics), 1993, March; 11) Мичев А. А., Степанов В. Н., Шербо В. К. Интерфейсы систем обработки данных, М., 1989; 12) Ги К., Введение в локальные вычислительные сети, пер. с англ., М., 1986; 13) Бойченко Е. В., Кальфа В., Овчинников В. В., Локальные вычислительные сети, М., 1985; 14) Задков В. Н., Пономарев Ю. В., Компьютер в эксперименте. Архитектура и программные средства систем автоматизации, М., 1988; 15) Шарварма В. О., Электронная почта, М., 1986; 16) Антонова П., Сеть RELCOM и электронная почта, «Компьютер Пресс», 1991, т. 10, с. 69. В. Н. Задков

**ЭВОЛЮЦИЯ БИОЛОГИЧЕСКАЯ** — процесс развития биофенотипа от образования живых объектов до совр. её состояния. Выделяют след. этапы происхождения жизни:

- 1) синтез осн. биологически важных молекул: сахаров, липидов, нуклеотидов, аминокислот и их случайных полимеров; образование комплексных структур, содержащих полипептиды в липидной оболочке;
- 2) образование комплексов из полинуклеотидов и белков, способных к комплементарной ауторепродукции (гиперцикло); образование единого биол. кода;
- 3) образование многообразия живых объектов, существующих за счёт материалов, накопленных в предбиол. период (анаэробы);
- 4) появление организмов, способных усваивать энергию света, разлагать воду и использовать продукты разложения (кислород и восстановленные органич. вещества) для биосинтеза; образование структуры тропич. уровней, биоценозов и формирования совр. биосферы;
- 5) появление разумных живых существ.

Первые два этапа относят к периоду хим. (предбиол.) эволюции; собственно Э. б. начинается с 3-го этапа.

Во всем процессе Э. б. и в каждом из периодов различают конвергентные и дивергентные стадии. В результате конвергентной стадии свойства живых объектов становятся одинаковыми (стадии образования единого кода и формирования вида). В дивергентной стадии вид расщепляется, т. е. из одной популяции образуются две (или более) различающиеся по свойствам популяции (стадии образования первичных гиперциклов, появления многообразия живых объектов, зарождения новых видов при освоении новой экологич. ниши, в частности новых источников питания и энергии). В процессе дивергентной стадии численность нового вида возрастает экспоненциально, затем рост прекращается, в конвергентной стадии численность постоянна. По исчерпанию ресурсов экологич. ниши численность резко падает и часто вид исчезает; крайняя зависимость численности от времени называется логистической. Переход от дивергентной фазы к конвергентной совершается быстро и сопровождается большими флуктуациями. Матем. моделирование переходных процессов в Э. б. показывает, что часто они носят характер катастрофы (см. *Катастроф теория*), что и объясняет резкие изломы логистич. кривой.

Свойства объектов популяции отличаются друг от друга, т. е. имеется распределение свойств. Свойства разных популяций также различны, в то же время их распределение могут перекрываться. Различают генотипические и фенотипические свойства. Первые связаны с информацией, заключённой в генотипе организма, т. е. с последовательностью нуклеотидов в ДНК (см. *Полимеры биологические*), вторые отражают феноменологию живых существ. В знач. мере фенотипич. свойства определяются генетич. информацией (безусловные рефлексы, врожденные признаки), но часть их связана с конкретными условиями развития и существования данного организма или популяции (приобретённые признаки, условные рефлексы) и не связана с генетич. информацией.

Здесь будут рассмотрены молекулярные (физ.) и информ. аспекты Э. б. В основе этого рассмотрения лежат след. процессы, изучение к-рых — одна из задач *биофизики*: а) комплементарная ауторепродукция (самовоспроизведение) тена; б) изменение гена за счёт точечных мутаций, вызванных либо тепловыми флуктуациями, либо мутагенными факторами (облучение УЗ и рентг. излучением, протонами и электронами высоких энергий, хим. мутагены

и т. д.). В результате в ДНК происходят замены нуклеотидов, их удаление и вставки; в блочные мутации, т. е. удаления из генома и вставки в него целой последовательности нуклеотидов за счёт спец. аппарата клетки, позволяющего встраивать в её геном участки ДНК (т. н. плазмиды), попадающие в клетку извне.

Во всех упомянутых случаях происходит изменение свойств синтезируемых белков и (или) появление новых белков, что влияет на фенотипич. признаки. Существуют механизмы регуляции на элигенетич. уровне. Регуляция транскрипции на уровне инициации является результатом экспрессии генома, его регрессии и блоkirовки. При блоkirовке (спец. белками) соответствующий ген не участвует в биосинтезе белка, не влияет на фенотипич. признаки, но участвует при редупликации ДНК и передаётся по наследству при делении клетки. Кол-во такой нейтральной генетич. информации (т. е. «молчащих» генов) достаточно велико. При определ. условиях может происходить их деблоkirовка: «молчащие» гены экспрессируются и перестают быть «нейтральными».

Регуляция транскрипции на уровне последовательности РНК, уже скопированной с генома, происходит за счёт белков рестриктаз и лигаз, к-рые «разделяют» РНК на блоки; нек-рые из них отбрасываются (интроны), а другие (экзоны) сшиваются лигазами и поступают в аппарат биосинтеза белков. Интроны можно рассматривать как нейтральную информацию, к-рая при изменении условий (т. е. состава рестриктаз и лигаз) может превратиться в активную.

Эти процессы играют разную роль в конвергентных и дивергентных стадиях Э. б. В конвергентных стадиях гл. факторы — естеств. отбор (принцип Дарвина) и выбор. Отбор происходит по фенотипич. признакам, и в результате него в живых остаются наиб. приспособленные к данной экологич. нише особи. Отбор влияет на геном, именно на экспрессированную его часть, при этом вымирают те особи, в к-рых совокупность белков (синтезированных на основании генетич. информации) не обеспечивает наиб. приспособленного фенотипа. В результате распределения по фенотипич. и генетич. свойствам сужаются.

Отбор протекает на фоне точечных мутаций. Те из них, к-рые снижают эволюц. преимущество, элиминируются (вымирают). Малая часть мутаций, дающих эволюц. преимущество, сохраняется и закрепляется. Блочные мутации, ведущие к сильному изменению фенотипич. признаков, в конвергентной стадии не участвуют (или элиминируются как негативные).

Выбор означает вытеснение одного вида другим, даже если они фенотипически равноправны, но взаимодействие между ними антагонистично (межвидовая борьба сильнее, чем внутривидовая, и перекрестное оплодотворение исключено). В результате выбора выживает более многочисл. вид, не всегда наиб. приспособленный. Выбор играет важную роль на ранних этапах эволюции — при образовании генетич. кода и возникновении биол. асимметрии, а также при освоении одной экологич. ниши двумя видами. При этом один вид вытесняется другим, так что один лишь может заселять лишь один вид. Мутации в процессе выбора существ. роли не играют.

Пл. фактор дивергентных стадий — возникновение новых фенотипич. свойств, позволяющих начать освоение новой ниши. Они могут появиться в результате либо блочных мутаций, либо перераспределения экзонов и интронов, либо деблоkirовки «молчащего» генома.

### 1. Возникновение жизни

**Молекулярный аспект.** Накопление биологически важных молекул (липиды, сахара, аминокислоты, нуклеотиды) в необходимых для Э. б. кол-вах в термодинамически равновесных условиях невозможно. В открытой системе оно возможно благодаря воздействию УФ и космич. излучения, электрич. разрядам и перепадам темп-ры. Наиб. вероятно образование и накопление упомянутых молекул в горячих водоёмах в результате вулканич. деятельности.



В тех же условиях возможны спонтанная полимеризация нуклеотидов и белков и самоорганизация их в капли, покрытые липидной мембраной (коацерваты, мариграфы, микроферры). Однако комплементарная ауторепродукция ДНК в этих условиях практически невозможна.

**Информационный аспект.** В совр. биосфере репродукция ДНК осуществляется белком—репликазой. Биосинтез репликазы происходит на основе информации, содержащейся в соответствующем гене (участке ДНК). Эта информация записана в ДНК в форме последовательности из четырех разных нуклеотидов. Трансляция её в последовательность аминокислот (20-буквенный код) происходит на основании кода, согласно к-рому каждой тройке нуклеотидов (кодону) соответствует определ. аминокислота. Этот код (т. е. алгоритм соответствия) одинаков во всей биосфере—от простейших организмов до человека. В совр. коде каждому аминокислотному остатку соответствует неск. кодонов, т. е. код вырожден. Однако обратное вырождение, т. е. случаи, в к-рых одному кодону соответствует неск. разных аминокислот, практически отсутствует (имеются редкие исключения) в генетич. материале митохондрий, представляющих собой автономные внутриклеточные органеллы). Аппарат биосинтеза содержит набор адаптеров (белки—аминоацилдендилат синтетазы), несущий информацию о коде, и рибосомы, осуществляющие синтез белковой последовательности при участии реплики РНК и транспортных РНК, ответственных за связь между рибосомой и адаптерами. Т. о., имеется замкнутый цикл: белки катализируют ауторепродукцию ДНК, геном регулирует синтез этих белков. Система, содержащая такой цикл, названа гиперциклом.

Кол-во необходимой информации, содержащейся в аппарате биосинтеза, достаточно велико ( $\sim 1000$  бит). Вероятность случайного возникновения такой системы за один акт  $w = 2^{-l} \approx 10^{-330}$  число актов в биосфере за время её существования  $\sim 10^{30}$ , т. е. реализации этого случая в течение времени существования Вселенной ( $\sim 10^{10}$  лет) невероятна. В этом первая проблема Э. 6.

Предлагаемое решение проблемы сводится к следующему. Первичный гиперцикл содержит всего две компоненты: двойную спираль (биспираль) ДНК произвольной последовательности и белок, имеющий форму чехла, окружающего биспираль, в периодически изменяющихся условиях (темпы, растворимости и т. д.) функционирующий как репликаза. Синтез такого белка может происходить путём полимеризации аминокислот, предварительной адсорбированных на биспираль ДНК (полимеризация на гетерогенном катализаторе), образующийся полимер—слепок с поверхности катализатора.

При адсорбции аминокислот на биспираль ДНК возможно избират. связывание аминокислот с определ. кодонов, имеющими к ним хим. средство. Благодаря этому при последующей полимеризации образуется белок-чехол, аминокислотная последовательность к-рого коррелирует с последовательностью кодонов в матричной ДНК. Вероятность такого процесса не мала, поскольку он протекает без участия кода, трансляции, аппарата биосинтеза и не нуждается в содержащейся в них информации.

След. проблема—образование адаптера, т. е. молекул, комплементарных, с одной стороны, к кодону, а с другой—к аминокислотному остатку. Синтез их также может происходить на основе гетерогенного катализа. Набор адаптеров в случае отсутствия обратного вырождения (т. е. адаптеров, комплементарных к одинаковым кодонам и разным аминокислотам) существенно ускоряет репродукцию гиперцикла; наличие же обратного вырождения ведёт к иррациональному репродукции и гибели гиперциклов.

Совокупность одинаковых гиперциклов, образовавшихся в результате комплементарной ауторепродукции одной биспираль ДНК с одинаковым набором адаптеров, представляет собой первичный живой объект, обладающий информацией о коде. Популяция с др. предшествующим (биспираль ДНК с др. последовательностью) обладает, вообще говоря, др. набором адаптеров, поскольку избира-

тельность взаимодействия аминокислот и кодонов не столь велика, чтобы обеспечить однозначность алгоритма соответствия. Поэтому множество объектов с разными предшественниками ещё не представляет собой первичную биосферу, поскольку каждый из объектов обладает своим вариантом кода.

Проблема образования единого кода сводится к проблеме выбора в условиях сильного антагонистич. взаимодействия разных объектов, когда их адаптеры смешиваются и возникает обратное вырождение. Выбор единого кода описывается матем. моделью типа Вольтера—Лотки:

$$\frac{dU_i}{dt} = U_i - \sum_{j=1}^N U_i U_j - a U_i^2,$$

где  $U_i(U_j)$ —концентрация объектов  $i$ -го ( $j$ -го) типа,  $t$ —время; первый член описывает репродукцию, второй—антагонистич. взаимодействие разных объектов, третий—эффект «геснотны», т. е. конкуренцию одинаковых объектов. В случае, когда внутривидовый антагонизм меньше межвидового ( $a < 1$ ), модель описывает образование чистого состояния, где остаётся одна из  $N$  возможных популяций (пастр.,  $i$ -тая), а все остальные вымирают:  $U_i = 1/a$ ,  $U_{j \neq i} = 0$ . Симметричное состояние, где все  $U_i$  одинаковы, неустойчиво; какая из популяций победит, зависит от нач. концентраций и случайных флуктуаций. Выбор единого кода представляет собой конвергентную стадию, в результате к-рой формируется биосфера, однако ещё без многообразия её совр. состояния.

Проблема возникновения биол. асимметрии решается аналогично. В совр. живой природе оптически активные вещества (сахара и аминокислоты) присутствуют не в равных частях: преобладают праворукающие сахара и леворукающие аминокислоты. Равенств. смеси невыгодны, т. к. в этом случае необходимо иметь удвоенный набор белков-ферментов—отдельно для левых и правых изомеров. Поэтому в живой природе могут существовать чистые («левые» или «правые») популяции, поскольку эти варианты равноправны. Взаимодействие между разл. популяциями антагонистично—«правые» сахара являются ядом для «левых» объектов и наоборот.

## 2. Проблема биологического разнообразия (дивергентная стадия)

По мере исчерпания ресурсов возникает необходимость появления белков-ферментов с новой ф-цией, способных утилизировать новые ресурсы. Расщепление популяции (дивергенция) происходит в результате образования нескольких новых белков с разными ф-циями, что позволяет осваивать разные биол. ниши. При этом необходимо сохранить белки, выполняющие прежние ф-ции.

После убоя единого кода и возникновения аппарата трансляции образуются белки с новой ф-цией, т. е. появляются новые участки ДНК, кодирующие эти белки. Это реализуется в процессах увеличения генома путём накопления тождественных копий и последующего накопления мутаций до тех пор, пока одна из копий не приобретёт нужные свойства.

Ф-ция белка-фермента определяется строением активного центра (специфич. ф-ция) и структурной глобулы. От последней зависит стабильность белка, его способность к конформал. изменениям, растворимость в воде и (или) возможность внедрения в липидные мембраны (см. *Ключевые структуры, Расторы*). Новые специфич. ф-ции возникают за счёт точечных мутаций участка ДНК, кодирующего активный центр, а новые структурные ф-ции—за счёт блочных мутаций—т. е. новой комбинации участков ДНК. Кол-во возникающей новой ценной информации, необходимое для синтеза функционального белка, оценивается в  $l \approx 100$  бит, осн. её часть ( $\sim 70$ — $80$  бит) связана со структурными изменениями, сравнительно небольшая часть ( $\sim 20$ — $30$  бит) необходима для организации активного центра, ответственного за специфич. ф-цию. Вероятность спонтанного образования объекта, содержащего ин-

формацию  $l \sim 100$  бит за один акт,

$$n = 2^{-l} \approx 10^{-33},$$

т. о., вероятность возникновения даже одного нового белка окажется малой.

В Э. б. известны случаи, когда новая ф-ция, дающая большие преимущества, связана с появлением сразу нескольких новых белков. При этом образование каждого нового белка в отдельности не даёт эволюц. преимуществ. Такие «большие скачки» эволюции наз. ароморфозами; примером является возникновение аппарата фотосинтеза. В этом случае кол-во информации порядка сотен бит и вероятность её возникновения абсурдно мала. Время, необходимое для реализации рассматриваемых процессов Э. б., значительно превышает время жизни Вселенной.

Существовать пути преодоления этих трудностей теории. Так, за счёт блочных мутаций значит. часть структурной информации может быть заимствована из уже имеющихся генов, а не создаваться заново. Новая структурная информация возникает в результате перестановки небольшого числа уже существующих блоков, в к-рых уже содержится нужная информация. Для этого необходим достаточный запас нейтральной информации в форме «молчащих» генов и интронов. В этом случае кол-во действительно новой информации значительно снижается и вероятность её возникновения возрастает. (Аналогично в техн. эволюции — при создании новой машины конструктор использует уже существующие стандартные детали, а не изобретает их заново, новой является лишь комбинация деталей.)

Рассмотрим примеры получения новой структурной информации.

1. Формирование единого кода протекает на фоне избытка субстратов, синтезированных в предблоид. После их исчерпания накапливаются остатки отмерших организмов. Для их утилизации необходимы белки, расщепляющие полинуклеотиды (нуклеазы) и полипептиды (протеазы), структура к-рых сходна — глобулы с ложбиной. Такие белки могут быть получены из первичного белка — репликазы. Для этого достаточно «разрезать» молекулу вдоль оси и в разрез «поместить» активные гидролизующие аминокислоты (серин, гистидин и т. п.). Набор последних различен в нуклеазах и протеазах, что и определяет их специфичность. Слова «разрезать» и «поместить» означают, что в запальной копии гена, кодирующего репликазу, заменяются неск. кодонов (за счёт точечных мутаций) так, что образующийся белок приобретает упомянутые свойства. Затем этот ген выделяется и экспрессируется (блочная мутация).

2. Для образования белков аппарата фотосинтеза необходимы мембранные белки, способные поглощать свет. Мембранные белки содержат большое кол-во структурной информации: на боковых поверхностях молекулы белка расположены гидрофобные аминокислотные остатки, а на торцевых — гидрофильные. Нар., молекула бактериородопсина состоит из семи столбов (α-спиральных участков). Каждый столб содержит ок. 30 аминокислот, в к-рых чередуются две гидрофобные и две спиральные. Благодаря этому половина поверхности α-спиральной столба оказывается сплошь гидрофобной; именно такие столбы образуют боковую поверхность бактериородопсина.

Необходимо для этого процесса кол-во информации  $l \approx 100$  бит, и вероятность её возникновения мала. Вероятность же возникновения одного столба ( $l \sim 15$  бит) в течение времени  $\sim 10^{10}$  лет не мала, и процесс образования гена, кодирующего один столб, вполне вероятен. Накопление семи копий этого гена и соединение их в цепь (за счёт блочных мутаций), кодирующую весь мембранный белок, тоже достаточно вероятно.

3. Согласно принципу преемственности, возникновение новых ф-ций не должно мешать выполнению и сохранению прежних. В сложных организмах эти условия дополняются (дуальны). Так, воздействие мутагенных факторов полезно для новых ф-ций и вредно для прежних. Проблема дальности была решена путём удвоения всего генетич. материала (за счёт блочной мутации) и появления пере-

крёстного полового размножения. При этом отбор особей женского пола происходил по фенотипу, признакам (анатомическим и физиологическим), способствующим защите репродуктивных органов и сохранению генома. Напротив, отбор мужских особей происходил по признакам, способствующим накоплению новой информации.

4. Обмен генетич. информацией между клетками усиливает фонд запасаемых генов, что полезно в дивергентных стадиях. Он может происходить: а) в результате внедрения участков генома (плазмид) одной клетки в другую и встраивания его в ДНК; такой процесс происходит в колониях одноклеточных организмов, при внедрении чужеродной клетки в организм и между разными клетками одного организма; б) в результате внедрения одной клетки в другую и образования симбиотич. организма (напр., хлоропластов растит. клеток и митохондрий); в) при скреживании; в этом случае удвоение информации происходит не путём увеличения ДНК, а благодаря удвоению числа хромосом.

### 3. Дискуссионные вопросы теории биологической эволюции

1) Согласно теории естеств. отбора, любая нейтральная генетич. информация должна элиминироваться как лишняя нагрузка, не дающая эволюц. преимуществ. Согласно нейтральной теории эволюции, нейтральная информация должна сохраняться как материал, необходимый для выбора подходящего варианта при дивергенции. Разрешение этого противоречия состоит в том, что Э. б. представляет собой чередование конвергентных и дивергентных стадий. При конвергенции часть информации действительно элиминируется как избыточная, но значит. часть её остаётся на случай перехода на дивергентную фазу.

2) Согласно ортодоксальному дарвинизму, благоприятные фенотипич. признаки, приобретённые в результате унаследований, но не в результате мутаций, не могут передаваться потомству. Однако противоположное утверждение Ж. Б. Ламарка (J. B. Lamarck) не исключал и Ч. Дарвин (C. Darwin). Молекулярной основой нервного утверждения является догма Крика, согласно к-рой белки (и др. метаболиты) не могут влиять на геном. Однако известные ныне и перечисленные выше механизмы геномной регуляции допускают нарушение догмы Крика из-за влияния белков на эпигенетич. процессы, образование плазмид и внедрение их в геном репродуктивных органов. Важность разрешения этой проблемы в том, что даже редкие случаи наследования благоприятных признаков существенно ускоряют эволюц. процесс.

3) Ряд заболеваний связан с тем, что в клетку внедряется патогенный вирус, размножается в ней (активный вирус) и (или) встраивается в геном и размножается при его репликации (провирус). В клетках организма обнаружен аппарат, способствующий этим процессам. Возникает вопрос: каким образом в Э. б. возник и сохранился аппарат, явно не способствующий выживанию данного организма?

Возможное решение вопроса состоит в том, что геном вируса аналогичен плазмиде и аппарат, приспособленный для обмена генетич. информацией, способствует развитию вирусных заболеваний. Последнее — плата организма за ускорение Э. б., в результате к-рой этот организм образовался.

Лит.: Оро С., Генетические механизмы прогрессивной эволюции. Пер с англ. М., 1973; Шольт С. Э., Физико-химические факторы биологической эволюции, М., 1979; Волькенштейн М. В., Молекулярная биофизика, М., 1975; его же, Общая биофизика, М., 1978; Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Черпаковский Д. С., Математическое моделирование в биофизике, М., 1975; их же, Математическая биофизика, М., 1984; Геодакян В. А., Эволюционная теория поля, «Природа», 1991, № 8, с. 60. Д. С. Черпаковский.

**ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЁЗД** — изменение со временем физ. параметров и наблюдаемых характеристик звёзд в результате протекания ядерных реакций, излучения энергии и потери массы. Для звёзд в тесных двойных системах существ. роль играет обмен веществом между компаньонами. Об эволюции таких звёзд см. в ст. *Тесные двойные звёзды*.

Осн. наблюдаемыми характеристиками звезды являются её светимость  $L$  (при известном расстоянии) и темп-ра  $T$ , поверхность звезды, определяемая на распределение энергии в спектре. Приближенно  $T$  равна эффективной температуре  $T_e$ . Э. з. представляется в виде линии (треки) на плоскости  $\lg L$ ,  $\lg T$ , (т. е. на Герципрунга—Ресселла диаграмме, ГРД).

### Введение

Звёзды рождаются из плотных межзвёздных облаков, в к-рых равновзвешены тепловые и гидродинамич. неустойчивости (см. *Звездообразование*). Следствием этих неустойчивостей является гидродинамич. коллапс части облака, заканчивающийся образованием гравитационно связанного объекта — протозвезды. Коллапс происходит неолородно. Быстрое сжатие центр. части приводит к образованию гидростатически равновесного ядра массой  $\sim 0.01 M_\odot$  (для полной массы коллапсирующего облака  $1 M_\odot$ ,  $M_\odot$  — масса Солнца), а затем следует длительная стадия аккреции на него оставшейся части облака (оболочки). Время образования протозвезды от начала коллапса составляет  $10^3$ — $10^6$  лет. Протозвёзды светят за счёт выделения гравитацион. энергии при сжатии. Нек-рый вклад в светимость дают также ядерные реакции с участием  $^2D$ ,  $^7Li$ ,  $^9Be$  [ $^2D(p, \gamma)^3He$ ,  $^7Li(p, \alpha)^4He$ ,  $^9Be(p, \alpha)^6Li$ ], малые кол-ва к-рых образовались на более ранних этапах эволюции Вселенной (см. *Нуклеосинтез*). По мере увеличения массы и сжатия темп-ра центр. областей ядра протозвезды растёт. Когда она достигает значений  $\sim 10^4$  К (что возможно для звёзд с массой, превышающей  $\sim 0.1 M_\odot$ ), начинается горение водорода (термоядерные реакции превращения водорода в гелий). Потери энергии на излучение компенсируются энергией, выделяющейся при горении водорода. Звезда выходит на э. з. последовательности (ГП) ГРД. Подробнее о нач. этапе э. з. см. в ст. *Протозвёзды*.

Образование звёзд сопровождается истечением вещества оболочкой, так что масса звезды на ГП меньше нач. массы коллапсирующего облака. Наблюдения показывают, что на стадии протозвезды скорость потери массы у звёзд с  $M = (1.5 - 2) M_\odot$  составляет  $\sim 10^{-8} M_\odot/\text{год}$  (звёзды типа Т. Тельца). За время прихода на ГП (от  $6 \cdot 10^6$  лет для  $M = 2.25 M_\odot$  до  $2 \cdot 10^7$  лет для  $M = 1.5 M_\odot$ ) масса звезды уменьшается на 2—13%. Светимость звёзд быстро растёт с увеличением их массы (см. *Масса — светимость зависимость*). У звёзд с  $M > 9 M_\odot$  светимость на стадии аккреции оказывается столь большой, что вызывает мощное истечение вещества, и масса рождающейся звезды  $M$  оказывается значительно меньше нач. массы  $M_0$  коллапсирующего облака:  $M/M_0 \approx 3 (M_0/M_\odot)^{-1/2}$  для  $M > 9 M_\odot$ .

Звезда, излучающая за счёт выделения ядерной энергии, медленно эволюционирует по мере изменения её хим. состава. Наиб. яркая звезда проводит на стадии, когда в её центр. области горит водород. Эта стадия наз. ГП на ГРД. Б. ч. наблюдаемых звёзд расположена вблизи ГП. Большая длительность этой стадии связана, во-первых, с тем, что водород является самым калорийным ядерным топливом. При образовании одного ядра гелия (альфа-частицы) из 4 ядер водорода выделяется  $\approx 26$  МэВ, а при образовании углерода  $^{12}C$  из 3 альфа-частиц выделяется всего  $\approx 7.3$  МэВ, т. е. выделение энергии на единицу массы в 10 раз меньше. Во-вторых, звёзды на ГП значительно меньше излучают, чем на последующих стадиях эволюции, и в итоге оказывается, что время жизни на ГП на два—три порядка больше, чем время всей последующей эволюции. Соответственно кол-во звёзд на ГП существенно превышает число более ярких звёзд.

После выгорания водорода в центре звезды и образования гелиевого ядра выделение ядерной энергии в нём прекращается и ядро начинает интенсивно сжиматься. Водород продолжает гореть в тонкой оболочке, окружающей гелиевое ядро (т. н. слоевой источник). Оболочка при этом расширяется, светимость звезды растёт, поверхностная темп-ра уменьшается, и звезда становится красным гигантом (в случае менее массивных звёзд) или сверхгигантом

(красным или жёлтым) в случае более массивных звёзд (см. *Красные гиганты и сверхгиганты*). Процесс последующей эволюции определяется в основном массой звезды  $M$ .

В звёздах с  $0.8 M_\odot < M < 8 M_\odot$  ядерное горение заканчивается после образования углеродного ( $^{12}C$ ) с примесью кислорода ( $^{16}O$ ) звёздного ядра массой ок.  $1 M_\odot$ . После сброса всей оболочки, окружающей это ядро, оно превращается в «мертвую» звезду — *белый карлик*.

Массивные звёзды ( $M > 10 M_\odot$ ) проходят эволюц. путь горения вплоть до образования звёздного ядра из самого стабильного (макс. энергия связи на нуклон) элемента  $^{56}Fe$ . В таком ядре выделение ядерной энергии невозможно, рост давления не компенсирует рост сил тяготения при росте плотности и медленное квазистатич. сжатие сменяется быстрым коллапсом — происходит потеря гидродинамич. устойчивости и взрыв *сверхновой звезды*. При быстром сжатии до плотности  $\rho$ , близкой к плотности вещества в атомном ядре, выделяется огромное кол-во гравитацион. энергии — в  $\approx 20$  раз больше, чем за всё время ядерной эволюции, длящейся десятки млн. лет. Подавляющая часть этой энергии уходит в нейтрино. После взрыва и сброса оболочки образуется остаток в виде *нейтронной звезды* — той тип «мертвых» звёзд.

В звёздах промежуточной массы ( $M \approx 8 M_\odot$ ) образуется вырожденное углеродно-кислородное ядро, масса к-рого столь велика, что оно уже не может существовать в виде белого карлика, а продолжает сжиматься до тех пор, пока рост темп-ры и плотности не приведёт к быстрому (плотному) сгоранию углерода (углеродная вспышка) и ядро полностью разлетётся всей звездой. Этот разлёт также наблюдается как взрыв сверхновой, на месте к-рого не остаётся никакого остатка.

Наконец для самых массивных звёзд [ $M > (40 - 50) M_\odot$ ] коллапс может не остановиться на стадии нейтронной звезды, а продолжиться дальше, образуя релятивистский объект — *чёрную дыру*. Наблюдая проявления процесса образования чёрной дыры пока не известны. Возможно, рост светимости здесь столь незначителен, что такой коллапс трудно обнаружить (безвзрывной коллапс). Однако даже в этом случае коллапс должен сопровождаться мощным всплеском нейтринного излучения, почти как при образовании нейтронной звезды, и, кроме того, исчезнет (погаснет) звезда, существовавшая до начала коллапса. На протяжении практически всей эволюции звезда устойчива относительно разл. типов возмущений. Наиб. важны два типа возмущений: гидродинамические и тепловые. Гидродинамич. возмущения связаны со случайными возмущениями плотности и размера звезды. Устойчивость относительно таких возмущений обеспечивается тем, что при сжатии (расширении) силы давления  $P$  растут (падают) быстрее сил тяготения. Это приводит к тому, что при случайном сжатии или расширении возникает сила, возвращающая звезду к её равновесному состоянию. Изменение давления при быстрых процессах происходит почти адиабатически, поэтому устойчивость определяется показателем адиабаты  $\gamma = (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S$ , к-рый должен быть больше  $4/3$  ( $S$  — уд. энтропия; см. в ст. *Термодинамический коллапс*). Т. к. давление вещества в звезде определяется смесью идеального газа с излучением,  $\gamma > 4/3$  и, как правило, звёзды гидродинамически устойчивы. Примером устойчивой звезды может служить иррегулярная с железным ядром, в к-ром рост давления при сжатии недостаточен. Значит, часть энергии тратится на фотоссапвление железа с образованием нейтронов, протонов и альфа-частиц, а  $\gamma$  существенно уменьшается и может приближаться к единице.

Устойчивость относительно тепловых возмущений обеспечивается отрицательной теплоёмкостью звезды. Отрицат. теплоёмкость можно объяснить на основе теоремы вириала. В применении к звёздам, к-рые описываются ур-нием состояния идеального газа с показателем адиабаты  $5/3$ , эта теорема гласит, что в равновесии тепловая энергия звезды составляет половину абс. величин её гравитацион. энергии (отрицательной), т. е. полная энергия звезды отрицательна и равна половине гравитационной.

Любое случайное выделение энергии увеличивает полную энергию звезды, т. е. уменьшает её абс. величину. Поэтому в новом положении равновесия звезда должна расширяться, чтобы уменьшить по абс. величине значение гравитационной энергии. В соответствии с этим значение тепловой энергии звезды (а значит, и темп-ры) в новом состоянии уменьшится, т. к. она составляет половину абс. величины гравитационной энергии. Т. о., выделение энергии приводит к уменьшению темп-ры, что и наз. отрицат. теплоёмкостью. При отрицат. теплоёмкости случайное выделение тепла уменьшит темп-ру, а значит, и уменьшит выделение тепла в ядерных реакциях, скорость к-рых быстро падает с уменьшением темп-ры. Наоборот, случайная потеря энергии будет компенсирована сжатием и ростом скорости тепловыделения.

На нек-рых критич. стадиях теплоёмкость звезды становится положительной. Тогда развивается тепловая неустойчивость и происходит тепловая вспышка. Наиб. очевидн. механизм развития тепловой неустойчивости при наличии вырожденного ядра, где давление и внутр. энергия вещества практически не зависят от темп-ры. В этом случае тепловыделение приводит к росту темп-ры, к-рой не влияет на рост давления и потому не сопровождается расширением. Т. к. скорость ядерных реакций быстро растёт с ростом темп-ры, происходит самоускоряющееся выделение ядерной энергии и тепловая вспышка (ядерный взрыв).

Процессы, определяющие Э. з., протекают с разными характерными временами, из к-рых отметим гидродинамическое ( $\tau_{\text{гд}}$ ), тепловое ( $\tau_{\text{т}}$ ) и ядерное ( $\tau_{\text{я}}$ ). Гидродинамич. время характеризует скорость изменения параметров звезды при движении вещества ср. скоростями, сравнимыми со скоростью звука  $v_{\text{з}}$ . По порядку величины  $\tau_{\text{гд}} \sim R/v_{\text{з}}$ , где  $R$  — характерный размер звезды. Для равновесной звезды ( $v_{\text{з}} \sim \sqrt{GM/R}$ ) гидродинамич. время порядка времени свободного падения:  $\tau_{\text{гд}} \sim R^{3/2}/\sqrt{GM}$ .

Тепловое время определяет скорость охлаждения или нагрева звезды. При охлаждении в отсутствие ядерного горения  $\tau_{\text{т}} \sim Q/L \sim GM^2/RL$ , поскольку запас энергии  $Q$  порядка гравитационной энергии звезды; в этом случае  $\tau_{\text{т}}$  часто наз. временем Кельвина — Гельмгольца. В случае быстрого ядерного горения в отсутствие гидродинамич. движений, когда  $\tau_{\text{гд}} \ll \tau_{\text{я}}$ , время нагрева  $\tau_{\text{т}} \sim CV/\epsilon$ , где  $\epsilon$  — скорость энерговыделения, а  $CV$  — теплоёмкость при пост. объеме.

Ядерное время  $\tau_{\text{я}}$  определяет скорость изменения хим. состава (концентраций элементов) при ядерном горении. Обычно используют концентрацию (содержание) по массе  $X_i$  — долю массы единицы объема, приходящуюся на данный элемент  $i$ . Ядерное время очень резко (экспоненциально) зависит от темп-ры. В нормальных звездах, где поддерживается гидростатич. равновесие, это время, как правило, много больше др. характерных времён. При быстром ядерном горении  $\tau_{\text{я}}$  связано с тепловым временем:

$$\tau_{\text{я}} \sim \frac{TC_V}{q} X_i^{-1},$$

где  $q$  — калорийность ядерного топлива (энергия, выделяющаяся при сгорании единицы массы топлива  $i$ ,  $\epsilon = qdX_i/dt$ ).

На протяжении почти всей Э. з. — начиная от стадии молодой сжимающейся звезды до поздних стадий — время  $\tau_{\text{я}}$  является минимальным из всех характерных времён. Только в предсверхновых, где имеет место ядерное равновесие (равновесие относительно реакций сильного взаимодействия), время  $\tau_{\text{я}}$  является наименьшим. Обычно в звезде сохраняется приближит. равновесие относительно быстрых процессов (напр., гидростатич. равновесие), а время эволюции определяется одним из медленных процессов.

На стадии гравитационного сжатия выполняется неравенство  $\tau_{\text{я}} \ll \tau_{\text{гд}} \ll \tau_{\text{т}}$ . Звезда находится в гидростатич. равновесии, эволюция определяется потерей энергии (с характерным временем  $\tau_{\text{т}}$ ), а осн. ядерные реакции практически не протекают.

На ГП это неравенство сохраняется, но эволюция определяется ядерными реакциями ( $\tau_{\text{я}}$ ) и имеет место гидростатич. и тепловое равновесие.

После образования гелиевого ядра, сжатия центральных областей и расширения оболочки скорость ядерных реакций в центре звезды возрастает настолько, что  $\tau_{\text{я}}$  становится порядка  $\tau_{\text{гд}}$ . При этом осн. отклонения от теплового равновесия происходят в массивной оболочке вокруг гелиевого ядра. Гидродинамич. время остаётся минимальным, и гидростатич. равновесие звезды не нарушается.

При вспышке в углеродно-кислородном ядре, приводящей к полному разлёту звезды, как  $\tau_{\text{я}}$ , так и  $\tau_{\text{гд}}$  оказываются много меньше  $\tau_{\text{т}}$ , что и приводит к ирридуионному гидростатич. равновесию и взрыву.

В ядрах массивных предсверхновых, где имеет место ядерное равновесие, значение  $\tau_{\text{я}}$  минимально и Э. з. определяется скоростью потери энергии ( $\tau_{\text{т}}$ ), как в молодых сжимающихся звездах. Она заканчивается потерей гидродинамич. устойчивости и быстрым коллапсом. Гидродинамич. неустойчивость связана не с изменением  $\tau_{\text{я}}$ , а с изменением структуры равновесного состояния звезды. Развитие тепловой неустойчивости связано с быстрым уменьшением  $\tau_{\text{я}}$  и  $\tau_{\text{гд}}$  и заканчивается взрывом, когда эти времена становятся меньше  $\tau_{\text{т}}$ .

Итак, если исключить нек. критич. моменты, звезды в своей массе глобально устойчивы относительно механич. и тепловых возмущений. Разнообразие свойств вещества звезд, в частности наличие зон перем. ионизации, тонких слоёв горения, протяжённых оболочек, приводит к развитию локальных неустойчивостей, к-рые не ведут к разрушению звезды, т. к. обычно стабилизируются инерционными эффектами при достижении конечных амплитуд возмущений. Существование нек-рых типов *переменных звезд* связано с развитием подобных локальных неустойчивостей.

Осн. фактором, определяющим распределение темп-ры в звезде, является скорость потери энергии (светимость), зависящая от *непрозрачности* звёздных недр. Скорость Э. з. без источников энергии определяется занасами тепловой и гравитационной энергии и скоростью остывания, а «включение» ядерных реакций эквивалентно увеличению запасов тепловой энергии и уменьшению скорости эволюции. Фактич. светимость звезды определяется её структурой и не зависит от скорости протекания ядерных реакций. Рассмотрим, напр., переход от стадии гравитационного сжатия к стадии ГП звезды с  $M = 1 M_{\odot}$ . Если бы звезда излучала только за счёт запаса гравитационной энергии, то характерное время её жизни (время Э. з.) составляло бы  $2.5 \cdot 10^7$  лет. По мере излучения энергии и сжатия темп-ра в центре звезды растёт и ядерное тепловыделение увеличивается до тех пор, пока не уравновесит потери на излучение (светимость). Начиная с этого момента гравитационное сжатие прекращается и звезда «застывает» на ГП, пока не выгорит водород и не образуется гелиевое ядро. Для такой звезды за счёт горения водорода время жизни увеличивается почти на три порядка, достигая  $\sim 10^{10}$  лет. Аналогично горение среднего ядерного горючего «замораживает» звезду в нек-ром др. состоянии. Точку (на ГРД), в к-рой происходит «замораживание» звезды, определяет зависимость скорости ядерных реакций данного горючего от темп-ры. Чем больше заряд ядра горючего, тем большая темп-ра требуется для обеспечения данной скорости тепловыделения (из-за роста высоты кулоновского барьера ядра горючего). Однако при росте темп-ры и плотности светимость звезды, являющаяся ф-цией состояния, также возрастает. Поэтому по мере эволюции и образования всё более тяжёлых элементов в центр. ядре светимость растёт почти монотонно.

При высокой темп-ре всё большее роль в охлаждении звезды играют нейтринные потери. На поздних стадиях нейтринные потери на несколько порядков превышают потери на излучение фотонов и соответственно уско-ряют Э. з.

Уравнения эволюции звёзд

Обычно (для упрощения расчётов) звезда считается не-вращающейся и сферически-симметричной. В процессе эволюции осн. масса звезды находится в состоянии гидростатич. равновесия, определяемого ур-нием

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -\frac{Gm}{r^2}, \quad (1)$$

где  $m = m(r)$  — масса, содержащаяся внутри радиуса  $r$ ,

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (2)$$

$\rho$  — плотность,  $P(r, T)$  — давление, определяемое ур-нием состояния

$$P = \rho \mathcal{R} T + \frac{aT^4}{3}. \quad (3)$$

Здесь первый член — давление газа, второй — излучения,  $\mathcal{R}$  — газовая постоянная,  $a$  — постоянная плотности излучения,  $a = 4\sigma/c$ . Для звёзд массой  $M < 1 M_{\odot}$  на ГП играют роль поправки к ур-нию состояния, связанные с нейтральностью вещества.

Распределение темп-ры определяется ур-нием энергии

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \left( \epsilon - \epsilon_{\nu} - \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \quad (4)$$

( $E$  — внутр. энергия единицы массы,  $\epsilon_{\nu}$  — скорость потери энергии единицей массы вещества за счёт нейтринного излучения), ур-ниями переноса тепла

$$L(r) = L_{\text{rad}} \equiv -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \quad (5)$$

в зоне *лучистого равновесия* ( $\kappa$  — непрозрачность),

$$L(r) = L_{\text{rad}} + 4\pi r^2 F_c \quad (6)$$

в *конвективной зоне* и

$$\frac{dT}{dr} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_P \frac{dP}{dr}$$

в конвективном ядре с пост. энтропией  $S$ . Конвективный поток энергии  $F_c$  в оболочке рассчитывается по приближённой теории пути перемешивания (см. *Конвективная неустойчивость*).

Ур-ния равновесия решаются для граничных условий в центре ( $r=0, L=0$  при  $m=0$ ) и на ур-вн *фотосферы*, где *оптическая толщина*  $\tau \approx 2/3$ :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_s^4, \quad P_s = \frac{2}{3} \frac{GM}{R^2}$$

при  $m=M$ . Последнее условие упрощается для звёзд на стадии красных сверхгигантов и гигантов, когда звезда имеет протяжённую оболочку небольшой плотности и большую светимость.

В процессе ядерного горения происходят медленные изменения хим. состава звезды и, как следствие, изменения всех её параметров. Осн. ур-тиями, описывающими эволюцию хим. состава, являются:

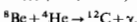
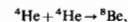
$$\begin{aligned} \frac{\partial X_H}{\partial t} &= -4m_p \left( \frac{R_{\text{CNO}} + \epsilon_{pp}}{Q_{\text{CNO}}} \frac{m_{\text{CNO}}}{Q_{\text{pp}}} \right), \\ \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial t} &= \frac{\partial X_H}{\partial t} \frac{3m_p \epsilon_{3\alpha}}{Q_{3\alpha}} + \frac{m_{\alpha} \epsilon_{\text{CNO}}}{Q_{\text{CNO}}}, \\ \frac{\partial X_{\text{CNO}}}{\partial t} &= \frac{3m_p \epsilon_{3\alpha}}{Q_{3\alpha}} - m_{\text{CNO}} \frac{\epsilon_{\text{CNO}}}{Q_{\text{CNO}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь:  $m_p, m_{\alpha}$  и  $m_{\text{CNO}}$  — массы протона,  $\alpha$ -частицы и углерода-12;  $X_H, X_{\alpha}$  и  $X_{\text{CNO}}$  — содержания (по массе) водорода, гелия и  $^{12}\text{C}$ ;  $\epsilon$  и  $Q$  — скорость энерговыделения и энергетич. выход для соответствующих цепочек ядерных реакций (см. ниже). При расчётах поздних стадий эволюции массивных звёзд учитывают горение более тяжёлых элемен-

тов. У звёзд с массой меньше  $\approx 1 M_{\odot}$  и центр. темп-рой  $T_c$  меньше  $\approx 1,5 \cdot 10^7$  К осн. источником ядерной энергии являются реакции *водородного цикла* (рр-цикл). При больших массах и центр. темп-рах звезда водород горит преим. в *углеродно-азотном цикле* (CNO-цикл). Ср. кол-во энергии, выделяющееся при синтезе одного ядра  $^4\text{He}$  (за вычетом энергии, уносимой нейтрино): в рр-цикле  $Q_{\text{pp}} \approx 26,2$  МэВ, а в CNO-цикле  $Q_{\text{CNO}} \approx 25$  МэВ. Соответствующие скорости энерговыделения:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{pp}} &\approx 2,4 \cdot 10^6 \rho X_H^2 T_9^{23} \exp(-3,4/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \epsilon_{\text{CNO}} &\approx 2,2 \cdot 10^{25} \rho X_{\text{CNO}} X_H T_9^{23} \exp(-15,2/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \end{aligned}$$

( $T_9$  — темп-ра в млрд. К,  $\rho$  в г/см<sup>3</sup>). Появление конвективного ядра у звёзд с  $M > 1 M_{\odot}$  на ГП связано с переходом от рр-к CNO-циклу, обладающему более резкой зависимостью скорости горения от темп-ры. Горение гелия протекает в т. н. 3 $\alpha$ -реакции — реакции слияния трёх ядер  $^4\text{He}$ :



$$\epsilon_{3\alpha} \approx 5,1 \cdot 10^8 \rho^2 X_{\text{He}}^2 T_9^3 \exp(-4,4/T_9), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

3 $\alpha$ -реакция сопровождается реакцией  $^{12}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ , к-рой соответствует

$$\epsilon_{\text{Cn}} \approx 3,9 \cdot 10^{24} X_{\text{He}} X_{\text{C}} \rho T_9^{-2/3} \exp(-32,1/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Выделение тепла при образовании одного ядра  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  соответственно равно  $Q_{3\alpha} = 7,3$  МэВ,  $Q_{\text{Cn}} = 7,2$  МэВ.

Построение модели звезды (см. также *Моделирование звёзд*) в момент  $t_n$  требует знания её состояния на предыдущем временном шаге численной модели  $t_{n-1}$  для нахождения скорости выделения гравитацион. энергии

$$\frac{\partial E}{\partial t} - \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{E_n - E_{n-1}}{\Delta t} - \left( \frac{P}{\rho^2} \right)_{n-1} \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\Delta t}$$

и определения хим. состава

$$X_{i,n} = X_{i,n-1} + F_{i,n-1} \Delta t,$$

где  $F_i$  — правые части ур-ний (7),  $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ . Наряду с явной схемой шага по времени, приведённой выше, используют неявную, когда  $F_i, P/\rho^2$  вычисляются в момент  $t_n$  или представляют собой линейную комбинацию значений, взятых в моменты  $t_n$  и  $t_{n-1}$ . Решение системы обыкновенных дифференц. ур-ний (1) — (6) осложняется наличием особых точек в центре звезды и при  $T \rightarrow 0$ . Поэтому интегрирование ведётся навстречу из центра и с поверхности со сшивкой в к.-л. промежуточной точке [метод Шарвильяда (M. Charvillat)]. Из условий сшивки находят центр. значения  $\rho_c, T_c$  и также  $L_c, T_c$ . Др. способ решения состоит в разбиении звезды на  $N$  сферич. слоёв и замены дифференц. ур-ний разностными [метод Хенли (L. Henyey)]. Последний метод лучше приспособлен для использования ЭВМ. Для построения гидростатич. моделей применяют также метод, основанный на решении гидродинамич. стационарных ур-ний с вязкостью.

Ядерная эволюция звёзд

Расчёты Э. э. представляются в виде треков на ГРД. Как уже отмечалось, б. ч. времени жизни звезды проводят на ГП.

Звезда с  $M = 1 M_{\odot}$ . Время жизни такой звезды на ГП (точка  $A$  на рис. 1) ок.  $10^{10}$  лет, а её строение аналогично строению *Солнца*. На протяжении этой стадии в центр. областях звезды водород «перегорает» в гелий. Когда масса гелиевого ядра достигает  $\approx 10\%$  массы звезды, становится заметным отход от ГП (точка  $B$ ). Небольшое увеличение светимости на участке  $AB$  связано с уменьшением непрозрачности из-за уменьшения числа электронов при синтезе гелия из водорода. После выгорания водорода в центре звезды и образования гелиевого ядра отвод энергии из него может компенсироваться только энергией,



Рис. 1.

По мере расширения оболочки и роста массы гелиевого ядра определяющую роль в поведении звезды начинают играть два фактора: конвекция, развивающаяся в оболочке, и вырождение, возникающее в ядре. Расширение оболочки и падение в ней темп-ры способствуют расширению внеш. конвективной зоны, к-рая имела у звезды на ГП. Развитие конвекции приводит к улучшению теплообвода, что, благодаря отрицат. теплоёмкости звезды, вызывает её сжатие, рост темп-ры, тепловыделения и светимости. Рост светимости способствует росту лучистого градиента темп-ры, что ещё больше усиливает конвекцию. Т. о. возникает положительная обратная связь и конвекция захватывает значит. часть массы звезды, приближаясь к слоесому источнику. Светимость растёт, и звезда движется на ГРД от точки C к точке D (область красных гигантов).

По мере движения звезды к точке D происходит ускоренное горение водорода, масса изотермия гелиевого ядра возрастает, что при условии равновесия приводит к росту его плотности. Т. к. темп-ра ядра при этом близка к темп-ре водородного слоесого источника и увеличивается слабо, рост плотности приводит к вырождению ядра. Давление в нём практически перестаёт зависеть от темп-ры. В этих условиях небольшое увеличение темп-ры ядра, связанное с возгоранием гелия, почти не влияет на давление, звезда приобретает положит. теплоёмкость, к-рая обуславливает резкое увеличение скорости горения гелия (*гелиевую вспышку*). Действительно, пока энерговыделение при горении гелия мало, звезда располагается на ГРД вблизи точки D и рост темп-ры и плотности приводит к росту энерговыделения, что в свою очередь увеличивает темп-ру. Возникает положительная обратная связь, приводящая к гелиевой вспышке в ядре. Развитие вспышки продолжается до тех пор, пока рост темп-ры не снимет вырождение в ядре, звезда приобретает «нормальную» отрицат. теплоёмкость и дальнейшее горение гелия продолжается спокойно в невырожденном ядре. Особенно гелиевой вспышкой является то, что она запретаена в глубине звезды и внеш. проявления её почти отсутствуют. После образования невырожденного ядра звезда спускается вниз от точки D и поворачивает налево к линии EF (горизонтальная ветвь гигантов), где находится до тех пор, пока гелий в ядре превращается в углерод. Вновь образованное углеродное ядро становится вырожденным, возгорание гелия в слоесом источнике и образование двухслойного гелий-водородного горячего слоя приводят к развитию конвекции в оболочке, и вновь повторяется та же схема развития, причём звезда возвращается почти вдоль той же линии к точке D.

В отличие от водородных слоесых источников, где горение идёт спокойно, гелиевые слоесые источники неустойчивы относительно развития тепловой вспышки. Природа этой вспышки, так же, как и вспышки в гелиевом ядре, связана с положит. теплоёмкостью, ведущей к положительной обратной связи. Однако в слое положит. теплоёмкость обусловлена их вырождением (гелий здесь не выроден), а геометрией области горения (тонкий слой) и быстрым ростом скорости энерговыделения с увеличением

выделяющейся при сжатии. Это приводит к сжатию и нагреву оболочки, сохранившей водород, к-рый загорается в тонком слое, окружающем гелиевое ядро (слоесый источник). Энергия, выделяющаяся при сжатии гелиевого ядра и в водородном слоесом источнике, выходит наружу. Частично она поглощается водородной оболочкой, к-рая постепенно раздувается, уменьшая эфф. темп-ру при пост. светимости (участок BC).

темп-ры при горении гелия. Механизм неустойчивости слоесого горения не столь очевиден, как в случае вспышки в вырожденном ядре, и требует для своего обоснования детальных расчётов.

Т. о., в окрестности точки D располагаются спокойные звезды с гелиевыми ядрами и вспыхивающие — с углеродными. Вещи способны к истощению вещества, поэтому по мере роста углеродного ядра полная масса звезды уменьшается. После неск. сотен вспышек (цифра примерная, т. к. никому не удалось последовательно просчитать столь много вспышек) в результате быстрого истечения вещества и роста ядра масса над гелиево-водородным слоесым источником уменьшается настолько, что при той же светимости начинаются быстрое оседание оболочки на ядро, рост эфф. темп-ры и, следовательно, движение звезды влево. После истощения горячего в слоесых источниках (точка G) светимость поддерживается только за счёт теплоёмкости ядра, к-рое быстро остывает, звезда движется по ГРД вниз и превращается в белый карлик (точка H). На этой стадии звезда находится вплоть до полного остывания. Наблюдения свидетельствуют о том, что истечение вещества вблизи точки D происходит неравномерно и значит. доля массы сбрасывается непосредственно перед началом движения звезды влево, образуя *планетарную туманность*.

**Звёзды с  $M < 8 M_{\odot}$ .** У звёзд с  $M < 0,8 M_{\odot}$  время жизни на ГП превышает космологич. время ( $2 \cdot 10^{10}$  лет), и все они либо находятся на ГП, либо движутся к ней. В звёздах с  $M > 0,8 M_{\odot}$  выгорание водорода сопровождается ростом плотности в центре звезды и приближением ядра к вырожденному состоянию. При  $M < 2,25 M_{\odot}$  гелиевое ядро, образующееся после выгорания водорода, становится вырожденным, а оболочка сильно раздувается, приводя к росту светимости и уменьшению поверхностной темп-ры (рис. 2). Звезда становится красным гигантом. Вырожденное ядро неустойчиво относительно гелиевой вспышки. Гелиевая вспышка в ядре приводит к его расширению и снятию вырождения; при этом сгорает не более 1% гелия.

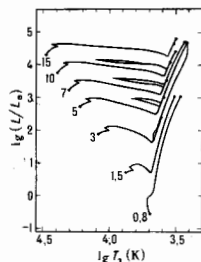


Рис. 2. Эволюционные треки звезд с начальным химическим составом  $X_H = 0,7$ ,  $X_{He} = 0,27$ ,  $X_Z$  (содержание элементов тяжелее гелия) = 0,03 от главной последовательности до гелиевой вспышки (для  $M = 0,8$  и  $1,5 M_{\odot}$ ) или до возгорания углерода в центре (для  $M = 3 - 15 M_{\odot}$ ). Цифры указывают массу звезды в  $M_{\odot}$ , точки соответствуют главной последовательности и моментам возгорания гелия и углерода в ядре.

Звёзды небольшой массы с невырожденным гелиевым ядром и водородной оболочкой после гелиевой вспышки располагаются на ГРД вблизи горизонтальной ветви гигантов (ГВГ, рис. 3). На этой ветви звезды представляют собой гелиевые ядра массой  $\approx 0,5 M_{\odot}$ , окруженные водородными оболочками разл. массы. После выгорания гелия в ядре начинается его быстрое сжатие до загорания гелиево-слоесого источника. Звезда на ГРД движется вверх и направо к линии, называемой асимптотич. ветвью гигантов (АВГ). На этой линии звезда состоит из вырожденного углеродно-кислородного ядра и двух слоесых источников (гелиевого и водородного), расположенных очень близко друг от друга. Над ними располагается водородная оболочка, масса к-рой может достигать  $7 M_{\odot}$ . Углеродным свойством звезд на АВГ является то, что их положение на ГРД зависит только от массы углеродного ядра и практически не зависит от массы водородной оболочки. Све-

тимость  $L$  звезды на АВГ определяется ф-лой

$$L = 59 100 \left( \frac{M_{CO}}{M_{\odot}} - 0,51 \right) L_{\odot},$$

где  $M_{CO}$  — масса углеродно-кислородного ядра. С ростом  $M_{CO}$  звезда движется на ГРД вверх по АВГ. Это движение не является споконным. Малая толщина слоев источников приводит к тепловым вспышкам (ТВ). Кол-во вспышек при движении по АВГ растёт с ростом массы водородной оболочки и может превышать неск. тысяч. Время между вспышками  $\Delta t$  также зависит в основном от массы ядра и определяется выражением

$$\lg \Delta t \approx 3,06 - 4,5 \left( \frac{M_{CO}}{M_{\odot}} - 1 \right)$$

( $\Delta t$  в годах), а светимость звезды в максимуме вспышки

$$L_m = 97 000 \left( \frac{M_{CO}}{M_{\odot}} - 0,52 \right) L_{\odot}.$$

Характерным свойством звезд на АВГ является интенсивная потеря массы. Считается, что звезды с  $M < 8 M_{\odot}$  теряют всю водородную оболочку и превращаются в белый карлик массой  $\leq 1 M_{\odot}$ . Механизм потери массы не вполне ясен, но считается (гл. обр. на основе данных наблюдений), что б. ч. массы теряется в виде спокойного истечения, а остающаяся часть (неск. десятых долей  $M_{\odot}$ ) сбрасывается быстро в виде сферич. оболочек, наблюдаемой как планетарная туманность. Эволюц. трек ядра планетарной туманности с  $M = 0,6 M_{\odot}$ , превращающегося в белый карлик, приведен на рис. 4 (схематически такие треки показаны на рис. 3). Времена на штриховых отрезках  $t_i$  и соответствующие массы водородных оболочек  $M_{\odot}$  даны

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_i, 10^4$ лет	-3,0	-2,0	-1,0	-0,5	0	0,5	1,0	1,5	1,86
$M_{\odot}, 10^{-3} M_{\odot}$	3,15	2,53	1,84	1,47	1,13	0,80	0,49	0,27	0,27

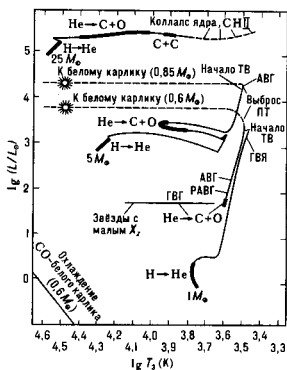


Рис. 3. Огрубленные эволюционные треки звезд с начальными массами  $M = 1, 5, 25 M_{\odot}$ . Жирные линии соответствуют основному стадиям горения в ядре (рядом указаны соответствующие реакции). Для  $M < 2,3 M_{\odot}$  происходит гелиевая вспышка в ядре (ГВЯ), далее начинается спокойное горение  ${}^4\text{He}$  в ядре. После выгорания  ${}^4\text{He}$  в ядре звезда переходит на равновесно асимптотическую ветвь гигантов (РАВГ). Когда ядро, в котором выгорел  ${}^4\text{He}$ , достигает массы  $0,53 M_{\odot}$ , начинаются тепловые вспышки (ТВ) в гелиевом слоевом источнике. На стадии АВГ происходит потеря массы, которая заканчивается быстрым сбросом остатка водородной оболочки в виде планетарной туманности (ПТ). СО-ядро массой  $0,6 M_{\odot}$  превращается в белый карлик. Эволюция более массивных звезд с  $M < (8-9) M_{\odot}$  на стадии АВГ и дальше происходит аналогично. Кружком с лучами отмечено начало свечения планетарной туманности, когда  $T_e$  звезды достигает  $3 \cdot 10^4$  К и начинается ионизация газа в ПТ.

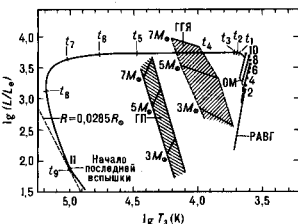


Рис. 4. Эволюционный трек звезды, превращающейся в белый карлик, с  $M = 0,6 M_{\odot}$ , начиная от РАВГ; начальный состав:  $X_{\text{H}} = 0,749, X_{\text{He}} = 0,25, X_{\text{Z}} = 0,001$ . Точками даны положения звезды перед очередной тепловой вспышкой, указан ее номер. OM — отбрасываемый минимум светимости при вспышке, показаны треки звезды в области минимумов вспышек № 7, 9 и 10. Штрихованы участки на ГРД и в области горения гелия в ядре (ГГЯ), где даны приближенные эволюционные треки звезд с  $M = 3, 5, 7 M_{\odot}$ . Штриховая линия слева соответствует звезде потейного радиуса  $R = 0,0285 R_{\odot}$ .

Звезды с массой  $M = (8-13) M_{\odot}$ . У таких звезд масса ядра достигает  $\approx 1,39 M_{\odot}$ . При сжатии ядра в нём зажигается углерод. Горение углерода в вырожденном ядре звезды с  $M \approx 8 M_{\odot}$  неустойчиво, реакция  ${}^{12}\text{C} + \gamma \rightarrow {}^{24}\text{Mg}$  приводит к взрыву и полному разлёту звезды. Возможно, подобные взрывы вызывают наблюдаемые вспышки сверхновых звезд первого типа. В ядрах звезд с нач. массами, превышающими  $8 M_{\odot}$  (вплоть до  $13 M_{\odot}$ ), углеродное ядро не выгорает. Выгорание наступает на стадии образования ядра из  ${}^{16}\text{O}, {}^{20}\text{Ne}, {}^{24}\text{Mg}$ . Для  $M = (8-10) M_{\odot}$  вырожденное ядро сжимается в результате нейтронизации вещества  ${}^{24}\text{Mg}$ , сжатие переходит в гравитационный коллапс. При этом ядро разогревается за счёт неравновесной нейтронизации. В звездах массой  $(10-13) M_{\odot}$  в вырожденном ядре развивается тепловая неустойчивость, к-рая, как и при гелиевой вспышке, ведёт к сиюминутному вырождению и переходу в режим спокойного горения вплоть до появления  ${}^{56}\text{Fe}$  в центре звезды. Судьба такой звезды схожа с судьбой более массивных звезд.

Эволюция массивных звезд ( $M > \approx 13 M_{\odot}$ ). Горение в центр. областях этих звезд проходит в отсутствие вырождения вплоть до образования железного ядра. Расчётные эволюц. треки массивных звезд после образования гелиевого ядра чувствительны к физ. предположениям, методу расчёта и очень разнообразны. Это проявляется в разл. форме петель на ГРД (аналогичных петлям для 5, 7,  $10 M_{\odot}$  на рис. 2), а также в значениях эфф. темп-ры звезды на стадии горения гелия. Различные физ. предположений состоят в выборе критерия конвективной неустойчивости, к-рый учитывает [критерий П. Леду (P. Ledoux)] или не учитывает [критерий К. Шварцшильда (K. Schwarzschild)] стабилизирующую роль градиента хим. состава. С этим связано поведение т. н. полуконвективной зоны, к-рая появляется над конвективным ядром у звезд с  $M \approx 20 M_{\odot}$  на стадии горения водорода и имеет очень небольшое превышение градиента темп-ры над адиабатическим. В моделях, учитывающих градиент хим. состава, зона полуконвекции отделена от конвективного ядра лучистым слоем, что препятствует перемешиванию. Если же использовать критерий Шварцшильда, то возникает частичное перемешивание и условия эволюции существенно меняются. Горение гелия происходит в области голубых сверхгигантов при  $\lg T_e > 4$ ,

а в случае критерия Леду гелий выгорает в области красных сверхгигантов с  $\lg T_c = 3,5 - 3,7$ .

С ростом массы растёт величина  $L/L_c$ , где критич. светимость

$$L_c = \frac{4\pi c GM}{x} \approx 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \left(\frac{0,4}{x}\right) \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1},$$

и в  $\text{см}^2/\text{г}$ . При  $L=L_c$  сила светового давления на электроны уравновешивает силу гравитации, притяжения атомных ядер. В процессе движения звезды на ГРД наравно в области красных сверхгигантов после образования гелиевого ядра в оболочке, где возникает зоны неполной ионизации гелия и водорода, резко возрастает неустойчивость и  $L/L_c$  становится больше единицы. На этой стадии возможно резкое увеличение скорости потери массы звездой, так что может потеряться вся водородная оболочка. Наблюдения показывают существование очень ярких гелиевых звезд типа Вольфа—Райе (WR, см. Вольфа—Райе звезды), у которых происходит мощное истечение вещества с потоком массы  $\dot{M} \approx 10^{-5} M_\odot/\text{год}$ . На стадии образования WR-звезд поток массы мог быть значительно больше.

Расчёт эволюции массивных звезд требует самосогласованного учёта потери массы, так что величина  $M$  получалась в расчётах однозначно, как  $L, R, T_c, T_s$ . К. время потери массы  $\dot{M}/M$  много больше гидродинамич. времени звезды  $R^{3/2}/\sqrt{GM}$ , звезда на стадии истечения может быть представлена в виде статич. ядра и стационарно истекающей оболочки, масса к-рой внутри критич. радиуса потока много меньше массы звезды; на критич. радиусе  $r_c$  скорость  $v_c$  равна скорости звука  $v_s$  и  $v_c^2 = GM/2r_c$  (см. Звёздный ветер). Скорость потока быстро падает на мере перехода к плотным внутр. слоям звезды, и оболочка плавно переходит в статич. ядро. Сделаны лишь учётом расчёты эволюции с самосогласованным учётом потери массы, хотя имеется много эволюц. расчётов с феноменологич. учётом потери массы, типа зависимостей

$$\dot{M} \approx \frac{LR}{M} \cdot 10^{-11} M_\odot/\text{год} \text{ или } \dot{M} \approx 10^2 \frac{L}{c^2} M_\odot/\text{год}$$

( $L, R, M$  в единицах  $L_\odot, R_\odot, M_\odot$ ).

Расчёт эволюции двух звезд с пост. массами ( $M=15$  и  $25 M_\odot$ ) вплоть до образования железного ядра в состоянии прдсверхновой представлен на рис. 5. После возгора-

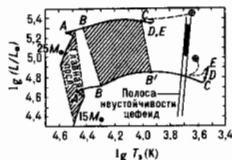


Рис. 5. Эволюционные треки звезд с массами 15 и  $25 M_\odot$ .  $BB'$  и  $BB''$  — области горения гелия в ядре,  $CD$  — горение в двойном ( $H$ — $He$ ) слоевом источнике;  $DE$  — горение углерода. Расчёты доведены до точки потери устойчивости (указана крестом в кружке), штриховые треки соответствуют им вопле упрощенным расчётам.

ния углерода эволюция ядра идёт очень быстро, ввиду роста скорости нейтринных потерь, так что состояние оболочки почти не меняется и звезда мало движется по ГРД вплоть до начала коллапса. Наблюдения сверхновой 1987А в Большом Магеллановом Облаке показали, что прдсверхновая здесь представляла собой голубой, а не красный сверхгигант, как показано на рис. 5. Это может быть связано с тем, что было произошло сброс значит. части водородной оболочки, либо звезда эволюционировала на треке вдоль петель, заходящих в голубую область. Если углерод загорелся в тот момент, когда звезда находилась в голубой области, её видимое положение на ГРД оставалось почти неизменным вплоть до потери устойчи-

вости и вспышки сверхновой. Сравнение разл. расчётов показывает, что появление петель носит стохастич. характер, поэтому можно говорить лишь о вероятности расположения звезды в области голубых, жёлтых или красных сверхгигантов в состоянии прдсверхновой.

Звёзды, превратившиеся в красные и жёлтые гиганты и сверхгиганты, после образования гелиевого ядра становятся в ордел. области неустойчивыми относительно раскачки механич. колебаний и наблюдаются как переменные звезды с регулярными колебаниями блеска (*цефеиды* и звезды типа RR Лиры). Осн. причиной возбуждения колебаний в этих звездах является аномальное поведение непрозрачности в зоне неполной ионизации гелия, толщина к-рой растёт с ростом температуры (см. Пульсации звезд). Вне ГП расположены и др. типы переменных звезд с регулярной, полурегулярной и нерегулярной переменностью. Причиной переменности регулярных переменных, находящихся на стадиях Э з. до и после ГП, является наличие мощных конвективных оболочек, иррегулярных к генерации ударных волн при звёздных вспышках, аналогичных *вспышкам на Солнце*, но на много порядков более мощных.

Прдсверхновые и сверхновые

Сверхновые второго типа (с линиями водорода в спектрах и остатками в виде *пульсаров*) являются продуктом эволюции массивных звезд с  $M \geq (13-15) M_\odot$ . Ядра этих звезд теряют устойчивость и коллапсируют после выделения центр. темп-ры настолько, что начинается диссоциация ядер  $^{56}\text{Fe}$  и адиабатич. показатель  $\gamma$  становится меньше 4/3. Значение  $\gamma$ , усреднённое по звезде ( $\langle \gamma \rangle$ ), орделяет её гидродинамич. устойчивость. Неустойчивость имеет место при

$$\left\{ \left( \gamma - \frac{4}{3} \right) P \frac{dy}{\phi(y)} < 0,21 \frac{G^2 M^{4/3} \rho_c^{5/3}}{c^2} \right.$$

где  $y = \frac{m(r)}{M}$ ,  $\phi(y) = \frac{\rho(r)}{\rho_c}$ .

В выражении член справа связан с эффектами общей теории относительности и равен нулю в ньютоновской теории, в к-рой  $\langle \gamma \rangle = 4/3$  отделяет устойчивые состояния от неустойчивых. Согласно результатам расчётов, представленным на рис. 5, ядра звезд в точке сколеса после потери устойчивости характеризуются параметрами:

$\frac{M}{M_\odot}$	$\frac{M_x}{M_\odot}$	$\rho_c, \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$	$T_c, \text{K}$	$T_s, \text{K}$	$\frac{R_f}{R_\odot}$	$\frac{L_{ph}}{L_\odot}$	$\frac{L_v}{L_\odot}$
15	1,56	6,0 (9)	8,3 (9)	4,28 (3)	560	9,7 (4)	1,8 (15)
25	1,61	3,5 (9)	8,3 (9)	4,36 (3)	963	3,1 (5)	2,1 (15)

Здесь  $M_x$  — масса ядра;  $T_c$  и  $\rho_c$  — центральные темп-ра и плотность;  $L_v$  — нейтринная светимость;  $L_{ph}$  — фотонная светимость;  $R_f$  — радиус фотосферы; цифры в скобках указывают порядок величины. У звезд массой ок.  $8 M_\odot$  образуются вырожденное углеродно-кислородное ядро массой  $1,39 M_\odot$ , к-рое перед тепловой вспышкой характеризуется след. параметрами:  $\rho_c = 2,7$  (9)  $\text{г}/\text{см}^3$ ;  $T_c = 2,8$  (8) K,  $r_x = 3,4$  (-3)  $R_\odot$  ( $r_x$  — радиус ядра). Тепловые вспышки звёздных ядер, ведущие к полному разлёту звезды и выделению энергии  $\sim 10^{51}$  эрг, связываются с наблюдаемыми вспышками сверхновых типа I, в спектрах к-рых водород не наблюдается, а в остатках взрыва не найдены пульсары. Вспышки сверхновых типа Ib, промежуточных между типами I и II (линии водорода почти не видны, но нейтринные звезды могут образоваться), связаны, видимо, с потерей устойчивости в ядрах звезд промежуточной массы  $M = (8-13) M_\odot$  или с взрывением этих звезд в двойные системы.

Расчёты гидродинамич. коллапса ядер массивных звезд показали, что подавляющая часть (>99%) выделяющейся гравитацион. энергии ( $\sim 10^{54}$  эрг) уносится нейтрино. Внутр. части звезды оказываются непрозрачными для рождаю-



шихся там нейтрино, внутри звезды формируется нейтринная фотосфера. Нейтринный нагрев надповерхности оболочки, выгорание в ней оставшегося ядерного горючего во время коллапса, а также отскок надповерхности оболочки от поверхности образовавшейся нейтронной звезды оказываются недостаточными для того, чтобы вырвать вещество с кинетич. энергией  $10^{50} + 10^{51}$  эрг (характерной для сверхновых). Осн. причины этого заключаются в том, что нейтринный поток тормозит наденсе оболочки, а образующаяся при отскоке оболочки ударная волна дополнительно ослабляется из-за затраты большей части её энергии на диссоциацию в оболочке атомных ядер железного пика (т. е. ядер с массовыми числами, близкими к 56). Быстрые нейтрино энергии за счёт искусакия нейтрино из области нейтринной фотосферы приводят к увеличению градиента темп-ры и развитию конвекции. Это может существенно увеличить энергию каждого вылетающего нейтрино и соответственно сечение его взаимодействия с веществом, что способствует взрыву.

Энергия взрыва сверхновой может черпаться из энергии вращения образующейся нейтронной звезды, к-рая достигает  $10^{53}$  эрг. Важнейшую роль в трансформации энергии вращения в энергию взрыва играет магн. поле. Поэтому такой взрыв носит назв. магниторотационного. В дифференциально вращающейся оболочке вокруг нейтронной звезды происходит линейное во времени усиление азимутального магн. поля за счёт наматывания силовых линий. Когда магн. давление достаточно возрастёт, сформируется ударная волна, к-рая усиливается при распространении в среде со снадающей плотностью и за счёт работы магн. поршня. Расчёты показывают, что  $\approx 3-5\%$  энергии вращения может быть преобразовано в кинетич. энергию выброса. Этого достаточно для объяснения наблюдаемых сверхновых. В отличие от механизмов взрыва сферически-симметричных звезд, где энергия выделяется в доли секунды, при магниторотационном взрыве выделение энергии может затянуться на неск. часов; при этом период вращения образующейся нейтронной звезды может превышать 10 миллсекунд (скорость вращения будет  $\leq 1/10$  предельной, совместимой с устойчивостью нейтронной звезды).

#### Последние этапы эволюции звёзд

Звезда, у к-рой отсутствуют источники энергии, светит за счёт остывания, а равновесие в ней поддерживается давлением вырожденных электронов или нейтронов. Фундам. фактом является наличие предела массы у холодных звезд, связанного с тем, что с ростом плотности наступает релятивистское вытеснение электронов ( $\gamma \rightarrow 4/3$ ), а затем и нейтронов. Поэтому достаточно массивные звезды теряют устойчивость и переходят в состояние релятивистского коллапса с образованием чёрной дыры. При плотностях  $\rho \leq 4 \cdot 10^{11}$  г/см<sup>3</sup> вещество состоит из электронов и ядер. Энергия Ферми электронов  $\epsilon_{eF} \gg mc^2$  уже при  $\rho/\mu \gg \gg 10^9$  г/см<sup>3</sup> ( $\mu_2$  — число нуклонов на электроне), поэтому можно использовать ур-ние состояния релятивистского вырожденного электронного газа

$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \frac{\hbar c}{(\mu_e m_e)^{4/3}} \rho^{4/3}. \quad (8)$$

Для баротропного ур-ния состояния  $P = P(\rho)$  равновесие звезды определяется ур-ниями (1) и (2). В случае нолотропии  $P = K\rho^\alpha$  из (1) и (2) следует ур-ние равновесия:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^n, \quad 1 + \frac{1}{n} = \gamma,$$

$$\rho = \rho_0 \xi^\alpha, \quad r = \alpha \xi^{\alpha+1}, \quad \alpha = \left[ \frac{n+1}{4\pi G} K \rho_0^{\frac{1}{\alpha}-1} \right]^{1/2},$$

масса звезды

$$M = 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr = 4\pi \left[ \frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{3/2} \rho_0^{\frac{3}{2} - \frac{1}{\alpha}} M_n, \quad (9)$$

$$M_n = \int_0^{\xi_1} \xi^2 d\xi^2, \quad \theta(\xi_1) = 0.$$

Из ур-ния (9) следует, что при  $\gamma = 4/3$ ,  $n=3$  масса звезды не зависит от  $\rho_0$ . Для ур-ния состояния (8) масса

$$M_n = \frac{\sqrt{3\pi}}{2} \left( \frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{(\mu_e m_e)^3} M_3 = \frac{5.83}{\mu_e^2} M_\odot.$$

Масса звезд, у к-рых давление определяется вырожденными электронами, не может превысить  $M_n$  (Чандрасекара предел). Звёзды, в к-рых преобладает давление вырожденных электронов, наз. белыми карликами за их небольшие размеры и горячую поверхность. На графике  $M(\rho)$  для холодных звезд (рис. 6) белые карлики расположены левее

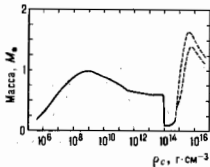


Рис. 6. Зависимость массы от центральной плотности для равновесных холодных звезд. Верхняя штриховая линия соответствует равновесию состояния для «чистой» нейтроны, нижняя — с учётом гравитации.

первого максимума. Для железного состава  $\mu_e = A/Z = 28/13$ ; с учётом нейтронизации и кулоновских поправок к ур-нию состояния макс. масса железного белого карлика равна примерно  $1 M_\odot$ , когда центр. плотность  $\approx 1.4 \times 10^9$  г/см<sup>3</sup>. При большей плотности  $\mu_e$  растёт из-за нейтронизации и равновесная масса падает. При этом равновесные модели неустойчивы, а устойчивость восстанавливается, когда осн. вклад в давление начинают давать нерелятивистские вырожденные нейтроны (минимум на рис. 6, где  $M = 0.0925 M_\odot$ ,  $\rho_c = 1.55 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>). При столь высоких плотностях важную роль играет ядерное взаимодействие, поэтому в устойчивых нейтронных звёздах (между минимумом и вторым максимумом) нейтронный газ не является идеальным. Релятивистское вырождение нейтронов и эффекты ОТО приводят к потере устойчивости. В результате предельная масса нейтронной звезды (для реальности, ур-ний состояния)  $M_{lim} = 1.6 - 1.8 M_\odot$ .

Звёзды с нач. массой  $M < 8 M_\odot$  теряют вещество в процессе эволюции на АВИ и превращаются в белые карлики. Более массивные звёзды, не успевшие потерять массу и теряющие устойчивость, либо разлетаются в результате взрывного горения углерода, либо превращаются в нейтринные звёзды разл. типов. Если излишек массы не сбрасывается при коллапсе, то происходит релятивистский коллапс ядра с  $M_2 > M_{lim}$  и образованием чёрной дыры. Преслабейшими чёрными дырами являются набл. массивные звёзды с нач. массами  $M > (40 - 50) M_\odot$ .

Лит.: Фрэнк-Каменский Д. А., Физические процессы внутри звезд, М., 1959; Шварцшильд М., Стронге и эволюция звезд, пер. с англ., М., 1961; Внутреннее строение звезд, под ред. Л. Аллера, Д. М. Мак-Лафлина, пер. с англ., М., 1970; Масевич А. Г., Тутуков А. В., Эволюция звезд: теория и наблюдения, М., 1988; Бисноватая Я.-Коган Г. С., Физические вопросы теории звездной эволюции, М., 1989.

Г. С. Бисноватая-Коган.  
ЭДИНГТОНОВСКИЙ ПРЕДЕЛ СВЕТИМОСТИ — то же, что критическая светимость.

ЭЙКОНАЛ (от греч. εἰκόνη — изображение) в геометрии — функция оптик-е, определяющая оптик. длину пути луча света между двумя произвольными точками, одна из к-рых A принадлежит пространству предметов (объектов), другая A' — пространству изображений (см. Изображение оптик-е). В зависимости от выбора параметров различают: точечный Э., или эйконал Гамильтона (гамильтонова характеристика, ф-ция от координат x, y, z, x', y', z' точек A и A'); угл. эйконал Брунаса (ф-ция угл. коэф.  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\mu'$ ,  $\nu'$  луча); более сложный эйконал Шварцшильда и ряд др. Применение Э. при расчётах оптик. систем даёт возможность, дифференцируя его по определ. пара-

метрам, найти выражения для нек-рых осн. *аббераций оптических систем*. Ф-ции, наз. Э., широко используются в *электронной и ионной оптике* в рамках общей аналогии, существующей между ними и классич. оптикой, а также при описании процессов рассеяния частиц и волн в квантовой механике и квантовой теории поля (эйковальное приближение), где тоже возникают аналогии с оптикой.

Лит.: Борн М., Вольф Э., Основы оптики, пер. с англ., 2 изд., М., 1973.

**ЭЙЛЕРА ИНТЕГРАЛЫ** — интегралы вида

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \operatorname{Re} z > 0$$

— гамма-функция, или Э. и. второго рода [Л. Эйлер (L. Euler), 1729—30], и вида

$$B(u, v) = \int_0^1 t^{u-1} (1-t)^{v-1} dt, \operatorname{Re} u > 0, \operatorname{Re} v > 0$$

— бета-функция, или Э. и. первого рода [Л. Эйлер, 1730—31, ранее рассматривался также И. Ньютоном (I. Newton) и Дж. Уоллисом (Валлисом) (J. Wallis)].

В области определения  $\Gamma(z)$  является *аналитической функцией*;  $B(u, v)$  аналитична по каждому из аргументов. Э. и. связаны соотношением

$$B(u, v) = \frac{\Gamma(u)\Gamma(v)}{\Gamma(u+v)}. \quad (*)$$

Ф-ция  $\Gamma(z)$  может быть аналитически продолжена на всю плоскость, за исключением точек  $z = -n, n = 0, 1, 2, \dots$ , где она имеет полюсы первого порядка с вычетами  $(-1)^n/n!$ . *Аналитическое продолжение*  $B(u, v)$  может быть получено из (\*).

Э. и. удовлетворяют, в частности, следующим функциональным соотношениям:  $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ ,  $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \pi/\sin \pi z$  (т. н. ф-ла дополнения),  $2^{2z-1}\Gamma(z)\Gamma(z+1/2) = \Gamma(1/2)\Gamma(2z)$  (ф-ла удвоения),  $B(z, 1) = 1/z$ ,  $B(z, 1-z) = \pi/\sin \pi z$ ,  $2^{2z-1}B(z, z) = B(z, 1/2)$ .

Частные значения:  $\Gamma(n+1) = n!$ ,  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ ,  $\Gamma(n+1/2) = (\sqrt{\pi}/2^{2n})(2n)!/n!$ ,  $B(m+1, n+1) = m!n!/(m+n+1)!$  ( $m=0, 1, 2, \dots$ ),  $B(1/2, n/2) = 2(n-2)!/(n-1)!$  (при  $n=2, 4, 6, \dots$ ) и  $B(1/2, n/2) = \pi(n-2)!/(n-1)!$  (при  $n=1, 3, 5, \dots$ ).

Для  $|z| \gg 1$ ,  $|\arg z| \leq \pi - \delta$ ,  $\delta > 0$  справедливо асимптотич. представление

$$\Gamma(z) = \exp\left[\left(z - \frac{1}{2}\right) \ln z - z + \left(\frac{1}{2}\right) \ln 2\pi\right] \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{12z} + \frac{1}{288z^2} - \frac{139}{51840z^3} + O(z^{-4})\right].$$

В приложениях часто используют т. н. формулу Стирлинга:

$$\Gamma(n+1) = n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

Ф-цию  $B(x, y)$  ( $x, y$  — вещественные) можно представить в виде ряда

$$B(x, y) = \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{y(y-1)\dots(y-n)}{n!(x+n)}, \quad y > 0.$$

Интегралы

$$\Gamma(a, z) = \int_z^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt,$$

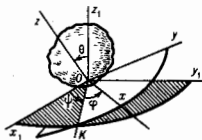
$$B(p, q) = \int_0^1 t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt$$

наз. соответственно неполной гамма-функцией и неполной бета-функцией (см. также *Интегральные функции*).

Лит.: Лебелев Н. Н., Специальные функции и их приложения, 2 изд., М.—Л., 1963; Никифоров А. Ф., Уваров В. Б., Специальные функции математической физики, 2 изд., М., 1984.

**ЭЙЛЕРА УГЛЫ** — три угла  $\varphi$ ,  $\psi$  и  $\theta$ , определяющие положение твердого тела, имеющего неподвижную точку  $O$  (напр., гироскопа), по отношению к неподвижным пря-

моуг. осям  $Ox_1, y_1, z_1$ . Если с телом жестко связать прямоуг. ось  $Ox_2$  (рис.) и обозначить линию пересечения плоскостей  $Ox_1, y_1$  и  $Ox_2$  через  $OK$  (линия узлов), то Э. у. будут: угол собственного вращения  $\varphi = \angle KOx_2$  (угол поворота вокруг оси  $Oz_2$ ), угол прецессии  $\psi = \angle x_1, OK$  (угол поворота вокруг оси  $Oz_1$ ) и угол нутации  $\theta = \angle z_1, Oz_2$  (угол поворота вокруг линии узлов  $OK$ ); положит. направления отсчета углов показаны на рисунке дугами стрелками. Положение тела будет определяться однозначно, если считать углы  $\varphi$  и  $\psi$  изменяющимися от 0 до  $2\pi$ , а угол  $\theta$  — от 0 до  $\pi$ . Э. у.



широко используются в динамике твердого тела, в частности в теории гироскопа и в небесной механике.

**ЭЙЛЕРА УРАВНЕНИЕ** в гидромеханике — дифференц. ур-ние движения идеальной жидкости в переменных Эйлера. Если давление  $p$ , плотность  $\rho$ , проекции скоростей частицы жидкости  $u, v, w$  и проекции действующей объемной силы  $X, Y, Z$  рассматривать как ф-ции координат  $x, y, z$  точек пространства и времени  $t$  (переменные Эйлера), то Э. у. в проекциях на оси прямог. декартовой системы координат принимает вид системы ур-ий:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{\partial p}{\rho \partial x},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = Y - \frac{\partial p}{\rho \partial y},$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = Z - \frac{\partial p}{\rho \partial z}.$$

Решение общей задачи гидромеханики в переменных Эйлера сводится к тому, чтобы, зная  $X, Y, Z$ , а также начальные и граничные условия, определить  $u, v, w, p$ , р как ф-ции  $x, y, z$  и  $t$ . Для этого к Э. у. присоединяют ур-ие неразрывности в переменных Эйлера:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0.$$

В случае баротропной жидкости, у к-рой плотность зависит только от давления, 5-м ур-нием будет ур-ие состояния  $\rho = \rho(p)$  (или  $p = p(\rho)$ , когда жидкость несжимаема).

Э. у. используются при решении разнообразных задач гидромеханики.

Лит.: Лойцянский Л. Г., Механика жидкости и газа, 6 изд., М., 1987. С. М. Тарз.

**ЭЙЛЕРА УРАВНЕНИЯ** в механике твердого тела.

Динамические Э. у. представляют собой дифференц. ур-ия движения твердого тела вокруг неподвижной точки и имеют вид

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= M_x, \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= M_y, \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= M_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_x, I_y, I_z$  — моменты инерции тела относительно гл. осей инерции, проведенных из неподвижной точки;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — проекции мгновенной угл. скорости тела на эти оси;  $M_x, M_y, M_z$  — гл. моменты сил, действующих на тело, относительно тех же осей;  $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$  — производные по времени от  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ .

Кинематические Э. у. дают выражения  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  через Эйлера углы  $\varphi, \psi, \theta$  и имеют вид

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \theta, \\ \omega_y &= \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \theta, \\ \omega_z &= \dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Система ур-ий (1) и (2) — фундамент, зная закон движения тела, определить момент действующих на него сил и на-

оборот, зная действующие на тело силы, определить закон его движения.

Лит.: Бухгольц Н. Н., Основной курс теоретической механики, 6 изд., ч. 2, М., 1972. С. М. Тарг.

**ЭЙЛЕРА ЧИСЛО** — один из подобию критериев движения жидкостей или газов. Характеризует соотношение между силами давления, действующими на элементарный объём жидкости или газа, и инерц. силами. Э. ч.  $Ei = 2(p_2 - p_1)/\rho v^2$  (иногда  $2\rho/\rho v^2$ ), где  $p_2, p_1$  — давления в двух характерных точках нотока (или движущегося в нём тела),  $\rho v^2/2$  — скоростной напор,  $\rho$  — плотности жидкости или газа,  $v$  — скорость течения (или скорости тела). Если при течении жидкости имеет место кавитация, то аналогичный критерий наз. числом кавитации  $\kappa = 2(p_0 - p_v)/\rho v^2$ , где  $p_0$  — характерное давление,  $p_v$  — давление насыщ. паров жидкости. В сжимаемых газовых потоках Э. ч. в форме  $Ei = 2\rho/\rho v^2$  связано с др. критериями подобия — Маха числом  $M$  и отношением укл. теплоёмкостей среды  $\gamma$  — Флора  $Ei = 2/\gamma M^2$ , где  $\gamma = c_p/c_v$  ( $c_p$  — укл. теплоёмкость при пост. давлении,  $c_v$  — укл. теплоёмкость при пост. объёме).

**ЭЙЛЕРА — Д'АЛАМБЕРА ПАРАДОКС** — см. Д'Аламбера — Эйлера парадокс.

**ЭЙЛЕРА — ЛАГРАНЖА УРАВНЕНИЕ** — необходимое условие экстремума в задачах вариационного исчисления, полученное Л. Эйлером в 1744. Впоследствии, используя другой метод, это уравнение вывел Ж. Лагранж (J. Lagrange) в 1759.

Пусть поставлена задача вариацион. исчисления, состоящая в определении экстремума функционала

$$J(x) = \int_{t_1}^{t_2} F(t, x, \dot{x}) dt \quad (1)$$

при известных условиях на концах

$$x(t_1) = x_1, \quad x(t_2) = x_2. \quad (2)$$

И пусть непрерывно дифференцируемая ф-ция  $x(t)$ ,  $t_1 \leq t \leq t_2$ , есть решение задачи (1), (2). Тогда  $x(t)$  удовлетворяет Э.—Л. ур.:

$$F_x - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}} = 0. \quad (3)$$

Ур-ие (3) можно записать в развёрнутом виде:

$$F_x - F_{\dot{x}\dot{x}} - F_{\dot{x}\dot{x}}\dot{x} - F_{\dot{x}\dot{x}}\ddot{x} = 0. \quad (4)$$

Пладкое решение ур-ия (3) [или (4)] наз. экстремалью. Если  $F_{\dot{x}\dot{x}} \neq 0$  в точке  $(t, x)$ , лежащей на экстремали, то в этой точке экстремаль имеет непрерывную 2-ю производную  $\ddot{x}$ . Экстремаль, во всех точках к-рой  $F_{\dot{x}\dot{x}} \neq 0$ , наз. неособенной. Для неособенной экстремали Э.—Л. ур. можно записать в виде, разрешённом относительно 2-й производной  $\ddot{x}$ .

Решение вариацион. задачи (1), (2) необязательно должно быть непрерывно дифференцируемым. В общем случае оптимальное решение  $x(t)$  может быть кусочно дифференцируемой ф-цией. Тогда в угл. точках  $x(t)$  должны выполняться необходимые условия Вейерштрасса—Эрдмана, обеспечивающие непрерывность при переходе через точку выражений  $F_x$  и  $F - \dot{x}F_{\dot{x}}$ , а на отрезках между соседними угл. точками ф-ция  $x(t)$  должна удовлетворять Э.—Л. ур. Кусочно гладкие линии, составленные из кусков экстремалей и удовлетворяющие в угл. точках условиям Вейерштрасса—Эрдмана, наз. ломаными экстремальями.

В общем случае дифференциальное Э.—Л. ур. является ур-нем 2-го порядка и, следовательно, его общее решение зависит от двух произвольных постоянных  $c_1$  и  $c_2$ :

$$x = f(t, c_1, c_2).$$

Эти произвольные постоянные можно определить из граничных условий (2):

$$\begin{cases} f(t_1, c_1, c_2) = x_1, \\ f(t_2, c_1, c_2) = x_2. \end{cases} \quad (5)$$

Если рассматривается функционал, зависящий от неск. ф-ций,

$$J(x^1, \dots, x^n) = \int_{t_1}^{t_2} F(t, x^1, \dots, x^n, \dot{x}^1, \dots, \dot{x}^n) dt, \quad (6)$$

то вместо одного Э.—Л. ур. приходят к системе  $n$  Э.—Л. ур.:

$$F_{x^i} - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}^i} = 0, \quad i=1, \dots, n. \quad (7)$$

Общее решение системы (7) зависит от  $2n$  произвольных постоянных, к-рые определяются из заданных  $2n$  граничных условий (для задачи с закреплёнными концами).

В случае вариацион. задач с подвижными концами, в к-рых левый и правый концы экстремали могут смешаться по нек-рым заданным гиперповерхностям, недостающие граничные условия, позволяющие получить замкнутую систему соотношений типа (5), определяются с помощью необходимого условия трансверсальности. Для простейшей задачи типа (1), в к-рой точка

$$(t_1, x(t_1)), \quad t_2, x(t_2)) = (t_1, x_1, t_2, x_2)$$

не фиксируется, а может принадлежать нек-рому множеству, условие трансверсальности записывается в виде

$$[F - \dot{x}F_{\dot{x}}]dt + F_{\dot{x}}dx_1^2 = 0; \quad (8)$$

оно должно выполняться при любых значениях дифференциалов  $dt_1, dx_1, dt_2, dx_2$ , удовлетворяющих проварьированным граничным условиям. Если левый и правый концы экстремали могут смешаться вдоль заданных линий  $x = \varphi_1(t)$  и  $x = \varphi_2(t)$ , то в силу условий

$$dx_1 = \dot{\varphi}_1(t)dt_1, \quad dx_2 = \dot{\varphi}_2(t)dt_2$$

и независимости вариаций  $dt_1$  и  $dt_2$  из (8) получают

$$\begin{cases} F(t_1, x_1, \dot{x}_1) + [\dot{\varphi}_1(t_1) - \dot{x}_1] F_{\dot{x}}(t_1, x_1, \dot{x}_1) = 0, \\ F(t_2, x_2, \dot{x}_2) + [\dot{\varphi}_2(t_2) - \dot{x}_2] F_{\dot{x}}(t_2, x_2, \dot{x}_2) = 0. \end{cases}$$

Если уравнения линий, вдоль к-рых смешаются левый и правый концы экстремали, заданы в неявном виде  $\omega_1(t, x) = 0$  и  $\omega_2(t, x) = 0$ , то условие трансверсальности записывается так:

$$\begin{cases} \frac{F - \dot{x}F_{\dot{x}}}{\omega_{11}} = \frac{F_x}{\omega_{1x}} & \text{на левом конце,} \\ \frac{F - \dot{x}F_{\dot{x}}}{\omega_{21}} = \frac{F_x}{\omega_{2x}} & \text{на правом конце.} \end{cases}$$

Если на один из концов экстремали не наложено никаких ограничений, то на этом конце в силу независимости соответствующих концевых вариаций  $dt$  и  $dx$  условие трансверсальности принимает вид

$$F = 0, \quad F_x = 0.$$

Для функционалов, содержащих производные высших порядков [а не только 1-го, как (1), (6)], необходимо условие, аналогичное Э.—Л. ур., записывается в виде дифференциал. ур-ия Эйлера—Пуассона (см. [1]).

Для вариацион. задач, в к-рых разыскивается экстремум функционалов, зависящих от ф-ций неск. переменных, аналогичное необходимое условие записывается в виде ур-ия Эйлера—Остроградского, представляющего собой дифференциал. ур-ие с частными производными (см. [2]).

В случае вариацион. задач на условный экстремум полученные системы Э.—Л. ур. связано с использованием множителей Лагранжа. Напр., для т.и. задачи Больца, в к-рой требуется найти экстремум функционала, зависящего от  $n$  ф-ций  $x = (x^1, \dots, x^n)$ ,

$$J(x) = \int_{t_1}^{t_2} f(t, x, \dot{x}) dt + g(t_1, x(t_1), t_2, x(t_2)) \quad (9)$$

при наличии дифференциального уравнения типа равенств

$$\varphi_i(t, x, \dot{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad m < n, \quad (10)$$

и граничных условий

$$\Psi_p(t_1, x(t_1), t_2, x(t_2)) = 0, \quad \mu = 1, \dots, p, \quad p \leq 2n + 2, \quad (11)$$

с помощью множителей Лагранжа  $\lambda_0$  и  $\lambda_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , из  $f$  и  $\varphi$ , составляется функция

$$F(t, x, \dot{x}, \lambda) = \lambda_0 f(t, x, \dot{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i(t) \varphi_i(t, x, \dot{x})$$

и Э.—Л. у. записываются в виде

$$\begin{cases} F_{\lambda_i} - \frac{d}{dt} F_{\dot{\lambda}_i} \equiv \varphi_i(t, x, \dot{x}) = 0, & i = 1, \dots, m, \\ F_{x^i} - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}^i} = 0, & i = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (12)$$

Т. о., оптимальное решение вариационной задачи (9)—(11) должно удовлетворять системе (12), причём первые  $m$  из этих уравнений совпадают с заданными условиями связи (10). Используя дополнительно необходимые условия трансверсальности, получают замкнутую краевую задачу для определения решения вариационной задачи (9)—(11).

Помимо Э.—Л. у. и условий трансверсальности оптимальное решение вариационной задачи должно удовлетворять и др. необходимым условиям [условию Клебша (Лежандра), условию Вейерштрасса и условию Якоби].

Лит.: 1) Ахизер Н. И., Лекции по вариационному исчислению, М., 1955; 2) Лаврентьев М. А., Лостерик Л. А., Курс вариационного исчисления, 2 изд., М.—Л., 1950.

И. В. Ваньковский.

**ЭЙНШТЕЙН** (Э. Е.)—единица энергии (или кол-ва фотонов), применяемая иногда в фотохимии. Названа в честь А. Эйнштейна (А. Einstein). 1 Э.—суммарная энергия квантов монохроматического излучения, число к-рых равно *Авогадро постоянной*. Размер единицы зависит от длины волны (частоты) излучения.

**ЭЙНШТЕЙНА ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ**—см. Тяготение.

**ЭЙНШТЕЙНА КОЭФФИЦИЕНТЫ**—коэф., характеризующие вероятности излучательных *квантовых переходов*. Введены А. Эйнштейном в 1916 при рассмотрении теории излучения и поглощения излучения атомами и молекулами на основе представления о фотонах; при этом им впервые была высказана идея существования *вынужденного испускания*. Вероятности *спонтанного испускания*, поглощения и вынужденного испускания характеризуются соответственно коэф.  $A_{ik}$ ,  $B_{ik}$  и  $B_{ki}$  (индексы указывают на направление перехода между верх.  $k$ -й и ниж.  $i$ -й уровнями энергии). Эйнштейн одновременно дал вывод *Планка закона излучения* путём рассмотрения термодинамического равновесия вещества и излучения и получил соотношения между Э. к. см. *Тепловое излучение*.

Лит.: Эйнштейн А., Испускание и поглощение излучения от квантовой теории, в его кн.: Собр. науч. трудов, т. 3, М., 1966, с. 386; сг о ж, К квантовой теории излучения, там же, с. 393.

М. А. Ельшицев.

**ЭЙНШТЕЙНА МОДЕЛЬ Твёрдого тела**—исторически первая модель, объясняющая отклонение теплоёмкости твёрдых тел от *Дюлонга и Пти закона* при низких темп-рах. Согласно Э. м., тепловые свойства кристаллических, состоящих из  $N$  атомов, можно трактовать как свойства системы из  $3N$  независимых одномерных гармонич. осцилляторов, имеющих одну и ту же собств. частоту  $\omega$ . Энергия осциллятора может принимать значения  $\epsilon_n = (n + 1/2)h\omega$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). Ср. значение энергии осциллятора равно

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n \exp(-\epsilon_n/kT)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\epsilon_n/kT)} = \frac{h\omega}{\exp(h\omega/kT) - 1} + \frac{h\omega}{2}, \quad (1)$$

откуда теплоёмкость

$$C = \frac{\partial(3N\bar{\epsilon})}{\partial T} = 3Nk \left(\frac{\theta_D}{T}\right)^2 \frac{\exp(\theta_D/T)}{[\exp(\theta_D/T) - 1]^2}. \quad (2)$$

Здесь  $T$ —абс. темп-ра,  $\theta_D = h\omega/k$ —эфф. величина, называемая температурой Эйнштейна. Для большинства твёрдых тел  $\theta_D$  лежит в интервале 100—300 К.

При высоких темп-рах ( $T \gg \theta_D$ ) (2) переходит в закон Дюлонга и Пти. Э. м. предсказывает уменьшение теплоёмкости при понижении темп-ры, что качественно согласуется с экспериментом. Однако предсказываемая Э. м. экспоненц. зависимость теплоёмкости от темп-ры в области низких темп-р ( $T < \theta_D$ )

$$C = 3Nk(\theta_D/T)^2 \exp(-\theta_D/T)$$

для большинства твёрдых тел экспериментом не подтверждается, что связано с чрезмерно упрощённым предположением о равенстве частот всех осцилляторов. Это предположение устраняется в *Дебай теории* твёрдого тела. В то же время Э. м. по порядку величин правильно описывает вклад, вносимый в теплоёмкость оптич. *фононами*, у к-рых имеется щель в спектре, а частота слабо зависит от направления вектора, что особенно существенно для кристаллических решёток с полнотомным базисом (более 1 атома в элементарной ячейке).

Лит.: Киттель Ч., Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978.

**ЭЙНШТЕЙНА СООТНОШЕНИЕ**—устанавливает связь между подвижностью  $\mu$  носителей заряда  $e$  и их коэф. диффузии  $D$ :

$$\mu = eD/kT. \quad (1)$$

Э. с. написано в 1905 при построении теории *броуновского движения* А. Эйнштейном и М. Смолуховским (M. Smoluchowski). Ур-ние движения для частицы массы  $m$  имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} = F(t), \quad (2)$$

где  $\gamma$ —коэф. трения,  $F(t)$ —случайная сила. Помножив (2) на  $x$  и усреднив по частицам, учитывая, что  $x\overline{F(t)} = 0$ , а  $m \overline{(dx/dt)^2} = kT$  (принцип равного распределения энергии по всем степеням свободы), получаем ур-ние

$$m \frac{d^2\overline{x^2}}{dt^2} + \gamma \frac{d\overline{x^2}}{dt} = 2kT. \quad (3)$$

Интегрируя ур-ние (3) дважды, при  $x|_{t=0} = 0$  находим, что при  $t \gg m/\gamma$   $\overline{x^2} = 2kTt/\gamma$ , и сравнивая с определением коэф. диффузии  $\overline{x^2} = 2Dt$ , приходим к выражению  $D = kT/\gamma$ . Учтя, что  $\mu = e/\gamma$ , получаем (1).

Э. с. справедливо для классич. систем, находящихся в термодинамическом равновесии. Для квантовых систем взаимодействующих частиц вместо (1) следует написать

$$\sigma_{ik} = \Delta n^2 \epsilon^2 D_{ik}, \quad (4)$$

где  $\Delta n^2$ —ср. флуктуация плотности числа частиц, а  $\sigma_{ik}$  и  $D_{ik}$ —симметричные компоненты тензоров проводимости и коэф. диффузии. Э. с. является исторически первым примером флуктуационно-диссипативного соотношения (см. *Флуктуационно-диссипативная теорема, Найквиста формула*).

Лит.: Кубо Р., Некоторые вопросы статистическо-механической теории необратимых процессов, в кн.: Термодинамика необратимых процессов, пер. с англ., М., 1962; Ансельми А. И., Основы статистической физики и термодинамики, М., 1973.

А. Ю. Матусис.

**ЭЙНШТЕЙНА ТЕМПЕРАТУРА**—характеристич. темп-ра в *Эйнштейна модели* твёрдого тела.

**ЭЙНШТЕЙНА—ДЕ ХААЗА ЭФФЕКТ** (Эйнштейна—де Хаазы—Ричардсона эффект)—одно из *магнетомеханических явлений*, в к-рых проявляется связь между собственным механич. и магн. моментами микрочастиц (в частности, атомов). На существование такой связи, лежащей

в основе эффекта, указал О. Ричардсон (O. Richardson, 1908). Эффект обнаружен и теоретически объяснен А. Эйнштейном и В. де Хаазом (W. de Haas) в 1915 и состоит в том, что тело при намагничивании вдоль некой оси приобретает относительно неё механич. момент, пропорциональный намагниченности.

**ЭЙНШТЕЙНА—ПОДОЛЬСКОГО—РОЗЕНА ПАРАДОКС** (парадокс ЭПР)—логич. ситуация, возникающая при анализе мысленного эксперимента, предложенного в 1935 А. Эйнштейном, Б. Подольским (B. Podolsky) и Н. Розеном (N. Rosen) с целью разграничения двух возможных интерпретаций волновой функции в квантовой механике: статистическая интерпретация (Эйнштейн)—волновая функция даёт вероятностное описание ансамбля тождеств микросистем (квантового статистического ансамбля); копенгагенская интерпретация (Н. Бор)—волновая функция даёт вероятностное описание индивидуальной микросистемы. В соответствии с первым утверждением выводы квантовой механики нельзя относить к индивидуальной микросистеме, поскольку она носит статистич. характер, второе—предполагает, что волновая функция даёт максимально полное описание индивидуального микропроцесса и такое описание не может быть детерминированным. На опыте обе эти позиции неразличимы, т. к. вероятностные предсказания могут быть проверены только в результате статистич. обработки серии наблюдений.

Цель предложенного мысленного эксперимента—отделить измерение с индивидуальным наблюдательным актом, что могло бы привести к противорочию, указывающему на неполноту квантовомеханич. описания. Предварительно были приняты два условия:

1) для полноты некой-рой физ. теории необходимо, чтобы каждый элемент физ. реальности имел соответствие в теории;

2) если, не возмущая систему, можно с определённой (т. е. с вероятностью, как угодно близкой к единице) предсказать значение некой-рой физ. величины, то существует элемент физ. реальности, отвечающий этой величине.

Чтобы пояснить ход рассуждений авторов парадокса ЭПР, рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть неподвижная метастабильная частица с нулевым спином распадается на две разл. частицы со спином  $1/2$  (напр., электрон и позитрон). Пронуская частицу 1 (электрон) через установку Штерна—Герлаха (см. Штерна—Герлаха опыт), можно определить проекцию её спина  $S_{1z}$  на направление  $z$  магн. поля в установке. Если она положительна, то для второй частицы (позитрона) соответствующая проекция спина  $S_{2z}$  должна быть отрицательна, т. к. полный спин системы сохраняется. Т. о., значение  $S_{2z}$  можно установить, не воздействуя на частицу 2. Согласно условию 2, существует элемент физ. реальности, отвечающий проекции спина  $S_{2z}$ .

В то же время, если магн. поле в установке Штерна—Герлаха было бы ориентировано вдоль осей  $x$ , то установившему с помощью приведенного рассуждения значению проекции  $S_{2z}$  тоже отвечал бы элемент физ. реальности. Однако наблюдаемые  $S_x$  и  $S_y$  несовместны, т. е. не могут быть измерены одновременно, т. к. соответствующие операторы не коммутируют:  $[S_x, S_y] = iS_z \neq 0$ . Отсюда, согласно условию 1, делается вывод о неполноте квантовой механики, т. к. паре элементов физ. реальности  $\{S_{2z}, S_{2x}\}$  нет соответствия в теории.

Этот вывод, однако, неправилен, т. к. измерения наблюдаемых типа  $S_x$  и  $S_y$  требуют взаимно исключающих эксперим. установок (см. Дополнительности принцип). Фактически предложенное рассмотрение допускало дополнит. гипотезу: если  $A$  и  $B$  по отдельности—элементы реальности, то пара  $\{A, B\}$ —также элемент реальности, что не всегда справедливо.

Парадокс ЭПР, несмотря на ошибочность заключений, поставил новые вопросы, ответы на к-рые, возможно, будут получены лишь в будущей теории микромира. В частности, если пара  $\{A, B\}$  не есть элемент физ. реальности (в

силу несоместности наблюдаемых  $A$  и  $B$ ), то, возможно, это объясняется тем, что существуют какие-то дополнит. (ненаблюдаемые) переменные  $\lambda$  (скрытые параметры), к-рые не описываются квантовой теорией и фиксации к-рых позволят получить более детальную картину мира. В таком случае на более глубоком, субквантовом, уровне описание могло бы быть детерминированным, а квантовое описание должно восстанавливаться после усреднения по скрытым параметрам, т. е. средние значения в такой теории должны совпадать с квантовыми средними. Анализ этой проблемы привёл Дж. Белла (J. Bell) в 1964 к выводу о существовании нелокальной природе теорий со скрытыми параметрами (см. Белла неравенства), что, в свою очередь, поставило новые вопросы, требующие разрешения.

Лит.: Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. 3, М., 1966; Бор Н. Атомная физика и математическое познание, пер. с англ., М., 1961; Фой Неймай Дж. Математические основы квантовой механики, пер. с нем., М., 1964; Майндельштам Л. И., Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике, М., 1972; Салбергер А., Квантовая механика и физика элементарных частиц, пер. с англ., М., 1989; Философские исследования оснований квантовой механики (К 25-летию неравенств Белла), М., 1990; Рыбаков Ю. П., Терлецкий Я. П., Квантовая механика, М., 1991; Дискуссионные вопросы квантовой физики. Памяти В. В. Куришкина, М., 1993; см. также лит. при ст. Белла неравенства.

Ю. П. Рыбаков.

**ЭЙНШТЕЙНА—ФӨККЕРА—ПЛАНКА УРАВНЕНИЕ**—то же, что Фоккера—Планка уравнение.

**ЭЙНШТЕЙНИЙ** (лат. Einsteinium), Es,—радиоакт. хим. элемент III группы периодич. системы элементов, ат. номер 99, относится к тяжелым актиноидам (т. н. трансплутониевым элементам). Известны изотопы Э. с массовыми числами 245—256, все они радиоактивны. Наиб. устойчивы  $^{254}\text{Es}$  ( $\alpha$ -распад и спонтанное деление,  $T_{1/2} = 275,7$  сут). Для исследования наиб. доступен  $^{253}\text{Es}$  ( $\alpha$ -распад и спонтанное деление,  $T_{1/2} = 20,47$  сут). Открыт в 1952 А. Гиорсо (A. Ghiorso), С. Томпсоном (S. G. Thompson) и Г. Хингисом (G. H. Niggiss), назван в честь А. Эйнштейна.

Конфигурация внеш. электронных оболочек  $5s^2 p^6 d^{10} f^{10} 6s^2 6p^6 7s^2$  (предположительно). Энергии последоват. ионизаций: 6,8; 12,6 и 22,1 эВ. Металлич. Э. получают восстановлением фторида  $\text{EsF}_3$  парам Li. По оценке,  $t_{\text{мг}}$  металлич. Э. 860 °С. Кристаллич. структура кубическая гранецентрированная. В хим. соединениях проявляет степени окисления +3 (как и др. актиноиды) и +2 (редко). Мишени, содержащие Э., используют для искусств. синтеза более тяжелых хим. элементов. С. С. Бердосов.

**ЭЙРИ ФУНКЦИЯ**—частное решение ур-ния

$$y'' - xy = 0, \quad (1)$$

возникающего во многих задачах оптики, радиофизики, квантовой механики и т. п. Общее решение (1) может быть выражено через модифицированные функции Бесселя (см. Цилиндрические функции)

$$y = \sqrt{x} \left[ c_1 I_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) + c_2 I_{-1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \right].$$

Однако обычно вводят частные решения ур-ния (1) в виде

$$A i(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} x \left[ I_{-1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) - I_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \right] = \\ = \frac{1}{\pi \sqrt{3}} K_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right),$$

$$B i(x) = \sqrt{\frac{x}{3}} \left[ I_{-1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) + I_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \right],$$

наз. соответственно Э. ф. первого и второго рода. Т. о., общее решение (1) может быть представлено в эквивалентной форме

$$y = c_1 A i(x) + c_2 B i(x).$$

Соответственно, общее решение уравнения  $y'' + xy = 0$  имеет вид

$$y = c_1 A i(-x) + c_2 B i(-x),$$

где

$$A i(-x) = \frac{1}{3} \sqrt{x} \left[ J_{-1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) + J_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \right],$$

$$B i(-x) = \sqrt{\frac{x}{3}} \left[ J_{-1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) - J_{1/3} \left( \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \right].$$

Асимптотика для больших значений аргумента:

$$A i(x) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi}} x^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3} x^{3/2}\right), \quad x \rightarrow \infty;$$

$$B i(x) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} x^{-1/4} \exp\left(\frac{2}{3} x^{3/2}\right), \quad x \rightarrow \infty.$$

Лит. см. при ст. *Цилиндрические функции*. А. Ф. Никифоров.

**ЭЙХЕНВАЛЬДА ОПЫТ** в электродинамике движущихся сред — доказал точными измерениями (1903), что копейки, ток свободных зарядов на движущемся проводнике (см. *Роуланда опыт*) и ток связанных зарядов, возникающий при движении наэлектризованного диэлектрика (см. *Рентгена опыт*), приводят к появлению магн. поля точно так же, как ток проводимости в покоящемся проводнике, т. е. поляризованный немагн. диэлектрик при движении становится намагнитным.

Согласно электронной теории Лоренца, в Максвелла уравнения для медленно движущихся со скоростью  $u$  ( $u \ll c$ ) сред

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{полн.}},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \rho_{\text{полн.}}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

( $\mathbf{E}$  — напряжённость электрич. поля,  $\mathbf{B}$  — магн. индукция) входят полные плотности заряда  $\rho_{\text{полн.}} = \rho_{\text{своб.}} + \rho_{\text{связ.}}$  и плотность тока

$$\mathbf{j}_{\text{полн.}} = \mathbf{j}_{\text{прояв.}} + \mathbf{j}_{\text{поляр.}} + \mathbf{j}_{\text{своб.}} + \mathbf{j}_{\text{связ.}} \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{j}_{\text{прояв.}}$  — ток проводимости в покоящемся проводнике,  $\mathbf{j}_{\text{поляр.}} = \mathbf{P}^{(0)}/\partial t$  — ток поляризации, определяемый изменением во времени поляризации  $\mathbf{P}^{(0)} = (\epsilon - 1)E/4\pi$  покоящейся среды с диэлектрич. проницаемостью  $\epsilon$ ,  $\mathbf{j}_{\text{своб.}} = \rho_{\text{своб.}} \mathbf{u}$  — ток переноса свободных зарядов плотностью  $\rho_{\text{своб.}}$  со скоростью движения среды  $\mathbf{u}$  (копейки, ток Роуланда),  $\mathbf{j}_{\text{связ.}} = \rho_{\text{связ.}} \mathbf{u}$  при  $\rho_{\text{связ.}} = -\operatorname{div} \mathbf{P}^{(0)}$  — ток связанных зарядов плотностью  $\rho_{\text{связ.}}$ , переносимых со скоростью  $\mathbf{u}$  (ток Рентгена). Ур-ния (1) с выражениями для плотностей токов (2) полностью эквивалентны релятивистски инвариантным ур-ням Максвелла — Минковского (см. *Электродинамика движущихся сред*), в  $D$  и  $\mathbf{H}$  связь электрич. индукции  $\mathbf{D}$  и напряжённости магн. поля  $\mathbf{H}$  с  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  при малой скорости  $\mathbf{u}$  ( $u \ll c$ ) перемещения немагн. (магн. проницаемость  $\mu = 1$ ) среды имеет вид

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}_{\text{полн.}}; \quad \mathbf{P}_{\text{полн.}} \approx \mathbf{P}^{(0)} + \frac{\epsilon - 1}{4\pi} [\mathbf{v} \mathbf{B}];$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}_{\text{полн.}}; \quad \mathbf{M}_{\text{полн.}} \approx -[\mathbf{P}^{(0)}] \quad (3)$$

( $\mathbf{M}_{\text{полн.}}$  — намагнитченность,  $\mathbf{v} = \mathbf{u}/c$ ), а плотность тока  $\mathbf{j}_{\text{внеш.}}$  внеш. источников в такой движущейся среде равна

$$\mathbf{j}_{\text{внеш.}} = \mathbf{j}_{\text{прояв.}} + \mathbf{j}_{\text{своб.}} \quad (4)$$

Если подставить выражения (3) и (4) в релятивистски инвариантные ур-ния Максвелла в среде, то получится ур-ния (1) электронной теории Лоренца, в  $K$ -рых полный ток имеет вид (2). Суть опытов Эйхенвальда состояла в эксперим. проверке правильности выражений для всех токов, входящих в равенство (2).

Схема опыта такова: диэлектрич. диск (толщиной  $d$ ) с диэлектрич. проницаемостью  $\epsilon$  вращается между двумя кольцевыми соосными диску обкладками конденсатора (шириной  $b$ ); обкладки конденсатора, имеющие разрез,

подключаются к батарее с напряжением  $U_0$  и могут вращаться вокруг общей оси независимо от диэлектрич. диска. Опыты состояли в поочередном вращении обкладок конденсатора или диска, в сравнении магн. действия всех видов токов, входящих в выражение (2), и в эксперим. доказательстве их эквивалентности.

В отсутствие диэлектрика на обкладках заряд конденсатора образует поверхностный заряд плотностью  $\sigma_{\text{своб.}}^{(0)} = U_0/4\pi d$ ; при вращении обкладок со скоростью  $\omega$  этот заряд создаёт конектик ток  $\mathbf{j}_{\text{своб.}}^{(0)} = b \omega \sigma_{\text{своб.}}^{(0)}$  (ток Роуланда). Если же между обкладками находится диэлектрич. диск, то  $\sigma_{\text{своб.}} = \epsilon U_0/4\pi d$ , а поверхностная плотность индуцированных на диэлектрике зарядов равна  $\sigma_{\text{связ.}} = -(\epsilon - 1)U_0/4\pi d$ . При вращении диэлектрич. диска между поковыми обкладками возникает ток  $\mathbf{j}_{\text{связ.}} = b \omega \sigma_{\text{связ.}} = -b(\epsilon - 1)U_0 \omega / 4\pi d$  (ток Рентгена), вызванный тем, что движущийся поляризованный диэлектрич. диск намагничивается в радиальном направлении; величина его магн. момента  $\mathbf{M} = \mathbf{j}_{\text{связ.}} b$ . При вращении всей системы в целом полный ток  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{своб.}} + \mathbf{j}_{\text{связ.}} = b \omega U_0 / 4\pi d$  не зависит от диэлектрич. проницаемости диска; это подтверждает справедливость осн. принципов теории относительности применительно к движущимся средам.

В Э. о. был также измерен ток поляризации  $\mathbf{j}_{\text{поляр.}}$  входящий в выражение (2). Если одну из обкладок замкнуть, а другую разделить дополнит. щелью на два полукольца, к  $K$ -рым подключить два разных полюса батареи, то при вращении диска диэлектрик будет половиной оборота находиться в поле одного знака, а другую половиной оборота — в поле противоположного знака. Такая схема опыта позволила скомпенсировать ток Рентгена и наблюдать ток поляризации, обусловленный изменением во времени поляризации вращающегося диска от  $(+P)$  до  $(-P)$ .

Лит. Тамм И. Е., Основы теории электричества, 10 изд., М., 1969; Беккер Р. Р., Теория электричества, 2 изд., г. 2. Электронная теория, 1941; Фраунгофурт У. И., Связь между общей теорией относительности, М., 1968; Болотовский Б. М., Столяров С. Н., Поля источников излучения в движущихся средах, в кн.: Эйнштейновский сб. 1978—1979, М., 1983, с. 173; Меероувич Э. А., Методы релятивистской электродинамики в электротехнике и электронике, М., 1987. С. Н. Столяров.

**ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ДОЗА** — см. в ст. *Доза*.

**ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПРИНЦИП** — аналогия между свободным движением тел, наблюдаемым в инерциальной системе отсчёта, и движением тел в поле тяготения. Ускорение тела в обоих случаях не зависит от его массы и др. свойств, так что все тела при одинаковых нач. условиях движутся одинаковым образом. В этом смысле всякое гравитат. поле в малой области пространства эквивалентно нек-рой инерциальной системе отсчёта. Э. п. сыграл фундам. эвристич. роль при создании общей относительности теории (см. также *Тяготение*).

Л. П. Питаевский.

**ЭКЗОСФЕРА** (сфера рассеяния) — внешний, наиб. разрежённый слой верх. атмосферы Земли (см. *Атмосфера верхняя*), в  $K$ -ром днавы свободного пробга частиц так велики, что они могут диссипировать (рассеиваться) в межпланетное пространство, если их тепловая скорость превышает параболическую (вторую космическую) —  $v_d$ . Вблизи основания Э.  $v_d \approx 11$  км/с. Быстрее всего диссипируют атомы N и He; скорость диссипации увеличивается с ростом темп-ры. Рассеяние частиц компенсируется их поступлением в Э. снизу из термосферы.

В зависимости от абс. величин и направлений скоростей, приобретённых диссипирующими частицами при их последнем соударении с др. частицами, они могут двигаться по параболич., гиперболич. или эллиптич. траекториям. При движении по эллиптич. орбитам частицы возвращаются в Э., а при др. типах траекторий — уходят в космос. Ниж. граница Э. в период пониженной солнечной активности находится на высоте  $\approx 450$ —500 км, а в период повышенной — до 750 км. Верх. граница Э. (т. п. геокорона) отстоит от Земли на неск. тысяч км (ниже геокорона наз. всю Э.).

Средняя плотность вблизи основания Э.  $\sim 10^{-15}$ — $10^{-16}$  г/см<sup>3</sup>, причём над освещённой Солнцем (дневной) стороной Земли она в неск. раз выше, чем над неосвещённой (ночной). Под действием космич. лучей, УФ- и рентг. излучения Солнца атм. газы в Э. ионизируются. У начала Э. отношение концентраций заряженных и нейтральных частиц близко к 1, а в верх. половине Э. газ почти полностью ионизован. Ионизованные частицы могут длительное время удерживаться магн. полем Земли, тогда как время нахождения внутри Э. нейтральных атомов Н и Не ограничено фотоионизацией. Нижняя и средняя части Э. в осн. состоят из атомов О, Н и Не; с увеличением высоты быстро растёт относит. концентрация лёгких газов. При низком уровне солнечной активности Э. выше 1500—2000 км почти полностью состоит из ионов Н, а при высоком — из ионов Не и Н. В зависимости от уровня солнечной активности газокинетич. темп-ра Э.  $\approx 1500$ —3000 К (чем выше активность, тем выше темп-ра); темп-ра слабо растёт с высотой.

Лит.: Атмосфера. Справочные данные, модели, [под ред. Ю. С. Седунова и др.], Л., 1991. С. М. Шматер.

**ЭКЗОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ** — искусственное электронов холодной металлы. поверхность при механич. воздействии на неё и растрескивании. Открыта нем. физиком И. Крамером (I. Kramer) в 40-х гг. 20 в. Одно из объяснений Э. э. состоит в том, что энергия, необходимая для вылета электронов из металла, освобождается при переходе атома из слабо связанного состояния в более сильно связанное состояние на поверхности. Э. э. используется как показатель радиац. повреждения или радиац. облучения, а также при исследовании развития трещин в твёрдых телах, особенно по мере появления усталости, а также для изучения адсорбции и хим. реакций на поверхности твёрдых тел.

Лит.: Рабинович Э., Экзоэлектроны, пер. с англ., «УФН», 1979, т. 127, в. 1, с. 163.

**ЭКРАНИРОВАНИЕ ПОЛЯ ЗАРЯДА** — см. Дебаевский радиус экранирования.

**ЭКСА...** (от греч. хέξ — шесть, здесь — шестая степень тысячи) — приставка для образования наименований единиц, кратных  $10^{18}$  исходных единиц. Обозначается Э, Е; напр., 1 Эм =  $10^{18}$  м ≈ 100 световых лет.

**ЭКСЕРГИЯ** — термодинамич. ф-ция, определяющая работоспособность массы в поточной системе; макс. кол-во работы, к-рое может быть получено от поточной системы в обратимом переходе её из исходного состояния в состояние равновесия с окружающей средой, имющей пост. темп-ру  $T_0$ , энтропийно  $H_0$  и энтропийно  $S_0$  (при отсутствии др. источников теплоты, кроме окружающей среды). Э. является ф-цией состояния и определяется приращением энтропии  $H$  и энтропии  $S$ ; она равна

$$\mathcal{E} = (H - H_0) - T_0(S - S_0),$$

где  $H - H_0$  и  $S - S_0$  соответственно приращение энтропии и энтропии.

Для описания превращения подводящей в системе теплоты в работу иногда используют понятие Э. теплоты,  $\mathcal{E}_Q$ . Если в соответствующем термодинамич. цикле отвод теплоты  $Q$  происходит при темп-ре окружающей среды  $T_0 = \text{const}$ , то  $\mathcal{E}_Q$  определяется как площадь цикла в  $T - S$ -диаграмме:

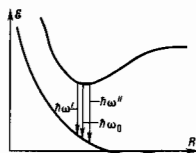
$$\mathcal{E}_Q = \int (1 - T_0/T) \delta Q.$$

Э. теплоты зависит от характера процесса подвода теплоты и, следовательно, не является ф-цией состояния.

Лит.: Исаев С. И., Курс химической термодинамики, М., 1975. Д. Н. Зубарев.

**ЭКСИМЕРНЫЙ ЛАЗЕР** — газовый лазер, работающий на электронных переходах эксимерных молекул (молекул, существующих только в электронно-возбуждённом состоянии). Зависимость потенц. энергии взаимодействия атомов эксимерной молекулы, находящейся в основном электронном состоянии, от межъядерного расстояния является монотонно спадающей ф-цией, что отвечает оттал-

киванию ядер. Для возбуждённого электронного состояния, являющегося верх. уровнем лазерного перехода, такая зависимость имеет минимум, определяющий возможность существования самой эксимерной молекулы (рис.). Время жизни возбуждённой эксимерной молекулы ограничено



Зависимость энергии  $\epsilon$  эксимерной молекулы от расстояния  $R$  между составляющими её атомами  $X$  и  $Y$ ; верхняя кривая — для верхнего лазерного уровня, нижняя кривая — для нижнего лазерного уровня. Значения  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_0^*$  и  $\epsilon_0\delta$  соответствуют центру линии усиления активной среды, её красной и фиолетовой границам.

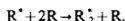
временем её радиац. распада. Поскольку ниж. состояние лазерного перехода в Э. л. опускается в результате разбёта атомов эксимерной молекулы, характерное время к-рого ( $10^{-13}$ — $10^{-12}$  с) значительно меньше времени радиац. уничтожения верх. состояния лазерного перехода, газ, содержащий эксимерные молекулы, является активной средой с усилением на переходе между возбуждёнными связанными и основным разлётным терминами эксимерной молекулы.

Основу активной среды Э. л. составляют обычно двухатомные эксимерные молекулы — короткоживущие соединения атомов инертных газов друг с другом, с галогенами или с кислородом. Длина волны излучения Э. л. лежит в видимой или ближней УФ-области спектра. Ширина линии усиления лазерного перехода Э. л. аномально велика, что связано с разлётным характером нижнего термина перехода. Характерные значения параметров лазерных переходов для нар. распространённых Э. л. представлены в таблице.

Параметры эксимерных лазеров

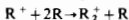
Эксимерная молекула	Длина волны в центре линии перехода, нм	Ширина линии усиления, нм
Ar <sub>2</sub>	126,1	8
Kr <sub>2</sub>	146,7	14
Xe <sub>2</sub>	172,0	20
ArF(B-X)	193,3	7
KrCl(B-X)	222,0	7
KrF(B-X)	248,4	15
XeBr(B-X)	281,8	1,0
XcCl(B-X)	308,0	12
XeF(B-X)	351,1	25
XeF(C-A)	485	100
KrO	540	25,0
KrO	558	1,5
ArO	558	4,0

Оптимальные параметры активной среды Э. л. соответствуют оптимальным условиям образования эксимерных молекул. Наиб. благоприятные условия для образования димеров инертных газов  $R_2$  соответствуют диапазону давлений 10—30 атм, когда происходит интенсивное образование таких молекул при тройных столкновениях с участием возбуждённых атомов:

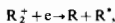


При столь высоких давлениях наиболее эфф. способ введения энергии накачки в активную среду лазера связан с пропусканьем через газ пучка быстрых электронов, к-рые теряют энергию преим. на ионизацию атомов газа. Конвер-

сия атомных ионов в молекулярные

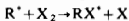


и последующая диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов

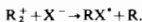


сопровождающаяся образованием возбужденных атомов инертного газа, обеспечивают возможность эфф. преобразования энергии пучка быстрых электронов в энергию эксимерных молекул  $R_2^+$ . Лазеры на димерах инертных газов характеризуются кпд  $\sim 1\%$ . Осн. недостатком лазеров данного типа является чрезвычайно высокое значение уд. порогового энерговклада, что связано с малой длиной волны лазерного перехода и значит. шириной линии усиления. Это накладывает высокие требования на характеристики электронного пучка, используемого в качестве источника накачки лазера, и ограничивает значения выходной энергии лазерного излучения на уровне долей Дж (в импульсе) при частоте повторения импульсов не выше неск. Гц. Дальнейшее увеличение выходных характеристик лазеров на димерах инертных газов зависит от развития техники электронных ускорителей с длительностью импульса электронного пучка порядка десятков нс и энергией пучка  $\sim$  кДж.

Существенно более высокими выходными характеристиками отличаются Э. л. на моногалогенидах инертных газов  $RX^+$ , где  $X$ —атом галогена. Молекулы этого типа эффективно образуются при парных соударениях, напр.



или



Указанные процессы протекают с достаточной интенсивностью уже при давлениях порядка атмосферного, поэтому проблема введения энергии в активную среду таких лазеров оказывается технически значительно менее сложной, чем в случае лазеров на димерах инертных газов. Активная среда Э. л. на моногалогенидах инертных газов состоит из одного или неск. инертных газов при давлении порядка атмосферного и нек-рого кол-ва ( $\sim 10^{-2}$  атм) галогеносодержащих молекул. Для возбуждения лазера применяется либо пучок быстрых электронов, либо импульсный электрич. разряд. При использовании пучка быстрых электронов выходная энергия лазерного излучения достигает значений  $\sim 10^3$  Дж при кпд на уровне неск. процентов и частоте повторения импульсов значительно ниже 1 Гц. В случае использования электрич. разряда выходная энергия лазерного излучения в импульсе ис. превышает долей Дж, что связано с трудностью формирования однородного по объему разряда в значит. объеме при атм. давлении за время  $\sim 10$  нс. Однако при применении электрич. разряда достигается высокая частота повторения импульсов (до неск. ГГц), что открывает возможности широкого практич. использования лазеров данного типа. Наиб. широкое распространение среди Э. л. получил лазер на  $HgCl$ , что связано с относительной простотой реализации работы в режиме высокой частоты повторения импульсов. Ср. выходная мощность этого лазера достигает уровня 1 кВт.

Наряду с высокими энергетич. характеристиками важной привлекательной особенностью Э. л. является чрезвычайно высокое значение ширины линии усиления активного перехода (табл.). Это открывает возможность создания мощных лазеров УФ- и видимого диапазонов с плавной перестройкой длины волны в достаточно широкой области спектра. Указанная задача решается с помощью инжекционной схемы возбуждения лазера, включающей в себя малоомный генератор лазерного излучения с длиной волны, претравиваемой в пределах ширины линии усиления активной среды Э. л., и широкополосный усилитель. Эта схема позволяет получить лазерное излучение с шириной линии  $\sim 10^{-2}$  нм, претравиваемое по длине волны в диапазоне шириной  $\sim 10$  нм и более.

Э. л. широко используются благодаря своим высоким

энергетич. характеристикам, малой длине волны и возможности её плавной перестройки в довольно широком диапазоне. Мощные моноимпульсные Э. л., возбуждаемые электронными пучками, применяются в установках по исследованию лазерного нагрева мишеней с целью осуществления термоядерных реакций (напр., KrF-лазер с  $\lambda = 251$  нм, выходной энергией в импульсе до 100 кДж, длительностью импульса  $\sim 1$  нс). Лазеры с высокой частотой повторения импульсов, возбуждаемые импульсным газовым разрядом, используются в техол. целях при обработке изделий микроэлектроники, в медицине, в экзимерных лазерах по лазерному разделению изотопов, при зондировании атмосферы в целях контроля её загрязнения, в фотографии и в эксперим. физике в качестве интенсивного источника монохроматич. излучения УФ- или видимого диапазона.

Лит.: Экзимерные лазеры, под ред. Ч. Ройдса, пер. с англ., М., 1981; Елецкий А. В., Смирнов Б. М., Физические процессы в газовых лазерах, М., 1983. А. В. Елецкий.

**ЭКСИТОН** (от лат. excitō—возбуждать)—мигрирующее в кристалле электронное возбуждение, не связанное с переносом электрич. заряда и массы. Представление об Э. введено в 1931 Я. И. Френкелем для объяснения отсутствия фотопроводимости нек-рых кристаллов: при поглощении света поглощенная энергия расходуется не на создание носителя заряда, а на образование Э. (см. Френкель экситон). Френкель теоретически обосновал возможность перехода одного из атомов (или молекул) кристалла в возбужденное состояние и последовательную передачу этого возбуждения от одного атома к другому, т. е. перенос квантового возбуждения на макроскопич. расстояния.

В 1937—38 Дж. Ванье (G. Wannier) и Н. Мотт (N. Mott) ввели представление об Э. как о перемещающихся по кристаллу связанных состояниях электрона и дырки, к-рые могут находиться на разл. узлах кристаллич. решетки (Э. большого радиуса), экситон Френкеля можно представить как предельный случай, когда связанные электрон и дырка сидят на одном и том же узле (Э. малого радиуса). Ванье—Мотта экситон чаще всего наблюдается в полупроводниках и диэлектриках. В молекулярных кристаллах, в к-рых силы взаимодействия между отд. молекулами значительно меньше взаимодействия между атомами и электронами внутри молекулы, Э. представляет собой элементарное возбуждение электронной системы отд. молекулы, к-рое распространяется по кристаллу в виде волны. Молекулярные экситоны определяют спектр поглощения и излучения молекулярных кристаллов.

Экситон Ванье—Мотта представляет собой водородоподобное связанное состояние электрона и дырки. Энергия связи  $\mathcal{E}$  и эфф. радиусы а экситона Ванье—Мотта можно оценить по ф-лам Бора для атома водорода. Учитывая, что эфф. массы электрона  $m_e$  и дырки  $m_h$  отличаются от массы свободного электрона  $m_0$  и что кулоновское взаимодействие электрона и дырки в кристалле ослаблено в  $\epsilon^2$  раз по сравнению с диэлектрической проницаемостью среды  $\epsilon$ , эти ф-лы можно представить в виде

$$\mathcal{E} = \frac{me^4}{2\epsilon^2 \hbar^2} = \frac{m}{m_0 \epsilon^2} \cdot 13,6 \text{ эВ}; \quad a = \frac{\epsilon \hbar^2}{me} = \frac{\epsilon m_0}{m} \cdot 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см. (1)}$$

Здесь  $e$ —заряд электрона,  $m = m_e m_h / (m_e + m_h)$ —эфф. масса Э.

Ф-лы (1) следует рассматривать как оценочные, т. к. они не учитывают таких факторов, как, напр., влияние сложной зонной структуры кристалла (см. Зонная теория), взаимодействие электронов и дырок с фононами и др. Для полупроводников типа Ge и Si и групп  $A^{III}B^V$ ,  $A^{IV}B^VI$  (см. Полупроводниковые материалы) типичны значения  $m = 0,1 m_0$ ,  $\epsilon \sim 10$ , что приводит к значениям  $\mathcal{E} \sim 10^{-2}$  эВ,  $a \sim 10^{-6}$  см. Т. о., энергии связи Э. в полупроводниках много меньше характерных атомных энергий, а их радиусы много больше межатомных расстояний в кристалле. Большие значения  $a$  означают, что экситон Ванье—Мотта по существу есть макрокочп. образование в кристалле, и структура кристалла лишь определяет параметры  $\epsilon$  и  $m$ .



Поэтому экситон Ванье—Мотта можно рассматривать как квазиатом, движущийся в вакууме (см. *Квазичастица*). Искажение структуры кристалла присутствием Э. или даже большого числа Э. пренебрежимо мало.

Э. отчётливо проявляются в спектрах оптич. поглощения полупроводников в виде узких линий, сдвинутых на величину  $\delta$  от края сплошного поглощения в сторону меньших энергий фотона (экситонный резонанс). Экспериментально водородоподобная структура энергет. спектра экситона Ванье—Мотта  $\delta_n = \delta/n^2$  (исключая уровень  $n=1$ ), впервые наблюдавшаяся Е. Ф. Гроссом в 1952 при исследовании спектра поглощения закиси меди  $\text{Cu}_2\text{O}$  (рис. 1), получена в дальнейшем для целого ряда

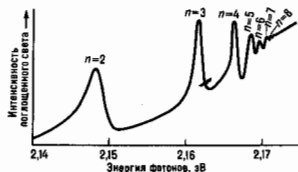


Рис. 1. Спектр поглощения кристаллической закиси меди: пики соответствуют энергетическим уровням экситонов, возникающих при поглощении фотонов резонансной энергии.

полупроводников. Э. проявляют себя также в спектрах люминесценции (рис. 2).

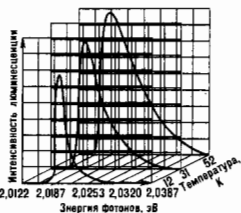


Рис. 2. Спектр люминесценции оксида меди: экситоны рекомбинируют из основного состояния, энергия рекомбинация равна сумме энергии основного состояния и кинетической энергии экситона. Ширина спектра уменьшается при понижении температуры.

Э. имеют конечное время жизни: электрон и дырка, составляющие Э., могут рекомбинировать с излучением фотона, Э. также может рекомбинировать безызлучательно при столкновении с *дефектами* кристаллич. решётки. На рис. 3 показан спектр экситонного излучения кристалла Ge при темп-ре 4,2 К, соответствующий распаду Э. с испусканием иродных и поперечных оптических (LO, TO) и акустических (LA, TA) фононов (см. *Колебания кристаллической решётки*).

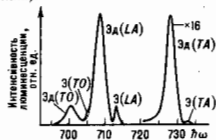


Рис. 3. Спектр люминесценции кристалла Ge при 4,2 К; Э—экситонные линии, Эд—линия электронно-дырочной жидкости (вс в МэВ).

Форма полос люминесценции определяется тепловым движением Э. и отражает распределение их по энергиям, к-рое хорошо соответствует распределению частиц по энергиям в идеальном ферми-газе (см. *Ферми—Дирака распределение*). На этом основании совокупность Э. можно рассматривать как идеальный газ, ноки их концентрация ивелика, и можно пренебречь их взаимодействием. Э. диффундируют в кристалле, но коэф. диффузии  $D$  для экситонного газа много больше, чем для атомарного газа. В оксиде меди при 1,2 К  $D=10^7 \text{ см}^2/\text{с}$  (для водорода в воздухе 0,2  $\text{см}^2/\text{с}$ ).

«Сжижение» экситонного газа. При больших концентрациях Э. и понижении темп-ры становится существенным их взаимодействие и возникает ряд новых явлений. При достижении нек-рой концентрации Э. (зависящей от темп-ры  $T$ ) взаимодействие электронов и дырок приводит к «сжижению» экситонного газа и образованию относительно плотной электронно-дырочной фазы—*электронно-дырочной жидкости*.

Для электронно-дырочной жидкости характерно наличие опред. равновесной плотности  $\rho_n(T)$  и устойчивой резкой границы, отделяющей её от газовой фазы Э. с плотностью  $\rho_n(T) \ll \rho_n(T)$ . В отличие от обычной электронно-дырочной плазмы (см. *Плазма твёрдых тел*) или экситонного газа, электронно-дырочная жидкость не расплывается по всему образцу, а занимает лишь ограниченный объём.

Существование электронно-дырочной жидкости было предсказано в 1968 Л. В. Кельдышем, её эксперим. исследование началось в СССР в 1969. Переход газ—жидкость является фазовым переходом нервного рода и характеризуется наличием критич. концентрации носителей, как свободных, так и связанных в Э., и критич. темп-ры  $T_c$ . В условиях, когда возбуждённых носителей заряда в полупроводнике не хватает для заполнения всего образца жидкостью, электронно-дырочная жидкость существует в виде капель, форма к-рых благодаря поверхностному натяжению близка к сферической. Электронно-дырочная жидкость может течь по кристаллу, её капли легко ускоряются внеш. воздействиями. При ириложении давления удаётся доводить размер капель электронно-дырочной жидкости до 0,1—1 мкм и достичь рекордных времён жизни капель (~1 мс в Ge, ~1 мкс в Si).

**Экситонные комплексы.** При больших концентрациях  $n$  Э. ( $na^3 \sim 1$ ), когда становится существенным их взаимодействие, кроме образования электронно-дырочной жидкости в полупроводниках могут образовываться свободные многочастичные комплексы, более сложные, чем Э.—нейтральные экситонные молекулы (*бикситоны*) и экситонные ионы (связанное состояние Э. и дырки или электрона). Однако энергия диссоциации бикситона (наиб. стабильного из этих комплексов) существенно меньше, чем энергия связи Э., в отличие от молекулы водорода, у к-рой энергия диссоциации норожда критич. связи атома водорода. Это обусловлено тем, что эфф. массы электронов и дырок в полупроводниках одного порядка. Существование бикситонов обнаруживается по возникновению новой линии люминесценции, сдвинутой в сторону меньших энергий, чем у Э., на величину, равную энергии связи бикситона. Широкий максимум при самых низких темп-рах свидетельствует об образовании электронно-дырочной жидкости (рис. 4).

При низких темп-рах Э. в полупроводниках легко связываются с атомом примеси, образуя связанные комплексы, к-рые также проявляются в спектре люминесценции. В *многодолинных полупроводниках*, к-рые характеризуются наличием неск. экстремумов в зоне проводимости и в валентной зоне, образуются многочастичные экситонно-примесные комплексы—связанное состояние неск. Э. на одном примесном атоме. В непрямозонных полупроводниках (Ge, Si) возможно связывание на одном примесном центре до 4 Э. Причиной четвёрточности многочастичных экситонно-примесных комплексов в непрямозонных полупроводниках (Ge, Si) является высокая степень вырождения зон.

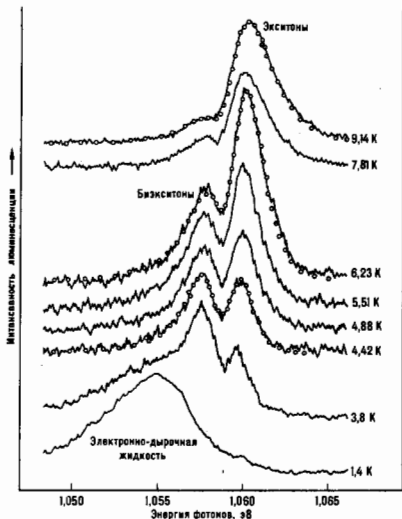


Рис. 4. Спектры люминесценции экситонов, биксцитонов в электронно-дырочной жидкости.

Многочастичные экситонно-примесные комплексы могут служить центрами конденсации электронно-дырочной жидкости. Система неравновесных электронов и дырок в полупроводнике при низких темп-рах и достаточно малых концентрациях является диэлектрической благодаря образованию Э. и биксцитонов. С ростом плотности носителей заряда из-за экранирования кулоновского взаимодействия экситонный газ должен металлизироваться. При этом *переход металл—диэлектрик* происходит в том же диапазоне концентраций, что и переход экситонный газ—электронно-дырочная жидкость ( $na^3 \sim 1$ ).

При учёте взаимодействия Э. с фотонами в области частот фотонов  $\omega = \delta/\hbar$  нельзя рассматривать раздельно Э. и фотоны—в этой области возникают новые квазичастицы в виде смешанных экситон-фотонных состояний—экситонные поляритоны. Их свойства, напр. закон дисперсии, существенно отличаются от свойств как Э., так и фотонов. Возникновение поляритонов существенно при анализе оптич. спектров в области экситонных полос и др. (см. *Поляритон*).

Экситоны в двумерных и одномерных системах. В полупроводниковых *гетероструктурах* наличие дополнит. разности потенциалов, вызванной разностью работ выхода в полупроводниках, составляющих гетероструктуру, приводит к тому, что движение носителей в них становится анизотропным, практически двумерным. В 3-м направлении, перпендикулярном слоям, создается потенц. барьер. Э. в таких полупроводниковых гетероструктурах (квантовых ямах) и *сверхрешётках* характеризуются существенно большими энергиями связи  $\epsilon_{2d}$  и меньшими борновскими радиусами  $a_{2d}$ , чем у массивных полупроводников:

$$\epsilon_{2d} = 4\epsilon, \quad a_{2d} = \frac{a}{2}. \quad (2)$$

Это позволяет наблюдать линии излучения и поглощения

света свободными Э. в квантовых ямах, напр.:  $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Al_xGa_{1-x}As$  при комнатной темп-ре.

Пространственное ограничение волновых ф-ций носителей заряда размерами слоя (квантовых ям GaAs) для толщин слоёв  $\leq a$  играет гл. роль в процессах излучения и поглощения. Др. фактором, влияющим на спектры излучения и поглощения в гетероструктурах, является наличие резких границ раздела. Ширина линий излучения Э. коррелирует с совершенством поверхностей раздела—чем совершеннее поверхность раздела, тем уже линия.

Пространственное ограничение волновых ф-ций носителей оказывает влияние на электрооптич. явления в квантовых ямах и сверхрешётках. *Штарка эффект* здесь существенно отличается от эффекта Штарка в атомах и массивных полупроводниках. Экситонный резонанс для электрич. полей, перпендикулярных слоям гетероструктур, наблюдается, даже если штарковский сдвиг существенно больше, чем энергия связи Э. в отсутствие электрич. поля. Так, для гетероструктур  $GaAs-Al_xGa_{1-x}As$  экситонный резонанс наблюдается в электрич. полях  $E \geq 10^5$  В/см. Наличие экситонного резонанса в столь высоких электрич. полях объясняется тем, что при диссоциации Э. электрич. полем стенки квантовых ям препятствуют уходу носителей из квантовых ям. Малая ширина квантовых ям ( $\sim 100$  Å) по сравнению с радиусом Э. в массивном полупроводнике  $a$  ( $\sim 300$  Å в GaAs) приводит к тому, что электронно-дырочное взаимодействие, хотя и ослабляется сильным электрич. полем (электрон и дырка локализованы вблизи противоположных стенок ямы), однако остаётся достаточно сильным.

Наличие большого ( $\sim 10$  мэВ) штарковского сдвига Э. в сверхрешётках  $GaAs-Al_xGa_{1-x}As$  в электрич. полях  $\sim 10^5$  В/см при комнатной темп-ре может использоваться в быстродействующих оптич. модуляторах.

В тонких плёнках полупроводников и *полуметаллов* кулоновское взаимодействие между зарядами возрастает с уменьшением толщины плёнки  $d$ . Это связано с тем, что замстную роль начинает играть поле, создаваемое этими зарядами в окружающей плёнку среде. Если диэлектрич. проницаемость этой среды меньше диэлектрич. проницаемости плёнки  $\epsilon$ , то взаимодействие оказывается значительно большим, чем в однослойной среде с той же диэлектрич. проницаемостью. При этом энергия связи Э. возрастает, а его радиус падает при уменьшении толщины плёнки.

Если полупроводниковая или полуметаллич. плёнка окружена слоями диэлектрика с диэлектрич. проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , то при условии  $\delta = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2\epsilon \ll 1$  и  $d \ll a$  кулоновское взаимодействие электрона и дырки, расположенных внутри плёнки в точках  $(r, z)$  и  $(0, z')$  ( $r$ —радиус-вектор в плоскости плёнки), не зависит от  $z$  и  $z'$ . Потенциал этого взаимодействия имеет вид

$$V(r) = -\frac{\pi e^2}{\epsilon d} \left[ H_0 \left( \frac{2\delta r}{d} \right) - N_0 \left( \frac{2\delta r}{d} \right) \right]. \quad (3)$$

Здесь  $H_0(x)$ ,  $N_0(x)$ —*ф-ции Струве* и *Неймана* (см. *Специальные функции*) ( $x = 2\delta r/d$ ). Для плёнок, удовлетворяющих условиям

$$\delta^2 a \ll d \ll a, \quad (4)$$

эфф. радиусы основного и первых возбуждённых состояний Э. попадают в область расстояний, где потенциал кулоновского взаимодействия

$$V(r) = -\frac{2e^2}{\epsilon d} \left( \ln \frac{d}{\delta r} - C \right). \quad (5)$$

Здесь  $C = 0,577$ , а энергия связи  $\epsilon_{2d}$  и эфф. радиус  $a_{2d}$  Э. в плёнке равны

$$\epsilon_{2d} = \frac{e^2}{\epsilon d} \left( \ln \frac{4d}{\delta^2 a} - 2C - \beta \right), \quad a_{2d} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi a d}, \quad (6)$$

где  $\beta \approx 1,05$ .

Ещё большее возрастание кулоновского взаимодействия между электронами и дырками происходит в тонких полу-

проводниковых и полуметаллич. нитях с диэлектрич. проницаемостью  $\epsilon$  при уменьшении их радиуса  $r$ , если они окружены диэлектриком с др. диэлектрич. проницаемостью  $\epsilon_1$ . Для нитей, удовлетворяющих условиям

$$\alpha = \frac{\epsilon}{\epsilon_1} >> 1; \quad \frac{a}{(\alpha \ln \alpha)^{3/2}} \ll \rho < a. \quad (7)$$

эфф. радиусы основного и первых возбужденных состояний  $\mathcal{E}$  попадают в область расстояний, где кулоновское взаимодействие электрона и дырки, расположенных на оси нити в точках  $z=0$  и  $z$  (ось  $z$  совпадает с осью нити), определяется соотношением

$$V(z) = -\frac{e^2}{\epsilon \rho \sqrt{2}} \left[ \frac{\alpha \ln \alpha}{\alpha} \left( 1 - \frac{|z|}{\rho} \sqrt{\frac{2}{\alpha \ln \alpha}} \right) \right]. \quad (8)$$

При этом энергия связи  $\mathcal{E}_n$  и эфф. радиус  $a_n$  одномерного  $\mathcal{E}$  в нити равны

$$\mathcal{E}_n = -\frac{e^2}{\epsilon \rho \sqrt{2}} \left[ \frac{\alpha \ln \alpha}{2} - \lambda \frac{\hbar^2}{2m_0^2 a_n^2} \right], \quad a_n = \left( \frac{\rho^2 a}{2} \right)^{1/3}, \quad \lambda = -1,019.$$

Для любых двумерных или одномерных систем, состоящих из  $N$  электронно-дырочных пар, взаимодействие между  $k$ -ыми имеет вид (5) или (8). Энергия основного состояния порядка  $N\mathcal{E}_{\text{осн}}$  или  $N\mathcal{E}_0$ . Поэтому отличие между  $\mathcal{E}$ , биэкситонами и электронно-дырочной жидкостью в таких системах мало по сравнению с их энергией.

Отсутствие тяжелых частиц (типа ионов в твердом теле) и связанная с ними кристаллизация, возможность в широких пределах менять все осн. параметры, сравнительно легкая достижимость экстремальных плотностей  $n$  и темп-р  $T$  ( $n \sim n_0$ ,  $T \sim T_0$ ) и сверхслонных магн. полей  $H$  ( $\hbar \omega_c \sim \hbar \omega_0 \sim e\hbar H/mc$ ), а также возможность непосредственно по спектрам люминесценции получать энергетич. спектр  $\mathcal{E}$  делают систему  $\mathcal{E}$  полезной моделью для эксцим. и теоретич. исследования электронной квантовой жидкости.  $\mathcal{E}$  состоит из двух фермионов, поэтому при малых концентрациях,  $na^3 \ll 1$ , его можно рассматривать как *бозон*. Это означает, что в принципе возможна бозеконденсация  $\mathcal{E}$  (либо биэкситонов), приводящая к существованию в кристалле потоков энергии, не затухающих в течение времени жизни  $\mathcal{E}$ . Однако это явление пока не наблюдалось.

*Лит.*: Гросс Е., Экситон и его движение в кристаллической решетке, «УФН», 1962, т. 76, с. 433; Нокс Р., Теория экситонов, пер. с англ., М., 1966; Агранович В. М., Теория экситонов, М., 1968; Давыдов А. С., Теория молекулярных экситонов, М., 1968; Келдыш Л. В., Электронно-дырочные капли в полупроводниках, «УФН», 1970, т. 100, с. 514; его же, Кулоновское взаимодействие в тонких пленках полупроводников и полуметаллов, «Письма в ЖЭТФ», 1979, т. 29, с. 716; Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках, пер. с англ., М., 1980; Бабиченко В. С., Келдыш Л. В., Силян А. П., Кулоновское взаимодействие в тонких полупроводниках и полуметаллических нитях, «ФТТ», 1980, т. 2, с. 1238; Кулаковский В. Д., Пикус Г. Е., Тимофеев В. Б., Многоэкситонные комплексы в полупроводниках, «УФН», 1981, т. 135, с. 237; Силян А. П., Полупроводниковые сверхрешетки, «УФН», 1985, т. 147, с. 485; Электронно-дырочные капли в полупроводниках, под ред. К. Д. Джеффриса, Л. В. Келдыша, М., 1988.

А. П. Силян

**ЭКСИТОННАЯ ЖИДКОСТЬ** — см. в ст. *Электронно-дырочная жидкость*.

**ЭКСИТОННЫЙ ДИЭЛЭКТРИК** — полупроводниковое состояние, обусловленное существованием когерентного спаривания электронов — дырка (см. *Экситон*). Существует критич. темп-ра, выше к-рой это когерентное состояние исчезает посредством фазового перехода. При этом исходная система почти неазаимодействующих *блоховских электронов* может соответствовать либо металлу с частично заполненной зоной, либо полуметаллу с перекрывающимися зонами, либо полупроводнику с полностью заполненной валентной зоной и пустой зоной проводимости.

В 1-м случае имеется одна *ферми-поверхность* электронов, во 2-м — поверхности Ферми электронов и дырок с равными концентрациями, в 3-м — поверхности Ферми отсутствуют. В последнем случае фазовый переход в со-

стояние  $\mathcal{E}$  д. возможен, когда ширина запрещенной зоны меньше энергии связи пары электронов — дырка (экситона). Тип проводимости при таком фазовом переходе не меняется.

Для металла с большой шириной разрешенной зоны  $\mathcal{E}$  и большой *ферми-энергией*  $\mathcal{E}_0$  фазовый переход в  $\mathcal{E}$  д. возможен даже при слабом межэлектронном взаимодействии  $U \ll W$ ,  $\mathcal{E}_0$  ели только поверхность Ферми обладает особой формой, т. е. имеется нест и нг поверхности Ферми. Это свойство соответствует наличию конгруэнтных участков поверхности Ферми (включающихся друг в друга при смещении в пространстве квазиимпульсов на нек-рый вектор  $Q$ ). В этом случае в когерентном состоянии спариваются электроны над конгруэнтным участком поверхности Ферми с дыркой, состояние к-рой отстоит на вектор  $Q$  непосредственно под поверхностью Ферми. В противоположном пределе  $U \gg W$  сильною взаимодействием (см. *Хаббарда модель*) имеет место качественное, а часто даже и количественное совпадение со случаем  $U \ll W$ . Поэтому результаты для  $U \ll W$  качественно справедливы и при произвольном соотношении между  $U$  и  $W$ .

Для полуметалла с большим перекрытием зон и слабым взаимодействием  $U \ll \mathcal{E}_0$  необходимым условием реализации  $\mathcal{E}$  д. служит относительная конгруэнтность (нестнг) поверхности Ферми электронов и дырок. При уменьшении перекрытия зон (уменьшение  $\mathcal{E}_0$ ) темп-ра фазового перехода увеличивается, проходя через максимум вблизи области касания зон, и обращается в нуль, когда ширина запрещенной зоны превышает энергию связи изолированного экситона.

Формальное описание состояния  $\mathcal{E}$  д. при  $U \ll \mathcal{E}_0$ ,  $W$  и при выполнении условия конгруэнтности поверхности Ферми оказывается подобным описанию сверхпроводимости в *Бардина — Купера — Шриффера модели*. Только вместо бозе-конденсата куперовских пар из двух электронов с удвоенным электронным зарядом имеется конденсат пар электронов — дырка с нулевым суммарным зарядом. Это и обеспечивает полупроводниковые элетрич. свойства вместо сверхпроводящих.

На основе модели  $\mathcal{E}$  д. удаётся описать как нулеводное поведение большого числа кристаллич. систем, к-рые с точки зрения зонной теории неазаимодействующих электронов должны быть металлами, так и фазовые переходы многих полупроводников в металлич. состояние при изменении внеш. воздействий (темп-ры, давления, магн. и элетрич. полей, хим. состава соединений). В полупроводниках же, являющихся таковыми и с зонной точки зрения, когерентное спаривание электронов и дырок тем не менее может служить причиной их нулеводного поведения, поскольку кристаллич. или магн. структуры этих веществ сами являются следствием такого спаривания (см. *нжне*).

Многие фазовые переходы полупроводник — металл сопровождаются изменением симметрии кристаллич. решетки или изменением магн. симметрии (напр., нулеводное состояние часто оказывается антиферромагнитным). Эти явления находят естеств. объяснение в рамках модели  $\mathcal{E}$  д., поскольку образование осн. состояния системы за счёт конденсата пар электронов — дырка соответствует суперпозиции блоховских ф-ций из электронных и дырочных зон (в отличие от суперпозиций блоховского состояния с его комплексно-сопряжённым в пределах одной зоны в случае сверхпроводимости).

Это отличие приводит к следующим дополнит. степеням свободы при спаривании электронов и дырок: 1) спиновая; 2) относительная различия фаз блоховских ф-ций электронов и дырок; 3) различная симметрия блоховских ф-ций в разных зонах.

1) Спиновая структура пары синглетного и триплетного типов соответствует близким по энергии состояниям, поскольку для электрона и дырки нет запрета Паули, в отличие от сверхпроводящих пары из двух электронов. Какая из этих синглетных структур реализуется в том или ином веществе, зависит от соотношения между кулоновским и электрон-фононным взаимодействиями.

В случае синглетной пары полупроводниковое состояние является немагнитным и характеризуется дополнит. пространственной модуляцией заряда электронов. Эта модуляция приводит либо к смещению ионов (и, следовательно, к изменению симметрии кристалла), либо к индуцированию макроскопич. дипольного электр. момента и связанному с ним сегнетоэлектрич. упорядочению.

При триплетной спиновой структуре реализуется антиферромагн. состояние, обусловленное пространственной модуляцией плотности спина без модуляции заряда. Возможно также и сосуществование синглетной и триплетной спариваний, т. е. одноврем. модуляции плотности заряда и спина. В этом случае возникает ферромагн. спиновое упорядочение.

2) Относительная разность фаз блоховских ф-ций электронов и дырок в волновой ф-ции конденсата нар существенно влияет на физ. свойства, а во время как в случае сверхпроводящего конденсата физ. свойства (наличие электр. тока) определяются только традиционн. соответствующей фазы. Величина фазы электронно-дырочного конденсата определяется взаимодействием, не сохраняющим число электронов (дырок) в каждой зоне. Именно из-за фиксации фазы электронно-дырочный конденсат не является «сверхтекучим». «Сверхтекучесть» же возможна только тогда, когда конденсат образуется из возбужденных (напр., светом) электронов и дырок (см. *Электронно-дырочная жидкость*).

Если при идуевой относительной разности фаз (подразумеваясь выше) и при синглетной спиновой структуре возникает сегнетоэлектрич. упорядочение в полупроводниковом состоянии, то при относительной разности фаз, равной  $\pi$ , возникает состояние со спонтанным неоднородным током, замыкающимся на масштабе элементарной ячейки кристалла и приводящим к возникновению торoidalного момента (см. *Аналолы*) ячейки и кристалла в целом вместо электр. дипольного момента в случае сегнетоэлектрика. В случае сильного взаимодействия  $U \gg W$ ,  $\mu_B$  аналогичное состояние известно как фаза с потоком (flux phase).

По магн. структуре такое состояние соответствует орбитальному (пспиновому) антиферромагнитному коллективизированным (блоховским) электроном. Его отличит. особенностью является диамагн. отклик на внеш. магн. поле, к-рый для сильно неоднородных систем может быть аномально большим (сверхдиамагнетизм).

Роль термодинамически сопряжённого поля к такому состоянию играет внеш. однородный электр. ток, отклик на к-рый расходуется в точке фазового перехода — аналогично тому, как в случае сегнетоэлектрика расходуется отклик на однородное электр. поле, а в случае ферромагнетика — на однородное магн. поле. Кроме того, состояние орбитального антиферромагнетика обладает магнитоэлектрич. свойствами, т. е. в нём возникает электр. поляризация при воздействии внеш. магн. поля и намагниченность — при воздействии внеш. электр. поля. Состояние орбитального антиферромагнетика (тороидное состояние) допускаясь в 31 магн. классе из 58 классов, допускающих магнитоэлектричество.

Отличит. особенностью такого состояния является отсутствие симметрии электронного потока  $\mathcal{J}(k, \sigma)$  как ф-ции квазимомента для спина  $\sigma$ . В неравновесных условиях (напр., при освещении) это свойство спектра приводит к фотогальванич. эффекту.

При триплетной спиновой структуре и относительной разности фаз, равной  $\pi$ , возникает полупроводниковое состояние со спонтанными токами спина, замыкающимися на масштабе элементарной ячейки.

3) Разл. симметрия блоховских ф-ций в разных зонах приводит к тому, что при заданной спиновой структуре и относительной разности фаз выявляются разл. упорядоченные состояния. Так, рассматриваемое выше состояние с торoidalным моментом (орбитальный антиферромагнетизм) имеет место при противоположной относительно пространственной инверсии симметрии блоховских ф-ций в зоне проводимости и в валентной зоне.

Для такого же синглетного спаривания с той же разностью фаз, равной  $\pi$ , но при одинаковой симметрии относительно инверсии полупроводниковое состояние соответствует ферромагн. упорядочению.

Т. о., при фазовом переходе в состояние Э. д. кроме изменения типа проводимости от металл. к полупроводниковому могут возникать разл. упорядоченные состояния, вид к-рых зависит как от преобладания того или иного типа межэлектронного взаимодействия, так и от симметрии блоховских волновых ф-ций. Если фазовый переход в состояние Э. д. происходит из полупроводникового же состояния, то именно появление к.-л. упорядоченного однонаочно характеризует фазовый переход.

Аналогичная ситуация имеется и в случае, когда из-за неаполного нестига поверхности Ферми образование конденсата пар электроп — дырка происходит лишь на части поверхности Ферми (частичная диэлектризация). Тогда при переходе в упорядоченное состояние в системе остаётся металл. тип проводимости.

Лит.: Келдыш Л. В., Комаев Ю. В., Возможная неустойчивость полуметаллического состояния относительно кулоновского взаимодействия, «ФТТ», 1964, т. 6, с. 2791. Ю. В. Комаев.

**ЭКСКЛЮЗИЯ** (от лат. *exclusio* — исключение) — обединение объёма полупроводника (или его части) свободными носителями заряда под влиянием их дрейфа во внеш. электр. поле. Э. происходит в области, прилегающей к потенци. барьеру (напр., контакт металл — полупроводник,  $p$  —  $n$ -переход или поверхность, см. *Запорный слой*), к-рый ограничивает поток носителей, втекающих через него. Если носители вытекают из области, прилегающей к барьеру, с высокой скоростью благодаря дрейфу во внеш. поле, то область обедняется носителями, причём тем сильнее, чем выше скорость дрейфа. С ростом внеш. поля протяжённость области Э. увеличивается. При протекании тока в полупроводнике с биполярной проводимостью область Э. может одновременно обедняться носителями заряда обоих знаков вследствие максвелловской релаксации нескомпенсированного заряда свободных носителей. Размер этой области близок к длине амбиполярного дрейфа.

Б. И. Фукус.

**ЭКСПОЗИЦИОННАЯ ДОЗА** — см. в ст. *Доза*.

**ЭКСПОЗИЦИЯ** (количество освещения, световая экспозиция) — поверхностная плотность световой энергии: отношение световой энергии  $dQ$ , падающей на элемент поверхности  $dA$ , к площади этого элемента. Эквивалентное определение — произведение освещённости  $E$  на длительность освещения:  $H = dQ/dA = \int Edt$ . Э. выражают в лк · с. Понятие Э. удобно применять, если результат воздействия излучения накапливается во времени (напр., в фотографии). В системе *энергетических фотометрических величин* аналогичная величина наз. *энергетической экспозицией*.

Д. Н. Лагзев.

**ЭКСТИНКЦИЯ** (от лат. *extinctio* — гашение) — ослабление пучка света при его распространении в веществе за счёт поглощения света и рассеяния света. В общем случае ослабление пучка с начальной интенсивностью  $I_0$  может быть рассчитано по *Бугера — Ламберта — Бера закону*:  $I = I_0 \exp(-\beta l)$ , где  $l$  — толщина поглощающего вещества,  $\beta = \alpha + r$  — показатель Э. (*ослабления показатель*), равный сумме поглощения показателя  $\alpha$  и рассеяния света показателя  $r$ . Показатель Э. имеет размерность обратной длины ( $m^{-1}$ ,  $cm^{-1}$ ). Безразмерный коэф. Э. равен сумме поглощения коэффицента и рассеяния света коэффицента среды. Показатели и коэф. Э. различны для разных длин волн света.

Л. Н. Капорский.

**ЭКСТРАКЦИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА** (от лат. *extractio* — извлечение) — обслнение полупроводника (диэлектрика) носителями заряда благодаря их вытягиванию в контакт с металлом или др. полупроводником. Э. и з. — явление, противоположное *инжекции носителей заряда*. Э. и з. происходит, когда внеш. электр. поле совпадает по направлению с полем приконтактного потенциального барьера, что приводит к увеличению его высоты и преобладанию

нию в области барьера дрейфовых потоков над диффузионными (см. *Контактные явления в полупроводниках*). Основные закономерности Э. н. з. определяются полем заряда, образующегося в объёме полупроводника. Поскольку знак этого заряда противоположен знаку носителей, вытягиваемых в контакт, создаваемое им поле препятствует Э. н. з. Различия в механизме образования объёмного заряда приводят к необходимости подразделять Э. н. з. (так же, как инжекцию) на монополярную и биполярную (двойную), стационарную и нестационарную. *Б. И. Фукс.*

**ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ВЕЩЕСТВА** — состояние с аномально высокой концентрацией энергии, возникающее под воздействием высоких давлений (или) температур. Физика Э. с. в. (физика высоких плотностей энергии) охватывает физику *давлений высоких* и физику *плазмы*, составляя важную часть физ. фундамента геофизики и планетологии, астрофизики и космологии, неких прикладных проблем (использование атомной энергии, плазменные установки и технологии, синтез новых материалов и искусств. получение алмаза, рубина и т. п.).

В физике Э. с. в. принимается наиб. широкое толкование понятия вещества как субстанции, играющей роль «строительного материала» физ. тела: протяжённая (и потому не чувствительная к форме и размерам) система частиц и полей, составляющих основу внутр. структуры тела. Такое определение охватывает наряду с обычным, состоящим из электронов и атомных ядер веществом *электронно-дырочную жидкость* в полупроводниках, адронные системы (нейтринное вещество, пионный конденсат, *кварк-глюонная плазма*), системы фотонов (излучение) и электрон-позитронных пар и др. С нек-рыми оговорками сюда же относится «материал» микроскопич. систем типа тяжёлого ядра (*ядерная материя*) или сгустка вторичных частиц, порождающих соударением частиц высоких энергий. Особым типом вещества нужно считать *вакуум* (вакуумное состояние) — сложную систему виртуальных частиц.

Под состоянием в физике Э. с. в. понимают совокупность характеристик внутр. структуры и свойств вещества: тип его «элементарных» (неизменных в данном диапазоне внеш. условий) структурных единиц — электронов и ядер, адронов, кварков и глюонов и т. д.; тип агрегатного состояния вещества — твёрдого, жидкого, газообразного и др.; характер электронной подсистемы, напр. тип проводимости — проводник, полупроводник, диэлектрик; характер ядерной подсистемы — тип кристаллич. решётки, тип ядерной реакции (термо-, пикноядерная) и т. п.

Термин «экстремальный» отвечает значениям давления  $p$  и (или) темп-ры  $T$ , заметно превосходящим естеств. масштабы  $p_0$ ,  $T_0$ , к-рые определяются плотностью энергии и соответственно энергией, приходящейся на одну частицу, в соотв. несжатом веществе. Для электрон-ядерного вещества, адронного вещества и вакуума порядок величины  $p_0$  составляет соответственно  $10^8$  бар,  $10^{27}$  бар и  $10^{45}$  бар;  $T_0 \sim 10^4$  эВ,  $10^9$  эВ и  $10^{11}$  эВ ( $1 \text{ бар} = 10^6 \text{ эрг/см}^3 = 1 \text{ атм}$ ;  $1 \text{ эВ} \approx 10^{-12} \text{ эрг} \approx 10^4 \text{ К}$ ). Для вещества с аномально низкой плотностью энергии (полупроводник с узкой запрещённой зоной и большими значениями эфф. массы носителей и диэлектрической проницаемости, слабо связанное вещество, состоящее из атомов элементов нулевой группы — He, Ar и т. д.) значения  $p_0$  и  $T_0$  могут оказаться значительно ниже приведенных.

Общие тенденции изменения состояния вещества с увеличением  $p$  и (или)  $T$ . Рост плотности энергии в веществе приводит в конечном счёте к перестройке его внутр. структуры. Характеристики вещества, описывающие его состояние, претерпевают не только количеств., но и качеств. изменения, к-рые происходят либо относительно плавно, либо скачком (*фазовые переходы*). Соответственно фазовая диаграмма ( $p$ — $T$ -диаграмма) разбивается на ряд областей, каждой из к-рых отвечает одно из Э. с. в. С ростом  $p$  соответствующая перестройка ведёт к появлению всё более компактных структур, с ростом темп-ры — к разрушению имевшегося в веществе порядка в широком

смысле этого термина. Общая тенденция заключается в дезинтеграции входящих в состав вещества связанных комплексов (молекул, атомов, ионов, ядер, нуклонов). Происходит разрушение оболочечной структуры атомов, вследствие чего сглаживаются индивидуальные особенности вещества данного хим. состава. Проявления этой тенденции прерываются, когда  $p$  и (или)  $T$  достигают критич. значений, при к-рых в игру вступают более глубокие уровни иерархии строения вещества (напр., достижение порога ядерных превращений, когда начинает проявляться оболочечная структура ядра).

Э. с. в. электрон-ядерного типа. В общем случае с ростом давления электрон-ядерное вещество сначала претерпевает кристаллизацию, далее испытывает серию *структурных фазовых переходов*, в результате к-рых его кристаллич. решётка, становясь всё более плотно упакованной, приобретает в конце концов универсальную объёмноцентрированную кубич. структуру (см. *Браве решётки*). Одновременно происходит уменьшение атомного объёма вещества и сглаживание его «пилообразной» зависимости от ат. номера элемента — сближение значений объёма атома элемента нулевой группы и следующего по ат. номеру атома щелочного металла. Происходит и ряд др. перестроек электронных оболочек: исчезают аномалии в заполнении уровней (напр., для атомов переходных металлов); становятся свободными электроны внеш. оболочек, определяющие хим. индивидуальность атома, и т. о., в конечном счёте все вещества становятся металлами; наконец, освобождаются и остальные электроны. Все вещества при этом превращаются в идеальный металл — практически свободный электронный газ + составленная из «голых» ядер кристаллич. решётка.

При ещё больших давлениях в веществе начинают происходить ядерные процессы. При определ. условиях им может предшествовать процесс «охлажденного» плавления — разрушение решётки под воздействием не тепловых (как в случае обычного плавления), а нулевых, квантовомеханич. колебаний ядер в узлах решётки (см. *Нулевые колебания*). Ядерные процессы в сильно сжатом веществе проходят следующие стадии: захват электронов ядрами с превращением протонов в нейтроны (см. *Нейтронизация вещества*); образование сильно нейтроно-избыточных ядер, е способных удерживать нейтроны, и возникновение самостоят. нейтронной компоненты вещества; наконец, образование нейтронного вещества (нейтронной жидкости) с малой примесью протонов и электронов (см., напр., *Нейтронные звёзды*). *Ядерные реакции* синтеза в сильно сжатом веществе протекают в пикноядерном режиме (см. *Пикноядерные реакции*), когда кулоновский барьер «сдвигается» благодаря малому расстоянию между реагентами.

С повышением темп-ры электрон-ядерное вещество претерпевает фазовые переходы плавления и кипения или возгонки, после чего начинается процесс ионизации атомов с превращением вещества в частично ионизованную плотную плазму, к-рая испытывает по мере увеличения  $T$  свойственные такому состоянию фазовые превращения. В конечном счёте возникает идеальная, полностью ионизованная плазма, состоящая из «голых» ядер и электронов. При ещё больших  $T$  начинают идти ядерные реакции синтеза, протекающие в термоядерном режиме (кулоновский барьер преодолевается благодаря большой кинетич. энергии реагентов, см. *Термоядерные реакции*).

Э. с. в. адронного и вакуумного типа. С ростом давления адронное (ядерное, нейтронное) вещество уплотняется и при плотности, несколько превышающей плотность атомного ядра ( $\sim 3 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ ), теряет устойчивость относительно образования пионного конденсата — когерентной волны пионов (длина волны порядка  $10^{-13} \text{ см}$ ), к-рые в результате становятся самостоят. компонентой вещества. При больших сжатиях в адронном веществе могут появиться также макроскопич. кол-ва мюонов, гиперонов, резонансов, причём все эти частицы будут абсолютно стабильными. Их распаду препятствуют *Паули принципы*: уровни энергии для продуктов распада уже заполнены частицами, имеющимися в адронном веществе. При нек-рых

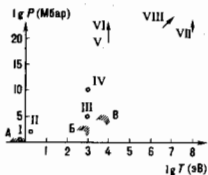
давления возможна кристаллизация адронного вещества, происходящая за счёт не кулоновских сил (как для обычного кристалла), а *сильного взаимодействия* адронов. При ещё больших сжатиях адроны «рассепаются» на составляющие их кварки и антикварки и вещество испытывает фазовый переход в состояние кварк-глюонной плазмы. Из-за присущего сильному взаимодействию свойства *асимптотической свободы* предельное состояние адронного вещества — кварк-глюонный идеальный газ. К кварк-глюонному конечному состоянию ведёт и воздействие на адронное вещество высокой темп-ры.

С ростом  $T$  вакуум (состояние с нулевыми значениями квантовых чисел, отвечающих зарядам, ароматам и т. п.) заполняется излучением и парами «частица—античастица» с массами, не превышающими величины  $T$ . Особые фазовые переходы связаны с имеющимися в вакууме конденсатами частиц Хиггса (см. *Хиггса механизм*), ведущими к появлению у частиц отличной от нуля массы и тем самым к «расщеплению» эл.-магн., слабых и сильных взаимодействий (см. *Вакуумный конденсат*). При первом фазовом переходе исчезает один из конденсатов, пропадают различие между слабым и эл.-магн. взаимодействиями и возникает, в частности, дальновоздействие *слабого взаимодействия* (оно проявляется в том, что нейтрино столь же сильно тормозится в веществе, как и электрон). При втором фазовом переходе, происходящем при существовании больших темп-рат, исчезает и второй конденсат, в результате чего восстанавливается симметрия всех трёх типов взаимодействия, включая сильное. Теоретич. результат воздействия на вакуум высокого давления качественно зависит от физ. условий и принятой модели квантовой теории поля.

Э. с. в. в *естественных условиях*. Возникновение экстремальных условий в окружающем нас мире прямо или косвенно связано с тяготением,  $k$ -рое характеризруется сочетанием дальновоздействия, отсутствия зарядов (масс) двух знаков и притяжением одноимённых зарядов. Особенности тяготения способствуют образованию массивных тел и суммированию ничтожно малых сил притяжения элементарных частиц с превращением их в космич. масштабах в мощный определяющий фактор. Эти силы порождают высокие давления внутри небесных тел и служат косвенным источником высоких темп-р. Т. о., создаются условия для «зажигания» экзотермич. ядерных реакций в звёздах. На рис. и в табл. приведены параметры экстремального состояния для характерных космич. объектов.

Создание *экстремальных состояний в лабораторных условиях*. Ниже описаны методы искусственного создания Э. с. в. в лабораториях и на полигонах с указанием значенй характеристик соответствующих внеш. условий.

Высокие давления. Статич. методы основаны на использовании спец. механич. устройств, осуществляющих сжатие исследуемого образца (винтовые и гидравлич. прессы). Рекордные статич. *давления* *высокие* получают с помощью миниатюрных устройств — алмазных наковален. В сочетании с лазерным нагревом эти методы позволяют получать давления до 4—5 Мбар и темп-ру до 0,3 эВ, что соизмеримо с условиями в центре Земли.



Экстремальные значения давления и температуры в естественных и лабораторных условиях; римскими цифрами обозначены характерные космические объекты в соответствии с табличей. Затрихованные участки — области искусственно полученных различными методами экстремальных состояний вещества: А — статические высокие давления; Б — динамические высокие давления (ударные волны от обычных и ядерных взрывов); В — лазерное обжатие мишеней.

Существенно более высокие давления могут быть получены с помощью динамич. методов. Сверхвысокие давления образуются в *ударной волне* обычного или ядерного взрыва, при соударении образца с разогневаемым до космич. скоростей ударником, при облучении образца мощными лазерными импульсами, сильноточными потоками электронов, ионов и т. п. Последний метод позволяет получать давления до  $10^5$  Мбар. При динамич. сжатии образца одновременно происходит и его разогрев.

Высокие температуры. Наряду с традиц. методами получения высоких темп-р (мощный газовый разряд, резонансный СВЧ-нагрев, термализация предварительно ускоренного сгустка частиц, ударные волны взрыва) развиваются пучковые методы — обжатие и разогрев образца сходящимися пучками лазерного излучения, электронов, ионов и т. п. (см. *Плазменно-пучковый разряд*, *Лазерный термоядерный синтез*). Рекордные значения темп-р, достигнутые такими методами, составляли  $\sim 10$  кэВ. Макс. давления и темп-ры, полученные лаб. методами, приближаются к параметрам в центр. части Солнца.

Свойства характерных космических объектов

Космический объект	Состав	Давление, $p$ , Мбар	Температура, $T$ , эВ	Плотность, $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Состояние вещества
I Центр Земли	Железо	$\approx 3,7$	$\approx 0,5$	$\approx 12$	Твёрдое вещество
II Центр Юпитера	Водород, гелий	$\approx 100$	$\approx 2$	$\approx 20-30$	Водород — в металлическом состоянии
III Центр Солнца	Водород, гелий, в небольших примесях более тяжёлые элементы	$\approx 10^5$	$\approx 10^3$	$\approx 10^2$	Классическая слабоионизованная плазма
IV Центр белого карлика	Лёгкие элементы с атомным номером $Z$ ок. 10	$\sim 10^{10}$	$\approx 10^3$	$\sim 10^6$	Почти идеальный электронный газ + кристаллическая структура
V Кора пульсара	Нейтронно-избыточные ядра с $Z > Z_c$ и нейтроны	$\sim 10^{19} - 10^{22}$	$\approx 10^4$	$\sim 10^7 - 10^{14}$	Ультррелятивистский вырожденный электронный газ + жёсткая кристаллическая решётка
VI Сердцевина пульсара	Нейтроны + малая примесь протонов и электронов	$\sim 10^{22}$	$\sim 10^4$	$\sim 10^{14}$	Сверхтекучая нейтронная жидкость, возможно существование л-нонного конденсата
VII Вспышка сверхновой			$\sim 10^7 - 10^8$		
VIII Вселенная на ранних стадиях развития*		$\sim 10^{100}$	$\sim 10^{28}$	$\sim 10^{94}$	

\* Реальные значения  $p$ ,  $T$ ,  $\rho$  могут быть значительно ниже в зависимости от сценария эволюции Вселенной.

Экстремальные условия для адронного вещества возникают при соударении ускоренных (до энергий от нескольких до сотен ГэВ/нуклон) ионов с ядрами. Этот процесс сопровождается появлением ударных волн в адронном веществе и др. макроскопич. эффектами.

Магнитное поле как источник Э. с. в. К числу факторов, приводящих к Э. с. в., иногда относят и сильные и сверхсильные магнитные поля, под воздействием к-рых возникает в веществе магнитные фазовые переходы, магнитокачественные явления, магнитокалорич. эффекты и др. В естеств. условиях сильные и сверхсильные магн. поля встречаются у магн. звезд (до  $10^{12}$  Гс), белых карликов ( $10^7-10^8$  Гс), пульсаров (до  $10^{13}$  Гс) (см. *Магнитные поля звезд*). Значения напряженности искусственно получаемых магн. полей достигают сотен кГс—1 МГс (соленоиды—обычные и импульсные). Рекордная величина магн. поля (ок. 20 МГс) получена с помощью взрывомагн. генератора (взрывное обжатие предарительно намагниченного линейного образца).

Лит.: Киржици Д. А., Экстремальные состояния вещества, «УФН», 1971, т. 104, с. 489; его же, Extreme states of matter, «Soviet science review», 1972, July, p. 199; его же, Сверхпроводимость и элементарные частицы, «УФН», 1978, т. 125, с. 169; Стишов С. М., Современное состояние физики высоких давлений, «Вестник АН СССР», 1981, в. 9, с. 52; Миядал А. Б. [и др.], Пиюные стени свободы в адронном веществе, М., 1991; Аврорин Е. Н. [и др.], Мощные ударные волны и экстремальные состояния вещества, «УФН», 1993, т. 163, № 5, с. 1; Ross M., High Pressure equations of state: theory and applications, in: High Pressure Chemistry, Biochemistry and Material Science, R. Winter, G. Gonas (eds.), Kluwer Academic Publishers, 1993, p. 1; Фортгов В. Е., Якубов И. Т., Неидеальная плазма, М., 1994.

Д. А. Киржици, С. М. Сташов.

**ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ**—изменение ул. электросопротивления на единицу деформации (см. *Тензорезистивный эффект*):

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = \sum_i m_i \epsilon_i \quad (1)$$

Здесь  $\rho$ —сопротивление в отсутствие деформации,  $\Delta\rho$ —изменение  $\rho$  при деформации,  $m_i$ —безразмерный тензор Э. 4-го ранга,  $\epsilon_i$ —тензор деформации 2-го ранга. Относит. изменение ул. сопротивления деформированного кристалла в линейном по деформации приближении можно записать в виде

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = \sum_i P_{ik} X_i \quad (2)$$

где  $P_{ik}$ —тензор пьезосопротивления 4-го ранга,  $X_i$ —тензор механич. напряжения 2-го ранга, связанный с тензором деформации  $\epsilon_k$  (через тензор *модулей упругости*  $C_{ik}$ ) соотношением

$$X_i = \sum_k C_{ik} \epsilon_k \quad (3)$$

Компоненты тензора Э.

$$m_{ik} = \sum_l P_{il} C_{lk} \quad (4)$$

Так же, как и компоненты  $P_{ik}$ , компоненты  $m_{ik}$  образуют шестимерную матрицу. На основании (3) для кристаллов кубич. симметрии связь между коэф. пьезосопротивления и Э. имеет вид

$$\frac{m_{11} + 2m_{12}}{3} = (\Pi_{11} + 2\Pi_{12}) \frac{C_{11} + 2C_{12}}{3} \quad (5)$$

$$\frac{m_{11} - m_{12}}{2} = (\Pi_{11} - \Pi_{12}) \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$$

Соотношения (5) позволяют определить коэф. Э., измеряя коэф. пьезосопротивления. Вместо упругих постоянных  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  можно пользоваться т. н. константами жесткости  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  (приводимыми обычно в таблицах):

$$C_{11} = \frac{S_{11} + S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})} \quad (6)$$

$$C_{12} = \frac{-S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})}$$

Если осн. минимумы энергии зоны проводимости кристалла (см. *Зональная теория*) расположены на осях  $[100]$  (что имеет место в  $n$ -Si), то

$$m_{11} - m_{12} \neq 0 \quad (7)$$

Если осн. минимумы находятся на осях  $[111]$  ( $n$ -Ge), то

$$m_{11} - m_{12} = 0 \quad (8)$$

Лит.: Herring C., Transport properties of many-valley semiconductor, «Bell System Techn. Journ.», 1955, v. 34, p. 237; Бир Г. Л., Пякус Г. Е., Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках, М., 1972; Барайский П. И., Клочков В. П., Потыкский И. В., Полупроводниковая электроника, К., 1975.

П. И. Барайский.

**ЭЛЕКТРЕТЫ**—диэлектрики, длительное время сохраняющие поляризованное состояние после снятия внеш. воздействия, вызвавшего поляризацию, и создающие электрич. поле в окружающем пространстве (электрич. аналог пост. магнитов). Если вещество, молекулы к-рого обладают дипольным моментом, расплавить и поместить в сильное электрич. поле, то его полярные молекулы частично выстроятся по полю. При охлаждении расплава в электрич. поле и последующем выключении поля в затвердевшем веществе поворот этих молекул затруднен и они длит. время сохраняют преимущественную ориентацию (от нескольких дней до многих лет). Первый Э. был таким методом изготовлен М. Егучи (M. Eguchi) в 1922.

Остаточная поляризация может быть получена также в кристаллич. веществе за счёт ориентации в поле т. н. квазидиоплей (две вакансии противоположного знака, примесный ион—вакансия и т. п.) или за счёт скопления носителей заряда вблизи электродов. При изготовлении Э. в диэлектрик могут переходить носители заряда из электродов или межэлектродного промежутка. Носители могут быть созданы и искусственно, напр. облучением электронным пучком. Существуют др. гипотезы о природе электричного эффекта, учитывающие, напр., захват носителей заряда на ловушки и взаимодействие между остаточной поляризацией и свободными носителями.

Э. могут быть получены практически из любых диэлектриков: органических, напр. полимерных (полиэстрафторэтилен, полипропилен, поликарбонат, полдметилметакрилат и др.); неорганических—как монокристаллических (кварц, корунд и др.), так и поликристаллических (керамика, ситаллы и др.), а также из стёкол. Наиб. стабильны Э. из плёночных фторосодержащих полимеров—политетрафторэтилена и его производных, напр. из сополимера тетрафторэтилена с гексафторпропиленом.

Стабильные Э. получают, нагревая, а затем охлаждая диэлектрик в сильном электрич. поле (термоэлектрич.), освещая в сильном электрич. поле (фотоэлектрич.), радиоакт. облучением (радиоэлектрич.), поляризацией в сильном электрич. поле без нагревания (электрич. электрич.) или в магн. поле (магнетозэлектрич.), при застывании органич. растворов в электрич. поле (криозэлектрич.), механич. деформацией полимеров (механозэлектрич.), трением (трибоэлектрич.), действием поля коронного разряда (коронозэлектрич.).

Все Э. имеют стабильный поверхностный заряд. Разность потенциалов  $U$  и суммарный заряд плоского Э.  $q$  (на единицу площади) определяются соотношениями

$$U = \frac{1}{\epsilon} \left\{ \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} h + \int_0^h \rho \left( x - \frac{1}{2} \right) dx + \int_0^h \rho_{\text{ост}} dx \right\},$$

$$q = \sigma_1 + \sigma_2 + \int_0^h \rho dx.$$

Здесь  $h$  — толщина пластины,  $\rho$  — плотность объёмного заряда,  $\varepsilon$  — диэлектрич. проницаемость,  $\varphi_{ост}$  — остаточная поляризация,  $\sigma_1, \sigma_2$  — плотности поверхностных зарядов (с обеих сторон пластины).

Накопление заряда в полимерных Э. характеризуется экспоненц. законом изменения  $U(t)$ :

$$U(t) = U^{\infty} [1 - \exp(-t/\tau)],$$

где время релаксации  $\tau$  обратно пропорц. плотности тока заряда, а стационарное значение  $U^{\infty}$  определяется режимом зарядки (напряжением на коронирующем электроде и регулирующей сетке для коронозонотретов, энергией бомбардирующих электронов при зарядке электронным пучком или напряжением на электродах при зарядке в элетрич. поле).

При всех трёх методах зарядки получаются Э. с гомозарядом, знак к-рого совпадает с знаком бомбардирующих частиц или со знаком прилегающего к поверхности электрода. Как правило, номенкл. заряды разных знаков концентрируются у противоположных сторон пластины (плёнки), так что в целом она электронейтральна ( $q=0$ ). Однако при достаточно высоких темп-рах и при поляризации в сильном элетрич. поле может образовываться и гетерозаряд, чаще всего за счёт скопления у электродов носителей, поступающих из объёма диэлектрика, знак заряда к-рых противоположен знаку заряда на электродах.

Со временем у Э. наблюдается уменьшение заряда, обычно более быстрое в первое время после изготовления. В дальнейшем заряды Э. меняются незначительно в течение длит. времени. При комнатной темп-ре временная стабильность Э. высока (напр., у Э. из нолитграфортилена время жизни Э.  $\sim 10^2 - 10^4$  лет). С ростом темп-ры время жизни экспоненциально уменьшается. Увеличение влажности окружающей среды (особенно в присутствии пыли, аэрозолей и др.), воздействие ионизирующей радиации и т. п. ускоряют релаксацию зарядов Э. Релаксация заряда в полимерных Э. зависит от характера контакта их с электродами. При плотном контакте направление тока зарядки соответствует движению носителей заряда в тонких приэлектродных слоях к электродам.

Э. применяют как источники пост. элетрич. поля (элетрические микрофоны и телефоны, вибродатчики, генераторы слабых перем. сигналов, элетрометры, элетростатич. вольтметры и др.), а также как чувствит. датчики в дозиметрах, устройствах элетрич. памяти; для изготовления барометров, гигометров и газовых фильтров, фьезодатчиков и др. Фотозэлетрицы используют в элетрофотографии.

Лит.: Фридкин В. М., Желудев И. С. Фотозэлетрицы в элетрофотографическом процессе, М., 1960; Борисуков М. Э., Койков С. Н., Полимерные элетрицы, в кн.: Элетрические свойства полимеров, под ред. Б. И. Сажица, 3 изд., Л., 1986; Луцкий И. Г. А., Полимерные элетрицы, 2 изд., М., 1984; Губкин А. Н., Элетрицы, М., 1978; Элетрицы, под ред. Г. Сессера, пер. с англ., М., 1983. А. Н. Губкин, С. Н. Койков.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ** — физическое векторное поле  $D(r, t)$  — компонента макроскопич. элетромагнитного поля в сплошной среде. См. Элетрическое поле.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОСТОЯННАЯ** ( $\epsilon_0$ ) — физ. постоянная, входящая в ур-ния законов элетрич. поля (напр., в Кулона закон) при записи этих ур-ний в рационализованной форме, в соответствии с к-рой образуются элетрич. и магн. единицы *Международной системы единиц*; по старой терминологии Э. п. называется диэлектрич. проницаемость вакуума.  $\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} = 10^7 / (4\pi c^2)$  Ф · м<sup>-1</sup> =  $8,85418782(7) \cdot 10^{-12}$  Ф · м<sup>-1</sup>, где  $\mu_0$  — магнитная постоянная. В отличие от диэлектрич. проницаемости  $\epsilon$ , зависящей от тина вещества, темп-ры, давления и др. параметров, Э. п.  $\epsilon_0$  зависит только от выбора системы единиц. Напр., в гауссовой СГС системе единиц  $\epsilon_0 = 1$ .

**ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ** — напряжённость элетрич. однородного поля  $E_{пр}$  при к-рой наступает элетрич. пробой среды. У слюды, кварца и др. «хороших» диэлектриков  $E_{пр} \sim 10^6 - 10^7$  В/см; в окисленных и обезгаженных жидких диэлектриках  $E_{пр} \sim 10^6$  В/см; в газах Э. п.

зависит от давления и темп-ры; для воздуха при нормальных условиях и толщине слоя  $\sim 1$  см  $E_{пр} \sim 3 \cdot 10^4$  В/см. У полупроводников  $E_{пр}$  изменяется в широких пределах от  $10^6$  В/см до долей В/см.

Лит. см. при статьях Диэлектрики, Полупроводники.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ФОКУСИРОВАНИЕ** в ускорителях — см. Фокусировка частиц в ускорителе.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ** — элетромагнитные колебания в квазистационарных цепях, размеры к-рых малы по сравнению с длиной эл.-магн. волны. Это позволяет не учитывать волнового характера процессов и описывать их как колебания элетрич. зарядов  $Q$  (в ёмкостных элементах цепи) и токов  $I$  (в индуктивных и диссипативных элементах) в соответствии с ур-нием непрерывности:  $I = \pm dQ/dt$ . В случае одноконтурного колебательного контура Э. к. описываются ур-нием

$$L\ddot{I} + RI + I/C = \mathcal{E}(t),$$

где  $L$  — индуктивность,  $C$  — ёмкость,  $R$  — сопротивление,  $\mathcal{E}(t)$  — переменная внешняя эдс. М. А. Миллер.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РАЗРЯДЫ В ГАЗАХ** — прохождение элетрич. тока через ионизованные газы, возникновение и поддержание ионизованного состояния под действием элетрич. поля. Термин «разряд» возник от обозначения процесса разрядки конденсатора через цепь, включённую в себя газовой промежуток, что происходит, когда напряжение превышает порог пробоя промежуток. Ныне это слово употребляют в более широком смысле.

Существует множество видов Э. р. в г. в зависимости от характера приложенного поля (пост. элетрич. поле, переменное, импульсное, ВЧ, СВЧ), от давления газа, формы и расположения электродов и т. п. Ниже даны общее описание и примерная классификация разрядных явлений, рассмотрены их осн. составляющие элементы и более подробно — важнейшие виды разрядов.

**Разряды в постоянном поле.** Законы прохождения элетрич. тока через газы значительно сложнее, чем через металлы и элетроды; лишь в редких случаях они полностью аналогичны закону Ома. Их элетрич. свойства описываются *вольт-амперной характеристикой* (ВАХ). Если в стеклянную трубку, наполненную к.-л. газом, ввести два элетрода, подключённые к источнику пост. напряжения, то даже при небольшом напряжении ( $U < 100$  В) сверхчувствительный прибор зарегистрирует протекание очень слабого тока  $\sim 10^{-15}$  А. Ток создаётся «вытягиванием» поляем на элетроды зарядов, образующихся под действием космич. лучей и естеств. радиоактивности. Если обучать газ рентг. или радиоакт. источником, ток повысится до  $10^{-6}$  А. При повышении напряжения ток сначала возрастает, затем достигает насыщения (чему соответствует полное вытягивание всех зарядов, образуемых внеш. источником) — участок  $AB$  на рис. 1.

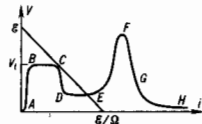


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика газовой разрядной цепи:  $AB$  — несамостоятельный разряд;  $BC$  — тёмная туннельской разрядки;  $DE$  — нормальная тлеющая;  $EF$  — аномальная тлеющая;  $FG$  — переход в дугу;  $GH$  — дуговая;  $HE$  — нагрусочная прямая.

Такие разряды и ток, к-рые существуют только при действии постороннего ионизирующего агента или, напр., благодаря элетронной эмиссии, вызванной накаланием катоды, назв. несамостоятельными.

При нек-ром напряжении, зависящем от рода газа, давления  $p$  и расстояния между элетродами  $d$ , происходит пробой и зажигается самостоятельный разряд, к-рый не нуждается в постороннем источнике ионизации.



Пробой газа начинается от случайных или искусственно впрыскиваемых пуч. электронов, х-рыс собирают в электрич. поле энергиею, а затем терять её на возбуждение и ионизацию атомов. В результате ионизации вместо одного энергичного электрона появляются два медленных, они снова набирают энергию и т. д.—развивается лавина электронная. За  $10^{-7}$ — $10^{-3}$  с ток вырастает на неск. порядков.

Дальнейший ход процесса зависит от ряда условий. При небольших давлениях ( $\sim 10^{-1}$ — $10^{-2}$  тор) и очень большом электрич. соротивлении внеш. цепи  $\Omega$ , ограничивающем ток величиной  $\sim 10^{-6}$  А, зажигается тёмный (таунсендовский) разряд (участок BC на рис. 1); при несколько меньших соротивлениях — тлеющий разряд (участок CF). Для последнего характерен ток  $i \sim 10^{-6}$ — $10^{-1}$  А (в трубках радиуса  $R \sim 1$  см) и напряжение  $V \sim 10^2$ — $10^3$  В. При большом межэлектродном расстоянии образуются однородный светящийся столб (положит. столб разряда), представляющий собой плазму. Плазма тлеющего разряда неравновесна, электронная темп-ра  $T_e \approx (1-3) \cdot 10^4$  К значительно больше газовой темп-ры  $T \approx 300$ — $1000$  К; степень ионизации  $\chi$  плазмы тлеющего разряда низкая,  $\approx 10^{-8}$ — $10^{-6}$ , в  $10^2$ — $10^4$  раз меньше термодинамически равновесной, отвечающей  $T_e$ .

Если р порядка атмосферного, соротивление мало, а источник тока мощный, то вскоре после пробоя зажигается дуговой разряд, для к-рого характерны сильный ток  $i > 1$  А, низкое напряжение  $V = 10$ — $100$  В (участок GH на рис. 1), яркое светящийся столб.

В дуге выделяется большая мощность, стеклянная трубка быстро разрушилась бы от перегрева. Длительно поддерживать дугу в замкнутом сосуде можно только при спец. охлаждении. Дугу часто зажигают в открытом воздухе. В дуговом разряде плазма чаще всего равновесна,  $T_e \approx T \sim 10^4$  К и соответствующим таким тем-рам степень ионизации  $\chi \approx 10^{-4}$ — $10^{-1}$ . Какой разряд получится после пробоя, зависит от давления, напряжения и соротивления и на графике определяется местом пересечения ВАХ разряда  $V(i)$  нагрузочной прямой  $\mathcal{E} = V + iR$ , где  $\mathcal{E}$  — эдс источника питания (рис. 1).

**Классификация газовых разрядов.** Среди стационарных самостоятельных разрядов в пост. поле наиб. важные и распространённые — тлеющий и дуговой. Они различаются механизмами катодной эмиссии, обеспечивающей возможность протекания пост. тока, поскольку осн. носители тока являются электроны. В тлеющем и тёмном (таунсендовском) разрядах катод холодный. Электроны вырываются из него положит. ионами (и фотонами). В дуговом разряде катод разогревается сильным током и происходит термоэлектронная эмиссия. В реэко неоднородных полях, усиленных около острей, проводов линий электропередачи, возникает коронный разряд, самостоятельный и слаботочный. Среди быстротечных сальютонных разрядов особенно важен искровой разряд. Он возникает обычно при  $p \sim 1$  атм,  $d > 1$ — $5$  см и достаточно высоким напряжением, превышающем напряжение зажигания короны, если поле сильно неоднородное. Искровой пробой газа происходит в результате возникновения и быстрого развития тонкого плазменного канала от одного электрода к другому; затем получается как бы короткое замыкание цепи высокопроводящим искровым каналом. Одна из форм искрового разряда — молния. В коронном и искровом разрядах катодная эмиссия особой роли не играет.

Несущественна роль электродных процессов и в большинстве разрядов в быстротечных полях. Поэтому разряды можно классифицировать, и не учитывая признаки, связанные с электродными эффектами, а по состоянию плазмы разряда и частоте электрич. поля. По характеру ионизации, состоянию газа можно различать: 1) пробой; 2) поддержание электрич. полем неравновесной плазмы; 3) поддержание равновесной плазмы. Электрич. поля, вызывающие газовые разряды, делятся по частотам на: 1) постоянные, включая низкочастотные и не слишком кратковременные импульсные; 2) высокочастотные (ВЧ), с частотами  $f \sim 10^2$ — $10^8$  Гц; 3) сверхвысокочастотные (СВЧ),

с  $f \sim 10^9$ — $10^{11}$  Гц и длинами волн  $\lambda \sim 10^2$ — $10^{-1}$  см; 4) оптические (от дальнего ИК до УФ). Все  $3 \times 4 = 12$  вариантов разрядов реализуются на опыте, многие нашли широкое применение в физ. эксперименте и технике (табл. 1).

Табл. 1 — Классификация разрядов

	Пробой	Неравновесная плазма	Равновесная плазма
Постоянное электрическое поле	Зажигание тлеющего разряда в трубе	Положительный столб без дуги высокого давления	Положительный столб дуги высокого давления
Высокие частоты	Зажигание ВЧ-разряда в сосудах с разреженным газом	Емкостные ВЧ разряда в разреженных газах	Индукционная плазменная горелка
СВЧ-диапазон	Пробой в волноводах и резонаторах	СВЧ-разряды в разреженных газах	СВЧ-плазмотрон
Оптический диапазон	Пробой газов лазерным излучением	Застывающая стадия оптического пробоя	Непрерывный оптический разряд

**Дрейф и энергия электронов в электрич. поле.** Ускоряясь в пост. поле  $E$ , электрон при каждом столкновении теряет приобретённую направленную скорость. На фоне хаотич. движения устанавливается ср. скорость направленного дрейфового движения  $v_d = -\mu_e E$ , где  $\mu_e = e/mv_{th}$  — подвижность,  $v_{th}$  — эфф. частота упругих столкновений электрона,  $e$  — заряд,  $m$  — масса. В слабоионизованном газе, при  $\chi \ll 10^{-3}$ , частота столкновений  $\nu_m = N\sigma_m$ , где  $N$  — плотность атомов и молекул,  $\sigma$  — ср. сечение хаотич. движения электрона,  $\sigma_m = \sigma_e(1 - \cos\theta)$  — трансферное сечение,  $\sigma_e$  — сечение упругих столкновений,  $\cos\theta$  — ср. косинус угла рассеяния (обычно  $\cos\theta \approx 0.1$ ). Транспортная длина пробоя  $l = \bar{v}/\nu_m = (N\sigma_e)^{-1}$ . При  $\chi > 10^{-3}$  преобладают столкновения с ионами;  $N$  замещается на плотность ионов  $n_+$ ,  $\sigma_m$  — на кулоновое сечение  $\sigma_{e+} = (4\pi r_e^2) \ln \Lambda / (kT_e)$ ,  $\ln \Lambda \approx 5$ — $10$  — кулоновский логарифм. При  $T_e = 1$  эВ  $\sigma_{e+} \approx 2.3 \cdot 10^{-13}$  см<sup>2</sup>, тогда как  $\sigma_e \sim 10^{-16}$ — $10^{-15}$  см<sup>2</sup>. Столкновение электрона с электроном к потере направленного импульса не приводит. В слабоионизованном газе действует подобия закон:  $v_d$  зависит от отношения  $E/N$ . Если темп-ра газа мала отличается от комнатной, плотность  $N$  обычно характеризуют давлением; при  $T = 293$  К давление  $p = 1$  мм рт. ст.  $\approx 1$  тор соответствует плотности  $N = 3.3 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>.

Плотность тока  $j = -en_d v_d = \sigma E$ , где  $\sigma = e\mu_e n_e = e^2 n_e / m \nu_m$  — проводимость. Когда преобладают столкновения электронов с ионами,  $\sigma \propto T_e^{3/2}$  и не зависит от  $n_e$ . Из-за большой массы подвижность ионов  $\mu_+$  в  $10^2$ — $10^4$  раз меньше  $\mu_e$ , поэтому в плазме, где  $n_+ \approx n_e$ , вклад ионов в ток пренебрежимо мал. В табл. 2 приведены эксперим. оценочные значения характеристик электронов в диапазонах  $E/p$ , свойственных плазме тлеющего разряда.

Табл. 2 — Оценочные значения параметров слабоионизованного газа

Газ	Диапазон $E/p$ , В/см·тор	$\mu_e/p$ , $10^6$ см <sup>2</sup> /тор·В·с	$\nu_m/p$ , $10^9$ с <sup>-1</sup> × тор <sup>-1</sup>	$\sigma/p$ , $10^{-13}$ см <sup>2</sup> /тор·Ом	
				ср/и <sub>+</sub>	$i/p$ , $10^{-2}$ см × тор
He	0.6—10	0.86	2.0	1.4	6
Ne	0.4—2	1.5	1.2	2.4	12
Ar	1—13	0.33	5.3	0.53	3
N <sub>2</sub>	4—30	0.37	4.8	0.58	2
H <sub>2</sub>	2—50	0.42	4.2	0.67	3
Воздух	4—50	0.45	3.9	0.72	3
CO <sub>2</sub>	3—30	1.1	1.8	1.8	3
CO	5—50	0.31	5.7	0.5	2

В  $1 \text{ см}^2$  за  $1 \text{ с}$  электрич. поле совершает над электронами работу  $eE v_{dr} = |E| = \sigma E^2$ . Это есть джоулево тепло тока, передаваемое электронами газу при столкновениях. Угловая передача в одном зф. столкновении составляет долю  $\delta = 2m/M$  от энергии электрона  $\epsilon$  ( $M$  — масса атома);  $\delta \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ . В молекулярном газе электроны гораздо больше тратят на возбуждение колебаний молекул;  $\delta \sim 10^{-3}$ . Ср. энергия электрона  $\bar{\epsilon}$  соответствует балансу между приобретением и передачей энергии газу; баланс устанавливается очень быстро, за время  $\tau = (v_{dr} \delta)^{-1}$ . При ис- завышающем от энергии транспортном сечении  $\sigma_m(\epsilon) = \text{const}$  и максвелловском распределении скоростей  $\bar{v}$  ср. энергия  $\bar{\epsilon} = (\sqrt{3\pi/4}) eE l / \sqrt{\delta}$ ;  $v_{dr} / \bar{v} = (\sqrt{3\pi/4}) \sqrt{\delta} \ll 1$ . Действует закон подобия:  $\bar{\epsilon} \sim E/N$ . В полонит. столбе глеио-ею разряда  $E/p \sim 1 - 10 \text{ В/см} \cdot \text{тор}$ , а  $\bar{\epsilon} \approx 3kT_e/2 \approx 1 - 3 \text{ эВ}$ . Когда частота электрон-электронных столкновений много меньше  $v_{dr} \delta$ , электронный спектр дряго от максвелловского и  $T_e$  имеет условный смысл. Более строгое выражения для  $v_{dr}$  и др. параметров находят, решая кинетич. ур-ние для ф-ции распределения электронов по скоростям  $f(v)$ .

**Образование и гибель заряженных частиц в электрическом поле.** Атомы и молекулы ионизируются гл. обр. ударами электронов (см. Ионизация), в слабоионизованной неравновесной плазме — преим. из осп. состояния. Зная сечение ионизации  $\sigma_i(\epsilon)$  и ф-цию распределения электронов, можно вычислить частоту ионизации  $\nu_i$  — число ионизаций, совершаемых электроном в  $1 \text{ с}$ . Вблизи порога (ионизационного потенциала  $I$ )  $\sigma_i = C_i(\epsilon - I)$ . При максвелловском распределении имеем:

$$v_i = N \sigma_i C_i (I + 2kT_e) \exp(-I/kT_e); \bar{v} = (8kT_e/\pi m)^{1/2}. \quad (1)$$

Константы  $C_i$  для разных газов различаются в 2—3 раза. Для  $\text{Ar}$ , напр.,  $C_i = 2 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2/\text{эВ}$ . В случае пост. поля удобнее оперировать иониз. коэф.  $\alpha$  — числом ионизаций, к-рые электрон совершает на  $1 \text{ см}$  дрейфового пути вдоль поля:  $\alpha = \nu_i / v_{dr}$ . Обычно экспериментально измеряют  $\alpha$  и  $v_{dr}$ , а не  $\nu_i$ . Для этих параметров также существует закон подобия:  $\alpha/N, v_{dr}/N$  — ф-ции  $E/N$  (см. 2). Для определения  $\alpha$  широко используется полумэмрич. ф-ла Таунсанда:

$$\alpha = A \exp(-Bp/E), \quad (2)$$

постоянные  $A$  и  $B$  к-рой находят либо из опыта (для больших  $E/p$ ), либо на основе решения кинетич. ур-ния (при низких  $E/p$ ). Напр., в  $\text{N}_2$  для  $E/p \approx 100 - 600 \text{ В/см} \cdot \text{тор}$   $A \approx 12 \text{ см}^{-1} \cdot \text{тор}^{-1}$ ,  $B \approx 342 \text{ В/см} \cdot \text{тор}$ ; при  $E/p \approx 10 - 100 \text{ В/см} \cdot \text{тор}$   $A \approx 10$ ,  $B \approx 275$ .

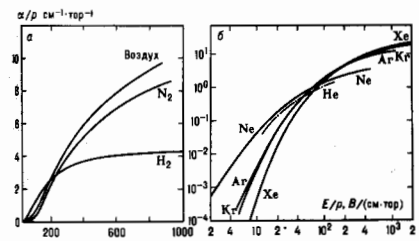


Рис. 2. Ионизационные коэффициенты  $\alpha$ ; а — для воздуха, азота и водорода; б — для инертных газов.

Ионизация может быть и ступенчатой: первым электронным ударом атом лишь возбуждается, а ионизируется следующим или после повторного возбуждения. При обильном возбуждении атомов может произойти ассоциативная ионизация (напр.,  $\text{Hg}^* + \text{Hg}^* \rightarrow \text{Hg}_2^+ + e$ ).

Заряды из плазмы исчезают в результате рекомбинации в объёме или на стенках. При низкой темп-ре газа элек-

тронная рекомбинация в объёме идёт преим. диссоциативным механизмом типа  $\text{N}_2^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{N}$  с коэф.  $\beta \sim 10^{-7} - 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$  (в инертных газах после предварит. реакции конверсии типа  $\text{He}^+ + \text{He} \rightarrow \text{He}_2^+ + e$ ). Частота рекомбинации  $\nu_r = \beta n_e$ . При  $p < 10 \text{ тор}$  преобладает амбиполарная (совместная) диффузия электронов и ионов с частотой  $\nu_d = D_{e,i} / \Lambda^2$  к стенкам, где  $i$  ионы и нейтралуются. При  $T_e \gg T_0$  коэф. амбиполарной диффузии  $D_{e,i} = \mu_e \mu_i T_e$  (в азоте, напр.,  $D_{e,i} \approx 1.5 \cdot 10^{13} p^2 \text{ см}^2/\text{с}$ ;  $T_e$  в В. в тор).  $\Lambda$  — диффузионная длина. В длинной трубке  $\Lambda = R/2,4$ .

В электроотрицат. газах ( $\text{O}_2, \text{CO}_2$ , галогены, их смеси и др.) происходит прилипание электронов с образованием отрицат. ионов. Скорость прилипания характеризуется частотой  $\nu_a$  [ $\text{с}^{-1}$ ] и коэф.  $a$  [ $\text{см}^{-1}$ ], аналогичным  $\alpha$ . Под ударами возбуждённых частиц электроны могут отлипать от отрицат. ионов. Коэф.  $a$  нарастает с увеличением  $E/p$  быстрее, чем  $\alpha$ , поэтому кривые  $a(E)$  и  $\alpha(E)$  пересекаются [напр., в воздухе — при  $E/p = 31 \text{ В/см} \cdot \text{тор}$ ]  $\nu_a = 23,6 \text{ кВ/см} \cdot \text{атм}$ ]. При меньшем  $E/p$  в отсутствие отлипания ионизация в воздухе идти не может. В отсутствие поля прилипание идёт в тройных столкновениях типа  $e + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^- + \text{O}_2$ ; в воздухе при  $p = 1 \text{ атм}$  частота прилипания  $\nu_a \approx 10^7 - 10^8 \text{ с}^{-1}$ , т. е. электрон живёт  $10^{-7} - 10^{-8} \text{ с}$ . Положит. и отрицат. ионы в воздухе при атм. условиях рекомбинируют с коэф.  $\beta \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$ .

В равновесной плазме при  $T \sim 10^4 \text{ К}$  и  $p \sim 1 \text{ атм}$  преобладают ступенчатая ионизация и электрон-ионная рекомбинация в тройных столкновениях, но  $\nu_r$  однозначно определяются  $T$  и  $p$  — ур-нием Саха.

**Пробой.** Плоский промежуток длиной  $d$  в пост. поле  $E = V/d$  при  $pd < 200 - 1000 \text{ тор} \cdot \text{см}$  пробивается путём размножения лавин через вторичную эмиссию. От каждого электрона, вышедшего с катода, рождается  $\exp(\alpha d) - 1$  электрон-ионных пар. Попав на анод, ион выбивает из него  $\gamma$  вторичных электронов (коэф. эмиссии  $\gamma \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ ). Если вторичных электронов будет больше, чем первичных, ионизация будет неупруго нарастать и произойдёт пробой. Порог пробоя или потенциал зажигания разряда  $V_i$  определяется из условия Таунсанда:

$$\gamma [\exp(\alpha d) - 1] = 1; \alpha(E_i) d = \ln(\gamma^{-1} + 1); E_i = V_i/d. \quad (3)$$

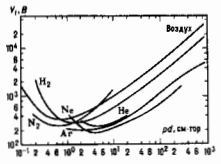
С учётом (2)

$$V_i = B(pd) / [C + \ln(pd)], \quad C = \ln\{A / [\ln(\gamma^{-1} + 1)]\}. \quad (4)$$

Эта ф-ла неплохо описывает эксперим. кривые Пашена (рис. 3), имеющие минимум при следующих параметрах:

$$V_{i \min} = \frac{\bar{e} B}{A} \ln(\gamma^{-1} + 1), \quad \left(\frac{E}{p}\right)_{\min} = B, \quad (D)_{\min} = \frac{\bar{e}}{A} \ln(\gamma^{-1} + 1). \quad (5)$$

где  $\bar{e}$  — экспонента. В точке минимума кривой Пашена условия по  $pd$  оптимальны для размножения электронов.



В осциллирующем поле  $E = E_0 \sin \omega t$  электрон совершает колебания: при  $v_m \ll \omega$  — свободные, с амплитудой  $a = eE_0/m\omega^2$ ; при  $v_m \gg \omega$  — дрейфовые, с  $a = \mu_e E_0/\omega$ . Если  $a$  много меньше характерных размеров разрядного объёма (что типично для СВЧ-диапазона), то лавины локализованы. Ионизация, вызванная случайным электроном, нарастает, если  $\bar{\epsilon}$  частота  $\nu_i(E_0)$  превышает частоту диффузии электрона к стенкам  $\nu_d = D_e/\Lambda^2$ . В начале процесса зарядов мало и электроны диффундируют свободно с коэф. диффузии  $D_e = (\mu_e/\mu_i) D_{e,i} \gg D_{e,i}$ . Пороговое для пробоя средне-квадратичное поле  $E_i$  определяется из условия  $\nu_i(E_i) = \nu_d$ .

в электроинриат. газе  $v_1 = v_d + v_n$ . Порог пробоя  $E_1(p)$  имеет минимум в зависимости от давления (рис. 4). Это объясняется следующим. При больших  $p$ , когда  $v_n \gg \omega$ , электрон набирает в первом. поле энергию примерно так же, как в постоянном, и  $\epsilon \approx E/p$ . Ионизация идет интенсивно.

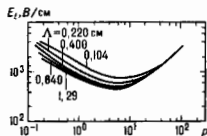


Рис. 4. Среднеквадратичные пробивные поля в воздухе на частоте 9,4 ГГц;  $\lambda$  — диффузионная длина.

если ср. энергия электрона  $\epsilon$  порядка  $\lambda$ , т. е.  $\epsilon$  не меняется, и, следовательно,  $\epsilon \approx \omega r$ . При низких  $p$ , когда  $v_n \ll \omega$ , очень сильна диффузия, и чтобы произошла пробой (т. е. было выполнено условие  $v_1 = v_n \omega / p$ ), поле должно возрасти при уменьшении  $p$ ,  $v_1 = v_n \omega / p$ , поле соответствует такому  $p$ , когда  $v_n \approx \omega$ . Для СВЧ-диапазона  $p_{min} \sim 1-10$  тор.  $E_{1min} \sim 10^2 - 10^3$  В/см. В качестве отношения сказанное справедливо и для оптич. пробоя, но для оптич. частот  $p_{min} \sim 10^3$  атм (см. *Оптические разряды*). При понижении частоты в ВЧ-диапазоне амплитуды дрейфовых колебаний могут оказаться сравнимыми с размерами соуды. Тогда электроны начинают ударяться о стенки, их потенциал и порог пробоя скачкообразно возрастают.

**Глеющий разряд.** Неотъемлемым элементом глеющего разряда является катодный слой положительного пространственного заряда с сильным полем у катода ( $E/p \sim 10^3$  В/см тор) и значит. катодным падением потенциала  $V_k \sim 150-400$  В. Именно им обусловлено т. н. отрицательное глеющее свечение за катодом, откуда и название разряда. Положит. плазменный столб играет роль проводника, соединяющего катодные части разряда с анодом (рис. 5). При уменьшении расстояния между электродами сначала сокращается именно он, потом фардеево темное пространство (см. *Глеющий разряд*), а катодный слой не изменяется, и лишь когда не хватает места для него (и отчасти для отриц. свечения), горение разряда сильно затрудняется. Разряд может гореть и в сосудах замысловатой формы. Вследствие оседания электронов на стенках возникает дополнит. поле, к-рое векторно складывается с внешним. Силовые линии результирующего поля, протягиваясь от анода к катоду, повторяют все изгибы трубки.

Самоподдержание тока в глеющем разряде осуществляется за счет катодного слоя, благодаря неравномерному распределению потенциала между электродами (рис. 5). Часть межэлектродного промежутка заполняет хорошо проводящий, положит. столб со слабым полем  $E/p \sim 1-10$  В/см тор). Тем самым сокращается толщина области  $d$ , где должно происходить

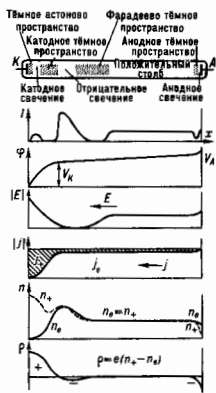


Рис. 5. Структура глеющего разряда в трубке. Показаны распределения интенсивности свечения  $I$ , потенциала  $\phi$ , поля  $E$ , плотностей электронного  $j_e$  и ионного  $j_i$  токов, плотностей ионов  $n_+$  и электронов  $n_-$ , плотности объемного заряда  $\rho = e(n_+ - n_-)$ .

осн. размножение электронов и осуществляется самоподдержание тока. Уменьшение  $d$  приводит к наиб. выгодным для размножения условиям, отвечающим минимуму напряжения на кривых Паушена (рис. 3) и ф-лам (5).

Когда ток занимает не весь катод, плотность тока на катоде  $j_k$  имеет вполне определенное «нормальное» значение, удовлетворяющее закону подобия:

$$j_k/p^2 = (1 + \gamma) \mu - pV_d^2 / 4\pi (pd)^2, \quad (6)$$

где  $V_d \approx 1,1 V_{1min}(pd) \approx 1,4 (pd)_{min}$ . Обычно  $V_d \approx 150-400$  В,  $(pd)_{min} \approx 0,5-1$  тор см,  $j_k/p^2 \approx 10-500$  мкА/см<sup>2</sup> тор<sup>2</sup>. При увеличении тока растет площадь свечения на катоде, а  $j_k$ ,  $V_d$  остаются неизменными (участок DE на ВАХ, рис. 1). Такой разряд наз. нормальным. Когда свечение занимает весь катод,  $j_k$ ,  $V_d$  и  $V$  при росте тока возрастают. Это — аномальный разряд (участок EF на рис. 1).

В лобном сечении длинного однородного положит. столба ионизация компенсирует гибель электронов за счет рекомбинации, амбиплярной диффузии к стенкам, прилипания (к-рое может частично компенсироваться отталкиванием). Этим объясняется зависимость поля в столбе от плотности зарядов в плазме (эквивалент ВАХ столба). При сильном нагреве газа ВАХ — падающая. В глеющем разряде возникнут разл. неустойчивости. Наиб. распространена ионизационно-перегревая, связанная с увеличением частоты ионизации при тепловом расширении газа, вызванном случайным локальным перегревом. Рост  $v_1$  ведёт к увеличению  $n_e$  дополнит. тепловыделению  $jE$  и дальнейшему росту  $T$ . Эта неустойчивость вызывает *контракцию газового разряда* — стягивание разряда в токовый шнур. Др. неустойчивости приводят к возникновению *спиралей* — расclosию положит. столба вдоль тока на сильно и слабо ионизованные участки. Чаще всего страты бегут от анода к катоду и глазом не видны (см. также *Низкотемпературная плазма*).

**Дуговой разряд.** Его отличит. черта — малость катодного падения,  $V_k \sim 10$  В. Разогретый интенсивным потоком ионов катод или его токонесущие участки (катодные пятна) испускают достаточно сильный электронный ток. Плазма положит. столба дугового разряда при атм. давлении равновесна, её проводимость определяется темп-рой  $T$ . Поле в столбе  $E$  и ВАХ  $E(j)$  определяются балансом энергии: дожоуле тепло  $\sigma(T)E^2$  выносится за счет теплопроводности к охлаждаемым стенкам (если дуга горит в трубке), либо рассеивается в пространстве (дуга в свободной атмосфере). Типичным примером последнего является дуга с угловыми электродами в воздухе (рис. 6). ВАХ

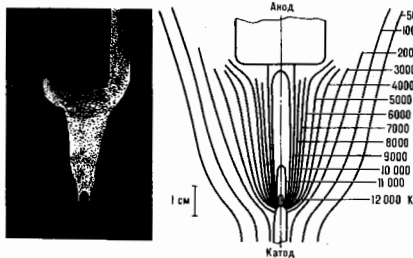


Рис. 6. Угловая дуга в воздухе при  $i = 200$  А: слева — фотография, полученная с помощью метода Теллера; справа — измеренное поле температуры.

столба и всей дуги падающая (рис. 7). Напряжение горения дуги складывается из напряжения на положит. столбе, пропорционального его длине, катодного ( $V_k \sim 10$  В) и анодного падений напряжения. Когда на аноде образуется анодное пятно с  $j \approx 5 \cdot 10^4$  А/см<sup>2</sup>, анодное напряжение

резо уменьшается от  $V_s \approx 40$  В до 10 В при  $i \approx 15-20$  А. Из-за большой плотности тока анод в пятне испаряется (температура  $\approx 4200$  К), при этом дуга «шипит».

Для мощных ( $10^2-10^3$  кВт) электродуговых устройств важнейшей является проблема эрозии электродов, в осо-

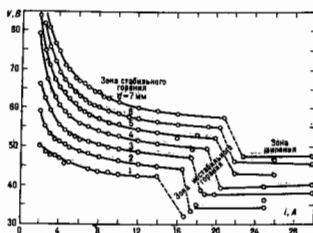


Рис. 7. ВАХ угольной дуги в воздухе;  $d$  — расстояние между электродами.

бенности катода. Даже тугоплавкие материалы, такие как вольфрам, подвержены разрушению и испарению, в особенности в катодных пятнах, где плотность тока достигает  $10^7$  А/см<sup>2</sup>. В катодных пятнах происходит термоавтоэлектронная эмиссия — сочетание действия температуры  $T \approx 3000-5000$  К и полевой эмиссии ( $E \approx 10^7$  В/см). Катодные пятна всегда образуются в вакуумных дуговых лампах с металлич. электродами, используемых в вакуумных переключателях. В дугах высокого давления ( $p \approx 10$  атм) в Hg, Xe подавляющая часть джоулева тепла уносится излучением, что используется для изготовления дуговых ламп (см. *Источники оптического излучения*). В ряде приборов применяется низковольтная дуга низкого давления ( $p \sim 1$  тор,  $V \approx 10-20$  В,  $i \sim 1$  А) с искусственно накаленным катодом.

Высокоточные разряды бывают двух типов: индукционные (ВЧИ) и ёмкостные (ВЧЕ). Безэлектродный ВЧИ-разряд обычно зажигают внутри диэлектрич. трубки, вставленной в катушку (достаточно и неск. витков), по к-рой пропускается ВЧ-ток (рис. 8, а). В этом случае перем.

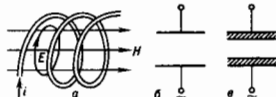


Рис. 8. Способы возбуждения ВЧ-разрядов: а — индукционный; б — ёмкостный; в — ёмкостный безэлектродный (изоляторы заштрихованы).

продольное магн. поле индуцирует в разрядной плазме кольцевые замкнутые поле  $E$  и ток. ВЧИ-разряды чаще зажигают при  $p \approx 1$  атм. Плазма ВЧИ-разряда равновесна, подобно плазме столба дуги,  $T \approx 8000-11000$  К. В устройствах небольшой мощности ( $\sim 1$  кВт) тепло отводится за счёт теплопроводности к охлаждаемому стенкам; в мощных устройствах ( $\sim 10-10^3$  кВт) по трубке продувают газ со скоростью  $u \sim 1$  м/с. Поток отжимает плазму от стенок и выносит тепло с плазменной струей. Режим горения оптимален при таких темп-ре  $T$ , проводимости  $\sigma(T)$  и радиусе плазменного столба  $R$ , что толщина скин-слоя  $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma}$ , на к-рый ВЧ-поле проникает в проводник, меньше, но сравнима с  $R \sim 1-2$  см.

ВЧЕ-разряд при низких и ср. давлениях ( $p \sim 10^{-1}-10^2$  тор) обычно зажигают, подавая ВЧ-напряжение на плоские электроды. Электроды могут быть и обогнанными, и изолированными от плазмы диэлектрич. пластинами (рис. 8, б, в). Весь разрядный объём в плоском промежутке

заполнен малодвижными ионами. На их фоне электроны совершают дрейфовые колебания, так что граница плазмы, где  $n_e = n_0$ , также перемещается, поочередно касаясь одной из твёрдых поверхностей. При этом обгащается ионный слой положит. пространственного заряда около противоположной поверхности. Нехватка электронов в промежутке, отчего и получаются приэлектродные слои, возникает из-за того, что находившиеся вблизи поверхности электроны в самом начале идут в металл, либо прилипают к изолирующим электродам пластинам.

Существуют две формы горения ВЧЕ-разряда. В  $\alpha$ -форме приэлектродные слои практически лишены проводимости и плазменный ток замыкается на электродах токами смещения. Этому режиму соответствуют небольшие плотности тока  $j \sim 10$  мА/см<sup>2</sup> при  $p \sim 20$  тор. При достаточном сильном общем токе и плотности зарядов в плазме  $n \approx 10^{10}$  см<sup>-3</sup> ( $\gamma$ -форма горения разряда) происходит таунсендовский пробой слоб и у обонх электродов образуются слои с ионным током и вторичной эмиссией (в т. ч. и с диэлектрика, откуда срываются прилипшие электроны), очень похожие на катодный слой тлеющего разряда. В этой форме разряда ток  $j \sim 10^2$  мА/см<sup>2</sup>, а толщина слоб (при средних давлениях) на порядок меньше, чем в  $\alpha$ -режиме, и близка к  $d_0$  нормального тлеющего разряда. В этих слоях сочетаются ток проводимости и ток смещения. Когда ВЧ-напряжение подают на единств. электрод, возникает *фишеровый разряд*.

ВЧ-разряды зажигают в резонаторе, в диэлектрич. трубке, пересекающей волновод; в последнем случае обычно при  $p \sim 1$  атм. Как и в ВЧИ-разряде, через трубку продувают газ. Разрядная плазма квазиравновесна, но темп-ра при мощностях  $\sim 1$  кВт  $\sim 4000-6000$  К. Она пе поднимается выше, т. к. от сильное ионизованной плазмы ВЧ-излучение отражается (см. также *Оптические разряды*).

**Искровой разряд.** Первой стадией этого разряда служит стримерный, а чаще лидерный пробой — прорастание топкого плазменного канала от одного электрода к другому (см. *Стримеры. Пробой газа*). Потом канал превращается в искровый, способный пропустить сильный ток («короткое замыкание»). Важнейшим элементом искрового пробоя является стример, к-рый зарождается от мощной электронной лавины, в простейшем случае — около самого анода. Электроны, сосредоточенные вблизи переднего фронта лавины, уходят в анод, оставляя положительно заряженный ионный след. Возбуждённые в лавине молекулы испускают фотоны, к-рые производят фотоионизацию. Фотоэлектроны дают начало вторичным электронным лавинам, к-рые втягиваются в ионный след, являющийся источником электроного поля. Смешиваясь с ионами первичной лавины, электроны вторичных образуют плазму, а во вторичные ионные следы втягиваются лавины следующего поколения и т. д. Процесс происходит непрерывно, и от анода прорастает плазменный канал — стример.

Лавинно-стримерный переход может произойти лишь при сильном внем. поле  $E_0$ , при к-ром поле пространственного заряда головки лавины достигает внешнего. Это случается, когда в лавине зарождается  $N \approx \exp[\alpha(E_0)d] \sim 10^8$  электронов или  $\alpha(E_0)d \approx 18-20$  (условие Мика). Радиус стримерного канала  $r \sim 10^{-3}-10^{-2}$  см; плотность зарядов в нём  $n \sim 3N/4\pi r^3 \sim 10^{13}-10^{14}$  см<sup>-3</sup>; ток стримера (нагнетание положит. заряда в канал и вершину)  $i \sim 10^{-2}-1$  А; скорость роста стримера  $v_s \sim 10^8$  см/с. Новые порции газа ионизуются благодаря сильному соств. полю стримерной вершины, и в этом смысле процесс — самоподдерживающийся. Но внем. поле (4,7 кВ/см в канале в атм. воздухе) всё равно необходимо, ибо энергию поставляет источник тока. В воздухе из-за прилипания стримерный канал теряет свою проводимость на расстоянии  $v_s/v_a \sim 10$  см от вершины. Поэтому перекрытие стримером воздушного промежутка с  $d \approx 20$  см к пробое не приводит. В этих случаях действует лидерный механизм.

Лидер — плазменный канал, прорастающий со скоростью  $v_a \sim 10^8$  см/с, но обладающий гораздо более высокой проводимостью благодаря повыш. темп-ре газа

$T \geq 5000$  К, что исключает прилипаение. Лидерный ток  $I_{лн} \sim 1$  А складывается из токов множества стримеров, зарождающихся у лидерной вершины. Этот суммарный ток достаточен, чтобы нагреть воздух до  $T \geq 2500$  К, когда прекращается прилипаение. Схема лидерного процесса в многометровом воздушном промежутке между стержнем анодом и заземлённой плоскостью (что типично для экспериментов) показана на рис. 9. Лидерный канал, обладая высокой проводимостью, в значит. мере переносит потенциал анода к вершине, где поле очень сильное, как около острья.

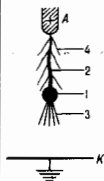


Рис. 9. Лидер: 1—светящаяся головка ( $r \sim 0,5$  см); 2—канал ( $r \sim 10^{-2} - 10^{-1}$  см); 3—стримерная зона; 4—остатки стримеров («хвост»).

Напряжение пробоя длинных промежутков ( $\sim 10$  м) достигает МВ, но ср. поля в промежутке ( $E \sim 1$  кВ/см·атм  $\sim 1$  В/см·тор) в десятки раз меньше, чем при таунсендовском пробое. Ионизация газа идёт только в областях сильного собств. поля лидерной и стримерных вершин. Когда лидер достигает заземлённого электрода, по его каналу, всё ещё находящемуся под высоким потенциалом, со скоростью  $\sim 10^9$  см/с проходит обратная волна снятия напряжения (возвратный удар). Благодаря сильнейшему полю на фронте волны ионизация в канале резко возрастает и он превращается в искровую с равновесной плазмой при  $T_e \approx T \approx 20000$  К.

При постепенном подъёме напряжения на стержневом электроде искровой пробоем предшествует коронный разряд, напряжение зажигания к-рого ниже, чем напряжение пробоя.

**Применения.** Газовые разряды применяют в газосветных приборах, в электронных диодах с газовым наполнением, тиратронах, ртутных выпрямителях (ингитронах), в качестве стабилизаторов напряжения в счётчиках Гейгера ядерных частиц, в антенных переключателях, озонаторах, магнетогидродинамических генераторах. Широко используют электродугу сварка, электродуговые печи для плавки металлов, дуговые коммутаторы. Получили большое распространение генераторы плотной равновесной низкотемпературной плазмы с  $T \sim 10^4$  К,  $p \sim 1$  атм — *плазмотроны* (дуговые, индукционные, СВЧ). В них продуванием холодного газа через соответствующий разряд получают плазменную струю. Плещущий и ВЧЕ-разряды используют для создания активной среды в лазерах самой разл. мощности — от мВт до многих кВт, в плазмохимии. Эти и др. приложения, использование результатов исследований Э. п. в г. в технике высоких напряжений поставило физику газового разряда в ряд наук, к-рые служат фундаментом совр. техники.

*Лит.*: Грановский В. Л., Электрический ток в газе. Установившийся ток, М., 1971; Ховатсон А. М., Введение в теорию газового разряда, пер. с англ., М., 1980; Райзер Ю. П., Физика газового разряда, 2 изд., М., 1992.

Ю. П. Райзер.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПРОБОЙ** диэлектриков и полупроводников — резкое падение их электрич. сопротивления при достаточно высоком приложении к образцу напряжения (см. также *Пробой электрический*). Э. п. отличается от теплового пробоя тем, что на подготавливает стадии пробоя ни разогрев, ни хим. процессы не имеют существенного значения, а также малым временем развития пробоя, слабой зависимостью пробивного напряжения от темп-ры. Э. п. обусловлен ударной ионизацией атомов и молекул электролитами. Электрон получает возможность ударной ионизации, если энергия  $U$ , передаваемая ему электрич. полем, оказывается больше энергии  $U_{пр}$ , теряемой электроном при рассеянии на фоновых дефектах и примесях кристаллич. решётки. При этом электрон мо-

жет ускоряться в электрич. поле до энергии, достаточной для ионизации атомов и молекул электронным ударом и тем самым для развития лавинового процесса.

Теория ударной ионизации основана на анализе *кинетического уравнения Больцмана*, решение к-рого даёт значе-ние величины *электрической прочности*  $E_{пр}$ :

$$e E \frac{\partial f(\delta, \theta)}{\partial p_z} = \varphi_{расс} + \varphi_{ион} + \varphi_{возб} + \varphi_{рек}.$$

Здесь  $E$  — напряжённость электрич. поля в направлении  $oz$ ,  $e$  — заряд электрона,  $p_z$  — проекция его импульса,  $f(\delta, \theta)$  — ф-ция распределения электронов по энергии и направлениям импульса ( $\theta$  — угол между  $E$  и  $p$ ),  $\varphi_{расс}$ ,  $\varphi_{ион}$ ,  $\varphi_{возб}$ ,  $\varphi_{рек}$  — изменение распределения  $f$  за счёт процессов рассеяния, ионизации, возбуждения и рекомбинации. Левая часть ур-ния представляет собой изменение ф-ции  $f$  при ускорении электронов электрич. полем. Отсутствие стационарного решения ур-ния соответствует Э. п. Критерии Э. п. выбраны равными энергии электронов  $U_{л2}$ , разделяющей совокупность электронов после акта ионизации на 2 равные половины, и энергии, соответствующей условию  $U = U'$ . При этом концентрация *электронной проводимости* будет возрастать при небольшом превышении напряжённости поля над значением  $E_{пр}$ , соответствующим этому критерию.

Зависимости  $E_{пр}$  от темп-ры  $T$  для кристаллов NaCl, KCl совпадают с полученными экспериментально. Эксперимент позволил установить наличие минимума на зависимости напряжения пробоя  $U_{пр}$  от толщины  $h$  кристаллов NaCl при  $h \approx 1$  мкм (что соответствует кривой Пашена для электрич. пробоя газов), а также зависимость времени  $t$  развития пробоя от  $h$ , к-рая, как и в газах, состоит из двух участков; на первом  $t$  уменьшается с ростом  $h$ , затем резко спадает на 2—3 порядка. На втором участке  $t$  растёт при увеличении  $h$ . Предполагалось, что второй участок соответствует т.н. односторонне-стримерному пробое, а первый — многосторонне-стримерному пробое, при к-ром время развития пробоя включает и время «статистич. ожидания» нахождения неск. лавин в одну область на аноде, чтобы суммарный объёмный заряд был достаточен для развития *стримера*.

В дальнейшем оказалось, что ширина зоны проводимости кристалла (см. *Зонная теория*) недостаточна для того, чтобы электрон смог приобрести энергию, необходимую для ударной ионизации в *диэлектриках*, обладающих широкой запрещённой зоной. Кроме того, теория ударной ионизации не даёт представления о самом процессе развития Э. п., а лишь определяет критерий пробоя и оценивает величину электрич. прочности.

Дальнейшее развитие теории Э. п. твёрдых диэлектриков и полупроводников основано на представлении о доменной неустойчивости. В сильных электрич. полях вольт-амперная характеристика (ВАХ) может иметь S-образную форму, что приведёт к *циркурованию тока*, или N-образную форму и это ведёт к образованию доменов сильного электрич. поля (см. *Гайна эффект*).

Регистрируя быстропротекающие процессы с большим разрешением по времени (до  $10^{-9}$  с) и по координатам (до 1 мкм), *электронно-оптические преобразователи* и флюоресцентная фоторегистрация (включая фотографирование с лазерной подсветкой) позволили наблюдать процесс образования и развития канала пробоя в диэлектрике, изучать распространение ударных волн и образование плазмы в канале пробоя. Обнаружено много сходного в развитии процесса пробоя в газах, жидких и твёрдых диэлектриках.

Э. п. полимеров может быть обусловлен сдвливанием полимерной плёнки (электромеханич. пробой), а также разрывом молекулярных цепей под действием сил электрич. поля на молекулы, приобретающие электрич. заряд в сильном электрич. поле. Последний механизм подтверждается снижением механч. прочности (в 6 и более раз) в электрич. поле с напряжённостью  $2 \cdot 10^7$  В/м, существенно меньшей не только электрич. прочности

$E_{\text{пр}} \sim 10^8$  В/м, но и напряжённости возникновения частичных разрядов.

Лит.: Сканди Г. И. Физика диэлектриков. (Область сильных полей). М., 1958; Франц В., Пробой диэлектриков, пер. с нем., М., 1961; Воробьев А. А., Воробьев Г. А. Электрический пробой и разрушение твердых диэлектриков, М., 1966; Электрические свойства полимеров, под ред. Б. И. Сажина, 3 изд., Л., 1986; Вершинин Ю. Н., Зотов Ю. А., Перегрывная неустойчивость в кристаллических изоляторах в предпробойном электрическом поле, ФТТ, 1975, т. 17, в. 3, с. 826; Борисова М. Э., Койков С. Н., Физика диэлектриков, Л., 1979.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК** — направление движения носителей электрич. зарядов (электронов, ионов, дырок и т.п.). Количественно Э.т. характеризуется вектором *плотности электрического тока*  $j = qn\langle u \rangle$ , где  $q$  — заряд и концентрация носителей,  $\langle u \rangle$  — ср. скорость упорядоченного движения носителей (с учётом финн. распределения по скоростям или импульсам). Если ввести объёмную плотность заряда  $\rho = qn$ , то  $j = \rho\langle u \rangle$ . В системах с разнородными носителями производится векторное суммирование плотностей Э.т., обусловленных этими носителями. Интегральной характеристикой Э.т. является *сила тока*  $I$ , определяемая как поток вектора  $j$  через заданную площадку  $\Delta S$ :

$$I = \int_{\Delta S} j dS.$$

Функции  $j(r, t)$  и  $\rho(r, t)$  связаны ур-нием непрерывности:

$$\text{V}j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

В интегральной форме это ур-ние восходит к закону сохранения электрич. заряда:

$$I_S = \oint j dS = - \frac{\partial Q}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV$$

( $S$  — поверхность, охватывающая объём  $V$ ,  $Q$  — заряд объёма  $V$ , к-рый является одним из фундам. законов природы — отклонение от него не обнаружено ни в одном эксперименте или наблюдении. В пространственно-временной записи ур-ние непрерывности сводится к равенству яуло 4-дивергенции 4-тока, т.е. к утверждению, что 4-вектор плотности Э.т. всегда является чисто вихревым.

Помимо разделения Э.т. на *переносные токи* и *постоянные токи*, до нек-рой степени условно различают токи проводимости и *конвекционные токи*. К первым относят Э.т. в проводящих средах, где носители заряда (электроны, ионы, дырки в проводниках и полупроводниках, анионы и катионы в электролитах) перемещаются сами или эстафетно передают один другому импульсы внутри неподвижных макросред, испытывая индивидуальные или коллективные соударения с формирующими эти среды частицами (нейтралями, ионными решётками и т.п.). Для компенсации потерь и обеспечения протекания Э.т. (за исключением Э.т. в сверхпроводниках) необходимо прикладывать сторонние силы — обычно электрич. поле  $E$ . При достаточно малых  $E$  почти всегда справедлива линейная связь между  $j$  и  $E$  (*Ома закон*); для линейных однородных изотропных сред  $j = \sigma E$ ,  $\sigma = \text{const}$ . В общем случае *электропроводность*  $\sigma$  может зависеть от координат (неоднородные среды), направлений (анизотропные среды), веш. магн. поля, изменяясь со временем (параметр. среды) и т.п. С увеличением напряжённости  $E$  электропроводность любой среды становится нелинейной:  $\sigma = \sigma(E)$ . Напр., под действием поля  $E$  даже в исходно нейтральных (непроводящих) газах может возникнуть лавинно возрастающая ионизация — пробой (см. *Лавина электронная*) с прохождением иногда весьма значительных Э.т. В естественных земных условиях разряды в грозовых облаках характеризуются Э.т. до  $10^5$  А. Обычно это достигается в гл. стадии молнии, называемой обратным ударом, когда основной лидер заканчивает «прокладку» проводящего тракта до самой Земли.

В технике важное значение имеют токовые пени, состоящие из последовательных и параллельных соединений токовых проводников (называемых линейными по их геом. признакам) со включёнными сосредоточенными элементами: ёмкостями, сопротивлением, транзисторами, переключателями и т.п. Иногда говорят о сильноточных и слаботочных системах в зависимости от назначения соответствующих устройств — передачи (преобразования) больших энергий или переработки информации. Распределение Э.т. в линейных неньютоновских *Кирхгофа правила*. При отсутствии нелинейных элементов справедливы *важнейшие принципы* и различные его разновидности.

К собственно конвекционным Э.т. относятся в осн. токи в электронных и ионных пучках, транспортируемые или дрейфующие в вакуумных полостях. Для пучков с некомпенсированным пространственным зарядом расталкивающее кулоновское поле ограничивает длину транспортировки (если, конечно, не приняты надлежащие меры по его фокусировке внешними, а иногда и собственными полями). Однако магн. поле пучка всегда меньше собственного кулоновского электрич. поля и магн. самофокусировка (*пинч-эффект*) возможна только при наличии компенсации поля пространственного заряда (напр., электронные пучки в квазинейтральной плазме). При этом бывает уже совсем трудно отличить токи нрводности от конвекционных. При нек-рых значениях Э.т. пучка носители зарядов «вымораживаются» в собственное магн. поле Э.т. и транспортировка пучка прекращается. Этот Э.т. наз. предельным током Альена  $I_A$ . Для сплошного пучка  $I_A \approx I_0 \sqrt{\beta}$ , где  $\beta = u/c$ ,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $u$  — скорость носителей. Для электронов величина  $I_0 = mc^3/e = 17,04$  кА и является одним из универсальных характеристик значений Э.т., выражаемых через фундаментальные постоянные. Это Э.т., равный изменению заряда на величину  $e$  за время  $t = r_e/c$ , где  $r_e$  — *классический радиус электрона*. Ток  $I_A$  фигурирует во всех выражениях, описывающих поведение интенсивных *электронных пучков*, и в принципе является исходной единицей Э.т. в соответствующей безразмерной системе единиц.

Н. Ф. Коалёв, М. А. Миллер.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ** — векторное поле, определяющее силовое воздействие на заряд, частицу, не зависящее от их скоростей. Э.п. является одной из компонент единого *электромагнитного поля*.

В электродинамике, вакууме свойства Э.п. полностью описываются *напряжённостью электрического поля*  $E(r, t)$ .

Сила, действующая на заряд  $q$  со стороны Э.п., равна  $F = qE$ . Кроме того, на движущийся заряд действует ещё и сила со стороны *магнитного поля* (см. *Лоренца сила*).

Разлагая потенциальную  $E_p$  и вихревую (соленоидальную)  $E_s$  компоненты Э.п. ( $E = E_p + E_s$ ). Источником потенциал. полей являются заряды:

$$\text{div } E_p = 4\pi\rho(t, r), \text{ rot } E_p = 0,$$

где  $\rho$  — плотность электрич. заряда.

Вихревая составляющая Э.п. возникает при изменении во времени магн. поля:

$$\text{rot } E_s = - \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \text{ div } E_s = 0,$$

где  $B$  — *магнитной индукции* вектор.

При макроскопич. описании эл.-магн. явлений в материальных средах силовой характеристикой Э.п. остаётся вектор напряжённости  $E(t, r)$ , являющийся результатом усреднения по физически малому объёму и характерным временам микропучка электрич. вакуумного Э.п.  $e(E = \langle e \rangle)$  (см. *Лоренца — Максвелла уравнения*). Другой усреднённой характеристикой Э.п. в среде является вектор электрической индукции  $D(t, r) = E + 4\pi P$ , где  $P$  — плотность электрич. дипольного момента среды. Связь между  $D$  и  $E$  устанавливается материальным ур-нием — в общем случае интегральным нелинейным соотношением. В приближении слабых полей, когда нелинейными эффектами можно пренебречь, материальное ур-ние имеет вид

$$D_{\alpha}(t, r) = \int_{-\infty}^t \int_{\infty} \hat{\epsilon}_{\alpha\beta}(t, r; t', r') E_{\beta}(t', r') dt' dr'$$

где интегрирование производится по объёму светового конуса  $|r-r'| < c(t-t')$ ,  $\hat{\epsilon}_{\alpha\beta}$  — комплексный тензор диэлектрической проницаемости ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ). Для гармонических  $\exp(i\omega t - ikr)$ -процессов материальное уравнение упрощается:

$$D_i(\omega, k) = \epsilon_{ij}(\omega, k) E_j(\omega, k),$$

где зависимость тензора диэлектрика, проницаемости среды  $\epsilon(\omega, k)$  от циклич. частоты  $\omega$  и волнового вектора  $k$  определяют соответственно временную и пространственную дисперсии среды.

В СИ вектор индукции  $D$  вводится и для вакуума:  $D = \epsilon_0 E$ , где  $\epsilon_0$  — электрич. проницаемость вакуума; однако двухвекторное описание Э.п. в вакууме не является физически содержательным. М. А. Миллер, Г. В. Пермишин.

**ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ** — 1) физ. величина, характеризующая противодействие проводника или электрич. цепи электрическому току. Э.с. определяется как коэф. пропорциональности  $R$  между разностью потенциалов  $U$  и силой пост. тока  $I$  в *Ома законе* для участка или замкнутой цепи проводников. Для однородного по составу проводника с пост. сечением  $S$  и длиной  $l$  т.п. активное, или омическое, Э.с.  $R = \rho l/S$ , где  $\rho = 1/\sigma$  — удельное Э.с., характеризующее материал проводника,  $\sigma$  — электропроводность (физ. механизмы, определяющие значения  $\rho$  или  $\sigma$  и их зависимость от темп-ры, см. в ст. *Электропроводность*).

В цепях перем. тока полное Э.с. определяется помимо активной составляющей также т.п. реактивной составляющей (Э.с., зависящей от *индуктивности* и *ёмкости электрической* (см. *Импеданс*) цепи. Единица Э.с. в СИ — Ом.

2) Структурный элемент электрич. цепи, включаемый в цепь для ограничения или регулирования силы тока. Наличие активного Э.с. приводит к диссипации (рассеянию) электрич. энергии и переходу её в тепловую (см. *Джоуля — Ленца закон*).

**ЭЛЕКТРОАКУСТИКА** — раздел прикладной акустики, содержание к-рого составляют теория, методы расчёта и конструирование *электроакустических преобразователей*. Часто к Э. относят теорию и методы расчёта электро-механич. преобразователей (звукоусилителей, рекордеров, вибраторов, электро-механич. фильтров и трансформаторов и др.), связанных с электроакустикой. преобразователями общиную физ. механизмы, методом расчёта и конструирования. Э. тесно связана также со многими др. разделами прикладной акустики, поскольку рассматриваемые ею электроакустик. преобразователи либо органически входят в состав разл. акустич. аппаратуры (напр., при звукозаписи и воспроизведении звука, в УЗ-дефектоскопии и технологии, в гидроакустике, акустич. голографии) либо широко применяются при эксперим. исследовании (напр., в архитектурной и строит. акустике, медицине, геологии, океанографии, сейсмообразке, при измерении шумов). Осн. задачи Э. — установление соотношений между сигналами на входе и выходе преобразователя и отыскание условий, при к-рых преобразование осуществляется наиб. эффективно или с мин. искажениями.

Э. как самостоят. раздел прикладной акустики сложился в 1-й пол. 20 в. Первые работы по расчётам электроакустич. преобразователей относятся к кон. 19 — нач. 20 вв. и связаны с развитием телефонии, исследованиями колебаний пьезоэлектрич. и магнетострикц. резонаторов. Существенным для прогресса Э. явилось создание метода электроакустич. аналогий и эквивалентных схем, использование метода электро-механич. многоходности и метода эквивалентных схем для систем с распределёнными параметрами, амплитуда колебаний к-рых существенно зависит от их координат аналогично электрич. длинным линиям (см. *Линии передачи* и *волноводы*).

Лит.: Фурдурев В. В., Электроакустика, М.—Л., 1948; Физическая акустика, под ред. У. Мэсона, пер. с англ., т. 1, ч. А—Б, М.,

1966—67; Скучик Е., Основы акустики, пер. с англ., т. 1—2, М., 1976. Р. Е. Пасынков.

**ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ** — устройства, преобразующие эл.-магн. энергию в энергию *упругих волн* в среде и обратно. В зависимости от направления преобразования различают Э.п.: излучатели и приёмники. Э.п. широко используют для излучения и приёма звука в технике связи и звукоусиления, для измерения и приёма упругих колебаний в УЗ-технике, гидроакустике и в акустолитронике. Наиб. распространённые Э.п. линейны, т.е. удовлетворяют требованию неискажённой передачи сигнала, и обратны, т.е. могут работать и как излучатели, и как приёмники, и подчиняются *взаимности принципу*. В большинстве Э.п. имеет место двойное преобразование энергии: электро-механическое, в результате к-рого часть подводимой к преобразователю электрич. энергии переходит в энергию колебаний нек-рой механич. системы, и механоакустическое, при к-ром колебания механич. системы в среде создают *звуковое поле*.

Существуют Э.п., не имеющие механич. колебаний, системы и создающие колебания непосредственно в среде, напр. электро-ионизационный излучатель, возбуждающий интенсивные звуковые колебания в результате искрового разряда в жидкости, излучатель, действие к-рого основано на *электрострикции* жидкостей. Эти излучатели необратимы и применяются редко. К особому классу Э.п. относятся приёмники звука (также необратимые), основанные на изменении электрич. сопротивления чувствит. элемента под влиянием звукового давления, напр. угольный микрофон или полупроводниковые приёмники, в к-рых используют *тензорезистивный эффект*. Когда Э.п. служит излучателем, на его входе задаются электрич. напряжение  $U$  и ток  $I$ , определяющие его колеб. скорость  $v$  и *звуковое давление*  $p$  в создаваемом им поле; на выходе Э.п.-приёмника действует давление  $p$  или колеб. скорость  $v$ , обуславливающее напряжение  $U$  и ток  $I$  на его выходе. Теоретич. расчёт Э.п. устанавливает связь между его входными и выходными параметрами.

Колеб. механич. системы Э.п. могут быть стержни, пластины, оболочки разл. формы (полые цилиндры, сферы, совершающие разл. виды колебания), механич. системы более сложной конфигурации. Колеб. скорости и деформации, возникающие в системе под воздействием сил, распределённых по её объёму, могут, в свою очередь, иметь достаточно сложное распределение. В ряде случаев, однако, в механич. системе можно указать элементы, колебания к-рых с достаточным приближением характеризуются только кинетич. и потенц. энергиями и энергией механич. потерь. Эти элементы имеют характер соответственно массы  $M$ , уругости  $1/C$  и активного механич. сопротивления  $r$  (т.н. *системы с сосредоточенными параметрами*). Часто реальному элементу удаётся искусственно свести к эквивалентной ей (в смысле баланса энергий) системе с сосредоточенными параметрами, определят т.н. эквивалентную массу  $M_{\text{экив}}$ , уругость  $1/C_{\text{экив}}$  и сопротивление трению  $r_{\text{экив}}$ . Расчёт механич. систем с сосредоточенными параметрами может быть произведён методом электро-механич. аналогий. В большинстве случаев при электро-механич. преобразовании преобладает преобразование в механич. энергию энергии либо электрического, либо магн. поля (и обратно), соответственно чему обратимые Э.п. могут быть разбиты на след. группы: электро-динамические преобразователи, действие к-рых основано на электро-динамич. эффекте (излучатели) и эл.-магн. индукции (приёмники), напр. громкоговоритель, микрофон; электро-статические преобразователи, действие к-рых основано на изменении силы притяжения обкладок конденсатора при изменении напряжения на нём и на изменении заряда или напряжения при отнесении нерешённого обкладок конденсатора (громкоговоритель, микрофон); *пьезоэлектрические преобразователи*, основанные на прямом и обратном пьезоэффекте (см. *Пьезоэлектрики*); электромагнитные преобразователи, основанные на колебаниях ферромагн. сердечника в перем. магн. поле и изменении магн. потока при движении сердечника;

магнитоэлектрические преобразователи, использующие прямой и обратный эффект *магнитоэлектрики*.

Свойства Э. п.-приёмника характеризуются его чувствительностью в режиме холостого хода  $\gamma_{\text{эк}} = V/p$  и внутренним сопротивлением  $Z_{\text{вн}}$ . По виду частотной зависимости  $V/p$  различают широкополосные и резонансные приёмники. Работу Э. п.-излучателя характеризуют: чувствительность, равная отношению  $p$  на определ. расстоянии от него на оси характеристики направленности к  $U$  или  $i$ ; внутр. сопротивление, представляющее собой нагрузку для источника электрич. энергии; акустоэлектрич. КПД  $\eta_{\text{эк}} = W_{\text{ак}}/W_{\text{эл}}$ , где  $W_{\text{эл}}$  — активная излучаемая акустическая мощность,  $W_{\text{ак}}$  — активная электрич. потребляемая мощность,  $W_{\text{эл}} = Z_{\text{вн}} U_0^2$  ( $U_0$  — колебл. скорость точки центра приведения на излучающей поверхности,  $Z_{\text{вн}}$  — механич. сопротивление акустич. нагрузки, равное сопротивлению излучения  $Z_{\text{л}}$ , при контакте Э. п. со сплошной средой). Перечисленные параметры зависят от частоты. Величины  $p$  и  $\eta_{\text{эк}}$  достигают макс. значения на частотах механич. резонанса, вследствие чего мощные излучатели делают, как правило, резонансными. Конструкции Э. п. существенно зависят от их назначения и применения и поэтому весьма разнообразны.

Лит.: Фурдуев В. В. Электроакустика. М.—Л., 1948; Харкевич А. А., Теория преобразователей. М.—Л., 1948; Матаушский И., Ультразвуковая техника, пер. с нем., М., 1962; Ультразвуковые преобразователи, пер. с англ., М., 1972.

**ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОЕ ЭХО** (франц. *echo*, или по-английски *echo*) — явление доополнит. радиоимпульса при воздействии на *пьезоэлектрик* двух или более радиоимпульсов. Э. э. — нелинейный эффект, наблюдаемый в *пьезоэлектрик*, монокристаллах, иногда в порошках *пьезоэлектрик*, кристаллах. Различают двухимпульсное и трёхимпульсное Э. э.

Для наблюдения двухимпульсного Э. э. исследуемый кристалл 2 (рис. 1) помещают в ёмкостной зазор

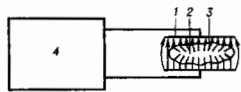


Рис. 1. Схема наблюдения электроакустического эха в пьезоэлектрическом кристалле, помещённом в электрическое поле: 1 — конденсатор, 2 — кристалл, 3 — акустические волны; 4 — импульсный ЯМР-спектратор.

СВЧ-резонатора или между обкладками конденсатора 1, включённого в контур ВЧ-генератора ЯМР-спектратора 4. В момент времени  $t=0$  на образец подается сигнал — радиоимпульс с частотой заполнения  $\omega$ , а через промежуток времени  $t$  — второй импульс с частотой  $2\omega$ . Эффект Э. э. состоит в появлении доополнит. сигнала (отклика) с частотой  $\omega$  через время  $t$  после подачи второго импульса. Этот отклик может быть задержан на любой, достаточно большой промежуток времени, не кратный времени прохождения звуковой волны в кристалле.

Механизм эффекта двухимпульсного Э. э. состоит в следующем. Радиоимпульс в момент  $t=0$  (рис. 2, а) возбуждает с поверхности *пьезоэлектрика* УЗ-волны,  $k$ -рые распространяются в глубь кристалла. Частота этих волн равна  $\omega$ , а волновой вектор равен  $k$ , а амплитуда зависит от инanzo-

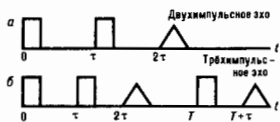


Рис. 2. Временное распределение импульсов двухимпульсного (а) и трёхимпульсного (б) электронного эха.

тропии *пьезоэлектрич.* свойств и упругости кристалла, его ориентации в электрич. поле конденсатора, качества обработки поверхности и амплитуды возбудившего их электрич. поля. Поле радиоимпульса с частотой  $2\omega$ , подаваемого в момент времени  $t$ , взаимодействует нелинейно с системой бегущих УЗ-волн. Это взаимодействие обусловлено нелинейностью *пьезоэффекта*. Как видно из дисперсионной диаграммы (рис. 3, а), взаимодействие прямой аку-



Рис. 3. Дисперсионные диаграммы, поясняющие образование двухимпульсного (а) и трёхимпульсного (б) электроакустического эха.

стич. волны  $(\omega, k)$  и внеш. электрич. поля  $(2\omega, 0)$  приводит к генерации обратной волны  $(\omega, -k)$ . Поэтому второй импульс с частотой  $2\omega$  в момент  $t$  меняет направление распространения всех акустич. волн на обратное, а ещё через один промежуток времени  $t$  эти волны приходят в исходные точки, т. е. на поверхность *пьезоэлектрик*, кристалла, причём в момент прихода все волны вновь находятся в фазе. На поверхности кристалла происходит преобразование акустич. волн  $(\omega, k)$  в электрич. сигнал с частотой  $\omega$ ,  $k$ -рый и воспринимается как отклик, т. е. сигнал Э. э. Амплитуда последнего зависит от эффективности преобразования переменного поля в УЗ-колебания и обратно, от затухания УЗ-волн в кристалле, а также от степени нелинейности. Форма импульса определяется анизотропией линейных и нелинейных *пьезоэлектрич.* коэффициентов. При увеличении времени задержки  $t$  амплитуда импульса Э. э. уменьшается, т. к. увеличивается время пролета ультразвукового импульса и его затухание в кристалле. В принципе, величина  $t$  может быть значительно больше времени пролета звука в кристалле в одном направлении, т. е. волна до возврата её вторым импульсом может испытывать многократные отражения. Такой эффект наблюдается в *пьезоэлектрик*, порошках. Поинжеание темп-ры снижает поглощение УЗ-волн и, следовательно, увеличивает сигнал Э. э.

Трёхимпульсное эхо наблюдается примерно по такой же схеме, но в этом случае, помимо второго импульса в момент  $t$  (рис. 2, б), на кристалл подается ещё третий импульс в момент  $T$  с частотой  $2\omega$ . При этом отклик наблюдается в момент  $T+t$ . Временная структура наблюдаемых в этом случае сигналов более сложна. При этом, как и раньше, первый импульс возбуждает с поверхности *пьезоэлектрика* УЗ-волны, распространяющиеся по всем направлениям в глубь кристалла. Второй импульс в момент  $t$  производит две операции: возбуждает, как и первый, УЗ-волны и меняет по обратное направление распространения акустич. волн, возбуждённых первым импульсом. Т. о., в кристалле навстречу друг другу распространяются прямые и обратные волны, нелинейное взаимодействие  $k$ -рых приводит к появлению в пространстве взаимодействия постоянной составляющей, как это следует из дисперсионной диаграммы (рис. 3, б). При наличии в кристалле примесей постоянная составляющая выводит их из состояния равновесия, и т. о. в пространстве фиксируется информация о взаимодействии прямой и обратной волн. Третий импульс в момент времени  $T$  воздействует на неоднородные в пространстве примесное состояние и возбуждает акустич. волну,  $k$ -рая от этих примесей распространяется к поверхности кристалла, где благодаря *пьезоэффекту* восстанавливается в виде электрич. сигнала. При этом время  $T$  должно быть меньше времени релаксации, в течение  $k$ -рого восстанавливается равновесное распределение примесей, нарушен-



ное взаимодействие волн. При низких тем-рах время  $T$  может достигать  $\sim 1$  мс.

С физ. точки зрения эффекты двухимпульсного и трёхимпульсного эха подобны явлениям генерации обратной волны и акустик. намоты (см. *Акустозлектроника*). Однако детальная картина Э. э. значительно сложнее. Эксперименты по Э. э. проводят на частотах от неск. десятков МГц до неск. ГГц. В пьезоэлектрич. порошках сигнал отклика возрастает на резонансных частотах частиц порошка. Эффект Э. э. типичен для акустозлектроники в том смысле, что преобразование элетрич. сигналов осуществляется посредством акустич. волн. Он может найти применение в системе обработки радиосигналов.

В. Е. Лямов.

**ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫЕ ПРИБОРЫ** — приборы, в к-рых перенос тока осуществляется электронами или ионами, движущимися между электродами через высокий вакуум или газ внутри газонепроницаемой оболочки.

Э. п. разделяются на два больших класса: электронные приборы и ионные приборы. В электронных приборах перенос элетрич. заряда в междуподэлектродном пространстве обусловливается движением эммитированных катодом свободных электронов в высоком вакууме. В газоразрядных (ионных) приборах в перенос элетрич. заряда участвуют как электроны, так и тяжёлые заряж. частицы — ионы, образующиеся при взаимодействии электронов, движущихся в элетрич. поле, с атомами газа, заполняющего этор прибор.

Одной из особенностей прохождения тока в Э. п. является нелинейная зависимость величины тока, протекающего через прибор, от величины приложенного напряжения — нелинейная *вольт-амперная характеристика*, к-рая для электронных приборов во мн. случаях может быть описана показательной ф-цией. Характеристики газоразрядных приборов имеют разнообразные виды: растущие, падающие, разрывные и др. мн. виды Э. п. обладают односторонней проводимостью — условия прохождения тока резко изменяются при изменении полярности приложенного напряжения.

Величиной проходящего через Э. п. тока можно управлять в широких пределах — от «запирания» (нуля) до максимально возможного для данного прибора значения, причём практически без затраты энергии.

Электронные Э. п. практически безынерционны, т. е. изменение тока, протекающего через прибор, происходит почти мгновенно при изменении приложенного напряжения. Это определяется тем, что электроны, движущиеся в элетрич. поле в свободном пространстве (высоком вакууме), могут приобрести скорость, близкую к скорости света: при прохождении в ускоряющем поле с разностью потенциалов 100 кВ скорость элетрона составляет  $\sim (2/3)c$ . При таких скоростях время пролёта элетроном междуподэлектродного пространства составляет  $\leq 10^{-10} - 10^{-9}$  с, что позволяет считать Э. п. приборами мгновенного действия.

Большинство Э. п. является преобразователями информации (сигналов) — и по виду преобразуемой энергии, и по параметрам преобразования.

По виду преобразуемой энергии Э. п. разделяются на группы: преобразующие элетрич. сигналы в элетрические с др. параметрами; преобразующие элетрич. сигналы в оптические (световые); оптические — в элетрические; оптические — в оптические с др. параметрами.

Э. п. могут преобразовывать величину (амплитуду) сигнала, осуществляя усиление напряжения, тока, мощности, яркости оптич. изображения и т. п. в весьма широком диапазоне изменения величины преобразуемого сигнала, напр. по мощности — от долей Вт до десятков МВт. Э. п. могут преобразовывать сигналы по частоте, осуществляя генерирование ВЧ- и СВЧ-колебаний, детектирование, выпрямление перем. тока (также в очень широком диапазоне — от нуля до десятков ГГц). Ряд Э. п. применяется для переключения (коммутации) элетрич. цепей больших мощностей и высокого напряжения с помощью маломощных управляющих сигналов.

К Э. п., преобразующим элетрич. сигналы в элетрические с др. параметрами, относятся *электронные лампы*, электронные приборы СВЧ-диапазона (*кэистроны*, *магнетроны*, *лампа бегущей волны*, *лампа обратной волны*), запоминающие электронно-лучевые трубки, неск. рые газоразрядные приборы (ртутные вентили, газотроны, тиратроны дугового и тлеющего разряда). Приборами, преобразующими элетрич. сигналы в оптические, являются приёмные электронно-лучевые трубки (осциллографич., индикаторные, киноскопы), электронно-световые индикаторы иаржения, лампы накаливания, газоразрядные источники света, в т. ч. люминесцентные лампы (см. *Источники оптического излучения*). Преобразование оптических (световых) сигналов в элетрические осуществляется вакуумными *фотоэлементами*, фотоэлектронными умножителями, передающими телевиз. трубками (дискреборами, супертронами, видеоканонами и др.). Преобразование оптич. сигналов в оптические с др. параметрами происходит с помощью *электронно-оптических преобразователей*, усилителей яркости, усилителей рентгенового изображения.

К Э. п. относятся также стабилизаторы тока (бареттер), газоразрядные стабилизаторы напряжения (стабилизаторы) и механотроны — приборы, преобразующие механ. параметры (изменение расстояния между электродами, давление, ускорение, амплитуду и частоту вибраций) в элетрич. сигналы.

Лит.: Тягунов Г. А., *Электроракуумные и полупроводниковые приборы*, М.—Л., 1962; *Электронные приборы*, под ред. Г. Г. Шшикина, 4 изд., М., 1989; Кауельсон Б. В., Калугина А. М., Ларионов А. С., *Электроракуумные электронные и газоразрядные приборы*, Справочник, 2 изд., М., 1985.

А. А. Жигорев.

**ЭЛЕКТРОГРАФИЯ** — возникновение или изменение *оптической активности* в кристаллах под действием элетрич. поля. Напр., в центросимметричном кристалле  $PbMoO_4$  при напряжённости поля 10 кВ возникает оптич. активность, дающая удельное *вращение плоскости поляризации* света  $\sim 5^\circ$  см $^{-1}$  на длине волны  $\lambda = 400$  м. В кристаллах кварца обнаружена квадратичная зависимость Э. от напряжённости поля. В иск-рых сегнетоэлетриках (напр.,  $5PbO \cdot 3GeO_2$ ) от напряжённости поля зависит знак оптич. активности. В области темп-р фазового перехода Э. в сегнетоэлетриках обычно выше, чем Э. в диэлетриках.

Лит.: Агранович В. М., Гинзбург В. Л., Кристаллооника с учётом пространственной дисперсии и теория электонов, 2 изд., М., 1979; Федоров Ф. И., *Теория оптической активности кристаллов*, «УФН», 1972, т. 108, в. 4, с. 762.

И. С. Желудев.

**ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА** (элс) — феноменологическая характеристика источников тока. Введена Г. Омом (G. Ohm) в 1827 для цепи пост. тока и определена Г. Кирхгофом (G. Kirchoff) в 1857 как работа «сторонней» сил при переносе единичного элетрич. заряда вдоль замкнутого контура. Затем понятие элс стали трактовать более широко — как меру удельных (на единицу переносимого тока заряд) преобразований энергии, осуществляемых в квазиэлектронных [см. *Квазиэлектронное (квазистатическое) приближение*] элетрич. цепях не только «сторонними» источниками (гальванич. батареями, аккумуляторами, генераторами и т. п.), но и («агрегационными» элементами (элетромоторами, аккумуляторами в режиме зарядки, дросселями, трансформаторами и т. п.).

Полное назв. величины — Э. с. — связано с механич. аналогиями процессов в элетрич. цепях и применяется редко; более употребительным является сокращение — элс. В СИ элс измеряется в вольтгах (В); в гауссовой системе (СГС) единица элс спец. названия не имеет (1 СГСЭ  $\approx 300$  В).

В случае квазистационарного пост. тока в замкнутой (без разветвлений) цепи мощность суммарного притока эл-магн. энергии, вырабатываемой источниками, полностью расходуется па выделение тепла (см. *Джоулевы потери*):

$$\mathcal{E} \cdot I = R \cdot I^2, \quad (*)$$

где  $\mathcal{E}$  — элс в проводящем контуре,  $I$  — ток,  $R$  — сопротивление (знак элс, как и знак тока, зависит от выбора направления обхода по контуру).

При описании квазистационарных процессов в электрич. цепях в ур-нии энергетич. баланса (\*) необходим учёт изменений накопленной магнитной  $W_m$  и электрической  $W_e$  энергий:

$$\delta \cdot I = R \cdot I^2 + dW_m/dt + dW_e/dt.$$

При изменении магн. поля во времени возникает вихревое электрич. поле  $E_v$ , циркулирующее к-рого вдоль проводящего контура принято называть эдс *электромагнитной индукции*:

$$dW_m/dt = -\delta_{em} \cdot I = -I \int E_v dl.$$

Изменения электрич. энергии существенны, как правило, в тех случаях, когда цепь содержит элементы с большой электрич. ёмкостью, напр. конденсаторы. Тогда  $dW_e/dt = \Delta U \cdot I$ , где  $\Delta U$  — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Допустимы, однако, и др. интерпретации энергетич. превращения в электрич. цепи. Так, напр., если в цепь перем. гармонич. тока включён соленоид с индуктивностью  $L$ , то взаимные превращения электрич. и магн. энергий в нём могут быть охарактеризованы как эдс эл.-магн. индукции  $\delta_{em} = -L \cdot dI/dt$ , так и падением напряжения на эфф. индуктивном реактивном сопротивлении  $Z_L$  (см. *Импедаंस*):  $U_L = Z_L \cdot I = -\delta_{em}$ . В движущихся в магн. поле телах (напр., в якорях унипольного индуктора) даже работа сил сопротивления может давать вклад в эдс.

В разветвлённых цепях квазистационарных токов соотношение между эдс и падениями напряжения на участках цепи, составляющих замкнутый контур, определяется вторым *Кирхгофа правилом*.

Эдс является интегральной характеристикой замкнутого контура, и в общем случае нельзя строго указать место её «присвоения». Однако довольно часто эдс можно считать приближённо локализованной в определённых устройствах или элементах цепи. В таких случаях эдс принято считать характеристикой устройства (гальванич. батареи, аккумулятора, динамо-машины и т. п.) и определять через разность потенциалов между его разомкнутыми полюсами. По типу преобразований энергии в этих устройствах различают следующие виды эдс: химическая эдс в гальванич. батареях, ваннах, аккумуляторах, при коррозионных процессах (гальваноэффекты), фотоэлектрическая эдс (фотоэдс) при внеш. и внутр. фотоэффекте (фотоэлементы, фотодиоды); электромагнитная эдс — эдс эл.-магн. индукции (динамо-машины, трансформаторы, дроссели, электромоторы и т. п.); электростатическая эдс, возникающая, напр., при механич. трении (электростатические машины, электризация грозовых облаков и т. п.); пьезоэлектрическая эдс — при сдвигании или растяжении пьезоэлектриков (пьезодатчики, гидрофоны, стабилизаторы частоты и т. п.); термоионная эдс, связанная с термоэмисией заряд. частиц с поверхности нагретых электродов; термоэлектрическая эдс (*термоэдс*) — на контактах разнородных проводников (*Зеебека эффект* и *Пельтье эффект*) либо на участках цепи с неоднородным распределением темп-ры (*Томсона эффект*). Термоэдс используют в термопарах, пирометрах, холодильных машинах.

М. А. Миллер, Г. В. Пермитин.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА классическая.

### Содержание

Исходные представления .....	519
Особенности динамики поля с источниками .....	521
Внутренние противоречия (неклассические проблемы) .....	523
Законы сохранения и необходимость потенциалов .....	526
Классическая электродинамика в искривлённом пространстве-времени .....	527
Макроскопическая электродинамика .....	528

Классическая Э. — область физики, в к-рой изучаются классические (неквантовые) свойства эл.-магн. поля и движения электрич. и (гипотетич.) магн. зарядов, взаимодействующих друг с другом посредством этого поля. Одна из наиболее развитых областей физики, Э. представляется широким набором различных постановок задач и их ха-

рактерных решений, приближённых методов и частных случаев, объединённых общими исходными законами и ур-ниями. Последние, составляя главную, центральную часть классической Э., подробно рассмотрены в *Максвелла уравнениях*. В настоящей статье излагаются лишь основные принципы Э., скелет её построения и периферийные отношения с др. областями физики, так или иначе граничащими с Э.

### Исходные представления

Основы Э. заложены в 18—19 вв.: сначала в пределах электростатики, магнитостатики и токовой статики, а затем — после открытия явлений магн. действия электрич. токов Х. Эрстедом (Н. Oersted, 1820) и эл.-магн. индукции М. Фарадеем (М. Faraday, 1831) — на базе исследований эл.-магн. взаимодействий зарядов и токов. Ур-ния для взаимосвязанных электрич. и магн. полей, возбуждаемых источниками (зарядами и токами), найдены Дж. Максвеллом (J. Maxwell, 1864—73) и стали общепринятыми после обнаружения эл.-магн. волн Г. Герцем (Н. Hertz, 1888). В результате Э. слилась с оптикой. Формирование принципов Э. в осн. завершилось в нач. 20 в. Были открыты дискретные электрич. заряды — отрицательные заряженные электроны (Дж. Дж. Томсон. J. J. Thomson, 1897) и положительное заряженное ядро атома (Э. Резерфорд, E. Rutherford, 1903—11). На основе ур-ний Максвелла и ур-ний Ньютона с силой Лоренца развиты представления об электронном строении вещества и в ходе анализа Э. движущихся сред построена спец. теория относительности. Она естеств. образом (с позиций классич. Э.) объяснила релятивистские оптич. эффекты и отвергла необходимость существования эфира для распространения эл.-магн. волн.

В дальнейшем фундам. исследования в Э. переместились в квантовую релятивистскую область. В частности, только квантовая Э. объяснила устойчивость вещества, ибо по законам классич. Э. ускоренно движущиеся электроны в атомах должны были бы непрерывно расстреливать энергию на излучение и в конце концов упасть на ядро. Вместе с тем при учёт квантового характера движения нерелятивистских заряд. частиц, составляющих материальные тела, законы классич. Э., описывающие взаимодействие этих частиц посредством электрич. полей, позволяют объяснить подавляющую часть происходящих вокруг нас явлений. Сюда относятся не только электрич., магн. и оптич. свойства твёрдых тел, жидкостей и газов, но и их др. макроскопич. характеристики (упругость, теплопроводность, поверхностное трение, вязкость и т. д.).

В Э. прежде всего рассматриваются свободные заряды и системы зарядов, удовлетворяющие приближительно непрерывному энергетич. спектру. Классическому, неквантовому, описанию их эл.-магн. взаимодействия благоприятствует то, что оно, в отличие от слабого и сильного взаимодействия, является эффективным уже в низкоэнергетич. пределе, когда энергия взаимодействия частиц и фотонов мала по сравнению с энергией покоя электрона. В таких ситуациях, как правило, отсутствуют рождение и аннигиляция заряд. частиц, а имеет место лишь постепенное изменение состояния их движения в результате обмена большим кол-вом низкоэнергетич. фотонов. Однако и при высоких энергиях частиц в среде (в условиях их постоянного рождения и аннигиляции, напр. в электронно-позитронной плазме), несмотря на существ. роль флуктуаций, Э. может быть с успехом использована для описания среднестатистич., макроскопич. характеристик процессов.

Исходными в Э. являются следующие понятия, вводимые на основе анализа физ. измерений: геометрия рассматриваемой области пространства-времени, включая условия на её границе и гравитацион. фон (пустота); заряды частиц и поле, связанные с их движением (вещество); эл.-магн. ток; силы, испытываемые частицами; пространственно-временное перераспределение вещества и поля (взаимодействия).

**Геометрия.** Пространство-время, рассматриваемое объектом теории относительности (ТОТ), четырёхмерно и об-

жет иметь сложную топологию, напр. благодаря *чёрным дырам*. Его локальная геометрия является геометрией Минковского и характеризуется метрич. тензором  $g_{\alpha\beta}(x')$ , определяющим квадрат дифференциала расстояния  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  между бесконечно близкими точками  $x^\alpha$  и  $x'^\alpha + dx^\alpha$  и являющимся ф-цией координат  $x^\alpha = (ct, r, \theta, \varphi)$ . Здесь  $t$  — время,  $r = (x^i)^2$  — пространственный 3-вектор с декартовыми координатами  $x^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), греч. индексы  $\alpha, \beta, \nu = 0, 1, 2, 3$ . В принципе, как показывает эффект Каллимыра, наличие к-л. границ и сама форма рассматриваемой области пространства могут влиять на эл.-магн. проявления вакуума в ней.

В Э. метрика пространства-времени и пространственно-временные системы координат событий, т. е. свойства гравитацион. фона, обычно (для простоты) считаются не зависящими от эл.-магн. полей и движений зарядж. вещества. Самосогласование Э. и ОТО, в принципе, осуществляется совместным решением связанных ур-ний Максвелла и ур-ний Эйнштейна, учитывающих *кривизну пространства-времени* и её изменение вследствие перераспределения энергии-импульса эл.-магн. поля и вещества. [Существуют многочисленные теоретич. попытки связать эл.-магн., слабое и сильное взаимодействия и само возникновение соответствующих зарядж. частиц с топологией и метрич. особенностями так или иначе расширенного пространства-времени, представляющегося многомерным, напр. 10- или 11-мерным, но обнаруживающего «лишние», «скрытые» измерения только для малых, напр. планковских, длин ( $\sim 10^{-33}$  см) или для сверхвысоких энергий частиц (см. *Великое объединение, Калуцы — Клейна теория, Единая теория поля*.)]

**Относительность описания.** Опираясь на релятивистскую ковариантность законов физики и идею близкогодействия зарядов посредством поля (см. *Взаимодействие*), можно ограничиться формулировкой локальных, дифференц. ур-ний Э. в одной, удобнее всего — в к-л. инерциальной (декартовой) системе координат (*системе отсчёта*). В соответствии с *эквивалентности принципом* Эйнштейна описание физ. явлений представляется наиб. простым именно в локально инерциальной системе отсчёта, к-рая может быть реализована в окрестности любого события (точки пространства-времени), будучи связанной со свободно «падающим» телом отсчёта. Тогда локально тяготение не проявляется; метрич. тензор  $g_{\alpha\beta}$  сводится к диагональному  $\eta_{\alpha\beta}$  с сигнатурой  $(+---)$  (плоское Минковского пространство-время). Согласно *относительности принципу*, описание любых, в т. ч. эл.-магнитных, процессов не зависит (численно) от выбора различных инерциальных систем отсчёта, если в каждой из них начальные и граничные условия заданы одинаково (численно). Вместе с тем характеристики одного и того же процесса, конечно, выглядят по-разному из разл. систем отсчёта, поскольку ему отвечают в них различные начальные и граничные условия для полей и частиц.

**Заряд и сила.** Существенно, однако, что величина электрич. заряда тел (частиц) не зависит не только от выбора системы отсчёта (даже неинерциальной), но и от скорости движения тела (инвариантности заряда). Это положение исходит из следующего совместного определения электрич. заряда  $q$ , электрического  $E$  и магнитного  $B$  полей, утверждающего в качестве основополагающего физ. закона (основанного на всей совокупности эксперим. данных Э.) ф-лу для силы Лоренца (в рамках идеализации точечного заряда, движущегося с определённой скоростью  $v$ ):

$$\frac{dp}{dt} = q \left( E + \frac{1}{c} [vB] \right), \quad (1)$$

или

$$\frac{dp_\alpha}{dt} = q F_{\alpha\beta} v^\beta, \quad F_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & B_3 & -B_2 \\ E_2 & -B_3 & 0 & B_1 \\ E_3 & B_2 & -B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1')$$

Здесь  $p = \gamma m v$  — импульс зарядж. тела с массой покоя  $m$ , фактор  $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ ,  $p_\alpha = m c v_\alpha$  — ковариантный вектор энергии-импульса (4-импульс),  $v_\alpha = g_{\alpha\beta} v^\beta$ ,  $v^\beta \equiv dx^\beta/dt \equiv (\gamma c, \gamma v)$  — контравариантная 4-скорость,  $t = \int ds/c$  — собств. время тела, определяемое длиной его мировой линии  $x^\alpha(t)$ ,  $dt = \gamma dt'$  (Здесь и далее используется *Лауца система отсчёта*). Инвариантность заряда экспериментально проверяется возможность описать кинематику его движения в заданных полях в любых системах отсчёта и для любых нач. скоростей, используя, согласно (1), одну и ту же величину  $q$  (точнее,  $q/m$ ), определяющую эффективность ускорения заряда. Сравнение зарядов тел  $q_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , производится, напр., путём измерения отношения сил  $F_n = q_n E$ , действующих на неподвижные заряды (в одном и том же поле  $E$ ). За единицу электрич. заряда принимается такой заряд, к-рый в вакууме под действием равного себе заряда на расстоянии  $r = 1$  см от него испытывает силу в 1 дин (согласно *Кулона закону*, величина силы взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов равна  $q_1 q_2 / r^2$ ). Квантовая единица заряда, т. е. его кратность величине заряда электрона  $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$  ед. СГС, или  $e/3$  (кварки), в Э. вводится как доп. наблюд. факт. Так, экспериментально установлено, что величина заряда протона равна заряду электрона с относит. погрешностью  $\leq 10^{-12}$ .

Аналогичным образом, согласно (1) или (1'), с заменой скорости  $v \rightarrow -v$ , полей  $E \rightarrow -E$  и  $B \rightarrow -E$ , а также скалярного заряда  $q$  на псевдоскаляр  $\bar{q}$  (для сохранения пространственных чётности  $E$  и нечётности  $B$ ), можно ввести дуальную силу Лоренца  $d\bar{p}_\alpha/dt = \bar{q} \bar{F}_{\alpha\beta} v^\beta$  и определить точечный магн. заряд  $\bar{e}$ . Здесь

$$\bar{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\nu} F_{\gamma\nu}$$

есть дуальный (антисимметричный) псевдотензор лл.-магн. поля,  $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\nu}$  — *Левы-Читыи символ*. Используя идею калибровочной инвариантности, П. Дирак (P. Dirac) в 1931 показал, что элементарный магн. заряд  $\bar{e}$  должен быть тоже квантован и связан с соответствующим элементарным электрич. зарядом,  $\bar{e} = h c / 2e$ ,  $\bar{e} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (см. *Магнитный монополю*). Реальные магн. заряды в природе не обнаружены.

**Поле.** Ф-ла (1) одновременно даёт и определение классич. эл.-магн. поля. С этой целью в каждой точке необходимо измерить ускорения, но крайней мере, трёх пробных частиц (с известными зарядами и массами), напр. одной первоначально покоившейся (для нахождения компонент вектора напряжённости электрич. поля  $E$ ) и двух движущихся в ортогональных направлениях (для нахождения компонент псевдовектора индукции магн. поля  $B$ ). Согласно *Лоренца преобразованиям*, компоненты векторов сил и, следовательно, электрич. и магн. полей меняют свои значения при переходе из одной («штирхованной») инерц. системы отсчёта в другую, относительно к-рой первая движется со скоростью  $u$ :

$$E_\alpha = E'_\alpha, \quad E_3 = \gamma \left( E'_3 - \frac{1}{c} [u B'_1] \right), \quad (2)$$

$$B_\alpha = B'_\alpha, \quad B_3 = \gamma \left( B'_3 + \frac{1}{c} [u E'_1] \right).$$

Здесь индексами  $\parallel$  и  $\perp$  отмечены компоненты полей соответственно вдоль и поперёк вектора скорости  $u$ ;  $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ . Т. о., разделение поля на электрическое и магнитное зависит от выбора системы отсчёта. Поэтому удобно использовать единый (антисимметричный) тензор эл.-магн. поля  $F_{\alpha\beta}$  (в 1'); тогда при преобразованиях Лоренца  $x^\alpha = \Lambda^\alpha_\beta x'^\beta$  закон трансформации полей (2) записывается в виде  $F_{\alpha\beta} = \Lambda^\gamma_\alpha \Lambda^\delta_\beta F_{\gamma\delta}$ . Вместе с тем инвариантными остаются две, и только две (в вакууме), алгебраич. комбинации полей:

$$\frac{1}{2} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} = B^2 - E^2, \quad \frac{1}{4} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\nu} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\nu} = 2BE \quad (3)$$

(см. *Инварианты электромагнитного поля*).

**Динамика зарядов.** Для заданных внеш. полей ф-ла (1) позволяет полностью описать движение любой системы зарядов. Однако задача значительно усложняется при учёте взаимодействия зарядов посредством создаваемого ими поля, к-рое имеет конечную скорость распространения и обладает собств. динамикой. В частности, взаимодействие любых двух произвольно движущихся зарядов не является центральным и не подчиняется третьему *Ньютона закону механики*, а энергия системы заряд. тел благодаря их эл.-магн. взаимодействию зависит от состояния поля и не равна сумме энергий каждого из тел в отдельности. Система заряд. тел подчиняется законам сохранения энергии, импульса и момента импульса только при учёте соответствующих влчаний, связанных с эл.-магн. полем (см. ниже).

**Ток.** В Э. для описания генерации поля точечными электр. зарядами  $q_n$ , движущимися по траекториям  $r_n(t)$ , используют понятия о плотности заряда  $\rho$  и плотности тока  $j$ :

$$\rho = \sum_n q_n \delta(r - r_n), \quad j = \sum_n q_n \delta(r - r_n) \frac{dr_n}{dt}, \quad (4)$$

где  $\delta$  — дельта-функция Дирака. Отвечаясь от точечности зарядов при наличии большого их числа (приближение сплошной среды), вводят плотность  $\rho_m = dq_m/dV$  и плотность тока  $j_m = \rho_m dr_m/dt$  ступка зарядов  $dq_m$  сорта  $m$ , движущихся в физ. бесконечно малом объёме  $dV$  по мировой линии  $x_m^\alpha(t) = (ct, r_m(t))$ . Дальнейшее суммирование по всем скоростям  $dr_m/dt$  зарядов, проходящих через объём  $dV$  в окрестности точки  $r$  в момент времени  $t$ , приводит к полному 4-вектору плотности тока, характеризующему упорядоченное движение зарядов:

$$j^\alpha(ct, r) = \sum_m \rho_m dx_m^\alpha/dt = \sum_m (c\rho_m, j_m). \quad (4')$$

Он удовлетворяет ур-нию непрерывности  $j_{\alpha;\alpha} = 0$  (занятая синдлексом  $\alpha$  обозначает  $\partial/\partial x^\alpha$ ), к-рое является локальным выражением *закона сохранения заряда*. Согласно последнему, полный заряд  $Q = \int_V \rho(t) dV$  в к.-л. объёме  $V$ , ограниченном замкнутой поверхностью  $\Sigma$ , не меняется, если заряды не пересекают эту поверхность. [Аналогичные утверждения распространяются на магн. заряды и их 4-псевдовектор плотности тока  $j_{\alpha;\alpha} = (c\rho, j)$ .]

Следует отметить, что излагаемая здесь последовательность согласования «квари» физ. измерения электродинамич. величин и ур-ний Максвелла не является единственно возможной. Для Э. принципиальна лишь возможность такого согласования.

**Особенности динамики поля с источниками**

Согласно эксперим. данным, поток электр. поля  $E$  через  $\Sigma$  пропорционален суммарному заряду в объёме  $V$ :

$$\int_{\Sigma} E(t) d\sigma = 4\pi \int_V \rho(t) dV. \quad (5)$$

Для неподвижных зарядов это утверждение следует из закона Кулона, но в Э. справедливо и при произвольном движении зарядов внутри поверхности  $\Sigma$ , несмотря на существование излучения. Тем самым устанавливается (и экспериментально подтверждается) фундам. свойство заряда  $Q$ , к-рое может служить новым способом его измерения, формально независимым от старого (1) и не аннулирующим к кинематике заряда.

Этот шаг однозначно определяет ур-ния Э. Действительно, формулировка (5) в дифференц. форме и требование её релятивистской ковариантности, т. е. выполнения при любой скорости движения инерциальной системы отсчёта с учётом преобразований координат, поля, плотностей заряда и тока, приводит к следствию

$$\text{div } E = 4\pi \rho \Rightarrow \text{rot } B = -\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j. \quad (6)$$

В результате магн. поле можно рассматривать как неизбежный релятивистский результат движения электр. зарядов (тока  $j$ ) и нестационарности создаваемого ими электр. поля (тока смещения  $\partial E/\partial t$ ).

Аналогичная аргументация по отношению к закону сохранения (в частности, отсутствия) магн. зарядов даёт закон эл.-магн. индукции:

$$\text{div } B = 4\pi \tilde{\rho} \Rightarrow \text{rot } E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} \tilde{j}. \quad (7)$$

С учётом ур-ний непрерывности  $j_{\alpha;\alpha} = 0$  и  $\tilde{j}_{\alpha;\alpha} = 0$  независимыми оказываются только правые ур-ния в (6) и (7). (Об их записи в интегр. форме, о граничных и нач. условиях, условиях излучения и о единственности решения см. *Максвелла уравнения*.) Правые ур-ния (6), (7) совместно с ур-ниями движения всех зарядов под действием силы Лоренца лежат в основе Э. В релятивистски ковариантной форме ур-ния (6) и (7) имеют вид:

$$F_{;\alpha}^{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha, \quad \tilde{F}_{;\alpha}^{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{c} \tilde{j}^\alpha. \quad (8)$$

Т. о., электр. и магн. 4-плотности тока являются локальными источниками полей. Поле, порождённое движущимися зарядами, согласно (8), распространяется в свободном от них пространстве независимо от источников с одной и той же скоростью  $c$  (рис. 1). Она не зависит

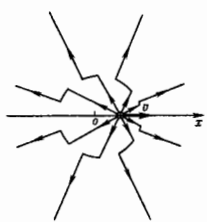


Рис. 1. Силовые линии электрического поля  $E$  заряда  $q$ , начавшего двигаться из точки  $o$  со скоростью  $v$ .

также от выбора инерциальной системы отсчёта ввиду явной ковариантности (8). Тем самым Э. предоставляет фактич. основу для второго постулата спец. теории относительности, требующего существования инвариантной скорости распространения сигналов.

**Источники.** Вместе с тем скорость  $v$  движения зарядов как источников поля в ур-ниях Максвелла формально может быть любой, в частности превышающей скорость света в вакууме [О. Хевисайд (O. Heaviside), 1889; У. Томсон (W. Thomson), 1901; А. Зоммерфельд (A. Sommerfeld), 1904]. Последняя возможность может быть обеспечена (даже если не иметь в виду гипотезы, тахионов) совокупным движением реальных зарядов под действием разл. «зайчиков», напр. плоских импульсов фотонов, электронов или др. частиц, наклонно падающих на плоский экран, либо под действием «ножниц», где роль «зайчика» играет точка пересечения образующих «ножниц» двух лезвий. В силу неравенства  $v > c$  создаваемое «зайчиком» пятно зарядов с плотностью  $\rho$  может отвечать сколь угодно большой плотности тока  $j = \rho v$ .

В подобных и др. случаях, когда движение определённых зарядов допустимо считать заранее известным, в правых частях ур-ний (8) или (6), (7) аддитивно выделяют т. н. сторонние источники  $j_{\alpha;\alpha}^* = (c\rho_{\alpha;\alpha}^*, j_{\alpha;\alpha}^*)$  и  $\tilde{j}_{\alpha;\alpha}^* = (c\tilde{\rho}_{\alpha;\alpha}^*, \tilde{j}_{\alpha;\alpha}^*)$  — заданные в пространстве-времени — 4-плотности тока, для к-рых  $j_{\alpha;\alpha}^* = 0$ ,  $\tilde{j}_{\alpha;\alpha}^* = 0$ .

**Ограничения.** Границы применимости Э. в зависимости от анализируемых реальных ситуаций и преследуемых целей могут определяться самыми различными причинами. Уже указаны лишь наиболее типичные из них.

Важнейшим свойством ур-ний Максвелла является их линейность: поля, созданные двумя независимыми систе-

мами источников  $j_{1ct}^{\pm}, \tilde{j}_{1ct}^{\pm}$  и  $j_{2ct}^{\pm}, \tilde{j}_{2ct}^{\pm}$ , подчиняются суперпозиции принципу, т. е. сумма этих полей является решением ур-ний при совокупном действии источников:  $j_{ct}^{\pm} = j_{1ct}^{\pm} + j_{2ct}^{\pm}$ ,  $\tilde{j}_{ct}^{\pm} = \tilde{j}_{1ct}^{\pm} + \tilde{j}_{2ct}^{\pm}$ . Нарушение принципа суперпозиции полей происходит за счёт нелинейного возбуждения новых токов  $j^{\pm}, \tilde{j}^{\pm}$ , индуцированных  $j_{ct}^{\pm}, \tilde{j}_{ct}^{\pm}$  при достаточном сильных полях в среде (либо в вакууме из-за квантовых эффектов рождения и уничтожения частиц, истребителей всего электрон-позитронных пар, в полях  $[E_{кр}^{\pm}] \geq E_{кр} = B_{кр} = m^2 c^3 / eh \approx 4.4 \cdot 10^{13}$  Гс). Согласно квантовой электродинамике, вследствие рождения пар частиц-античастиц в достаточно сильных полях и при локализации заряда частиц (массой  $m$ ) в области с размерами порядка комптоновской длины волны  $\lambda = h/\gamma mc$  возникает ограничение и на их макс. плотности тока  $j_{\lambda} \sim I_{\lambda} / \lambda^2 = e c n_{\lambda}$ . Здесь  $I_{\lambda} = \gamma mc^3 / e$  — т. н. ток Альвена, определяющий макс. концентрации  $n_{\lambda} = 1/\alpha \lambda^3$  частиц с зарядом  $e$ , движущихся параллельно друг за другом на расстоянии своего эл.-магн. классич. радиуса  $e^2 / \gamma mc^2 = \alpha \lambda$  со скоростью  $v \sim c$  в трубке с поперечным размером  $\sim \lambda$ ;  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ ,  $\alpha = e^2 / hc$ . Для электронов  $I_{\lambda} \approx 17$  кА.

В соответствии с неопределённостью соотношениями существуют также мин. среднеквадратичные значения полей, к-рые зависят от их частоты  $\omega$  и в свободном пространстве отвечают следующей спектр. плотности энергии нулевых колебаний эл.-магн. поля:  $[E^2(\omega) + B^2(\omega)] / 8\pi \sim h(2/\lambda)^3$ , где  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . При измерении состояния полей  $E(ct, r)$ ,  $B(ct, r)$  как ф-ий  $r$  и  $t$  в области пространств  $L^3$  и времени  $\Delta t$ , а также при измерении их пространственно-временного среднего по этой области вследствие квантовых эффектов, обусловленных неустраняемым обратным влиянием измерит. аппаратуры на поле, возникают абс. ограничения точности  $\Delta E_{\text{изм}} = \Delta B_{\text{изм}} = 2\sqrt{h/L^3 \Delta t}$  [Л. Д. Ландау, Р. Пайерлс (R. Peierls), 1931] (см. также *Квантовые неразрушающие измерения*).

**Симметрия.** При локальных (точечных) преобразованиях координат и времени максимальную *Ли группу* симметрии, не меняющую вид ур-ний Максвелла с токами (8), составляют наряду с линейными 6-параметрич. преобразованиями Лоренца  $x^{\alpha} \rightarrow x'^{\alpha} = \Lambda^{\alpha}_{\beta} x^{\beta}$  не только очевидные 4-параметрич. преобразования сдвига  $x^{\alpha} \rightarrow x'^{\alpha} = x^{\alpha} + a^{\alpha}$  (см. Пуанкаре группа) и 1-параметрич. масштабные преобразования  $x^{\alpha} \rightarrow x'^{\alpha} = b x^{\alpha}$ , но и нелинейные 4-параметрич. коф.формные преобразования (H. Bateman, E. Cuninghame, 1909)

$$x^{\alpha} \rightarrow x'^{\alpha} = \frac{x^{\alpha} - b^{\alpha} x^{\beta} x^{\beta}}{1 - 2b_{\alpha} x^{\alpha} + b_{\alpha} b^{\alpha} x^{\beta} x^{\beta}} \quad (9)$$

Сопровождающие (9) коф.формные преобразования полей  $E, B$  и токов  $j^{\pm}, \tilde{j}^{\pm}$  являются линейными, но явно зависят от  $x^{\alpha}$ ; они используются при построении нелинейных версий ур-ний Э. и нахождения их точных решений. Ур-ния Максвелла (8) не изменяются также при локальных внутренних, т. е. не затрагивающих пространственно-временные координаты, дуальных преобразованиях:

$$F^{\alpha\beta} \rightarrow F'^{\alpha\beta} = F^{\alpha\beta} \cos \theta + \tilde{F}^{\alpha\beta} \sin \theta, \quad \tilde{F}^{\alpha\beta} \rightarrow \tilde{F}'^{\alpha\beta} = -F^{\alpha\beta} \sin \theta + \tilde{F}^{\alpha\beta} \cos \theta; \quad (10')$$

$$j^{\alpha} \rightarrow j'^{\alpha} = j^{\alpha} \cos \theta + \tilde{j}^{\alpha} \sin \theta, \quad \tilde{j}^{\alpha} \rightarrow \tilde{j}'^{\alpha} = -j^{\alpha} \sin \theta + \tilde{j}^{\alpha} \cos \theta.$$

Для свободных полей они известны как 1-параметрич. преобразования Лормера — Райнича

$$E \rightarrow E' = E \cos \theta + B \sin \theta, \quad B \rightarrow B' = -E \sin \theta + B \cos \theta \quad (10)$$

и связаны с поляризаци. вырождением эл.-магн. волн. Однако преобразования (10'), как и (9), не сохраняют вид ур-ний движения (1) электрич. (или магн.) зарядов.

**Магнитный заряд.** Явное согласование дуальной симметрии ур-ний Максвелла и ур-ний движения имеет место только в случае дуально заряженных частиц, несущих одновременно электрич.  $q_e$  и магн.  $q_m$  заряды. Последние

преобразуются в соответствии с (10') по правилу

$$q_e \rightarrow q'_e = q_e \cos \theta + \tilde{q}_e \sin \theta, \quad \tilde{q}_e \rightarrow \tilde{q}'_e = -q_e \sin \theta + \tilde{q}_e \cos \theta,$$

не изменяющему попутно силу Лоренца, действующую на  $l$ -ую заряд. частицу:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = (q_e F_{\alpha\beta} + \tilde{q}_e \tilde{F}_{\alpha\beta}) v^{\beta}. \quad (11)$$

Если отношение  $\tilde{q}_e/q_e$  равно одной и той же (любой) величине для всех частиц, то дуальный поворот на угол  $\theta = \arctg(\tilde{q}_e/q_e)$  приводит ур-ния Э. (8), (11) к обычной форме без магн. монополей ( $\tilde{q}_e = 0$ ) с наблюдаемыми эфф. электрич. зарядами частиц  $q'_e = \sqrt{q_e^2 + \tilde{q}_e^2}$  и наблюдаемыми полями  $E', B'$  из (10') [Л. Пейдж (L. Page), H. Адам (N. Adam), 1940]. Универсальность отношения  $\tilde{q}_e/q_e$  для известных частиц экспериментально подтверждается с большой относит. точностью (напр. для электронов и иротонов относит. погрешность не превышает  $\sim 10^{-26}$ ). Это обстоятельство, позволяя исключить дуально заряженные частицы и, в частности, «чистый» магн. монополю (для к-рого отношение  $\tilde{q}_e/q_e$  по величине и по знаку должно быть обратно таковому для «чистого» электрич. заряда), скрывает дуально симметрию односторонней Э. Тем не менее и в ней наиб. фундаментальными естественно считать те наблюдаемые, к-рые инвариантны относительно дуальных преобразований (а не сами электрич. и магн. поля), напр. дуально симметричную силу Лоренца (11), эфф. заряд  $q'_e$  и компоненты  $T^{\alpha\beta}$  тензора плотности энергии-импульса эл.-магн. поля (А. Зоммерфельд, 1928).

$$T^{\alpha\nu} = -\frac{i}{8\pi} g_{\alpha\beta} (F^{\mu\alpha} F^{\nu\beta} + \tilde{F}^{\mu\alpha} \tilde{F}^{\nu\beta}) \equiv \equiv -\frac{1}{4\pi} g_{\alpha\beta} F^{\mu\alpha} F^{\nu\beta} + \frac{1}{16\pi} g^{\alpha\beta} F^{\mu\alpha} F^{\nu\beta}. \quad (12)$$

Дуже в отсутствие «чистых» магн. монополей в Э. донельзя выше магн. мультиполя, начиная с диполя, образованные магнитно нейтральной совокупностью монополей (ср. двухкварковую структуру мезонов и трёхкварковую структуру барионов). Однако эксперименты фактически исключают эту возможность, показывая, что все магн. мультиполи образованы электрич. токами. Так, в 1951 в эксперименте по рассеянию нейтронов в неоднородном магн. поле  $B = B(x) y^0$  (рис. 2) было показано

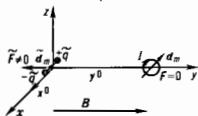


Рис. 2. Силы, действующие на «токовый»  $d_m$  и «монопольный»  $d_m$  магнитные диполи, ориентированные против оси  $x^{\alpha}$  и находящиеся в неоднородном магнитном поле  $B = B(x) y^0$ .

[К. Г. Шал (C. G. Shull) и др.], что их магн. дипольный момент  $d_m$  имеет токовую [Ю. Швингер (J. Schwinger), 1937], а не монопольную [Ф. Блох (F. Bloch), 1936] природу: нейтроны движутся под действием сил  $F = \nabla(d_m \cdot B)$ , характерной для рамки с электрич. током  $I = cd_m / \pi r_0^2$  (радиуса  $r_0$ ), но не силы  $F = (d_m \cdot \nabla) B$ , характерной для двух разноимённых монополей  $\pm q$   $\equiv \pm d_m / l$ , расположенных на расстоянии  $l$ . При  $d_m = d_m$  различие указанных сил  $F - \tilde{F} \equiv [d_m \text{ rot } B]$  обусловлено различием взаимодействием диполей со сторонами токами  $j = (c/4\pi) \text{ rot } B$ , создающими неоднородные магн. поле  $B(r)$ .

**Электроматричная асимметрия.** Т. о., вещество устроено дуально несимметрично, из одних лишь электрич. зарядов. Впрочем, по крайней мере в макроскопич. Э., это не исключает ситуации, когда в неподвижной системе проводников отлична от нуля только плотность тока (и соот-

ветствующее магн. и торсионные мультипольные моменты, тогда как плотность эл. зарядов тождественно равна нулю. Создаваемое такой системой эл. поле  $E$  отлично от нуля, только если токи нестационарны. При движении относительно этой системы наряду с плотностью тока в ней будут наблюдаться плотность заряда и соответствующее эл. поле. Мультипольные моменты; однако не существует системы отсчёта, из к-рой наблюдалась бы одна только плотность заряда и не наблюдалась бы плотность тока, а следовательно, всюду отсутствовало бы магн. поле.

В общем случае, согласно (7), ввиду отсутствия магн. зарядов и независимо от движения эл. зарядов

$$B = -c \int_{-\infty}^t \text{rot } E dt,$$

т. е. магн. поле выступает как вспомогательное, характеризующее историю эволюции основного эл. поля. Несмотря на это, введение самостоят. магн. поля необходимо, если последовательно придерживаться идеи близкого действия зарядов, т. е. описывать их взаимодействие только посредством локально (а не интегрально) измеримых полевых величин.

**Экстремальные принципы.** В отличие от дуально симметричной Э. (8), (11), в одозарядовой Э. не возникает проблем с получением совместной системы ур-ний (1), (8) ( $c \neq 0$ ) для движения отд. эл. зарядов  $q_n$  и поля в вакууме из вариацион. принципа (см. *Вариационное исчисление*). Для удобства вводятся новые полевые переменные — скалярный  $\phi(c, r)$  и векторный  $A(c, r)$  потенциалы электромагнитного поля:

$$F_{ab} = A_{a,b} - A_{b,a}, \quad A_a = (\phi, -A); \quad (13)$$

$$E = -\text{grad } \phi - \frac{\partial A}{\partial(ct)}, \quad B = \text{rot } A.$$

Тогда второе ур-ие из (8), принимающее вид  $F_{ab,\beta} + F_{\beta a,b} + F_{\beta b,a} = 0$ , и, следовательно, ур-ия (7) с  $\beta=0$  и  $\vec{j}=0$  удовлетворяются тождественно. Первое же ур-ие из (8) и ур-ие (1) с учётом (4) [или ур-ия (6) и ур-ие (1) с учётом (4)] есть в точности *Эйлера—Лагранжа уравнения с лагранжианом*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(r_a, \phi, A) = & -\sum m_n c^2 \sqrt{1 - v_n^2/c^2} \delta(r - r_n) - \\ & - \phi + \frac{1}{c} A j + \frac{1}{8\pi} (E^2 - B^2). \end{aligned} \quad (14)$$

При этом, правда, в последнем слагаемом необходимо исключить бесконечную энергию собственного (кулоновского) поля точечных зарядов, а в слагаемом взаимодействия  $A_j j/c$  — самодействие зарядов. Поскольку наблюдаемая масса заряж. частиц  $m$ , конечно, компенсируется бесконечной эл.-магн. массы следует обеспечить введением бесконечной отрицат. массы незлектромагн. происхождения (перенормировка массы). Эта непосредственность, связанная с идеализацией точечных элементарных частиц, в релятивистской классич. физике, не являющейся описанием детальной внутр. структуры заряж. частиц, направл. полевых образований, неизбежна в силу невозможности существования абсолютно недеформируемых протяжённых тел.

**Калибровочная инвариантность.** Если отказаться от точечности и учесть незлектромагн. взаимодействие частиц, то, описывая систему их-рем классич. полем  $\psi$ , первое слагаемое в (14) следует заменить на более общий лагранжиан частиц  $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_0(\psi^k, \psi^{k,a})$ , зависящий от к.-л. многокомпонентных комплексных функций  $\psi^k(x^\mu)$ ,  $k=1, 2, \dots$ , и их производных  $\psi^{k,a}$ . С учётом вещественности  $\mathcal{L}_0$  требование инвариантности полного лагранжиана относительно локальных фазовых преобразований

$$\psi^k \rightarrow \psi^k = \exp[i f(x^\mu)] \psi^k \quad (15)$$

(калибровочные преобразования;  $i = \sqrt{-1}$ ) обнаруживает замечат. факт, известный как эвристик. принцип *калибровочной инвариантности* и перенесённый из Э. на всю теорию поля [Ч. Янг (Ch. Yang), Р. Миллс (R. Mills), 1953; М. Гелл-Манн (M. Gell-Mann), 1956]. Согласно этому принципу, инвариантность исходного лагранжиана  $\mathcal{L}_0$  восстанавливается удлинением производных

$$\psi_{,a}^k \rightarrow [\psi^k]_{,a} = \psi_{,a}^k - ie A_a \psi^k \quad (15')$$

за счёт введения компенсирующего поля  $A_a(x^\mu)$ , преобразующегося одновременно с (15) по т. н. калибровочному закону

$$A_a \rightarrow A'_a = A_a + \frac{1}{e} f_{,a}, \quad (15'')$$

не меняющиеся наблюдаемые компоненты поля (13)  $F_{ab}$ . [В (15'') величина заряда электрона  $e$  выступает как константа введённого таким образом взаимодействия — мин. эл.-магн. взаимодействия, — давая ещё одно неясное определение эл. заряду.] Если для определённости ограничиться линейной зависимостью  $\mathcal{L}_0$  от производных  $\psi_{,a}^k$ , характерной для спинорных полей вещества, то в полном лагранжиане

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\psi^k, \psi^{k,a}) + \mathcal{L}_{em}(\psi^k, A_a) + \mathcal{L}_{em}(A_a, A_a, \rho)$$

непосредственно возникает необходимый лагранжиан взаимодействия  $\mathcal{L}_{em} = A_a j^a/c$  вместе с новым определением 4-плотности тока  $j^a \sim e(\psi^k \partial \mathcal{L}_0 / \partial \psi^{k,a} - \psi^{k,a} \partial \mathcal{L}_0 / \partial \psi^k)$ , и связанным с точечностью зарядов [ср. (4), (14)].

Собственный лагранжиан компенсирующего (здесь — эл.-магнитного) поля выбирается в простейшем виде  $\mathcal{L}_{em} = (-1/16\pi) F_{ab} F^{ab}$  [см. (3), (13)], обеспечивающем его инвариантность при калибровочном преобразовании (15'') в отсутствие вещества. Этим, в частности, исключается слагаемое вида  $-\lambda_0 A_a A^a/8\pi$ , а следовательно, возможна ненулевая масса фотона  $m_0 = \hbar c/\lambda_0$ . Наличие ненулевой массы фотона кардинально меняло бы законы Э. на расстояниях  $\geq \lambda_0 = \hbar/m_0 c$  [Л. де Бройль (L. de Broglie), 1924]; однако значимые эксперименты, в частности по проверке закона Кулона и независимости скорости эл.-магн. волн в вакууме от их частоты, допускают такую возможность только на расстояниях  $\geq 10^{10}$  см, а наблюдения стабильных конфигураций газа и магн. полей галактик — на расстояниях  $\geq 10^{22}$  см. В принципе было бы возможно также несохранение эл. зарядов, напр. распад электрона на нейтральные частицы или осцилляции электрон  $\leftrightarrow$  позитрон, хотя подобные процессы и подавлены неизбежным участием большого кол-ва ( $\geq 10^{13} - 10^{21}$ ) сверхмягких продольных фотонов (Я. Б. Зельдович, Л. Б. Окунь, М. Б. Волошин, 1978); однако лабораторные эксперименты и глобальные геоэлектрич. оценки показывают, что время жизни эл. зарядов превышает  $10^{30}$  с.

**Внутренние противоречия (неклассические проблемы)**

**Нелинейность.** Включение в лагранжиан эл.-магн. поля неквадратичных по  $E$  и  $B$  слагаемых ведёт к нелинейной теории. Наиб. известное нелинейное обобщение Э. развито В. Гейзенбергом (W. Heisenberg), Г. Эйлером (H. Euler), В. Вайскопфом (V. Weisskopf) (1936) и Ю. Швингером (1951) на основе квантово-электродинамич. вычисления поляризации электрон-позитронного вакуума, создаваемой достаточно плавными в пространстве-времени полями, для к-рых удаётся использовать точное решение *Дирака уравнения*. Соответствующий лагранжиан, для простоты выписываемый в естеств. единицах ( $\hbar=c=1$ ),

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Gamma 3} = & \frac{E^2 - B^2}{8\pi} + \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \left\{ 1 + \frac{e^2 Z^2}{3} (B^2 - E^2) - e^2 Z^2 B E \times \right. \\ & \times \left. \frac{\text{Re} \{ eZ \sqrt{B^2 - E^2 + 2iBE} \}}{\text{Im} \{ eZ \sqrt{B^2 - E^2 + 2iBE} \}} \right\} \exp(-m^2 Z) \frac{dZ}{Z^2} \end{aligned} \quad (16)$$

описывает только эл.-магн. поле, причём плавно неоднородное, в пренебрежении производными от инвариантов (3). Он не претендует на самосогласованное «эл.-магн.» описание источников поля — электронов и позитронов с зарядами  $\pm e$  и конечной классич. массой  $m_e$ , как это предполагалось в нек-рых моделях, напр. М. Борном (M. Born) и Л. Инфельдом (L. Infeld) (1934), выбиравшими лагранжиан в виде

$$\mathcal{L}_{\text{ли}} = \left[ 1 - \frac{E^2 - B^2}{4\pi E_{\text{макс}}} - \frac{(EB)^2}{4\pi E_{\text{макс}}} \right]^{1/2}$$

(впрочем, более реалистичном с точки зрения совр. струн теорий; Е. С. Фрадкин; А. А. Цейтлин, 1985). Здесь  $E_{\text{макс}}$  — нек-рое макс. поле. Минная часть (16) характеризует неустойчивость вакуума, точнее, вероятность рождения электрон-позитронных пар в единичном объёме за единицу времени, значительную при  $E \gtrsim E_c = m_e c^2 / e \lambda$  и убывающую по закону  $\exp(-\pi E_c / E)$  в полях  $E \ll E_c$ . Вещественная часть (16) отвечает за собственную нелинейность «классич.» электрон-позитронного вакуума — в отсутствие др. частиц и др. взаимодействий, к-рые, конечно, кардинально меняют ситуацию, скрадывая чисто эл.-магн. взаимодействия, начиная с расстояний  $\sim 10^{-13}$  см (сильные) и особенно  $\sim 10^{-16}$  см (электрослабые).

Если, несмотря на сказанное, обратиться, напр., к модификации закона Кулона, т. е. к сферич. симметрии, решению  $D = q/r^2$  соответствующих (16) электростатич. урннй Максвелла  $\text{div } D = 0$  (при  $r \neq 0$ ),  $D_1 = 4\pi d(\text{Re } \mathcal{L}_{\text{р0}}) / \delta E$ , с сингулярностью (точечным зарядом  $q$ ) в начале координат  $r = 0$ , то обнаружится принципиальная роль нелинейности вакуума:

$$D = E \left( 1 + \frac{2\alpha}{45\pi} \frac{E^2}{E_c^2} \right), \quad E \ll E_c, \quad (17)$$

$$D = E \left( 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{E}{\kappa E_c} \right), \quad E \gg E_c.$$

Здесь число  $\kappa$  ( $\sim 1$ ) учитывает все члены первого порядка по постоянной тонкой структуры  $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$ . Согласно (17), на больших расстояниях поле  $E$  ослабляется по сравнению с  $q/r^2$ :  $D/E > 1$ , т. е. нольизрозов. вакуум экранирует «голый» заряд  $q$ . Однако на малых расстояниях эта экранировка уменьшается, и поляризация вакуума меняет знак при  $r = r_1 = \sqrt{q/\kappa E_c}$ . На меньших расстояниях возникает антиэкранировка, причём отношение  $D/E$  принимает мин. значение  $\alpha/3\pi$  при

$$r_{\text{мин}} = \sqrt{q/D_{\text{мин}}}; \quad D_{\text{мин}} = \frac{\alpha}{3\pi} E_{\text{макс}}, \quad E_{\text{макс}} = \kappa E_c \exp\left(\frac{3\pi}{\alpha} - 1\right).$$

когда функция  $D(E)$  достигает максимума и обнаруживающаяся двузначность функции  $E(r)$  делает физически бессмысленным анализ области  $r < r_{\text{мин}}$ . Хотя сама квантовая Э. как асимптотическая по  $\alpha$  теория вряд ли верна на расстояниях  $\kappa \ll r_{\text{мин}}$ , а при  $r \sim r_{\text{мин}}$  указанное решение ввиду пространственной неоднородности заведомо выходит за квантово-электродинамич. рамки применимости лагранжиана (16), утверждение о том, что в нелинейной Э. (даже без учёта рождения реальных электрон-позитронных пар) должны существовать макс. электростатич. поле  $E_{\text{макс}}$  и аналогичное макс. магнитостатич. поле  $B_{\text{макс}} = B_e \exp(3\pi/\alpha - 1)$ , представляется неизбежным, поскольку остаётся справедливым и для пространственно однородного поля, напр. в плоском конденсаторе или в солениоиде [М. Гринман (M. Greenman), Ф. Рорлих (F. Rohrlich), 1973; Д. А. Киржици, А. Д. Лилде, 1978]. Это ещё раз показывает, что наивные представления о точечности заряда, напр. электрона, отвечающие неограниченному при  $r \rightarrow 0$  кулоновскому полю  $e/r^2$ , противоречивы, причём не только в Э., но и в квантовой Э. (Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, Е. С. Фрадкин, 1955). Наблюдаемая величина (и масса) заряда так или иначе должна определяться с учётом самосогласованных свойств поляризован. вакуума с участием неэлектромагн. взаимодействий, «размазывающих» точечный заряд.

Классический размер частиц. При этом в любой, в т. ч. квантовой, теории, отлекаясь от неэлектромагн. структуры заряда, введение представлений о нелокальном взаимодействии поля с протяжённой зарж. частицей как единым целым наталкивается на значит. трудности, прежде всего ирричного характера. В Э., пусть линейной (14), подобные попытки, несмотря на содержательность, также оказываются ограниченными. Среди них наиб. популярно представление о распределении заряда электрона по области размером  $\sim r_e = e^2 / m_e c^2 \approx 3 \cdot 10^{-13}$  см (классический радиус электрона), что соответствует приписыванию, хотя бы частичному, энергии покоя электрона  $m_e c^2$  его кулоновскому полю. Это представление, конечно, предполагает наличие к-л. неэлектромагн., упругих сил (т. н. на тяжение И Пуанкаре), к-рые препятствуют кулоновскому расталкиванию «частей» электрона и обеспечивают релятивистскую ковариантность его полного 4-импульса, складывающегося из нековариантных 4-импульсов поля «электр. иачинки» и натяжений «упругого теста». Анализ устройства натяжений Пуанкаре выходит за рамки Э. Не только из-за неизбежности квантового подхода, но даже потому, что внутри такого электрона они благодаря классич. эффектам гравитации, но-видимому, обуславливают наличие отрицат. плотности массы покоя [В. Боннор (W. Bonnor) и др., 1989].

Строго говоря, вследствие эффекта рождения электрон-позитронных пар применимость Э., по крайней мере без учёта сильных флуктуаций заряда и эл.-магн. поля, проблематична уже на расстояниях меньше комтоновской длины волны электрона  $\lambda_e = \hbar / m_e c \approx 4 \cdot 10^{-11}$  см (П. Дирак, 1928). Вместе с тем эксперименты с электронами и мюонами высоких энергий показывают, что при разл. взаимодействиях с др. частицами они ведут себя как точечные вплоть до расстояний  $\sim 10^{-16}$  см.

Реакция излучения (радиационное трение). Принимая тем не менее к-л. распределение заряда, напр. равномерное внутри шара радиуса  $r_e$ , на основе Э. можно ответить на важнейший вопрос о результате эл.-магн. воздействия разл. «частей» электрона друг на друга. Оказывается, несмотря на то, что эл.-магн. масса зависит от выбранного распределения, от него не зависит самовоздействие электрона, т. е. полная сила реакции излучения [Х. Лоренц (H. Lorentz), 1892; М. Абрагам (M. Abragam), 1904]

$$g^{\text{р}} = \frac{2e^2}{3c^3} \left( \frac{d^2 v^{\alpha}}{dt^2} + v^{\alpha} \frac{d^2 v^{\beta}}{dt^2} \right). \quad (18)$$

Она получается после перенормировки массы в первом порядке разложения по малому отношению  $r_e$  к характерному масштабу неоднородности поля (или малому параметру запаздывания  $e^2 / m_e c^2$ ). Независимость (18) от  $r_e$  обосновывает корректность учёта самовоздействия в пределе точечного заряда  $r_e \rightarrow 0$ . При этом обычно требуется условие малости силы  $g^{\text{р}}$  по сравнению с силой Лоренца (1) со стороны внеш. поля. Оказывается, что последнее условие достаточно выполнить в системе отсчёта, где электрон покоится и сила реакции излучения на него равна  $g = (g^{\text{р}}/c) = (2e^2/3c^3) d^2 v/dt^2$ . Для гармонич. полей  $E, B$  с частотой  $\omega$  оно даёт ограничения (условия внутр. непротиворечивости Э.)

$$\lambda/2\pi = \omega/c \gg r_e \approx \alpha \lambda, \quad \text{и } B \ll B_e/\alpha,$$

к-рые в  $\alpha^{-1} = 137$  раз слабее, чем приведённые выше квантово-электродинамич. ограничения. Второй закон Ньютона для изменения 4-импульса  $mcv^{\alpha}$  точечного заряда, находящегося под действием «обычной» внешней силы (1) и «необычной» силы Лоренца — Абрагама (18), к-рая сама определяется кинематич. зарж. частнцы, можно представить в более традиционной форме

$$(\eta_{\alpha\beta} - v^{\gamma} v_{\gamma} \eta_{\alpha\beta}) (dP^{\beta}/dt - eF^{\beta\gamma} v_{\gamma}) = 0,$$

если ввести понятие «эл.-магн.» комплекса с эфф. 4-импульсом

$$P^{\alpha} = mcv^{\alpha} + (2e^2/3c^2) dv^{\alpha}/dt$$

[К. Тейтлбойм (C. Teitelboim), 1970]. Последний указыва-

ст на неразделимость заряда и его собственного ближнего поля (эл.-магн. шубы). Это «связанное» поле автоматически учитывается в локальном балансе 4-импульсов, следующим из приведенного второго закона Ньютона: приращение 4-импульса комплекса и создание 4-импульса «свободного» поля излучения происходит за счёт поглощения 4-импульса внешнего поля.

Непротиворечиво введение самовоздействия путём добавления силы (18) к силе Лоренца (1) для каждого точечного ускоренно движущегося заряда  $q_n$  в рамках Э предподлагает дополнит. условие отсутствия ускорений в областях вне поля,  $E = B = 0$  в (1). Иначе в получающихся ур-ниях движения, содержащих теперь треть производные координат частиц  $r_n$  во времени, могли бы появиться неприемлемые решения, отвечающие неогранич. самоускорению заряда за счёт бесконечной энергии собственного поля. Разумеется, упомянутый выше «одетый» эл.-магн. комплекс вообще не испытывает самоускорения, поскольку в любой мгновенно сопутствующей системе отсчёта для перенормированного импульса  $\vec{p} = (\vec{p}/c)$  справедливо ур-ние (1). Автоматич. отбор физически приемлемых решений ур-ний движения «голой» заряженной частицы, независимо от соотношения между силой реакции излучения и силой Лоренца, возможен также при их формулировке в эквивалентном интегральном виде, включающем начальные и конечные условия (Ф. Горлих, 1961). Так, рассматривая (для простоты) нерелятивистский случай [Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов, 1948; Р. Хааг (R. Naag), 1955], при конечном условии  $dv/dt=0$  (при  $t \rightarrow \infty$ ) имеем

$$m_n \frac{dv_n}{dt} = \exp\left(\frac{t}{T_n}\right) \int_0^{\infty} q_n \left\{ E(t) + [v_n(t) B(t)] c^{-1} \right\} \times \\ \times \exp\left(-\frac{t'}{T_n}\right) \frac{dt'}{T_n}; T_n = \frac{2q_n^2}{3mc^3}.$$

Здесь налицо формальное нарушение причинности, поскольку ускорение выражается не через прошлое, а через будущее движение частицы, т. е. определяется полями, до  $k$ -тых частица ещё не дошла, на временном интервале  $\sim T_n$ . Однако для всех зарядов частиц (тел) времена  $T_n = 2r_n/3c \leq T_e = 2e^2/(3mc^3) \approx 6 \cdot 10^{-24}$  с и, следовательно, все соответствующие проблемы непричинности и нелокальности эл.-магн. взаимодействия оказываются за пределами применимости Э. А именно, приципиальным становится учёт квантовых флуктуаций движения электронов (или любой заряд. частицы), для  $k$ -рых характерный временной,  $h/m_n c^2$ , и пространственный,  $h/m_n c$ , масштабы в  $hc/e^2 = 137$  раз больше соответственно временного,  $T_e$ , и пространственного,  $cT_e$ , масштабов самоускоряющихся решений. Эти проблемы корректно разрешаются при квантово-электродинамич. анализе самовоздействия [Е. Мошиц, Д. Шарп (E. Moiz, D. Sharp), 1977; В. К. Кривинский, В. Н. Цытович, 1991]. Оказывается, что при достаточно длительном действии сила реакции излучения действительно проявляется на классич. уровне, напр., она обуславливает спиральное (скручивающееся) движение электронов в опородном магн. поле, отличающемся от винтового движения с постоянным радиусом благодаря трению о собственное синхротронное излучение.

**Запаздывание. Причинности принцип** играет в Э важнейшую роль, поскольку, согласно условиям излучения (при постановке нач. задачи в ограниченной области пространства), он требует ограничиться только запаздывающими решениями ур-ний Максвелла, нарушая их обратимость во времени (при замене  $j \rightarrow -j$ ,  $r \rightarrow -r$ ,  $V \rightarrow -V$ ,  $E \rightarrow E$ ). Если для определённости выбрать условие калибровки Лоренца  $A_0^2 = 0$ , то вынужденное решение соответствующего (8) волнового уравн.  $A_0^2 = 4\pi j^0/c$  для системы точечных зарядов можно записать в виде

$$A^0(x^0) = \sum_n q_n \int G[x^0 - x_0^0(\tau_n)] \frac{d\tau_n}{c} \quad (19)$$

(Льенара—Вихерта потенциалы). Здесь интегрирование ведётся по совств. времени  $\tau_n$  каждой из заряд. частиц и использована запаздывающая Грина функция  $G(x^0)$ , отличная от нуля только в световом конусе будущего ( $x_0^0 > 0$ ) и равная там  $2\delta(-x_0^0 x^0)$  (для свободного пространства). Из решения (19) вытекают, по существу, все результаты Э. об излучении и взаимодействии зарядов; для пространственно ограниченных задач в нём необходимо лишь соответствующим образом изменить ф-цию Грина.

**Дальнейшее.** Можно совсем не вводить распределённое в пространстве поле, а подставить его явные значения в точки нахождения зарядов в ур-ния их движения. Тогда Э. примет вид теории прямого межчастичного взаимодействия с ф-цией Лагранжа, зависящей только от координат и скоростей зарядов [X. Тетроде (H. Tetrode), 1922; А. Фоккер (A. Fokker), 1929]. Для такой переформулировки Э. в решении (19) удобнее использовать непринципную ф-цию Грина, всюду определяемую полуразностно запаздывающего и опережающего потенциалов:

$$G_0(x^0) = \delta(-x_0^0 x^0) = \frac{1}{2} [\delta(t - x^0) - \delta(t + x^0)], \quad r^2 = -x_0^0 x^0$$

(для свободного пространства). В полевой трактовке этим учитывалось бы «свободное» поле излучения и снималась бы проблема самовоздействия и перенормировки массы в пределе точечных зарядов (П. Дирак, 1938). Вместе с тем добавляем к получающейся ф-ции Лагранжа полных производных по времени удаётся придать новой теории явно причинную форму, причём симметричную по перестановкам частиц [P. Мурр (R. Moore), T. Скотт (T. Scott), M. Монахан (M. Monahan), 1988]. В частности, для заряда  $q_n$ , взаимодействующего со всеми остальными зарядами Вселенной, ф-ция Лагранжа принимает вид:

$$L_k = -m_k c^2 \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} - \frac{1}{2} \sum_{n \neq k} (V_{kn} + V_{nk});$$

$$V_{kn} = \frac{q_k q_n v_k v_n^2}{c v_n (x_k^2 - x_n^2)} \Big|_{x_k^2 - x_n^2 = |r_k - r_n|.$$

Поправка на силу реакции излучения (в нерелятивистском случае)

$$\sum_{n \neq k} \left( \frac{2}{3c^3} \right) q_k q_n \frac{d^3 x_k^i}{dt^3} = \frac{2}{3c^3} q_k^2 \frac{d^3 x_k^i}{dt^3}$$

к запаздывающей силе Лоренца,  $-\sum_{n \neq k} \partial V_{kn} / \partial x_k^i$ , обусловлена одними и теми же (остальными,  $n \neq k$ ) зарядами Вселенной и возникает в уравнении движения  $d[\partial L_k / \partial v_k^i] / dt = \partial L_k / \partial x_k^i$  естеств. образом из требования самосогласованности движения всех заряд. частиц при условии квазиинвариантности Вселенной и отсутствия электрич. поляризации при усреднении по всем рассматриваемым зарядам,  $\sum_n q_n r_n = 0$ . Здесь проблема самоускорения заряда не возникает, поскольку отсутствует внутренний бесконечный источник энергии (собственное кулоновское поле), и без силы Лоренца невозможно явление «силы реакции излучения», автоматически изведенной на роль ноправки.

Что касается свойств необратимости во времени и выделения обычных запаздывающих решений, то они связываются со свойствами эволюционирующей материи и всей Вселенной и ввиду наличия излектромагн. сил выходят за рамки Э., требуя включения дополнит. физ. постулатов [Дж. Уилер (J. Wheeler), P. Фейнман (R. Feynman), 1945; Д. Пегг (D. Pegg), 1975]. В самом исследовании Э. как теории прямого межчастичного взаимодействия направлены на то, чтобы преодолеть внутр. противоречия полевой Э., связанные с точечностью зарядов, перенормировкой их массы, нарушением причинности при самовоздействии, ограничением макс. потенциалов и мин. расстояний взаимодействия зарядов и пр. Однако, поскольку эти противоречия затрагивают лишь область квантовых явлений,



применение в области классич. физики переформулированной, непереловой Э. оказывается несколько искусственным и непонятным, особенно вследствие её усложнения. Последнее гл. обр. обусловлено необходимостью выделения запаздывающих координат частиц, падающего сложное условия связи на вариц. ур-ния теории.

**Законы сохранения и ненаблюдаемые потенциалов**

В полевой формулировке Э. этих сложностей нет, и в анализе взаимодействия зарядов на первый план выступает динамика самого создаваемого ими поля. Существенно, что благодаря калибровочной инвариантности в Э. нельзя непосредственно наблюдать потенциалы  $A^\alpha$  этого поля. Такая возможность имеется только в квантовой физике и обнаруживается, напр., в интерференц. эффектах вследствие изменения фазы волновых ф-ций заряд. частиц под действием потенциалов  $A^\alpha(x^\beta)$  даже в тех пространственно-временных областях, где в силу особенностей то-нологии отсутствуют напряженности поля,  $F_{\alpha\beta}=0$  (см. *Ааронова—Боми эффект*). Наблюдение потенциалов Ф. А. было бы возможно в калибровке инвариантной Э. с ненулевой массой фотона, где при условии калибровки Лоренца волновые ур-ние для них имеет вид *Прокра уравнения*  $A^\alpha - \lambda_\phi^{-2} A^\alpha = 4\pi j^\alpha/c$  с сохраняющимися 4-током ( $j^\alpha_\alpha=0$ ), первое и второе ур-ния Максвелла (6) содержат в явном частах слагаемые соответственно  $-\lambda_\phi^{-2}\Phi$  и  $-\lambda_\phi^{-2}A$ , а плотности энергии эл.-магн. поля и э-е потока (*Пойнтинга вектор*) равны:

$$w = T^0_0 = \frac{1}{8\pi}(E^2 + B^2 + \lambda_\phi^{-2}\Phi^2 + \lambda_\phi^{-2}A^2),$$

$$S = (-cT^i_0) = \frac{c}{4\pi}([EB] + \lambda_\phi^{-2}\Phi A).$$

Несмотря на ненаблюдаемость при  $m_\phi=0$ , потенциалы часто используются для описания различных (калибровоч-но инвариантных и неинвариантных) характеристик эл.-магн. поля.

**Момент импульса, спина и «масса» поля.** Важные примеры нерыв и последних — тензоры плотности импульсного,  $M^{\alpha\beta}_{\nu\mu} = (x_\nu T^{\alpha\beta} - x_\mu T^{\alpha\nu})/c$  [см. (12)], и спинового,  $S^{\alpha\beta}_{\nu\mu} = (A_\nu F^{\alpha\beta} - A_\mu F^{\alpha\nu})/4\pi c$ , моментов, определения к-рых диктуются *Нетер теоремой*. Им соответствуют векторы плотности момента импульса (А. И. Саловский, 1897) и спина [Ч. Г. Дарвин (Ch. G. Darwin), 1932]:

$$M^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ij} M^j_0 = \frac{1}{4\pi c} [r[EB]],$$

$$S^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ij} S^j_0 = \frac{1}{4\pi c} [EA].$$

Первый лишь неявно зависит от поляризации поля, а второй непосредственно связан с ней. Их разность  $\mu - s$ , обычно записывается на вектор  $\mu = [r([E|VA] + (EV)A)]/4\pi c$ , характеризует «орбитальную» часть момента импульса, к-рая, как и спиновая, зависит от калибровки. Для свобод-ного поля здесь удобна кулоновская калибровка  $\text{div} A = 0$ , позволяющая считать  $\Phi=0$ . Тогда, поскольку  $T^i_{\nu\nu}=0$  и  $F^i_{\nu\nu}=0$ , для любой замкнутой конфигурации поля излучения, наряду с 4-импульсом  $P_\alpha = (W, -cP)$  и полным моментом импульса  $M$ , сохраняются во времени также спин  $S$  и «орбитальный» момент импульса  $L = M - S$ . Эти величины определяются пространственными интегралами соответственно от  $T^0_\alpha = (w, -c\mathbf{j})$ ,  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{l}$  по всей области  $V_{\text{вз}}$  занятой полем.

Ковариантность сохраняющегося 4-вектора энергии-импульса поля  $P_\alpha$  позволяет говорить о скорости центра «масс» поля  $u^i = cP^i/P_0$ , где  $P_0 = W/c$ . Его «массу» (покою)  $m_0$ , в общем случае переменную во времени, можно ввести ф-лой

$$m_0 c^4 = \int_V \frac{(E^2 + B^2)^2 - 4[EB]^2}{(8\pi)^2} dV = \int_V \frac{(B^2 - E^2)^2 + 2(EB)^2}{(8\pi)^2} dV.$$

Последнее тождество в соответствии с (3) показывает релятивистскую инвариантность данного определения. при-

чём в качестве квадрата плотности «массы» под знаком интеграла стоит квадрат  $A^2$  любого из четырёх собств. значений (совпадающих по величине) тензора плотности энергии-импульса поля,  $T^{\alpha\alpha} = \Lambda_\alpha a^2$ . Т. о., даже при нулевой массе фотона,  $m_\phi=0$ , поле излучения может обладать «массой»,  $m_0 \neq 0$ , наличие к-рой отвечает (частичной) локализации эл.-магн. энергии благодаря (частичной) параллельности векторов  $E$  и  $B$  либо благодаря (частично) уничтожению потока энергии при усреднении вектора Пойнтинга  $c[EB]/4\pi$  из-за перемешивания его направления в пространстве, напр. для стоячей волны.

**Законы сохранения.** Если с полем взаимодействует ограниченная система заряд. частиц (тел), то во времени будут сохраняться их совместные энергия-импульс и момент импульса (см. *Мультипольное излучение*). Поскольку описание частиц полемым образом через  $\Psi$ -функцию выходит за рамки Э. точечных зарядов, то в ней не используется и возможность равноправного с орбитальным моментом введения спина заряд. частиц [Ф. Беллифанте (F. Belinfante), 1939], а также соответствующего магн. момента как циркулирующего течения заряда в поле  $\Psi$ -волны [В. Гордон (W. Gordon), 1928]. Более того, угрируя ситуацию, согласно ур-нию Дирака, в Э. элементарный заряд, скажем, электрона, нельзя рассматривать иначе как точечный квант заряда  $e$ , непредсказуемо движущийся со скоростью света с (нем. Zitterbewegung — дрожание) внутри комptonовского объема  $\lambda_c^3$  так, что ср. поступат. скорость электрона совпадает с его классич. скоростью  $v$ . Аналогично в итоге усреднения возникает его спин  $\hbar/2$ , равный произведению ср. радиуса  $\lambda_c/2$  на импульс  $m_e c$ , и магн. дипольный момент  $eh/(2m_e c)$ , равный произведению ср. тока  $ec/2\lambda_c$  на площадь  $\lambda_c^2$  и фактор  $c^{-1}$  [К. Хуанг (K. Huang), 1952]. Отвлекаясь от подобных наглядных представлений, в совр. версиях Э. точечные заряд. частицы просто наделяют определёнными магнитно- и электро-дипольными (и высшими мультипольными) моментами и так или иначе постулируют законы их взаимодействия с эл.-магн. полем.

Игнорируя указанные мультипольные эффекты, к-рые для элементарных зарядов обычно малы по сравнению с исходными монопольными эффектами, и вводя для системы точечных зарядов тензоры

$$m^{\alpha\beta}_p = \frac{1}{c} (x_\alpha x_\beta - x_\beta x_\alpha), \quad r^{\alpha\beta}(ct, \mathbf{r}) = \frac{p^\alpha(t) p^\beta(t)}{p^2(t)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha).$$

можно прийти к ур-ниям непрерывности

$$T^i_{\nu\nu} + j^i_{\nu\nu} = 0, \quad M^i_{\alpha\beta\nu} + m^i_{\alpha\beta\nu} = 0 \quad (20)$$

суммарных тензоров плотности энергии-импульса и момента импульса. Отсюда после интегрирования  $T^0_\alpha + m^0_\alpha$  и  $M^i + (1/2)\epsilon^{ij} m^j$  по всей области  $V_{\text{вз}}$  занятой полем и частицами, следуют законы сохранения их полных 4-импульса  $P_\alpha + P_{0\alpha}$  и момента импульса  $M + M_0$ . Механич. взаимодействие зарядов с полем описывается 3-плотностью 4-спина Лоренца:

$$l^i_{\nu\nu} = -T^i_{\nu\nu} = j^i_\nu, \quad j^{\alpha\beta} = \sum_n q_n F^{\alpha\nu}_0 v^\beta \frac{dt_n}{dt} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \equiv \sum_n q_n \left( \frac{E_{\nu\alpha}}{c} E + \frac{1}{c} [v_n B] \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n).$$

При переходе к непрерывному распределению заряда в среде рассматривают густок зарядов  $dq_n$ , движущихся в физ. бесконечно малом объеме  $dV$  по мировой линии  $x^\alpha_\pm(t) = (ct, \mathbf{r}_\pm(t))$ , и вводят плотность силы Лоренца  $f_\alpha = \rho_n E + c^{-1} [j_n B]$ . Изменение механич. энергии зарядов

$P_{00} \equiv W_0 = \sum V_n m_0 c^2$ , находящиеся внутри к-л. области  $V(t)$ , совершается работой только электрич. поля:  $dW_0/dt = \int_V j(t) dV$ . Она определяется распределением полной плотности тока  $j(r) = \sum j_n(r)$  по элементам объема  $dV$ , но из теоремы Пойнтинга  $jE = -dw/dt - \text{div} S$  может быть

выражена через изменение энергии эл.-магн. поля  $W$  внутри объема  $V(t)$  и её поток через границу  $\Sigma(t)$  этого объема, элементы  $k$ -рой  $d\sigma$  имеют локальную скорость  $v^k$ :

$$\frac{dW_{\text{св}}}{dt} = \frac{dW}{dt} - \oint_{\Sigma(t)} \left( c \frac{[E, B]}{4\pi} - v^k \frac{E^2 + B^2}{8\pi} \right) d\sigma.$$

**Классическая электродинамика в искривлённом пространстве-времени**

До сих пор речь шла о плоском пространстве-времени (и декартовых координатах в нём). Будучи искривлённым, оно изменяет характер взаимодействия между эл.-магн. полями и заряж. частицами; такова ситуация, напр., в окрестности вращающихся нейтральных звёзд и чёрных дыр. Нарушаются также законы Э. о сохранении полных 4-импульса  $P_\alpha + P_{0\alpha}$  и момента импульса  $M + M_0$  благодаря их передаче гравитат. полю. В частности, возможны прямая трансформация эл.-магн. волн в гравитационные и наоборот, гравитат. излучение зарядж. частиц, движущихся под действием эл.-магн. поля, напр., в плазме. Считая гравитат. фон  $g_{\alpha\beta}(ct, r)$  внешним, заданным, независимо от перераспределения энергии-импульса эл.-магн. поля и зарядов, законы Э. как системы дифференц. ур-ний первого порядка можно однозначно установить из принципа общей ковариантности. Согласно этому принципу, в искривлённом пространстве-времени (или в любых криволинейных координатах) следует заменить частную производную (запятую) любого тензора, напр.  $T^{\alpha\beta}_{;\nu}$ , в (20), на *ковариантную производную* (точку с запятой)  $T^{\alpha\beta}_{;\nu} = \partial T^{\alpha\beta} / \partial x^\nu + \Gamma^{\alpha}_{\nu\lambda} T^{\lambda\beta} - \Gamma^{\beta}_{\nu\lambda} T^{\alpha\lambda}$ , добавляя на каждый ковариантный индекс  $\lambda$  член  $+\Gamma^{\lambda}_{\nu\alpha} T^{\alpha\beta}$ , а на каждый ковариантный индекс  $\beta$  член  $-\Gamma^{\lambda}_{\nu\beta} T^{\alpha\lambda}$ . где  $\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta} = (1/2)g^{\alpha\lambda} (g_{\nu\lambda, \beta} + g_{\beta\lambda, \nu} - g_{\nu\beta, \lambda})$  — *Кристоффель символы*.

В результате ур-ния Э. (1'), (8) (без магн. зарядов) суть

$$m_\alpha \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} = c^{-1} q_\alpha F^{\alpha\beta} v^\beta - m_\alpha \Gamma^{\alpha}_{\nu\beta} v^\nu v^\beta, \quad v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}, \quad (1')$$

$$F^{\alpha\beta}_{;\nu} \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} F^{\alpha\beta})}{\partial x^\nu} = -\frac{4\pi}{c} j^\nu, \quad F_{\alpha\nu, \beta} + F_{\nu\beta, \alpha} + F_{\beta\alpha, \nu} = 0 \quad (8')$$

( $g = \det g_{\alpha\beta}$ ), причём последнее ур-ние не меняет свой вид я удовлетворяется введением прежних потенциалов (13). Вектор 4-тока

$$j^\alpha = \sum_n q_n \frac{c}{\sqrt{-g}} \delta(r - r_n) \frac{dx^\alpha}{ds},$$

или для непрерывного распределения зарядов  $j^\alpha = \sum_n j_n^\alpha$ ,

где  $j_n^\alpha = (\rho_n c / \sqrt{g_{00}}) dx^\alpha / dx^0$  [в окрестности мировой линии  $x_n(t)$ ], а плотность зарядов  $\rho = \sum_n \rho_n = j^0 \sqrt{g_{00}} / c$ . Ур-ние непрерывности  $T^{\alpha\nu}_{;\nu} = -f^\alpha$  для плотности энергии-импульса эл.-магн. поля (12) (и аналогично — зарядов) принимает вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} T^{\alpha\nu})}{\partial x^\nu} = -f^\alpha - \Gamma^{\alpha}_{\nu\beta} T^{\beta\nu} \quad (21')$$

и содержит, наряду с силой Лоренца  $f^\alpha$  [ср. (21)], силу тяготения. Последняя имеется также в ур-нии движения зарядов (1''), куда, кроме того, нужно в качестве поправки ввести силу реакции излучения. Она включает дополнительные к (18) слагаемые, связанные с ускоренным движением заряда в гравитат. поле, в т.ч. создаваемом 4-импульсом эл.-магн. поля — внешнем и собственном.

**Поле тяжести как среда.** Электрическое  $E$  и магнитное  $B$  поля, определяемые компонентами  $F_{\alpha\beta} = g_{\alpha\gamma} F^{\gamma\beta}$ , по-прежнему находятся, согласно (1''), непосредственным измерениям ускорений пробных зарядж. частиц, движущихся с определенной скоростью  $v^k$  в локально инерциальной (свободно падающей) системе отсчёта, где  $\tilde{g}^{\alpha\beta} = 0$  (см.

*Геодезическая линия*). Для записи ур-ний поля (8'') в 3-мерной форме удобно ввести вектор  $G_\alpha = -g_{0\alpha} / g_{00}$ , 3-мерный метрич. тензор  $\gamma_{ij} = -g_{ij} + g_{00} G_i G_j$ , его определитель  $\Gamma = \det \gamma_{ij}$  и новые, отличные от  $E_i = F_{0i}$  и  $B^i = -(1/2\sqrt{g}) \epsilon^{ijk} F_{ij}$ , поля

$$D^i = \sqrt{g_{00}} F^{0i}, \quad H_i = -\frac{1}{2} \sqrt{g_{00} \Gamma} \epsilon_{ijk} F^{jk}, \quad (22)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} E + [HG], \quad B = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} H + [GE].$$

Тогда ур-ния Максвелла в гравитат. поле для произвольных локальных координат  $r$  и локального времени  $t$  принимают вид

$$\text{div } D = 4\pi\rho, \quad \text{rot } H = \frac{1}{c\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\Gamma} D)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j, \quad (6'')$$

$$\text{div } B = 0, \quad \text{rot } E = -\frac{1}{c\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\Gamma} B)}{\partial t}. \quad (7'')$$

формально аналогичный ур-ниям в среде. В частности, статич. гравитат. поле играет роль среды с электрич. и магн. проницаемостями  $\epsilon = 1/\sqrt{g_{00}}$ , причём в слабом поле тяжести всё определяется скалярным гравитат. потенциалом  $\phi$ , поскольку  $1 - g_{00} \approx 2\phi/c^2$ . Другие, иногда более удобные, формы ур-ний (8'') можно придать, производя «3+1»-расщепление пространства-времени и переходя к «абсолютному» пространству и единому «глобальному» времени, но используя для измерения физ. величин  $F_{\alpha\beta}$  и  $j^\alpha$  систему отсчёта к-л. локальных наблюдателей, напр. локально неращивающихся [К. Торн (K. Thorne), Д. Макдональд (D. Macdonald), 1982]. Обобщая конформные преобразования (9), сохраняющие ур-ния светового конуса  $x_\alpha x^\alpha = 0$ , можно утверждать, что ур-ния Максвелла (6'') — (8'') коварианты по отношению к обмену растяжением всех длин согласно замене:

$$g_{\alpha\beta} \rightarrow g'_{\alpha\beta} = f g_{\alpha\beta}, \quad F_{\alpha\beta} \rightarrow F'_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}, \quad j_\alpha \rightarrow j'_\alpha = f^{-2} j_\alpha,$$

где  $f = f(x^\alpha)$  — произвольная ф-ция координат.

**Оптика и термодинамика излучения в гравитат. поле.** В отсутствие источников ур-ния (6'') — (8'') имеют наиб. простое решение для полей, линия волны к-рых мала по сравнению с характерным радиусом кривизны *пространства-времени* и масштабом изменения амплитуды, поляризации и длины волны этих полей. В таком приближении справедливы законы геом. оптики: световые лучи являются нулевыми геодезическими, удовлетворяющими ур-нию  $g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = 0$ , вектор поляризации поля перпендикулярен лучам и переносится параллельно вдоль них; амплитуда поля определяется законом сохранения эл.-магн. энергии в соответствии с адиабат. постоянным числом фотонов в каждой лучевой трубке. В результате свет и радиоволны, напр. от звёзд или квазаров, проходя вблизи массивных тел, напр. галактик или чёрных дыр, испытывают угл. отклонение (рефракцию) и временною запаздывание. Эти эффекты, независимые от поляризации, впервые наблюдались в поле тяжести Солнца соответственно путём оптич. наблюдений затменных звёзд в 1919 [А. Эддингтон (A. Eddington)] и путём радиолокации Меркурия в 1968 И. Шапиро (I. Shapiro), в 1979 — 80 Д. Уолш (D. Walsh), Р. Вейманн (R. Weymann) и др. обнаружили также двойные изображения квазаров, обусловленные эффектом гравитат. линзы (см. *Гравитационная фокусировка*). Кроме того, имеется изменение локально измеряемых поляризации и длины волны  $\lambda$  излучения. Последние в статич. поле тяжести подчиняются закону  $\lambda \sim \sqrt{g_{00}}$  и в земных условиях впервые измерено в 1960 для  $\gamma$ -лучей с использованием *Мессбауэра эффекта* П. Паунд (R. Pound), Дж. Ребка младший (G. Rebka Jr.). Вследствие расширения Вселенной существует ещё космологич. *красное смещение*, благодаря к-рому сдвигаются наблюдаемые спектры далёких галактик и квазаров и происходит остывание реликтового излучения.

В общем случае в соответствии с принципами термодинамики хаотич. эл.-магн. поле в вакууме, находящееся в тепловом равновесии с окружающими телами, обладающими определенной темп-рой  $T$ , или элированное после такого равновесного контакта, полностью характеризуется этой темп-рой и занимаемым им объемом. Спектральная интенсивность такого равновесного, черепотного излучения подчиняется *Планку закону излучения* и в отсутствие поля тяжести не зависит от координат. В искривленном пространстве-времени его интенсивность изменяется, становится неоднородной. Более того, как показал В. Уиру (W. Ullrich, 1976), рассматривая для простоты однородное поле тяжести (или, что эквивалентно, равномерно ускоренную систему отсчета, движущуюся с ускорением  $a$  относительно инерциальной системы), наименее энергич. состояние (нулевые колебания) эл.-магн. поля там обладает ненулевой темп-рой  $T_p = \hbar a / (2\pi ck)$  (в земном поле тяжести  $T_p \approx 4 \cdot 10^{-20}$  К). Точно же мин. темп-ру  $T_p$  приобретает любой пробное тело, приведенное в тепловой контакт с излучением вакуума. С указанными тепловыми свойствами вакуума в ускоренной системе отсчета связан, напр., известный эффект деполяризации электронного пучка в магн. поле на никольном колды (Дж. Белл (J. Bell), Дж. Лейнас (J. Leinaas), 1983), описанный ранее А. А. Соколовым и И. М. Терновым (1963) в инерциальной системе отсчета. При испарении черной дыры с массой  $M_0$  и поверхностью «напряженностью» гравитационного поля  $a_0 = GM_0/r_s^2 \approx c^4/4GM_0$  соответствующая чернотельная темп-ра, измеряемая наблюдателем на бесконечности,  $T_{\infty} = \hbar c^3 / (8\pi GkM_0)$  и по *Вина закону смещения* отвечает характерной длине волны  $\lambda$  порядка *гравитационного радиуса*  $r_{\infty} = 2GM_0/c^2$  (С. Хокин (S. Hawking), 1974). Квантовые свойства эл.-магн. излучения в его соств. гравитат. поле ставит также абс. предел и максимально достижимой темп-ры  $T^* = m^* c^2 / \hbar \sim 10^{32}$  К, отвечающей характерной длине волны  $\lambda^* \sim L^* = \hbar / m^* c$ , где  $m^* = \sqrt{\hbar c / G}$  — планковская масса (А. Д. Сахаров, 1966).

**Электрон-позитронный вакуум.** В классич. гравитат. поле, как и во внеш. эл.-магн. поле, эл.-магн. взаимодействие меняется также вследствие неустраимой поляризации электрон-позитронных пар физ. вакуума. Последняя возникает за счет приливного эффекта, т.е. разности сил тяжести, растягивающей электрон и позитрон в парах, имеющих виртуальный размер порядка комптоновского  $\lambda_C$ . Это явление, квантовое в своей основе, видоизменяет ур-ния Э. (6\*)—(8\*). Для перем. гравитат. полей с характерной частотой  $\omega \gtrsim m_e c^2 / \hbar$  и масштабом  $\lambda_r \lesssim \lambda_C$  оно может приводить к эфф. рождению пар реальных зарядов (электронов и позитронов) и поглощению эл.-магн. волн, напр. в рапид Веллений или в окрестности черных мини-дыр. Для более плавных в пространстве-времени гравитат. полей с характерным масштабом  $\lambda_r \gg \lambda_C$  поляризация пар в осп. является виртуальной, но она вполне классич. образом являет на эл.-магн. волны [И. Драммонд (I. Drummond), С. Хатрел (S. Hathrell), 1980]. Именно, при неизменном втором ур-нии в (8\*) первое ур-ние приобретает дополнит. слагаемые, пронормированные произвольным от разл. произведений нормированного тензора кривизны ( $\sim \kappa_i^2 / \lambda_i^2$ ) на тензор эл.-магн. поля ( $F^{ab}$ ). Для эл.-магн. волн с длинами  $\lambda$  в интервале  $\lambda_C \ll \lambda \ll \lambda_r$ , ис испытывающих поглощения в вакууме, но допускающих применение геом. оптики, обнаруживается, что в зависимости от поляризации и направления распространения их скорость (фазовая и групповая) может быть как меньше, так и больше «обычной скорости света»  $c$  на величину  $\sim c \kappa \lambda_i^2 / \lambda^2$ . Классич. принцип причинности и второй постулат спец. теории относительности этим не нарушаются ввиду неоднородности и анизотропии самого вакуума, обусловливающего взаимную неинерциальность соседствующих наблюдателей.

Согласно (16), вследствие поляризации вакуума в квазиходородных эл.-магн. полях  $E, B \ll E_c = B_c$  с масштабами  $\lambda \sim c/\omega \gg m_e c^2 / e(E+B)$ , векторы индукции  $D$  и  $B$  в (22)

приобретают ещё дополнит. слагаемые элетрич. поляризации  $P$  и намагниченности  $M$ :

$$4\pi P = \alpha [2E(E^2 - B^2) + 7E(EB)] (45\pi E^2)^{-1},$$

$$4\pi M = \alpha [2B(B^2 - E^2) + 7E(EB)] (45\pi B^2)^{-1}.$$

Позтому даже в плоском пространстве-времени распространение света с волновым вектором  $k$  под углом  $\theta$  к однородному магн. полю  $B_0$  сопровождается *двойным лучепреломлением* — фазовая скорость волн  $v^{\theta} = \omega/k$  зависит от их поляризации (направления  $E$ ):

$$\frac{c}{v_{\parallel}^{\theta}} = 1 + 7\alpha B_0^2 \sin^2 \theta (90\pi B^2)^{-1}$$

[ $E$  параллельно плоскости  $(k, B_0)$ ];

$$\frac{c}{v_{\perp}^{\theta}} = 1 + 4\alpha B_0^2 \sin^2 \theta (90\pi B^2)^{-1}$$

[ $E$  перпендикулярно плоскости  $(k, B_0)$ ], если

$$\hbar \omega \ll m_e c^2 |\sin \theta| B_e B_0^{\theta}.$$

В таком намагниченном вакууме происходят параметрич. взаимодействие и распад волн (фотонов), образование пар, взрывов, протон и ударных волн [С. Адлер (S. Adler), 1970; В. В. Железняков, А. Л. Фабрикант, 1982], и при движении зарядов наряду с магнитотормозным излучением возникает *Черенкова — Вавилова излучение и переходное излучение* [Т. Эрбер (T. Erber), 1976; В. Л. Гинзбург, В. Н. Штыков, 1978]. При наличии реальной среды, напр. плазмы, многообразно явление генерации излучения, пространственно-временной дисперсии и нелинейности волн значительно возрастает. Отметим, что многие именованные здесь теоретич. предсказания Э. (особенно в задачах астрофизики), напр. коллективная аннигиляция сгустков электрон-позитронной плазмы с образованием когерентного  $\gamma$ -излучения, пока являются весьма экзотическими с точки зрения их наблюдательной проверки.

#### Макроскопическая электродинамика

С общих позиций Э. случай электрон-позитронного вакуума и даже плазмы во внеш. полях является не более чем характерным примером среды. В общем случае при наличии большого числа заряд. частиц (связанных или нет), возможность описания движения каждой из  $k$ -рых ограничена, хотя бы в силу квантово-статистич. законов, ур-ния Максвелла представляются стохастическими, описывающими эл.-магн. поля как случайные ф-ции координат и времени. Стохастическими являются и ур-ния движения вещества (зарядов среды), в частности материальных соотношения, характеризующие отклик их эл.-магн. поле, т.е. представляющие плотность тока как функционал поля:  $j^{\mu}(x^{\mu}) = j^{\mu}(F_{\nu\sigma}(x^{\mu}))$ . Последний может быть нелинейным и нелокальным (интегродифференциальным), и, вообще говоря, определяется независимыми от Э. закономерностями устройства среды.

**Макроскопические уравнения.** Флуктуации обычно отодвигают на второй план при наличии достаточно большого кол-ва однородных частиц на масштабе изменения поля. Тогда без существенных потерь информации об эл.-магн. процессах можно провести квантово-статистич. усреднение ур-ний (6), (7) (без магн. зарядов) и материальных соотношений, занисав их как ур-ния макроскопич. электродинамики для средних полей и токов:

$$\operatorname{div} D^{\mu} = 4\pi \rho_{\text{ext}}, \quad \operatorname{rot} B = \frac{1}{c} \frac{\partial D^{\mu}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_{\text{ext}};$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}; \quad (23)$$

$$D^{\mu} = E + 4\pi P^{\mu}, \quad \frac{\partial P^{\mu}}{\partial t} = j(E, B).$$

На резких границах раздела в среде необходимы граничные условия для нормальных ( $n$ ) и тангенциальных ( $t$ )

$$D_{2n}^2 - D_{1n}^2 = 4\pi(\sigma + \sigma_{ct}), [\mathbf{n}, \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1] = \frac{4\pi}{c}(\mathbf{i} + \mathbf{i}_{ct}); \quad (24)$$

$$\mathbf{B}_{2n} = \mathbf{B}_{1n}, \mathbf{E}_{2z} = \mathbf{E}_{1z}.$$

Они вместе с выражениями для поверхностных плотности заряда  $\sigma$  и тока  $\mathbf{i}$  через  $\mathbf{j}$  получаются из (23) предельным переходом ( $\mathbf{n}$  — нормаль к границе раздела, направленная из первой во вторую часть среды). Здесь для определения пространственно-времени предполагается плоским, а вакуум — однородным и изотропным, используются инерциальная система отсчёта, к-л. образом связанная со средой в целом. Все свойства среды, за исключением сторонних зарядов  $\rho_{ct}$  и токов  $\mathbf{j}_{ct}$ , включены в новое поле электр. индукции  $\mathbf{D}^n(t, \mathbf{r})$  [или полной электр. поляризации  $\mathbf{P}^n(t, \mathbf{r})$ ] и задаются функциями  $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ . В линейной Э. соответствующее материальное ур-ние имеет вид

$$\mathbf{D}^n(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^t dt' \int_V d^3r' \hat{\epsilon}_{ij}^n(t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}^j(t', \mathbf{r}'), \quad (25)$$

учитывающий временную (частотную) и пространственную дисперсию, т.е. запаздывание и нелокальность эл.магн. отклика среды (см. *Диспергирующая среда*). Эти явления обязаны, напр., собственным молекулярным колебаниям и конечности межатомных расстояний в твёрдом теле или длины свободного пробега ионов и электронов в плазме. Система (23) — (25) обладает полнотой, позволяя однозначно определить поля в любой области среды  $V$ , если для них заданы необходимые начальные и граничные условия; для учёта влияния среды вне рассматриваемой области  $V$  на процессы внутри неё ба её границе  $\Sigma$  требуется ставить не локальные, интегральные условия.

При таком подходе макроскопич. поля и движение отдельных среды вынайдает из рассмотрения. Так, в отсутствие дисперсии, согласно *Ома закону*  $\mathbf{j}^n = \sigma^n \mathbf{E}_n$ , плотность тока в проводнике при учёте только свободных зарядов полностью определяется тензором его проводимости  $\sigma^n$  и средним электр. полем  $\mathbf{E}_n$ . В соответствии с этим иногда делают доп. приближения. Скажем, в электростатике поле внутри проводника считается равным нулю, а свободные заряды — сосредоточенными только на его поверхности, хотя в действительности они отличны от нуля, по крайней мере в тоном поверхностном слое. Аналогично в магнитостатике сверхпроводников 1-го рода вследствие *Мейснера эффекта* предполагается невозможным существование объёмных внутренних плотностей тока и магн. поля, хотя они заведомо имеются в поверхностном слое конечной толщины (см. также *Скин-эффект*, *Леонтовича граничное условие*). Подобные доп. приближения не обязательны, поскольку ур-ния (23) позволяют учесть сколь угодно резкие изменения полей в пространстве и во времени, если в них не проведено усреднение по физически бесконечно малым объёмам и интервалу времени. Последняя операция, часто используемая со времён Лоренца (1902), ведёт к более грубому пренебрежению флуктуациями, чем статистич. усреднение, и может ограничивать возможности анализа пространственной и частотной дисперсии сред, напр. динамики поверхностей *поляритонов*. Что касается возможного отличия действующего на заряды поля  $\mathbf{E}_0$  от среднего  $\mathbf{E}$  (т. н. поправки Лоренца, разн. напр.,  $\mathbf{E}_0 - \mathbf{E} = 4\pi \mathbf{P}^n/3$  в кубич. кристалле или в газе нейтральных молекул), то в обоих способах усреднения оно предполагается принятым во внимание при микроскопич. выводе материальных соотношений благодаря учёту корреляций взаимного расположения частиц и их взаимной непроницаемости.

**Дисперсионные и энергетические соотношения.** В стационарной однородной среде удобно перейти к фурье-образам полей, получая, в частности, из (25)

$$D_i^n(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon_{ij}^n E_j(\omega, \mathbf{k}),$$

$$\epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k}) = \int_0^\infty dt \int_V d^3r' R_{ij}^n(t, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'), \quad (26)$$

$$E(t, \mathbf{r}) = \int d\omega \int d^3k E(\omega, \mathbf{k}) \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}),$$

$$t - t' = \tau, \mathbf{r} - \mathbf{r}' = \mathbf{R}.$$

Полный тензор *диэлектрической проницаемости*  $\epsilon_{ij}^n$  учитывает не только электр., но и магн. свойства среды, т.е. влияние индукции  $\mathbf{B}$  на  $\mathbf{D}^n$ . Он обладает определ. свойствами симметрии (см., напр., *Анизотропная среда*, *Гиротропная среда*), а также аналитичности — как комплексная ф-ция своих комплексных аргументов  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ . Напр., согласно принципу причинности в устойчивой, в частности равновесной, среде при  $\mathbf{k} \rightarrow 0$  тензор  $\epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k} \rightarrow 0)$  не имеет полюсов в верх. полуплоскости  $\text{Im} \omega \geq 0$  для диэлектриков, имеет простой полюс  $1/\omega$  для проводников и полюс второго порядка  $1/\omega^2$  для сверхпроводников. При  $\mathbf{k} \neq 0$  сказанное заведомо справедливо лишь в отношении обратного тензора  $(\epsilon_{ij}^n)^{-1}(\omega, \mathbf{k})$ , связывающего поле  $\mathbf{E}$  с вызывающей его индукцией  $\mathbf{D}^n$ , к-рой можно независимо, в отличие от  $\mathbf{E}$ , управлять  $\mathbf{D}^n$ , к-рой изменяя внеш. заряды  $\rho_{ct}(t, \mathbf{r})$  (Д. А. Киржич, 1976). Отсюда можно прийти к *дисперсионным соотношениям*, связывающим вещественную и мнимую части  $\epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k} \rightarrow 0)$  [или  $(\epsilon_{ij}^n)^{-1}(\omega, \mathbf{k})$ ]. Существуют и др. феноменологич. соотношения и ограничения на возможный вид тензора проницаемости. Так, поскольку для монохроматич. волны  $\mathbf{E} = \text{Re} \{E_0 \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}$  с вещественными  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  тепловая энергия, выделяющаяся в единице объёма за единицу времени (*джоулиевы потери*), равна  $Q^n = (\omega/8\pi) \text{Im} \{E_0^* \epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k})\} E_0^i E_0^j$ , то в равновесной среде в соответствии с принципом возрастания энтропии должно быть  $Q^n > 0$  (при  $\omega > 0$ ) для любого комплексного  $\mathbf{E}_0$ .

Справедливо указанное определение  $Q^n$  в условиях изменения общей энергии среды и поля за счёт работы сторонних источников становится ясной, если учесть по достаточно большому объёмам и интервалам времени вытекающее из (23) соотношение Пойнтинга:

$$\frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}^n}{\partial t} + \frac{1}{4\pi} \mathbf{D}^n \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi} \text{div} [\mathbf{E} \mathbf{B}] - \mathbf{j}_{ct} \cdot \mathbf{E}. \quad (27)$$

Без микроскопич. анализа энергетич. смысл членов в (27) для диссипативной среды является, вообще говоря, непонятным. Лишь в прозрачной среде для квазимонохроматич. пакета однородных волн можно заранее указать ср. плотность энергии и её поток, а также групповую скорость волн  $v_{gr} = S/W$  [Л. Бриллюэн (L. Brillouin), 1921; М. Е. Гершенштейн, 1954]

$$w = \frac{1}{16\pi} \left\{ \frac{\partial [\omega \text{Re} \epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k})]}{\partial \omega} E_i^* E_j^* + B_i^* B_j^* \right\},$$

$$S = \frac{c}{8\pi} \text{Re} \{E_0^* B_0^*\} - \frac{\omega}{16\pi} \frac{\partial \text{Re} \epsilon_{ij}^n(\omega, \mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} E_i^* E_j^*.$$

При этом даже в однородной изотропной немагнитной среде без пространственной дисперсии, когда  $D_i^n = \epsilon^n(\omega) E_i$ , на единицу объёма среды действует не только сила Лоренца со стороны влпш. зарядов и токов и *поперечная сила*, связанная с пространственной неоднородностью полей, но ещё и т. н. сила Абрагама (см. также *Максвелла тензор натяжений*), обусловленная нестационарностью полей.

$$F_A = \frac{c^n - 1}{8\pi c} \text{Re} \frac{\partial}{\partial t} [E_0 B_0^*] + \frac{\omega}{8\pi c} \frac{d\epsilon^n}{d\omega} \text{Re} \left[ \frac{\partial E_0}{\partial t} B_0^* \right]$$

(Х. Вашины, В. И. Карпман, 1976).

**Поляритоны** (светозвонитоны). При учёте пространственной дисперсии в ур-ниях Максвелла для фурье-образов полей при замене (25) на (26) необходимо указать ещё доп. граничные условия, обуславливаемые физ. свойствами поверхности среды (С. И. Пекар, 1957; В. Л. Гинзбург, 1958) (см. *Кристаллооптика*). Эти условия определяют, в частности, эффективность возбуждения в ней разл. *нормальных волн* (поляритонов), в т. ч. поперечных ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ ) и продольных ( $\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{B} = 0$ ) (см. *Плазмон*). Дисперсия  $k_n = k_n(\omega)$  или  $\omega_n = \omega_n(k)$ , а также поляризация  $E_n(k)$  и групповая скорость  $v_{gr} = d\omega_n/dk$  всех этих

волн ( $a = 1, 2, 3, \dots$ ), согласно (23), находится из однородной системы алгебраических уравнений  $[\omega^2 c^2 \epsilon_{ij}^a(\omega, \mathbf{k}) - k^2 \delta_{ij} + k_i k_j] E^a(\omega, \mathbf{k}) = 0$ . Для решения разл. задач, напр. об излучении сторонних источников или о развитии неустойчивости волны в неравновесной среде, широко применяется т. н. гамильтонов метод анализа поля излучения, основанный на его разложении по нормальным волнам (В. Л. Инзбург, 1940).

Без учёта пространственной дисперсии, т. е. зависимости  $\epsilon_{ij}^a$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$ , при решении граничной задачи остаются, как и в вакууме, только две, различающиеся поляризациями  $E_{\perp a}$  и  $E_{\parallel a}$  обыкновенная ( $a = o$ ) и необыкновенная ( $a = e$ ) волны  $k_{\perp a}(\omega)$  (см. Френеля уравнение), а также продольные колебания на дискретных частотах, для к-рых  $\det \epsilon_{ij}^a(\omega) = 0$ . При решении начальной задачи имеющаяся частотная дисперсия  $\epsilon_{ij}^a(\omega)$  сказывается более явно и поэтому даже в изотропной среде благодаря поляризац. вырождению  $k_{\perp a}(\omega) = k_{\parallel a}(\omega)$  может быть неск. дисперсионных кривых  $\omega_a(\mathbf{k})$  — в соответствии с числом разл. свободных самосогласованных колебаний зарядов среды и поля с заданными волновыми  $\mathbf{k}$  и поляризационными  $\mathbf{E}$  векторами. На рис. 3 приведён схематич. вид спектра нормальных волн в случае материального соотношения

$$\frac{d^2 P^n}{dt^2} + 2T_2^{-1} \frac{dP^n}{dt} + (\omega_0^2 + T_2^{-2}) P^n = 2d^2 N(n_1 - n_2) \omega_0 h^{-1} E, \quad (28)$$

отвечающего модели изотропной среды практически неподвижных молекул с двумя энергетич. состояниями  $\epsilon_{1,2}$ ,  $\delta_2 - \delta_1 = \hbar \omega_0$ , их населённостями  $n_1$  и  $n_2$ , концентрицией  $N$ , электрич. дипольным моментом перехода  $d$  с временем

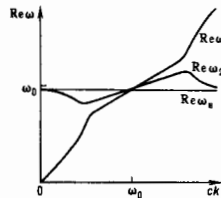


Рис. 3. Качественный вид дисперсионных кривых нормальных волн в среде, состоящей из двухуровневых молекул — осцилляторов.

некогерентной релаксации  $T_2$ . Модель (28) лежит в основе *квантовой электроники*: при инверсии населённостей ( $n_1 < n_2$ ) активных энергетич. уровней молекул образца среды в зависимости от скоростей релаксации поляризация  $P^n$  и поля  $E$  возникает неустойчивою одной из двух волн  $\omega_{1,2}(\mathbf{k})$ , ведущая к мазерной генерации ( $\text{Im } \omega_1 > 0$ ; см. Лазер) либо к *сверхизлучению* Дикке (R. Dicke) ( $\text{Im } \omega_2 > 0$ ).

**Магнитная и электрическая восприимчивости.** В Э. сплошных сред часто используется отличная от (23), более симметричная форма ур-ний. Она основана на выделении тока проводимости «свободных» зарядов  $j_0$  (посредством введения к-л. тензора проводимости) и намагнитченности  $M'$ , позволяющей ввести новый вектор напряжённости магн. поля  $H(t, \mathbf{r}) = \mathbf{B} - 4\pi M'$  и новые тензоры *магнитной проницаемости*  $\mu_{ij}(t, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  и  $\mu_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ , играющие в ф-лах введ. (25), (26) роль, аналогичную вектору  $E$  и перепреопределённым тензорам  $\epsilon_{ij}$  и  $\epsilon_{ij}$  соответственно. В результате полная плотность тока разлагается на 3 части:  $j\{E, B\} = j_0 + \text{с.т.г. } M' + \partial P'/\partial t$ , а индукция магн. поля  $B$  становится аналогичной вновь переопределённой индукции электрич. поля  $D = E + 4\pi P'$ , выражающейся через «стаившуюся» поляризацию  $P'$  (электрич. дипольный момент единицы объёма).

В условиях пространственной дисперсии среды, не говоря уже об её нелинейности, макроскопич. процедура выделения  $j_0$ ,  $M'$ ,  $P'$  и введения новых  $\mu_{ij}$ ,  $\mu_{ij}$ ,  $\mu_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$  по старым  $\epsilon_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$  неоднозначна. Это обстоятельство обусловлено невозможностью строго разделить замкнутые и незамкнутые токи или токи «свободных» и «связанных» зарядов, особенно для эл.-магн. полей с характерными мас-

штабами, к-рые не могут считаться большими по сравнению с размерами области локализации «связанных» зарядов, напр. электронов в молекулах. Причиной неоднозначности может служить релятивистская взаимосвязь  $P$  с  $M'$  или  $P' \ll j_0$ , скажем, в многокомпонентной среде при наличии неск. потоков зарядов в каждом элементарном объёме  $dV$ . Даже в простейшем случае непроводящей изотропной (негиротропной и немагнитоактивной) линейной однородной стационарной среды, где общее выражение для полной проницаемости есть

$$\epsilon_{ij}^a = (\delta_{ij} - k_i k_j / k^2) \epsilon_{\perp}^a(\omega, \mathbf{k}) + (k_i k_j / k^2) \epsilon_{\parallel}^a(\omega, \mathbf{k})$$

( $\epsilon_{\perp}$  и  $\epsilon_{\parallel}$  — диэлектрич. проницаемости среды соответственно в случаях, когда  $E$  перпендикулярно и параллельно  $\mathbf{k}$ ), связь прежних фурье-образов  $D_{ij}^a = \epsilon_{ij}^a E^a$  можно заменить, напр., на две эквивалентные пары новых связей (А. М. Игнатов, А. А. Рухвалцес, 1981):

$$1) D_{\perp}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon_{\perp} E_{\perp}(\omega, \mathbf{k}), \quad B_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = \bar{\mu} \delta_{\parallel} H_{\parallel}(\omega, \mathbf{k});$$

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + [\epsilon_{\parallel}^e(\omega, \mathbf{k}) - 1] k_i k_j k^{-2}, \quad \frac{1}{\bar{\mu}} = 1 - [\epsilon_{\parallel}^e(\omega, \mathbf{k}) - 1] \frac{\omega^2}{c^2 k^2};$$

$$2) D(\omega \mathbf{k}) = \epsilon E(\omega, \mathbf{k}), \quad B(\omega, \mathbf{k}) = \mu H(\omega, \mathbf{k});$$

$$\epsilon = \epsilon_{\parallel}^e(\omega, \mathbf{k}), \quad \frac{1}{\mu} = 1 - [\epsilon_{\parallel}^e(\omega, \mathbf{k}) - \epsilon_{\perp}^e(\omega, \mathbf{k})] \frac{\omega^2}{c^2 k^2}.$$

Тем не менее в известных приближениях определённое разделение удаётся провести либо из микроскопич. соображений, либо за счёт дополнит. условий в к-л. частных случаях.

**Движущиеся среды.** Для указанного разложения  $j\{E, B\}$  ур-ния (23) принимают вид

$$\text{div } D = 4\pi(\rho_0 + \rho_{ex}), \quad \text{rot } H = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} + 4\pi(j_0 + j_{ex}) \quad (6')$$

$$\text{div } B = 4\pi(\bar{\rho}_0 + \bar{\rho}_{ex}), \quad \text{rot } E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} - 4\pi(\bar{j}_0 + \bar{j}_{ex}). \quad (7')$$

В (7') включены ещё эфф. магн. заряды и токи, иногда используемые, напр., для удовлетворения определ. граничных условиям при описании свойств неоднородных сред или при переходе во вращающуюся систему отсчёта с целью отыскания решений граничных задач путём применения *двойственности перестановочного принципа* (преобразования дуальности Лармора — Пистолькорса), обобщённого (10) на случай макроскопич. Э. Ур-ния (6'), (7') сохраняют свой вид при переходе в произвольную инерциальную систему отсчёта (относительно к-рой среда равномерно движется с локальной скоростью  $v$ ), если учесть релятивистские преобразования токов  $j_0^a, j_{\perp}^a, j_{\parallel}^a, \bar{j}_0^a, \bar{j}_{\perp}^a$  и полей (2). Поля  $D$  и  $H$  преобразуются аналогично полям  $E$  и  $B$  соответственно и образуют тензор индукции  $H_{\mu\nu}$ , аналогичный  $F_{\mu\nu}$  (1). Поэтому ур-ням (6'), (7') можно придать релятивистски ковариантную форму:

$$H_{\mu\nu}^{\#} = -\frac{4\pi}{c} (j_0^{\#} + j_{\perp}^{\#}), \quad \bar{F}_{\mu\nu}^{\#} = -\frac{4\pi}{c} (\bar{j}_0^{\#} + \bar{j}_{\perp}^{\#}). \quad (8')$$

Однако в общем случае, в отличие от силы Лоренца в вакууме (1') или (11), заменяющие её материальные соотношения не обладают релятивистски ковариантностью, поскольку явно выделена локально инерциальная система отсчёта, связанная со средой. Ситуация упрощается в среде без пространственно-временной дисперсии, имеющей вещественные проницаемости и проводимости, для простоты предпологающиеся изотропными в этой системе отсчёта:

$$D = \epsilon(t, \mathbf{r}) E, \quad B = \mu(t, \mathbf{r}) H; \quad j_0 = \sigma(t, \mathbf{r}) E, \quad \bar{j}_0 = \bar{\sigma}(t, \mathbf{r}) H.$$

В произвольной системе отсчёта эти материальные соотношения принимают вид [Г. Минковский (G. Minkowski), 1908]

$$D + \frac{1}{c} [uH] = \epsilon \left( E + \frac{1}{c} [uB] \right), \quad B - \frac{1}{c} [uE] = \mu \left( H - \frac{1}{c} [uD] \right),$$

$$j_0 = \sigma \gamma \left( E + \frac{1}{c} [uB] \right), \quad \vec{j}_0 = \sigma \gamma \left( H - \frac{1}{c} [uD] \right);$$

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - u^2/c^2}.$$

Их явная ковариантность устанавливается эквивалентной формой записи (И. Е. Тамм, 1924; М. И. Рызанов, 1957; Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, 1977)

$$H^{00} = \epsilon^{00\nu\lambda} F_{\nu\lambda},$$

$$\epsilon^{00\nu\lambda} = \mu^{-1} [\delta^{\nu\lambda} - (\epsilon - 1) u^\nu u^\lambda] [\delta^{0\nu} - (\epsilon - 1) u^\nu u^0],$$

$$j_0^\alpha = \sigma F_{0\alpha}^\beta u^\beta, \quad \vec{j}_0^\alpha = \delta H^\alpha u^\beta, \quad u^\beta = (\gamma c, \gamma u).$$

Соответствующим образом меняются и граничные условия (24). Напр., в отсутствие поверхностных зарядов и токов на границе раздела сред, движущейся с локальной скоростью  $u'$ , наряду с нормальными компонентами индукции  $D$ ,  $B$  должны быть непрерывны тангенциальные компоненты векторов

$$E + [uB]/c, \quad H - [uD]/c.$$

Электромагнитные взаимодействия в среде. Неоднородное движение среды или движение одних элементов среды относительно других нарушает её изотропность и равновесность, делает возможными неустойчивость и усиление эл.-магн. волн за счёт кинетич. энергии вещества (см., напр., *Неустойчивости плазмы*), видоизменяет потенциалы Льева — Викстера, в частности кулоновское поле покоящегося заряда, а при наличии временной дисперсии частично переводит её в пространственную (и наоборот). Уже в покоящейся среде собственное поле и поле излучения к-л. источников, напр. движущихся заряд. частиц, могут качественно отличаться от поля в вакууме, даже если отвлечься от их непосредств. столкновений с частицами среды, вызывающих искривление траекторий, ионизаци. потери и др. Дело в том, что паряду с колебаниями эл.-магн. поля неизбежно должны возбуждаться самосогласованные колебания зарядов в среде; в частности, излучаться могут только нормальные волны. Так, на тормозное излучение, эл.-магн. массу, эфф. заряд и радиаци. трение быстрой частицы принципиально влияет вызываемая её движением поляризация среды (Э. Ферми, 1940). Эти явления наблюдаются, напр., при *Каналировании заряженных частиц в кристаллах или в газах*. Обнаруживаются возможность *Черенкова — Вавилова излучения, переходного излучения и опудлаторного излучения, аномального Доплера эффекта* и др. особенности излучения монополюсных, дипольных и мультиполюсных конфигураций зарядов. Изменяется характер распространения излучения, в т. ч. геом. оптика и дифракция, особенно в нестационарной и неоднородной среде. В результате меняется эффективность взаимодействия зарядов.

Ситуация может усложниться нелинейными свойствами эл.-магн. волн и их взаимодействиях с частицами, а также разл. процессами рассеяния на упругих, тепловых и др. неэлектромагн. возбуждениях среды. Скажем, возможно нелинейное черенковское излучение под действием короткого импульса сильного эл.-магн. поля, возбуждающего на своём пути нелинейную поляризацию среды в отсутствие к-л. сторонних зарядов и токов (см. также *Электродинамика движущихся сред*).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшица Е. М., Теоретическая физика, т. 4, 8. М., 1980—89; Джексон Дж., Классическая электродинамика, пер. с англ., М., 1965; Агранович В. М., Гинзбург В. Л., Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории жеттонов, 2 изд., М., 1979; Вейсберг С., Гравитация и космология, пер. с англ., М., 1975; Стражев В. И., Томильчик Л. М., Электродинамика с магнитным зарядом, Минск, 1975; Гинзбург В. Л., Теоретическая физика и астрофизика, 3 изд., М., 1987; Фроот С. Р. де, Саттори Л. Г., Электродинамика, пер. с англ., М., 1982; Туров Е. А., Материальные уравнения электродинамики, М., 1983; Желтиков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский В. В., Волны поляризации и сверхизлучение в активных средах, «УФН», 1989, т. 159, с. 193.

В. В. Кочаровский, В. В. Кочаровский.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД — раздел электродинамики, в к-ром рассматриваются эл.-магн. явления в равномерно движущихся средах, т. е. распространение и излучение в них эл.-магн. волн.

Эксперим. материал по Э. д. с. накопился и теоретически осмысливался в течение неск. веков (см. *Аберрация света, Доплера эффект, Оптика движущихся сред, Майкельсона опыт, Рентгена опыт, Роуленда опыт, Физо опыт, Эйнштейна опыт*). Полное объяснение этого материала стало возможным только после создания А. Эйнштейном (1905) спец. теории относительности.

В 1908 Г. Минковский (G. Minkowski) показал, что Максвелла уравнения для покоящихся сред в сочетании с принципом относительности Эйнштейна однозначно определяют эл.-магн. поле в движущейся среде. Ур-ния для полей в движущейся с пост. скоростью  $u$  изотропной среде совпадают с ур-ниями Максвелла в покоящейся среде, однако материальные соотношения между напряженностями электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей и соответствующими индукциями  $D$  и  $B$  имеют более сложный, чем в покоящейся среде, вид:

$$D + c^{-1} [uH] = \epsilon \{ E + c^{-1} [uB] \},$$

$$B - c^{-1} [uE] = \mu \{ H - c^{-1} [uD] \}, \quad (1)$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрич. и магн. проницаемости покоящейся среды. Материальные ур-ния Минковского (1) и ур-ния Максвелла удовлетворительно объясняют результаты всех экспериментов по изучению эл.-магн. явлений в движущихся средах, в частности по распространению света в движущейся среде (абберация света, опыт Физо) и но отражению и преломлению эл.-магн. волн на движущихся границах раздела.

Поля и их потенциалы в движущейся среде. Поля источников излучения удобно описывать с помощью ур-ний Максвелла — Минковского, записанных в релятивистски инвариантном (ковариантном) четырёхмерном виде:

$$\frac{\partial H_{ik}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} j_i, \quad \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{ki}}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$H_{ik} = \epsilon_{iklm} F_{lm}, \quad (3)$$

( $\epsilon_{iklm}$  — четырёхмерный тензор диэлектрич. проницаемости 4-го ранга;  $i, k = 1, 2, 3, 4$ ).

Четырёхмерные антисимметричные тензоры полей  $F_{ik}$  и индукций  $H_{ik}$ , составленные соответственно из компонент векторов ( $B, -iE$ ) и ( $H, -iD$ ) в декартовой системе координат имеют вид:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & B_x & -B_y & -iE_x \\ -B_x & 0 & B_z & -iE_y \\ B_y & -B_z & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$H_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_x & -H_y & -iD_x \\ -H_x & 0 & H_z & -iD_y \\ H_y & -H_z & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}.$$

а четырёхмерные векторы  $x_k$  и  $j_k$  связаны с декартовыми компонентами векторов  $r(x, y, z)$  и плотностью тока  $j$  соотношениями

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict, \quad (5)$$

$$j_1 = j_x, \quad j_2 = j_y, \quad j_3 = j_z, \quad j_4 = ic\rho.$$

где  $\rho$  — плотность заряда [по повторяющимся индексам в (2), (3) и далее проводится суммирование].

Ковариантная запись ур-н Максвелла (2) и материальных соотношений в форме (3), предельноной Л. И. Мандельштамом и И. Е. Таммом, позволяет обобщить эти ур-ния на ленинградские системы отсчёта и инерциальной движущаяся среды методами общей теории относи-