

бинормали, послать в направлении нормали неполяризованный параллельный пучок лучей, пропущенный через узкое отверстие в экране. Пучок будет расходиться в кристалле подым конусом с непрерывно меняющейся линейной поляризацией. На выходе из верх. грани в воздухе образуется световой полый цилиндр, дающий на экране светлое кольцо. Направление поляризации на рис. 2(а) помечены точками и чёрточками на лучах и чёрточками на экране.

Для наблюдения внеш. К. р. пластинку из двуосного кристалла, вырезанную перпендикулярно лучевой оптич. оси (бирадиали), освещают сходящимся пучком лучей (рис. 2, б). Др. поверхность пластинки закрывают диафрагмой с отверстием  $O_2$  точно напротив фокуса  $O_1$  падающего пучка. В кристалле вдоль бирадиали распространяются лучи, нормали к-рых расположены по образующим конуса.

На выходе из пластинки образуется полый световой конус (с вершиной в  $O_2$ ) плоскополяризованных лучей, дающий на экране светлое кольцо.

К. р. испытывают только те лучи, направленные к-рых строго совпадают с бинормалью или бирадиалью. Используемые в реальном эксперименте пучки имеют конечную угл. апертуру, поэтому многолуч. лучи, не совпадающие точно с бинормалью и бирадиалью, испытывают обычное двойное лучепреломление, отклоняясь от конуса рефракции внутрь или наружу. Эти лучи дают на экране два ярких кольца, разделённых слабо освещённым кольцом К. р.

Лит. см. при ст. Кристаллооптика. Б. Н. Грекушиков.

**КОНИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ** — класс автомодельных сверхзвуковых установившихся движений идеального газа (см. *Автомодельное течение*), отличающихся тем, что все параметры газа, характеризующие течение (скорость, плотность, давление и т. д.), сохраняются постоянными на лучах (прямых линиях), проходящих через одну точку в пространстве, и могут изменяться лишь при переходе от одного луча к другому. Простейшее К. т. возникает при обтекании прямого кругового конуса равномерным сверхзвуковым потоком, причём ось конуса либо параллельна направлению потока (осесимметричное К. т.), либо составляет с ним нек-рый угол (нространственное К. т. или обтекание конуса под углом атаки). При осесимметричном обтекании конуса равномерный сверхзвуковой поток тормозится сначала в конич. ударной волне, присоединённой к вершине конуса, а затем в конич. волне сжатия, примыкающей к ударной волне, осуществляющей дальнейшее изотропное торможение и доводит. поворот потока до направления, соответствующего направлению поверхности обтекаемого конуса (рис. 4 к ст. *Автомодельное течение*).

К. т. встречается при обтекании мн. тел, используемых в авиации, артиллерии, ракетной технике, напр. остроконечных артиллерийских снарядов, носовых частей фюзеляжей сверхзвуковых самолётов, центр. тел воздухозаборников воздушно-реактивных двигателей. Области К. т. образуются и при обтекании нек-рых др. тел, напр. треугольной пластинки под углом атаки, клиновидного тела конечного размаха, конич. поверхностей вкрутлого, в т. ч. «звездообразного», поперечного сечения.

При матем. описании К. т. ур-ния газовой динамики, являющиеся в общем случае дифференц. ур-ниями в частных производных, сводятся к системе обыкновенных дифференц. ур-ний с соответствующими граничными условиями на обтекаемой конич. поверхности и на присоединённой к вершине конуса конич. ударной вол-

не. Автомодельные решения системы дифференц. ур-ний двумерных безвихревых изотропных течений в декартовой прямоугольной системе координат  $x, y$  относительно составляющих скорости  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  имеют вид  $u = u(\lambda), v = v(\lambda)$ , где  $\lambda = z/y$  — автомодельная переменная.

К конич. автомодельным течениям относится также автомодельные конич. волны разрежения и сжатия. В конич. волне разрежения пост. сверхзвуковой поток, текущий со скоростью  $u_1$ , непрерывно расширяется, достигая макс. скорости  $u_{\text{макс}}$  при истечении в вакуум

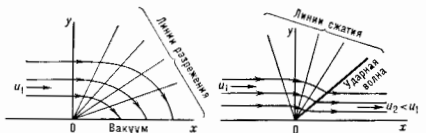


Рис. 1. Автомодельная коническая волна разрежения. Вакуум достигается вдоль полуоси  $Ox$  ( $x > 0, y = 0$ ), где  $u = u_{\text{макс}}$ .

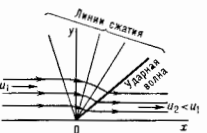


Рис. 2. Автомодельная коническая волна сжатия.

вдоль оси симметрии (рис. 1). Автомодельная конич. волна сжатия состоит из непрерывной волны сжатия и конич. ударной волны, посредство к-рых равномерный сверхзвуковой поток, текущий со скоростью  $u_1$ , тормозится и преобразуется в равномерный, параллельный оси симметрии поток с меньшей скоростью  $u_2$  (рис. 2). Такое К. т. используется при проектировании контуров сверхзвуковых воздухозаборников воздушно-реактивных двигателей, рассчитанных на полёт с гиперзвуковыми скоростями.

Лит.: Франкль Ф. И., Избранные труды по газовой динамике, М., 1973; Овсянник Ю. В., Денин по основам газовой динамики, М., 1981. С. Л. Вышнепольский.

**КОНОСКОПИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ** (от греч. *konos* — конус и *skopé* — смотрю) — интерференционные картины в сходящемся поляризованном свете, образованные лучами, прошедшими через кристаллич. пластинку при скрещенных или параллельных поляризаторе и анализаторе, и наблюдаемые в фокальной плоскости объектива микроскопа. (Интерференционные картины, наблюдаемые при скрещенных и параллельных поляризаторах, являются дополнительными друг к другу.) Каждому направлению падающего света в кристалле соответствуют две преломленные световые волны с разл. углами преломления  $\psi$  и  $\psi'$ , распространяющиеся в кристалле с разл. скоростями. Направления световых колебаний этих волн взаимно ортогональны. После прохождения через кристалл волны приобретут век-ную разность фаз  $\delta$  за счёт разности показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$ , а также за счёт разного геом. пути. Анализатор выделяет световые колебания по одному направлению и тем самым обеспечивает условие интерференции, а поляризатор делает картину интерференции стационарной во времени (см. *Интерференция поляризованных лучей*). Т. о., в фокальной плоскости будет локализована нек-рая интерференционная картина, интенсивность каждой точки к-рой зависит от разности фаз  $\delta$  и угла  $\phi$  между направлением пропускания поляризатора и направлением колебаний, пропускаемых анализатором. Кривые, вдоль к-рых  $\delta$  постоянно, наз. и з о ф р а м и. Они зависят от направления волновых нормалей и толщины пластинки  $d$  и наз. так потому, что при работе с белым светом представляют собой одинаково окрашенные линии. Кривые, вдоль к-рых  $\phi$  постоянно, наз. и з о г р а м и; они представляют собой тёмные полосы, соответствующие направлениям колебаний в поляризаторе. Изогрии зависят от ориентации оптич. осей в пластинке и не зависят от её толщины и длины волны  $\lambda$  (если отсутствует

дисперсия осей, см. *Кристаллооптика*). Для одноосных кристаллов разность фаз  $\delta$  определяется по Ф-ле  $\delta = (2\pi d/\lambda \cos \psi)(n_e - n_o) \sin^2 \theta$ , где  $\psi$  — ср. угол преломления,  $n_o$  и  $n_e$  — обыкновенный и необыкновенный показатели преломления,  $\theta$  — ср. угол между направлением преломляющихся волн и оптич. осью кристалла. Для одноосных кристаллов изохромы имеют вид эллипсов и гипербол (в зависимости от ориентировки кристаллич. пластинки). В случае, когда срез пластинки перпендикулярен оптич. оси кристалла, изохромы будут концентрич. окружностями с центром в выходе оптич. оси, а изогрифы имеют вид тёмного креста с тем же центром (рис. 1, а).

Для двусосных кристаллов разность фаз определяется выражением  $\delta = (2\pi\rho/\lambda)(n_z - n_x) \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2$ , где  $\rho$  —

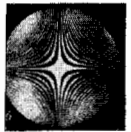
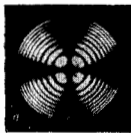


Рис. 1. Коноскопическая (интерференционная) фигура, наблюдаемая в скользящих лучах для одноосного кристалла при срезе оптич. осью (а) и параллельно (б) оптич. осевой.

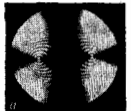


Рис. 2. Интерференционная фигура для двусосного кристалла в центре, перпендикулярно острой биссектрисе угла оптич. осей: а — в положении нагасания; б — в диагональном положении.

путь в кристалле,  $n_x$ ,  $n_z$  — наиб. и наим. показатели преломления,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  — углы между направлением нормали к оптич. осям. В случае, когда нормаль к пластинке совпадает с острой биссектрисой угла оптич. осей (а срез перпендикулярен ей), изохромы служат разл. вида овалы Кассини, пересекаемые чёрным крестом с равнонаправленными балками (рис. 2, а). Если ещё и выходы осей лежат на биссектрисах углов между направлениями поляризатора и анализатора (диагональное положение), изогрифы служат две ветви гиперболы с вершиной в точках выхода оптич. осей (рис. 2, б).

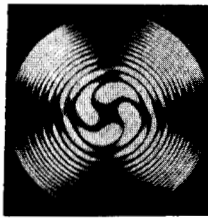


Рис. 3. Интерференционная фигура для двух пластинок кварца (правого и левого) в центре, перпендикулярно оптич. осей.

кристалла, его знак, угол между оптич. осями  $2v$ . Для определения  $2v$  пользуются Ф-лой Маллара:  $\sin v = kD/n$ , где  $D$  — расстояние между вершинами гипербол,  $k$  — нормировочный коэф.,  $n$  — ср. показатель преломления.

В оптически активных кристаллах выходы оптич. осей оказываются просветлёнными.

Характерные К. ф. (спирали Эйри) получаются, если на кварцевую пластинку (оптически активный кристалл) из правого кварца, вырезанную перпендикулярно оп-

тич. оси, положить такую же пластинку из левого кварца (рис. 3). В этом случае разности хода вблизи выхода оптич. оси обусловлены циркулярным двойным лучепреломлением и для наблюдения картин используют значительно более толстые пластинки.

К. ф. в поглощающих кристаллах обладают особенностями, напр. в двусосных поглощающих кристаллах изогрифа не проходит через оптич. ось.

Коноскопия применяется также при создании неких кристаллооптич. устройств для обнаружения частичной поляризации (полярископ Савара), для определения направления поляризации (полярископ Уотермана). Лит. см. при ст. *Кристаллооптика*. Б. Н. Гречушников.

**КОНСЕРВАТИВНАЯ СИСТЕМА** в физике — механич. система, при движении к-рой сумма её кинетич.  $T$  и потенц.  $\Pi$  энергий остаётся величиной постоянной, т. е. имеет место закон сохранения механич. энергии:  $T + \Pi = \text{const}$ . К. с. — любая механич. система, движущаяся в стационарном (не изменяющемся со временем) потенц. силовом поле при условии, что система свободна или наложившиеся на неё связи являются идеальными и не изменяющимися с течением времени. Примером К. с. может служить Солнечная система. В земных условиях, благодаря неизбежному наличию сопротивлений движению, К. с. осуществляют лишь грубо приближённо. Напр., можно приближённо рассматривать как К. с. колеблющийся маятник, если пренебречь трением в оси подвеса и сопротивлением воздуха.

Движение К. с., имеющей одну степень свободы, полностью определяется интегралом энергии  $T + \Pi = \text{const}$ . Движение К. с. с большим числом степеней свободы может быть изучено с помощью Лагранжа уравнений, для к-рых в этом случае Лагранжа функция  $L = T - \Pi$  и, следовательно, легко вычисляется.

К. с. не следует смешивать с замкнутой системой, для к-рой имеет место закон сохранения коли-ва движения, т. е. замкнутой система может вообще не быть К. с., если внутр. силы не являются потенциальными. В свою очередь, К. с. может не быть замкнутой, т. е. её движение может происходить в потенц. силовом поле, образованном телами, не входящими в К. с., как, напр., колебания маятника в поле тяготения Земли.

**КОНСТАНТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ** (константа Тарра, С. М. Тарра) (от лат. constans — постоянный) в квантовой теории и поля (КТП) — параметр, определяющий силу (интенсивность) взаимодействия частиц или полей. В общем виде К. в. задаётся как значение *вершинной части* (вершины) при определ. запяченных её независимых импульсных аргументов. Выбор этих аргументов обычно является вопросом соглашения и, в конечном счёте, обусловлен удобством измерения соответствующих К. в. и их использования при описании физ. процессов. Изменение К. в. при переходе к др. аргументам определяется ур-ниями *ренормализационной группы*, отражающими требования неизменности измеряемых физ. величин при таком переходе.

Так, напр., К. в.  $g_V$  в распаде  $V \rightarrow e^+ + e^-$ , где  $V$  — векторный мезон типа  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ , Ф, определяется из вершины  $\gamma - V$  ( $\gamma$  — фотон) в точке, в к-рой квадрат 4-импульса фотона равен квадрату массы  $V$ -мезона, т. е. фотон является виртуальным, а векторный мезон находится на массовой поверхности:  $p_V^2 = m_V^2$  ( $p_V, m_V$  — 4-импульс и масса  $V$ -мезона; принята система единиц  $\hbar = c = 1$ ). Причина такого определения, во-первых, в том, что указанная вершина может быть непосредственно измерена, поскольку ряд физ. процессов выражается через амплитуду перехода  $\gamma \rightarrow V$  в этой точке, а во-вторых, в том, что понятие «виртуальный адрон» не имеет для составной частицы несного смысла (за исключением случаев, когда т. н. виртуальность, определяемая величиной  $p^2 - m^2$  для частицы, мала по сравнению с характерной энергией связи). Поэтому большинство феноменологич. К. в., используемых в адронной физике, выражается через соответствующие вершинные части

с веш. адронами, находящимися на массовой поверхности. Таковы, напр., К. в.:  $g_{\pi N} (g_{\pi N}^2/4\pi\hbar c = 14,6)$ , связанная с вершиной  $N \rightarrow N+\pi$ ;  $F_{\pi} = 98$  МэВ, связанная с вершиной  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$  (ингода для этой вершины используются др. обозначение:  $f_{\pi} = F_{\pi} \sqrt{2} \approx \approx 130$  МэВ);  $g_{\rho N} (g_{\rho N}^2/4\pi\hbar c = 2,5)$ , связанная с вершиной  $\rho \rightarrow \pi+\pi$ . К. в., определенная через вершину, к-рой соответствует реальный (кинематически разрешенный) переход, наз. константой распада. Примером констант распада являются  $F_{\pi}$  и  $g_{\rho N}$ .

Используемые в адронной физике К. в. не независимы. В рамках реал. теоретич. схем между ними возникают соотношения. В принципе все адронные К. в. являются феноменолог. параметрами, к-рые должны выражаться через небольшое число фундам. К. в., или, что то же, фундам. зарядов, определяющих локальные взаимодействия фундам. полей.

Иногда используются понятие *затравочного заряда*, или «голово» заряда (либо затравочной К. в.). Такой заряд является параметром в перенормированном лагранжиане, описывающем взаимодействие «голово», перенормированных полей (см. *Перенормировки*). Затравочная К. в. может быть определена через вершинную часть в пределе больших виртуальностей и больших импульсов веш. частиц (норядка импульса т. н. обрезаия, где, по предположению, взаимодействие выключается). В перенормируемой КТП затравочные К. в., вообще говоря, не несут к-л. дополнит. содержания по сравнению с К. в., определенными при любом др. импульсе, а параметр обрезаия не имеет спец. смысла. Однако в нек-рых моделях КТП, в частности в моделях, относящихся к физике твердого тела, где обрезаия вводится из физ. соображений и характеризуется область применимости теории, затравочная К. в. становится важной характеристикой.

Непосредств. эксперим. определение величин фундам. К. в. доступно пока только в случаях, когда имеет смысл теория возмущений по К. в., а также в решаемых моделях КТП, часто относящихся к реальным физ. задачам теории твердого тела или физики элементарных частиц. В таких случаях возможно явное выражение феноменологич. наблюдаемых К. в. через фундам. К. в., входящие в лагранжиан.

Обычно любой из рассматриваемых в КТП реалистич. лагранжианов описывает локальные взаимодействия полей лишь в предел. приближении. На более глубоком уровне (на достаточно малых расстояниях) эти поля являются или составными, или начинают взаимодействовать с новыми полями с большой массой, роль к-рых на больших расстояниях пренебрежимо мала. В результате лагранжиан, к-рый до этого рассматривался как фундаментальный, с точки зрения малых расстояний должен рассматриваться как эфф. ф. к. т. в. и. в. (см. *Лагранжиан эффективный*). Соответственно до этого фундаментальные К. в. также становятся феноменологическими параметрами и должны быть выражены через новый набор К. в., определяющий взаимодействие «справа» на достаточно малых расстояниях в новом фундам. лагранжиане. Такой процесс может быть, во-видимому, продолжен до тех пор, пока не будет установлен (если это вообще возможно) окончат. лагранжиан единой КТП. Возможно, промежуточным этапом на этом пути станет одна из моделей т. в. *великого объединения*: к ещ более глубокому уровню объединения взаимодействий относится *супергравитация*.

Совр. теории взаимодействий — *квантовая электродинамика* (КЭД), *квантовая хромодинамика* (КХД), *электрослабое взаимодействие* — не являются окончательными в указанном выше смысле и должны рассматриваться как низкоэнергетич. приближение в рамках фундам. единой теории. Соответственно все известные фундаментальные на данный момент К. в. с точки зрения более глубокого уровня являются феноменоло-

гич. параметрами, к-рые не могут быть заданы произвольно, а должны однозначно выражаться через К. в. единой теории. Но эти теории являются перенормируемыми, а входящие в соответствующие лагранжианы К. в. безразмерны (безразмерность К. в. всегда предполагает перенормируемость КТП, относящейся к четырехмерному пространству-времени). Следствием этого факта является существование широкой области энергий, где проявляется слабая (логарифмич.) зависимость всех вершин от характерного энергетич. масштаба более фундам. теории на малых расстояниях. Эта область определяет широкий интервал применимости обсуждаемых КТП и допускает последоват. определение соответствующих К. в. независимо от структуры исходной теории на малых расстояниях. Все фундаментальные на данный момент К. в. в этих теориях определяются в области импульсов (на таких расстояниях), где применима теория возмущений, позволяющая просто связать обсуждаемые К. в. с наблюдаемыми амплитудами процессов.

Гравитация, основанная на эфф. лагранжиане Эйнштейна, не относится к классу перенормируемых теорий, поэтому без существ. изменения на малых расстояниях [характерным масштабом в этом случае является т. н. *планковская длина* ( $(\hbar G/c^3)^{1/2} = 1,6 \cdot 10^{-33}$  см, где  $G$  — ньютоновская *гравитационная постоянная*], ее нельзя сформулировать как последоват. модель КТП. Гравитат. постоянная  $G$ , в отличие от других К. в., может быть определена только в классич. пределе по энергии взаимодействия макроскопич. тел. Несмотря на чрезвычайную малость  $G$  (в атомных единицах  $G \approx 6 \cdot 10^{-39} m_p^2$ , где  $m_p$  — масса протона; в системе СГС  $G = 0,7425 \cdot 10^{-28}$  см<sup>3</sup>/г·с<sup>2</sup>), теории возмущений по К. в.  $G$  неосуществительны и с точки зрения КТП константа  $G$  имеет смысл только как феноменологич. параметр в эфф. лагранжиане гравитации.

Рассмотрим конкретные способы определения основных фундаментальных К. в. Электромгнитная К. в.  $e$  (точнее, постоянная тонкой структуры  $\alpha = e^2/4\pi\hbar c$ ) определяется из вершины, отвечающей переходу  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ . Практически константу  $\alpha$  измеряют в опытах, где электрон взаимодействует с классическим медленно меняющимся эл.-магн. полем, т. е. в таких опытах фотон в вершине  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$  входит при нулевых значениях энергии и импульса (при нулевом квадрате 4-импульса), а электрон находится строго на массовой поверхности (величина  $e$  в этом случае совпадает с *элементарным электрическим зарядом*). Из-за малости  $\alpha$  ее значение при любой другой доступной в настоящее время виртуальности отличается не более чем на неск. процентов. К 1983  $\alpha$  определена в среднем с относит. погрешностью  $8,10 \cdot 10^{-6}$  и равна  $1/137,03604$  (11). Теоретически невозможно определение  $\alpha$  при виртуальностях  $\sim m_e^{-1}$   $\exp(137)$  ( $m_e$  — масса электрона) из-за трудности с обращением в бесконечность в этой точке *эффективного заряда* (см. *Нуль-заряд*). Но гораздо раньше КЭД теряет смысл как самостоятельная КТП и входит (при импульсах  $\sim 10^8$  ГэВ/с) в электрослабое взаимодействие, а затем, как предполагается, при импульсах  $\sim (10^{14} - 10^{16})$  ГэВ/с — в одну из моделей великого объединения.

Напротив, хромодинамич. К. в.  $\alpha_s$  не может быть определена при малых импульсах из-за роста эфф. *цветового заряда* на больших расстояниях. Она определяется из вершины  $q \rightarrow q + g$ , где *кварк*  $q$  и *глюон*  $g$  имеют виртуальности  $\sim 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. В отличие от  $\alpha$ , константа  $\alpha_s$  заметно зависит от выбора точки определения, т. е. от виртуальности. При виртуальностях  $\sim 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>,  $\alpha_s \approx 0,3$ . Набл. точное  $\alpha_s$  находит с помощью *правила сумм* КХД при обработке опытов по аннигиляции пары  $e^+e^-$  в адроны, в опытах по рождению адронных струй и в распадах  $\psi$ -мезона.

Вместо безразмерной К. в.  $\alpha_s$  в КХД часто используется размерный параметр  $\Lambda$ , входящий в выражение

для инвариантного скалярного и определяющей масштаб импульсов существенного его изменения.

Фермиевская константа слабого взаимодействия определяется из четырехчленной вершины  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$  и равна  $G_F = 1,16632(4) \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^2$ . При импульсах порядка  $M_W/c$ , где  $M_W$  — масса промежуточного векторной бозона, вершина  $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$  существенно зависит от импульсов и должна быть выражена через  $M_W$  и константы электрослабого взаимодействия. Две безразмерные К. в. в теории электрослабого взаимодействия определяются через вершины с участием *заряженных токов и нейтральных токов* и слабо зависят от импульсов. В простейшей схеме взаимодействия (с одним мультиплетом *Уггеса бозона*) они выражаются через К. в.  $\alpha$  и *Вайнберга угла*  $\theta_W$ . При этом  $G_F = \frac{1}{\sqrt{2}} M_W^2 \sin^2 \theta_W$ , где  $\sin^2 \theta_W = 0,228(10)$ .

**КОНСТРУКТИВНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ (ККТП)** — направление квантовой теории поля (КТП), а именно, задача состоит в строгом матем. обосновании результатов, получаемых в КТП. В отличие от *аксиоматической квантовой теории поля* (АКТП), ККТП призвана ответить на вопрос, существуют ли в общем смысле нетривиальные квантованные поля для обычно рассматриваемых взаимодействий и удовлетворяют ли они осн. аксиомам КТП и АКТП. В задаче ККТП входит реальное построение таких полей, изучение матем. свойств и разл. квантовополевых объектов, связанных с этими полями, и выяснение физ. содержания рассматриваемой конкретной модели КТП.

ККТП как самостоятельный раздел КТП возник в нач. 60-х гг. и связана с именем А. С. Уайтмена (A. S. Wightman), к-рый сформулировал осн. задачу. Вторым этапом развития ККТП можно считать 2-ю пол. 60-х — нач. 70-х гг. [Дж. Глимм (J. Glimm), А. Джайфе (A. Jaffe) и др.], когда было доказано существование квантованных полей в простейших суперперенормируемых взаимодействиях (см. *Перенормировки*) в пространстве размерности  $d=2$ . Третий этап начался в 70-х гг. и связан с применением методов евклидовой теории поля (см. *Евклидова квантовая теория поля*). Осн. теоремы евклидовой КТП были доказаны К. Остервалдером (K. Osterwalder) и Р. Шрадером (R. Schrader). В нач. 80-х гг. направление ККТП существенно кризис, поскольку методы, развитые в пространстве  $d=3$  с большим трудом переносятся в пространство  $d=3$  и не ясно, что можно сделать в четырехмерном пространстве-времени ( $d=4$ ).

На первом этапе осн. объектом изучения ККТП являлся бесконечный набор *Уайтмена функций*  $\{W_n(x_1, \dots, x_n)\}$ , где  $x_1, \dots, x_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) — точки пространства-времени  $t, x$ ; используется система единиц, в к-рой  $\hbar=c=1$ . Задание этих ф-ций эквивалентно заданию квантованных полей в смысле АКТП (т. н. теорема реконструкции Уайтмена). Ф-ции Уайтмена, вообще говоря, можно было бы вычислить как *вакуумные средние* от произведений полей. Напр., в простейшем случае однокомпонентного скалярного поля  $\varphi(x)$

$$W_n(x_1, \dots, x_n) = \langle 0 | \varphi(x_1) \dots \varphi(x_n) | 0 \rangle, \quad (1)$$

где *гейзенбергово поле*  $\varphi(x)$  (см. *Гейзенберга представление*) определяется соотношением  $\varphi(x) = \varphi(t, x) = \exp(iHt) \varphi(x) \exp(-iHt)$ . (2)

Здесь  $\varphi(x)$  «нач.» поле, т. е. значение поля  $\varphi(t, x)$  в точке пространства  $x$  в момент времени  $t=0$ , а

$$H = H[\varphi] = H_0[\varphi] + gH_I[\varphi] \quad (3)$$

гамильтониан системы, представленный в виде суммы гамильтониана  $H_0$ , описывающего не взаимодействующую систему, и гамильтониана взаимодействия  $gH_I$ , где  $g$  — константа связи (квадратные скобки означают функциональную зависимость от поля  $\varphi(x)$ ).

Однако наличие *расходимостей* — объемных (см. *Хаага теорема*), УФ- и, возможно, других — делает

прямое вычисление по ф-ле (1) невозможным. Поэтому доказательство существования ф-ций Уайтмена (1) строится след. образом. В гамильтониан взаимодействия (3) вводятся объемные ( $\Lambda$ ) и УФ- ( $\epsilon$ ) «обрезания», так что регуляризованный гамильтониан  $H_{\Lambda, \epsilon}[\varphi]$  (см. *Регуляризация расходимостей*) становится хорошо определенным эрмитовым оператором, а для него существует регуляризов. набор ф-ций Уайтмена  $\{W_n(\cdot, \Lambda, \epsilon)\}$ , где точка обозначает набор пространственно-временных переменных. Далее к регуляризован. гамильтониану добавляются т. н. *контрольные*, структурно к-рых предсказывается теорией возмущений и к-рые призваны сократить возникающие расходимости в пределе снятия обрезания. Задачей ККТП является, во-первых, доказательство существования конечного предела

$$\lim_{\substack{\epsilon \rightarrow \infty \\ \Lambda \rightarrow \infty}} W_n(\cdot, \Lambda, \epsilon) = W_n(\cdot) \quad (4)$$

при определенном выборе контрольных и, во-вторых, доказательство того, что полученные предельные ф-ции  $\{W_n(\cdot)\}$  удовлетворяют всем требованиям АКТП.

Матем. трудности при неосуществ. реализации этой программы определяются сложностью операторной структуры вводимых контрольных, что, в свою очередь, диктуется конкретным видом рассматриваемой квантовополевой модели. Наиб. простые контрольные возникают в т. н. суперперенормируемых теориях, т. е. в теориях, где число расходящихся *Фейнмана диаграмм* конечно. Именно по этой причине первые нетривиальные примеры построения релятивистских локальных квантованных полей были получены в суперперенормируемых моделях, характеризующихся плотностями гамильтониана взаимодействия  $\varphi_n^2, P^n(\varphi), \psi \bar{\psi} \varphi$ , где верхний индекс — степень взаимодействия, а нижний — размерность пространство-времени  $d=2$ ,  $P^n$  — полином степени  $n$ ,  $\psi$  — спинорное *Дирака поле* (черта над  $\psi$  означает дираковское сопряжение). Проведение сформулированной выше программы даже в этих простейших случаях потребовало создания матем. техники операторных оценок специально для изучаемых моделей.

Дальнейшее развитие ККТП связано с переходом к евклидову пространству и применению методов евклидовой теории поля. В АКТП было доказано, что ф-ции Уайтмена  $W_n(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n)$  являются граничными значениями *аналитических функций*  $F_n(z_1^0, z_1; \dots; z_n^0, z_n)$ , в область аналитичности к-рых попадают также евклидовы 4-точки  $z_k$  такие, что  $z_k^0 = it_k, z_k = x_k$ , где  $t_k$  — «мнимое время». Значения ф-ций  $F_n(z_1, \dots, z_n)$  на множестве евклидовых точек наз. ф-ции  $n$  и  $m$  Ш и  $n$  и  $g$  ера ( $S_n$ ) [введены Ю. Швингером (J. Schwinger) в 1951].

$S_n(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) = F_n(it_1, x_1; \dots; it_n, x_n)$ . Остервалдер и Шрадер (1975) нашли необходимые и достаточные условия (О. Ш.), при выполнении к-рых была доказана эквивалентность теорий, построенных на ф-циях  $W_n$  и  $S_n$ .

Изучение ф-ций Швингера более удобно по след. причинам. Во-первых, к решению проблем теории поля привлекаются хорошо разработанные теоретико-вероятностные методы, поскольку ф-ции Швингера можно отождествить со средними от произведения случайных процессов (евклидовых полей):

$$S_n(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) = E[\Phi(t_1, x_1) \dots \Phi(t_n, x_n)].$$

Здесь  $E[\Phi]$  — среднее от нек-рой случайной величины  $\Phi$ , заданной на нек-ром вероятностном пространстве. Было выяснено, что величина  $\Phi(\cdot)$  должна быть евклидово-ковариантным марковским случайным полем (см. *Марковские случайные процессы*), удовлетворяющим определенным доопннт. требованиям, и доказано, что эти требования эквивалентны условиям О. Ш. Во-вторых, переход к евклидовым вероятностным мерам позволял при исследовании проблем, связанных со

сניתию образований, использовать коррективы интегральных представлений для регуляризованных функций Швингера  $S_n(\lambda, \sigma)$  и многочисл. методы статистической физики. Тем самым оказалось, что мн. вопросы евклидовой теории эквивалентны проблемам статистической физики. На этом пути были упрощены доказательства существования функций Уайтмена в модели  $R^4(\varphi)_2$  и доказано их существование в модели  $\varphi_4^2$ .

Математически развитые методы ККТП привели пока к доказательству существования квантованных гейзенберговских переходов только в суперсепарировуемых моделях КТП. Переход к изучению перенормированных моделей требует привлечения совершенно новых идей и методов.

Лит.: Саймон Б., Модель  $P(\varphi)$ , евклидовой квантовой теории поля, пер. с англ., М., 1976; Конструктивная теория поля, пер. с англ., М., 1977; Евклидова квантовая теория поля. Марковский подход, М., 1978; Глизи Д., Дина Ф. А., Математические методы квантовой физики. Подход с использованием функциональных интегралов, пер. с англ., М., 1984. Г. В. Ефимов.

**КОНТАКТНАЯ ЛИНЗА** — очковая линза, предназначенная для коррекции зрения, к-рая надевается непосредственно на роговицу глаза и удерживается на ней за счёт сил сцепления. Для надёжного крепления внутрен. поверхность К. л. должна иметь радиус кривизны, близкий к радиусу кривизны глазного яблока, что достигается индивидуальным подбором. В качестве материала К. л. используют либо оптич. силикатное стекло, либо полимеры, прозрачные в видимой области спектра, напр. полиметилметакрилат. А. П. Грамматин.

**КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ** — разность потенциалов, возникающая между находящимися в электрич. контакте проводниками в условиях термодинамич. равновесия. Между двумя проводниками, приведёнными в соприкосновение, происходит обмен электронами, в результате чего они заряжаются (проводник с меньшей работой выхода положительнее, а с большей — отрицательно) до тех пор, пока потоки электронов в обоих направлениях не уравновесятся и во всей системе уровень эл.-хим. потенциала (*фермиуровень*) станет одинаковым. Установившаяся К. р. п. равна разности работ выхода проводников, отнесенной к заряду работа.

Если составить электрич. цепь из неск. разл. проводников, то К. р. п. между крайними проводниками определяется только их работами выхода и не зависит от промежуточных членов цепи (правило Вольты). К. р. п. может достигать неск. В. Она зависит от строения проводника (его объёмных электронных свойств) и от состояния его поверхности. Поэтому К. р. п. можно изменять обработкой поверхностей (покрытиями, адсорбцией и т. п.), введением примесей (для полупроводников) и сплавлением с др. веществами (в сплавах металлов).

Электрич. поле К. р. п., создаваемое приконтактным объёмным зарядом, сосредоточено вблизи границы раздела и в зазоре между проводниками. Протяжённость приконтактной области тем меньше, чем больше концентрация электронов проводимости в проводниках: в металлах  $10^{-8}$ — $10^{-7}$  см, в полупроводниках до  $10^{-4}$ — $10^{-8}$  см. При контакте полупроводника с металлом практически вся область приконтактного поля локализована в полупроводнике.

Электрич. поле К. р. п. изменяет концентрации свободных носителей заряда (электронов, дырок) в приконтактном слое. Когда концентрация осн. носителей заряда в полупроводниках понижается, приконтактный слой представляет собой область повыш. сопротивления (запирающий слой). Т. к. концентрация носителей и, следовательно, сопротивление контакта изменяются асимметрично в зависимости от знака приложенного напряжения, то контакт двух полупроводников обладает вентильным (выпрямляющим) свойством. С. К. р. п. связаны также вентильная фотоде, термоэлектричество и ряд др. электронных явлений. На существовании

К. р. п. основана работа важнейших элементов полупроводниковой электроники:  $p-n$ -переходов и контактов металл—полупроводник. Учёт К. р. п. важен при конструировании электровакuumных приборов. В электронных лампах К. р. п. влияет на вид вольт-амперных характеристик. При прямом преобразовании тепловой энергии в электрическую в *термоэмиссионном преобразователе* создаётся напряжение как раз порядка К. р. п. (см. также *Полупроводники*).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Электродинамика сплошных сред, 2 изд., М., 1982, § 23; Пини у с Г. Е., Основы теории полупроводниковых приборов, М., 1965.

В. В. Сандомирский.

**КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ** механические — напряжения, к-рые возникают при механич. взаимодействии твёрдых деформируемых тел на площадках их соприкосновения и вблизи площадок (напр., при сжатии соприкасающихся тел). Знание К. н. важно для расчёта на прочность подшипников, зубчатых и червячных передач, шариковых и цилиндрич. катков, кулачковых механизмов и т. н. Определённые К. н. составляют задачу, наз. *контактной*.

Решение нек-рых контактных задач для упругих тел впервые дано Г. Герцем (G. Herz). В основу его теории К. н. положены след. предположения: материал соприкасающихся тел в зоне контакта однороден и следует закону Гука; линейные размеры площадок контакта малы по сравнению с радиусом кривизны и линейными размерами соприкасающихся поверхностей в окрестности точек контакта; силы трения между соприкасающимися телами пренебрежимо малы. При этом найдено, что при сжатии двух тел, ограниченных плавными поверхностями, площадка контакта имеет форму эллипса (в частности, круга или полуски), а интенсивность распределения К. н. по этой площадке следует эллипсоидальному закону.

К. н. имеют местный характер, т. е. быстро убывают при достаточном удалении от места контакта (соприкасающихся тел). Распределение К. н. во площадке кон-

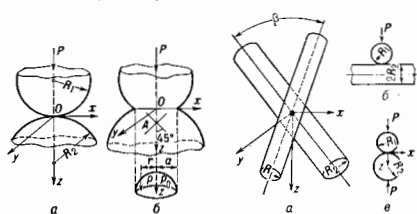


Рис. 1. Возникновение контактных напряжений при соприкосновении шаров.

Рис. 2. Возникновение контактных напряжений при соприкосновении цилиндров.

такта и в её окрестности неравномерно и характеризуется большими градиентами. Важной особенностью распределения К. н. (напр., при сжатии шаров или пересекающихся цилиндров) является то, что макс. касательные напряжения  $\tau_{max}$ , к-рые в значит. мере определяют прочность сжимаемых тел, имеют место на нек-рой глубине под площадкой контакта. Вблизи самой этой площадки напряжённое состояние близко к гидростатич. сжатию, при к-ром, как известно, касательные напряжения отсутствуют.

Характерными случаями соприкосновения упругих тел являются следующие.

1) Соприкасание шаров (рис. 1); площадка контакта имеет форму круга радиуса  $a$ , на к-ром действует давление с интенсивностью  $p(r)$ :

$$p(r) = p_0 \sqrt{1 - r^2/a^2}; \quad r^2 = z^2 + y^2,$$

где

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2}, \quad a = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{6P^2 R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)},$$

$E_i$  ( $i=1, 2$ ) — модуль Юнга материала рассматриваемых тел,  $\nu_1, \nu_2$  — коэф. Пуассона,  $P$  — равнодействующая сил, приложенных к каждому из соприкасающихся шаров,  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны соприкасающихся поверхностей. Наибольшие сжимающие К. н. (рис. 1, б) действуют в центре площадки и равны  $\sigma_x = -p_0$ , а между напряжениями  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  в центре площадки контакта существует зависимость  $\sigma_x = \sigma_y = (1 + 2\nu)\sigma_z/2$ . Макс. касательные напряжения в этом случае равны  $\tau_{\max} = 0,37 p_0$  и имеют место в точке А, отстоящей от центра площадки контакта по оси Oz на расстоянии 0,786 a.

2) Соприкасание двух цилиндров (рис. 2), оси к-рых образуют угол  $\beta$  ( $0 < \beta \leq 0,5 \pi$ ); площадка контакта — эллипс; интенсивность распределения давления по этой площадке определяется Ф-лой

$$p(x, y) = q_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{b^2(1 - e^2)}},$$

где

$$q_0 = \frac{3P}{2\pi b^2 \sqrt{1 - e^2}},$$

$$b = \sqrt{\frac{3}{2\pi} \frac{PE(e)}{(M+N)(1-e^2)} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}.$$

Эксцентриситет эллипса e определяется из соотношения

$$\frac{M}{N} = \frac{1 - e^2}{E(e) - (1 - e^2)K(e)},$$

где

$$M = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2 \beta_1}{R_1} + \frac{\sin^2(\beta + \beta_1)}{R_2} \right],$$

$$N = \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos^2 \beta_1}{R_1} + \frac{\cos^2(\beta + \beta_1)}{R_2} \right],$$

$$\text{tg } 2\beta_1 = \left( -\frac{1}{R_1} \sin 2\beta \right) / \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cos 2\beta \right),$$

$K(e), E(e)$  — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода.

Если угол  $\beta = \pi/2$ , а  $R_1 = R_2$  (рис. 2, б), то площадка контакта будет кругом и закон распределения давления по ней будет таким же, как и в случае сжатия шаров. Характерно, что макс. К. н.  $\sigma_x$  при сжатии двух шаров радиуса R примерно в 1,6 раза больше макс. К. н.  $\sigma_z$  при сжатии двух наискр лежащих цилиндров ( $\beta = \pi/2$ ), радиусы к-рых равны R, а материал и равнодействующая P такие же, как и у шаров.

Если  $\beta \rightarrow 0$ , то бо́льшая ось площадки контакта между соприкасающимися цилиндрами увеличивается и при  $R_1 \approx R_2$ ,  $\beta \approx 5^\circ$  (или при  $R_1 \approx 3R_2$ ,  $\beta \approx 10^\circ$ ) становится сравнимой с радиусом цилиндра. В этом случае Ф-лы для определения деформаций, полученные в теории Герца, не применимы. Однако Ф-лы, полученные на основании этой теории (когда область контакта мала), имеют смысл и в этом случае, т. е. при  $\beta \rightarrow 0$ . В случае  $\beta = 0$  (рис. 2, а) площадка контакта имеет вид полоски шириной 2a. Распределение давления по этой полоске определяется Ф-лой

$$p(x) = \frac{2Q}{\pi l^2} \sqrt{l^2 - x^2},$$

$$l = \sqrt{\frac{4Q R_1 R_2}{\pi (R_1 - R_2)} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)},$$

где Q — нагрузка на единицу длины цилиндра.

Теория Герца и проблема К. н. в целом получили значительное матем. развитие в течение последних двух-трех десятилетий, что позволило изучить влияние сил трения между соприкасающимися телами на величину К. н.; исследовать случаи соприкасания тел, когда

одно из них является гибким, напр. плиты и балки на упругом основании, подкрепляющие кольца и стержни; рассмотреть случаи, когда линейные размеры области контакта сравнимы с радиусом кривизны соприкасающихся тел, напр. давление цилиндра на край цилиндра; отверстия в упругом теле, радиусы к-рых почти равны; решена задача в общем случае о давлении абсолютно жесткого тела (штампа), круглого в плане, на упругое полупространство; решены не-кие конкретные задачи для анизотропных тел и ряд др. задач.

Лит.: Ривачев В. Д., Протченко В. С., Контактные задачи теории упругости для некассических областей, К., 1977; Мосеев А. В., И. В. И., Гудрамович В. С., Макеев И. Е. М. Контактные задачи по теории оболочек и стержней, М., 1978; Галкин И. А., Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости, М., 1980; Полов Г. Я., Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подерезаний, М., 1982; Аленсандаэров В. М., Мухоморов Л. З., Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками, М., 1983; Теория К. н., Контактные задачи для областей с кривыми границами, Львов, 1983.

**КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ** — неравновесные электронные явления, возникающие при прохождении электрич. тока через контакт полупроводника с металлом или электролитом или через контакт двух различных полупроводников (*гетеропереход*) либо через границу двух областей одного и того же полупроводника с разным типом

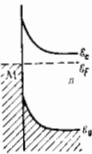


Рис. 1. Изгиб зон на контакте металл — электронный полупроводник с зазором слоев:  $E_F$  — уровень Ферми;  $E_C$  — край зоны проводимости;  $E_V$  — край валентной зоны.

носителей заряда (см. *p-n-переход*) и разной их концентрации.

Приведение в контакт двух разл. материалов сопровождается перетеканием носителей (для определенности электронов) из одного в другой и образованием контактной разности потенциалов  $V_K$ . Неравновесность поля контактной разности потенциалов плавно убывает вглубь полупроводника, вызывая приконтактный изгиб краёв энергетич. зон (валентной зоны и зоны проводимости). Направление изгиба и его величина зависят от знака и величины  $V_K$ , определяемой разностью работ выхода, а также от знака и концентрации локализованных на поверхности раздела зарядов (адсорбированных ионы, заряженные поверхностные дефекты и др., см. ниже).

**Выпрямляющие контакты.** На контакте металла с электронным полупроводником изгиб зон вверх (рис. 1) означает, что приконтактный слой полупроводника имеет дефицит электронов и, следовательно, пониженную проводимость (*обедненный слой*, *запорный слой*, *слой Шоттки*). При достаточно сильном обеднении элктрич. сопротивление этого слоя доминирует над сопротивлением нейтрального объема полупроводника, так что последним можно пренебречь. Величина сопротивления слоя сильно зависит от напряжения, приложенного к нему. Это приводит к большой нелинейности вольт-амперной характеристики (ВАХ) слоя и, в частности, к её сильной асимметрии относительно знака приложенного напряжения: сопротивление на обратной ветви ВАХ на много порядков величины превышает сопротивление на прямой ветви (эффект выпрямления). Прямая ветвь ВАХ соответствует такому внеш. напряжению, когда его поле уменьшает поле контактной разности потенциалов и сужает слой. На рис. 1 это соответствует положит. потенциалу на металле. Обратная ветвь ВАХ отвечает сложению полей внеш. источника и  $V_K$  (отрицат. потенциал на металле). При этом обедненный слой расширяется с ростом внеш. напряжения. Нелинейность ВАХ и эффект выпрямления тока на контакте металл — полупроводник используются в диодах Шоттки.

**Омьческие контакты.** При изгибе зон вниз (рис. 2) приконтактный слой имеет изгибок электронов (*антизапорный слой*, обогащённый слой). Ввиду повышенной проводимости он не вносит заметный вклад в сопротивление длинного образца. Поэтому контакты с обогащённым слоем могут служить омь. контактами в полупроводниковых приборах.

При больших плотностях тока омь. поведение контактов нарушается из-за монополярной инжекции электронов, напр., из металла в полупроводник (см. *Инжекция носителей заряда в полупроводниках*). Инжекция становится заметной, если плотность тока

$$j \geq eDn/R_D, \quad (1)$$

где  $n$  — концентрация электронов основных носителей заряда в полупроводнике,  $D$  — их коэф. диффузии,  $R_D$  — *дебаевский радиус экранирования*,  $e$  — элементарный заряд. С ростом тока проводимость полупроводника всё более определяется инжектированными электронами, рост концентрации  $n$ -рых ограничивается их объёмным зарядом (токи, ограниченные пространств. зарядом). В результате про-

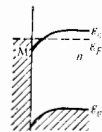


Рис. 2. Контакт с обогащённым (антизапорным) слоем.

водимость образца становится существенно нелинейной.

Электрич. сопротивление омь. контакта с обогащённым слоем увеличивается при наличии диэлектрич. прослойки  $D$  между металлом и полупроводником (напр., окисла металла, рис. 3). Из-за туннельной проводимости прослойки проводимость всё при малых толщинах ( $d \leq 20 - 30 \text{ \AA}$ ) становится пренебрежимо большой. В прослойке, а также на границе окисел — полупроводник, как правило, возникают центры захвата носителей заряда, поле  $n$ -рых зарядов с полем контактной разности потенциалов управляет приконтактным изгибом зон, существенно изменяя его величину, а иногда

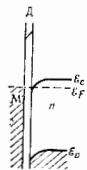


Рис. 3. Контакт с обогащённым слоем и диэлектрической прослойкой.

и знак (см. *МДП-структура*). Это приводит к нестабильности в невоспроизводимости омь. контактов металла-полупроводник.

Поэтому для создания омь. контактов часто предпочтительны сильно легированные приконтактные области полупроводника, образующие с основным его объёмом изотонный гомопереход, напр.  $n^+ - n$  (рис. 4), где переход образован сильно ( $n^+$ ) и слабо ( $n$ ) легированными областями. Такой переход обладает теми же свойствами, что и контакт металл — полупроводник с антизапорным слоем. Свойства такого омь. контакта не зависят от изгиба зон непосредственно у металла.

**Биполярные явления.** Если в полупроводнике происходит генерация неосновных носителей, напр. дырок, или если они инжектируются в образец с помощью др. контакта, то возникает

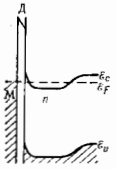


Рис. 4.

т. н. биполярные контактные явления. Контакты с обогащённым слоем (рис. 2, 3, 4) объединяет дырками, ибо то электрич. поле,  $k$ -рое способствует обогащению электронами, выносит из слоя дырки. Электрич. поле тока в обогащённом слое мало по сравнению с электрич. полем в объёме. Поэтому ток дырок почти не проходит сквозь обогащённый слой. Если направление тока электронов таково, что дырки в поле этого тока движутся из объёма к контакту, то

из-за неупускания их слоем происходит их накопление перед контактом. Возникает т. н.  $k$  к у м у л я ц и о н н ы й с л о й, обогащённый дырками, в  $k$ -рый для их нейтрализации из обогащённого слоя инжектируются электроны. С ростом плотности тока  $j$  через контакт толщина аккумуляционного слоя ( $L_a = Dn/j$ ) убывает, а концентрация дырок в нём быстро растёт. Когда она достигает и превосходит равновесную концентрацию электронов, сжатие аккумуляционного слоя сменяется его расширением до размера длины *амбиполярной диффузии* за время жизни носителей.

При противоположном направлении тока поле выносит дырки в толщу полупроводника. Возникает э к л ю з и я — удаление дырок от контакта; область эсклюзии простирается от контакта в толщу полупроводника на расстояние, растущее с ростом  $j$  и приближённо совпадающее с длиной дрейфа электронов в поле за время их жизни. Эсклюзия дырок сопровождается ухудшением того же кол-ва электронов в контакт, так что область эсклюзии — область обеднения носителями обоих знаков. Макс. обеднение и наиб. значение электрич. поля достигаются на границе с обогащённым слоем. В образце с носителями обоих знаков, ограниченном с двух сторон омь. контактами для основных носителей, одновременно происходит эсклюзия у одного из контактов и аккумуляция у другого. При достаточно больших  $j$  область эсклюзии простирается на всю длину образца — вплоть до аккумуляционного слоя у др. контакта. В случае фотогенерации неосновных носителей говорят о токовом выносе фотоносителей из образца на один из контактов.

Контакты с обеднённым слоем (рис. 1) в равновесном случае обогащены неосновными носителями (поле,  $k$ -рое вытесняет осн. носители, вытягивает неосновные). При прохождении тока в обратном направлении происходит э к т р а к ц и я (извлечение, вытягивание) в контакт неосновных носителей из приконтактной части образца, протяжённость  $k$ -рой определяется длиной диффузии неосновных носителей. Экстракция — слаботоковое явление на обратной ветви ВАХ, тогда как эсклюзия — сильноточковый эффект. Эти эффекты смыкаются лишь в собственном полупроводнике. Экстракция неосновных носителей обратно смещённым обеднённым слоем используется в коллекторах биполярных транзисторов.

Если через контакт с обогащённым слоем пропускают ток в прямом направлении, происходит инжекция неосновных носителей из контакта. Заряд инжектированных носителей нейтрализуется зарядом осн. носителей, приходящих в область инжекции из объёма полупроводника или из др. контакта (напр., омь. контакт в диодах, базово-контакт в транзисторах). При слабых токах область инжекции простирается, как и область экстракции, примерно на длину диффузии неосновных носителей. С ростом  $j$  эта область растягивается за счёт дрейфа носителей в поле большого прямого тока, охватывая постепенно весь образец.

Если экстракция неосновных носителей осуществляется любым обратным смещённым контактом с обеднённым ими слоем, то эффективная их инжекция возможна лишь при высокой эмиссионной способности контакта. В случае контакта металл — электронный полупроводник инжекция дырок достигается при столь большом изгибе зон вверх, что у металла валентная зона становится ближе к уровню Ферми  $E_F$ , чем зона проводимости (рис. 5), т. е. там образуется *инверсионный*

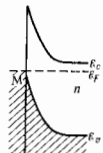


Рис. 5.

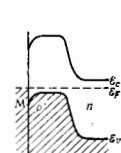


Рис. 6. Контакт с инверсионным и металлургическим  $p-n$ -переходом.

контакт с обеднённым ими слоем, то эффективная их инжекция возможна лишь при высокой эмиссионной способности контакта. В случае контакта металл — электронный полупроводник инжекция дырок достигается при столь большом изгибе зон вверх, что у металла валентная зона становится ближе к уровню Ферми  $E_F$ , чем зона проводимости (рис. 5), т. е. там образуется *инверсионный*

слой (р-слой); около контакта возникает т. н. физический  $p-n$ -переход.

Для получения стабильных выпрямляющих и инжектирующих контактов в полупроводнике создают специально легированный слой с противоположным объёмным проводимостью (рис. 6). Высокая эмиссионная способность образующегося т. н. металлургич.  $p-n$ -перехода достигается, если дирижный слой легирован акцепторами значительно сильнее, чем объём полупроводника донорами ( $p^+-n$ -переход или  $n^+-p$ -переход). Инжекция неосновных носителей лежит в основе работы эмиттеров биполярных транзисторов.

Двойная инжекция (одновременная инжекция с двух сторон дырок и электронов) происходит в образцах полупроводника, ограниченных с одной стороны  $p^+-n$ -контактом, а с другой  $n^+p$ -контактом ( $p^+n^+$ -диоды или  $p^+-pn$ -диоды). Рост концентрации электронов и дырок в средней части образцов ограничена только скоростью рекомбинации носителей. Инжекция, ограниченная рекомбинацией, более эффективна, чем инжекция, ограниченная пространственным зарядом.

**Реальные контакты.** Инжекция и экстракция неосновных носителей контактом с обеднённым слоем эффективны лишь в случае, когда контакт не является допозитив, источником рекомбинации или генерации носителей, т. е. если потоки носителей каждого типа переносятся через обеднённый слой без «отрыва» и «приобретения». Последние обусловлены тремя причинами.

1) Поверхностная рекомбинация и генерация через центры, локализованные на границе металл — полупроводник или диэлектрик, прослойка — полупроводник. Это же происходит и в тонкой приконтактной области, где концентрация центров рекомбинации существенно выше, чем в объёме полупроводника, из-за дефектной структуры этой области и из-за диффузии сюда примесей из металла или оксида.

2) Скорость термич. генерации и рекомбинации носителей в обеднённом слое через глубокие уровни (расположенные вблизи середины запрещённой зоны) выше по сравнению с теми же процессами в объёме полупроводника (механизм Са — Нойса — Шокли). Напр., отношение скоростей термич. генерации в обеднённом слое и объёме порядка  $Wn/2ln_iT$ , где  $n$  — концентрация основных носителей,  $W$  — толщина слоя,  $l$  — длина диффузии носителей,  $n_i$  — концентрация собственных носителей. В Ge, Si и др. полупроводниках, как правило,  $W < l$ , но в легированных полупроводниках  $n \gg n_i$ , что делает этот механизм существенным.

3) Туннельная (полевая) генерация и рекомбинация носителей в обеднённых слоях. В отличие от объёма полупроводника, где возможны только вертикальные

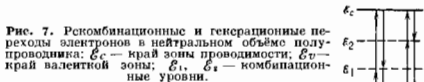


Рис. 7. Рекомбинационные и генерационные переходы электронов в нейтральном объёме полупроводника:  $E_C$  — край зоны проводимости;  $E_V$  — край валентной зоны;  $E_1, E_2$  — комбинационные уровни.

переходы между рекомбинационными уровнями  $E_1, E_2$  в запрещённой зоне и состояниями в разрешённых зонах, сопровождающиеся поглощением энергии при генерации и её выделением при рекомбинации (рис. 7), в обеднённых слоях ввиду наличия зон возможны горизонтальные переходы (рис. 8). Они обусловлены туннельным из состояний в разрешённых зонах на уровни рекомбинационных центров или даже непосредственно между валентной зоной и зоной проводимости (мезонное, или зиннеровское, туннелирование). С участием рекомбинационных центров возможен комбинированный процесс, включающий горизонтальные и вертикальные переходы. При этом полное энергетическое

свойство или энергетическое проложение на одну пару электронов дырка меньше ширины запрещённой зоны  $E_g$ .

Высокий темп генерации и рекомбинации носителей в обеднённом слое ухудшает выпрямляющие и инжекционные свойства такого контакта. При обратном смещении он становится источником генерации неравновесных носителей, а приямом смещении — источником их рекомбинации. Для контактов с очень высокой скоростью рекомбинации также применяются термин «омический», подразумевающий контакт, на к-ром при любых  $J$  подерживаются равновесные значения концентрации носителей. Инжекционные

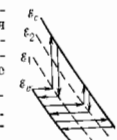


Рис. 8. Туннельные и комбинированные переходы в областях с наклонно энергетическими зонами.

свойства таких контактов проявляются лишь при очень больших  $J$ , тем больших, чем выше скорость рекомбинации в нём.

Лит.: Цикку Г. Е., Основы теории полупроводниковых приборов, М., 1965; Бонч-Бруевич В. Л., Кудашников С. Г., Физика полупроводников, М., 1977; Стриж В. И., Контактные явления в полупроводниках, М., 1982; Водерик Э. Х., Контакты металл — полупроводник, пер. с англ., М., 1982. Э. С. Грибовкин.

**КОНТИНУАЛЬНЫЙ ИНТЕГРАЛ** — то же, что функциональный интеграл.

**КОНТРАВАРИАНТНОСТЬ** — см. в ст. Ковариантность и контравариантность.

**КОНТРАГРИВОРНЫЙ РАЗРЯД** (от лат. contra — стигавно, сжимо) — электрический разряд в газе, диаметр столба к-рого существенно уменьшен по сравнению с тем же разрядом при меньших силах тока. При концентрации (самосжатии) разряда в неск. раз возрастает объёмная плотность энергии в плазме столба и поэтому резко увеличивается общая яркость свечения и изменяется его спектральный состав. Контракция происходит вследствие к.-л. качественного изменения условий энергетик. баланса с ростом силы тока в радиально неоднородном столбе плазмы. В плазме молекулярных газов, напр., это изменение возникает вследствие резкого увеличения скорости переноса тепла при приближении степени диссоциации к полной. В атомарных газах при значительно больших токах (десяти или сотни кА) условия баланса резко меняются и возникает контракция, когда собственное магн. давление становится больше газокинетического (см. Пинк-эффект). Чем выше давление газа, тем при меньших токах может произойти переход к К. р. Сжатие столба за счёт действия внеш. причин (стенки, внеш. поля) не является контракцией.

**КОНТРАКЦИЯ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА** (сжатие газового разряда) — резкое, скачкообразное уменьшение поперечного размера области, заполненной разрядным током, возникающее при превышении некоего критич. значения давления газа или разрядного тока. При К. р. в неск. раз возрастает объёмная плотность энергии в плазме столба и поэтому резко увеличивается общая яркость свечения и изменяется его спектральный состав. Это явление, характерное для всех типов газового разряда, ограничивает возможность практич. использования газоразрядных устройств областью относительно малых давлений и разрядных токов.

К. р. происходит при одновременном выполнении двух условий: 1) эффективность образования заряд. частиц резко падает от оси к стенкам разрядной трубки; 2) характерное время объёмной рекомбинации (пейтрализации) заряд. частиц ( $\alpha_{рек} N$ )<sup>-1</sup> много меньше времени их диффузии на стенки разрядной трубки  $R_0^2/D_0$  (здесь  $N$  — плотность заряд. частиц в разряде,  $\alpha_{рек}$  — коэф. объёмной рекомбинации заряд. частиц,  $R_0$  — радиус разрядной трубки,  $D_0$  — коэф. амбипольной диффузии). За время рекомбинации заряд. час-



тцы в процессе диффузии к стенкам разрядной трубки проходит расстояние

$$r_e \sim \sqrt{D_2/\alpha_{\text{рек}} N_1} \quad (1)$$

к-рое характеризует размер области, занолненной разрядным током. При выполнении указанных выше условий  $r_e$  оказывается много меньше радиуса разрядной трубки  $R_0$ . Как следует из соотношения (1), радиус разрядного шнура  $r_e$  уменьшается с ростом давления и/или разрядного тока. К. г. р. происходит вследствие возникновения радиальной неоднородности скорости образования заряд. частиц и объёмной нейтронизации заряд. частиц, механизмы к-рых различны в каждой конкретной ситуации.

В разряде инертного газа резкая радиальная неоднородность скорости ионизации атомов электронным ударом связана с тепловым механизмом — повышенным джоулевым нагревом газа вблизи оси трубки, где даже в диффузном состоянии плотности электронов и тока выше, чем на периферии. Выше плотность — больше джоулево нагрев — выше ионизация. Скорость ионизации, зависящая от отношения  $E/N_0$  или от степени ионизации  $N/N_0$  ( $E$  — напряженность электрич. поля,  $N_0$  — плотность атомов), оказывается нелинейной при плотностях  $N \sim 10^{11}$  см<sup>-3</sup> и уже при весьма малых энерговкладах ( $E \geq 0,1$  Вт/см ( $I$  — разрядный ток), когда объёмная нейтронизация заряд. частиц ещё не существенна. Поэтому для К. г. р. в инертных газах необходимо преобладание объёмной рекомбинации ионов и электронов над пристеночной. Это условие выполняется при достаточно высоких давлениях  $p \sim 10$ —50 тор, когда основным сортом ионов становится молекулярный ион  $A_2^+$ , эффективно рекомбинирующий в объёме в результате диссоциативной рекомбинации



С ростом энерговклада темп-ра газа в разряде поднимается, при энерговкладах  $\geq 100$ —400 Вт/м это приводит к термич. разрушению молекулярных ионов и уменьшению эффективности объёмной рекомбинации заряд. частиц. Возникает явление, обратное К. г. р. — расконтрагирование, к-рое проявляется в возрастании поперечного размера токового шнура с ростом разрядного тока.

В разряде молекулярного газа практически всегда преобладают молекулярные ионы, эффективно нейтронизирующиеся в объёме в результате диссоциативной рекомбинации. Подпадающая часть энергии, вводимой в разряд, расходуется на возбуждение молекулярных колебаний. Поэтому термич. неоднородность, наличие к-рой является необходимым условием К. г. р., возникает в случае, когда объёмная столкновит. дезактивация колебательно возбуждённых молекул преобладает над их диффузионным уходом на стенки разрядной трубки. Переход от стеночного механизма дезактивации колебательно возбуждённых молекул к объёмному происходит при превышении определённого значения давления газа. Реакция, кинетико-обратный характер такого перехода обусловлен резкой температурной зависимостью скорости колебательной релаксации молекул.

К. г. р. в электростатических разрядных трубах к-ро несёт существенно легче за счёт нейтронизации заряд. частиц при образовании отрицат. ионов с последующей ион-ионной рекомбинацией. К. г. р. облегчается также под воздействием внеш. или собств. магн. поля, к-рое подавляет диффузию заряд. частиц (Ширч-эффект).

К. г. р. обр. начинается выходные характеристики газоразрядных источников света, газовых лазеров, плазмохимич. и магнитогидродинамич. установок. Эффективным средством подавления этого вредного явления служит конвективная прокачка или турбулентная газ, связывающая термич. неоднородность разряда и уменьшающая время ухода заряд. частиц из разряда.

Лит.: Елецкий А. В., Механизмы сжатия тлеющего разряда, в сб.: Химия плазмы, под ред. Б. М. Смирнова, в. 9, М., 1982, с. 151; Ра йзер Ю. П., Физика газового разряда, М., 1987.

**КОНТРАСТ** оптический (франц. *contrast*, от лат. *contra* — против и *sto* — стою) — безразмерная величина, характеризующая макс. различие в светимости (освещённости) разл. частей объекта. В геом. оптике К. выражается как  $k = (B_{\text{макс}} - B_{\text{мин}}) / (B_{\text{макс}} + B_{\text{мин}})$ , где  $B_{\text{макс}}$  и  $B_{\text{мин}}$  — макс. и мин. светимости (для объекта) или освещённости (для изображения). К. изменяется от 1 до 0. Отношение  $k = k'/k$ , где  $k'$  — К. изображения, а  $k$  — К. предмета, называется коэффициентом передачи контраста через оптич. систему. При определении К. обычно пользуются стандартным объектом — решёткой, состоящей из параллельных светлых и тёмных полос равной ширины. Вследствие аберраций и рассеяния света в оптич. системе к обычно меньше 1 и зависит от числа полос  $R$  на единицу длины в решётке. Ф-ция  $\chi(R)$  наз. *частотно-контрастной характеристикой* (ЧКХ) оптич. системы и наиб. полно описывает качество изображения.

Термин «К.» широко используется и в др. областях оптики. Фотография. К. — разность наиб. и наим. оптич. плотностей  $\Delta D = D_{\text{макс}} - D_{\text{мин}}$ ; в цветном изображении — разность приведенных к серому поверхностных концентраций пурпурного и голубого красителя. К. интерференционной картины характеризует отношение разности яркостей в различных её точках к соответствующей разности хода лучей. Цветовой К. служит характеристикой макс. различия в цветах объекта. Зрительный К. — особенность зрительного восприятия, в силу к-рой визуальная оценка наблюдаемого объекта меняется в зависимости от окружающего фона (т. н. одновременный контраст) либо от предыдущих зрительных впечатлений (последовательный контраст; см. *Иллюзии оптические*). Понятие К. используется в методе *фазового контраста*, к-рый применяется для наблюдения прозрачных объектов и состоит в пропорциональном преобразовании разности фаз соседних частей пучка в разность интенсивности.

Лит.: Борн М., Вольф Э., Основы оптики, пер. с англ., 2 изд., М., 1973; Русеинов М. М., Техническая оптика, Л., 1978.

**КОНТРУЛЬНЫЕ** в квантовой теории Д. Поля — операторные выражения, обычно с бесконечными численными коэффициентами, к-рые во форме зависимости от операторных полевых ф-ций и их производных совпадают с отдельными слагаемыми полного лагранжиана рассматриваемой квантовополевой модели и вводятся для устранения *ультрафиолетовых расходимостей* с помощью процедуры перенормировки. Т. о., К. компенсируют бесконечные слагаемые, содержащие УФ-расходимости. В т. н. перенормируемых моделях квантовой теории поля с помощью небольшого числа К. удаётся скомпенсировать эти расходимости в *радиационных поправках* любого, сколь угодно высокого порядка. Формально введение в лагранжиан подобных бесконечных К. эквивалентно изменению масс частиц и констант связи. Однако возникающие при этом связи между исходными, затравочными, и конечными, перенормированными, массами и зарядами оказываются сингулярными. См. *Перенормировки*.

**КОНТУР СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ** (профиль спектральной линии) — спектральное распределение интенсивности излучения или поглощения в спектральной линии. *Спектральные линии* в дискретных спектрах испускания или поглощения не являются строго монохроматичными. Действие разл. механизмов *исурения спектральных линий* приводит к образованию некого спектрального распределения интенсивности  $I(\omega)$  вблизи частоты  $\omega_0$  квантового перехода в атоме или молекуле. Величина  $\delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ , где частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяются условием  $I(\omega_1) = I(\omega_2) = \frac{1}{2} I_{\text{макс}}(\omega)$  [ $I_{\text{макс}}(\omega)$  — максимальное значение интенсивности], наз. *шириной спектральной линии*. Выделяют центр.

часть К. с. л. соответствующую  $|\omega - \omega_0| \sim \Delta\omega$ , и крылья спектральной линии, где  $\omega < \omega_1$  и  $\omega > \omega_2$ .

К. с. л. определяется механизмом уширения (рис. 4). При ударе и радиационном уширении излучается лоренцевидный К. с. л., для к-рого распределение интенсивности  $g(\omega)$ , нормированное на единицу  $\int g(\omega) d\omega = 1$ , имеет вид

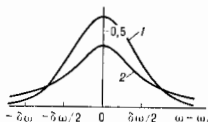
$$g_L(\omega) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - \Delta)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1)$$

где  $\Delta\omega = \Gamma$ , а  $\Delta$  — спонорядный уширение сдвиг фазы. При доплеровском уширении (см. *Доплера эффект*) возникает гауссов К. с. л.:

$$g_D(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\omega_D} \exp \left[ -\left( \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_D} \right)^2 \right]; \quad \Delta\omega = 2 \sqrt{\ln 2} \Delta\omega_D. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta\omega_D = \omega_0 v_0/c$  — полуширина спектральной линии при условии  $I(\omega_0) = I(\omega_0) = I_{\text{макс}}(\omega) \cdot e^{-1}$ ,  $v_0 = \sqrt{2kT/M}$  — наиболее вероятная скорость,  $M$  —

Рис. 4. Нормированные на единицу гауссов (1) и лоренцевидный (2) К. с. л. с одинаковыми ширинами до.



масса атома. При одномоментном статистическом несаисловном действии гауссова и лоренцевского типов уширения К. с. л. описывается свёрткой (1) и (2) (контур Фойгта):

$$g(\omega) = \int g_D(\omega - x) g_L(x) dx. \quad (3)$$

Если  $\Delta\omega_D \ll \Gamma$ , то контур (3) близок к лоренцевскому. При  $\Delta\omega_D \gg \Gamma$  центр часть имеет гауссову форму, а в дальних крыльях  $g(\omega) \approx (\Gamma/2\pi)(\omega - \omega_0)^{-2}$ .

Исследование формы К. с. л. используется для определения физ. характеристик излучающих и поглощающих объектов. Форма К. с. л. оптически тонкого объекта определяется доплеровским уширением и взаимодействием излучающих атомов с окружающими частицами. В разреженных газах и плазме К. с. л. гауссов, при умеренных давлениях — лоренцевский (для нейтральных газов — вплоть до давлений в неск. дес. атмосфер, в плазме — для линий атомов и ионов низкой кратности, кроме водородоподобных, при плотности электронов  $N_e \sim 10^{14} - 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ). При высокой плотности газов и плазмы К. с. л. часто обладает нек-рой асимметрией — имеет квазистатич. крыло. Иногда квазистатич. крыло ярко выражено, в др. же крылья, вследствие снятия запрета по четности под действием плазменных микро-

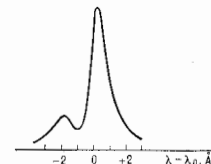


Рис. 2. Контур линии 4471 Å атома гелия (высота  $2^4 - 4^2 D$ ) в плазме с  $N_e = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 10\,000 \text{ К}$ .

полей, возникает вращательная компонента (рис. 2). Форма обоих крыльев линий водорода определяется в основном квазистатич. механизмом уширения. В дальних крыльях К. с. л. проявляется характер взаимодействия частиц на близких расстояниях и может возникать сложная структура, в частности могут появляться линии-спутники вследствие образования молекулярных состояний и молекулярных комплексов. В плазменных объектах при наличии развитой турбулентности К. с. л. может иметь структуру масштаба ионно-звуковой и плазменной частот.

В оптически толстых объектах значит. влияние на К. с. л. оказывает перенос излучения. В простейшем случае однородного плоского слоя вещества, находящегося в состоянии *локального термодинамического равновесия*, К. с. л. испускания определяется ф-лой

$$I(\omega) = I_{\Pi}(\omega) (1 - e^{-k_0 L}), \quad (4)$$

где  $I_{\Pi}(\omega)$  — спектральное распределение интенсивности излучения абсолютно чёрного тела (см. *Планка закон излучения*),  $k_0$  — коэф. поглощения,  $L$  — толщина слоя; аналогично (4) ф-лой дается спектральное распределение мощности, поглощённой в среде. Если внеш. поле оптически плотного излучающего объекта имеет более низкую темп-ру, то в центре К. с. л. возникает провал, обусловленный самообращением спектральной линии. Провал в центре К. с. л. может также образоваться и в оптически толстой линии однородного объекта в том случае, когда населённость возбуждённого уровня энергии атома много меньше населённости этого уровня при локальном термодинамич. равновесии при данной темп-ре. В оптически плотном объекте при больших градиентах скорости макроскопич. движения перенос излучения и доплеровский сдвиг частоты могут привести к образованию на К. с. л. спутательной структуры.

Лит.: И л и о в В. В., Перенос излучения и спектры бесскых тел, М., 1969; Л и н г К., Астрофизические формулы, пер. с англ., ч. 1, М., 1978; Г р и м Г., Уширение спектральных линий в плазме, пер. с англ., М., 1978. Е. А. Юков.

**КОНТУРНЫЙ ИНТЕГРАЛ** — интеграл, в к-ром интегрирование производится по контуру (кривой) в  $n$ -мерном комплексном или вещественном пространстве. Различают два типа К. и. — интегралы от скалярных ф-ций и интегралы от векторных ф-ций. К первому из них относятся интегралы вида

$$\int_{\gamma} f(P) ds, \quad \text{где } \gamma \text{ — гладкий (или кусочно гладкий) контур в } n\text{-мерном вещественном пространстве, } P = (x_1, \dots, x_n) \text{ — точка в этом пространстве, } f(P) \text{ — ф-ция, заданная на } \gamma, ds \text{ — элемент длины } \gamma. \text{ Если контур } \gamma \text{ задан параметрическими уравнениями } x_1 = x_1(t), \dots, x_n = x_n(t), \text{ где параметр } t \text{ меняется в пределах от } a \text{ до } b \text{ (} a < b \text{), то}$$

$$\int_{\gamma} f(P) ds = \int_a^b f[x_1(t), \dots, x_n(t)] \times \sqrt{\left[ \frac{dx_1(t)}{dt} \right]^2 + \dots + \left[ \frac{dx_n(t)}{dt} \right]^2} dt.$$

К К. и. этого типа сводятся нахождение длины кривой, вычисление массы материальной кривой по её плотности, нахождение её центра инерции и т. д.

К К. и. второго типа относятся интегралы вида

$$\int_{\gamma} [f_1(P) dx_1 + \dots + f_n(P) dx_n],$$

где  $f_1(P), \dots, f_n(P)$  —  $n$  ф-ций, заданных на контуре  $\gamma$ . Если, как и выше, контур  $\gamma$  задан параметрически, то

$$\int_{\gamma} [f_1(P) dx_1 + \dots + f_n(P) dx_n] = \int_a^b [f_1[x_1(t), \dots, x_n(t)] \times \sqrt{\left[ \frac{dx_1(t)}{dt} \right]^2 + \dots + \left[ \frac{dx_n(t)}{dt} \right]^2} dt.$$

Значения интегралов в правой части не зависят от выбора параметризации контура  $\gamma$ , сохраняющей направление его обхода. При изменении направления обхода К. и. второго типа (в отличие от К. и. первого типа) меняет знак. К таким К. и. сводится задача о вычислении работы силового поля при перемещении точки вдоль кривой. Если контур  $\gamma$  замкнут, то К. и. второго типа сводится к интегралу по двумерной поверхности, натянутой на этот контур (см. *Грина формула*, *Гаусса — Остроградского формула*, *Стокса формула*).

Важную роль К. и. второго типа играют в теории аналитических функций. Пусть  $z = x + iy$ ,  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  — комплекснозначная ф-ция, заданная на контуре  $\gamma$ , тогда по определению

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\gamma} u(x, y) dx - \int_{\gamma} v(x, y) dy + i \int_{\gamma} v(x, y) dx + i \int_{\gamma} u(x, y) dy$$

В терминах интегралов вида  $\int_{\gamma} f(z) dz$  формулируется

**Коши теорема**, определяется **Коши интеграл**, на их свойствах основана теория вычетов и т. д.

**КОНТУРНЫЙ ПОДХОД** в теориях калибровочных полей — метод исследования калибровочных теорий, в к-ром полевая переменная  $G(\Gamma)$  задается на протяжённом объекте — контуре  $\Gamma$  в пространстве-времени (в отличие от локальной теории поля, где полевая переменная зависит от одной точки  $x$  пространства-времени). Локальная теория поля имеет своим прообразом корпускулярную теорию частиц, а контурная — теорию струн.

В абелевой калибровочной теории (теории электромагнетизма) с контуром  $\Gamma$  сопоставляется фазовый множитель:

$$G_{аб}(\Gamma) = \exp \left\{ i \int_{\Gamma} A_{\mu}(x) dx^{\mu} \right\},$$

где  $A_{\mu}(x)$  — четырехмерный потенциал эл.-магн. поля ( $\mu=0, 1, 2, 3$ ). **Ааронова — Боме эффект** показывает, что именно величина  $\exp \left\{ i \oint_{\Gamma} A_{\mu}(x) dx^{\mu} \right\}$ , вычисленная вдоль замкнутого контура, описывает взаимодействие эл.-магн. поля с заряд. частицами в квантовой механике.

В неабелевых калибровочных теориях поля контур  $\Gamma$  ставится в соответствие элемент калибровочной группы  $G$ , к-рый по заданному калибровочному полю  $A_{\mu}(x)$  определяется как упорядоченная вдоль контура экспонента:

$$G(\Gamma) = P \exp \int_{\Gamma} A_{\mu}(x) dx^{\mu}$$

Правая часть этой ф-лы определяется с помощью разложения в ряд:

$$P \exp \int_{\Gamma} A_{\mu}(x) dx^{\mu} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 \dots \int_0^{s_{n-1}} ds_n \times \\ \times A_{\mu_1}(x(s_1)) f'_{\mu_1}(s_1) A_{\mu_2}(x(s_2)) \times \\ \times f'_{\mu_2}(s_2) \dots A_{\mu_n}(x(s_n)) f'_{\mu_n}(s_n).$$

Здесь  $A_{\mu}(x) = \sum_{i=1}^n T^i A_{\mu}^i(x)$ , матрицы  $T^i$  образуют базис алгебры Ли группы  $G$ , а ф-ция  $x = f_{\mu}(s)$ ,  $0 \leq s \leq 1$ , задаёт контур  $\Gamma$  (символ упорядочения  $P$  определяет порядок расстановки матриц  $A_{\mu}$ ; штрихом обозначена производная по параметру  $s$ ). Поле на контуре просто преобразуется при калибровочных преобразованиях  $\Omega(x)$ :

$$A_{\mu}(x) \rightarrow \Omega(x) A_{\mu}(x) \Omega^{-1}(x) + \Omega(x) \partial_{\mu} \Omega^{-1}(x), \\ G(\Gamma) \rightarrow \Omega(f(1)) G(\Gamma) \Omega(f(0)).$$

След упорядоченной экспоненты для замкнутого контура является калибровочно инвариантной величиной. Поле на контуре зависит функционально от ф-ций  $f_{\mu}(s)$ , задающих контур, но не зависит от конкретной параметризации контура. По полю, заданному на произвольных контурах, можно восстановить локальные характеристики калибровочного поля. Динамика в калибровочной теории может быть задана в терминах ур-ний для полей на контурах. В квантовом случае

рассматриваются вакуумные средние полей на контурах. С помощью поля на контуре формулируется критерий Вильсона удержания кварков (см. **Удержание цвета**). Изучение полей на контурах представляет собой естественный способ связать феноменологич. струнную картину сильного взаимодействия кварков и глюонов с квантовой хромодинамикой.

*Лит.*: Dirac P. A. M., The theory of magnetic poles, «Phys. Rev.», 1948, v. 74, p. 817; Mandelstam S., Feynman rules for electromagnetic and Yang—Mills fields from the gauge independent field theoretic formalism, «Phys. Rev.», 1968, v. 175, p. 1580; Yang C. N., Integral formalism for gauge fields, «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 445; Polyakov A. M., String representations and hidden symmetries for gauge fields, «Phys. Lett.», 1979, v. B 82, p. 247; Манделштам С. Я. М., Уравнение движения для контурного среднего в квантовой хромодинамике, М., 1979; Feiguin I. J. A., Quantum contour field equations, «Phys. Lett.», 1980, v. B 93, p. 347; Арефьева И. Я., Глазов А. А., Теория калибровочных полей, в кн.: XIV Международная школа молодых ученых по физике высоких энергий, Дубна, 1981. И. Я. Арефьева.

**КОНУЭЛЛ—ВАЙСКОПФА ФОРМУЛА** — определяет время релаксации импульса носителя заряда в полупроводниках с энергией  $\mathcal{E}$  при их рассеянии на ионах примеси. Получена Э. Конуэлл и В. Вайскопфом в 1950. К.—В. ф. имеет вид

$$\frac{1}{\tau} = - \frac{\pi e^4 N}{V \cdot 2 \epsilon^2 m^{1/2} \epsilon^2 \mathcal{E}^{3/2}} \ln \left[ 1 + \left( \frac{e \mathcal{E}}{e \mathcal{E}_N^{1/2}} \right)^2 \right],$$

где  $e$  — заряд электрона,  $\epsilon$  — диэлектрич. проницаемость кристалла,  $N$  — концентрация ионов примеси,  $m$  — эфф. масса носителей.

К.—В. ф. применяется в тех же случаях, что и **Брукса — Херриге формула**, но отличается от последней способом учёта экранирования примеси (без учёта экранирования  $1/\epsilon \rightarrow \infty$  из-за медленного убывания кулоновского потенциала): сфера действия каждого рассеивающего центра ограничивается половиной ср. расстояния между ионами. Поскольку логарифм  $\ln$  медленно меняющаяся ф-ция, практически  $\tau \sim \mathcal{E}^{3/2}$  (см. **Рассеяние посетителей заряда**).

*Лит.*: Conwell E., Weisskopf V. F., Theory of impurity scattering in semiconductors, «Phys. Rev.», 1950, v. 77, p. 388; Арефьева И. Я., Введение в теорию полупроводников, 2 изд., М., 1978.

**КОНФАНМЕНТ** (англ. confinement, букв. — ограничение) — невылетание (плечение) цветных кварков и глюонов, удержание их внутри бесцветных адронов (см. **Удержание цвета**).

**КОНФИГУРАЦИОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ** (координатное представление) квантовой механики — способ описания вектора состояния квантовомеханич. системы, в к-ром в качестве наблюдаемых физ. величин используются координаты  $r_i$  частиц, образующих систему. Координаты вектора состояния в К. п. сопоставляют волновую ф-цию системы  $\psi(r_1, r_2, \dots, r_n, t)$ , а вероятность того, что в момент времени  $t$  1-я, 2-я, ...,  $n$ -я частицы находятся в элементах объёма  $dr_1, dr_2, \dots, dr_n$  пропорц. величине  $|\psi(r_1, r_2, \dots, r_n, t)|^2 \times \times dr_1 dr_2 \dots dr_n$  (см. **Квантовая механика**). Поскольку координаты частиц не могут быть измерены с точностью лучшей, чем величина соответствующей им комитоновской длины волны  $\hbar/mc$  (где  $m$  — масса частицы), в релятивистской квантовой теории они, строго говоря, не могут быть использованы в качестве наблюдаемых. Поэтому К. п. используются обычно в нерелятивистской квантовой механике.

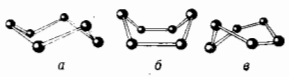
**КОНФИГУРАЦИОННОЕ ПРОСТРАНСТВО** — совокупность геом. переменных, задающих расположение в пространстве нуклон-ной системы и её частей как относительно друг друга, так и относительно известной системы отсчёта. К. н. одной материальной точки представляется совокупностью трёх её координат, напр. декартовых. К. п. системы из  $N$  материальных точек есть совокупность  $3N$  координат, к-рые удобно рассматривать как координаты одной точки в  $3N$ -мерном пространстве. К. н. системы  $N$  точек, не лежащих в одной плоскости, допускает выделение трёх координат центра масс (инерции) и ещё трёх переменных, задающих ори-

ентации системы как целого по отношению к осям, перемещающимся вместе с центром масс. Остальные  $3N-6$  переменных задают относительное расположение точек. Когда на точки наложены жёсткие связи, число переменных К. п. уменьшается. Так, К. п. произвольного твёрдого тела состоит из совокупности шести переменных: трёх координат центра инерции и трёх зилеровых углов или трёх координат одной точки, двух — другой и одной координаты — третьей, не лежащей на одной прямой с первыми двумя.

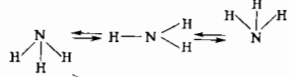
А. С. Кожанов.

**КОНФОРМАЦИИ МОЛЕКУЛЫ** (от лат. conformatio — форма, расположение) — разл. состояния молекулы с неодинаковым расположением атомов в пространстве, возникающие при изменении внутр. геом. параметров молекулы (в частности, углов вращения вокруг хим. связей и валентных углов). Конформационные изменения не сопровождаются разрывом или образованием химических связей.

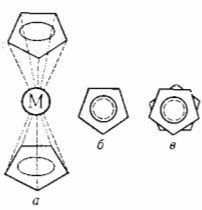
Простейшая молекула, имеющая конформации (к о н ф о р м а ц и я), — молекула перекиси водорода, в к-рой неодинаково взаимное расположение атомов возникает при вращении вокруг связи О—О. Различие конформаций может определяться изменением неск. (иногда многих) углов вращения вокруг связей. Так, в молекуле циклогексана



рядом с энергетически наиболее выгодной конформацией кресла (а) имеются конформации ванны (б), твист (в) и пр., к-рые получаются из (а) при одноврем. изменении неск. геом. параметров. В молекуле аммиака



переход из одной неплоской конформации в другую через плоскую форму (и н в е р с и я м о л е к у л ы) осуществляется благодаря деформациям валентных углов, углов вращения в этой молекуле нет. В молекулах комплексных соединений (напр., ферроцена) относят. вращение плоских колец вокруг оси, соединяющей их центры и проходящей через атом металла  $M$  (в случае ферроцена атом Fe), приводит к иризматич. (б) и антииризматич. конформациям (в):



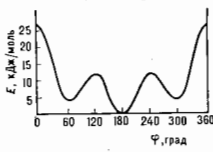
Наиб. типичными видами К. м. считаются поворотные изомеры (р о т а м е р ы), возникающие при вращении вокруг одинарных связей. Такие ротамеры существуют, напр., в молекуле *n*-бутана  $CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$ : один устойчивый ротамер (отвечающий мин. энергии) характеризуется углом вращения  $\varphi=180^\circ$  (φ отсчитывается от заслоненной конформации, в к-рой связи  $C-CH_3$  совмещаются друг с другом, если смотреть вдоль центральной связи  $C-C$ ), а другой —  $\varphi=60^\circ$ . Первый из них наз. транс-, а второй — гаш-ротамером.

В приближении Борна — Оппенгеймера полную энергию можно представить в виде непрерывной ф-ции координат ядер, причём минимумы на *потенциальной поверхности* будут соответствовать устойчивым, или равновесным, конформациям, а седловые точки — переходным состояниям. Если на потенциальной поверхности имеется  $n$  минимумов, различающихся по своей

глубине, то относит. заселённость  $i$ -й конформации (её статистич. вес  $w_i$ ) будет определяться ф-лой

$$w_i = \frac{\exp(-F_i/kT)}{\exp\left[-\sum_{i=1}^n (-F_i/kT)\right]}$$

где  $T$  — абс. темп-ра,  $F_i$  — свободная энергия  $i$ -го конформера с учётом не только разности энергий конформаций  $\Delta E_i$ , но и энтропийного вклада. На рис. представлена зависимость энергии  $E$  от угла вращения φ молекулы *n*-бутана от угла вращения φ. Энергия транс-конформера на 2,5 кДж/моль ниже, чем гаш-конформера, т. е. транс-конформер более стабилен и на его долю при 300 К



Зависимость потенциальной энергии внутреннего вращения молекулы *n*-бутана от угла вращения φ вокруг центральной связи  $C-C$ .

приходится ~60% (с учётом двукратного вырождения гаш-конформера).

Седловые точки энергетич. поверхности, т. е. точки, в к-рых собств. значения матрицы вторых производных энергии по независимым координатам все неотрицательны, кроме одного (в отличие от минимумов, где все собств. значения этой матрицы положительны), соответствуют т. н. переходным состояниям, лежащим на пути перехода из одной конформации в другую. Энергия активации конформационных переходов (энергию, соответствующую седловым точкам) можно измерить с помощью разл. физ. методов, напр. из температурной зависимости спектров ЯМР. Однако изучение структуры переходных состояний недоступно эксперим. методам, и они могут быть лишь рассчитаны методами, основанными на моделировании энергетич. поверхности, наиболее строгим и корректным из к-рых является расчёт методом Хартри — Фока с поправкой на корреляц. эффекты, осуществляемый на ЭВМ. Он требует большого машинного времени, поэтому распространение получили полуэмпирич. методы *квантовой химии*, а также метод атом-атомных потенциалов ф-ций (см. *Межатомное взаимодействие*). Перечисленные методы расчёта в сочетании с рядом матем. приёмов позволяют найти координаты равновесных конформаций во всём конформацион. пространстве молекулы и локализовать седловые точки.

Изучением потенциальной поверхности молекул и взаимопревращений конформеров с помощью разл. теоретич. и эксперим. методов занимается к о н ф о р м а ц и а н а л и з. Осн. задачи эксперим. конформацион. анализа — определение разности энергий конформеров и барьеров конформационных переходов, в частности барьеров внутр. вращения. Для решения этих задач применяются методы ИК-спектроскопии, комбинац. рассеяния, ЯМР, диалектрич. измерения (измерения дипольного момента и пр.), измерения энтронии вещества как ф-ция тем-ры, газовая электронография, поглощение УЗ.

Знание К. м. и потенциальной поверхности важно для понимания и предсказания свойств молекул. Если полную энергию молекулы разложить в ряд Тейлора по независимым координатам

$$E = E_0 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial E}{\partial x_i}\right)_{x_i=x_{0i}} \delta x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{x_i=x_{0i}, x_j=x_{0j}} \delta x_i \delta x_j + \dots \quad (*)$$

то первый член правой части определяет термохим. свойства молекул (разности энергий конформеров, барьеры конформ. переходов, энергии образования молекул из атомов), второй — его равновесную геометрию (ибо для равновесной геометрии все  $\delta E/\delta x_i$  равны нулю) и третий — частоты  $\nu_i$  колебат. спектра в гармонич. приближении. В этом приближении и в предположении о малости колебаний частоты  $\nu_i$  определяются из вехового ур-ния

$$|GF - 4\pi^2\nu_i^2 I| = 0,$$

где  $G$  — кинематич. матрица, зависящая от геометрии молекулы и масс ядер,  $F$  — матрица силовых коэф.,  $I$  — единичная матрица. Вышние члены разложения (\*) связаны с ангармонизмом колебаний молекул. Макромолекулы в растворе имеют обычно множество конформаций, а в кристалле — единственную конформацию или их ограниченный набор. Так, молекула полиэтилена  $(-CH_2-)_n$  ( $n$  — степень полимеризации) в растворе представляет собой статистиц. клубок, в к-ром кол-во транс- и гаш-конформаций связей C—C определяется больцмановским распределением (разность энергий транс- и гаш-конформеров в полиэтилене примерно такая же, как и в н-бутане). Конформации макромолекул в растворе характеризуют не детальной геометрией, а среднестатистич. величинами — ср. квадратом расстояния между концами цепи, ср. квадратом радиуса инерции и пр., а также ф-циями распределения этих величин. В кристалле молекула полиэтилена находится в конформации плоского зигзага: все связи C—C лежат в одной плоскости и каждая повторяющаяся единица существует в транс-форме. Стереорегулярные макромолекулы, повторяющиеся единицы к-рых совершенно одинаковы (виниловые полимеры и пр.), кристаллизуются в спиральных конформациях (см. также *Полимер*).

Лит.: Вирштейн Т. М., Птицын О. В., Конформация макромолекул. М., 1964; Конформационный анализ, пер. с англ., М. 1965; Внутренние вращения молекул, пер. с англ., М., 1977; Дашевский В. Г., Конформационный анализ органических молекул. М., 1982. В. Г. Дашевский.

**КОНФОРМНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ** (от позднелат. conformis — подобный) в теории поля — инвариантность ур-ний релятивистских безмассовых полей, не содержащих размерных параметров, относительно группы конформных преобразований (см. *Конформное отображение*). Собственные конформные преобразования нек-рой области пространства-времени преобразуют элемент квадрата интервала  $dz^2 = (dx^0)^2 - dx^2$  в  $\omega^2 dz^2$ , где  $\omega^2(x) > 0$ , т. е. оставляют инвариантным световой конус будущего в окрестности пространственно-временной точки  $x = (x^0, x^1)$ , а следовательно, сохраняют причинный порядок событий в окрестности этой точки. Конформная группа порождается преобразованиями группы Пуанкаре, растяжениями  $x \rightarrow \lambda x$ , где  $\lambda$  — нек-рый параметр, и спец. конформными преобразованиями

$$x^\mu \rightarrow (x^\mu + x^\mu a^\mu)/(1 + 2ax + a^2 x^2), \quad \mu = 0, 1, 2, 3,$$

обладающими особенностью на конусе  $(x+a/a^2)^2 = 0$  ( $a^\mu = a^\mu$  — нек-рый постоянный 4-вектор). Конформные преобразования определены всюду в трехмерной области аналитичности *Уолтемэн функций* (см. *Аксиоматическая квантовая теория поля*) комплексного пространства-времени и оставляют её инвариантной. К. и. электродинамики в вакууме была замечена в 1909 Г. Бейтманом (Н. Bateman) и Э. Каннингамом (E. Cunningham). П. А. М. Дирак (P. A. M. Dirac, 1936) показал, что по сути все безмассовые поля конформно ковариантны, и разработал линейный ковариантный формализм.

Совр. интерес к К. и. в квантовой теории поля (КТП) обусловлен обнаружением масштабной инвариантности в глубоко неупругих процессах рассеяния нейтронов нуклонами и изучением операторных разложений билайнальных операторов квантовых полей влияния светового конуса. В КТП К. и. приводит к появлению дополнительного сохраняющегося квантового

числа (наряду с энергией, импульсом и моментом импульса) — *аномальной размерности*  $\gamma$ . При этом К. и. однозначно фиксирует вид одночастичных (двухточечных) *Грина функций* квантовых полей и трехточечных *вершинных частей*. Напр., для скалярного поля  $\phi(x)$  с аномальной размерностью  $\gamma$  ф-ция Грина  $\Delta(x)$  и трехточечная вершинная часть  $\Gamma(x_1, x_2, x_3)$  имеют вид

$$\Delta(x) = (x^2 + i0)^{-1-\gamma},$$

$$\Gamma(x_1, x_2, x_3) = g \frac{1}{(x_{12}^2 x_{13}^2 x_{23}^2)^{(3-\gamma)/2}},$$

где  $x_{jk}^2 = (x_j - x_k)^2 + i0$ , добавка  $i0$  задает правила обхода сингулярностей,  $g$  — константа взаимодействия. Построенные из этих элементов *скелетные Фейнмана диаграммы* (т. е. диаграммы, не содержащие внутренних собственно энергетических и трехточечных вершинных частей) не имеют ультрафиолетовых расходимостей. Условия самосогласованности конформной КТП позволяют в принципе определить величину аномальной размерности  $\gamma$  и константу  $g$ . Однако эта программа самосогласования пока не выполнена.

Конформная КТП является пределом КТП в области, где все импульсы много больше масс частиц (в единицах  $\hbar=c=1$ ), или условия, что *эффективный заряд* стремится с ростом импульсов к конст. значению.

Лит.: Mack G., Todorov I. T., Conformal-invariant Green functions without ultraviolet divergences, «Phys. Rev.», 1973, в. D 8, p. 1784; Дженив Р., Зинквейс с масштабной симметрией, пер. с англ., «УФН», 1973, т. 109, с. 743; Todorov I. T., Mintchev M. C., Petkova V. B., Conformal invariance in quantum field theory, Scuola Normale Superiore, Pisa, 1978. И. Т. Тодоров.

**КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ** — взаимно однозначное отображение областей  $n$ -мерного евклидова пространства, сохраняющее углы между кривыми. К. о. в каждой точке обладает свойством постоянства растяжений по разл. направлениям. При  $n \geq 3$  любое (гладкое) К. о. является суперпозицией вращения, растяжения, сдвига и спец. К. о. «инверсии»:  $x_i \rightarrow (x_i - z_i^0)/\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - z_i^0)^2}$ ,  $i=1, \dots, n$ , где  $z^0 = (z_1^0, \dots, z_n^0)$  — нек-рая фиксированная точка  $n$ -мерного пространства. Совокупность этих преобразований образует  $(n+1)(n+2)/2$ -параметрич. конформную группу  $U$ .

При  $n=2$  множество К. о. разнобразнее. В этом случае двумерную плоскость  $K$  удобно реализовать как пространство  $S$  комплексных чисел  $z=x+iy$ . Добавая к  $S$  бесконечно удаленную точку, рассматривают также К. о. областей расширенной комплексной плоскости  $\bar{C}$ . Отображение области  $D$  на область  $D^*$  расширенной комплексной плоскости  $\bar{C}$  конформно тогда и только тогда, когда оно либо задается нек-рой *аналитической функцией*  $f(z)$ , определенной и однолистной в  $D$ , и такой, что  $D^* = f(D)$ , либо является суперпозицией описанного преобразования и комплексного сопряжения. В первом случае К. о. сохраняет не только величины углов, но и их знаки; во втором — знаки углов меняются на противоложные. Любые две одноязыные области  $D$  и  $D^*$  в  $\bar{C}$ , границы к-рых состоят из более чем одной точки, конформно эквивалентны. При этом для произвольных точек  $z_0$  из  $D$  и  $z_0^*$  из  $D^*$  и произвольного вещественного числа  $\theta$  существует одна и только одна аналитич. и однолистная в  $D$  ф-ция  $f(z)$ , такая, что  $f(D) = D^*$ ,  $f(z_0) = z_0^*$ ,  $\arg f'(z_0) = \theta$  (теорема Рима на  $n$ ).

К. о. двумерных областей переводит всякое решение Лапласа *ирравнечия* в решение ур-ния Лапласа. Другими словами, если  $\psi(u, v)$  — гармонич. ф-ция в области  $D^*$ , а ф-ция  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  конформно отображает область  $D$  на  $D^*$ , то ф-ция  $\psi(u(x, y), v(x, y))$  есть гармонич. ф-ция в области  $D$ . Этим обусловлено применение К. о. в задачах электростатики, гидро- и аэродинамики и др.

**Примеры.** 1) Дробно-линейное преобразование  $f(z) = (az+b)/(cz+d)$ ,  $ad-bc \neq 0$  конформно отображает расширенную комплексную плоскость  $\bar{C}$  на себя. При этом всякая окружность переходит снова в окружность (считается, что прямая есть окружность бесконечного радиуса, проходящая через бесконечно удалённую точку). Тем самым дробно-линейное преобразование конформно отображает внутренность любого круга на внутренность или внешность некоего другого круга. Точки  $z$  и  $z^*$  наз. сопряжёнными к окружности  $\Gamma$ , не являющейся прямой, если они лежат на одном луче, исходящем из центра окружности, и произведение их расстояний от центра равно квадрату радиуса. Если  $\Gamma$  — прямая, то точки  $z$  и  $z^*$  наз. сопряжёнными, если одна из них переходит в другую при отражении относительно  $\Gamma$ . Всякое дробно-линейное преобразование переводит точки  $z$  и  $z^*$ , сопряжённые относительно  $\Gamma$ , в точки  $f(z)$  и  $f(z^*)$ , сопряжённые относительно  $f(\Gamma)$ . Последнее свойство весьма полезно при выборе конкретных дробно-линейных преобразований.

2) Степенная функция  $f(z) = z^\alpha$ , где  $\alpha$  — положительное число, конформно отображает сектор  $\varphi_1 < \arg z < \varphi_2$  в сектор  $\alpha\varphi_1 < \arg z < \alpha\varphi_2$ , если  $-\pi < \varphi_1 < \varphi_2 \leq \pi$  и  $\alpha(\varphi_2 - \varphi_1) \leq 2\pi$ . При нарушении последнего неравенства ф-ция  $f(z)$  перестаёт быть однолистной в секторе  $\varphi_1 < \arg z < \varphi_2$ .

3) Показательная ф-ция  $f(z) = e^z$  конформно отображает полосу  $0 < \text{Im } z < 2\pi$  в единичный круг с разрезом вдоль вещественной оси. Полуоси. При этом прямая  $\text{Im } z = \varphi$  переходит в луч  $\arg z = \varphi$ .

4) Функция Жуковского  $f(z) = 1/2(z + 1/z)$  конформно отображает внешность единичного круга на внешность отрезка  $[-1, 1]$  вещественной оси. При этом окружность  $|z| = r$  переходит в эллипс с полуосями  $1/2(r + 1/r)$  и  $1/2(r - 1/r)$  и с фокусами в точках  $\pm 1$ .

5) Формула Кристоффеля — Шварца даёт интегральное представление ф-ции  $f(z)$ , отображающей верх. полуокружность  $\text{Im } z > 0$  на внутренность многоугольника с вершинами  $A_k$  и углами при вершинах  $\alpha_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ):

$$f(z) = C \int_{z_0}^z dt \prod_{k=1}^n (t - a_k)^{\alpha_k - 1} + C_1,$$

где  $C, C_1$  — комплексные постоянные,  $a_k$  — действит. числа,  $a_k = f^{-1}(A_k)$ ,  $(t - a_k)^{\alpha_k - 1}$  — однозначные при  $\text{Im } t > 0$  ветви ф-ций, положительные при  $t > a_k$ ;  $z_0 < a_1$ , и точка  $f(z_0) = C_1$  лежит на отрезке  $A_n A_1$ . Тройку чисел из  $a_k$  можно задавать произвольно, остальные постоянные определяются однозначно. Эта ф-ла справедлива и для многоугольников, у к-рых одна или неск. вершин лежат в бесконечно удалённой точке.

Лит. см. при ст. Аналитическая функция. Б. И. Завьялов.

**КОНФУЗОР** (от лат. confundo — вливаю) — участок проточного канала в виде суживающейся трубы обычно круглого или прямоугольного сечения. В случае, когда в К. поступает поток жидкости или газа со скоростью, меньшей местной скорости звука, давление при переходе от широкого входного к узкому выходному сечению падает, а скорость и, следовательно, кинетич. энергия потока возрастают, т. е. течение имеет характер, обратный течению в диффузоре. При дозвуковых скоростях течения К. — то же, что *соглас*. Если скорость течения на входе в К. превышает местную скорость звука, в К. происходит торможение потока, к-рое может приводить к образованию ударных волн.

**КОНЦЕНТРАТОР** акустический — устройство для увеличения интенсивности УЗ (амплитуды колеб. смещения частиц). По принципу действия различны два типа К.: фокусирующие, или высокочастотные, и стержневые, или низкочастотные.

Фокусирующие К. увеличивают интенсивность звука в нек-рой части пространства по сравнению с интенсивностью у поверхности УЗ-излучателя. Действие их основано на *фокусировке звука*, поэтому в них могут быть применены любые фокусирующие устройства — *линзы акустические*, рефлекторы и др.

Наиб. распространены К., в к-рых используются фокусирующие эл.-акустич. преобразователи. По форме такие преобразователи представляют собой часть сферич. или цилиндрич. оболочек, иногда — полный цилиндр, работающие на резонансной частоте колебаний по толщине, составляющей от неск. сотен кГц до неск. МГц. Применяются также цилиндрич. К., работающие в диапазоне частот от единиц до десятков кГц на резонансной частоте радиальных колебаний. Интенсивность звука в фокальной области фокусирующих преобразователей сферич. формы достигает неск. кВт/см<sup>2</sup>. Излучатели цилиндрич. формы создают меньшую концентрацию энергии, однако имеют большую фокальную область, вытянутую вдоль оси.

Стержневой К. служат для увеличения амплитуды колеб. смещения частиц (колеб. скорости частиц) в низкочастотном УЗ-диапазоне; представляют собой твёрдый стержень перем. сечения или перем. плотности, присоединяемый к излучателю более широким концом или частью с большей плотностью материала. Увеличение амплитуды смещения тем больше, чем больше различие диаметров или плотностей противоположных торцов стержня. Такие К. применяются в УЗ-технологии и являются составной частью колеб. УЗ-систем, работающих в диапазоне частот от 48 до 100 кГц. Стержневой К. можно рассматривать как акустич. волновод, в к-ром распространяется одна нулевая мода колебаний, характеризующаяся по ст. амплитудой по сечению. Макс. линейный размер широкого конца концентратора  $D$  должен быть меньше  $\lambda/2$  (где  $\lambda$  — длина волны в материале концентратора). Работа К. обычно на резонансной частоте, поэтому длина концентратора  $l$  должна быть резонансной, т. е. кратна целому числу полуволн:  $l = n\lambda/2$ , где  $n=1, 2, 3, \dots$ . При заданной частоте  $\lambda$  зависит от формы К. вследствие *дисперсии звука* в волноводе с перем. сечением.

К. с перем. плотностью обычно изготавливают в виде двух соединённых между собой стержней из разных материалов длиной  $\lambda/4$  с одинаковым поперечным сечением.

К. классифицируют по форме продольного сечения (рис. 1), по форме поперечного сечения (круглый, кле-

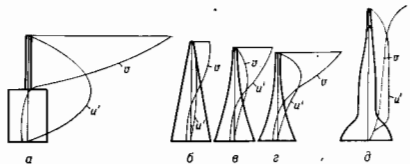


Рис. 1. Сечения круглых простых одноступенчатых концентраторов продольных колебаний: а — ступенчатый, б — конический, в — вогнутый, г — катеноидальный,  $\theta$  — гауссов (амплитудный); кривые показывают распределение амплитуд колебательной скорости  $v$  и деформации  $\epsilon$  по длине концентратора.

нообразный и др.), по кол-ву элементов с разл. профилем продольного сечения (простой, составной — рис. 2), по форме ср. линии (прямолинейный, изогнутый), по типу колебаний К. (продольные, сдвиговые, крутильные).

Коэф. усиления стержневого К.  $K = \xi_1/\xi_0$ , где  $\xi_1$  и  $\xi_0$  — амплитуды смещения соответственно на его узком и широком концах. При гармонич. колебаниях с круговой частотой  $\omega$  амплитуда колеб. скорости

$v = \omega \xi$  и, следовательно,  $K = v_1/v_0$ . Для ступенчатого К.  $K = N^2$ , где  $N = R_1/R_0$ , а  $R_1$  и  $R_0$  — радиусы узкого (выходного) и широкого (входного) тордов соответственно. Для эквиполюсного К.  $K = N$ , для катеноидального  $K = N/[\cos(2\pi l/\lambda)]$ , для конического  $K < N$ , и всегда  $K < 4,6$ . Макс. амплитуда колеб. скорости  $v_{\max}$ , получаемая на узком конце стержневого К., зависит от свойства его материала — разрушающего усталостного напряжения  $F$  — и волнового сопротив-



ления  $\rho c$  (где  $\rho$  — плотность,  $c$  — скорость звука), а также от безразмерной ф-ции  $\Phi$ , зависящей только от формы К.:  $v_{\max} = \Phi F/\rho c$ .

Лит.: Розенберг Л. Д. Фокусирующие излучатели ультразвука, в кн.: Источники мощного ультразвука, М., 1967; Физическая акустика, под ред. У. Мозера, пер. с англ., т. 1, ч. Б, М., 1967, гл. 6; Каневский И. Н., Фокусировка звуковых и ультразвуковых волн, М., 1977. И. Н. Каневский. **КОНЦЕНТРАЦИЯ** (от латинск. concentratio — сосредоточение) — величина, определяющая отношение кола компонента (числа атомов или молекул, массы, числа молей) к объёму всей системы (двух- или многокомпонентного вещества — сплава, раствора, хим. соединения, механич. смеси и т. п.). Т. о., существует три вида К.: К. молекул, массовая К. и молярная К. К. — размерная величина, выражается в  $см^{-3}$ ,  $л^{-1}$ ,  $г/см^3$ , моль/л и т. д.

К понятию К. ранее относили также массовую, объёмную и молярную доли — отношения соответствующих кол-в компонента к общему кол-ву вещества в тех же единицах измерения. Доли — величина безразмерная, она часто выражается в процентах. В физике иногда употребляют понятия поверхностной и линейной К. атомов (или молекул) — число частиц, приходящееся на единицу площади или длины исследуемого объекта. К понятию К. близко примыкают массовое отношение, объёмное отношение и молярность — отношения массы, объёма и кол-ва в-ва в молах компонента к кол-ву остальной части системы в соответствующих единицах.

Важность определения К. обусловлена гл. обр. зависимостью от неё большинства физ., хим., биол. и др. характеристик изучаемых объектов, к-рая, в свою очередь, позволяет измерять К. Совокупность методов определения К. составляет предмет хим. анализа. Совр. методы определения К. включают в себя хим., физ.-хим. и физ. методы. Необходимость повышения чувствительности, точности, быстроты действия и др. характеристик анализа стимулирует развитие аналитич. приборостроения, эталонов и метрологич. систем. Возможности измерений К. в разл. уникальных и экзотич. объектах позволили обнаружить органич. молекулы в межпланетном пространстве, производить исследования состава планет, др. космич. объектов, биол. среды, высокотемпературной плазмы смеси инертных газов и т. д. Задачи совр. микроэлектроники привели к разработке методов измерения поверхностных концентраций до  $10^9$  ат/см<sup>2</sup>, к лазерному обнаружению единичных атомов и молекул (см. Лазерная спектроскопия).

Ю. Н. Любимов.

**КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ** в теории упругости — сосредоточение больших напряжений на малых участках, прилегающих к местам с разл. рода изменением формы поверхности или сечения деформированного тела. Факторами, обуславливающими К. и (т. н. концентраторы напряжений), являются отверстия, неровности, трещины, выточки, пады, резцы, углы, выступы, острые края, резба, а также разл. шероховатости поверхности (риски, царапины, метки, сварные швы и т. п.). Для распределения напряжений в зоне концентрации характерно резкое изме-

нение напряжённого состояния, сопровождаемое быстрым затуханием напряжений при удалении от этой зоны (рис. 1, а).

При растяжении широкого образца толщиной  $h$  с двусторонней выточкой, имеющей форму гиперболы

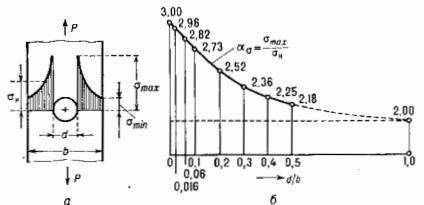


Fig. 1. Концентрация напряжений при растяжении носовы шириной  $b$  с круговым отверстием диаметра  $d$  силой  $P$ .

(рис. 2), наибольшие напряжения  $\sigma_{\max}$  будут на вершине выточки в её вершине. Для различных  $a/p$  в вершине выточки

$$\sigma_{\max} = p \frac{2(a/p+1) \sqrt{a/p}}{(a/p+1) \operatorname{arctg} \sqrt{a/p} + a/p} \quad (1)$$

(где  $a = 1/2$  ширины образца между выточками,  $p$  — радиус кривизны выточки,  $p = P/2ah$  — т. н. номинальное напряжение, равное среднему нормальному растягивающему напряжению  $P$  по наб. узкому поперечному сечению образца). Из ф-лы (1) видно, что  $\sigma_{\max} = 2,65 p$  при  $a/p = 4$ . По мере удаления от контура выточки  $\sigma_{\max}$  быстро затухают и очень скоро становятся значительно меньше  $p$ , а при уменьшении  $p$  быстро возрастают. Чем больше макс. напряжение в месте концентрации по сравнению с  $p$ , тем резче наблюдаются затухание напряжений при удалении от наб. напряжённой зоны; это особенно резко проявляется в случае пространственного напряжённого состояния. Свойством быстрого затухания напряжений возле концентратора можно воспользоваться для уменьшения наб. напряжения, имеющегося в соседстве с данным концентратором, путём устройства дополнительного нового концентратора напряжений. Этим часто пользуются для разгрузки напряжённого состояния в де-

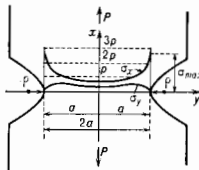


Fig. 2. Концентрация напряжений при растяжении полосы с двумя симметричными гиперболическими выточками.

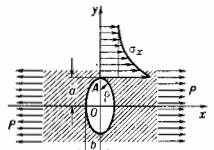


Fig. 3. Концентрация напряжений возле эллиптического отверстия в неограниченной ортотропной пластине.

тали и для получения более равномерного напряжённого состояния с плавным его изменением.

Количественной оценкой К. и. служат коэф. К. и.

$$\alpha_\sigma = \sigma_{\max}/\sigma_n, \quad \alpha_\tau = \tau_{\max}/\tau_n, \quad (2)$$

где  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  — номинальные напряжения. На рис. 1(б) приведены  $\alpha_\sigma$  в плоском образце с круговым отверстием для разл. отношений  $d/b$ .

Анизотропия упругих свойств материала оказывает сильное влияние на величину  $\alpha_\sigma$  лишь в небольшой области vicinity концентратора, а по мере удаления от

концентратора напряжений  $\alpha_0$  быстро затухает, как и в случае изотропной среды. Так, напр.,  $\alpha_0$  в точке А (рис. 3) анизотроп. отверстия, находящегося в неогранич. ортотропной пластине, характеризующейся упругими константами  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , определяется по формуле

$$\alpha_0 = \sigma_{\max} / \rho \cdot 1 + (\beta_1 + \beta_2) \sqrt{A/\rho}. \quad (3)$$

Для изотропной среды  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  и

$$\alpha_0 = 1 + 2\sqrt{A/\rho}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что в случае малых отверстий номинальным напряжением  $\sigma_0$  будут напряжения  $p$  в соответствующей точке ослабленной пластинки, находящейся под действием той же системы внеш. усилий, что и ослабленная данным отверстием пластинка.

Различают теоретический коэф. К. и., определяемый методами классич. теории упругости [Ф-лы (1), (3)], и техн. коэф. К. и., учитывающий структуру и пластич. свойства материала. Коэф. К. и. зависит гл. обр. от радиуса кривизны поверхности концентратора в окрестности точки с наиб. напряжением; при неогранич. уменьшении радиуса кривизны теоретич. коэф. К. и. неограниченно возрастает, что не подтверждается экспериментально. Поэтому при малых  $r$  величина  $\alpha_0$  условная, т. е. в зоне К. и. перемещения не являются малыми, и при сравнении с величиной кристалла (для кристаллич. материалов) тернет силу основное допущение теории упругости — гипотеза идеальной сплошности среды. Эксперименты по определению предела выносливости образцов с выточками показывают, что существует предельное значение  $r$  для выточек, после уменьшения  $r$  того не наблюдается уменьшения предела выносливости образца. Так, для мягкой стали таким радиусом будет  $\rho \approx 0,5$  мм, для алюминия  $\rho \approx 0,1-0,15$  мм. Техн. коэф. К. и. определяется экспериментально и всегда остается ограниченным.

К. и. часто является причиной возникновения и развития усталостных трещин, а также статич. разрушения деталей из хрупких материалов. Внесение концентратора напряжений вызывает также снижение предела усталости образца и смещение кривой усталости. Отношение предела усталости образца без К. и. ( $\sigma_{-1}$  или  $\tau_{-1}$ ) к пределу усталости образца с К. и. ( $\sigma_{-1k}$  или  $\tau_{-1k}$ ), имеющего такие же абсолютные размеры сечений, как и нервы, наз. э ф ф е к т и в н ы м коэф. К. и. ( $k_\sigma$  или  $k_\tau$ ):  $k_\sigma = \sigma_{-1}/\sigma_{-1k}$ ;  $k_\tau = \tau_{-1}/\tau_{-1k}$ . Коэф.  $k_\sigma$  и  $k_\tau$  обычно меньше, чем теоретич. коэф.  $\alpha_0$  и  $\alpha_{-1}$ . Для количественной оценки атой разницы вводятся коэффициенты чувствительности материала к К. и.:  $q_\sigma = (k_\sigma - 1)/(\alpha_0 - 1)$ ;  $q_\tau = (k_\tau - 1)/(\alpha_{-1} - 1)$ . Чувствительность детали к К. и. зависит прежде всего от свойств материала, из к-рого она изготовлена.

Большинство решений о распределении напряжений в местах концентрации относится к плоским задачам теории упругости и пластичности или получено на основе упрощающих гипотез теории пласти и оболочек. Поэтому К. и. изучается в основном экспериментально (методом фотоупругости, тензометрирования и др.). В последние годы исследован ряд пространственных задач К. и. методом «замораживания» деформаций (см. *Поларизационно-оптический метод*). Для уменьшения или устранения К. и. применяются разгружающие надрезы, усиления края отверстий и вырезов ребрами жесткости, накладками и др., а также упрочнение материала в зоне К. и. разл. способами технол. обработки.

*Литт.*: Нейбер Г., Концентрация напряжений, пер. с нем., М.—Л., 1947; С а в и н Г. Н., Распределение напряжений около отверстий, К., 1968; С е р е и с е в С. В., Сопро- тивление материалов усталостному и хрупкому разрушению, М., 1975; Методы расчета оболочек, т. 1 — Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями, К., 1980.

Г. Н. Савин, В. И. Саенко.

**КООПЕРАТИВНАЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ** — люминесценция, возникающая при передаче энергии от двух

или более центров, поглощающих кванты возбужденного оптического излучения, одному центру люминесценции, К. л. является одним из видов *взаимодействия люминесценции* и позволяет преобразовывать более длинноволное (обычно ИК) излучение в более коротковолное (напр., в видимый свет). Она обнаружена экспериментально П. П. Феофановым и В. В. Осиповичем (1968) и одновременно и независимо Ф. Аузелем (Pa. Auzelle) (на разл. кристаллах с трёхвалентными редкоземельными ионами).

К. л. наблюдается при оптич. возбуждении особоб.  $p$ -и. кооперативных люминофоров (Спектрально подобранные пары редкоземельных ионов  $Yb^{3+}$  и  $Er^{3+}$ ;  $Yb^{3+}$  и  $Ho^{3+}$ ;  $Yb^{3+}$  и  $Tm^{3+}$ ;  $Yb^{3+}$  и  $Tb^{3+}$  и др.), одна из к-рых служит сенсибилизатором (обычно  $Yb^{3+}$ ), а другой — активатором, внедряются в кристаллич. матрицы и стекла. При возбуждении люминофора ИК-излучением в ближней ИК-области спектра (затке полосы с длиной волны 0,9–1,1 мкм и 1,4–1,6 мкм) возникает свечение в красной, зеленой и даже синей областях спектра. К. л. (менее эффективная) наблюдается и в отсутствие ионов сенсибилизатора.

Перенос энергии от одного или более возбужденных оптич. центров к аккумуляющему центру осуществляется путём резонансной *миграции энергии*. Увеличение интенсивности возбуждения обычно приводит к росту эффективности К. л.  $\eta$ , типичные значения к-рой достигают 0,1–1% (для лучших сооп. кооперативных люминофоров  $YOCl_3$ :  $Yb^{3+}$ ,  $Er^{3+}$  и  $NaYF_6$ :  $Yb^{3+}$ ,  $Er^{3+}$ ) при плотности возбуждения  $I \sim V/cm^2$ . Однако при более высоких  $I$  величина  $\eta$  стремится к предельным значениям, составляющим 10–20%.

Эти нелинейные свойства К. л. хорошо описываются кинетик. ур-ниями детального баланса для концентрации возбужденных ионов с учётом вероятностей разл. процессов их возбуждения и релаксации. Взаимосвязь вероятностей прямых и обратных процессов (напр., коэф. поглощения возбуждающего излучения и времени жизни возбуждённых состояний) принципиально ограничивают величину  $\eta$ . Дополнит. потери энергии возникают из-за внутривибрационной многофононной релаксации, приводящей к существ. уменьшению энергии квантов свечения по сравнению с удвоенной (или утроенной) энергией квантов возбуждающего излучения. Сложная система уровней энергии редкоземельных ионов и участие фононов решётки в процессе переноса электронного возбуждения приводит к сосуществованию разл. каналов кооперации и релаксации электронных возбуждений, отност. вклад каждого из них сильно зависит от параметров решётки, концентрации рабочих ионов и темп-ры, поэтому детальное объяснение механизма К. л. встречается существ. трудности.

Кинетика послесвечения (в т. ч. нач. разгара свечения после прекращении возбуждения), спектральная зависимость яркости свечения от концентрации рабочих ионов (при малых её значениях), а также точная структура спектров возбуждения позволяют однозначно отличить К. л. от рассмотренного (1959) Н. Бломбергеном (N. Blombergen) и независимо Дж. Вебером (J. Weber) менее эффективного процесса последоват. поглощения неск. квантов в одном и том же центре свечения (квантовые счётчики). Вместе с тем возможны разл. механизмы К. л., а именно: последовательная сенсибилизация, т. е. последовательный перенос энергии от двух или более оптич. центров (обычно ионов сенсибилизатора) к иону активатора; кооперативная сенсибилизация, т. е. одноврем. передача энергии от двух или более центров одному центру; кооперативное и с е н с у к а н и е одного кванта двумя или более ионами (напр., двумя ионами  $Yb^{3+}$ ), к-рые с учётом их взаимодействия образуют единую квантовомехан. систему. Все три механизма наблюдаются на опыте, но макс. эффективность преобразования обеспечивается лишь люминофорами с последовательной сенсибилизацией.



цией. Иногда под К. л. подразумевают только люминесценцию, идущую по третьему механизму.

Слои из полукристаллич. кооперативных люминофоров используют для изготовления светодиодов с видимым свечением на основе GaAs:Si диодов с высокой эффективностью ИК-излучения (в области 0,9–1,0 мкм), а также для приготовления экранов, визуализирующих поля излучения нек-рых ИК-лазеров (в т. ч. ИАГ: Nd<sup>3+</sup>).

Лит.: Чукова Ю. П., Антистокова люминесценция и новые возможности ее применения, М., 1980.

Ю. П. Тимофеев.

**КООПЕРАТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ** — явления в многочастичной системе, связанные с когерентным (согласованным) взаимодействием большого числа частиц (иначе говоря, с развитыми многочастичными корреляциями). Простейший пример К. я. — гидродинамич. движения (звук, теплопроводность и т. п.). Такие движения связаны с локальными изменениями термодинамич. характеристик (плотности, давления и т. д.), а также скорости и имеют достаточно большие пространств. и временные масштабы (необходимые для установления локального равновесия). К. я. происходят как в равновесных физ. системах, так и в системах разл. природы (физ., хим., биол. и т. п.), находящихся вдали от термодинамич. равновесия.

Равновесные кооперативные явления можно разделить на две группы: *критические явления*, связанные с разл. *фазовыми переходами*, и когерентные явления, связанные с установившейся макроскопич. упорядоченностью. Примером первого типа К. я. служит аномалия теплоемкости вблизи λ-точки <sup>4</sup>He, примером второго типа — отсутствие вязкости (*сверхтекучесть*) <sup>4</sup>He при темп-рах ниже λ-точки. Сверхтекучесть, как и сверхпроводимость, представляет собой пример квантовых К. я., при к-рых квантовая когерентность проявляется в макроскопич. масштабах. К такого же рода явлениям относится и неустойчивость Пайерлса — Фрелиха, наблюдаемая в ряде квазидвумерных металлич. и органич. соединений и приводящая к появлению пространств. модуляции электронной плотности (т. н. *волны зарядовой плотности*). Причиной неустойчивости Пайерлса — Фрелиха является, как и в случае сверхпроводимости, электрон-фононное взаимодействие. Хорошо известные примеры К. я. — ферромагнетизм и антиферромагнетизм — явления, связанные с установлением дальнего магн. порядка того или иного типа. Когерентные явления в упорядоч. фазах вещества, как правило, можно описать в терминах слабо взаимодействующих квазичастиц (фононов и ротоннов в сверхтекучем <sup>4</sup>He, спиновых волн в магнетиках и т. п.). Критич. явления при фазовых переходах 2-го рода не допускают такого описания, они связаны с интенсивным взаимодействием большого кол-ва флуктуирующих степеней свободы.

Неравновесные кооперативные явления имеют место в открытых системах, далёких от термодинамич. равновесия, их существование связано с диссипацией энергии. Нек-рые из них обусловлены возникновением в неравновесной системе макроскопич. пространств. когерентности (*диссипативной структуры*); они в значит. степени аналогичны равновесным К. я. при термодинамич. фазовых переходах. К ним относятся: когерентное излучение лазера (пример квантового неравновесного К. я.), неустойчивость Рэлея — Бенара, возникающая в нагреваемом снизу слое жидкости, образование пространственно неоднородных структур при нек-рых хим. реакциях, а также в процессе морфогенеза (см. также *Неравновесные фазовые переходы*). Успешное описание процессов в лазере вблизи порога генерации в терминах *Ландау теории фазовых переходов* 2-го рода положило начало построению единого подхода к неравновесным К. я., составляющего предмет нового научного направления — *синергетики*. Общая идея такого подхода состоит в следую-

щем: при достаточно высокой степени неравновесности (мощности накачки в лазере, температурном градиенте в неустойчивости Рэлея — Бенара) тривиальное (бесструктурное) состояние системы становится неустойчивым по отношению к малым флуктуациям; анализ динамич. ур-ний в линейном приближении позволяет определить те моды (степени свободы), к-рые первыми теряют устойчивость; вблизи порога неустойчивости эти (критич.) моды релаксируют наиб. медленно, что даёт возможность исключить из динамич. ур-ний остальные (некритич.) моды и получить эфф. нелинейные ур-ния для амплитуд критич. мод (*параметров порядка*). В тех случаях, когда критич. моды обладают лишь пространственной (но не временной) структурой (как во всех приведённых примерах), ур-ния для параметров порядка аналогичны ур-ниям теории Ландау. Это позволяет определить функционалы распределения вероятностей разл. состояний системы, формально сходные с распределением Гиббса.

Ряд важных неравновесных К. я. связан с появлением временных (или пространственно-временных) структур, напр.: осцилляции тока в диоде Ганна, осцилляции плотностей хим. компонентов в реакции Белоусова — Жаботинского и численностей разл. видов животных в экологич. системах, распространение электрич. волн в нервных клетках и т. п. Динамич. ур-ния для параметров порядка таких систем (активных сред) не допускают построения распределений вероятности, сходных с распределением Гиббса. Общего статистич. подхода к описанию активных сред в настоящее время не существует. Один из наиболее интересных типов волновых К. я. в активных средах — *автомолны*.

Особый тип К. я., к-рые нельзя отнести ни к критическим (в обычном смысле), ни к когерентным, представляют явления, связанные с процессами замерзания в стёклах (структурных, спиновых, электрич. и т. п.). Замерзание стёкол, в отличие от обычных фазовых переходов, не приводит к изменению симметрии системы, однако качественно изменяет макроскопич. свойства системы (в частности, структурные стёкла, как и кристаллы, обладают конечным модулем сдвига, что отличает их от жидкостей). Структурные стёкла образуются при быстром охлаждении чистых веществ (напр., SiO<sub>2</sub>) или сплавов. Состояние стекла является метастабильным, за очень большое время (порядка сотен лет для SiO<sub>2</sub>) стекло кристаллизуется. В этом смысле структурные стёкла не являются равновесными системами, однако они также принципиально отличаются от неравновесных диссипативных структур, существующих за счёт притока энергии извне. Естественно называть происходящие в них процессы *квазиравновесными* кооперативными явлениями. Кооперативный характер процесса замерзания структурных стёкол проявляется, в частности, в температурной зависимости вязкости η охлаждаемой жидкости при темп-рах T выше точки замерзания T<sub>0</sub>, к-рая описывается эмпирич. законом Вугеля — Фулчера:  $\eta \sim \exp[\epsilon_0/k(T - T_0)]$ . Существование конечной темп-ры замерзания T<sub>0</sub> указывает на кооперативный характер релаксации в стёклах, в отличие от обычных активац. процессов, подчиняющихся закону Аррениуса:  $\eta \sim \exp(\epsilon/kT)$ .

*Спиновые стёкла* представляют собой неупорядоч. твёрдые растворы магн. атомов в немагнитных со случайным (зависящим от конкретной реализации раствора) знакомперем. взаимодействием между магн. моментами. Образование к.-л. регулярной структуры в такой системе невозможно. Тем не менее при понижении темп-ры T из-за взаимодействия между спинами процессы спиновой релаксации замедляются, причём для макс. времени релаксации хорошо выполняется закон Вугеля — Фулчера, и при T < T<sub>0</sub> возникают ненулевые ср. магн. моменты на отд. атомах (средний по системе момент при этом отсутствует). Наиб. характерной чер-

той состоянии спинового стекла является существование в нём очень широкого спектра времён релаксации. Огромные времена релаксации в стеклах соответствуют одновременно изменениям конфигурации очень большого числа спинов, порядка их полного числа. В этом смысле явления, происходящие в спиновых стеклах, можно назвать суперкооперативными. Электрич. аналогами спиновых стёкол являются неупорядоч. твёрдые растворы, содержащие полярные группы атомов. Электрич. дипольное взаимодействие между холерными группами, будучи знакосопротивным, приводит при достаточно низких температурах к образованию замёрзшей хаотической конфигурации дипольных моментов. Основные свойства спиновых стёкол обнаруживаются и у электрических стёкол.

М. В. Фейдальман.

**КОординатные детекторы** (позиционно-чувствительные детекторы) — детекторы элементарных частиц, ядерных фрагментов, тяжёлых ионов, способные с высокой точностью локализовать отдельные точки их траекторий. С помощью К. д. определяют место прохождения, углы вылета, а по отклонению в магн. поле — импульсы заряж. частиц. К. д. позволяют реконструировать сложную пространств. картину взаимодействия ядерных частиц в веществе, в т. ч. множественного рождения, каскадного размножения, рассеяния и излучения.

Различают трековые (визуальные) К. д. (Вильсона камера, диффузионная камера, разрядно-конденсационная камера, пузырьковая камера, искровая камера, стримерная камера, ядерная фотографическая эмульсия); годоскопич. К. д., содержащие плотно упакованные детекторы малого размера [ионизационные камеры, Гейгера счётчики, разрядные трубки, стримерные трубки (дрейфовые), сцинтилляционные детекторы и полупроводниковые детекторы, приборы с зарядовой связью (ПЗС-детекторы)]; многоэлектрод-

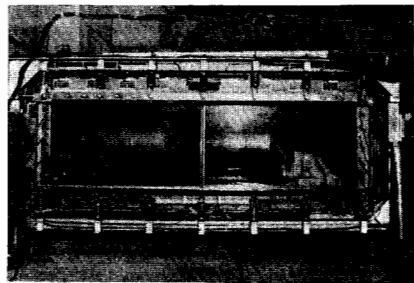


Рис. 1. Пакет плоских дрейфовых камер (размером 5 м × 0,8 м) с  $\sigma = 0,2$  мм.

ные (многопроволочные) К. д. [газовые и жидкостные ионизацион. камеры, пропорциональные камеры, дрейфовые камеры (рис. 1), стримерные полупроводниковые детекторы]. Координаты траекторий частиц определяют по их трекам (следам) в трековых координатных детекторах или по номерам каналов (проволочек), где возникает сигнал.

Действие К. д. основано на локальном преобразовании малых порций энергии, затраченных частицей на ионизацию и возбуждение атомов вещества, в макроскопич. сигнал, несущий информацию о месте прохождения частицы. Это достигается с помощью лавинообразного усиления в метастабильной рабочей среде трекового К. д. (пересыщенный пар и т. п.) либо за счёт ускоряющего электрич. поля и (или) благодарн внеш.

электронному устройству (усилителю, фотозлектронному умножителю и т. п.).

Из-за диффузии электронов и ионов, образованных на пути частицы, их дрейфа в электрич. поле, уширения треков ионизации в процессе усиления (или следа в трековом К. д.), а также вследствие дискретной структуры К. д. (рис. 2, а) измеренная координата  $x$  к-л. точки траектории частицы отличается

на величину  $\Delta x$  от её истинного значения. Среднеквадратичное отклонение значений  $\Delta x$  (рис. 2, б) определяет координатное разрешение  $\sigma$  детектора. Как правило,  $\sigma \leq 1$  мм (табл.).

В ядерной фотоумнольсии, небольших пузырьковых ка-

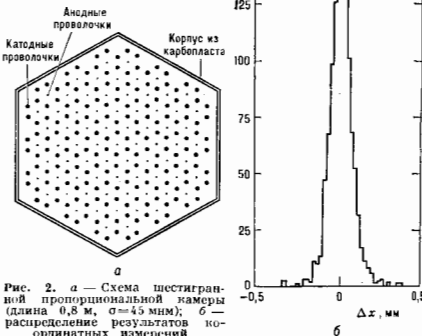


Рис. 2. а — Схема шестигранной пропорциональной камеры (длина 0,8 м,  $\sigma = 4,5$  мм); б — распределение результатов координатных измерений.

мерах с голографией, регистрацией треков, в стримерных камерах высокого давления, стримерных детекторах и матрицах ПЗС  $\sigma = 0,5 - 2,5$  мкм. Благодаря столь высокому разрешению их используют в качестве т. н. верхних детекторов при исследовании частиц высоких энергий для получения детальной информации о процессах в «вершине» взаимодействия (см. *Комбинированные системы детекторов*). Варьируя расстояния между электродами, состав вещества, режим (температура, давление, напряжённость электрич. поля, а в управляемых К. д. — амплитуду, длительность и запаздывание управляющего импульса), можно увеличить координатное разрешение. В многопроволочных К. д.

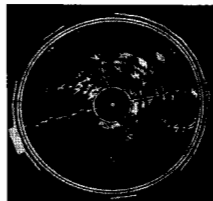


Рис. 3. Двухчастный распл. 2'-бозона (на экране дисплея ЭВМ), зарегистрированный дрейфовый камерой ускорителя-коллайдера Лаборатории нлз. Э. Ферми (США).

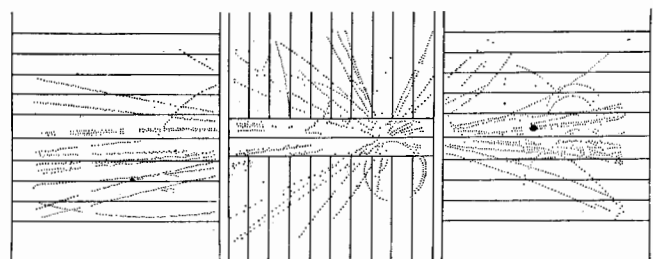
этой цели иногда достигают, определяя координаты «центра тяжести» распределения амплитуд сигналов, наведённых на ближайшие к месту прохождения частицы сигнальные проволочки. Аналогичный метод используют в годосковических и многопроволочных лив-

Координатное разрешение детекторов

	σ, мм		Способ увеличения разрешающей способности	
	Объёмное	Рез. по длине		
Трековые	Камера Вильсона . . .	0,3	0,04	Уменьшение запаздывания расширения. Увеличение давления газа. Уменьшение размера нузырьков. Голографич. регистрация следов. Повышение давления газа. Понижение темп-ры до -50-80 °С. Лазерный режим работы. Повышение давления. Голографич. регистрация треков
	Пузырьковая камера . . .	0,1	0,008	
	Искровая камера . . .	0,3	0,03	
	Стрименная камера . . .	0,2	0,025	
	Ядерная фотоэмульсия . . .	0,001	0,0005	
Годоскопические	Газовые ионизационные камеры . . .	10	—	Сокращение размеров. Уменьшение диаметра трубки. Уменьшение диаметра. Улучшение временного разрешения. Сокращение размеров. Сокращение размера ячейки
	Счётчики Гейгера . . .	3	—	
	Разрядные трубки . . .	3	—	
	Стрименные (дрейфовые) трубки . . .	0,5	0,1	
	Сцинтилляционные счётчики . . .	3	—	
Многопроволочные	Сцинтилляционные волокна . . .	0,5	0,01	Улучшение временного разрешения. Уменьшение шага сигнальных проволочек. Использование многослойных камер. Улучшение временного разрешения; повышение давления газа
	Полупроводниковые детекторы . . .	5	—	
	Матрицы ПЗС . . .	0,01	—	
	Жидкостная ионизационная камера . . .	0,1	0,01	
	Пропорциональная камера . . .	0,5	0,3	
	Дрейфовая камера . . .	0,2	0,05	Улучшение временного разрешения; повышение давления газа
	Кремниевый стриповый детектор . . .	0,02	0,005	

вевых спектрометрах (спектрометрах нового поколения) для определения координат частицы, образующей эл.-магн. или электронно-ядерный ливень. Здесь  $\sigma = \sqrt{3-6} / \sqrt{\epsilon} \text{ (ГэВ)}$  мм, где  $\epsilon$  — энергия частицы (улучшение  $\sigma$  с ростом  $\epsilon$  связано с увеличением числа спектрометрич. каналов, используемых для определения координат центра тяжести ливня). Т. к. в каждой плоскости годоскопического или многопроволочного К. д., как прав-

Рис. 4. Многочастичное событие, зарегистрированное дрейфовыми камерами на ускорителе-коллайдере (ЦЕРН).



до, определяется только одна координата ( $x$ ), то для измерения др. координаты ( $y$ ) соседние параллельные плоскости К. д. вворачивают на 90° относительно друг друга. В тех случаях, когда допустима меньшая точность измерений второй координаты (напр., при из-

мерении импульса частицы по магн. отклонению), её определяют, снимая сигналы с электродов др. полярности, методом деления токов на сигнальной проволочке, во времени распространяя сигнала вдоль электрода и т. д.

Информация от многоканальных К. д. передаётся для обработки на ЭВМ и может быть визуализована на экране дисплея (рис. 3). Фильмовая информация с трековых К. д. обрабатывается на просмотрных автоматизированных устройствах. Развиваются и бесфильмовые методы съёма трековой информации на основе передаваемых телевизионных трубок или матриц ПЗС, объединённых с электронно-опич. усилителями. При этом различие между трековыми, годоскопическими и многопроволочными К. д. стирается.

К. д. используются в экспериментах на ускорителях (рис. 4), для решения задач ядерной физики и при исследовании космич. излучения. Применение К. д. сделало возможным обнаружение нек-рых элементарных частиц и их распадов. К. д. применяют также в др. исследованиях, связанных с регистрацией частиц: в физике плазмы, в гамма- и нейтринной астрономии, при изучении радиоакт. распада, для целей неразрушающего контроля и в медицине.

Лит.: Kleinkecht K., Particle detectors, «Phys. Rep.», 1982, v. 84, № 2, p. 85; С и т а р В., Новые направления в развитии дрейфовых камер, «ЭНАЭ», 1987, т. 18, в. 5, с. 1080; Труды Международного симпозиума по координатным детекторам в физике высоких энергий, Дубна, 22—25 сентября 1987, Дубна, 1988. Г. И. Мерзон.

**КОординАТЫ Астрономические** (от лат. со — приставка, означающая совместность, и ordinatus — унорядоченный, определённый). Большинство координатных систем в астрономии являются сферическими и основываются на понятии небесной сферы. Под небесной сферой понимается сфера произвольного радиуса (обычно условно принимаемого равным единице) с центром, совпадающим с началом (центром) заданной системы отсчёта. В качестве центра системы может быть выбрана любая точка, напр. положение наблюдателя (топоцентрич. система), центр масс Земли (геоцентрическая), баричентр Солнечной системы (баричентрическая или гелиоцентрическая), центр Галактики (галактоцентрич. система) и т. д. Выбор системы координат на небесной сфере фиксируется: избранной точкой (северным полюсом системы); большим кругом  $L$ , задаваемым пересечением небесной сферы с плоскостью, перпендикулярной проходящему через полюс диаметру сферы; точкой на  $L$ , от к-рой начинается отсчёт  $L$  вдоль этого круга. В установленной т. о. системе положение объекта определяется двумя угл. координатами: отрезком дуги большого круга, проходящим через

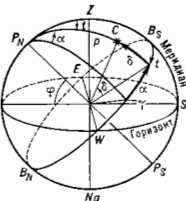
объект и полюс системы, и дугой осн. большого круга, заключённой между начальной отсчётной точкой и точкой пересечения с большим кругом, проходящим через объект и полюс. Если не оговорено особо, то небесная координата измеряется в градусной мере в обе стороны

от осн. большого круга  $L$  (т. е. от 0 до  $+90^\circ$  в северном полушарии и до  $-90^\circ$  — в южном), вторая же координата измеряется в градусной или часовой мере (от 0 до  $360^\circ$  или от 0 до 24 ч). Отсчёт ведётся против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса координатной системы.

Наиболее часто применяются следующие системы К. а.

**Горизонтальная система.** Полюс — точка зенита, осн. круг — линия астр. горизонта, на к-рой фиксируется начало отсчёта (обычно точка юга  $S$ ). Координатами объекта в горизонтальной системе являются его высота  $h$  (или зенитное расстояние  $z=90^\circ-h$ ) и азимут  $A$ , отсчитываемый от точки юга вдоль горизонта.

**Экваториальная система** (рис.). Полюс — с в е р н ы й полюс мира  $P_N$  (одна из точек пересече-



Экваториальная система координат:  $P_N$  и  $P_S$  — северный и южный полюсы мира;  $\phi$  — широта места наблюдений;  $Z$  и  $N_0$  — зенит и надир;  $E, S, W$  и  $N$  — точки востока, юга, запада и севера; остальные обозначения см. в тексте.

ния небесной сферы с прямой, проходящей через её центр и параллельной оси вращения Земли), осн. круг системы — в е с е н н ы й а к т у а л  $EB_0S$  и  $W_0N$  (большой круг небесной сферы, плоскость к-рого перпендикулярна осн. вращения Земли). В качестве отсчётной точки фиксируется точка весеннего равноденствия  $\gamma$  (одна из точек пересечения небесного экватора с эклиптической (см. ниже)). Координаты объекта ( $C$ ) — склонение  $\delta$  (или полярное расстояние  $\rho=90^\circ-\delta$ ) и прямое восхождение  $\alpha$ . В другом, часто используемом варианте экваториальной системы второй координатой является часовой угол объекта  $t$  — двугранный угол между плоскостью небесного меридиана ( $P_NZP_0SNa$ ) и плоскостью, в к-рой находится круг склонений (т. е. большой круг, проходящий через полюс мира и объект). Часовой угол обычно отсчитывается в часовой мере в обе стороны от южной точки небесного экватора  $B_S$  (от 0 до  $+12$  ч к западу и до  $-12$  ч к востоку).

**Эклиптическая система.** Полюс — точка пересечения небесной сферы с перпендикуляром к плоскости орбиты Земли (северный полюс эклиптики). Осн. круг — э к л и п т и к а (большой круг небесной сферы, плоскость к-рого параллельна плоскости орбиты Земли). Координаты объекта — эклиптика, широта  $\beta$  и эклиптика, долгота  $\lambda$ , отсчитываемые от точки  $\gamma$ .

**Галактическая система.** Полюс — точка на небесной сфере, имеющая экваториальные координаты:  $\alpha=12$  ч 49 мин,  $\delta=27,4^\circ$  (направление нормали к плоскости Галактики). Осн. круг системы — пересечение плоскости Галактики с небесной сферой — галактич. экватор. Координаты объектов — галактич. широта  $b$  и галактич. долгота  $l$ , отсчитываемая от направления на центр Галактики вдоль галактич. экватора в сторону возрастания прямых восхождений.

Точки, определяющие системы, непрерывно перемещаются в пространстве, поэтому для полного описания системы К. а. необходимо указание эпохи (момента времени), к к-рой относится положение определяющих точек, а также знание законов перемещения этих точек. Для заданного момента времени координаты объекта в разл. системах связаны между собой обычными  $\phi$ -лами переноса начала и новорота осей, а выбор коор-

динатной системы целиком определяется особенностями решаемой задачи и не имеет динамич. значения. Для решения задач астрономии и нек-рых прикладных наук необходимо материальное воплощение координатной сетки на небесной сфере. Такой реализацией системы К. а. является задание положений и собственных движений нек-рой совокупности конкретных объектов. Наблюдая эти объекты одновременно с исследуемым объектом, можно определить его координаты. Осн. требования, предъявляемые практикой к подобной реализации, — хорошее покрытие всего неба объектами с известными координатами, удобство их наблюдения существующими средствами, точная информация о движении этих объектов для сохранения со временем достоверности и точности воспроизведения координатной системы. Существуют три класса объектов для систем К. а.

Во-первых, это тела Солнечной системы, теория движения большинства к-рых разработана с высокой степенью точности. Недосток этой системы К. а. — малое кол-во волюндошащих её объектов, а также трудности их наблюдений, связанные с наличием у них неравномерно светящегося диска, фазы и т. д.

Во-вторых, звёзды нашей Галактики, положения и собственные движения к-рых задают координатную сетку для любого момента времени. Средню (свободные от прецессионного и нутационного перемещений, см. Прецессия, Нутация) экваториальные координаты избранных звёзд определяют фундам. систему координат данной эпохи. Она отличается от идеализированной инерционной системы остаточным вращением, обусловленным ошибками определений собственных движений звёзд, а также неточным знанием скорости прецессионного вращения. Фундам. система фиксируется фундам. каталогом. С 1984 в качестве международного стандарта выдён Пятый фундам. каталог  $FK_5$ . Для учёта вращения фундам. системы относительно идеализированной инерционной системы необходимо задать постоянную прецессию, значение к-рой можно найти из наблюдений лишь при нек-рых условиях, палатаемых на собственные движения звёзд.

В-третьих — квазары, к-рые можно наблюдать и в оптич., и в радиодиапазонах длин волн. Инерциальная система координат, осн к-рой реализуются направлениями на вьетагалактич. радиоисточники, а начало координат связано с баристром Солнечной системы, необходима для задач астрономии и геодинамики. Эта система координат будет основываться на наблюдениях при помощи радиоинтерферометров с длинными базами.

Лит.: Куликов К. А., Курс сферической астрономии, 3 изд., М., 1974; Подольский В. В., Нестеров В. В., Общая астрономия, 2 изд., М., 1982; Н. В. Несеров.

**КООРДИНАЦИОННАЯ СВЯЗЬ** (донорно-акцепторная связь) — химическая связь между атомами и молекулами, обычно не имеющими несвязанных электронов. Одна из частей при образовании такой связи является донором пары электронов, а другая — акцептором. Акцептором чаще всего служат положительно заряж. ионы, донор же имеет свободную неподделённую пару электронов, к-рая при образовании К. с. становится общей. В координац. соединениях, образованных металлами и лигандами (молекулами, содержащими донорные центры), в качестве доноров обычно выступают ал.-отрицат. атомы N, O, F, Cl и пр. Типично К. с. присутствует в комплексах переходных металлов с аммиаком  $NH_3$ , этилендиамином  $NH_2CH_2CH_2NH_2$  или диэтилентриамином  $NH_2CH_2CH_2NHCH_2CH_2NH_2$ . Предполагалась на сфере центр. атома, донорные центры обычно стремятся создать около этого атома октаэдрич. окружение (с атомом металла координируются 6 молекул аммиака, 3 молекулы этилендиамина или 2 молекулы диэтилентриамина).

К. с. между атомами переходных металлов и эд.-отрицат. донорными центрами по существу представ-

ляют собой ковалентные связи. Однако когда акцентами являются катионы щелочных или щелочноземельных металлов, К. с. в значит. степени носит ионный характер.

**КООРДИНАЦИОННОЕ ЧИСЛО** — число ближайших к данному атому соседних одинаковых атомов в атомной структуре кристалла или центров молекул, ближайших к центру данной молекулы, в молекулярных кристаллах. Если центры этих ближайших соседей соединить друг с другом прямыми линиями, то получится многогранник (в частном случае плоская фигура), наз. координационным. Значение К. ч. в разл. структурах колеблется от 2 до 14. Напр., в структуре алмаза, Ge, Si и ZnS К. ч. равно 4, координац. многогранник — тетраэдр. В структурах типа NaCl К. ч. равно 6, координац. многогранник — октаэдр. В ок-к-р-ных металлах (Cu, Au и др.) К. ч. равно 12, многогранник — кубооктаэдр. Все соседние атомы, близкие к данному, составляют его координац. сферу (1-ю координац. сферу; иногда употребляют понятия 2-й, 3-й и т. д. координац. сфер).

Понятие «К. ч.» применяется и при описании структуры аморфных тел и жидкостей. В этом случае оно является статистическим, поэтому К. ч. может оказаться не целым. Для жидкостей К. ч. — мера ближнего порядка; по тому, насколько К. ч. жидкости близко к К. ч. кристалла, судят о близости её структуры к структуре кристалла.

Лит. см. при ст. Кристаллохимия.

**КОРБИНО ДИСК** — металл. или полупроводниковый диск с отверстием в центре и с контактами, один из к-рых расположен на внутр. стенке отверстия, другой — на периферии диска. Назван по имени О. М. Корбино (О. M. Corbino, 1914). Служит для исследования гальваномагнитных явлений. Плоскость К. д. располагается перпендикулярно внеш. магн. полю II. При пропускании тока между контактами вследствие осевой симметрии образца электрич. поле имеет только радиальную составляющую и холловское поле отсутствует. В результате не происходит (частичной) компенсации искривления траекторий носителей заряда в магн. поле холловским полем и отсюда, изменение сопротивления К. д.  $\Delta R/R$  в магн. поле оказывается гораздо больше величины магнетосопротивления  $\Delta\rho/\rho_0$  ( $\rho_0$  — сопротивление в отсутствие поля,  $\Delta\rho$  — изменение, вызванное полем), измеряемого в длинном (нитевидном) образце. Так, в n-InSb при 300 К в поле  $H=1T$   $\Delta R/R_0=17,7$ , а  $\Delta\rho/\rho_0=0,48$ . Указанные величины связаны соотношением

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} + \frac{(\mu_H H/c)^2}{1 + (\Delta\rho/\rho_0)}$$

( $\mu_H$  — холловская подвижность носителей заряда), из к-рого следует, что при увеличении  $H$  величина  $\Delta R/R_0$  всё стремится к насыщению. Благодаря этому К. д. применяется в устройствах для измерения сильных магн. полей (см. Магнетометры).

Лит.: С. Корбин О. М., Elektromagnetische Effekte die Fouder Versuchsbeurteilung..., Физик. Звн. 1914. Т. 12, ст. 561; Зеегер К., Физика полупроводников, пер. с англ., М., 1971.

Э. М. Энгельштейн.

**КОРНОЛИСЫ СИЛА** (по имени Г. Корнолиса, G. Coriolis) — одна из сил инерции, прибавляемых к-рой к действующим на материальную точку физ. силам учитывается влияние вращения подвижной системы отсчёта на относительное движение точки. К. с. численно равна произведению массы точки на её Корнолиса ускорение и направлена противоположно этому ускорению. Эффект, учитываемый К. с., сводится к тому, что во вращающейся системе отсчёта движущаяся материальная точка будет или отклоняться по направлению, перпендикулярному к её отсчет. скорости, или оказывать давление на связь, препятствующую такому отклонению. Для тел, движущихся вблизи земной поверхности, этот эффект, возникающий вследствие суточного вращения Земли, сводится к тому, что верти-

кально падающие тела будут (в 1-м приближении) отклоняться к востоку, а тела, движущиеся вдоль земной поверхности, будут отклоняться в северном полушарии вправо, а в южном — влево от направления их движения, что, в частности, приводит к подмысу соответствующего берега у рек, возникновению пек-к-р-ных воздушных и морских течений и т. п. К. с. учитывают также при расчёте полёта ракет и артиллерийских снарядов на большие дальности, в теории широкотель, турбин и др.

Лит.: Двойнянский Л. Г., Дурье А. И., Курс теоретической механики, т. 2, 6-е изд., М., 1983, гл. 28; Тарг С. М., Краткий курс теоретической механики, 10 изд., М., 1986, гл. 18; см. также лит. при ст. Динамика.

**КОРНОЛИСА УСКОРЕНИЕ** (поворотное ускорение) — добавочное ускорение  $u_{кор}$ , к-рое точка получает при т. п. сложном движении, когда подвижная система отсчёта перемещается не поступательно (см. Относительное движение). К. у. учитывает влияние переносного движения (движенья подвижной системы отсчёта) на изменение отсчет. скорости точки  $v_{отсч}$  и влияние отсчет. движения точки на изменение её переносной скорости. Вектор  $u_{кор}$  и его модуль вычисляются соответственно по формулам  $u_{кор} = 2\omega_{пер} v_{отсч}$  и  $u_{кор} = 2\omega_{пер} v_{отсч} \sin \alpha$ , где  $\omega_{пер}$  — угл. скорость поворота подвижной системы отсчёта относительно неподвижной,  $\alpha$  — угол между  $v_{отсч}$  и  $\omega_{пер}$ . Направление К. у. можно найти, спроектировав вектор  $v_{отсч}$  на плоскость, перпендикулярную к  $\omega_{пер}$  и повернув эту проекцию на  $90^\circ$  в сторону переносного вращения. Напр., у точки, движущейся в северном полушарии вдоль поверхности Земли с севера на юг, К. у., обусловленное суточным вращением Земли, направлено на восток. Следует подчеркнуть, что К. у. точки — это часть её абс. ускорения, т. е. ускорения по отношению к основной (неподвижной) системе отсчёта, а не по отношению к подвижной. Так, напр., при движении вдоль поверхности Земли точка будет иметь К. у. по отношению к звездам, а не к Земле.

К. у. отсутствует, когда переносное движение является поступательным ( $\omega_{пер} = 0$ ) или когда отсчет. движение происходит вдоль прямой, параллельной оси переносного вращения ( $\alpha = 0$ ). Понятие К. у. используется в кинематике при определении полного ускорения точки на ускоренном составных движений, а также в динамике при изучении отсчет. движения (см. Корнолиса сила).

Лит. см. при ст. Кинематика. С. М. Тарг.  
**КОРНО СПИРАЛЬ** (по имени М. А. Корно, М. A. Cornu) (клотоида) — кривая, используемая для график. вычисления распределения интенсивности при дифракции света на прямоугольном крае или на щели (дифракция Фраунгофера); состоит из двух симметричных ветвей, бесконечное число раз обвивающихся вокруг «фокусов  $F$  и  $F'$  и неограниченно приближающихся к ним.

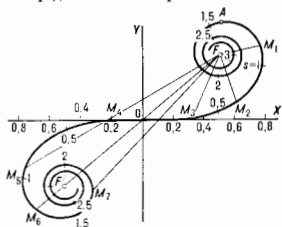
Уравне К. с. в параметрич. форме имеет вид Френеля интегралов:

$$x = \int_0^v \cos \frac{\pi u^2}{2} du; \quad y = \int_0^v \sin \frac{\pi u^2}{2} du;$$

«фокусы»  $F(1/2, 1/2)$  и  $F'(-1/2, -1/2)$  — асимптотич. точки кривой; пределы интегрирования определяются размерами щели и экранов, на к-рых происходит дифракции.

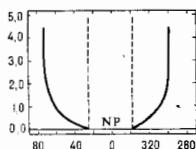
Относит. амплитуда волны при дифракции на крае экрана зависит от длины вектора, проведённого из точки  $F$  в разл. точки К. с. (напр.,  $M_1 + M_2$ ). Скользящее вектора по правой (верх.) ветви спирали ( $FM_1, FM_2, FM_3$ ) определяет явную уменьшающуюся амплитуду волны в области геом. тени; амплитуда на границе тени соответствует вектору  $FO$ ; скользящее вектора по левой (ниж.) части спирали ( $FM_4, FM_5, FM_6, FM_7$ ) даёт дифракц. полосы в освещённой области. Ампли-

туда волны в отсутствие экрана или зади от границы геом. тени определяется вектором  $FR''$ .



Лит.: Сивухин П. В., Общий курс физики, 2 изд., т. 4 — Оптика, М., 1985.

**КОРОНАЛЬНЫЕ ДЫРЫ** — области *солнечной короны* с пониженной темп-рой ( $\sim 0,8 \cdot 10^6$  К) и аномально низкой плотностью вещества. Именно поэтому К. д. проявляются как области пониженной яркости при наблюдениях солнечной короны в рентг. и УФ-лучах, в радиодиапазоне, а также в рассеянном коронар. опич. излучении фотосферы. К. д. были обнаружены по наблюдениям с Земли и с космич. аппаратов в пач.



Форма магнитных силовых линий, охватывающих корональную дыру. По горизонтальной оси — гелиоцентрический угол, по вертикальной — радиусы Солнца (в радиусах Солнца) от поверхности Солнца. NP — северный полюс Солнца. Вертикальные штриховые линии показывают границы потока (форму магнитных силовых линий) в случае, если бы расширение происходило сферически-симметричным образом. Угловой охват силовых линий потока увеличивается с расстоянием и может в  $\sim 10$  раз превышать угловой охват сферически-симметричного потока.

вой трубки и связанного с ней потока вещества увеличивается с расстоянием и может в  $\sim 10$  раз превышать угловой охват сферически-симметричного потока.

70-х гг. К. д. образуются в областях короны, где силовые линии магн. поля имеют приблизительно радиальное направление (сунидольные) области в фотосфере). К. д., по-видимому, постоянно существуют в полярных областях Солнца и иногда продолжают в области низких широт, где могут образовываться изолированные К. д. Устойчивые, долгоживущие низкоширотные К. д. более ярко выражены на спаде *солнечной активности*. К. д. являются источниками быстрых потоков *солнечного ветра* со скоростями 600–800 км/с. Эти потоки существуют в течение неск. оборотов Солнца и обуславливают повторяющуюся с 27-дневным периодом геомагнитную активность (см. *Земной магнетизм*).

Пониженная темп-ра К. д. связана со специфич. структурой магн. поля, способствующего эфф. охлаждению вещества короны уходящим потоком *солнечного ветра* и волн альвеновского типа (см. *Альвеновские волны*). В области К. д. силовые линии магн. поля образуют сильно расходящуюся конфигурацию (рис.). Поток плазмы, следуя вдоль магн. поля, также быстро расширяется, и его плотность и давление падают быстрее, чем в окружающих областях короны. Увеличенный градиент давления смещает критич. точку границу перехода скорости корональной плазмы через скорость звука) близко к Солнцу и обеспечивает большую скорость *солнечного ветра*, стекающего из области К. д. Низкое положение критич. точки и возникающее в области К. д. расширение плотности и темп-ры с высотой являются, по-видимому, устойчивым состоянием.

Формирование К. д. и связанных с ними быстрых потоков *солнечного ветра* ещё не получило достаточ-

ного количественного объяснения. В частности, в рамках теоретич. моделей не удается согласовать высокую скорость *солнечного ветра* и большой поток частиц в скоростных потоках ( $\sim 3 \cdot 10^8$  см $^{-2}$ с $^{-1}$  на орбите Земли) со сравнительно низкой темп-рой протонов и электронов в них. По-видимому, большую роль в ускорении коронального вещества в области К. д. играют магнитогидродинамич. волны от солнечной фотосферы, значит. часть потока энергии к-рых прямо передается в кинетич. энергию *солнечного ветра* без существенного разогрева.

Лит.: Zirkker J. B., Coronal holes and high-speed wind streams, «Revs of Geophys. and Space Phys.», 1977, v. 15, p. 257.

О. Л. Найдсберг.

**КОРОНАЛЬНЫЙ ЛУЧ** — характерный элемент крупномасштабной структуры *солнечной короны* с повышенной (прибл. на порядок величины по сравнению с окружающей короной) плотностью плазмы. К. л. наблюдаются во время затмений (рис. 1) или при по-

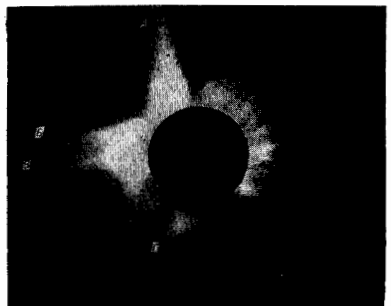


Рис. 1. Корона во время солнечного затмения 7 марта 1970 г. А, В, С, Г — наиболее выраженные корональные лучи.

моши коронографов. К. л. состоит из замкнутых петель, увенчанных почти радиальными образованиями. Протяжённость К. л. от  $\sim 0,5 R_{\odot}$  до  $10 R_{\odot}$  и больше ( $R_{\odot}$  — радиус Солнца), характерное время существования — десятки суток.

К. л. образуются в результате взаимодействия плазмы, вытекающей из хромосферы, с магн. полем Солнца. В ниж. короне (высота до высот  $\sim 1 R_{\odot}$ ) магн. поле является достаточно сильным, чтобы полностью контролировать течение плазмы (область I, II на рис. 2). При этом в областях с «открытыми» магн. силовыми линиями поле лишь направляет и канализирует потоки (область I). Здесь формируется *солнечный ветер*. В областях с замкнутыми силовыми линиями (петлях) магн. поле препятствует истечению *солнечной плазмы* в межпланетное пространство (область II). По мере удаления

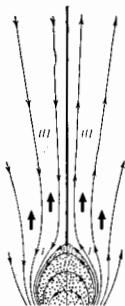


Рис. 2. Магнитогидродинамическая модель коронального луча; тонкими стрелками показаны силовые линии магнитного поля, широкие стрелки — поток *солнечного ветра*, жирная прямая на оси симметрии — токовый слой.

от Солнца поле ослабевает и вытягивается *солнечным ветром* в радиальном направлении (область III). В результате этого процесса устанавливается квазистацио-

нарная картина истечения плазмы вдоль К. л. Важной особенностью К. л. является *таковой слой* на границе между магн. полями противоположной полярности (рис. 2). Внутри этого слоя магн. поле частично дисципирует, что приводит к нагреву плазмы в К. л., а также к пересоединению силовых линий. Часть силовых линий при этом выносятся солнечным ветром в межпланетное пространство.

Лит.: Сомов Б. В., Сыроватский С. И., Возникновение токового (нейтрального) слоя при движении плазмы в поле плоского магнитного диполя, «ЖЭТФ», 1971, т. 61, с. 1864; Гибсон Э., Спокойное Солнце, пер. с англ., М., 1977; Б. В. Сомов.

**КОРОННЫЙ РАЗРЯД** — высоковольтный самостоятельный электрический разряд в газе достаточной плотности (~1 атм), возникающий в резко неоднородном электрич. поле вблизи электродов с малым радиусом кривизны (острый, тонкие проволоки и т. п.). Бледно-голубое или фиолетовое свечение разряда по аналогии с ореолом солнечной короны дано повод к названию. Помимо излучения в видимой, УФ (гл. обр.), а также в более коротковолновой частях спектра, К. р. сопровождается движением частиц газа от коронирующего электрода (т. е. электрич. ветром), шелестящим шумом, иногда радиоизлучением, хим. реакциями (напр., образованием озона и окислов азота в воздухе).

При пост. напряжении различают корону у ионизирующую (положительную или отрицательную в зависимости от знака коронирующего электрода) и биополарную, когда коронируют оба электрода. Ионизация и возбуждение нейтральных частиц газа лавинными электронами локализованы в огранич. зоне т. н. «зоне ионизации» (ЗИ). Из ЗИ во внеш. зону (ВЗ) движется поток носителей заряда, знак к-рых совпадает со знаком заряда коронирующего электрода. Образующийся объёмный заряд тормозит дальнейшее развитие процессов ионизации, ослабляя в среднем поле вблизи коронирующего электрода, что локализует ЗИ вблизи коронирующего электрода. При любом напряжении на электродах (большом, чем напряжение ионизации короны, и меньшем, чем напряжение пробоя) объёмный заряд ВЗ имеет такую величину и распределение, при к-рых градиент поля у поверхности коронирующего электрода остаётся практически неизменным и по величине близким к градиенту начала короны. Т. о., интенсивность К. р. регулируется собств. объёмным зарядом.

Воспроизводство лавин электронных в ЗИ и стационарность К. р. при электр. короне обеспечиваются фотоионизацией собственными излучениями возбуждённых атомов и молекул газа; новый электрон образуется в результате поглощения кванта излучения в газе вблизи условной внеш. границы ЗИ, а дальше лавина развивается по направлению к коронирующему электроду. При отрицат. короне (движение электронных лавин от коронирующего электрода) новый электрон освобождается в результате фотомиссии с поверхности катода (см. *Фотосубъект*). В разреженном воздухе, в нек-рых др. газах и при весьма большой кривизне электродов возможны иные процессы. Особенности в механизме воспроизводства лавин и связанная с ними разница в распределении ионов и электронов в ЗИ определяют нек-рые внеш. различия в К. р. разной полярности. Для отрицат. короны характерны: локализация ЗИ в виде отдельных, более или менее однородно распределённых по поверхности электрода светящихся очагов; большая, чем при положит. короне, зависимость напряжения возникновения короны от состояния поверхности электрода; разрывность во времени процессов ионизации и ВЧ-колебания тока (радиоизлучение с почти однородным частотным спектром до неск. МГц). Для положит. короны на электродах весьма малю радиуса кривизны характерны однородный светящийся чехол, тесно прилегающий к поверхности электрода, отсутствие ВЧ-колебаний в токе в отсутствие радиоизлучения.

При уменьшении степени неоднородности поля (радиус кривизны электрода выше неск. мм), а также с повышением напряжения К. р. приобретает не однородную, а стримерную (иногда факельную или кустовую) форму. В этом случае активные процессы выносятся на значит. расстояния от поверхности электрода (десять см). Вместо однородного чехла положит. короны имеет вид отдельных отштурованных ярко светящихся каналов (*стримеров*), разрывающихся по концам в диффузное свечение. Возникают ВЧ-колебания тока и радиоизлучение, часто более мощные, чем при отрицат. полярности.

Распределение напряжённости поля в пределах ЗИ мало отличается (в среднем) от такового в неионизованном газе (эл.-статич. распределение). Поэтому нет оснований считать чехол короны хорошо проводящим слоем.

Пороговая напряжённость поля па поверхности электрода, по достижении к-рой возникает К. р., зависит от радиуса кривизны электрода, рода и плотности газа и практически не зависит от материала электрода.

Потери энергии при К. р. происходит гл. обр. во ВЗ и лишь в малой степени в ЗИ. При пост. напряжении и одном коронирующем электроде это — тепловые потери униполярного потока ионов, рассеивающих энергию при столкновениях с частицами нейтрального газа. При двух коронирующих электродах (биополарный К. р.) встречные потоки ионов разных знаков частично рекомбинируют, ослабляя экранирующий эффект заряда ВЗ и усиливая интенсивность процессов в ЗИ. К. р. применяется в промышленных устройствах для зарядки ионами потоков диспергированных материалов для их осаждения силами электрич. поля (электрофильтры и электроотделители, устройства «эл.-статич. окраски», нанесения защитных или декоративных покрытий и т. п.). На высоковольтных линиях передачи энергии корона на проводах вызывает потери, особо значительные при атм. осадках (до сотен кВт/км). К. р. является также источником значит. радиошумов.

Лит.: Капцов Н. А., Коронный разряд, М.—Л., 1947; Лоев Леонард В., Electrical coronas. Their basic physical mechanisms, Berk.—Los Angeles, 1965; Попков В. И., Электропередачи сверхвысокого напряжения (издана Проблема короны), в кн.: Наука и человечество, 1967. Международный ежегодник, М., 1967. В. И. Попков.

**КОРОНЫ ЗВЕЗД** — внешние горячие части звёздных атмосфер. Обычно темп-ра К. з.  $10^6$ – $10^7$  К (у звёзд типа RS CVn достигает  $10^8$  К). Ср. концентрация частиц в К. з.  $10^8$ – $10^{10}$  см $^{-3}$ , изредка до  $10^{12}$  см $^{-3}$ . Концентрация частиц максимальна на внутр. границе К. з., около переходного слоя. Шкала высот газа в К. з. от  $\sim 10^{-2} R_*$  до  $\sim R_*$  ( $R_*$  — радиус звезды). Обычно К. з. плавно переходит в оттекающий *звёздный ветер*.

К. з. излучают гл. обр. в УФ- и рентг. спектральных линиях высокозарядных ионов и в непрерывном спектре в жёстком УФ- и рентг. диапазонах. К. з. излучают также в радиодиапазоне. Различают тепловое радиоизлучение собственно К. з. (характерное для звёзд наиболее высокой светимости) и, как правило, быстропеременное негеловое радиоизлучение, связанное с проявлениями активности звёзд. На Солнце корона уносит  $\sim 10^{-6}$  полной светимости. Вклад излучения К. з. в полную светимость звёзд главной последовательности (см. *Герцишпрунга — Рассела диаграмма*) падает к звёздам *спектрального класса А* и затем вновь возрастает до  $\sim 10^{-7}$  для наиб. горячих звёзд. Для красных карликов вклад излучения корон достигает в экстремальных случаях  $\geq 10\%$  светимости звёзд (звёзды типа T Tau).

К. з. (по крайней мере, солнечного типа, о солнечной короне см. в ст. *Солнце*) сильно неоднородны. Их морфология, детали существуют от десятков минут до неск. месяцев, а глобальные характеристики подвержены изменениям с фазами циклов активности звёзд (см. *Солнечная активность*).

О механизмах, подливающих существования горячих К. з., см. в ст. *Звёздные атмосферы*. Все звёзды обладают горячими коронами. Не имеют короги гиганты и сверхгиганты спектральных классов более поздних, чем К3 (т. е. с эффективной температурой ниже, чем у звёзд класса К3), а также, видимо, более горячие звёзды с очень мощным звёздным ветром.

Н. Г. Бончарёв.

**КОРОТКИЕ ВОЛНЫ** (декаметровые волны) — радиоволны в диапазоне длин волн от 10 до 100 м (30—3 МГц). На характер их распространения сильно влияет ионосфера Земли. Загоризонтное распространение К. в. осуществляется преим. путём их отражения от ионосферы или многократного отражения от ионосферы и поверхности Земли. На небольшое расстояние (~500 км) К. в. могут распространяться в виде *земной волны*. Возможно и сверхдальнее, в частности кругосветное, распространение К. в. вдоль ионосферных волноводов (см. *Волноводное распространение радиоволн*).

Частота, при к-рой К. в. отражаются от ионосферы, зависит от угла их падения на ионосферу и концентрации электронов на уровне отражения. При углах, меньших нек-рого критич. значения, К. в. перестают отражаться от ионосферы. Вследствие этого в радиосвязи возникают зоны молчания, а для радиотрассы определ. протяжённости существует макс. приемимая частота радиосвязи. В зависимости от длины трассы, времени суток и геофиз. условий эта частота может изменяться практически во всём диапазоне К. в. В ниж. слоях *ионосферы* К. в. могут сильно поглощаться, особенно в периоды ионосферных возмущений, вызванных солнечной активностью. В высоких широтах это явление приводит к длит. нарушениям радиосвязи. При ионосферном распространении К. в. большой амплитуды возникают нелинейные явления и неустойчивости плазмы, приводящие к искусств. ионосферным возмущениям.

К. в. используют в радиосвязи, при исследовании ионосферы Земли и планет, внеш. слоев солнечной короны, др. радиостр. объектов.

Лит.: Г и з б у р г В. Д. Распространение электромагнитных волн в плазме, 2 изд., М., 1967; Аль в е р т Я. Д., Распространение радиоволн и ионосфера, М., 1969; Д э в и с К., Радиоволны в ионосфере, пер. с англ., М., 1973.

Л. М. Ерудилов.

**КОРПУСКУЛЯРНАЯ ОПТИКА** (от лат. corpusculum — тельце, частица) — раздел физики, в к-ром изучаются законы движения заряд. частиц (электронов и протонов) в электрич. и магн. полях. Назв. «К. о.» отвечает аналогич. существующей между движением частиц в этих полях и распространением света в оптической неоднородных средах. Подробнее см. *Электронная и ионная оптика*.

**КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ** — важнейшее универсальное свойство природы, заключающееся в том, что всем микрообъектам присущи одновременно и корпускулярные и волновые характеристики. Так, напр., электрон, нейтрон, фотон в одних условиях проявляются как частицы, движущиеся по классич. траекториям и обладающие определ. энергией и импульсом, а в других — обнаруживают свою волновую природу, характерную для явлений интерференции и дифракции частиц. В качестве первичного принципа К.-в. д. лежит в основе квантовой механики и квантовой теории поля.

Впервые К.-в. д. был установлен для света. Выполненные к кон. 19 в. опыты по интерференции, дифракции и поляризации света, казалось, однозначно свидетельствовали о его волновой природе и подтверждали теорию Максвелла, установившую, что свет представляет собой эл.-магн. волны. Вместе с тем М. Планк (М. Планск) в 1900 показал, что для объяснения закона равновесного теплового излучения необходимо принять гипотезу о дискретном характере излучения, нолагая, что энергия излучения кратна нек-

рой величине  $\epsilon$ , названной им квантом энергии:  $\epsilon = h\nu$ , где  $\nu$  — частота волны, а  $h$  — постоянная, имеющая размерность *действит.* и названная ноэже *Планка постоянной*. Впоследствии выяснилось, что более удобной является величина  $\hbar = h/2\pi \approx 1,05 \cdot 10^{-27}$  эрг·с, тогда  $\epsilon = \hbar\omega$ , где  $\omega = 2\pi\nu$  — круговая частота волны. Поскольку предположение о дискретном характере излучения противоречило волновой теории света, согласно к-рой энергия световой волны может принимать любые (непрерывные) значения, пропорциональные квадрату амплитуды эл.-магн. колебаний, Планк сначала связывал дискретность энергии излучения со свойствами излучающей (атомов). Однако в 1905 А. Эйнштейн (А. Einstein), исходя из экспериментально установленного *Вина закона излучения* (к-рый является предельным случаем *Планка закона излучения*, справедливым при больших частотах:  $\hbar\omega \gg kT$ , где  $T$  — абс. темп-ра), показал, что зятрония излучения в области справедливости закона Вина совпадает с зятронией газа, состоящего из частиц с энергией  $\epsilon = \hbar\omega$ . Так возникло представление о частицах света — *фотонах*, несущих квант энергии  $\epsilon = \hbar\omega$  и движущихся со скоростью света. В дальнейшем, исходя из релятивистской кинематики, фотонам был приписан импульс  $p = (\hbar\omega/c)n = \hbar k$  [где  $n$  — единичный вектор вдоль направления движения фотона,  $k = (\omega/c)n = (2\pi/\lambda)n$  — волновой вектор]. Представление о фотонах было успешно использовано для объяснения законов фотоэффекта и спектров тормозного рептг. излучения; оно получило окончат. подтверждение после открытия *Комптона эффекта* (1922). Т. о., было установлено, что эл.-магн. излучение наряду с волновыми обладает корпускулярными свойствами. В наиб. отчётливой форме значение существования К.-в. д. для излучения было выявлено в 1909 А. Эйнштейном, показавшим, что закон излучения Планка приводит к ф-ле для флуктуации энергии излучения, содержащей два члена, один из к-рых отвечает флуктуации энергии для совокупности классич. световых волн, а второй — флуктуации энергии газа, состоящего из независимых частиц.

Для установления всеобщего характера К.-в. д. решающее значение имело изучение законов движения электронов в атоме. В 1913 Н. Бор (N. Bohr) использовал постоянную Планка для определения стационарных состояний в атоме водорода. При этом ему удалось объяснить наблюдаемые на опыте спектральные закономерности и выразить через заряд электрона, его массу и постоянную Планка радиус атома и *Ридберга постоянную*, оказавшиеся в хорошем согласии с эксперим. данными. Способ нахождения стационарных состояний электронов в атомах был усовершенствован А. Зоммерфельдом (A. Sommerfeld), показавшим, что для стационарных орбит классич. действие является целым кратным  $2\pi\hbar$ . Успех теории Бора, привлекшего для объяснения атомных явлений квантовые представления и постоянную Планка, к-рая до этого, казалось, связывала лишь корпускулярные и волновые характеристики эл.-магн. излучения, навела на мысль о существовании К.-в. д. и для электронов. В связи с этим Л. де Бройль (L. de Broglie) в 1924 высказал гипотезу о всеобщем характере К.-в. д. Согласно гипотезе де Бройля, любой движущейся частице с энергией  $\epsilon$  и импульсом  $p$  соответствует волна с  $\omega = \epsilon/\hbar$  и волновым вектором  $k = p/\hbar$ , так же как с любой волной связаны частицы, обладающие энергией  $\epsilon = \hbar\omega$  и импульсом  $p = \hbar k$ . Де Бройль отметил *релятивистскую инвариантность* приведённого соотношения, связывающего четырёхмерный вектор энергии-импульса частицы  $(\epsilon/c, p)$  с четырёхмерным волновым вектором  $(\omega/c, k)$ , и высказал предположение о том, что волновой механика частиц должна находиться в таком же соотношении с классич. механикой,



как волновая оптика с геом. оптикой. Это предположение послужило исходным пунктом построения *квантовой механики* в форме Шрёдингера (см. *Шрёдингер, представления*). Прямое доказательство существования волновых свойств электронов получено впервые в 1927 К. Дэвиссоном (С. Davison) и Л. Джермером (L. Germer), наблюдавшими интерференц. максимумы при отражении электронов от монокристаллов никеля. Позднее были обнаружены интерференц. эффекты для атомных пучков гелия, молекул водорода, нейтронов и др. частиц, т. е. получено эксперим. подтверждение универсальности К.-в. д.

В терминах наглядных представлений о классич. частицах (как материальных точках, движущихся по опред. траекториям) в классич. волнах (как распространяющихся в пространстве колебаний к.-л. физ. величин) К.-в. д. кажется логически внутренне противоречивым, т. к. для объяснения разл. явлений, происходящих с одним и тем же микробъектом (напр., электроном), приходится использовать гипотезы как об его корпускулярной, так и волновой природе. Разрешение этого логич. противоречия, послужившее созданию физ. основ квантовой механики и *квантовой теории поля*, было найдено с помощью отказа от наглядных (классич.) представлений о частицах и волнах. Для объяснения волновых явлений на основе корпускулярных представлений было введено описание микрочастиц (и систем микрочастиц) с помощью *векторов состояния*, подчиняющихся *суперпозиции состояний принципу*, и принята их статистич. (вероятностная) интерпретация, позволяющая избежать формального логич. противоречия с корпускулярными представлениями (нахождение частицы одновременно в нескольких разл. состояниях). С др. стороны, рассматривая классич. (волновые) поля как механ. систему с бесконечным числом степеней свободы и требуя, чтобы эти степени свободы подчинялись опред. условиям квантования, в квантовой теории поля переходят от классич. полей к квантовым. В таком подходе частицы выступают как возбудённые состояния системы (обл.). При этом взаимодействию частиц отвечает взаимодействие их полей. Для нерелятивистского движения в системе с фиксированным числом частиц квантово-полевое описание полностью эквивалентно описанию системы частиц с помощью *Шрёдингера уравнения* (см. *Вторичное квантование*). Эта эквивалентность отражает симметрию корпускулярного и волнового описания вещества (материи), отвечающую К.-в. д. Вместе с тем в релятивистской квантовой механике к-рая может быть сформулирована лишь на основе квантово-полевого подхода, важнейшим проявлением К.-в. д. является возможность испускания и поглощения частиц в результате взаимодействия квантовых полей (что имеет фундам. значение в теории элементарных частиц).

Лит. см. при ст. *Квантовая механика*. С. С. Герштейн. **КОРРЕЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТ** — числовая характеристика зависимости двух случайных величин. Для случайных величин  $X_1$  и  $X_2$  с математическими ожиданиями  $a_1 = MX_1$ ; и ненулевыми дисперсиями  $\sigma_1^2 = M(X_1 - a_1)^2$  К. к. определяется равенством 
$$\rho = r(\bar{X}_1, \bar{X}_2) = M \frac{X_1 - a_1}{\sigma_1} \cdot \frac{X_2 - a_2}{\sigma_2}$$

Если  $X_1$  и  $X_2$  независимы, то  $\rho = 0$  (если  $X_1$  и  $X_2$  имеют совместное Гаусса распределение, то верно и обратное; в общем случае это неверно); при  $\rho = 0$  случайные величины  $X_1$  и  $X_2$  наз. некоррелированными и, при  $\rho > 0$  ( $\rho < 0$ ) положительно (отрицательно) коррелированными;  $|\rho| < 1$ , причём  $|\rho| = 1$ , если и только если  $X_1$  связаны линейной зависимостью  $X_2 = \bar{X}_2 = a_2 + \rho \sigma_2 \sigma_1^{-1} (X_1 - a_1)$ . В общем случае  $\bar{X}_2$  есть наилучшее представление  $X_2$  линейной ф-цией от  $X_1$ , т. к.  $M(X_2 - \bar{X}_2)^2 = \min M(X_2 - aX_1 - b)^2$ . К. к. не даёт

полного описания функциональной зависимости случайных величин; но существо, он является лишь мерой их линейной связи.

К. А. Борозков.

**КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ТЕОРИЯ** случайных функций — описание случайных ф-ций  $\xi(x)$  при помощи статистич. моментов 1-го и 2-го порядка:  $\langle \xi(x) \rangle$  и  $\langle \xi(x_1)\xi(x_2) \rangle$ . Аргумент случайной ф-ции  $x$  может иметь любую размерность. Если  $\xi(x) = \gamma$  — гауссова случайная ф-ция, полностью определяемая первым и вторым моментами, то К. т. даёт её полное описание. Обычно К. т. применяют для таких физ. задач, к-рые описываются линейными уравнениями вида  $\bar{L}(x)\xi(x) = F(x)$ , где  $\bar{L}(x)$  — нек-рый линейный оператор,  $F(x)$  — случайная ф-ция. В этом случае можно получить уравнения для статистич. моментов  $\langle \bar{L}(x)\xi(x) \rangle = \langle F(x) \rangle$ ,  $\langle \bar{L}(x_1)\xi(x_1) | \bar{L}(x_2)\xi(x_2) \rangle = \langle F(x_1)F(x_2) \rangle$ . Для нелинейных задач К. т. обычно имеет приближённый характер. К. т. наиб. приспособлена для описания однородных (стационарных) случайных ф-ций, для к-рых справедлива *Винера—Хинчина теорема*. К. т. используют в большинстве физ. приложений случайных ф-ций, напр. в теории *флуктуаций* и теории *когерентности*.

Лит.: Введение в статистическую радиотехнику, ч. 1 — Рытов С. М., Случайные процессы, М., 1978.

В. И. Татарский.

**КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ** в статистической физике — ф-ция, определяющая вероятность события, расположенного комплекса из  $s$  любых молекул жидкости или газа; при  $s=2$  К. ф. наз. парной или бинарной. Появление корреляций в расположении молекул среды связано с тем, что в ближайшем окружении любой из них вследствие взаимодействия возникает упорядочение в расположении окружающих её молекул. При этом ср. плотность молекул окружения к.-л. выделенной молекулы отличается от ср. плотности среды, приближаясь к ней с увеличением расстояния. Это происходит монотонно или с затухающими осцилляциями (новяление ближнего порядка).

В классич. статистич. физике  $s$ -частичную К. ф.  $F_s(q_1, \dots, q_s)$  определяют так, что  $V^{-s} F_s(q_1, \dots, q_s) \times \times dq_1 \dots dq_s$  есть вероятность того, что координаты  $1, \dots, s$ -й молекул попадут в бесконечно малые элементы объёмов  $dq_1, \dots, dq_s$ , расположенные около точек  $q_1, \dots, q_s$ , где  $q_i = (x_i, y_i, z_i)$ ,  $V$  — объём. Следовательно,  $s$ -частичная К. ф. связана с  $(s-1)$ -частичной К. ф. соотношением  $V^{-1} \int F_s(q_1, \dots, q_s) dq_s = = F_{s-1}(q_1, \dots, q_{s-1})$ .

Равновесные К. ф. связаны с каноническим распределением Гиббса и могут быть получены из него интегрированием по координатам  $N-s$  молекулы:

$$F_s(q_1, \dots, q_s) = V^s \int \dots \int_D N(q_1, \dots, q_N) dq_{s+1} \dots dq_N,$$

где

$$D_N(q_1, \dots, q_N) = Q_N^{-1} \exp(-U_N/kT),$$

$$Q_N = \int \dots \int_V \exp(-U_N/kT) dq_1 \dots dq_N,$$

$U_N$  — потенц. энергия взаимодействия молекул системы,  $Q_N$  — константа, интеграл,  $T$  — темп-ра,  $N$  — волное число частиц. В случае парного взаимодействия молекул с потенциалом  $\Phi(r)$ , зависящим только от расстояния, энергия взаимодействия равна

$$U_N = \sum_{\substack{i < j \\ i, j \leq N}} \Phi(|q_i - q_j|),$$

тогда  $F_2$  зависит только от расстояния между молекулами  $F_2(q_1, q_2) = F_2(|q_1 - q_2|)$  (радиальная ф-ция распределения).

Парная ф-ция распределения особенно важна, т. к. позволяет получить уравнение состояния и ср. энер-

гю системы с парным взаимодействием между частицами:

$$PV = NkT - (6v^2)^{-1} \iint |q_1 - q_2| \Phi(|q_1 - q_2|) \times \\ \times F_2(q_1, q_2) dq_1 dq_2, \\ E = 3NkT/2 - (2v^2)^{-1} \iint \Phi(|q_1 - q_2|) \times \\ \times F_2(q_1, q_2) dq_1 dq_2,$$

где  $v = V/N$  — уд. объём.

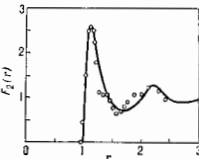
Зависимость радиальной функции распределения от расстояния можно определить экспериментально по угл. зависимости когерентного рассеяния рентг. лучей. Интенсивность  $I(s)$  рентг. лучей с длиной волны  $\lambda$ , рассеянных под углом  $\theta$  к первичному пучку интенсивности  $I_0$ , определяется выражением

$$\frac{I(s)}{I_0} = 1 + \frac{4\pi}{v} \int_0^{\infty} [F_2(r) - 1] \frac{\sin(rs)}{s} r dr,$$

где  $s = (4\pi/\lambda) \sin(\theta/2)$ .

Обращая это соотношение, можно найти зависимость  $F_2$  от расстояния  $r$ . При достаточно малых  $r$  (порядка песк. газокинетич. радиусов молекул)  $F_2(r)$  может

Радiallyнная функция распределения. Сплошная линия — теоретическая кривая ( $v$  — величина радиуса молекулы), точки соответствуют экспериментальным данным для Аг при  $T = 91,5\text{K}$  и  $P = 1,5 \cdot 10^5$  Па.



иметь ряд максимумов, соответствующих ближайшему порядку, а затем она стремится к 1 (рис.).

Ф-ции распределения  $F_1, \dots, F_s$  удовлетворяют цепочке ур-ний (см. Боголюбова украинца), к-рые можно решить с граничным условием ослабления корреляции молекул при увеличении расстояния между ними:

$$F_s(q_1, \dots, q_s) - \prod_{1 \leq i < j \leq s} F_i(q_i) \rightarrow 0$$

при  $|q_i - q_j| \rightarrow \infty$ . Для в-ространственно однородных систем  $F_1(q) = 0$ . При решении цепочки ур-ний для  $F_s$  в виде разложения по степеням плотности  $v^{-1}$  получим *ириадные разложения* для ур-ния состояния и К. ф., а в случае кулоновского взаимодействия между частицами при решении цепочки ур-ний в виде разложения по степеням плазменного параметра  $v/r_d^3$ , где  $r_d$  — дебаевский радиус экранирования, получим результаты теории электролитов Дебай — Хюккеля.

В квантовой статистич. механике К. ф. определяют при помощи статистического оператора (*матрицы плотности*) всей системы  $\rho(q_1, \dots, q_N; q'_1, \dots, q'_N)$  как статистич. операторы комплексов из  $s$  молекул:

$$F_s(q_1, \dots, q_s; q'_1, \dots, q'_s) = \\ = V^s \text{Sp } \rho(q_1, \dots, q_N; q'_1, \dots, q'_N),$$

где операция Sp взята следя выполняется по переменным  $s+1, \dots, N$  частиц. Ф-ция  $F_s(q_1, \dots, q_s; q'_1, \dots, q'_s)$  симметрична или антисимметрична относительно перестановок  $q$  или  $q'$  в зависимости от того, какой статистике подчиняются частицы (симметричны в случае Бозе — Эйнштейна статистики и антисимметричны в случае Ферми — Дирака статистики). Диагональные элементы квантовой К. ф. имеют смысл плотности распределения комплекса из  $s$  частиц. Смысл диагональных элементов становится ясен, если перейти к *Вигнера функции распределения*, к-рая зависит от  $q$  и импульсов  $p$  всех частиц  $\tilde{\rho}(q, p)$  и явля-

ется фуре-образом статистич. оператора  $\rho(q - \xi/2, q + \xi/2)$  по переменным  $\xi$ , что соответствует преобразованию Вейля. В результате получаются квантовые  $s$ -частичные операторы  $F_s(q_1, \dots, q_s; p_1, \dots, p_s)$ , которые являются квазиэрмитовыми, т. е. их интегрирование по импульсам даёт распределение по координатам, а интегрирование по координатам — распределение по импульсам, однако они не имеют смысла обычных вероятностей, т. к. могут быть отрицательными.

Квантовые  $s$ -частичные К. ф. можно выразить через волновые ф-ции в представлении вторичного квантования  $\psi(q), \psi^*(q')$ :

$$F_s(q_1, \dots, q_s; q'_1, \dots, q'_s) = \\ = v^s \langle \psi^*(q_1) \dots \psi^*(q_s) \psi(q'_1) \dots \psi(q'_s) \rangle,$$

где  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение с полным статистич. оператором, а  $\psi(q), \psi^*(q')$  удовлетворяют переставочным соотношениям статистики Ферми — Дирака или статистики Бозе — Эйнштейна. Через квантовые одно- и двухчастичные операторы можно вычислить ср. значения давления и энергии. В отличие от классич. случая, для этого нужно знать не только диагональные элементы  $F_2$ , но и недиагональные элементы  $F_1(q, q')$ , т. е. плотность кинетич. энергии определяется величиной  $(\hbar^2/2m) \nabla_q^2 F_1(q, q')|_{q=q'}$ .

В статистич. механике квантовых и классич. систем используют также пространственно-временные К. ф., к-рые определяют как статистич. средние от произведения операторов (или динамич. переменных), взятых для разл. моментов времени и точек пространства. Напр., в квантовом случае используют К. ф.

$$\langle \psi^+(x, t) \psi(x', t') \rangle$$

$$\langle \psi^+(x_1, t_1) \psi(x_2, t_2) \psi^+(x_2, t_2) \psi(x_1, t_1) \rangle.$$

Пространственно-временные К. ф. применяют в теории неравновесных процессов, т. е. через них выражается реакция системы на внеш. возмущении и, следовательно, восприимчивости (см. Грина функции). При помощи пространственно-временных К. ф. потоков энергии, вымуча или числа частиц можно вычислять кинетич. коэффициенты (см. Грина — Кубо формулы). Пространственно-временные К. ф. позволяют выразить когерентные и некогерентные составляющие дифференциального эфф. сечения рассеяния нейтронов в среде, что является важным методом экстрим. исследования К. ф.

Лит.: Физика простых жидкостей, пер. с англ., [ч. 2], М., 1973, гл. 2; Исихара А., Статистическая физика, пер. с англ., М., 1973; Валеску Р., Равновесная и неравновесная статистическая механика, пер. с англ., т. 1, М., 1978, гл. 8; Боголюбов Н. Н., Избр. труды по статистической физике, М., 1978; Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Физическая кинетика, М., 1979; Климонтович Ю. Д., Статистическая физика, М., 1982.

Л. Н. Зубов.

**КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ** случайного процесса  $\{X(t), t \in T\}$  — ф-ция  $B(s, t) = M\{X(s) - MX(t)\} [X(t) - MX(t)]^*$ ,  $s, t \in T$ , [здесь  $MX(t)$  — первый момент процесса, \* означает комплексное сопряжение; предпологается, что  $M|X(t)|^2 < \infty$ ]. В случае векторного процесса  $\{X_i(t)\}_{i=1}^m$  К. ф. наз. корреляционной матрицей  $B(s, t) = \|B_{ij}(s, t)\|_{j=1}^m$ , где  $B_{ij}(s, t) = M\{X_i(s) - MX_i(s)\} [X_j(t) - MX_j(t)]^*$  — взаимная К. ф. процессов  $X_i$  и  $X_j$ ,  $B_{ii}$  наз. иногда автокорреляционной функцией. Характеристич. свойство К. ф. — её полнота, определённости: для любых  $t_1, \dots, t_n \in T$  и комплексных  $c_1, \dots, c_n$ :  $\sum_{i,j=1}^n c_i c_j^* B(t_i, t_j) \geq 0$ . Для процесса с независимыми значениями  $B(s, t) = 0$  при  $s \neq t$ . Для стационарных  $X$  в широком смысле процессов К. ф. зависит лишь от разности  $t - s$ :  $B(s, t) = B(t - s)$ . Если при этом процесс непрерывен в среднем квадратическом, т. е.  $M|X(t) - X(s)|^2 \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow s$ , то К. ф.

$R(t)$  непрерывна и допускает представление  $R(t) = \int \exp(i\lambda t) dF(\lambda)$ , где  $F$  — спектральная мера процесса, а  $\lambda$  пробегает интервал  $(-\infty, \infty)$ , если  $T = (-\infty, \infty)$ , либо  $[-\pi, \pi]$ , если  $T = \{ \dots, -1, 0, 1, \dots \}$  (см. также Винера — Хинчина теорема).

К. ф. — простая, но полезная характеристика случайного процесса. Распределение *гауссово случайной функции*  $X(t)$  полностью определяется её К. ф. и средним  $MX(t)$ ; в общем случае это заведомо не так. В то же время К. ф. вполне описывает процесс как кривую в гильбертовом пространстве интегрируемых в квадрате функций на вероятностном пространстве, на  $k$ -ром задан процесс (см. *Вероятностная теория*), позволяющая судить о таких его свойствах, как непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном и т. п. Условия на скорость убывания К. ф. при  $|t-s| \rightarrow \infty$  используют в предельных теоремах для случайных процессов.

Лит.: Рихман И. П., Скороход А. В., Введение в теорию случайных процессов, 2 изд., М., 1977. Введение в статистическую радиофизику, ч. 1 — Рытов С. М., Случайные процессы. М., 1976. К. А. Борновик.

**КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ** — энергия ниж. энергии, состояния газа электронов (*ферми-газа*) за вычетом их ср. кинетич. энергии (*ферми-энергии*) и энергии обменного взаимодействия. В общем случае К. э. представляет собой разность энергии осн. состояния системы ферми-частиц и её значения, определённого в приближении Хартри — Фока (см. *Хартри — Фока метод*).

Согласно Паули принципу, два электрона с одинаковым направлением спина не могут находиться в одной ячейке фазового пространства, что эквивалентно отталкиванию между ними. Это приводит к тому, что ср. кинетич. энергия электронного газа даже при нулевой темп-ре отлична от нуля и в случае газа большой плотности даёт осн. вклад в энергию системы. Принцип Паули приводит также к корреляции во взаимном расположении электронов с параллельными спинами, к-рой соответствует обменная энергия. Вклад этого типа корреляции в энергию системы можно учесть с помощью теории возмущения в её первом приближении. Кроме того, существует корреляция электронов с противоположно направленными спинами вследствие кулоновского отталкивания между ними, она обуславливает свой спещифч. вклад в энергию системы — т. н. К. э. Этот квантовомеханич. эффект можно приписать существованию в системе «корреляц. дырки» (корреляц. разрежения), в отличие от ферми-ской дырки, обусловленной принципом Паули.

К. э. нельзя учесть в рамках обычной теории возмущений; второе приближение для энергии электронного газа приводит к логарифмически расходящимся выражениям, т. к. влияние кулоновского взаимодействия вследствие его дальнего действия нельзя считать малым. Расходимость остаётся и в более высоких приближениях. Для вычисления второго и высших приближений для энергии электронного газа, т. е. для вычисления К. э., необходимо пользоваться усовершенствованной формой теории возмущений.

К. э. электронного газа, по Ю. Вингеру (E. Wigner, 1938), определяется ф-лой  $\epsilon_{кор} = \epsilon - \epsilon_f - \epsilon_{обм}$ , где  $\epsilon_f$  — ср. кинетич. энергия электронного газа при  $T=0$  К, рассчитанная на один электрон в первом приближении теории возмущений:

$$\epsilon_f = \frac{3}{5} \frac{p_f^2}{2m} = \left( \frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \frac{1}{r_s} R_y \approx 2,21 \frac{1}{r_s} R_y$$

здесь  $p_f$  — ферми-импульс электронов,  $r_s = \left( \frac{3}{4\pi} \times \frac{N}{N} \right)^{1/3} / a_0$  — ср. расстояние между электронами в единицах борновского радиуса  $a_0 = \frac{1}{2} / m e^2$ ,  $R_y = m e^4 / 2 \hbar^2 \approx 13,55$  эВ (*рибберг*);  $\epsilon_{обм}$  — ср. энергия кулонов-

ского взаимодействия в электронном газе на один электрон:

$$\epsilon_{обм} = - \frac{3}{4\pi k^2} e^2 p_f^2 = - \frac{3}{2\pi} \left( \frac{9\pi}{4} \right)^{1/3} \frac{1}{r_s} R_y = - 0,916 \frac{1}{r_s} R_y.$$

Положит. заряд ионов (если рассматривают газ свободных электронов в металле) предпологается равномерно распределённым по объёму, т. е. влияние кристаллич. решётки не учитывается.

Для случая малой плотности газа электронов Вингер принял, что электроны образуют в пространстве решётку, и получил след. разложение для К. э.:

$$\epsilon_{кор} = \frac{U_1}{r_s} + \frac{U_2}{r_s^2} + \frac{U_3}{r_s^3} + \dots \quad (\text{при } r_s > 20),$$

где  $U_1 = -0,88$ .

Для вычисления К. э. вариад. методом. Интерполируя между этими двумя пределами, Вингер нашёл

$$\epsilon_{кор} \approx - \frac{0,88}{r_s + 7,8} R_y.$$

Случай большой плотности можно быть исследован более строго. Суммирование главных, дающих наибольшую степень расходимости, членов теории возмущений при  $r_s \ll 1$  приводит к разложению

$$\epsilon_{кор} = \frac{2}{r_s^2} (1 - \ln 2) \ln r_s + C + D r_s \ln r_s + E r_s + \dots$$

Первый логарифмич. член разложения был определён Маке (Macke, 1950) на основе теории возмущений, а затем получен Д. Бомом и Д. Пайнсом (D. Bohm, D. Pines, 1953) методом коллективных переменных. Пост. член  $C = -0,096$  был вычислен М. Гелл-Маном и К. Бракнером (M. Gell-Mann, K. Brueckner, 1957) методом суммирования *Фейнмана диаграмм*, ими же была оценена величина третьего и четвёртого членов разложения. К. э. была также вычислена Ф. Нозьером (Ph. Nozières) и Д. Пайнсом в 1958 методом коллективных переменных.

Для реальных металлов плотности электронного газа соответствуют значениям  $r_s$  в интервале  $1,8 \leq r_s \leq 5,6$ , т. е. промежуточным плотностям. Для оценки К. э. спечельных металлов можно применить модель свободного электронного газа, без учёта кристаллич. решётки.

Преобразование К. э. приводит к верхней оценке роли корреляций электронов с параллельными спинами (поскольку при этом совершенно не учитывается корреляция электронов с антипараллельными спинами). Без учёта К. э. при очень малых плотностях оказывается возможным *ферромагнетизм* электронного газа, учёт же К. э. делает его невозможным.

Лит.: Пайнс Д., Элементарные возмущения в твёрдых телах, пер. с англ., М., 1965, гл. 6, § 3; Мэрич Ч. Дж. У. Самуэлс и Чарлс С., Проблема многих тел в квантовой механике, пер. с англ., М., 1969, гл. 5, Приложение 4.

**КОРРЕЛЯЦИЯ** (от позднелат. *correlatio* — соотношение) — зависимость между величинами, не сводящаяся, вообще говоря, к функциональной. Термином «К.» пользуются тогда, когда одна из величин зависит не только от данной второй, но и ещё от ряда других, как правило, неизвестных факторов. Эта ситуация типична для статистич. описания динамич. системы (см. *Статистический ансамбль, Гиббса распределение*). В общем случае, в вероятностной теории, К. между двумя случайными событиями проявляется в том, что условная вероятность одного из них при наступлении второго отличается от безусловной вероятности. Численной мерой К. служат *корреляция коэффициент* (для случайных величин) или *корреляционная функция* (для случайных процессов).

**КОРТЕВЕГА** — ДЕ ФРИСА УРАВНЕНИЕ — нелинейное дифференц. Ур-ние

$$u_t + 6iu_x + u_{xx} = 0,$$

представляющие собой универсальную модель для описания одномерных нелинейных волн в средах с дисперсией без диссипации, в к-рых частота дисперсии для линейных волн описывается двумя членами разложения по степеням волнового числа  $k$ :  $\omega = sk(1 + \epsilon k^2)$ . Предложено Д. Кортевегом (D. Korteweg) и Г. де Фрисом (G. de Vries) в 1895 в связи с задачей о волнах на поверхности жидкости. К.—де Ф. у. описывает магнитозвуковые и ионно-звуконные волны в плазме, акустич. волны в кристаллах, поверхностные и внутр. волны в океане.

Для К.—де Ф. у. найдены точные решения разл. вида, одно из осн.— солитон, или удлинённая волпа,  $u = 2\epsilon^2 \text{ch}^{-2} [x(x - 4\epsilon x^2 - x_0)]$ ,

амплитуда солитона  $x_0$  и положение его центра  $x_0$  — произвольные постоянные. Убывающие при  $x \rightarrow \pm \infty$  нач. возмущение, эволюционирует согласно К.—де Ф. у., распадается на ряд независимых солитонов, распространяющихся влево, и на осциллирующий и затухающий фон, распространяющийся вправо. Поведение решения при  $t \rightarrow \infty$  вычисляется по нач. данным. При помощи *обратной задачи рассеяния метода* можно найти для К.—де Ф. у. бесконечные наборы точных решений, простейшим является  $N$ -солитонное:  $u = 2\epsilon^2 \text{pl} \Delta / \Delta^2$ , где  $\Delta$  — определитель матрицы

$$\Delta_{ij} = \delta_{ij} + M_i^2 (x_i + x_j)^{-1} \exp[-(x_i + x_j)x + 8\epsilon x_i^2],$$

$x_i, M_i (i=1, 2, \dots, N)$  — произвольные пост.,  $\delta_{ij}$  — единичная матрица. При  $t \rightarrow \pm \infty$   $N$ -солитонное решение распадается на  $N$  свободных солитонов с параметрами  $x_i$ . В процессе взаимодействия солитоны испытывают упругие столкновения, приводящие к сдвигу их центров. Полный сдвиг каждого солитона равен сумме сдвигов при парных столкновениях.

Простейшим периодич. решением является бегущая к югу и обратно волна, описываемая эллиптич. косинусом  $\text{sn}(x-ct)$ , с чем и связано её название:

$$(x-ct-x_0) = \int (2E + cu^2 - 2u^3)^{-1/2} du,$$

здесь  $c, E$  — параметры волны. При  $E=0$  кноидальная волна переходит в набор периодически расположенных солитонов.

К.—де Ф. у. допускает также автомодельные решения (см. *Автомодельность*), к-рые выражаются через решения *Пенлеве уравнений*. Для построения и преобразования решений К.—де Ф. у. можно использовать *Беклунда преобразования*.

К.—де Ф. у. имеет бесконечный набор интегралов движения

$$I_n = \int P_n(u, u_x, \dots) dx, \quad n=0, 1, 2, \dots,$$

где  $P_n$  — полином от ф-ции  $u$  и её производных, в частности  $P_0=u$ ;  $P_1=u^2$ ;  $P_2=u^3 - \frac{1}{2}u_x^2$ ;  $P_3=(u_x^2 x + 5uu_x + 5u^2)/2$ . При помощи функциональной производной  $\delta/\delta u$  К.—де Ф. у. можно записать в виде

$$u_t + (\partial/\partial x) \delta I_2 / \delta u = 0, \quad (1)$$

откуда следует, что оно является *гамильтоновой системой* с ф-цией Гамильтона  $I_2$  и скобкой Пуассона

$$\{ \alpha, \beta \} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\delta \alpha}{\delta u} \frac{\delta \beta}{\delta u_x} - \frac{\delta \beta}{\delta u} \frac{\delta \alpha}{\delta u_x} \right) dx.$$

Поскольку  $\{I_n, I_m\} = 0$ , можно показать, что К.—де Ф. у. — интегрируемая гамильтонова система, и явно ввести переменные: действие — угол. Гамильтонова структура (1) не является единственной, выбором скобки Пуассона можно сделать ф-цией Гамильтона любой из интегралов  $I_n$ .

Рассматривают также «высшие К.—де Ф. у.:

$$u_t + (\partial/\partial x) \delta I_n / \delta u = 0, \quad n=3, 4, \dots$$

их свойства аналогичны свойствам обычного К.—де Ф. у. В диссипативных средах К.—де Ф. у. переходит

в Бургерса — Кортевега — де Фриса уравнение

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = \nu u_{xx}, \quad (2)$$

к к-рому (в отличие от К.—де Ф. у. и Бургерса уравнения) точные методы не применимы. Стационарные решения ур-ния (2) описывают структуру ударных волн в средах с дисперсией, в частности *бесконечно-тонельных ударных волн* в плазме. В двумерном случае К.—де Ф. у. переходит в *Кадомцева — Петвишвили уравнение*.

Лит.: Уилем Д. Ж. Линеиные и нелинейные волны. пер. с англ., М., 1977; Теория солитонов. Метод обратной задачи, М., 1980; В. Б. Зезерев.

**КОСВЕННОЕ ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ** (непрямое обменное взаимодействие) — обменное взаимодействие между спиновыми степенями свободы локализованных электронов (или атомных ядер) через возмущение др. электронной подсистемы: диамагнитных ионов (лигандов), окружающих магн. ионы в *магнитных диэлектриках*, либо электронов проводимости в *полупроводниках* и *металлах* [1].

В ранних опытах по адiabатич. размагничиванию парамагнитных солей (30-е гг. 20 в.) было обнаружено, что магн. моменты ионов  $d$ - или  $f$ -элементов (имеющих незаполненные  $d$ - или  $f$ -электронные оболочки в атомах) оказываются не вполне свободными даже в тех случаях, когда ионы разделены диамагнитными группами (ионы галлоидов, молекулы воды и др.) и перекрытие  $d(f)$ -*орбиталей функций* (орбиталей) на разных узлах *кристаллической решётки* пренебрежимо мало. Тем самым, хотя обменная связь существует, прямое обменное взаимодействие (в духе модели Гайтлера — Лондона — Гейзенберга для молекулы  $H_2$ ) в этом случае является чрезвычайно слабым. Х. А. Крамерс (H. A. Kramer), опираясь на идею Ф. Блоха (F. Bloch), в 1934 показал, что обменная связь магн. ионов, окружающих диамагнитными ионами, может осуществляться через виртуальные возбуждения диамагнитной подсистемы кристалла. Ф. Андерсон (Ph. Anderson) в 1950 развил эту идею и применил её к объяснению антиферромагнитных свойств соединений  $d$ -металлов типа  $MnO$ . Природу К. о. в. Крамерса — Андерсона (т. н. с в е р х о б м е н н о г о в з а и м о д е й с т в и я) можно пояснить на простой задаче трёх центров, чётырх электронов, являющейся предельной идеализацией случая  $MnO$  (рис.). Из рис. видно, что виртуальные процессы, обуславливающие К. о. в., таковы: перескок электрона из заполненной оболочки лиганда (иона  $O^{2-}$ ) в  $d$ -оболочку магн. иона  $Mn^{2+}$  ( $\delta$ ); пересорт спинов оставшегося электрона лиганда и спина  $d$ -электрона др. магн. иона вследствие прямого обменного взаимодействия ( $\sigma$ ); перескок  $d$ -электрона из оболочки первого иона обратно в оболочку лиганда.

Тем самым возникает выигрыш в энергии осн. состояний системы с антипараллельными спинами относительно состояния с параллельными спинами, в к-ром один из процессов  $\delta$  или  $\sigma$  невозможен. Возникающая зависимость полной энергии кристалла от суммарного спина в данном случае благоприятствует антиферромагнитному упорядочению магн. моментов. Величина К. о. в. Крамерса — Андерсона порядка  $\epsilon^4$ , где  $\epsilon$  — параметр перекрытия волновых  $d$ -ф-ций парамагнитного иона и волновых ф-ций электронов лиганда. Теория К. о. в. Крамерса — Андерсона при применении к реальным кристаллам требует рассматривания большого числа промежуточных возбуждённых состояний, слагаемых высших порядков по  $\epsilon$  и т. д. Андерсон в 1959 предложил поэтому др. подход [2]. В к-ром на первом этапе в рамках теории иона лиганда (*ионуркристаллического иона*) определяются волновые ф-ции магн. иона в диамагнитном окружении без учёта обменных взаимодействий с др. магн. ионами; при этом  $d$ -ф-ции оказываются медленно спадающими с расстоянием за счёт примес состояний электронов лиганда. На втором этапе рассматриваются обменные

взаимодействия в перенормированной таким образом магн. подсистеме. При этом связь между ионами  $i$  и  $j$  имеет в нерелятивистском приближении обычный вид взаимодействия Гейзенберга—Дирака—Ван Флека с гамма-квантом  $\mathcal{H} = -2J_{ij} S_i S_j$  ( $S_i$  — оператор спина, см. Гейзенберг, *Модель*), а обменный параметр  $J_{ij}$  включает потенциальный (электростатич.) и кинетич. обмен. Вклад потен. обмена положительных (способствует параллельной ориентации спинов) и обусловлен уменьшением кулоновского отталкивания для электронов с параллельными спинами из-за «фермиевской



дырки» (см. *Корреляционная энергия*). Вклад кинетич. обмена отрицателен (способствует антипараллельной ориентации спинов) и обусловлен процессами второго порядка теории возмущений по параметру, представляющему отношение энергии переноса  $d$ -электрона между магн. ионами к энергии отталкивания  $d$ -электронов на одном центре (ионе). Обычно кинетич. обмен больше потенциального, что и объясняет более широкую распространённость антиферромагнетизма по сравнению с ферромагнетизмом среди магн. диэлектриков. Знак и относит. величину К. о. в. в магн. диэлектриках в зависимости от электронной конфигурации магн. иона, симметрии кристаллич. окружения и угла между направлениями от лиганда на магн. ионы позволяют определить полуэмпирич. правила Гуденафа — Кагамори [3, 5]. Осуществлены также расчёты обменных взаимодействий в кристаллах с учётом реальной электронной структуры в рамках метода функционала локальной спиновой плотности [6].

Учёт эффектов спин-орбитального взаимодействия в магн. диэлектриках с низкой симметрией кристаллич. решётки даёт антисимметричный по спиновым операторам вклад в К. о. в. Этот вклад описывается гамма-тономом  $\mathcal{H} = D_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j$ , характеризующим т. н. обменное взаимодействие Дзялошинского — Мориа. Оно было введено И. Е. Дзялошинским в 1957 из феноменологич. соображений и получено в рамках микроскопич. теории Т. Мориа (Т. Moriya) в 1960 [4]. Взаимодействие Дзялошинского—Мория ответственно за явление *слабого ферромагнетизма* в нек-рых антиферромагнитных диэлектриках (напр.,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ ) [1].

К. о. в. через электроны проводимости было предсказано М. Рудерманом и Ч. Киттелем (М. Ruderman, Ch. Kittel) в 1954 для ядерных спинов в металлах. Оно появляется во втором порядке теории возмущений по постоянной сверхтонкого взаимодействия и отличается дальнедействующим осциллирующим характером спада с расстоянием  $R_{ij}$ :

$$J_{ij} \sim \cos(2kFR_{ij})/R_{ij}^3 \quad (\text{при } 2kFR_{ij} \gg 1).$$

Здесь  $k_F$  — фермиевский волновой вектор электронов проводимости. Такое поведение является следствием существования скачка электронной  $f$ -ици распределения на ферми-поверхности. Теория К. о. в. между магн. моментами локализованных электронов через электроны проводимости была предложена Т. Касуя (Т. Kasuya), К. Йосиды (К. Yoshida) и др. в 1956 на основе  $s-d$ ( $f$ )-обменной *Шубина — Вансовского модели* (т. н. взаимодействие Рудермана — Киттеля — Ка-

суя — Йосиды, или *РККИ-обменное взаимодействие*). Его характерная величина  $\sim I^2/\epsilon_F$ , где  $I = s-d$ ( $f$ )-обменный интеграл,  $\epsilon_F$  — ферми-энергия электронов проводимости, а зависимость от  $R_{ij}$  такая же, как для случая ядерных спинов. РККИ-взаимодействие играет определяющую роль в магнетизме редкоземельных магнетиков, а также разбавленных твёрдых растворов магн. ионов в немагнитной матрице. матрице типа Cu—Mn (см. *Спиновые стекла*).

Для магн. металлов группы железа и большинства их сплавов справедлива скорее картина магнетизма коллективизированных электронов, однако там, где можно говорить о наличии достаточно хорошо определённых локализованных магн. моментов (напр., в видимому, в  $\alpha\text{-Fe}$ ), взаимодействие между ними подобно РККИ-взаимодействию, т. е. является осциллирующим и дальнедействующим. Это подтверждается прямыми расчётами обменных параметров на основе *зонной теории магнетизма*.

Заметно отличается от РККИ-взаимодействия К. о. в. в *магнитных полупроводниках* (легированных EuO, CdCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub> и др.), а также в магнетиках с узкими зонами (напр.,  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$ ). В этом случае теория возмущений по параметру  $|I|/\epsilon_F$  неприменима и К. о. в. имеет существенно негейзенберговский вид. Наличие в магнетике небольшого числа свободных электронов всегда способствует ферромагнитному упорядочению локализованных магн. моментов, причём выигрыш в энергии для системы упорядоченных моментов пропорционален проведению концентрации электронов проводимости (или дырок в почти изоляционной зоне) на энергию переноса [теория двойного обмена, К. Зинер (С. Zener), 1951].

Лит.: 1) Воксоуэсый С. В., *Магнетизм*, М., 1971; 2) Аидегаей Р. В., Exchange in Insulators. Superexchange, direct exchange and double exchange, в кн.: *Magnetism*, v. 1, N. Y.—L., 1963; 3) Канамори Т., Antibondry and indistinguishable of ferromagnetism and antiferromagnetism materials, в кн.: *Moriya T., Weak ferromagnetism*, там же; 4) Гуденаф Д., *Магнетизм и химическая связь*, пер. с англ., М., 1968; 5) Гуденаф В. А., Дхитчштейн А. И., Постышков А. В., *Магнетизм и химическая связь в кристаллах*, М., 1985; М. И. Раичневский.

**КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА** — плазма в космосе, пространств. и космич. объектах. К. н. условно можно разделить по предметам исследования: околопланетная, межпланетная плазма, плазма звёзд и звёздных атмосфер, плазма квазаров и галактик, ядер, межзвёздная и межгалактич. плазма. Указанные типы К. н. различаются своими параметрами (ср. плотностями  $n$ , ср. энергиями частиц и т. п.), а также состоянием: термодинамически равновесными, частично или полностью неравновесными.

**Межпланетная К. н.** состояние околопланетной плазмы, а также структура занимаемого ею пространства зависят от наличия собственного магн. поля у планеты и её удалённости от Солнца. Магн. поле планеты существенно увеличивает область удержания околопланетной плазмы, образуя естественные *магнитные ловушки*. Поэтому область удержания околопланетной плазмы является неоднородной. Большую роль в формировании околопланетной плазмы играют потоки солнечной плазмы, двигающиеся практически радиально от Солнца (т. н. *солнечный ветер*), плотности к-рых падают с расстоянием от Солнца. Непосредственные измерения плотности частиц солнечного ветра вблизи Земли с помощью космич. аппаратов дают значения  $n \approx (1-10) \text{ см}^{-3}$ . Плазма околоземного космич. пространства обычно разделяется на плазму *ионосферы*, имеющую плотность  $n$  до  $\sim 10^6 \text{ см}^{-3}$  на высотах  $\sim 350 \text{ км}$ , плазму *радиационных поясов* Земли ( $n \sim 10^7 \text{ см}^{-3}$ ) и *магнитосферы* Земли; вплоть до неск. радиусов Земли простирается т. н. *плазмосфера*, плотность к-рой  $n \sim 10^4 \text{ см}^{-3}$ .

Особенность плазмы верх. ионосферы, радиан. поясов и магнитосферы в том, что она является бесстатистической, т. е. пространственно-

временные масштабы волновых и колебат. процессов в ней намного меньше столкновительных. Релаксация по энергиям и импульсам протекает не за счёт столкновений, а через возбуждение коллективных степеней свободы плазмы — колебаний и волн. В плазме подобного типа, как правило, отсутствует термодинамич. равновесие, в частности между электронной и ионной компонентами. Быстропротекающие процессы в них, напр. ударные волны, также определяются возбуждением мелкомасштабных колебаний и волн. Характерным примером является бесстолкновительная ударная волна, образующаяся при обтекании солнечным ветром магнитосферы Земли.

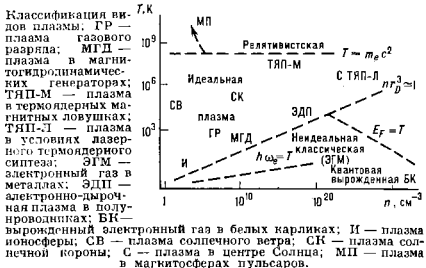
Звёздная К. п. Солнце и звёзды можно рассматривать как гигантские густки К. п. с плотностью, постоянно возрастающей от внеш. частей к центру: корона, хромосфера, фотосфера, конвективная зона, ядро. В т. п. нормальных звёздах высокие темп-ры обеспечивают термич. ионизацию вещества и переход его в состояние плазмы. Высокое давление плазмы поддерживает гидростатич. равновесие. Макс. расчётная плотность К. п. в центре нормальных звёзд  $\rho \sim 10^{24}$  см<sup>-3</sup>, темп-ра до  $10^8$  К. Несмотря на высокие плотности, плазма здесь обычно идеальная за счёт высоких темп-р: только в звёздах с малыми массами ( $\geq 0.5$  массы Солнца) появляются эффекты, связанные с неидеальностью плазмы. В центр. областях нормальных звёзд длины свободного пробега частиц малы, поэтому плазма в них столкновительная, равновесная; в верх. слоях, в особенности хромосфере и короне, плазма бесстолкновительная. (Эти расчётные модели основаны на ур-ниях *магнитной гидродинамики*.)

В массивных и компактных звёздах плотность К. п. может быть на веск. порядков выше, чем в центре нормальных звёзд. Так, в *белых карликах* плотность настолько велика, что электроны оказываются вырожденными (см. *Вырожденный газ*). Ионизация вещества обеспечивается за счёт большой величины кинетич. энергии частиц, определяемой *ферми-энергией*; это же является причиной идеальности К. п. в белых карликах. Статич. равновесие обеспечивается фермиевским давлением электронов вырожденной плазмы. Ещё большие плотности вещества, возникающие в нейтронных звёздах, приводят к вырождению не только электронов, но и нуклонов. К нейтронным звёздам относятся пульсары — компактные звёзды, имеющие диаметры  $\sim 20$  км при массе  $\sim 1 M_{\odot}$ . Пульсары характеризуются быстрым вращением (играющим важную роль в механич. равновесии звезды) и магн. полем дивольного типа ( $\sim 10^{12}$  Гс на поверхности), причём магн. ось не обязательно совпадает с осью вращения. Пульсары обладают магнитосферой, заполненной релятивистской плазмой, к-рая является источником излучения эл.-магн. волн.

Диапазон темп-р и плотностей К. п. огромен. На рис. схематически показано разнообразие видов плазмы и их примерное расположение на диаграмме температура—плотность. Как видно из диаграммы, последовательность в уменьшении плотности К. п. приблизительно такова: плазма звёзд, околопланетная плазма, плазма квазаров и галактич. ядер, межгалактич. плазма, межзвёздная и межгалактич. плазма. За исключением плазмы ядер звёзд и ниж. слоев околопланетной плазмы, К. п. является бесстолкновительной. Поэтому она часто бывает термодинамически неравновесной, а ф-ции распределения составляющих её заряд. частиц по скоростям п энергиям далеки от максвелловских. В частности, они могут содержать шик., соответствующие отд. лучам заряд. частиц, быть анизотропными, в особенности в магн. космич. полях, и т. п. Такая плазма избавляется от неравновесности не через столкновения, а, наиб. быстрым путём — через возбуждение эл.-магн. колебаний и волн (см. *Бесстолкновительные ударные волны*). Это при-

водит к тому, что мощность излучения космич. объектов, содержащих бесстолкновительную плазму, намного превосходит мощность равновесного излучения, а спектр заметно отличается от планковского. Примером является излучение *квазаров*, к-рое и в радио- и в оптич. диапазонах имеет неравновесный характер. И, несмотря на неоднозначность теоретич. интерпретации наблюдаемого излучения, все теории указывают на важность роли потоков релятивистских электронов, распространяющихся на фоне основной плазмы.

Др. источник неравновесного радиоизлучения — *радиогалактики*, к-рые по размерам значительно пре-



восходят галактики, видимые в оптич. диапазоне. Здесь также важную роль играют релятивистские электроны, выбрасываемые из галактик и распространяющиеся на фоне окружающей галактики плазмы. Неравновесность магнитосферной плазмы, проявляющаяся также в наличии пучков заряд. частиц, приводит к километровому радиоизлучению Земли.

Неравновесные плазменные явления приводят также к тому, что плазма не только мощно излучает, во и становится турбулентной за счёт того, что определ. типы возбуждаемых волн и колебаний либо «задерживаются» в плазме долго либо вообще не могут «покинуть» плазму (напр., ленгмюровские колебания). Это позволяет найти путь для решения проблемы т. н. «обойденных» элементов в теории происхождения элементов во Вселенной. Наиб. распространённая теория происхождения элементов предполагает, что из исходных протонов и нейтронов элементы образуются путем последоват. захвата нейтронов, а когда новый изотоп перегружен нейтронами, то в результате его радиоактивного распада с испусканием электрона и антинейтрона возникает новый элемент. Однако есть «обойденные» элементы (напр., дейтерий, литий, бор и т. д.), образование к-рых нельзя объяснить захватом нейтронов; их происхождение, возможно, связано с ускорением заряд. частиц в областях с высокой степенью плазменной турбулентности и последующими ядерными реакциями ускоренных частиц.

К. п. удалённых объектов исследуется дистанционными спектральными методами с помощью оптич. телескопов, радиотелескопов, внеатмосферных спутниковых телескопов в рентгеновском и  $\gamma$ -диапазонах излучения. С помощью приборов, установленных на ракетах, спутниках и космич. аппаратах, быстро расширяется диапазон прямых измерений параметров К. п. в пределах Солнечной системы. Эти методы включают в себя использование зондовых, волновых низко- и высокочастотных спектрометрич. измерений, измерений магн. и электрич. полей (см. *Диагностика плазмы*). Так были обнаружены радиац. пояса Земли, солнечный ветер, бесстолкновительная ударная волна внедиск магнитосферы Земли, хвост магнитосферы,

километровое излучение Земли, магнитосферы планет от Меркурия до Сатурна и т. д.

Совр. космич. техника позволяет проводить т. п. активные эксперименты в космосе — активно воздействовать на К. п., в первую очередь околоземную, радионизлучениями, пучками заряд. частиц, плазменными сгустками и т. п. Эти методы используются для диагностики, моделирования естеств. процессов в реальных условиях, вивидирования естеств. явлений (напр., полярных сияний).

**Тыны К. п. в космологии.** По совр. представлениям, Вселенная возникла во время т. н. большого взрыва (big-bang). В период разлёта вещества (расширяющаяся Вселенная), помимо гравитации, определяющей разлёт, три остальных типа взаимодействия (сильное, слабое и эл.-магнитное) вносят свой вклад в плазменные явления на разных стадиях разлёта. При чрезвычайно высоких темп-рах, характерных для ранних стадий разлёта, такие частицы, как, напр.,  $W^\pm$  и  $Z^0$ -бозоны, ответственные за слабые взаимодействия, были безмассовыми, как и фотоны (симметрия эл.-магн. и слабых взаимодействий). Это означает, что слабое взаимодействие являлось дальнедействующим, в  $k$ -ром аналогом самосогласованному эл.-магн. полю было самоогласованное Янга — Миллса поле. Т. о., вся левонная компонента вещества находилась в состоянии плазмы. Учитывая имеющиеся в стандартной модели связь времени разлёта  $t$  и темп-ры термодинамически равновесного вещества  $T$ :  $t(\text{с}) \approx 1/T^2$  (темп-ра в МэВ), можно оценить время, в течение  $k$ -рого существовала такая левонная плазма. При темп-рах  $T$ , приближающихся к энергии покоя  $Z^0$ -бозона  $M_{Z^0} c^2 \approx 90 \text{ ГэВ}$  (соответствующее время  $t \approx 10^{-10} \text{ с}$ ), происходит фазовый переход со спонтанным нарушением симметрии слабых и эл.-магн. взаимодействий, приводящий к появлению масс у  $W^\pm$  и  $Z^0$ -бозонов, после чего лишь заряженные левтоны взаимодействуют с помощью только одних дальнедействующих сил — электромагнитных.

Адронная (сильно взаимодействующая) компонента вещества при столь высоких темп-рах также находится в своеобразном плазменном состоянии, наз. кварк-глюонной плазмой. Здесь взаимодействие между кварками осуществляется также безмассовыми глюонными полями. При плотностях горячей кварк-глюонной плазмы ( $\mu \sim T^3$ ) со ср. расстоянием между элементарными частицами  $\ll 10^{-13} \text{ см}$  — радиус нуклона (при этом  $T \gg 100 \text{ МэВ}$ ) кварк-глюонная плазма является идеальной и может быть бесстолкновительной. При дальнейшем остывании Вселенной, когда за время  $t \approx 10^{-4} \text{ с}$  темп-ра падает до  $T \approx 100 \text{ МэВ}$  (энергия покоя  $d$ -мезонов), происходит новый фазовый переход: кварк-глюонная плазма — адронное вещество (характеризующееся короткодействием с радиусом взаимодействия  $\sim 10^{-13} \text{ см}$ ). Это вещество состоит из стабильных нуклонов и быстро распадающихся адронов. Общее состояние К. п. в последующий затем период определяется заряд. левонной (в основном электрон-позитронной) компонентой, т. к. во Вселенной сохраняется отношение полного барионного заряда к левонному и само это отношение весьма мало ( $\approx 10^{-9}$ ). В итоге при малых временах ( $t \ll 1 \text{ с}$ ) К. п. является ультрарелятивистской и в основном электронно-позитронной. В момент времени  $t \sim 1 \text{ с}$  темп-ра электронно-позитронной плазмы падает до  $1 \text{ МэВ}$  и ниже, при этом начинается интенсивная аннигиляция электрон-позитронных пар, после чего К. п. медленно приближалась к совр. состоянию, мало меняясь по составу элементарных частиц.

Лит.: Пикельнер С. Б., Основы космической электродинамики, 2 изд. М., 1966; Акасофу С. И., Чеденин С., Солнечно-земная физика, пер. с англ., ч. 1—2, М., 1974—75; Арцимович Ч. Л. А., Сагдеев Р. З., Физика плазмы для физиков, М., 1979.

В. Н. Оравский, Р. З. Сагдеев.

**КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ (КЛ)** — поток заряд. частиц высокой энергии, преим. протонов, приходящих к Земле приблизительно изотропно со всех направлений космич. пространства. Внутрь Солнечной системы КЛ падают в основном из межзвёздного пространства от источников, расположенных в пределах нашей Галактики, — галактические КЛ (ГКЛ); самые энергичные частицы имеют, по-видимому, внегалактич. происхождение — это галактические КЛ; некая доля КЛ приходит от Солнца после мощных солнечных вспышек — солнечные КЛ (СКЛ). Названные КЛ являются первичными. При ионизации в атмосфере Земли, сталкиваясь с ядрами атомов воздуха, они образуют большое количество вторичных частиц (протонов, электронов, мезонов, фотонов и др.) — вторичные КЛ, к-рые затем регистрируются приборами на Земле.

Общая характеристика КЛ. Существование КЛ было установлено в 1912 В. Гессом (V. Hess) во вриозидной имп. ионизации воздуха; возрастание ионизации с высотой доказывало их внеземное происхождение; отклонение КЛ в магн. поле [Р. Милликен (R. A. Millikan), 1923], Л. В. Скобельяна, 1927; С. Н. Вернов, 1935] показало, что первичные КЛ представляют собой поток заряд. частиц.

КЛ представляют сильно разреженный газ, частицы к-рого практически не сталкиваются друг с другом, но взаимодействуют с веществом и эл.-магн. полем межзвёздного и межпланетного пространства. Ядра атомов разл. элементов, входящие в состав КЛ, полностью лишены электронов и обладают огромными кинетич. энергиями (плотность до  $\epsilon_k \sim 10^{10} \text{ эВ}$ ). Хотя суммарный поток первичных КЛ на границе с атмосферой Земли невелик ( $\sim 1$  частица/ $\text{см}^2 \cdot \text{с}$ ), ср. плотность их энергии ( $\sim 1 \text{ эВ/см}^2$ ) сравнима со ср. плотностью лучистой энергии звёзд в межзвёздной среде, энергии тепловое движение межзвёздного газа и кинетич. энергии его турбулентных движений, а также со ср. плотностью энергии магн. поля Галактики.

Важная особенность КЛ — ионеловное происхождение их энергии. Действительно, при темп-ре  $10^6 \text{ К}$ , характерной, по-видимому, для звёздных недр, энергия теплового движения частиц не превышает  $10^5 \text{ эВ}$ . Осн. же масса частиц КЛ, наблюдаемых у Земли, имеет энергии от  $10^8 \text{ эВ}$  и выше. Это означает, что КЛ приобретают энергию в специфич. астрофизич. процессах эл.-магн. и плазменной природы.

Изучение КЛ даёт ценные сведения об эл.-магн. условиях в разл. областях космич. пространства. Круг вопросов, связанных с изучением происхождения КЛ, их состава, спектра, временных вариаций, их роли в астрофиз. явлениях, составляет космофизич. спектр КЛ.

С др. стороны, КЛ незаменимы в качестве естеств. источника энергии высокой энергии при изучении элементарной структуры вещества и взаимодействий между элементарными частицами. Исследования такого рода относятся к ядерно-физическому аспекту у КЛ. Именно детальное изучение зарядов и масс вторичных КЛ привело к открытию позитронов (1932), мюонов (1937),  $\pi$ - и  $K$ -мезонов (1947), а также  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^\pm$ -гиперонов. Исследования КЛ в ядерно-физ. аспекте продолжают в основном с целью определения характеристик элементарного акта ядерного взаимодействия при энергиях  $\epsilon_k > 10^{15} \text{ эВ}$ ; кроме того, они дают информацию об интенсивности, спектре и аннотронии частиц при  $\epsilon_k \approx 10^{15} - 10^{20} \text{ эВ}$ , что очень важно для поиска источников КЛ и механизмов их ускорения. КЛ ещё долго будут оставаться уникальным источником частиц сверхвысоких энергий, т. к. на самых мощных совр. ускорителях макс. достигнутая энергия пока не превышает  $10^{14} \text{ эВ}$ .

**Методы наблюдения КЛ.** Из-за огромной энергетич. диапозона КЛ ( $10^6 - 10^{20} \text{ эВ}$ ) методы их регистрации

и наблюдения очень разнообразны. Это и наземные счётчиковые установки большой площадью для регистрации т. п. широких атм. ливней (см. ниже), и мировая сеть нейтронных мониторов, и счётчиковые телескопы, ионизаци. камеры, фотондерные эмульсии, поднимаемые на аэростатах, геофизич. ракетах, на ИСЗ и межпланетных автоматич. станциях. С развитием космич. технич. и радиохимич. методов стало возможным изучать характеристики КЛ на радиозвоноте и треках, образуемым ими в метеоритах, лунном грунте и т. п.

Используются также косвенные методы изучения КЛ — по наблюдениям радиоаклутации космич. электронов, по данным о гамма-излучении от распада нейтральных пионов, образуемых КЛ в межзвёздном пространстве, по эл.-магн. излучению солнечных вспышек, по эффектам ионизации, вызываемым КЛ в ниж. части ионосферы Земли (особенно в полярных широтах при вторжении СКЛ) и др.

Состав космических лучей. Более 90% частиц КЛ всех энергий составляют протоны, 7% — ядра гелия ( $\alpha$ -частицы) и лишь небольшая доля ( $\sim 1\%$ ) приходится на ядра более тяжёлых элементов (эти цифры относятся к частицам с энергией  $E_k \geq 2,5$  ГэВ/нуклон). Относит. содержание ядер элементов в КЛ приведено в таблице.

Относительное среднее содержание ядер элементов в КЛ, на Солнце и в звёздах

Элемент	СКЛ	ГКЛ	Солнце	Звёзды
$^1\text{H}$	4600*	665	1445	925
$^2\text{He}$	70*	48	91	150
$^3\text{Li}$	—	0,3	$< 10^{-3}$	$< 10^{-3}$
$^4\text{Be}$	0,02	0,8	$< 10^{-3}$	$< 10^{-3}$
$^6\text{C}$	0,54*	1,8	0,6	0,26
$^{12}\text{N}$	0,20	$\leq 0,8$	0,1	0,20
$^{16}\text{O}^{**}$	1,0*	1,0	1,0	1,0
$^{18}\text{F}$	$< 0,03$	$< 0,1$	$10^{-3}$	$10^{-4}$
$^{20}\text{Ne}$	0,16*	0,30	0,054	0,38
$^{22}\text{Na}$	—	0,19	0,002	0,002
$^{23}\text{Mg}$	0,18*	0,32	0,05	0,04
$^{24}\text{Al}$	—	0,06	0,002	0,004
$^{26}\text{Si}$	0,13*	0,42	0,065	0,045
$^{28}\text{P}$ — $^{28}\text{S}$	0,06	0,13	0,032	0,024
$^{32}\text{S}$ — $^{32}\text{Ca}$	0,04*	0,11	0,028	0,02
$^{36}\text{Ti}$ — $^{36}\text{Ni}$	0,02	0,28	0,006	0,033
$^{56}\text{Fe}$	0,15*	0,14	0,05	0,06

\* Данные наблюдений для интервала энергий  $E_k = 1-20$  МэВ/нуклон, остальные цифры в этой колонке относятся к  $E_k > 10$  МэВ/нуклон. Точность значений  $\sim 10-50\%$ .

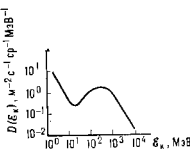
\*\* Количество ядер кислорода принято за единицу.

Такой состав КЛ приблизительно соответствует ср. распространённости элементов во Вселенной с двумя существенными отклонениями: в КЛ значительно больше лёгких ядер (Li, Be, B) и тяжёлых ядер с  $Z \geq 20$ . Большое количество ядер Li, Be, B во сравнении со ср. распространённостью связано, вероятно, с расщеплением тяжёлых ядер при столкновениях с ядрами атомов межзвёздной среды. Из наблюдаемого количества ядер лёгкой группы и изотопного состава ядер Be получены оценки расстояния, проходящего КЛ в межзвёздной среде ( $\sim 3$  г/см $^2$ , или  $\sim 3 \cdot 10^{18}$  см), и времени жизни КЛ в Галактике ( $\leq 10^7$  лет). КЛ содержат также  $\leq 1\%$  релятивистских электронов с энергиями  $E_k \geq 1$  ГэВ, а также позитроны, причём наблюдаемое отношение их интенсивностей составляет  $\approx 0,1$ . В 1979—1984 получены экскерим. свидетельства того, что в КЛ значит. количество антипротонов ( $\geq 10^{-4}$  по отношению к протонам).

Энергетический спектр имеет вид немонотонной кривой с максимумом при  $E_k \approx 300-500$  МэВ/нуклон и минимумом при  $E_k = 20-30$  МэВ/нуклон (рис. 1). Уменьшается интенсивности КЛ при  $E_k \leq 400$  МэВ/нук-

лон объясняют модуляцией, оказываемой межпланетной магн. полями, нереносимыми солнечным ветром, хотя вид первичного спектра за пределами Солнечной системы неизвестен. Характерный провал в спектре в интервале 10—40 МэВ — вероятно, результат наиболее эфф. рассеяния частиц на неоднородностях межпланетного магн. поля.

Рис. 1. Дифференциальный спектр космических лучей (протонов) с  $E_k \leq 10$  ГэВ в межпланетном пространстве вблизи орбиты Земли в 1965.



В области энергий левее минимума (10 МэВ) спектр испытывает сильные и частые нерегулярные вариации, вызванные потоками СКЛ. Энергетич. спектр СКЛ у Земли сильно меняется от вспышки к вспышке, имеет приблизительно степенной характер с показателем степени 3—7 (см. *Солнечные космические лучи*). В спокойные периоды, когда потоки СКЛ обладают минимальной интенсивностью и относительно стабильны, в межпланетном пространстве существует квази стационарный фон малонергичных КЛ со спектром, показанным на рис. 1 (левее минимума).

Ниж. граница энергии СКЛ неопределённая и составляет  $\leq 10^6$  эВ. Верх. предел энергии СКЛ  $\approx 2 \times 10^9$  эВ; имеются отд. указания о регистрации солнечных протонов с энергией до  $10^{10}$  эВ.

В области энергий выше  $10^{10}$  эВ дифференц. спектр уже не подвержен модуляции и хорошо описывается степенной ф-цией с показателем степени  $\gamma \approx 2,7$  вплоть до  $10^{15}$  эВ. При  $E_k \approx 10^{15}$  эВ в спектре имеется излом, спектр становится более крутым ( $\gamma \approx 3,2$ ). В области  $E_k \approx 10^{18}$  эВ форма спектра известна плохо, но есть указания на то, что спектр вновь становится более нольным. При  $E_k \approx 10^{18}-10^{20}$  эВ спектр должен резко образоваться из-за ухода частиц в межгалактич. пространство и взаимодействия с фотонным реликтовым излучением. Поток частиц сверхвысоких энергий очень мал: на площадь  $10$  км $^2$  за год попадает в среднем не более одной частицы с  $E_k \geq 10^{20}$  эВ.

Форма энергетич. спектра  $\alpha$ -частиц и более тяжёлых ядер близка к форме спектра протонов; это означает, что хим. состав КЛ слабо зависит от энергии, однако данные о составе КЛ в области высоких энергий весьма скудны. Спектр электронов при достаточно высоких энергиях также близок к стеновному с  $\gamma = 2,7$ .

**Вариации КЛ.** Проникая в Солнечную систему, нервные ГКЛ вступают во взаимодействие с межпланетным магн. полем гелиосферы, к-рое формируется намагниченной плазмой, движущейся радиально от Солнца (*солнечный ветер*). В Солнечной системе устанавливается равновесие между конвективным потоком КЛ, выносимым солнечным ветром наружу, и потоком, направленным внутрь системы. Влияние межпланетного поля «чувствуют» частицы сравнительно небольших энергий ( $E_k < 10^6$  эВ), ларморовский радиус к-рых сравним с размерами неоднородностей межпланетного магн. поля. Параметры гелиосферы изменяются с изменением солнечной активности в течении 11-летнего цикла, и в ГКЛ наблюдается модуляция интенсивности, наз. 11-летней вариацией. Интенсивность КЛ изменяется в противофазе с солнечной активностью. Амплитуда вариаций различна для разных энергий, а интегральный поток ГКЛ меняется приблизительно в два раза.

Кроме 11-летней наблюдаются ещё 27-дневная, солнечно-суточная вариация, *Форбуца эффект* и др. 27-дневная вариация КЛ с амплитудой  $\sim 10\%$  в меж-



планетном пространстве на орбите Земли соответствует периоду вращения Солнца и обусловлена асимметрией потока магн. неоднородностей в солнечном ветре. Солнечно-суточный вариация с амплитудой  $\leq 2\%$  связана с суточным вращением Земли и обусловлена различием слоев солнечного ветра в направлении на Солнце и в антисолнечном направлении. Эффект Форбуша представляет собой кратковрем. понижение интенсивности КЛ (на  $\sim 50\%$  в межпланетном пространстве и до 25–30% на поверхности Земли), обычно связанное с геомагн. бурей. Этот эффект вызывается рассеянием ГКЛ магн. полями, переносимыми солнечными корпускулярными потоками после вышек на Солнце, когда поля оказываются у Земли и как бы «закрывают» её от КЛ.

Исследования вариаций ГКЛ и СКЛ позволили оценить напряжённость квазирегулярного межпланетного магн. поля (ср. значение на орбите Земли  $\sim 10^{-6}$  Гс). Неоднородности межпланетного магн. поля имеют характерные размеры  $\sim 10^{10}-10^{11}$  см (для сравнения — диаметр Земли равен  $1,28 \cdot 10^9$  см). Вариации КЛ дают уникальную возможность исследовать свойства солнечного ветра перпендикулярно плоскости эклиптики на больших расстояниях от Солнца. Исследования вариаций КЛ помогают в изучении свойств земной магнитосферы (определение параметров кольцевого торо, возникающего при развитии геомагн. бури), ионосферы (образование ионизованного слоя за счёт ГКЛ и усиленная ионизация в полярной ионосфере во время вышек СКЛ).

Попавшая в магн. поле Земли, ГКЛ отклоняется от первонач. направления вследствие действия на них Лоренца сил. На заданную широту вблизи Земли с данного направления приходит частица только с энергией, превышающей некое пороговое значение. Этот эффект наз. геом. магн. обрезаемием. Отклоняющее действие магн. поля проявляется тем сильнее, чем меньше геомагн. широта места наблюдения. Так, напр., с вертикального направления на экватор попадают протоны только с энергией  $\epsilon_k \geq 1,5 \cdot 10^{10}$  эВ, на геомагн. широту  $51^\circ$  — с энергией  $\epsilon_k \geq 2,5 \cdot 10^9$  эВ. Поскольку ГКЛ имеютпадающую спектр, их интенсивность на экваторе меньше, чем на высоких широтах, — т. е. широтный эффект на КЛ.

Взаимодействие КЛ с атмосферой Земли. Попавшая в атмосферу Земли, высокоэнергичные первичные КЛ (протоны и др. ядра) испытывают столкновения с ядрами атомов воздуха (в основном азота и кислорода). В результате взаимодействия происходит расщепление ядер и рождение нестабильных элементарных частиц (т. н. множественные процессы). Ср. пробег до ядерного взаимодействия в атмосфере для протонов  $\approx 80$  г/см<sup>2</sup>, что составляет  $1/3$  часть всей толщи атмосферы, следовательно, протон успевает вкрат. раз вступить во взаимодействие с ядрами атомов воздуха. Поэтому вероятность дойти до уровня моря у первичных КЛ крайне мала. На больших глубинах в атмосфере регистрируется вторичное излучение, разделение в соответствии с природой и свойствами на ядерно-активную, мюонную и электроп-фотонную компоненты (рис. 2).

В элементарном акте взаимодействия первичной частицы КЛ с ядрами атомов воздуха рождаются почти все известные элементарные частицы, среди к-рых гл. роль играют  $\pi$ -мезоны, как заряженные, так и нейтральные. Нуклоны и не успевающие распадаться  $\pi^\pm$ -мезоны образуют ядерно-активную компоненту вторичного излучения. Взаимодействуя с ядрами атомов воздуха, они, подобно первичной частице КЛ, рождают новые каскады частиц до тех пор, пока их энергия не снизится до  $\epsilon_k \sim 10^9$  эВ. На уровне моря остаётся менее 1% ядерно-активных частиц.

Мюонная и нейтральная компоненты образуются при распаде заряженных  $\pi^\pm$ -мезонов [ $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu(\bar{\nu})$ ].

Высокоэнергичные мюоны взаимодействуют с веществом, поэтому они доходят до уровня моря и проникают глубоко под землю. Нейтроны и мюоны вторичного излучения постоянно регистрируются сетью наземных станций. На основе этих измерений исследуются вариации интенсивности первичных КЛ.

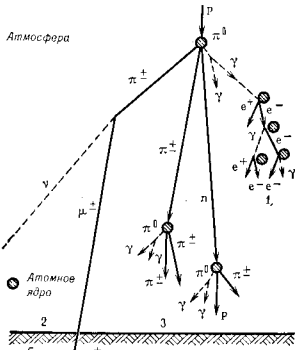


Рис. 2. Схема взаимодействия космических лучей с атмосферой Земли: 1 — электроп-фотония, 2 — мюоны, 3 — нуклонная компонента.

Возникновение электроп-фотонной компоненты связано с распадом  $\pi^0$ -мезонов:  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ . В кулоновском поле ядер каждый  $\gamma$ -фотон рождает электрон-позитронную пару ( $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ ). За счёт тормозного излучения этой пары вновь возникают  $\gamma$ -фотоны, к-рые рождают, в свою очередь, электрон-позитронные пары. Повторение этого процесса приводит к лавинообразному размножению числа частиц до тех пор, пока при нек-рой  $\epsilon_{кр}$  ирреоблаждающиеся не станут конкурирующие процессы итегрии энергии  $\gamma$ -фотонов и электронов (позитронов). После этого происходит затухание каскада. Число частиц в максимуме каскада пропорц. энергии первичной частицы. Каскады, образующиеся при КЛ с  $\epsilon_k > 10^{14}$  эВ, содержат  $10^8 - 10^9$  частиц; они наз. широкими и атмосферными (ШАЛ). С помощью ШАЛ проводится исследование КЛ в области сверхвысоких энергий.

Проникновение КЛ. Для ГКЛ, наблюдаемых у Земли, характерна высокая степень изотропии: с точностью до 0,1% интенсивность частиц с  $\epsilon_k \geq 10^{11} - 10^{15}$  эВ

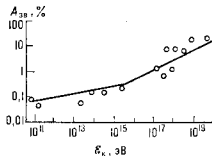


Рис. 3. Амплитуда анизотропии космических лучей в зависимости от энергии в интервале  $\epsilon_k = 10^{11} - 10^{15}$  эВ.

по всем направлениям одинакова. При более высоких энергиях амплитуда анизотропии постепенно растёт (рис. 3) и в интервале  $\epsilon_k = 10^{15} - 10^{20}$  эВ достигает неск. десятков %. Анизотропия 0,1% с максимумом вблизи  $19^a$  эвядного времени примерно совпадает с направлением магн. поля галактик. спираль, в к-рой находится Солнце; вероятно, она связана с вытеканием

КЛ из Галактики. Направление макс. интенсивности ГЛК с энергией  $\epsilon_k > 10^{17}$  эВ соответствует поновленному дрейфовому потоку поперёк силовых линий галактик. магн. поля. Возможно, для этих энергий источники КЛ в нашей Галактике уже не эффективны и к Земле приходят КЛ из др. галактик.

Из-за высокой иотронии ГЛК наблюдения у Земли не позволяют однозначно установить, где они рождаются и как распределены во Вселенной. Ответить на эти вопросы смогла радиоастрономия в связи с открытием космич. синхротронного излучения в диапазоне радиочастот  $f \approx 10^7 - 10^9$  Гц. В галактич. магн. полях релятивистские электроны движутся подобно др. заряж. частицам высокой энергии (протонам и более тяжёлым ядрам), но в отличие от них, благодаря малой массе, интенсивно излучают радиоволны и тем самым обнаруживают себя в удалённых частях Галактики, являясь индикаторами КЛ вообще. Релятивистские электроны занимают протражённую область, охватывающую всю Галактику и заз. галактическим гало.

Кроме общего галактич. радиоизлучения были обнаружены дискретные его источники: оболочки *сверхновых звёзд, пульсары, ядро Галактики, квазары*. Естественно ожидать, что все эти объекты являются источниками КЛ. Магн. поля указанных объектов отличаются большой напряжённостью, поэтому электроны в таких полях могут генерировать также рентг. излучение синхротронной природы, к-рое даёт дополнит. информацию об источниках КЛ.

Важным индикатором источников КЛ является космич. гамма-излучение, возникающее за счёт распада нейтральных пионов, образующихся при столкновениях КЛ с частицами межзвёздного газа. Гамма-лучи не подвержены воздействию магн. полей, поэтому направление их прихода непосредственно указывает на источник КЛ. В отличие от наблюдаемого внутри Солнечной системы почти изотропного распределения КЛ, распределение гамма-излучения по небу оказалось весьма неравномерным и подобным распределению сверхновых звёзд по галактич. долготе. Этот факт свидетельствует в пользу гипотезы о том, что сверхновые являются источником КЛ. В пользу сверхновых как ос. источника КЛ говорят также оценки их энерговыделения при вспышках. Полная мощность всех источников КЛ в Галактике составляет  $\approx 5 \times 10^{40}$  эрг·с<sup>-1</sup>. Энерговыведение при вспышке одной сверхновой обычно считается  $10^{49} - 10^{51}$  эрг. Сверхновые в Галактике вспыхивают в среднем каждые 10—30 лет, так что ср. мощность их энерговыделения составляет  $10^{40} - 3 \cdot 10^{42}$  эрг·с<sup>-1</sup>. Т. о., сверхновые являются наиб. вероятными источниками ГЛК. Но не следует исключать нек-рого вклада др. галактич. источников КЛ, в частности пульсаров, где возможно ускорение до весьма высоких энергий, и галактич. ядра, где идут взрывные процессы, аналогичные взрывам сверхновых. КЛ с  $\epsilon_k > 10^{17}$  эВ, скорее всего, ускоряются во внегалактич. источниках.

**Механизмы ускорения.** Вопрос об ускорении частиц до высоких энергий (превращения энергии магн. поля и движений плазмы в энергию быстрых частиц) в деталях ещё далёк от окончат. решения. Однако в общих чертах принципиальная сторона процесса ускорения ясна. Чтобы свершился элементарный акт приращения энергии заряд. частицы, необходим источник энергии в виде электрич. поля. В космич. плазме не могут существовать сколько-нибудь значит. электростатич. поля, к-рые бы ускоряли заряд. частицы за счёт разности потенциалов между точками поля. Но в плазме могут возникать электрич. поля импульсного или индукционного характера. Импульсные электрич. поля появляются, напр., при разрыве *нейтрального токового слоя*, возникающего в области пересоединения магн. полей противоположной полярности. Индукционное электрич. поле появляется при увеличении напряжённости магн. поля со временем.

Нач. стадия ускорения может быть также обусловлена взаимодействием частиц с электрич. полями плазменных волн в областях с интенсивным турбулентным движением плазмы (см. *Взаимодействие частиц с волнами*). В отличие от регулярного ускорения в полях импульсного или индукционного типа, ускорение плазменными волнами имеет статистич. характер. К числу статистич. относится также модель Ферми, в к-рой ускорение происходит при столкновениях частиц с движущимися магн. неоднородностями («облаками»). Аналогична природе ускорения частиц при их взаимодействии с сильными ударными волнами, в частности при сближении двух ударных волн, образующих отражающие магн. «стенки» для ускоряемых частиц.

В межзвёздной среде статистич. ускорение, повидимому, неэффективно, за исключением, возможно, частиц сравнительно малых энергий ( $\epsilon_k \ll 1 - 3$  ГэВ). В оболочках сверхновых наблюдаются интенсивные турбулентные движения, поэтому эффективность статистич. ускорения должна повышаться.

Общим свойством всех ускорит. механизмов является падающий характер формируемого нп спектра КЛ. Но на этом сходство кончается. Несмотря на интенсивные теоретич. и эксперим. исследования, пока не найдён универсальный механизм ускорения или комбинации механизмов, к-рые могли бы объяснить все особенности спектра и зарядового состава КЛ. По-видимому, в космосе существует нек-рая иерархия ускорит. механизмов, к-рые работают в разл. комбинациях или в разл. последовательности в зависимости от конкретных условий в области ускорения. (Подробнее о механизмах ускорения см. в ст. *Ускорение заряженных частиц.*)

Наряду с огромной ролью КЛ в астрофизич. процессах, необходимо отметить их значение для изучения далёкого прошлого Земли (истории климата, эволюции биосферы и т. д.) и для решения нек-рых практич. задач современности (обеспечение радиац. безопасности космич. полётов, оценка возможного вклада КЛ в метеорофенкты и т. п.). Осн. вклад в общий радиац. фон у орбиты Земли вносят солнечные КЛ.

Лит.: Гинзбург В. Л., Сырова тская С. И., Пронксонение космических лучей, М., 1963; Миротиченко Л. И., Космические лучи в межпланетном пространстве, М., 1973; Дорман Л. И., Экспериментальные и теоретические основы астрофизики космических лучей, М., 1975; Муралин В. С., Введение в физику космических лучей, М., 1979; Тонтыги И. Н., Космические лучи в межпланетных магнитных полях, М., 1983; Миротиченко Л. И., Петров В. М., Динамика радиационных условий в космосе, М., 1985.

Л. И. Миротиченко.

**КОСМИЧЕСКИЕ СКОРОСТИ.** В астрономии и динамике космического полёта употребляются понятия трёх К. с.

Первой К. с. (круговой скоростью) наз. наименьшая нач. скорость, к-рую нужно сообщить телу, чтобы оно стало ИСЗ. Она равна скорости кругового движения на данной высоте над Землёй, т. е.  $V_1 = \sqrt{R/g}$ , где  $\mu$  — произведение постоянной тяготения на массу Земли (массой ИСЗ можно пренебречь),  $r$  — геодетрич. расстояние ИСЗ. На поверхности Земли  $V_1 \approx 7,9$  км/с.

Второй К. с. (параболич. скоростью) наз. наименьшая нач. скорость, к-рую нужно сообщить телу, чтобы оно, начав движение вблизи поверхности Земли, преодолело земное притяжение. Она, очевидно, совпадает со скоростью параболич. движения на данном геодетрич. расстоянии, т. е.  $V_2 = \sqrt{2\mu/r} = \sqrt{2} V_1$ . У поверхности Земли она составляет ок. 11,2 км/с.

Понятия круговой и параболич. скоростей применяются и для др. планет (тогда  $\mu$  — произведение постоянной тяготения на массу планеты), а также обобщаются на случай относит. движения двух космич. тел, взаимодействующих по закону всемирного тяго-

тения, в этом случае  $\rho$  есть произведение постоянной тяготения на сумму масс тел,  $r$  — расстояние между их центрами масс.

Третей же К. с. наз. наименьшая нач. скорость, при к-рой тело, начиная движение вблизи поверхности Земли, преодолевает земное притяжение, затем притяжение Солнца и покидает Солнечную систему. У поверхности Земли она равна прибл. 46,7 км/с.

Лит.: Рубов Ю. А., Движения небесных тел, 3 изд., М., 1977. И. А. Герасимов.

**КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ПОСТОЯННАЯ** — постоянная  $\Lambda$  в ур-ниях гравитационного взаимодействия (математика) А. Эйнштейна (А. Einstein, 1915):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (1)$$

где  $g_{\mu\nu}$  и  $R_{\mu\nu}$  — соответственно метрич. тензор и тензор кривизны пространства-времени Риччи,  $T_{\mu\nu}$  — тензор энергии-импульса материи,  $G$  — постоянная тяготения Ньютона,  $c$  — фундам. скорость. Член с К. н. (космологич. член) описывает гравит. силы притяжения (если  $\Lambda < 0$ ) или отталкивания (если  $\Lambda > 0$ ), являющиеся дополнительными по отношению к гравит. силам притяжения, создаваемым обычной материей (тензором  $T_{\mu\nu}$ ). Эти дополнит. силы пропорц. расстоянию между точками и их число называют гравитационного вакуума.

Космологич. член был введен Эйнштейном в ур-ния тяготения для того, чтобы настроить стационарную модель Вселенной (см. *Космологические модели*). В этой модели силы притяжения обычной материи уравновешены силами гравитат. отталкивания вакуума ( $\Lambda > 0$ ).

После открытия расширения Вселенной аргументы Эйнштейна о необходимости условия  $\Lambda \neq 0$  отпали и Эйнштейн отказался от этой гипотезы. Однако мн. специалистов считали, что следует писать ур-ния Эйнштейна (1) с К. н., а её знак и конкретное значение должны определить будущая физ. теория и астр. наблюдения. Сравнение темпа расширений Вселенной с возрастом небесных тел показывает, что в сегодняшней Вселенной  $|\Lambda| < 10^{-48} \text{ см}^{-2}$ .

Формально космологич. член в ур-ниях (1) эквивалентен дополнит. члену в тензоре энергии-импульса. Этот член даёт след. значения для плотности энергии  $\epsilon_\Lambda$  и давления  $p_\Lambda$ :

$$\epsilon_\Lambda = -p_\Lambda = c^4 \Lambda / 8\pi G. \quad (2)$$

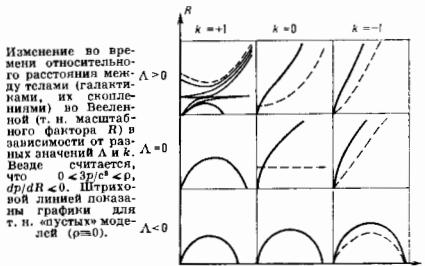
Согласно совр. представлениям, в самом начале космологич. расширения во Вселенной могло существовать такое состояние особого скалярного поля (или полей), при к-ром осуществлялось ур-ние состояния (2) (см. *Раздувающаяся Вселенная*). Это т. в. состояние «ложного вакуума» (или, в более общем случае, «вакуумоподобное состояние»). При этом плотность «ложного вакуума» могла быть огромной  $\rho_\Lambda \approx \epsilon_\Lambda / c^4 \approx 10^{74} \text{ г/см}^3$  или больше и соответствующее значение  $\Lambda \approx 10^{47} \text{ см}^{-2}$ . Именно гравитация «ложного вакуума» определяла тогда динамику расширения Вселенной. В дальнейшем энергия «ложного вакуума» перешла в энергию обычных частиц и космологич. член стал чрезвычайно малым или даже равным нулю (см. *Космология*).

Лит. см. при ст. *Космология*. И. Д. Новиков.  
**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ** — физ.-матем. модели, описывающие строение и эволюцию Вселенной (или отд. этапов этой эволюции). В совр. космологии, развившейся после создания А. Эйнштейном релятивистской теории тяготения, первые модели были призваны описать механич. свойства движения вещества и его распределение в больших масштабах, а также геом. свойства трёхмерного пространства. Эти модели являются решением ур-ний теории тяготения Эйнштейна в применении к Вселенной в целом. В космологич. моделях принимают, что распределение вещества в больших масштабах может характеризоваться плотностью  $\rho$  (усреднённой по этим масштабам)

и давлением  $p$ . При этом используют обычно т. н. *сопутствующие системы отсчёта*, аналогичные лагранжовым системам отсчёта ньютоновской механики (см. *Лагранжа уравнения механики*). В сопутствующих системах вещество покоится, а сама система деформируется с течением времени вместе с веществом. Деформация системы и описывает движение вещества. Наиб. значение в космологии имеют модели однородной изотропной Вселенной, в к-рых все точки трёхмерного пространства эквивалентны и все направления равноправны. Эти модели правильно отражают осн. свойства распределения и движения вещества в больших масштабах в наблюдаемой части Вселенной.

В однородных изотропных моделях трёхмерное пространство сопутствующей системы, вообще говоря, неевклидово. Его искривлённость характеризуется кривизной  $k/R_{кр}^2$ , где  $k=0, \pm 1$ ,  $R_{кр}$  — радиус кривизны. Изменение  $R_{кр}$  с течением времени описывает деформацию с течением времени системы отсчёта, а значит, и вещества. При  $k > 0$  кривизна положительна, трёхмерное пространство замкнуто, его объём конечен (т. н. модель замкнутой Вселенной). При  $k < 0$  кривизна отрицательна, объём пространства бесконечен (в рамках простейшей топологии). Это модель открытой Вселенной. При  $k=0$  пространство евклидово, в этом случае параметр  $R_{кр}$  описывает только деформацию системы и определяется с точностью до произвольного постоянного множителя.

Движение вещества в однородных изотропных моделях происходит под действием сил тяготения и т. н. сил гравитации вакуума, описываемых *космологической постоянной*  $\Lambda$  в ур-ниях Эйнштейна.



Изменение во времени относительного расстояния между телами (галактиками, их скоплениями) во Вселенной (т. н. масштабного фактора  $R$ ) в зависимости от разных значений  $\Lambda$  и  $k$ . Везде считается, что  $0 < 3p/c^2 < \rho$ ,  $dp/dR < 0$ . Штриховой линией показаны графики для т. н. «пустых» моделей ( $\rho=0$ ).

В зависимости от соотношения между этими силами и от значения кинетич. энергии движения вещества возможна качественно разная эволюция модели с течением времени: неограниченное расширение, расширение с последующим сжатием и т. д. (рис.).

Какая из моделей лучше всего описывает эволюцию Вселенной (или отдельный её этап), определяется их сравнением с данными наблюдений и выводами физ. теорий (см. *Космология*).

Модели однородной изотропной нестационарной Вселенной носит имя А. А. Фридмана, начавшего в 1922—1924 осн. решения соответствующих ур-ний Эйнштейна.

Отд. частные случаи этих моделей часто называют по именам учёных, внесших большой вклад в их изучение (напр., модель Эйнштейна — де Ситтера —  $k=0$ ,  $\Lambda=0$  на рис.). Открытие Э. Хабблом (Е. Hubble) в 1929 расширения Вселенной (см. *Хаббл закон*) и все последующие исследования показали, что модель Фридмана хорошо описывает эволюцию видимой части Вселенной от самых ранних этапов начала расширения до наших дней, хотя конкретные значения параметров модели подлежат дальнейшему уточнению. В теории, космология рассматривает также и др. модели, напр. модели однородной анизотропной Ве-

ленной, модели сферически-симметричной Вселенной и др.

С сер. 20 в. понятие К. м. значительно расширилось. Теперь в К. м. рассматриваются не только механич. свойства движения вещества, но и физ. процессы, обуславливающие эволюцию Вселенной. Примером может служить модель горячей Вселенной (см. *Горячей Вселенной теория*), в к-рой предполагается, что в начале расширения вещество было не только очень плотным, но и имело высокую темп-ру (Г. Гамов, Г. Гамов, 40-е гг. 20 в.). Наблюдения подтвердили справедливость этой модели. Др. примером является модель *радувающейся Вселенной*, согласно к-рой предполагается, что в первые мгновения расширения Вселенной ( $\leq 10^{-34}$  с) был период, когда в плотность энергии осн. вклад давало скалярное поле с ур-нием состояния  $\epsilon = -p > 0$  (где  $\epsilon$  — плотность энергии,  $p$  — давление), и Вселенная в этот короткий период расширялась экспоненциально быстро («раздувалась»). Наблюдения свидетельствуют в пользу справедливости этой модели.

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Строне и эволюция Вселенной, М., 1975; Физика космоса. Малая энциклопедия, 2 изд., М., 1986, с. 497; Дини А. Д., Раздувающаяся Вселенная, АУФН, 1984, т. 144, с. 177, И. Д. Новиков.

**КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ НУКЛЕОСИНТЕЗ** — см. *Нуклеосинтез*.

## КОСМОЛОГИЯ

Содержание:

1. Введение . . . . . 476
2. Теория однородной изотропной Вселенной . . . . . 476
3. Наблюдательная космология . . . . . 477
4. Физика процессов в расширяющейся Вселенной 478
5. Проблема начала космологического расширения 479

Космология (от греч. *kosmos* — мир, Вселенная и *logos* — слово, учение) — раздел астрономии, изучающий Вселенную как целое и включающий в себя учение о строении и эволюции всей охваченной астр. наблюдениями части Вселенной. Эмпирич. основой космологич. теорий являются данные астр. наблюдений и данные эксперим. физики. Теоретич. базис К. составляют основные физ. теории, описывающие законы движения материи. К. использует также достижения математики и др. наук. Космологич. выводы и обобщения имеют большое мировоззренческое значение.

### 1. Введение

Представления о строении всего окружающего мира были важным элементом человеческой культуры на протяжении всей её истории. Эти представления отражали уровень знаний и опыт изучения природы в соответствующие эпохи развития человеческого общества. По мере того как расширялись пространственные (и временные) масштабы познаний человеком части Вселенной, менялись и космологич. представления. Первой космологич. моделью, имеющей матем. обоснование, можно считать геоцентрич. систему мира К. Птолемея (К. Ptolemaios, 2 в. н. э.). Она господствовала в науке ок. 1,5 тыс. лет. Затем её сменила гелиоцентрич. система мира Н. Коперника (М. Коперник, 16 в. н. э.). В дальнейшем необычайное расширение масштабов исследования мира благодаря изобретению и совершенствованию телескопов привело к представлению о звёздной Вселенной. Наконец, в нач. 20 в. возникло представление о Вселенной как о мире галактик (Метагалактике). Из рассмотрения этой истории. цепочки смен космологич. представлений с непреклонностью следует, что каждая «система мира» по существу была моделью наибольшей системы небесных тел, достаточно хорошо изученной к тому времени. Так, модель Птолемея правильно отражала строение системы Земля — Луна, система Н. Коперника была моделью Солнечной системы, идеи модели звёздного мира У. Гершеля (W. Herschel) и др. отражали некие черты строения Галактики. Но каждая из этих моделей претендовала в своё время

на описание строения «всей Вселенной». Эта тенденция на новом уровне прослеживается и в развитии К. в 20 в.

Ещё в 19 в. выяснилось, что попытки применения теории тяготения Ньютона и классич. физики к бесконечному распределению материи в пространстве ведёт к ряду серьёзных трудностей (см. *Гравитационный парадокс*, *Фотометрический парадокс*, *«Теловая смерть» Вселенной*). Совр. К. возникла в нач. 20 в. после создания А. Эйнштейном (A. Einstein) релятивистской теории тяготения (общей теории относительности — ОТО). Первая модель Вселенной, основанная на новой теории тяготения, т. н. релятивистская космологич. модель, была построена А. Эйнштейном в 1917. Однако она описывала статич. Вселенную и, как показали астрофизич. наблюдения, оказалась неверной.

В 1922—24 А. А. Фридманом были получены общие решения ур-ний ОТО для вещества, в среднем равномерно заполняющего всё пространство, в к-ром к тому же все направления равноправны. Эти решения в общем случае нестационарны, они описывают расширение или сжатие всего вещества, всей Вселенной. В 1929 Э. Хаббл (E. Hubble) в итоге многолетних астрофизич. наблюдений открыл расширение окружающего нас мира галактик, открыл расширение Вселенной, подтверждающее правильность выводов А. А. Фридмана. Фридмановские модели являются основой всего последующего развития К. Эти модели описывали механич. картину движения тяготеющих масс во Вселенной и её глобальную структуру. Если прежние космологич. построения призваны были описывать гл. обр. наблюдаемую структуру Вселенной, кажущуюся стационарной, то модели Фридмана но своей сути были аволюционными, связывали сегодняшнее состояние Вселенной с её предыдущей историей. С кон. 40-х гг. 20 в. всё большее внимание К. обращает на физику процессов, протекавших на разных этапах космологич. расширения. В 1946—48 появилась теория горячей Вселенной Г. Гамова (G. Gamow), согласно к-рой в начале расширения вещество характеризовалось огромной темп-рой. В это же время были разработаны принципиально новые астр. методы наблюдений. Возникла *радиоастрономия*, а затем, после начала космич. эры, развились *рентгеновая астрономия*, *гамма-астрономия*, ИК-астрономия. Новые возможности появились и в оптической астрономии.

В 1965 А. Пензиас (A. Penzias) и Р. Вильсон (R. Wilson) открыли *микроволновое фоновое излучение* (редиктивное излучение) — провозглашённое вращение (охлаждение) зл.-магн. излучение, к-рое имело в начале расширения Вселенной очень высокую темп-ру. Это открытие доказало справедливость теории Гамова.

Совр. этап в развитии К. характеризуется интенсивным исследованием проблемы начала космологич. расширения, когда плотности материи и энергии частиц были огромными. Руководящими идеями здесь являются новые теоретич. открытия в физике взаимодействия элементарных частиц при очень больших энергиях (см. *Большое объединение*). Др. важная проблема К. — объяснение возникновения *крупномасштабной структуры Вселенной* — скопления галактик, самих галактик и т. д. из первоначально почти однородного расширяющегося вещества.

Следует подчеркнуть определяющую роль астрофизич. наблюдений в развитии совр. К. Его выводы и заключения проверяются прямыми или косвенными наблюдениями, и в этом смысле К. имеет такой же астрофизич. статус, как, напр., теория строения и эволюции звёзд.

### 2. Теория однородной изотропной Вселенной

Астрофизич. наблюдения показывают, что в масштабах, превышающих сотни Мпк (самые крупные скопления галактик имеют размеры  $\approx 10$ —20 Мпк), рас-

пределение материи можно считать однородным, а все направления во Вселенной равноправными. В фридмановских космологиях, моделях, основывающихся на этих фактах, материя рассматривается как непрерывная среда, равномерно заполняющая пространство и в каждый момент времени имеющая определ. значения плотности  $\rho$  и давления  $P$ . Для анализа движения этой среды обычно используют *сопутствующую систему отсчёта*, аналогичную лагранжевым координатам в классич. гидродинамике. В этой системе вещество неподвижно, деформацию вещества отражает деформация системы отсчёта, так что задача сводится к описанию деформации системы отсчёта.

Трёхмерное пространство сопутствующей системы отсчёта наз. *сопутствующим пространством*. В случае однородного изотропного пространства квадрат элемента длины  $dl$  может быть записан в виде

$$dl^2 = R^2 \frac{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}{1 + k(x^2 + y^2 + z^2)}, \quad (1)$$

а квадрат четырёхмерного интервала  $ds$  — в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2. \quad (2)$$

Здесь  $t$  — время,  $x, y, z$  — безразмерные пространственные координаты,  $R$  — радиус кривизны пространства (он не зависит от пространственных координат),  $c$  — скорость света, коэф.  $k$  может принимать значения  $0, \pm 1$ . При  $k=0$  пространство евклидово, при  $k=+1$  пространство имеет положительную кривизну, при  $k=-1$  — отрицательную. [В случае  $k=0, R$  — произвольный масштабный множитель (*масштабный фактор*).] Изменение  $R$  с течением времени описывает расширение или сжатие сопутствующей системы отсчёта, а значит, и вещества.

Для решения задачи о деформации системы отсчёта остаётся найти единств. неизвестную ф-цию  $R(t)$ . Ур-ния ОТО в рассматриваемом случае сводятся к след. двум ур-ниям для  $R(t)$ :

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \frac{4\pi G \rho}{3} = -\frac{kc^2}{2R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (4)$$

Здесь точка над  $R$  обозначает дифференцирование по  $t$ ,  $\Lambda$  — *космологическая постоянная*, описывающая гравитацию вакуума. Величина  $\dot{R}/R$  определяет скорость отсчёта, она обозначается  $R/R = H$  и наз. *постоянной Хаббла* (поскольку  $H$  зависит от времени, её правильнее называть параметром Хаббла). Ур-ния (3), (4) определяют зависимость  $R$  от  $t$  и из них следует выражение

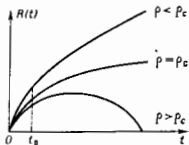
$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{R}}{R} \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right) = 0. \quad (5)$$

Ур-ние (3) описывает замедление темпа расширения Вселенной под действием тяготения. При этом учитывается, что в ОТО тяготение создается также и давлением вещества. Поскольку в однородной Вселенной нет градиентов давления, в ней нет и гидродинамич. сил, определяемых перепадом давления и могущих влиять на движение вещества. Давление проявляется только в гравитации. Для решения ур-ний (3), (4) надо знать зависимость между  $\rho$  и  $P$  (*уравнение состояния* вещества). На разных этапах эволюции Вселенной эта зависимость различна.

В совр. Вселенной космологич. постоянная  $\Lambda$  равна, по-видимому, нулю или очень мала, и ею в ур-ниях (3) и (4) можно пренебречь. Для случая  $\Lambda=0$  и обычных для вещества ур-ний состояния  $P=P(\rho)$  ф-ция  $R(t)$  имеет вид, показанный на рисунке. График  $R(t)$  всегда начинается с нуля (но определение  $R(t) \geq 0$ ). Если  $k \leq 0$ , то при  $t \rightarrow \infty$  ф-ция  $R(t)$  неограниченно возрастает. Если же  $k > 0$ , то возрастание  $R(t)$  в определ. момент сменяется уменьшением и, в конце концов,

$R(t)$  вновь обращается в нуль. Знак  $k$  определяется знаком разности  $\rho - \rho_c = 3H^2/8\pi G$  [см. ур-ние (4) при  $\Lambda=0$ ]. Величина  $\rho_c = 3H^2/8\pi G$  наз. *критической плотностью Вселенной*. Если  $\rho < \rho_c$ , то  $k < 0$  и  $R(t)$  неограниченно нарастает, что означает неогранич. расширение системы отсчёта и вещества. В этом случае силы тяготения слишком слабы, чтобы затормозить и остановить расширение Вселенной. При этом плотность  $\rho$  меняется от  $\rho = \infty$  при  $t=0$  до  $\rho \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Если  $\rho > \rho_c$ , то  $k > 0$ , силы тяготения достаточно велики и расширение Вселенной через нек-рое время должно смениться сжатием. Плотность  $\rho$  сначала падает от бесконечно большого (при  $t=0$ ) до нек-рого мин. значения; затем снова возрастает до бесконечности. Состояния с  $\rho = \infty, R=0$  получим назв. с и н г у л я р н о с т ь е й. Случай  $k=0$  является промежуточным, при этом значении  $k$  расширение происходит

Зависимость  $R=R(t)$  для однородной изотропной Вселенной с  $\Lambda=0$ . При  $\rho > \rho_c$  расширение Вселенной сменяется сжатием, при  $\rho < \rho_c$  Вселенная неограниченно расширяется;  $t_0$  — современная Вселенная.



неограниченно (рис.). Знак разности  $\rho - \rho_c$  неизменен в ходе эволюции модели, хотя  $\rho$  и  $c$  меняются со временем. (О моделях с  $\Lambda \neq 0$  см. в ст. *Космологические модели*.) Пространства космологич. моделей в зависимости от значения  $k$  имеют разл. геом. свойства.

При  $k=0$  пространство евклидово, его объём бесконечен в любой момент времени. При  $k < 0$  пространство обладает постоянной отрицат. кривизной, геометрия его неевклидова и оно также имеет бесконечный объём. Модели, в  $k$ -рых пространство бесконечно, наз. *открытыми*. Если же  $k > 0$ , то в такой модели пространство имеет постоянную положит. кривизну, оно неограничено, но имеет конечный объём  $V = 2\pi^2 R^3(t)$ . Такие модели наз. *закрытыми* и наз. *замкнутыми*.

Здесь рассмотрены только пространства с простейшими топологиями. свойствами. В принципе топология может быть более сложной, она не определяется полностью ур-ниями ОТО и должна задаваться дополнительно.

Ур-ния для  $R(t)$  — дифференц. ур-ния второго порядка, поэтому, чтобы найти ф-цию  $R(t)$  и определить т. о. космологич. модель, необходимо при нек-ром  $t$  знать (задать) значения двух констант (в случае  $\Lambda=0$ ). Напр. для сегодняшнего момента  $t=t_0$  задать значение плотности  $\rho(t_0)=\rho_0$  и постоянной Хаббла  $H(t_0)=H_0$ . Обычно вместо  $\rho_0$  используют безразмерную величину  $\Omega = \rho_0/\rho_c$ . Для определения модели, соответствующей реальной Вселенной, эти величины (параметры модели) надо найти из наблюдений.

### 3. Наблюдательная космология

Определение значений  $H_0$  и  $\rho_0$  является одной из осн. задач наблюдательной К. начиная с её зарождения в кон. 20-х гг. 20 в. В однородной нестационарной (расширяющейся) Вселенной все объекты, слабо связанные силами тяготения (галактики и особенно скопления галактик), должны удаляться друг от друга со скоростью, пропорциональной расстоянию между ними. В 1929 Э. Хаббл установил, что дальние галактики удаляются от нашей Галактики со скоростями  $v$ , пропорциональными расстоянию  $l$ :

$$v = H_0 l. \quad (6)$$

Сложность определения  $H_0$  из астр. наблюдений связана гл. обр. с трудностями измерения больших расстояний. Скорость удаления галактик измерить го-

раздо легче по Дюллера эффекту — сменению линий в их спектрах в красную сторону (см. Красное смещение). Относит. изменение длины волны линии в спектре обозначают  $z$ :

$$z = (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0. \quad (7)$$

Здесь  $\lambda_0$  — абс. длина волны линии спектра,  $\lambda$  — длина волны смещённой линии. Наибольшее измеренное значение  $z$  у квазаров составляет 4,75 (на 1989). При небольших значениях  $z$  ( $z \leq 0,5$ ) для определения космолог. расстояний  $l$  пользуются простой ф-лой  $l = cz / H_0$  (Мпк) (см. Хаббл закон). Значение  $H_0$  известно с неопределённостью в два раза:  $H_0 = (50-100)$  км/(с·Мпк). Соответствующее значение критич. плотности  $\rho_c = (5-20) \cdot 10^{-30}$  г/см<sup>3</sup>. Величина  $1/H_0$  соответствует времени  $t_0$  (с точностью до порядка величины), прошедшему с момента сингулярности. Эта величина, наз. в о з р а с т о м В с е л е н н о й, составляет  $(10-20) \times 10^9$  лет. Сигнал, идущий со скоростью света  $c$  и вышедший в момент сингулярности, успеет за время  $t$  пройти конечное расстояние  $\sim ct$  (в моделях Фридмана с обычным у-рием состояния вещества и  $\Lambda=0$ ). Сфера с радиусом  $ct$  и центром в точке наблюдения наз. *горизонтом частиц*. Она ограничивает область, доступную в принципе наблюдению в момент  $t$ .

Ещё большие трудности имеются в определении плотности  $\rho_0$ . Достаточно хорошо известна усреднённая по всему пространству плотность вещества, входящего в галактики:  $\rho_{\text{гала}} \approx 3 \cdot 10^{-21}$  г/см<sup>3</sup>,  $\Omega_{\text{гала}} \approx (1,5-6) \cdot 10^{-2}$ . Газ, пыль и др. вещество между галактиками вносит малый вклад в ср. плотность вещества. Галактики собраны в группы и скопления разных масштабов, образуя ичеисто-сетчатую крупномасштабную структуру с характерным размером практически пустых областей порядка 30—35 Мпк. Характерное расстояние (корреляц. масштаб) между скоплениями галактик составляет 25—50 Мпк, а между крупнейшими сверхскоплениями 100—300 Мпк.

Астрофизич. наблюдения определённо показывают, что помимо светящегося вещества во Вселенной имеется большое кол-во трудно наблюдаемой являющейся материи. Её наз. *скрытой массой*. Проявляется она только своим тяготением. Скрытая масса, сосредоточенная в скоплениях галактик, оказывается часто в десятки раз больше массы светящегося вещества звёзд этих скоплений. Оценки усреднённой плотности скрытой массы дают значение  $\Omega_{\text{с.м.}}^{\text{сг}} \approx 0,2-0,7$ . Возможно, есть скрытая масса и между скоплениями галактик. Тогда не исключено, что полная плотность скрытой массы Вселенной  $\Omega_{\text{с.м.}}^{\text{вс}}$  близка к единице. Т. о., пока нельзя сказать с уверенностью, является ли наша Вселенная открытой ( $\Omega < 1$ ) или замкнутой ( $\Omega > 1$ ). Физ. природа скрытой массы неясна. Частично эта масса может быть обусловлена слабосветящимися звёздами или др. трудно наблюдаемыми небесными телами. Однако вероятно, что скрытая масса является совокупностью большого числа элементарных частиц, обладающих массой покоя и слабо взаимодействующих с обычным веществом.

Наблюдательная К., помимо определения  $H_0$ ,  $\rho_0$  в характера распределения материи в пространстве, призвана решать и мн. др. задачи, в первую очередь выявление таких свойств сегодняшней Вселенной, к-рые непосредственно отражают физику процессов, происходивших в начале космологич. расширения.

Важнейшее значение имеет открытие и исследование реликтового излучения (РИ), оставшегося от первонач. этапа расширения Вселенной. РИ имеет одинаковую интенсивность от всех участков неба и равновесный планковский спектр (в исследуемом интервале длин волн 0,1—21 см), соответствующий темп-ре  $T \approx 3$  К. Интенсивность РИ в разных направлениях практически одинакова (флуктуации темп-ры РИ  $\delta T/T$  для участков небесной сферы с размерами от неск. угл. минут до десятков градусов не превышают  $10^{-4}$ ). Отсутствие

заметных флуктуаций интенсивности РИ в больших углах масштабах свидетельствует о высокой степени однородности Вселенной во всем доступном наблюдению объёме. Обнаружена слабая дипольная анизотропия РИ, вызванная доплеровским эффектом из-за движения Солнечной системы по отношению к РИ со скоростью ок. 400 км/с в направлении созвездия Льва.

Др. важной для К. наблюдательной аномалией является космич. распространённость хим. элементов. Наиб. распространён во Вселенной водород <sup>1</sup>H, на долю к-рого приходится примерно 75% общей массы вещества, доля гелия <sup>4</sup>He составляет 25%, примесь др. элементов незначительна.

Хим. элементы тяжелее гелия образуются, по совр. представлениям, на разных этапах *эволюции звёзд*. Гелий также образуется в звёздах, однако установлено, что столь большое кол-во гелия заведомо не могло быть произведено в звёздах за всё время существования Галактики. Т. о., водород и гелий должны иметь космологич. происхождение (см. *Нуклеосинтез*). Они являются результатом ядерных реакций, происшедших в начале расширения Вселенной. Важное значение для К. имеет распространённость дейтерия <sup>2</sup>H, несмотря на малую долю в веществе Вселенной ( $\approx 3 \cdot 10^{-5}$  по массе). Дело в том, что дейтерий не может в заметных кол-вах синтезироваться в звёздах (он быстро выгорает) и, следовательно, имеет космологич. происхождение.

#### 4. Физика процессов в расширяющейся Вселенной

Наличие РИ прямо свидетельствует о том, что в далёком прошлом, в начале расширения Вселенной, темп-ра была весьма велика. Действительно, в ходе адиабатич. расширения темп-ра РИ уменьшалась по закону  $T \sim R^{-1}$ . Поэтому при  $R \rightarrow 0$   $T \rightarrow \infty$ . Физику процессов в этих условиях описывает *горячая Вселенной теория*. Согласно этой теории, при  $T \sim 10^{12}$  К в термодинамич. равновесии с фотонами находились барионы, мезоны, мюоны, электроны, нейтрино и античастицы всех этих частиц. С понижением темп-ры в ходе расширения Вселенной аннигилировали тяжёлые частицы и античастицы, передавая свою энергию более лёгким частицам (см. *Аннигиляция*). По прошествии неск. десятков секунд во Вселенной остались *фотоны*, примерно такое же кол-во *нейтрино* всех сортов и, возможно, какие-то другие слабо взаимодействующие с веществом частицы, существование к-рых предполагает теория. Помимо этого во Вселенной имелась небольшая примесь *барионов* (протонов и нейтронов), для к-рых, как предполагалось, не нашлось партнёров-античастиц, чтобы проаннигилировать. Это объясняется тем, что в очень горячей Вселенной имелась небольшая избыток барионов над антибарионами. Число барионов в единице объёма составляет  $\sim 10^{-9}$  от числа фотонов. Присутствуют также электроны в кол-ве, равном числу протонов (они обеспечивают электронейтральность вещества). Для нейтрино фотоны в это время уже прозрачны. Имевшиеся на этот момент нейтрино остаются во Вселенной навечно. Эти, т. н. реликтовые, нейтрино, подобно реликтовым фотонам, из-за космологич. расширения постепенно теряют энергию («нейтринное море» охлаждается).

Важные физ. процессы происходят при расширении Вселенной с барионами. При временах  $t < 1$  с с момента сингулярности протоны и нейтроны быстро превращаются друг в друга из-за взаимодействия с электронами, позитронами, электронными нейтрино и антинейтрино. При  $t$  порядка неск. секунд эти реакции прекращаются из-за понижения темп-ры. В это время доля нейтронов составляет ок. 0,15 от всего вещества. Наконец, по прошествии неск. минут становится возможным образование сложных атомных ядер. Нейтроны, объединяясь с протонами, образуют г-ды обр. ядра <sup>4</sup>He. В результате гелий составляет ок. 25% по массе, ок. 75% по массе — протоны (H), примесь др.

хим. элементов в синтезированном веществе незначительна.

После из этого вещества формируются галактики, звёзды. Данные наблюдений подтверждают, что вещество из  $k$ -роgo образовались объекты первого поколения, действительно имеет хим. состав, предсказываемый теорией. Для сравнения с наблюдениями важное значение имеют данные о распространённости дейтерия, имеющего космологич. происхождение. Из теории следует, что синтез дейтерия крайне чувствителен к плотности барьонов в тот период, когда во Вселенной происходят ядерные реакции, а следовательно, и к сегодняшнему значению плотности барьонов во Вселенной. Наблюдаемое кол-во дейтерия согласуется с теорией только в том случае, если сегодняшняя ср. плотность барьонов  $\Omega_b \approx 0,03$ . Поэтому, если ср. плотность всех масс во Вселенной близка к критической ( $\Omega \approx 1$ ), то барьоны не могут составлять основную скрытую массу.

После прекращения ядерных реакций плазма Вселенной расширялась и остывала. В этой плазме имелись небольшие неоднородности плотности (стоячие звуковые волны). Эти небольшие сгустки плазмы не могли расти, т. н. было велико давление реликтовых фотонов на плазму (для РИ плазма непрозрачна). Это давление препятствовало силам гравитации уплотнять и парализовало первичные сгущения. Более того, в достаточно малых масштабах неоднородности плотности (звуковые волны) затухали из-за лучистой вязкости и теплопроводности. Спусти примерно 300 000 лет после начала расширения темп-ра плазмы снизилась до 4000 К, произошла рекомбинация электронов и атомных ядер, и плазма превратилась в нейтральный газ. Этот газ прозрачен для РИ, и оно стало свободно выходить из газовых сгустков. Силам тяготения, сжимающим сгустки, стало противостоять только относительно слабое давление нейтрального газа. Тяготение на этом этапе развития Вселенной стало превосходить силы газового давления и сжимать сгустки вещества, масса к-рых превышала  $\approx 10^6 M_{\odot}$  ( $M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{33}$  г — масса Солнца). Сгущения таких и больших масштабов росли и образовали гравитационно связанные массивные плоские тела («блины» массой  $10^{13} - 10^{14} M_{\odot}$ ), на к-рых сформировалась затем крупномасштабная структура Вселенной.

Для проверки теории возникновения крупномасштабной структуры (сверхскопления и скопления галактик) важны наблюдения степени изотропии РИ. До эпохи рекомбинации космич. плазмы флуктуации плотности плазмы сопровождалась флуктуациями РИ (плазма была непрозрачна для РИ). После рекомбинации излучение стало свободно распространяться в пространстве, и поэтому РИ должно нести информацию о неоднородностях, бывших в момент рекомбинации. Т. о., наблюдения интенсивности РИ в разных направлениях позволяют оценить степень неоднородности плазмы в момент рекомбинации. Оказывается, что в масштабах масс, соответствующих скоплениям галактик, амплитуда отн. возмущений интенсивности РИ, а следовательно, и плотности вещества была заведомо меньше  $10^{-3}$ . Если вещество Вселенной состоит только из барьонов и  $\Omega_b \approx 0,03$ , то с момента рекомбинации и до наших дней возмущения плотности могли вырасти из-за гравит. неустойчивости примерно в 10 раз. Из-за своей малой величины они не могли привести к формированию скоплений галактик. С др. стороны, если  $\Omega_b \approx 1$  (т. е. скрытая масса состоит из барьонов), то возмущения успевают вырасти к нашему времени примерно в тысячу раз. Этого достаточно для формирования «блинов» (протоскопления галактик), но значение  $\Omega_b \approx 1$  противоречит реальной распространённости дейтерия во Вселенной. Остаётся предположить, что скрытая масса состоит в основном из слабо взаимодействующих частиц и что флуктуации плотности

их распределения сыграли существенную роль в формировании структуры Вселенной. Сгущения таких частиц своим тяготением могли содействовать образованию барьонных сгущений (первоначально малых, на что указывает изотропия РИ).

Помимо гипотезы о возникновении крупномасштабной структуры из первоначально малых адiabатич. флуктуаций плотности, в К. рассматриваются и др. гипотезы образования наблюдаемой структуры Вселенной (энтропийная, вихревая), однако ни одна из них не может пока считаться полностью удовлетворительной.

### 5. Проблема начала космологического расширения

Успехи физики элементарных частиц при больших энергиях позволили приступить к исследованию процессов, имевших место в самом начале расширения Вселенной. Согласно теории, при  $T > 10^{13}$  К вещество состояло в основном из кварков. При  $T \sim 10^{15}$  К вещество содержало большое кол-во промежуточных бозонов — частиц, осуществляющих единое электрослабое взаимодействие. При ещё больших темп-рах ( $T \sim 10^{28}$  К) происходили процессы, к-рые, вероятно, обусловили само существование вещества в сегодняшней Вселенной. При  $T > 10^{28}$  К во Вселенной имелось большое число очень массивных т. н. X- и Y-бозонов, осуществляющих единое сильное и электрослабое взаимодействие (см. *Великое объединение, Суперсимметрия*). С участием этих частиц кварки могут превращаться в лептоны и обратно. В это время кол-во частиц и античастиц каждого сорта было, вероятно, совершенно одинаковым. Когда темп-ра расширяющейся Вселенной стала ниже  $10^{28}$  К, X- и Y-бозоны и их античастицы начали распадаться, причём их распад являлся по-разному. В результате распада образовалось несколько больше частиц, чем античастиц. Это привело в конце концов к тому, что во Вселенной при  $T \sim 10^{13}$  К возник небольшой избыток ( $\sim 10^{-9}$ ) барьонов над антибарьонами. Этот избыток барьонов и привёл к существованию небольшой примеси обычного вещества в море лёгких частиц (при  $T < 10^{12}$  К), и из этого вещества сформировались позднее все небесные тела.

При темп-ре  $T > 10^{28}$  К Вселенная находилась, вероятно, в состоянии чрезвычайно быстрого расширения (и флуктуирующая; см. *Раздувающаяся Вселенная*). Этот процесс, возможно, был обусловлен особым состоянием именованого во Вселенной скалярного поля (или полей), для к-рого ур-ние состояния имеет вид

$$P = -\rho c^2. \quad (8)$$

Такое состояние скалярного поля получило назв. «ложного вакуума» или «вакуумоподобного состояния». Согласно ур-ниям тяготения, оно даёт эффект того же характера, что и холдинг космологической постоянной ( $\Lambda > 0$ ). Подстановка (8) в (5) показывает, что при этом не меняется со временем. Из ур-ния (3) следует, что вместо сил тяготения, обуславливающих  $\dot{R} < 0$ , при отриц. давлении  $P$  имеются силы гравитат. отталкивания и  $\dot{R} > 0$ . В результате Вселенная расширяется по экспоненциальному закону  $R(t) \sim \exp(t/t^*)$  (где  $t^* \leq 10^{-34}$  с — постоянная) и за короткое время масштабный фактор возрастает в огромное число раз. В конце периода инфляции плотность энергии скалярного поля переходит в плотность массы обычной материи ультрарелятивистских частиц и античастиц, и далее расширение протекает с замедлением в соответствии с обычной (иногда говорят «стандартной») теорией Фридмана. Стадия инфляции, вероятно, объясняет такие фундам. свойства сегодняшней Вселенной, как однородность в больших масштабах, близость ср. плотности материи к критич. значению  $\Omega = 1$  и др. При переходе плотности скалярного поля в плотность обычной материи должны возникнуть первичные ма-

ные неоднородности плотности, эволюция к-рых в конце концов приводит к образованию крупномасштабной структуры Вселенной.

Теория рассматривает и др. возможные причины инфляции (помимо особого состояния скалярного поля) в самом начале расширения Вселенной.

Границу применимости самых общих концепций совр. физики в К. представляет плотность  $\rho_{пл} \sim 10^{92} \text{ г/см}^3$  (т. е. планковская плотность), при к-рой должны проявляться ещё не изученные квантовые свойства пространства-времени и тяготения. Существуют гипотезы о рождении Вселенной с планковской плотностью из вакуума.

Модель раздувающейся (инфляционной) Вселенной даёт возможность предположить, что пространственная однородность Вселенной, вызванная экзотическими расширениями, сглаживающим все неоднородности, простирается на расстояния, намного превышающие размеры охваченной наблюдениями области Вселенной, но всё же на конечные масштабы. На границах этой области однородности, возможно, имеются экзотич. образования, предсказываемые теорией: физикой, — доменные стенки, магнитные монополи и др., а за границей — др. области Вселенной (иногда их наз. «другими мирами») с иными свойствами, чем та область, к-рая доступна наблюдениям.

Лит.: Зельдович И. В., Новиков И. Д., Строение и эволюция Вселенной, М., 1975; Вейнберг С., Гравитация и космология, пер. с англ., М., 1975; Пиблс Ф. Д. ж. Э. Струнгура Вселенной в больших масштабах, пер. с англ., М., 1983; Лиде А. Д., Раздувающаяся Вселенная, «УФН», 1984, т. 144, с. 177. И. Д. Новиков.

**КОСМОХРОНОЛОГИЯ** (от греч. *kósmos* — мир, Вселенная, *chrónos* — время и *lógos* — слово, учение) — одно из направлений космологии, устанавливающее возраст разл. астр. объектов (планет, Солнца, звезд, галактик) и Вселенной в целом.

Для определения возраста в К. применяют как методы наземной наблюдательной астрономии, так и методы внеатмосферной астрономии, позволяющие изучать движение космич. объектов и определять их хим. и изотопный состав.

В К. используют также данные геохронологии и о возрасте геологич. образцов, метеоритов и лунного вещества (см. *Изотопная хронология*). Выводы К. основываются на фундам. физ. законах и представлениях космологии об эволюции космич. объектов и Вселенной в целом.

Осн. проблема К. — определение возраста Вселенной  $T_U$ . С открытием красного смещения линий в спектрах далёких галактик и развитием представлений о расширяющейся Вселенной удалось получить первую оценку  $T_U$  (за начало отсчёта принимается момент взрывного начала расширения Вселенной, см. *Сингулярность космологической*). В простейшем приближении связь между расстоянием  $r$  до далёкого внегалактич. объекта в расширяющейся Вселенной и скоростью  $v$  его удаления записывается в виде  $v = H_0 r$  (см. *Хабблз закон*), где коэф.  $H_0 = (50-100) \text{ (км/с)/Мпк}$  наз. постоянной Хаббла.

Величина  $t = 1/H_0 = T_U$  («время Хаббла») представляет собой время, в течение к-рого произошло расширение видимой части Вселенной — разлёт самых удалённых из наблюдаемых объектов Вселенной (при условии, что расширение происходило равномерно с совр. скоростью). Из данных наблюдений следует, что  $T_U$  заключено в пределах (10—20) млрд. лет. Имеющаяся неопределённость в значении  $T_U$  обусловлена трудностями определения  $H_0$  (гл. обр. большими погрешностями в нахождении расстояний до далёких галактик, их скоплений и квазаров, см. *Расстояний шкала в астрономии*).

Если принять (см. *Космологические модели*), что ранняя Вселенная расширялась с большей скоростью,

то время расширения характеризуется более сложной зависимостью:

$$T_U = \frac{1}{H_0} f(\Omega, \Lambda). \quad (1)$$

Здесь  $\Omega = \rho_0/\rho_c$ , где  $\rho_0 = (3-5) \cdot 10^{-31} \text{ г/см}^3$  — ср. плотность материи во Вселенной к настоящему времени (реальное значение  $\rho_0$ , по-видимому, больше за счёт ненаблюдаемой скрытой массы),  $\rho_c = 10^{-26} - 5 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$  — критическая плотность Вселенной,  $\Lambda$  — космологическая постоянная. Функциональная связь между  $T_U$ ,  $\Omega$  и  $\Lambda$ , различая в разных однородных и изотропных космологич. моделях, приводит к значениям  $T_U$ , сильно различающимся в зависимости от используемых значений  $\Omega$  и  $\Lambda$ , к-рые ещё недостаточно точно определены.

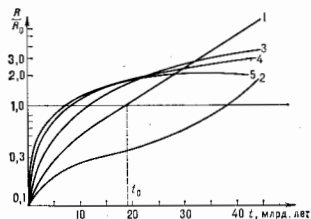


Рис. 1. Зависимость «радиуса» Вселенной — масштабного фактора  $R$  (нормированного на наблюдаемое значение  $R_0$  от времени  $t$  для различных значений плотности  $\rho_0$ , звёздной плотности  $\rho_V$  —  $\Lambda$  и параметра метрики  $k$  (значения плотности даны в единицах  $10^{-26} \text{ г/см}^3$ ): 1 —  $\rho_0 = 0.5$ ,  $\rho_V = 0$ ,  $k = 0$ ; 2 —  $\rho_0 = 0.6$ ,  $\rho_V = 13$ ,  $k = +1$ ; 3 —  $\rho_0 = 0.5$ ,  $\rho_V = 0$ ,  $k = -1$ ; 4 —  $\rho_0 = \rho_c$ ,  $\rho_V = 0$ ,  $k = 0$ ; 5 —  $\rho_0 = 20$ ,  $\rho_V = 0$ ,  $k = +1$ .

Рис. 1 иллюстрирует нач. этап эволюции Вселенной от момента  $t=0$  до настоящего времени  $t_0$  в нек-рых однородных изотропных космологич. моделях (кривые 1, 2, 3, 4, 5 — зависимость  $R$  от  $t$  для разных космологич. моделей, где  $R$  — масштабный фактор, связанный с расстоянием до «горизонта» Вселенной — см. *Горизонт частицы*, а  $R_0$  — значение  $R$  в момент  $t_0$ ). В зависимости от выбранных значений  $\rho_0$ , плотности вакуума  $\rho_V$  —  $\Lambda$  и параметра метрики космологической модели  $k$  ( $k = -1, 0, +1$ ) получают разные значения  $T_U = t_0$ . Среди возможных решений ур-ний, описывающих расширение Вселенной, есть и такие, к-рые дают вначале затнутое расширение, даже с задержкой на определ. радиусе, а затем ускоренное расширение. Т. о., значения  $T_U$ , полученное из однородных изотропных космологич. моделей, различаются в два раза (10—20) млрд. лет) при использовании простейших соотношений, следующих из закона Хаббла, а для нек-рых моделей (с  $\Lambda$ -членом в ур-ниях теории тяготения Эйнштейна) эти различия ещё больше.

Второй способ определения возраста Вселенной основан на достижениях теории строения и эволюции звезд.

Возраст звезд определяется по результатам астрономич. наблюдений, позволяющим определить стадию эволюции, на к-рой звезда находится в данный момент (по её положению на Герцишпрунга — Расселла диаграмме), и теории эволюции звезд, установившей длительность отд. стадий эволюции. К самым старым звездам относят звезды шаровых скоплений, на что указывает, в частности, обеднённость их вещества металлами и относительно высокое содержание  $^4\text{He}$  ( $^4\text{He}/\text{H} \approx 0.3$ ). Используя ряд данных о шаровых скоплениях, удалось оценить их возраст — от 9 до 15 млрд. лет. Осн. неточность данного метода связана с погрешностями определения расстояний до шаровых скоплений



и звёзд, а следовательно, и соотношения масса—светимость, по к-рому строится диаграмма Гершпрунга—Ресседа. С учётом времени, ушедшего на образование шаровых скоплений, значение возраста Вселенной, установленного этим методом, составляет 11—18 млрд. лет.

Третий метод определения возраста — метод ядерной К. — основан на исследовании относ. содержания радиоактивных долгоживущих изотопов, к-рое меняется со временем как при радиоакт. распаде ядер, так и вследствие др. радиоакт. превращений в процессе продолжающегося нуклеосинтеза. Знание закона изменения относ. концентраций изотопов позволяет определить возраст исследуемого объекта. Для анализа времён порядка млрд. лет и больше используются ядра-хронометры с длит. периодом полураспада (табл. 1).

Табл. 1. — Долгоживущие ядра-хронометры

Ядро	Продукт распада	Период полураспада, млрд. лет	В каких процессах образуется
<sup>40</sup> K	<sup>40</sup> Ca, <sup>40</sup> Ar	1,28	г, s
<sup>87</sup> Rb	<sup>87</sup> Sr	48	г, s
<sup>112</sup> Cd	<sup>112</sup> In	9·10 <sup>4</sup>	s
<sup>129</sup> I	<sup>129</sup> Sb	1,24·10 <sup>6</sup>	s
<sup>137</sup> La	<sup>137</sup> Ba	1,35	р, s
<sup>144</sup> Nd	<sup>144</sup> Ce	2,1·10 <sup>6</sup>	з, г
<sup>147</sup> Sm	<sup>147</sup> Nd	106	з, г
<sup>148</sup> Sm	<sup>148</sup> Nd	7·10 <sup>6</sup>	з, г
<sup>152</sup> Gd	<sup>152</sup> Sm	1,1·10 <sup>8</sup>	з, г
<sup>177</sup> Lu	<sup>177</sup> Hf	36	з, г
<sup>184</sup> Os	<sup>184</sup> W	2,0·10 <sup>6</sup>	з, г
<sup>187</sup> Re	<sup>187</sup> Os	50	з, г
<sup>188</sup> Rf	<sup>188</sup> Os	8,10	з, г
<sup>203</sup> Tl	<sup>203</sup> Pb	18,05	г
<sup>231</sup> U	<sup>207</sup> Pb	0,704	г
<sup>235</sup> U	<sup>208</sup> Pb	4,468	г

\* Обобщённые протоны нуклиды.

Наиб. широко из представленных в табл. изотопов для определения возраста Вселенной применяют изотопы U и Th, к-рые образуются только в быстром ядерном процессе — r-процессе (r-rapid), протекающем при высоких темп-рах, больших плотностях свободных нейтронов и сопровождающемся многократными нейтронными захватами с образованием нейтронноизбыточных ядер (см. *Ядерная астрофизика*).

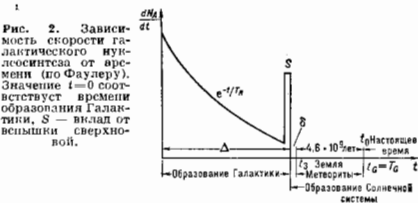


Рис. 2. Зависимость скорости галактического нуклеосинтеза от времени (по Фаулеру). Значение  $t=0$  соответствует времени образования Галактики. S — вклад от вспышки сверхновой.

Использование для К. более лёгких изотопов из табл. 1 требует учёта также и медленного процесса — s-процесса (s-slow) нейтронного захвата, протекающего при гораздо меньших темп-рах и плотностях свободных нейтронов. Хотя одновременно учёт влияния как r-, так и s-процессов на образование ядер-хронометров сложен, данные о  $T_U$ , полученные методами ядерной К., укладываются в интервал 10—20 млрд. лет и пока не дают большей точности. Надежды на более точное определение  $T_U$  связывают с U—Th-методом потому, что изотопы <sup>235</sup>U, <sup>238</sup>U и <sup>232</sup>Th образуются в одном

r-процессе, теория которого достаточно полно разработана.

Метод определения возраста по анализу содержания в них урана предложил Э. Резерфорд (E. Rutherford, 1929). Совр. основы методов ядерной К. разработал У. Фаулер (W. Fowler, 1957—61). Согласно Фаулеру, интенсивность нуклеосинтеза ядер в r-процессе уменьшается от момента образования Галактики ( $t=0$ ) до момента  $t=\Delta$  ( $\Delta$  — продолжительность нуклеосинтеза) по экспоненциальному закону с временной постоянной  $T_R$  (рис. 2). Образование Солнечной системы в момент  $t_0$  предшествовало периоду конденсации вещества, начавшийся после окончания нуклеосинтеза (его длительность на рис. обозначена  $\delta$ ). Развитием экспоненциальной модели Фаулера явилось введение вполска интенсивности нуклеосинтеза ( $S$ ). Пик нуклеосинтеза  $S$  был введён из-за обнаружения в метеоро-

Табл. 2. — Короткоживущие ядра-хронометры

Ядро	Продукт распада	Период полураспада, млн. лет	В каких процессах образуется
<sup>26</sup> Al	<sup>26</sup> Mg	0,72	р
<sup>26</sup> Ml	<sup>26</sup> Cr	3,7	з
<sup>107</sup> Pd	<sup>107</sup> Ag	6,5	з
<sup>129</sup> I	<sup>129</sup> Xe	17	з, г
<sup>148</sup> Sm	<sup>148</sup> Nd	103	р
<sup>203</sup> Pb	<sup>203</sup> Tl	14	з
<sup>244</sup> Pu	<sup>244</sup> Th	82	г
<sup>247</sup> Cm	<sup>247</sup> Am	16	г

ритном веществе следов относительно короткоживущих (в масштабе 40<sup>6</sup> лет) изотопов <sup>244</sup>Pu, <sup>129</sup>I и др. (табл. 2), что, возможно, вызвано близким взрывом сверхновой звезды, произошедшим до или во время образования Солнечной системы.

Зависимость скорости нуклеосинтеза от времени, представленная на рис. 2, описывается ур-нием для концентрации  $N_A$  ядра с данным массовым числом  $A$ :

$$\frac{dN_A}{dt} = -\frac{N_A}{\tau_A} + \lambda_A e^{-t/T_R} + \lambda_A \Delta \delta (t - \Delta); \quad 0 \leq t \leq \Delta, \quad (2)$$

где  $\tau_A$  — период полураспада ядра  $A$ ,  $\lambda_A$  — скорость его образования,  $\Delta$  — продолжительность нуклеосинтеза в S-инте, определяемая тем, что при введении  $\lambda_A \Delta$  даёт число образовавшихся ядер с данным значением  $A$ . До формирования Галактики ядра тяжелее <sup>4</sup>He не синтезировались, поэтому  $N_A(t=0)=0$ . Ур-ние (2) решается аналитически и содержит для двух изотопных отношений

$$\lambda_{28} = N(^{235}\text{U})/N(^{238}\text{U}) \quad \text{и} \quad \lambda_{28} = N(^{232}\text{Th})/N(^{238}\text{U})$$

четыре неизвестных параметра:  $\Delta$ ,  $T_R$ ,  $S$  и  $\delta$ . Зная из наблюдений значения  $\lambda_{28}=3,75$  и  $\lambda_{28}=0,007253$  и используя закон радиоакт. распада (см. *Радиоактивность*), можно определить относ. концентрации изотопов в момент  $\Delta$  и  $\delta$ . Хотя при  $\delta < 2 \cdot 10^8$  лет относительно мал и на обилие U и Th существование не влияет, величина  $\delta$  определяется тем не менее довольно успешно (по анализу продуктов распада короткоживущих изотопов-хронометров, представленных в табл. 2). Из трёх оставшихся неопределённых параметров два фиксируются отношением  $T_R/\Delta=0,43$ , полученным Фаулером из анализа относ. концентраций <sup>187</sup>Re/<sup>187</sup>Os и <sup>176</sup>Lu/<sup>176</sup>Yb хронометра, нар Вc—Os и Lu—Hf. Оставшаяся неопределённость во влиянии S-инка (азарва сверхновой на наблюдаемую *распространённость элемент*) может быть снята при получении более точных данных об относ. концентрациях <sup>244</sup>Pu, а возможно также <sup>247</sup>Cm и др. ядер из табл. 2. Многочисл. расчёты возраста вещества Галактики  $t_G$  уран-ториевым методом дают у разных исследователей различающиеся значения, но укладывающиеся в основном в определён-

ний ранее интервал 4—20 млрд. лет. Уран-ториевый метод совершенствуется как в направлении исследований ядер, удалённых от области стабильности, и теоретич. методов прогнозирования свойств нейтронно-абсолютных ядер, так и в направлении исследования астрофизич. последствий взрыва близкой сверхновой.

В ядерной К. для определения возраста вещества Галактики  $I_G$  кроме изотопов U и Th используются также ядра, образующиеся в s-процессе ( $^{40}\text{K}$ ,  $^{147}\text{Sm}$  и др.), содержание k-рых в меньшей степени зависит от влияния вспышки сверхновой. Методы ядерной К., использующие как изотопы, образующиеся в r-процессе, так и изотопы, образующиеся в s-процессе, взаимно дополняют друг друга и дают независимые значения  $I_G$ .

Определённые методы ядерной К. возраст  $I_G$  примерно совпадает с возрастом самой Галактики  $I_G$ . С др. стороны,  $T_G \approx T_U$ , т. е. время образования характерной для Галактики структуры, согласно совр. представлениям, существенно меньше  $T_U$ . Достаточно точно определённые  $T_U$  методами ядерной К. позволяют в дальнейшем уменьшать имеющийся провал в выборе параметров космологич. модели. Неопределённость в функциональной связи между  $T_U$ ,  $\Omega$  и  $\Lambda$  будет ограничена в переносе на параметры  $\Omega$  и  $\Lambda$ . Особенно остро при этом встаёт вопрос о существовании во Вселенной скрытой массы.

Временная шкала в ядерной К. простирается до  $10^{10}$  лет, что позволяет в принципе установить возраст как отдельных астр. объектов, так и Вселенной в целом. Макс. временные интервалы могут быть определены по относительному содержанию изотопов  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{Nd}$ ,  $^{14}\text{Sm}$ ,  $^{186}\text{Os}$  (табл. 1).

Основанные на эволюционистских концепциях К. непрерывно развиваются: совершенствуются методы внеатмосферной астрономии, углубляются представления об эволюции звёзд, становится точнее методы изотопного анализа вещества, определения очень малых концентраций ядер-хронометров и продуктов их распада. Раскрывающиеся возможности К., особенно в вопросе уточнения возраста Вселенной, оказывают существенное влияние на всю космологию и на развитие наших представлений об окружающем мире.

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Стронинг и эволюция Вселенной, М., 1975, разд. 1; Новиков И. Д., Эволюция Вселенной, М., 1978; Фаулер У. Экспериментальная и теоретическая ядерная астрофизика, лекции происхождения элементов, пер. с англ., «УФН», 1985, т. 145, с. 441; Ядерная астрофизика, пер. с англ., М., 1986.

Ю. С. Лепостанский.

**КОТТОНА ЭФФЕКТ** — то же, что **круговой дихроизм**.  
**КОТТОНА — МУТОНА ЭФФЕКТ** — один из эффектов **магнитооптики**, заключающийся в возникновении линейного **двойного лучепреломления** в среде, помещённой во внеш. магн. поле, при распространении света перпендикулярно полю. В применении к кристаллич. системам К.—М. э. часто наз. эффектом Фотта. Впервые был обнаружен в коллоидных растворах Дж. Коттоном (J. Kerr, 1901), далее подробно исследовал Э. Коттоном (A. Cotton) и А. Мутонем (H. Mouton, 1907), а в кристаллах — В. Фогтом (W. Voigt). К.—М. э. является следствием взаимодействия магн. поля с токовыми (локализованными или делокализованными) системами (электронами в атоме, носителями заряда в полупроводниках), определяющими исходные оптич. свойства вещества, и поэтому обнаруживается во всех материальных средах. Подобно др. эффектам индуцированной линейной анизотропии (иьзооптическому, эл.-оптическому), К.—М. э. экспериментально регистрируется по возникновению эллиптичности прошедшего через среду линейно поляризованного светового луча с плоскостью поляризации, составляющей обычно угол  $\pm 45^\circ$  с направлением приложенного поля (см. **Керра эффект**). Под действием магн. поля перпендикулярно изотропная среда превращается в оптичски одноосную (гиротропность среды в такой геометрии магн. поля можно не учитывать) с показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o$  и  $n_e$  (см. **Кристалло-**

**оптика**). В результате ортогональные компоненты вектора напряжённости электрич. поля световой волны, проходящей через среду, испытывают разные фазовые сдвиги и, складываясь на выходе из среды, образуют эллиптически поляризованный свет, степень эллиптичности k-рого определяется указанной разностью фаз. Знак индуцированной разности фаз не зависит от направления приложенного магн. поля и, следовательно, независимо от направления дупреломления должна определяться лишь чётными степенями напряжённости поля  $H$ . В подавляющем большинстве случаев оказывается возможным ограничиться квадратичным по  $H$  членом:  $\Delta k = I(n_e - n_o)/\lambda = C I H^2$  ( $\Delta k$  — разность хода лучей, выраженная в длинах волн,  $l$  — длина пути света в веществе,  $\lambda$  — длина световой волны в вакууме). Константа  $C$  наз. постоянной Коттона — Мутона и зависит от природы среды, длины волны излучения и темп-ры.

К.—М. э. тесно связан с др. магнитооптич. явлениями. В частности, вместе с эффектом магн. линейного дихроизма — индуцированного магн. полем различия коэффициентов поглощения для двух линейных поляризаций ( $\Delta k = k_e - k_o$ ) — К.—М. э. можно рассматривать как единый эффект магн. линейной анизотропии с учётом комплексности показателя преломления среды  $\Delta n = (n_e - n_o) + i(k_e - k_o) = \Delta n + i\Delta k$ . При этом функции  $\Delta n(\omega)$  и  $\Delta k(\omega)$ , описывающие спектральный ход линейного дупреломления и дихроизма ( $\omega$  — частота излучения), связаны между собой дисперсионными соотношениями, аналогичными **Краммерса — Кронига соотношениям**. Как известно, подобная же связь существует между магнитооптич. эффектами циркулярной анизотропии — эффектом Фарадея и **магнитным круговым дихроизмом**.

Оба упомянутых эффекта магн. линейной анизотропии — К.—М. э. и магн. линейный дихроизм — являются фактически поляризационными аналогами известного **Зеемана эффекта**, подобно тому, как эффект Фарадея и магн. циркулярный дихроизм — поляризационные аналоги продольного эффекта Зеемана. Благодаря методич. специфике поляризационных эффектов магнитооптич. анизотропия их используют для регистрации эффекта Зеемана в случае широких полос поглощения, когда магн. расщепление оптич. переходов не разрешается спектрально.

Микроскопич. механизмы возникновения магн. линейной анизотропии определяются или ориентационным выстраиванием молекул, обладающих динольным магн. моментом, или анизотропией магн. поляризуемости (при наличии ориентационных степеней свободы) и, кроме того, магн. поляризацей электронных оболочек молекул.

К.—М. э. по величине обычно мал и поэтому не входит широкого применения. Исключением составляют магнитоупорядоченные кристаллы, в k-рых К.—М. э. функционально связан не с напряжённостью внеш. магн. поля, а с намагнитченностью подreshетк кристалла и может достигать чрезвычайно больших значений. Так, напр., в ферромагн. кристалле  $\text{EuSe}$  величина магн. линейного дупреломления  $\Delta n$  достигает  $1,5 \cdot 10^{-2}$ . Значительной величина К.—М. э. может быть также в конденсированных парамагнетиках вблизи линий поглощения при наличии разрешённой картины зеемановского расщепления.

К.—М. э. используют для измерений анизотропии диамгн. восприимчивости молекул, изучения структуры ирмических центров и магн. свойств электронных оболочек.

Лит.: Волькенштейн М. В., Молекуллярная оптика, М.—Л., 1951; Вонсовский С. В., Магнетизм, М., 1971; Соловьевский Р. А., Писарев Р. В., Сидя И. Г., Двойное лучепреломление света в магнитоупорядоченных кристаллах, «УФН», 1975, т. 116, с. 231.

В. С. Заласский.

**КОШИ ГОРИЗОНТ** — поверхность, являющаяся границей области причинной предсказуемости физ. явле-

ний в будущем по нач. данным (нач. условиям), заданным на некой пространственноподобной трёхмерной поверхности (частичной  $\gamma$  и поверхности  $K$  и  $\sigma$  и т. д.). Термин «К. г.» был введен в 1986 Р. Пенроузом (R. Penrose) и С. Хокингом (S. Hawking) при исследовании задачи Коши (т. е. задача определения значений физ. полей, включая гравитационное, по нач. данным на поверхности Коши) в общей теории относительности. За К. г. однозначные предсказания ни в классической, ни в квантовой теории невозможны, поскольку часть необходимой информации может приходиться туда из др. областей пространства, не пересекающихся с нач. частичной поверхностью Коши. К. г. представляет собой трёхмерную поверхность с нулевым геодезич. интервалом, т. е. он образован траекториями световых лучей. В Минковского пространстве-времени существование К. г. вызвано только тем, что частичная поверхность Коши, по отношению к  $\sigma$ -кривой он определён, имеет край (иначе говоря, нач. условия заданы не во всем пространстве). Для максимально расширенной поверхности Коши в пространстве-времени Минковского, примером  $\sigma$ -кривой является трёхмерная поверхность  $t = \text{const}$  в *инерциальной системе отсчёта*, К. г. отсутствует и область причинной предсказуемости совпадает со всем пространством-временем. В этом случае поверхность Коши наз. глобальной.

Принципиальная нная ситуация с К. г. имеет место в *общей теории относительности* (ОТО) ввиду того, что пространство-время в этой теории может обладать сложной топологией, структурой. В решениях ОТО К. г. могут сохраняться даже при макс. непрерывном расширении любой частичной поверхности Коши. Такие К. г. являются уже свойством пространства-времени в целом. Их существование однозначно связано с отсутствием глобальной причинной предсказуемости. Обычно, говоря о К. г. в каком-нибудь искривлённом пространстве-времени, имеют в виду именно эти К. г. В частности, решения ОТО, описывающие идеализированные вращающиеся или электрически заряженные *чёрные дыры*, обладают К. г., определённым по отношению ко всему трёхмерному асимптотически евклидову пространству, в котором находится чёрная дыра; при этом К. г. всегда находится под *горизонтом событий* чёрной дыры и, т. о., не виден внешне, наблюдателю. Для этих решений нельзя также построить глобальную поверхность Коши.

С принципиальной точки зрения существование К. г. даже для максимально расширенных частичных поверхностей Коши в отсутствие глобальной причинной предсказуемости для неких решений ОТО — нежелат. свойство. Однако теоретич. исследования (Р. Пенроуз, И. Д. Новиков и А. А. Старобинский и др.) показали, что К. г. внутри идеализированных (стационарных) вращающихся или заряж. чёрных дыр неустойчивы как по отношению к малым нестационарным гравитац. возмущениям, так и вследствие квантового эффекта рождения пар элементарных частиц гравитац. или электр. полей чёрной дыры (см. *Квантовая теория гравитации*). Поэтому можно полагать, что внутри реальных чёрных дыр, возникающих в результате коллапса первоначально регулярного распределения вещества, К. г. не образуется и имеет место глобальная причинная предсказуемость.

**КОШИ ЗАДАЧА** — задача о нахождении решений дифференц. ур-ния (обыкновенного или в частных производных), удовлетворяющего нач. условиям. Рассмотрена в 1823—24 О. Коши (A. Cauchy).

Примером К. з. может служить осн. задача механики, когда по известным нач. положениям и скоростям частиц требуется при известном законе взаимодействия между ними определить движение частиц во времени.

Поскольку ур-ния матем. физики, для к-рых ставится К. з., описывают реальные процессы, то естественно потребовать существования решения в определ. классе ф-ций; его единственности; непрерывной зависимости решения от нач. данных. Даже в случае простейшей

К. з.  $dy/dx = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ , где  $f(x, y)$  — заданная ф-ция, выполнение этих требований накладывает ограничения на вид ф-ции  $f(x, y)$ .

Аналогично ставится К. з. для систем обыкновенных дифференц. ур-ний; при этом  $y(x)$  и  $f(x, y)$  — вектор-функции в  $k$ -л. векторном пространстве. Поскольку обыкновенные дифференц. ур-ние порядка  $k$  сводится к системе ур-ний первого порядка, К. з. для него фиксирует нач. значения для производных искомого ф-ции вплоть до  $k-1$  порядка.

Для дифференц. ур-ний в частных производных в  $(n+1)$ -мерном пространстве-времени К. з. фиксирует нач. значения ф-ции (и её  $k-1$  производных, если  $k-1$  порядок ур-ния по времени) на  $n$ -мерной поверхности.

Напр., для волнового уравнения  $\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$  решение К. з. с нач. данными:  $u(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \pi(x)$ , где  $\varphi(x)$ ,  $\pi(x)$  — достаточно гладкие ф-ции, даётся при  $n=1, 2, 3$  *Даламбера формулой*, *Пуассона формулой* и *Кирхгофа формулой*. При этом решение непрерывно зависит от ф-ций  $\varphi$  и  $\pi$ . Для ур-ния в частных производных требуется, чтобы К. з. была корректно поставлена. Напр., для волнового уравнения К. з. корректно поставлена в случае, если нач. данные заданы либо на гиперплоскости  $t=0$ , либо на любой пространственноподобной поверхности, для к-рой  $\sum_{i=1}^n x_i^2 - c^2 t^2 > 0$ .

Лит.: Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными, 3 изд., М., 1961; В. Я. Далецкий и В. П. Крейн, Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1988; Арнольд В. И., Обыкновенные дифференциальные уравнения, 3 изд., М., 1984; В. Я. Далецкий и А. В., Уравнения математической физики, 2 изд., М., 1982. С. В. Моисович.

**КОШИ ИНТЕГРАЛ** — интегральный ф-ла, выражающая значение *аналитической функции*  $f(z)$  в точке, лежащей внутри замкнутого контура  $\gamma$ , не содержащего внутри себя особенностей  $f(z)$ , через её значения на этом контуре:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi,$$

где интегрирование производится против часовой стрелки. Если точка  $z$  лежит вне контура  $\gamma$ , то

$$\int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = 0.$$

К. и. впервые рассмотрел О. Коши в 1831.

Если  $\gamma$  — произвольный гладкий контур (замкнутый или незамкнутый), а  $w(\xi)$  — комплекснозначная ф-ция, заданная на  $\gamma$ , то выражение

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{w(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

наз. интегралом типа Коши. Интеграл типа Коши определяет ф-цию, аналитическую вне контура  $\gamma$  (если  $\gamma$  замкнут, то фактически он определяет две аналитич. ф-ции — вне и внутри него). В случае, когда  $w(\xi)$  — гладкая ф-ция, предельное значение интеграла типа Коши в точке  $z_0$  на контуре  $\gamma$ , взятой слева от него (по отношению к направлению интегрирования), равно

$$\frac{1}{2} w(z_0) + \frac{P}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{w(\xi)}{\xi - z_0} d\xi,$$

где  $P$  — символ гл. значения интеграла. Предельное значение справа в той же точке равно  $-\frac{1}{2} w(z_0) + \frac{P}{2\pi i} \times$

$\int_{\gamma} \frac{w(\xi)}{\xi - z_0} d\xi$ . Разность этих граничных значений равна значению ф-ции  $w(\xi)$  в точке  $z_0$ .

Для того, чтобы предельные значения интеграла типа Коши, взятые со стороны области, ограниченной замкнутым контуром  $\gamma$ , совпадали с ф-цией  $w(\xi)$ , т. е. для того, чтобы интеграл типа Коши был К. и., необходимо

и достаточно выполнение условий  $\int \omega \delta^2 d\zeta = 0$  для любого

$n=0, 1, \dots$  К. п. и интегралы типа Коши используют, напр., в дисперсионных методах квантовой теории поля, оптики и др.

Лит. см. при ст. Аналитическая функция. В. И. Завьялов.

**КОШИ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ** — распределение вероятностей с плотностью

$$K_{\alpha, \theta}(x) = \frac{\theta}{\pi [\theta^2 + (x-\alpha)^2]}, \quad -\infty < x < \infty,$$

и ф-цией распределения

$$K_{\alpha, \theta}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \frac{x-\alpha}{\theta}; \quad (*)$$

$\alpha$  — параметр сдвига,  $\theta > 0$  — параметр масштаба. Рассмотрено в 1853 О. Коши. *Характеристическая функция* К. р. равна  $\exp\{i(xt - \theta|t|)\}$ ; моменты порядка  $p \geq 1$  не существуют, поэтому *большой закон* для К. р. не выполняется [если  $X_1, \dots, X_n$  — независимые случайные величины с одинаковым К. р., то  $n^{-1}(X_1 + \dots + X_n)$  имеет то же К. р.]. Семейство К. р. замкнуто относительно линейных преобразований: если случайная величина  $X$  имеет распределение  $(*)$ , то  $aX+b$  также имеет К. р. с параметрами  $\alpha_1 = a\alpha + b$ ,  $\theta_1 = |a|\theta$ . К. р. — *устойчивое распределение* с показателем 1, симметричное относительно точки  $x = \alpha$ . К. р. имеет, напр., отношение  $X/Y$  независимых нормально распределённых случайных величин с нулевыми средними, а также ф-ция  $\theta gZ - \alpha$ , где случайная величина  $Z$  равномерно распределена на  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Рассматривают также многочисленные аналоги К. р.

Лит.: Феллер В., Введение в теорию вероятностей и её приложения, пер. с англ., [3 изд.], т. 2, М., 1984.

К. А. Боровков.

**КОШИ ТЕОРЕМА** — теорема об обращении в нуль интеграла от аналитической функции, взятого вдоль замкнутого контура. Точнее, пусть ф-ция  $f(z)$  аналитична в области  $D$ , а  $\gamma$  — кусочно-гладкий контур, лежащий в  $D$  и не содержащий внутри себя особенностей ф-ции  $f(z)$ . Тогда, согласно К. т., контурный интеграл  $\int_{\gamma} f(z) dz$

равен нулю. Доказана О. Коши в 1825. Геометрически К. т. означает, что векторное поле, компонентами к-рого являются соответственно вещественная и мнимая части аналитич. ф-ции, потенциально и соленоидально, т. е. его дивергенция и ротор равны нулю. Справедливо и обратное утверждение (теорема Мореру): если ф-ция  $f(z)$  непрерывна в односвязной области  $D$  и такова, что  $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$  для любого кусочно-гладкого замкнутого контура  $\gamma$ , лежащего в  $D$ , то  $f(z)$  аналитична в  $D$ . К. т. играет важную роль в теории аналитич. ф-ций. На ней основано представление аналитич. ф-ции в виде *Коши интеграла*, она используется в теории вычетов и т. д.

В. И. Завьялов.

**КОШИ — РИМАНА УРАВНЕНИЯ** — дифференц. уравн., к-рым удовлетворяют веществ. и мнимая части аналитической функции. Ф-ция  $f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$ ,  $z = x + iy$ , непрерывно дифференцируема в области  $D$  комплексной плоскости  $S$ , аналитична в  $D$  в том и только в том случае, когда справедливы К.—Р. у.: 
$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial y}, \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = -\frac{\partial v(x, y)}{\partial x}.$$

К.—Р. у. впервые введены Ж. Д'Аламбером (J. L. D'Alembert) в 1752 и Л. Эйлером (L. Euler) в 1777 и использованы О. Коши и Б. Риманом (B. Riemann). Формально К.—Р. у. могут быть также записаны в виде

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = 0, \quad z^* = x - iy, \quad \frac{\partial}{\partial z^*} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y}.$$

Следствием К.—Р. у. является тот факт, что  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  — гармонические функции в  $D$ . Две гармонич. ф-ции наз. взаимно сопряжёнными, если они удовлет-

воряют К.—Р. у. Для любой ф-ции, гармонической в односвязной области, существует сопряжённая гармонич. ф-ция, определяемая с точностью до пост. слагаемого. В случае неодносвязных областей последнее утверждение, вообще говоря, не справедливо.

Б. И. Завьялов.

**КОЗРЦИТИВНАЯ СИЛА** (козрцитивное поле) (от лат. coërcitio — удержание) — характеристика ферромагн. материалов (ФМ), показывающая, в какой степени затруднены в них процессы намагничивания (перематгивания). При графич. изображении зависимости намагниченности  $M$  от циклически изменяющейся в пределах  $\pm H_m$  намагнитённости магн. поля получается петля гистерезиса (рис. к ст. Гистерезис магнитный). После снижения магн. поля от  $\pm H_m$  до нуля в ФМ сохраняется остаточная намагниченность  $\pm M_r$ . Намагниченность становится равной нулю только после приложения магн. поля  $H_c$ , противоположного по знаку предшествующему намагничивающему полю. Величина  $H_c$  и является К. с. данного гистерезисного цикла.

Если  $H_m$  недостаточно велико, получаются частные циклы гистерезиса. Значение К. с. в этом случае зависит от величин  $H_m$ . Наиб. значение  $H_c$ , соответствующее предельной петле гистерезиса (размагничиванию из состояния техн. насыщения), является К. с. данного материала.

К. с. различных ФМ изменяется в очень широких пределах: от  $10^{-3}$  до  $10^6$  Э (1 Э  $\approx 80$  А/м). Её значение существенно для классификации магнитных материалов на магнитно-мягкие ( $H_c < 1-15$  Э) и магнитно-твёрдые ( $H_c > 15-100$  Э).

К. с. определяется механизмом процесса намагничивания, значением таких фактов, как характеристика, как энергия магнитной анизотропии, магнитострикция, намагниченность насыщения. В одном и том же материале К. с. может быть весьма различной в зависимости от его кристаллич. структуры, темп-ры, распределения внутр. напряжений. Предельное для данного материала значение К. с. равно его полю анизотропии и может быть реализовано в *однодоменных частицах*. Их перематгивание состоит в необратимом вращении вектора спонтанной намагниченности  $M_s$ . Состояния с однодоменной структурой присущи неким магнитно-твёрдым материалам.

Высокие значения К. с. возможны и в очень совершенных многодоменных кристаллах. Их высокая К. с. обусловлена тем, что после намагничивания до насыщения в них затруднены процессы образования и роста областей с обратной намагниченностью (зародышей перематгивания). Такой механизм К. с. реализуется в неким магнитно-твёрдых материалах на основе редкоземельных *интерметаллических соединений*.

В большинстве ФМ К. с. определяется критич. полем необратимого смещения *доменных стенок*. Сместению препятствуют разл. неоднородности: градиенты внутр. механич. напряжений, ипрородные включения, структурные дефекты и т. д. Поэтому для реализации низких значений К. с. в магнитно-мягких материалах эти материалы должны обладать предельно однородной структурой.

Как структурно-чувствительная характеристика К. с. используется для неразрушающего контроля качества термич. обработки металлов из ферромагн. сталей и сплавов.

Лит.: Пейн Т., Магнитные свойства металлов и сплавов, пер. с англ., М., 1961; Возговский С. В., Магнетизм, М., 1971; Несбитт Е., Верник Дж., Постоянные магниты на основе редкоземельных элементов, пер. с англ., М., 1977.

А. С. Ермоленко.

**КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ** ( $\eta$ ) (кпд) — отношение полезной используемой энергии  $W_{\text{пол}}$  к энергии  $W_{\text{зат}}$ , затраченной на выполнение работы, к общему количеству энергии  $W_{\text{получ}}$ , получаемой системой (машиной или двигателем),  $\eta = W_{\text{пол}}/W_{\text{получ}}$ . Из-за неизбежных потерь энергии на трение и др. неравновесные процессы для реальных систем всегда  $\eta < 1$ . На осно-

вания второго начала термодинамики для тепловых машин наибольший кид (отношение работы  $W_{\text{н}}$  совершаемой за один цикл, к кол-ву подведённой к ней за этот цикл теплоты  $Q$ ) зависит только от тем-ры нагревателя  $T_1$  и холодильника  $T_2$ , и равен  $\eta = W_{\text{н}}/Q = (T_1 - T_2)/T_1$  (Карно теорема). Для электр. двигател. кид равен отношению полезной механич. работы к электр. энергии, получаемой от источника; в электр. трансформаторах кид — отношение эл.-магн. энергии, получаемой во вторичной обмотке, к энергии, потребляемой в первичной обмотке. Понятие кид имеет общ. характер и применимо к разл. системам: электр. генераторам, двигателям разного рода, полупроводниковым приборам, биол. объектам, поэтому оно может служить для сравнительной оценки эффективности разп.образных процессов.

Д. Н. Зубарев.

**КРАБОВИДНАЯ ТУМАШНОСТЬ** — остаток вспышки сверхновой звезды, вспыхнувшей в нашей Галактике и наблюдавшейся в 1054. Название туманности связано с её формой, напоминающей клешню краба (рис. 1, слева). В оптич. диапазоне угл. размеры К. т.  $\approx 5' \times 7'$ . Расстояние до К. т.  $\approx 1,7$  кпк. Полная мощность излучения (боллометрич. светимость)  $\approx 1 \cdot 10^{38}$  эрг/с.

Оптич. излучение К. т. характеризуется необычай.но мощным непрерывным стенисным спектром, на к-рый налагаются эмиссионные линии, а линии поглощения отсутствуют. Интенсивность непрерывного спектра во много раз превосходит суммарную интенсивность эмиссионных линий, что существенно отличает К. т. от др. газовых туманностей. Спектральные линии излучаются системой тонких волокон, в то время как непрерывный спектр формируется во всём объёме. К. т. состоит из ажурной волокнистой структуры (рис. 1, слева) и «аморфной массы», излучающей непрерывный спектр. Аморфная масса представляет собой множество очень тонких нитей, к-рые заметно (за  $\approx 10$  лет) изменяют свои очертания и интенсивность излучения. В оптич. диапазоне излучение волокон К. т. сосредоточено гл. обр. в эмиссионных линиях Н, He, N, O, Ne, S и Fe, а в УФ-диапазоне — в линиях С. Относит. содержание излучения

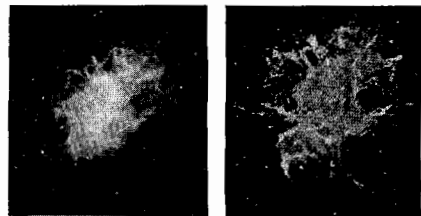


Рис. 1. Фотография Крабовидной туманности: в интервале длин волн 0,63—0,67 мкм (слева), в запрещённой линии азота NII и линии водорода H $\alpha$  (справа).

элементов близко к солнечному, исключением является He, содержание к-рого в неск. раз превышает содержание Н. Темп-ра ионизованного газа волокон 11 000—18 300 К, концентрация электронов от 550 до 3500 см $^{-3}$ . Полная масса всей системы волокон 0,5—2  $M_{\odot}$ . Система волокон в целом расширяется, и, как показывают доплеровские смещения эмиссионных линий, скорость расширения лежит в пределах 700—1500 км/с. Анализ собственных движений отд. волокон приводит к неожид. результату: это расширение происходит не с замедлением, а с ускорением  $\approx 0,0012$  см/с $^2$ . Для поддержания этого ускорения необходима мощность  $\approx 4 \cdot 10^{38}$  эрг/с.

В радиодиапазоне угл. размеры К. т. такие же, как в оптич. и граница радиозображения практиче-

ски совпадают с контурами оптич. изображения. Радиоизлучение образуется во всём объёме туманности, причём его интенсивность увеличивается по мере приближения к её центру. В рентг. диапазоне излучение исходит из центр. области с угл. диаметром  $\sim 1'$ . Наблюдаемый спектр непрерывного излучения К. т. представлен на рис. 2. От 65% полной мощности излучения приходится на спектральный интервал от видимого до рентг. излучения. Излучение в радиодиапазоне, а также в оптич. и рентг. диапазонах обладает сильной линейной поляризован. Нетепловой характер спектра и наличие линейной поляризации указывают на синхротронную природу излучения К. т.

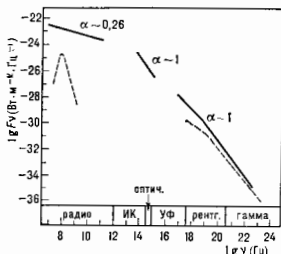


Рис. 2. Спектр Крабовидной туманности (спектр суммарного излучения собственно туманности и содержащегося в ней пульсара) в диапазоне от  $10^7$  до  $10^{24}$  Гц ( $\alpha$  — спектральный индекс). Штриховая линия — спектр пульсара.

Излучение К. т. генерируется синхротронным механизмом не только в радиодиапазоне, но и в оптич., рентг. и, возможно, гамма-диапазонах. Синхротронное излучение возникает при движении ультрарелятивистских электронов в магн. поле туманности, напряжённость к-рого  $5 \cdot 10^{-4}$ — $10^{-3}$  Э. Это магн. поле, как показывает характер распределения поляризации по туманности, обладает регулярной крупномасштабной структурой. Полная масса релятивистских частиц, движущихся вдоль линий магн. поля и проявляющих себя в оптич. диапазоне как нити аморфной массы, равна  $\sim 10^{-6} M_{\odot}$ . Единичной энергетич. спектр релятивистских электронов порождает и единый синхротронный спектр туманности. Радиоизлучение генерируется электронами с энергией  $10^8$ — $10^9$  эВ; характерное время жизни таких электронов, обусловленное потерями на излучение, исчисляется тысячами лет. В оптич. и рентг. диапазонах излучают электроны с энергиями соответственно  $\sim 10^{11}$ — $10^{12}$  эВ и  $\sim 10^{15}$  эВ и характерными временами жизни  $\approx 80$  лет и  $\approx 70$  ст. Очевидно, для создания наблюдаемого спектра излучения К. т. необходима непрерывная инжекция релятивистских электронов в туманность.

Лишь с обнаружением пульсара в К. т. стала ясна полная картина физ. процессов в ней. Пульсар в К. т. — это звёздный остаток вспышки Сверхновой 1054. Полная мощность эл.-магн. излучения пульсара  $\sim 10^{38}$  эрг/с. Пульсар — быстро вращающаяся нейтронная звезда с сильным магн. полем — способен генерировать ультра-релятивистские частицы и поставлять их в туманность. Наблюдаемое увеличение периода пульсара  $\approx 0,04\%$  в год соответствует скорости потери кинетич. энергии вращения нейтронной звезды  $\approx 5 \cdot 10^{38}$  эрг/с. Этого вполне достаточно для объяснения как боллометрич. светимости К. т., так и ускоренного расширения системы волокон. Т. о., энергетич. баланс К. т. полностью обеспечивается за счёт кинетич. энергии вращения нейтронной звезды.

К. т. является типичным представителем остатков вспышек сверхновых звёзд, получивших назв. влерионов.

Осн. признак плерионов — концентрация излучения к центру остатков. По совр. представлениям, плерионы образуются при вспышках сверхновой звезд II типа. Данные наблюдений Сверхновой 1054 действительно хорошо согласуются с кривыми блеска сверхновых звезд II типа. В процессе вспышки сверхновой звезды II типа вещество выбрасывается со скоростью 5000—15 000 км/с и кинетич. энергией  $\approx 5 \cdot 10^{46}$  эрг. В то время как система волокон К. т. расширяется со скоростью  $\approx 1500$  км/с, её кинетич. энергия  $\approx 2 \cdot 10^{48}$  эрг. Т. о., если в 1054 вспышка сверхновой II типа, то должна существовать оболочка, расширяющаяся со скоростями значительно большими 1500 км/с, однако обнаружить такую оболочку пока не удалось. Поэтому вопрос о принадлежности Сверхновой 1054 к известному типу сверхновых звезд остается открытым.

При фотографировании в монохроматич. свете с большими экспозициями на северной границе К. т. было обнаружено относительно яркое образование с параллельными краями (рис. 3), к-рое не могло быть создано звездой до вспышки сверхновой и не связано с совр. активностью пульсара, поскольку продольная ось этого образования не совпадает ни с направлением на геом. центр расширяющейся туманности, ни с направлением на

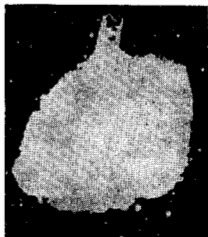


Рис. 3. Передеформированная фотография Крабовидной туманности в заревоподобной линии юга кислорода ОПП (север вверх).

пульсар. Параллельность чётко ограниченных краёв образования, его размеры, сопоставимые с размерами всей туманности, и отсутствие др. подобных образований — всё это оставляет ещё одну нерешённую проблему К. т.

Наиб. выдающиеся результаты изучения К. т. — установление синхротронной природы излучения К. т. и наблюдательное подтверждение тесной связи между вспышками сверхновых звезд и образованием нейтронных звезд.

Лит.: Шкловский И. С., Сверхновые звезды... 2 изд., М., 1976; Мачистер Р., Феллер Дж., Пульсары, пер. с англ., М., 1980; Давидсон К., Фезен Р. А., Recent developments concerning the Crab nebula, «Ann. Rev. Astron. and Astrophys.», 1985, v. 23, p. 119. В. П. Угрюмов.

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА** — задача выделения ф-ции, удовлетворяющей заданному условию на границе нек-рой области, из класса ф-ций, определенных в этой области. Обычно класс ф-ций является набором решений (общим решением) данного дифференц. ур-ния. Если речь идёт о системе ур-ний для неск. искомым ф-ций, К. з. формулируется для всей их совокупности.

В физ. примерах дифференц. ур-ние служит матем. выражением закона, к-рому подчиняется поведение физ. системы. Общее решение описывает все варианты поведения, а для однозначного выделения частного решения необходимо наложить доп. условия — поставить К. з. Конкретные формулировки К. з. диктуются физ. соображениями.

Эволюция одномерной системы описывается обыкновенным дифференц. ур-нием, независимой переменной служит время  $t$ , а область определения решений является временной интервал (иногда полубесконечный). Однозначное решение ур-ния порядка  $n$  фиксируется  $n$  условиями; напр., можно задать значение ф-ции и её  $n-1$  младших производных в нач. момент  $t_0$  (нач. условию). Аналогично ставится К. з. для систем обыкновенных дифференц. ур-ний в многомерном случае.

Полную (бесконечномерную) систему описывают дифференц. ур-ния в частных производных (в большинстве

случаев — не старше 2-го порядка, поскольку только для таких развиты эффектив. методы решений). Независимыми переменными могут быть время и  $k$  пространственных координат ( $k=1, 2, 3$  в линейном, плоском, объёмном случае); область определения решений  $k+1$ -мерна; это — цилиндр с образующей вдоль осей времени и  $k$ -мерным пространственным основанием  $G$ . В стационарном случае, когда нет зависимости от времени, решение ищется в пространственной области  $G$ .

В общем случае для получения однозначного решения необходимо задать нач. состояние системы при  $t=t_0$  (и а ч а л ь н о е у с л о в и е) и режим на границе области  $G$  (р а н ь ч и н о е у с л о в и е). Общему случаю отвечает смешанная К. з. Если область  $G$  совпадает со всем  $k$ -мерным пространством, граничное условие отсутствует и К. з. сводится к Коши задаче.

В стационарном случае дифференц. ур-ния обычного эллиптич. типа (см. Математической физики уравнения) К. з. сводится к граничному условию общего вида:

$$\alpha u|_S + \beta \frac{\partial u}{\partial n}|_S = f,$$

где  $u(x)$  — искома ф-ция,  $\partial u/\partial n$  — её производная по нормали к границе  $S$ , коэф.  $\alpha, \beta$  и правая часть  $f$  заданы на границе  $S$ . При  $\alpha=1, \beta=0$  К. з. сводится к Дирихле задаче, при  $\alpha=0, \beta=1$  — к Неймана задаче.

В релятивистской теории нач. условия на поверхности  $t=t_0$  физически ничем не выделены и задача Коши всегда ставится на произвольной пространственноподобной поверхности  $t=T(x)$ .

Для решения К. з. развиты методы Грина функций, разложения по собственным ф-циям, последовательных приближений, вариационный и др.

Лит. см. при ст. Математической физики уравнения. В. П. Павлов.

**КРАЕВАЯ ФОКУСИРОВКА** — фокусировка пучков заряд. частиц в ускорителе под действием неоднородного поля у краёв магнита (см. Фокусировка частиц в ускорителе).

**КРАЕВЫЕ УГЛЫ** — углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , образуемые поверхностями раздела трёх фаз и определяемые из условия равновесия:  $\alpha_{13} + \alpha_{12} + \alpha_{23} = 0$ , где  $\alpha_{ik}$  — поверхностное натяжение на границе раздела фаз  $i$  и  $k$  (рис. 1). В частном случае твердотельной фазы  $1$  с плоской поверхностью выполняется условие Неймана — Юнга, справедливое в отсутствие т. н. гистерезиса К. у.:

$$\alpha_{13} = \alpha_{23} \cos \theta + \alpha_{12},$$

в этом случае К. у.  $\theta$  наз. также углом смачивания.

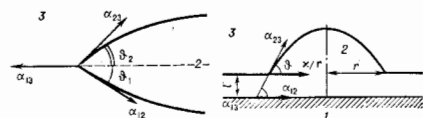


Рис. 1.

Рис. 2.

В условиях полного смачивания поверхности твёрдой фазы жидкостью  $\theta=0$  и  $\alpha_{13} = \alpha_{23} + \alpha_{12}$ . При этом если на поверхности твёрдой фазы образуется макроскопич. толстая плёнка жидкости, то она сохраняет все свойства массивной жидкости. Однако если толщина слоя  $l$  (рис. 2) сравнима с межмолекулярными расстояниями (точнее, с радиусом действия ван-дер-ваальсовых сил взаимодействия между фазами 1 и 3), то  $\alpha_{13}(l) \neq \alpha_{23} + \alpha_{12}$  и величина  $\alpha_{13}(l) - \alpha_{23} - \alpha_{12}$  порядка поверхностной плотности ван-дер-ваальсовой энергии. В этом случае на поверхности фазы  $1$  даже в условиях полного смачивания (напр., в случае жидкого гелия на стальной поверхности) могут образовываться массивные капли жидкости. Для капель малых размеров  $r$  необходимо учитывать зависимость от  $r$  поверхностного натяжения, напр. введением коэф. линейного натяжения  $\lambda$  на гра-

нице раздела трёх фаз. В этом случае в условии Неймана — Юнга  $\alpha_{12}$  заменяют на сумму  $\alpha_{12} + \kappa/c$ .

Лит.: Дзялошинский Л. Э., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П., Ван-дер-Ваальсовы силы в жидких пленках, «ЖЭТФ», 1939, т. 37, с. 229; Френкель И. И., Кинетическая теория жидкостей, Л., 1975; Современная теория капиллярности, Л., 1980; Гиббс Дж. В., Термодинамика. Статистическая механика, пер. с англ., М., 1982.

**КРАМЕРСА ТЕОРЕМА** — утверждение о существовании по крайней мере двукратного вырождения уровней энергии произвольной обратимой по времени квантовой системы, содержащей нечётное число фермионов [Х. А. Крамерс (H. A. Kramers), 1930]. Доказательство теоремы опирается на тот факт, что операция *обращения времени*  $\hat{T}$  является антиунитарной и обладает свойством  $\hat{T}^2 = (-1)^n$ , где  $n$  — число фермионов в системе. Вырождение К. т. в том, что двукратное (крамерсовское) вырождение имеет место в произвольном электрич. поле. В частности, двукратно вырождены уровни энергии атома с нечётным числом электронов, находящегося в кристалле произвольной симметрии. К. т. не применима к атому, находящемуся в магн. поле, т. к. такая система не обладает симметрией относительно обращения времени. Поэтому магн. поле полностью снимает вырождение.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 3 изд., М., 1974; Виггерс Е., Теория групп и её приложения в квантовой механике теории атомных спектров, (пер. с англ.), М., 1961; Эляют Дж., Дюбер П., Симметрия в физике, пер. с англ., т. 2, М., 1983.

**КРАМЕРСА — КРОНИГА СООТНОШЕНИЯ** — дисперсионные соотношения для комплексного показателя преломления  $\tilde{n}(\omega) = n(\omega) - i\kappa(\omega)$  среды с частотной дисперсией, связывающие его показатель преломления  $n(\omega)$  и коэф. поглощения  $\kappa(\omega)$  ( $\omega$  — частота электромагн. волны):

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx^2 \kappa(x)}{x^2 - \omega^2} = n(\infty) + \frac{\omega^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx^2 \kappa(x)}{x^2(x^2 - \omega^2)}$$

(прямое К.—К. с.);

$$\kappa(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx \pi(x)}{x^2 - \omega^2}$$

(обратное К.—К. с.). Установлены Х. А. Крамерсом (H. A. Kramers) и Р. Кронигом (R. Kronig) в 1927. К.—К. с. отражают аналитичность ф-ции  $\tilde{n}(\omega)$  в верх. полуплоскости частоты  $\omega$ , рассматриваемой как комплексная переменная.

Физически К.—К. с. выражают существование жёсткой связи дисперсии световой волны (зависимости показателя преломления  $n$  от  $\omega$ ) и её поглощения. Уже для простейшей среды — идеального атомарного газа с

$$\tilde{n}(\omega) = 1 + \frac{2\pi e^2 N}{k} \sum_k \frac{f_{0k}}{\omega_{0k}^2 - \omega^2 - i\gamma}$$

( $N$  — концентрации атомов,  $\omega_{0k}$  и  $f_{0k}$  — частота перехода и *сила осцилляторов* для  $k$ -го атомного уровня,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $\gamma$  — слабое затухание) близки каждой линии перехода обнаруживаются связанные друг с другом дисперсия и поглощение света. К.—К. с. показывают, что такая связь существует для любой среды безотносительно к конкретным механизмам дисперсии и поглощения. В частности, у неоглощающей (прозрачной) во всей области частот среды не было бы и дисперсии.

Будучи частным (и исторически первым) примером дисперсионных соотношений, К.—К. с. имеют универсальную форму, не зависящую от структуры и динамики среды. Они выводятся из общего *принципа причинности*, применённого к эл.-динамик. функциям отклика. Однако поскольку связь комплексного показателя преломления с оптич. ф-циями в общем случае сложна, вывод об аналитичности ф-ции  $\tilde{n}(\omega)$  можно сделать

не всегда и соответственно К.—К. с. оказываются справедливыми далеко не для всех типов сред. Так, в случае однородной изотропной среды с *дисперсией пространственной  $\tilde{n}(\omega)$*  определяется (псевно) ур-нием

$$\tilde{n}(\omega) = [\epsilon_1(\omega, q)]^{1/2} = [\epsilon(\omega, q) \mu(\omega, q)]^{1/2} \quad (\omega) \quad (q^2 = \tilde{n}^2 \omega^2 / c^2),$$

где  $\epsilon$  — обычная (продольная),  $\epsilon_1 = \epsilon - q^2 c^2 (1/\mu - 1/c^2)$  — поперечная *диэлектрическая проницаемость*,  $\mu$  — магн. проницаемость,  $q$  — волновой вектор. Хотя ф-ция  $\epsilon_1(\omega, q)$  аналитична в верх. полуплоскости  $\omega$  и не имеет в этой области нулей [они превратились бы в точки ветвления ф-ции  $\tilde{n}(\omega)$  из-за наличия корней в  $(*)$ ], зависимость  $\epsilon_1$  от  $q$  усложняет вид ф-ции  $\tilde{n}(\omega)$  и в общем случае лишает нас информации об её аналитич. свойствах. К.—К. с. во всяком случае справедливы для любого равновесного пемангнитного ( $\mu=1$ ) вещества со слабой пространственной дисперсией ( $ql - \omega^2/c^2 \ll 1$ ,  $l$  — характерный внутр. параметр среды размерности длины). В этом случае  $\epsilon_1(\omega, q) \approx \epsilon(\omega)$ ,  $\tilde{n}(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)}$ , где  $\epsilon(\omega)$  аналитична в верх. полуплоскости  $\omega$  и не имеет в этой области нулей благодаря условию  $\text{Im} \epsilon \geq 0$ .

Под К.—К. с. в широком смысле часто понимают дисперсионные соотношения для эл.-динамик. ф-ций отклика и связанных с ними величин. Сюда относятся ф-ции  $1/\epsilon(\omega, q)$ ,  $\epsilon(\omega, 0) = \epsilon(\omega)$ ,  $1/\omega^2 \epsilon_1(\omega, q) - q^2 c^2$ , а также  $\epsilon_1(\omega, q)$  и  $1/\epsilon_1(\omega, q)$ . У ф-ций  $\epsilon(\omega, q)$  и  $1/\mu(\omega, q)$  при достаточной силе взаимодействия между частицами среды [когда  $(0, q) \leq 0$ ] возникает полюс в верх. полуплоскости  $\omega$ , нарушающий дисперсионные соотношения. Не существует также К.—К. с. и для  $\mu(\omega, q)$ , а об аналитич. свойствах ф-ций  $\mu(\omega, 0) = \mu(\omega)$  и  $1/\mu(\omega, q)$  вообще нет информации. Отсутствие К.—К. с. для перечисленных величин понимается как невозможность их общего и строгого вывода, что не исключает справедливости этих соотношений в отдельных частных случаях.

К.—К. с. используются при теоретич. описании свойств среды и особенностей распространения в ней световой волны. В частности, плане они дают возможность определить показатель преломления  $n(\omega)$  по приближённой (эмпирич.) виду коэффициент поглощения  $\kappa(\omega)$ .

Лит.: Martin P., Sum rules, Kramers — Kronig relations, and transport coefficients in charged systems, «Phys. Rev.», 1967, т. 161, р. 143; Агаринов В. М., Гилзбург В. Л., Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории эдисонов, М., 1979; Кирьянц Д. А., Общие свойства электромагнитных функций отклика, «УФН», 1967, т. 152, с. 399; а также лит. при ст. *Диэлектрическая проницаемость*.

**КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ** — увеличение длины волны монохроматич. компонента спектра источника излучения в системе отсчёта наблюдателя ( $\lambda_0$ ) по сравнению с длиной волны этого компонента в собств. системе отсчёта ( $\lambda_s$ ). Термин «К. с.» возник при изучении спектральных линий оптич. диапазона, смещённых в сторону длинноволнового (красного) конца спектра. Причиной К. с. может явиться движение источника относительно наблюдателя — *Доплер эффект* или (и) отличие напряжённости поля *плотности* в точках излучения и регистрации излучения — *Гравитационное К. с.* В обоих случаях нарост смещения  $z = (\lambda_0 - \lambda_s)/\lambda_s$  не зависит от длины волны, так что наблюдаемая плотность распределения энергии излучения  $f_0(\lambda)$  связана с аналогичной плотностью в собств. системе отсчёта  $f_s(\lambda)$  соотношением

$$f_0(\lambda) = \frac{1}{1+z} f_s\left(\frac{\lambda}{1+z}\right).$$

Эквивалентная ширина спектральной линии  $W_\lambda$  образуется при К. с. так же, как и длина волны максимума интенсивности:  $W_\lambda^0 = (1+z)W_\lambda^s$ .

Доплеровское смещение длины волны в спектре источника, движущегося с *лучевой скоростью*  $v_r$  и полной скоростью  $v$ , равно

$$z_D = \frac{1 + v_r/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1.$$

Для чисто радиального движения красному смещению ( $z_D > 0$ ) отвечает увеличение расстояния до источника ( $v_r > 0$ ), однако при отличной от нуля тангенциальной составляющей скорости значениям  $z_D > 0$  могут наблюдаться и при  $v_r < 0$ .

Траватта, К. с. было предсказано А. Эйнштейном (А. Einstein, 1914) при разработке общей теории относительности (ОТО). В линейном относительно ньютоновского потенциала  $\Phi$  приближении (см. *Всемирного тяготения закон*)  $z_g \approx (\Phi_0 - \Phi_1)/c^2$ , где  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  соответственно значения гравитат. потенциала в точках испускания и регистрации излучения ( $z_g > 0$  в том случае, когда в точке испускания потенциал на модулю больше). Для массивных компактных объектов с сильными полем тяготения (напр., *нейтронных звезд* и *черных дыр*) следует пользоваться точными  $\Phi$ -лами. В частности, гравитат. К. с. в спектре сферич. тела массой  $M$  и радиусом  $r > r_g = 2GM/c^2$  ( $r_g$  — *гравитационный радиус*,  $G$  — *гравитационная постоянная*) определяется выражением

$$z_g = (1 - r_g/r)^{-1/2} - 1.$$

Первоначально для эксперим. проверки эффекта Эйнштейна исследовались спектры Солнца и других астр. объектов. Для Солнца  $z_g \approx 2 \cdot 10^{-6}$ , что слишком мало для надёжного измерения эффекта, однако в спектрах *близких карликов* ( $\sim 10^3 - 10^4$  км,  $r_g \approx 1 - 3$  км,  $z_g \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ ) эффект был обнаружен. В 1960 Р. Пауль (R. Pound) и Г. Ребка (G. Rebka), используя *Мёсбауэра эффект*, измерили гравитат. К. с. при распространении гамма-излучения в земных условиях ( $z_g \sim 10^{-15}$ ).

Представление о космологич. К. с. возникло в результате работ (1910—29) В. Слайфера (W. Slipher), К. Вирна (K. Wirtz), К. Лундмарка (K. Lundmark) и Э. Хаббла (E. Hubble). Последний в 1929 установил т. н. *Хаббла закон* — приблизительно линейную зависимость  $z_c$  от расстояния  $D$  до далёких *галактик* и их скоплений:  $z_c \approx (H_0/c)D$ , где  $H_0$  — т. н. *параметр Хаббла* [совр. оценка  $H_0 \approx 75$  км/(с·Мпк) с неопределённостью до множителя 1,5].

Космологич. К. с. связано с общим расширением Вселенной и обусловлено совместным действием эффектов Доплера и Эйнштейна (для относительно близких галактик, при  $D < 10^8$  Мпк, осн. роль играет эффект Доплера). В спектрах галактик зарегистрировано макс. значение  $z_c \approx 3$ . В спектрах квазаров  $z_c \approx 4,5$  (1988). В 1965 А. Пензас (A. Penzias) и В. Вильямс (R. Wilson) обнаружили *микроволновое фоновое излучение* с темп-рой 2,7 К, интерпретируемое как реликт ранней стадии расширения Вселенной. Для реликтового излучения  $z_c \approx 1500$ .

Эффект К. с. в спектрах далёких галактик (эффект «разбегания» галактик) получил объяснение в рамках нестационарной *космологической модели*, основанной на ОТО (А. А. Фридман, 1922). Для нестационарной изотропной и однородной Вселенной (см. *Космология*) величина  $z_c$  связана с *масштабным фактором*  $R(t)$  в моменты испускания  $t_e$  и регистрации  $t_0$  света соотношением

$$z_c = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} - 1.$$

Расширению Вселенной отвечает здесь  $z_c > 0$ . Закон Хаббла рассматривается как линейное приближение к последнему соотношению с  $H_0 = \dot{R}(t_0)/R(t_0)$ . Конкретный вид  $\dot{R}(t)$  определяется ур-ниями гравитат. поля ОТО.

В. Ю. Теребиж. **КРАСНЫЕ ГИГАНТЫ И СВЕРХГИГАНТЫ** — относительно холодные звёзды высокой светимости с протя-

жёнными оболочками. Из-за низкой *эффективной температуры* этих звёзд ( $T_{\text{эф}} \approx 3000 - 5000$  К) поток энергии с единицы площади их поверхности мал — в 2—40 раз меньше, чем у Солнца. Однако светимость таких звёзд может достигать  $10^3 L_{\odot}$ , т. к. красные гиганты (к. г.) и красные сверхгиганты (к. с.) имеют очень большие радиусы (до  $\sim 1000 R_{\odot}$ ) и соответственно огромные излучающие поверхности. Максимум излучения этих звёзд приходится на красную и ИК-область спектра. К. г. и к. с. относятся к звёздам *спектральных классов* К и М, III и I *серию* *классов* соответственно. Абс. звёздные величины к. г. заключены в пределах ( $m^* > M_1 > \geq -3^m$ , у к. с.  $M_1 < -3^m$ ). Характерная особенность спектров к. г. и к. с. — наличие молекулярных полос поглощения. Типичные к. г. — Арктур (ок.  $130 L_{\odot}$ ,  $26 R_{\odot}$ ) и Альдебаран ( $190 L_{\odot}$ ,  $25 R_{\odot}$ ), к. с. — Бетельгейзе ( $7 \cdot 10^4 L_{\odot}$ ,  $600 R_{\odot}$ ) и Антарес ( $5 \cdot 10^4 L_{\odot}$ ,  $700 R_{\odot}$ ).

Традиционное деление звёзд на к. г. и к. с. условно, поскольку оно отражает только различие в радиусах и светимости звёзд при сходном внутр. строении: все они имеют горячее плотное ядро и очень разреженную протяжённую оболочку. Согласно совр. теории *звёздных звёзд*, звезда попадает в область *Герцишпрунга — Рассела диаграммы*, заходящую к. г. и к. с. дважды. Первый раз — на время от  $\sim 10^3$  лет (для звёзд с массой  $M \approx 10 M_{\odot}$ ) до  $\sim 10^8$  лет (для звёзд с  $M \approx 0,5 M_{\odot}$ ), а на стадии гравитат. сжатия, когда в звезде ещё не идут ядерные реакции (см. *Звёздообразование*). Второй раз — после термоядерного сгорания в её ядре водорода, на время, к-рое составляет  $\sim 10\%$  времени жизни звезды. Звёзды с массами  $M < 10 M_{\odot}$  превращаются сначала в к. г., а затем в к. с.; звёзды с  $M > 10 M_{\odot}$  — непосредственно в к. с.

К. г. или к. с. имеют гелиевое ядро, окружённое тонким слоем источника энергодонения, в к-ром горит водород, или углеродно-кислородное ядро, окружённое двумя слоями горения — водородным и гелиевым. Ядро почти изотермично. К. с. с  $M > 8 - 10 M_{\odot}$  могут иметь ядра из более тяжёлых, чем кислород, элементов, вплоть до железа, но время жизни таких звёзд крайне мало — всего  $\sim 10^4$  лет. Плотность вещества в ядрах к. г. и к. с. может достигать  $10^8 - 10^9$  г/см<sup>3</sup>, темп-ра  $10^8 - 10^9$  К. Радиусы ядер при этом составляют сотые доли  $R_{\odot}$ . Перенос энергии в протяжённых холодных оболочках к. г. и к. с. осуществляется *конвекцией*. Конвекция может выносить в атмосферу звёзд продукты ядерного горения из неустойчивых тонких слоев источников. Поэтому у многих к. г. и к. с. наблюдаются аномалии хим. состава, в частности повышенное содержание углерода. Для к. г. и к. с. характерна заметная потеря вещества за счёт истечения его в межзвёздное пространство (см. *Звёздный ветер*). Потери достигают  $10^{-4} - 10^{-6} M_{\odot}$  в год. Причиной истечения вещества может быть: давление излучения на пыль и (или) молекулы, к-рые образуются в холодных атмосферах (см. *Давление света*); нульадиабатная неустойчивость (см. *Пульсации звёзд*); ударные волны в звёздных коронах. Пыль, образующаяся в атмосферах к. г. и к. с., выносится в межзвёздную среду (см. *Межзвёздная пыль*). Если скорость потери вещества очень велика, то пыль в истекающем веществе может полностью закрипировать звезду (не пропускать видимое излучение). Такую звезду можно наблюдать в ИК-диапазоне. Потери вещества у звёзд с  $M < (6 - 8) M_{\odot}$  приводит к тому, что массы их ядер оказываются недостаточными, чтобы в них являлись термоядерные реакции горения углерода. Такие звёзды превращаются в *белые карлики*, проходя перед этим стадия *планетарных туманностей*. Более массивные звёзды *варьются* как *сверхновые звёзды*. В ядрах звёзд с  $M < M_{\odot}$  за время жизни Галактики водород не выгорел, и они ещё не превратились в к. г.

Протяжённые истекающие оболочки, подобные оболочкам к. с., могут иметь звёзды с двойными ядрами,



к-рме, вероятно, образуются в ходе эволюции *тесных двойных звезд*.

Лит.: Явор К. де, Звезды наибольшей светимости, пер. с англ., М., 1984. Л. Р. Юнгвассон.

**КРАСНЫЕ КАРЛИКИ** — звезды *спектральных классов* К, М, обладающие низкой светимостью. Большая часть К, к. относится к звездам гл. последовательности *Герцишпрунга — Рассела диаграммы*. Типичные массы К, к.  $0,1-0,8 M_{\odot}$ ; светимости:  $10^{-3}-0,4 L_{\odot}$ ; радиусы:  $0,1-0,9 R_{\odot}$  ( $M_{\odot}=1,99 \cdot 10^{30}$  кг,  $L_{\odot}=3,86 \cdot 10^{26}$  Вт,  $R_{\odot}=6,96 \cdot 10^8$  м). К, к. многочисленны, в них сосредоточена осн. часть вещества звезд нашей и большинства др. галактик, напр. *Галактика* содержит ок.  $3 \cdot 10^{11}$  К, к. Низкие светимости этих звезд сильно затрудняют изучение их свойств. Согласно теории *эволюции звезд*, время гранита, сжатия К, к. в выхода их на гл. последовательность (интервал времени от рождения до формирования в их недрах термоядерного источника энергии) из-за малой массы и низкой светимости велико: от  $\sim 10^8$  до  $10^9$  лет. Поскольку время жизни Галактики  $\sim 10^{10}$  лет, неск. % всех К, к. в Галактике ещё не достигли гл. последовательности. Эти К, к. можно называть эволюционно молодыми. Молодые К, к. обычно несколько ярче звезд гл. последовательности и обнаруживают признаки вспышечной активности типа UV Кита (см. *Вспыхивающие звезды*). Продолжительность вспышек — от неск. секунд до десятков минут. Причина их пока не ясна, возможно, их природа аналогична природе *вспышек на Солнце* (высвобождение энергии магн. поля вследствие перематывания его силовых линий). К, к., достигшие гл. последовательности с массой  $M > 0,3 M_{\odot}$ , состоят из ядра, в к-ром «горит» водород (см. *Водородный цикл*), внутр. области с лучистым переносом энергии и конвективной оболочкой. В К, к. меньших масс перенос энергии из недр к поверхности осуществляется полностью конвекцией. Силы гравитации, стремящиеся сжать К, к., частично компенсируются давлением выходящего электронного газа, роль к-рого увеличивается в звездах меньшей массы. За время жизни Галактики термоядерное горение водорода в ядре К, к. не могло привести к существенному изменению в этих звездах содержания водорода.

В 1980 было обнаружено, что быстро вращающиеся (аксиальная скорость неск. десятков км/с) К, к. являются источниками рентг. излучения, к-рое возникает, вероятно, в горячих коронах этих звезд. В рентг. диапазоне излучается до 10% всей энергии. Быстрое вращение свойственно молодым К, к., а также звездам, входящим в тесные двойные системы (см. *Двойные звезды*). Корона К, к. нагревается либо *ударными волнами*, либо *альбегноскими волнами*, приходящими в корону из конвективных оболочек этих звезд. Возможным источником нагрева короны может быть также энергия, освобождающаяся в магн. силовых трубках, выносимых в корону из турбулентных поверхностных слоёв К, к.

Лит.: Эрнштейн А. М., 1970; Вспыхивающие звезды, Ер., 1977; Гершберг Р. Е., Вспыхивающие звезды малых масс, М., 1978; M-stars, ed. by H. R. Johnson, F. Querci, Wash., P., 1986. А. В. Трушков.

**КРАСОТА** (прелест; *b*) — аддитивное квантовое число, присущее т. п. красным, или прелестным, адронам, сохраняющиеся в процессах сильного и эл.-магн. взаимодействий и нарушающиеся в процессах слабого взаимодействия. Носителем К. является *b*-кварк (см. *Кварки*). Принято считать, что для *b*-кварка  $b = +1$  (для *b*-кварка  $b = -1$ ). Системы (*bb*) (*l*-частицы) имеют суммарное значение  $b = 0$ . Это системы с т. н. скрытой К. В состав красных адронов входит порознь либо *b*-кварки, либо *b*-кварки, и для них  $b \neq 0$ . Напр.,  $B^- = (bb)$ ,  $B^+ = (bb)$  и т. д. Для красных мезонов  $|b| = 1$ . Очевидно, что в состав красных барионов (антибарионов) может входить до трёх *b*-кварков (антикварков), так что для этих частиц возможны значения  $|b| = 1, 2, 3$  (аналогично ситуации для странных и очарованных барионов). При распадах красных адронов, вызываемых

слабым взаимодействием,  $|\Delta b| = 1$ . При этом *b*-кварк замещается преимущественно с-кварком. А. А. Комаев.

**КРАТНОСТЬ СВЯЗИ** — число электронных пар, обобществлённых двумя соседними атомами молекулы в результате ковалентной *двухмисевой связи*. Так, в молекуле этана  $H_2C-CH_3$  связь С—С однопара, К. с. равна единице (одна обобществленная пара электронов); в молекуле этилена  $H_2C=CH_2$  связь С=C двойная, К. с. равна двум (две пары обобществленных электронов); в молекуле ацетилена  $HC \equiv CH$  тройная связь с тремя обобществлёнными парами электронов. Чем выше К. с., тем, как правило, меньше её длина и выше прочность. Ср. длина связи С—С в органич. соединениях  $0,154$  м, С=C— $0,133$  м и С≡С— $0,121$  м. Прочность связи соответственно выше у связи С=C.

К. с. не всегда выражается целым числом. Так, в молекуле бензола  $C_6H_6$  все связи углерод=углерод одинаковы и длины их равны  $0,140$  м. Считается, что К. с. С—С в молекуле бензола равна 1,5. В металлоорганич. и комплексных соединениях К. с. выражается дробным числом, а иногда и вовсе не поддается однозначному определению. В. Г. Давыдовский.

**КРАТНОСТЬ ЧАСТОТЫ** ускоряющего  $\nu$  в  $n$  раз в отношении частоты ускоряющего напряжения в циклич. резонансом ускорителе к частоте обращения равновесной частицы (см. *Ускорители заряженных частиц*).

**КРАТНЫЕ ЕДИНИЦЫ** — единицы, в  $10^n$  раз превышающие исходные физ. единицы ( $n$  — целое положит. число). В СИ приняты след. приставки для образования наименований К. е.:

Кратность	Приставка	Обозначения			Кратность	Приставка	Обозначения		
		междунар.	рус.	рус.			междунар.	рус.	
$10^1$	дека	da	да	$10^0$	гига	G	Г	Г	
$10^2$	гекто	h	г	$10^3$	тера	T	Т	Т	
$10^3$	кило	k	к	$10^{12}$	пета	P	П	П	
$10^6$	мега	M	М	$10^{18}$	экса	E	Э	Э	

Примеры: 1 ГГц (гигагерц) =  $10^9$  Гц, 1 км (километр) =  $10^3$  м. Единицы, образованные с помощью множителя  $10^{-n}$ , наз. *двоимками единицами*.

**КРАУДИОН** (от англ. crowd — тесниться, толпиться) — одномерное сгущение в расположении атомов или ионов в кристалле, образуемое *межузельным атомам*, когда в определённом кристаллографич. направлении, напр.  $[110]$ , на длине в неск. межатоных расстояний распространяется  $l$  лишней событ. атом или ион.

Лит. см. при ст. *Межузельный атом*.

**КРЕМНИЙ** (Silicium), Si, хим. элемент IV группы периодич. системы элементов, ат. номер 14, ат. масса 28,0855, относится к металам. Природный К. состоит из стабильных изотопов  $^{28}\text{Si}$  (92,23%),  $^{29}\text{Si}$  (4,67%) и  $^{30}\text{Si}$  (3,10%). Конфигурация внеш. электронной оболочки  $3s^2 3p^2$ . Энергии последоват. ионизации 8,151, 16,342, 33,530, 45,141 эВ. Энергия сроства к электрону 1,8 эВ. Кристаллоном. радиус атома К, 0,134 нм, радиус иона  $\text{Si}^{4+}$ , 0,039 нм. Значение электроотрицательности 1,74.

В свободном виде К. тёмно-серое кристаллич. вещество с кубич. гранецитрированной кристаллич. решёткой типа алмаза, параметр  $a = 0,35704$  нм. Известен также коричневый (т. н. аморфный) К., отличающийся от кристаллич. К. лишь высокой дисперсностью и повторяющийся в ближайшем порядке структура типа алмаза. При давлениях 12–15 ГПа получен «металлич.» К., переходящий при тем-ре ниже 6,7 К в сверхпроводящее состояние. Плотность кристаллич. К.  $2,328$  г/см $^3$ ,  $t_{пл} = 1415^\circ\text{C}$ ,  $t_{кип}$  ок.  $3250^\circ\text{C}$ . Теплоёмкость  $c_p = 20,4$  Дж/моль·К,  $t_{пл}$  — 1415°С,  $t_{кип}$  — 3250°С, теплода плавления 49,8 кДж/моль, теплода испарения 355 кДж/моль. К. диамагнитен. Темп-ра Дебая аморфного К. 645 К. Про-

зачлен для ИК-излучения с длиной волны  $\lambda = 4-9$  мкм, показателем преломления 3,42 ( $\lambda = 6$  мкм). Диэлектрич. проницаемость К. разной степени чистоты 11-15. Теплопроводность образцов К. разной чистоты составляет 84-126 Вт/м·К (25 °С). Температурный коэф. линейного расширения поликристаллич. К.  $3,82 \times 10^{-6}$  К<sup>-1</sup> (при 293-1273 К). Тв. по Моосу 7,0, по Бриллюэлю 2,35 ГПа/м<sup>2</sup>; модуль упругости поликристаллич. образца 162,7 ГПа.

К. — типичный полупроводник с шириной запрещенной зоны 1,21 эВ (при 0 К), 1,09-1,1 эВ (при 300 К). Концентрация собств. носителей заряда (электронов и дырок) при комнатной темп-ре  $6,8 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>, эфф. подвижности электронов и дырок 0,1350-0,1450 и 0,0480-0,0500 м<sup>2</sup>/В·с соответственно. Электропроводность К. сильно зависит от примесей; уд. электрич. сопротивление чистого К. при комнатной темп-ре равно (2,3-2,5) · 10<sup>9</sup> Ом·м.

При комнатной темп-ре К. химически мало активен; в соединениях проявляет степень окисления +4, реже +2 и др.

Особо чистый К., легированный спец. добавками, — осн. материал микроэлектроники, он используется для изготовления разл. полупроводниковых приборов — транзисторов, триодов силовых выпрямителей тока, солнечных фотоэлементов, полупроводниковых лазеров и т. д. Монокристаллы SiO<sub>2</sub> применяются в радиотехнике, SiO<sub>2</sub> используют в оптич. приборостроении (напр., изготавливают линзы и призмы для УФ-приборов). К. прозрачен для длинноволнового излучения, поэтому его применяют в ИК-оптике. К. применяют также в металлургии (для раскисления сталей, как легирующую добавку), он является составной частью мн. сплавов. Кремнийорганич. соединения входят в состав разл. смазочных масел, спец. резины и т. д. Искусств. радионуклиды К. короткоживущи; наиб. значение имеет β<sup>-</sup>-радиоактивный <sup>31</sup>Si ( $T_{1/2} = 2,62$  ч).

С. С. Бердонос.

**КРИВАЯ РОСТА** — зависимость интенсивности спектральной линии поглощения от числа атомов, участвующих в её образовании. Применяется для определения физ. условий и содержания хим. элементов в атмосферах звезд, а также для определения сил осцилляторов. В качестве параметра, характеризующего интенсивность линии, используется эквивалентная ширина  $W_\lambda$  и спектральная линия  $W_\lambda$  (полная энергия излучения  $\mathcal{E}$ , поглощенная в линии, выражаемая шириной соседнего участка непрерывного спектра, в котором содержится энергия, равная  $\mathcal{E}$ ):  $W_\lambda = \int_0^\infty (1-r_\lambda) d\lambda$ ,

где  $r_\lambda$  (или  $r_\nu$ ) — остаточная интенсивность, т. е. отношение интенсивности излучения на данной длине волны  $\lambda$  (частоте  $\nu$ ) в пределах спектральной линии к интенсивности излучения в соседнем непрерывном спектре. К. р. может быть построена на основании эксперим. данных и вычислена аналитически при известном коэф. поглощения в линии. Сравнение эксперим. и теоретич. К. р. позволяет определить содержание хим. элементов, темп-ру возбуждения  $T_{ex}$  (см. ниже) и скорость турбулентных движений  $v_t$ .

В рамках простейшей двухслойной модели Шварцшильда — Шустера звездная атмосфера условно разбивается на два слоя — фотосфер (излучающий в непрерывном спектре) и абсорбирующий слой (однородный слой, где образуются линии поглощения). В этом случае контур спектральной линии определяется выражением

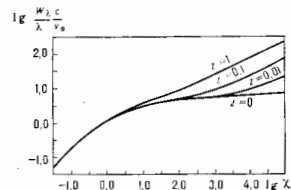
$$r_\nu = [1 + (\tau_\nu^0)^2]^{-1/2}, \quad \text{где } \tau_\nu^0 = \epsilon_\nu \int_0^{\infty} n_0 dh = \epsilon_\nu N_0 - \text{оптиче-}$$

ская толщина абсорбирующего слоя на частоте  $\nu$  в предположении,  $n_0$  — концентрация поглощающих атомов,  $\epsilon_\nu$  — поглощения коэффициент на частоте  $\nu$ , рассчитан-

ный на 1 атом,  $N_0$  — число поглощающих атомов на луче зрения (в столбе сечением 1 см<sup>2</sup>). В спектрах звезд коэф. поглощения в линиях большинства элементов определяется совместным действием эффекта Доплера (в центр. областях линии) и эффектов затухания излучения (в крыльях линии):

$$\epsilon_\nu = \frac{s_0 d_{ik}}{\pi \Delta \nu d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{[(v - \nu_{ik}) / \Delta \nu d - y]^2 + d_{ik}^2},$$

где  $s_0 = \sqrt{\pi} \epsilon^2 f_{ik} / (m_e c \Delta \nu d)$  — коэф. поглощения в центре линии ( $v = \nu_{ik}$ ),  $\nu_{ik}$  — частота, соответствующая переходу с  $i$ -го на  $k$ -й уровень энергии,  $f_{ik}$  — соответствующая сила осциллятора,  $\Delta \nu_{ik} = (v/c) v_0 = (v/c) \sqrt{2kT/m + v_0^2}$  — доплеровская полуширина ( $v_0$  — условный параметр),  $T$  — темп-ра,  $m$  — масса атома,  $d_{ik} = (\gamma_l + \gamma_k + \gamma_c) / 4\pi$ , где  $\gamma_l$ ,  $\gamma_k$  — постоянные затухания вследствие излучения,  $\gamma_c$  — постоянная затухания вследствие столкновения атомов. При малых значениях  $N_0 f_{ik}$ , когда оптич. толща в центре линии  $\chi_0 = N_0 s_0$  не превосходит 0,5, линия слаба; контур её определяется гл. обр. эффектом Доплера, а  $W_\lambda$  растёт пропорц.  $\chi_0$  (применительно к участку К. р.). При дальнейшем увеличении  $N_0 f_{ik}$  рост центр. областей линии замедляется и появляются крылья линии, определяемые процессами затухания излучения; эквивалентная ширина растёт медленнее:  $W_\lambda \sim \sqrt{\ln \chi_0}$ , при  $\chi_0 \gg 55$  (пологий участок К. р.). При очень больших значениях



$N_0 f_{ik}$  (п. следовательно,  $\chi_0$ ) контур линии определяется целиком процессами затухания излучения. В этом случае  $W_\lambda \sim \sqrt{z \chi_0}$ . На рис. показано семейство теоретич. К. р., рассчитанных для модели Шварцшильда — Шустера при разл. значениях нормированной постоянной затухания  $z = 4\pi d_{ik} / \Delta \nu d$ .

На практике для линий каждого мультиплета (см. Мультиплетность) данного элемента строят зависимость  $\lg(W_\lambda/\lambda)$  от  $\lg(\lambda)$ , получая при этом отрезки К. р., сдвинутые относительно друг друга по осн абсцисс на величину  $\Delta \epsilon / kT$ , где  $\Delta \epsilon$  — разность потенциалов возбуждения хим. уровней мультиплетов. (Абсциссы точек К. р., полученных на линиях одного мультиплета, имеющих общий ниж. уровень, отличаются только величиной  $f_{ik}$ , поскольку числа  $N_0$  для них одинаковы.) Перемещая эти отрезки параллельно осн абсцисс, составляют из них полную К. р. Построенную К. р. сравнивают с семейством теоретич. К. р. Сдвигая построенную К. р. вдоль осей координат добиваются наилучшего совпадения с одной из теоретич. К. р. По величине сдвига вдоль осн ординат находят параметр  $v_0$ , по к-рому оценивают  $v_t$ . По величине сдвига вдоль осн абсцисс для каждой линии определяют соответствующее значение  $\lg \chi_0$  и, следовательно,  $N_0$ ; по параметру  $z$ , соответствующему выбранной теоретич. К. р., определяют  $\gamma_c$  и т. о. роль столкновений в затухании излучения (т. е. концентрации атомов в абсорбирующем слое). Предполагая Больцмана распределение атомов по состояниям возбуждения, но полученным

$N_i$  для линий разл. мультиплетов находят тем же  $n$ -р у в о з б у ж д е н и я  $T_{ex}$  (обычно по наклону графика зависимости  $\lg N_i$  от потенциала возбуждения  $\xi_{ex}$ ) и полное число атомов данного элемента на рассматриваемой стадии ионизации  $N_i$ . По найденным  $N_i$  для элементов, у к-рых в исследуемом спектре присутствуют линии двух стадий ионизации, с помощью *Саха формулы* определяют темп-ру ионизации  $T_i$  и концентрацию свободных электронов  $n_e$ . Используя эти данные, по ф-ле Саха находят числа атомов на стадии зрения на др. стадиях ионизации, не представленных линиями в данном спектре, и, следовательно, полное число атомов данного элемента на луче зрения. Т. о. определяются хим. состав звездных атмосфер. Используя найденную полную  $K$ -р. и измерения  $W_\lambda$  линий, у к-рых неизвестны силы осцилляторов, находят значения последних (т. н. солнечных и звездные силы осцилляторов).

Лит.: Соболев В. В., Курс теоретической астрофизики, 3 изд., М., 1985; Каули Ч., Теория звездных спектров, пер. с англ., М., 1974; Шварцман И. И., *Астрономия*.

**КРИВИЗНА** — количеств. характеристика, описывающая отклонение кривой, поверхности, риманова пространства и др. соответственно от прямой, плоскости, евклидова пространства и др. Обычно понятие  $K$  вводится локально, т. е. в каждой точке. В декартовых координатах  $r = (x, y)$  плоская кривая задается параметрически:  $r = r(t)$ ,  $a \leq t \leq b$  (для кривой, заданной ф-цией  $y = f(x)$ ), параметром служит координата  $x$ ). Среди всех возможных параметров наиб. удобен натуральный, равный длине кривой:  $l(t) = \int_a^t |r'| dt = \int_a^t (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2} dt$ .

Для натурального параметра скорость  $v = dr/dl$  — единичный вектор, меняющийся лишь направление, а величина ускорения  $k = |d^2r/dl^2|$  наз.  $K$ . Для произвольного параметра  $t$   $k = |v \ddot{r} - \dot{r} \dot{v}| (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{-3/2}$ . Радиусом кривизны наз. число  $k^{-1}$ . В случае пространственной кривой кроме  $K$  требуется еще одна характеристика — кручение  $\tau$ . Для такой кривой единичный вектор  $v = k^{-1} d^2r/dl^2$  наз. нормалью, а векторное произведение  $b = [v, \dot{v}]$  — биномалью. Вместе с  $v$  они образуют ортогональный репер, вращение к-рого при движении вдоль кривой описывается ф-лами Френета:

$$dv/dl = kv, \quad dn/dl = -kv - \tau b, \quad db/dl = \tau v,$$

коэф.  $\tau$  и наз. кручением. Кривизна поверхности определяется след. образом. Через нормаль к поверхности в данной точке проводят всевозможные плоскости. Сечения поверхности этими плоскостями наз. нормальными сечениями, а  $K$ , нормальных сечений в этой точке — нормальными  $K$ . Макс. и мин. из нормальных  $K$  наз. главными  $K$ . Если  $k_1$  и  $k_2$  — главные  $K$ , то величины  $K = k_1 k_2$  и  $M = (k_1 - k_2)/2$  наз. соответственно *полной* (или *гауссовой*) кривизной и *средней* кривизной поверхности в данной точке. Напр., со ср. кривизной поверхности жидкости связано избыточное давление газа (см. *Лапласа закон*). Кривизну риманова пространства обычно характеризуют с помощью *кривизны тензора*, или *Риманова тензора*.

Лит.: Ращевский П. К., Риманова геометрия и тензорный анализ, 3 изд., М., 1967; Фок В. А., Теория пространств, времени и тяготения, 2 изд., М., 1961; Дубровин В. Б. А., Шварцман С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986; В. И. Ахматов.

**КРИВИЗНА ПОЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ** — одна из аббераций оптических систем, заключающаяся в том, что поверхность наилучшей фокусировки не совпадает с фокальной плоскостью, а оказывается искривленной. Радиус кривизны  $R$  этой поверхности определяется ф-лой

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right),$$

где  $n_{i-1}$  и  $n_i$  — показатели преломления до и после  $i$ -й

преломляющей поверхности, а  $r_i$  — её радиус кривизны. Комбинируя линзы с разл.  $n$  и  $r$ , добавляются уничтожения этой абберации.

**КРИВИЗНА ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ** — выражает отличие геом. свойств реального пространства-времени от свойств плоского неевклидова пространства-времени частной (специальной) *относительности теории*, вызываемое гравитацией физ. материи всех видов (см. *Кривизна тензор*, *Тяготение*).

**КРИВИЗНЫ ТЕНЗОР** (Кривана тензор) — локальная характеристика кривизны в *римановой геометрии*. К. т. определяется с помощью процедуры параллельного переноса вектора вдоль замкнутой кривой в римановом пространстве. Параллельным (ковариантно постоянным) вдоль кривой  $z^k = z^k(t)$  в векторное поле  $F^i(z)$ , для к-рого обращается в нуль ковариантная производная  $\nabla_k$  по направлению скорости кривой  $\dot{z}^k = dz^k/dt$ :  $\nabla_k F^i = \dot{z}^k \nabla_k F^i = 0$ . В евклидовой геометрии существуют координаты, в к-рых ковариантная производная  $\nabla_k F^i = \partial F^i / \partial x^k + \Gamma_{ik}^j F^j$  сводится к обычной (а *Кристобель символа*  $\Gamma_{ik}^j$  равны нулю), поэтому результат переноса не меняет значения и не зависит от кривой. В римановой геометрии таких координат не существует, полученный в результате переноса вектор отличен от первоначального, причём отличие  $\Delta F^i$  в пределе малой кривой пропорц. площади  $\Delta S^{lm}$  ограниченной ею поверхности:  $\Delta F^i = R_{klm}^i F^k \Delta S^{lm}$ , где  $K$ . т.  $R_{klm}^i$  равен

$$R_{klm}^i = \partial \Gamma_{kml}^i / \partial x^m - \partial \Gamma_{kml}^i / \partial x^l + \Gamma_{mn}^i \Gamma_{kl}^n - \Gamma_{nl}^i \Gamma_{km}^n.$$

Равенство нулю всех компонент  $K$ . т. в каждой точке пространства необходимо и достаточно для того, чтобы это пространство было евклидовым. С  $K$ . т. связан некоммутиративность ковариантных производных; для общих *связностей*  $(\nabla_i \nabla_j - \nabla_j \nabla_i) F^k = -R_{qji}^k F^q + T_{ji}^p \partial F^k / \partial x^p$ , где  $T_{ji}^p$  — тензор кручения. Если перейти от смешанных компонент  $K$ . т.  $R_{klm}^i$  к его ковариантным компонентам  $R_{iklm}$  по правилу  $R_{iklm} = g_{in} R_{klm}^n$ , где  $g_{in}$  — метрический тензор, то для  $R_{iklm}$  имеет место равенство

$$R_{iklm} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{li}}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{km}}{\partial x^i \partial x^l} \right) + g_{np} (R_{knl}^p - R_{kml}^p - R_{kml}^p).$$

Отсюда вытекают след. свойства  $K$ . т.:

$$R_{klm}^i = -R_{kml}^i, \quad R_{iklm} = R_{ilmk} = -R_{kilm} = -R_{ikml},$$

$$R_{iklm} + R_{lkm}^i + R_{mki}^l = R_{iklm} + R_{ilmk} + R_{imkl} = 0$$

(тождество Риччи),

$$\frac{\partial R_{ikl}^n}{\partial x^m} + \frac{\partial R_{imk}^n}{\partial x^l} + \frac{\partial R_{ilm}^n}{\partial x^k} = 0$$

(тождество Бьянки).

Полное число  $N$  разл., но равных нулю, компонент  $K$ . т. в  $n$ -мерном римановом пространстве равно  $N = n^2(n^2 - 1)/12$ . Из  $K$ . т. путём свёртывания  $R_k^k = g^{lm} R_{lmik}$  получается *Риччи тензор*  $R_{ik}$ . Наконец, свёртывание  $R_{ik}$  даёт инвариант  $R = g^{ik} R_{ik}$ , наз. скалярной кривизной пространства.

Лит.: Фок В. А., Теория пространств, времени и тяготения, 2 изд., М., 1961; Дубровин В. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986; В. И. Ахматов.

**КРИВОЛИНИЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ** — набор вещественных чисел  $q_1, \dots, q_n$ , определяющих положение точки  $P$  в нек-рой области  $G$   $n$ -мерного евклидова пространства и связанных с декартовыми координатами  $x_1, \dots, x_n$  этой точки посредством преобразований  $q_i = q_i(x_1, \dots, x_n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $q_i(x_1, \dots, x_n)$  — однозначные непрерывно дифференцируемые ф-ции в  $G$ .

Если в каждой точке  $G$  якобиан  $J = \det(\partial g_i / \partial x_j)$  не равен нулю, то существует однозначное обратное преобразование  $x_j = x_j(q_1, \dots, q_n)$ ,  $j=1, \dots, n$ . Поверхности, определяемые уравнениями  $q(x_1, \dots, x_n) = c_i$ , где  $c_i = \text{const}$ ,  $i=1, \dots, n$ , наз. координатными поверхностями, а их попарные пересечения — координатными линиями. Система  $K$ , к. наз. ортогональной, если в каждой точке области  $G$  единичные векторы, касательные к координатным линиям, образуют ортонормированную систему векторов. Квадрат расстояния  $ds^2$  между двумя бесконечно близкими точками

в  $G$  определяется квадратичной формой  $ds^2 = \sum_{k=1}^n dx_k^2 = \sum_{i,j} g_{ij} dq_i dq_j$ , где  $g_{ij} = \sum_k (\partial x_k / \partial q_i) (\partial x_k / \partial q_j)$  — метрический тензор, детерминант к-рого  $g = \det(g_{ij})$  равен  $J^2$ . Необходимое и достаточное условие ортогональности системы  $K$ , к. заключается в равенстве  $g_{ij} = 0$  для  $i \neq j$  в каждой точке  $G$ . В последнем случае величины  $h_i = \sqrt{g_{ij}}$  наз. коэффициентами Ламе. Напр., в ортогональной трёхмерной системе  $K$ , к. квадрат элемента длины  $ds^2$  имеет вид  $ds^2 = \sum_i h_i^2 dq_i^2$ , а

элемент объёма  $dV$  равен  $dV = \prod_{i=1}^n h_i dq_i$ . Векторные операции со скалярами  $f$  и векторами  $A$  выражаются след. образом:

$$\text{градиент, } (\text{grad } f)_i = \frac{1}{h_i} \frac{\partial f}{\partial q_i},$$

$$\text{Лапласа оператор, } \Delta f = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_i \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{h_1 h_2}{h_i} \frac{\partial f}{\partial q_i} \right),$$

$$\text{дивергенция, } \text{div } A = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_i \frac{\partial}{\partial q_i} (h_1 h_2 h_3 A_i),$$

суммирование производится по круговым перестановкам индексов,

$$\text{ротор, } (\text{rot } A)_1 = \frac{1}{h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial q_2} (h_2 A_3) - \frac{\partial}{\partial q_3} (h_2 A_2) \right],$$

остальные компоненты  $\text{rot } A$  получаются круговой перестановкой индексов. Наиб. распространёнными ортогональными системами  $K$ , к. в трёхмерном пространстве являются сферыч. система координат  $q_1 = r$ ,  $q_2 = \theta$ ,  $q_3 = \varphi$ , связанных с декартовыми координатами  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$  равенствами  $x = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \theta$ ;  $0 < r < \infty$ ,  $0 < \theta < \pi$ ,  $0 < \varphi < 2\pi$ , и цилиндрич. система координат  $q_1 = r$ ,  $q_2 = \varphi$ ,  $q_3 = z$ , для к-рых  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $z = z$ ;  $0 < r < \infty$ ,  $0 < \varphi < 2\pi$ ,  $-\infty < z < \infty$ .

В сферич. системе координат  $J = r^2 \sin \theta$ ,

$ds^2 = (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\varphi)^2$ ,  $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ ,

а Лапласа оператор  $\Delta$  имеет вид

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

В цилиндрич. системе координат для соответствующих величин имеем  $J = r$ ,

$$ds^2 = (dr)^2 + r^2 (d\varphi)^2 + (dz)^2, \quad dV = r dr d\varphi dz,$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Лит.: Морс Ф. М., Фемблех Г., Методы теоретической физики, пер. с англ., т. 1, М., 1958; Тихонов А. Н., Самарский А. А., Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1977.

**КРИОГЕННАЯ ПЛАЗМА** (от греч. κρύος — холод и γενέσθαι — рождающийся, рождённый) — плазма, охлаждённая до низких (криогенных) темп. напр. в результате погружения контейнера с плазмой в ванну с жидким азотом или гелием. Представляет интерес прежде всего для изучения элементарных и коллективных про-

цессов в низкотемпературных газах при ультракоротких взаимодействиях тепловой энергии частиц. Ныне в осн. получают  $K$ , к. и инертных газов, среди к-рых наиб. подробно изучены свойства  $K$ , п. гелия.

Простейший способ получения  $K$ , к. состоит в следующем. В криогенную жидкость опускается трубка, внутри к-рой горит *тлеющий разряд*. Давление газа в трубке и ток разряда (либо длительность горения разряда) выбираются такими, чтобы номинал темп-ра  $T_f$  в

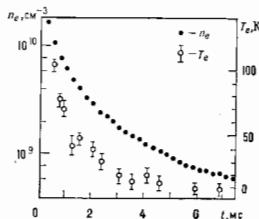


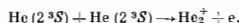
Рис. 1. Зависимость концентрации  $n_e$  и электронной температуры  $T_e$  от времени в послесвечении гелиевой криогенной плазмы при  $T_f = 4, 2$  К и  $n_a = 1,26 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

трубке была практически равна темп-ре окружающей её жидкости. В то же время электронная темп-ра  $T_e$  в плазме разряда может достигать неск. десятков тысяч градусов. При прерывании разрядного тока  $T_e$  уменьшается из-за столкновений электронов с атомами, как правило, быстрее (рис. 1), чем успевают исчезнуть из объёма заряды вследствие рекомбинации или диффузии, — в эти неск. мс и существует  $K$ , п. с  $T_e$ , близкой к  $T_f$ .

Помешая рекомбинирующую (распадающуюся) плазму во внеш. электрич. поле, можно поддерживать  $T_e$  в ней на заданном уровне и т. о. продлить время существования  $K$ , п. Предельный случай соответствует стационарному тлеющему разряду, охлаждённому криогенной жидкостью. Влияние охлаждения на электрич. характеристики тлеющего разряда показано на рис. 2.

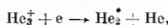
Требуемое нач. состояние  $K$ , п. может быть создано др. способом, напр. при помощи импульсного *безэлектродного разряда* либо пучка быстрых электронов.  $K$ , в. может быть получена также при быстрым и глубоком адиабатич. расширении плазмы в сверхзвуковых соплах.

В кинетике  $K$ , к. гелия значит. роль играют метастабильные атомы  $\text{He}(2^3S)$ , концентрация к-рых при уменьшении темп-ры резко возрастает из-за снижения скорости их разрушения атомами в осн. состоянии и уменьшения скорости диффузии метастабильных атомов. Парные столкновения метастабильных атомов, напр. в процессе ассоциативной ионизации



приводят к инжекции в плазму электронов с энергиями от 15 до 17,6 эВ, заметно воздействуя на ф-цию распределения электронов по скоростям. Этим объясняется, в частности, резкое снижение приведенной напряженности эл-трич. поля в области малых токов и давлений  $p \geq 10$  мм рт. ст. при криогенных темп-рах (рис. 2, кривые 2, 3).

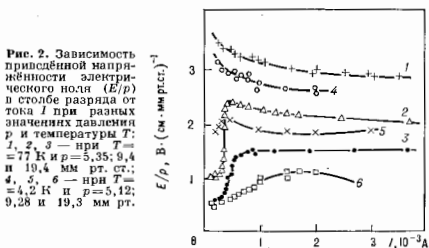
В распадающейся  $K$ , п. гелия при темп-ре жидкого азота и ниже ( $\leq 100$  К) осн. ионом становится  $\text{He}_2^+$ . Электрон-ионная рекомбинация в этом случае происходит с образованием возбуждённой молекулы гелия:



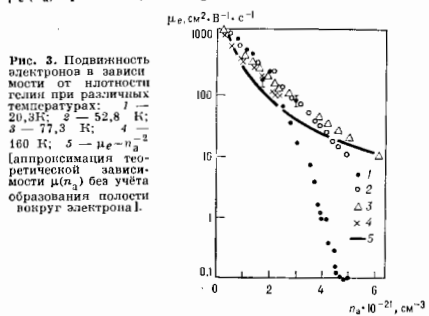
что подтверждается наблюдаемым при распаде плазмы свечением молекул  $\text{He}_2^+$ . Коэф. рекомбинации  $\alpha$  находится в обратной зависимости от  $T_e$  (при  $T_e = 10$  К  $\alpha = 4 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ ) и не зависит от концентрации атомов

п электронов в достаточно широком диапазоне их изменений.

Наряду с молекулярными ионами для К. п. характерно образование комплексных ионов *кластерных ионов*. Напр., в сверхкритич. области гелия в вонном кластере число атомов может достигать неск. сотен. В тяжёлых инертных газах, где существенны поляризац. взаимодействия атомов, образуются также и электронные кластеры.



При криогенных темп-рах и больших плотностях в гелии в результате *обменного взаимодействия* электрона с атомными электронами возможно образование вокруг рассматриваемого электрона полости («вузырка»), движущейся вместе с электроном под действием электрич. поля. Напр., при 4,2 К и плотности атомов  $n_0 = 1,5 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$  размер полости составляет 38  $a_0$  (боровский радиус), а энергия связи 0,1 эВ. Образование полости резко снижает подвижность электрона. На рис. 3 (кривая 1) показано такое снижение подвижности  $\mu_e(n_0)$  при  $T=20,3 \text{ К}$  и  $n_0 = 3 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ .



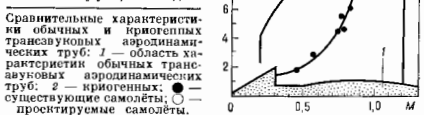
Исследования К. п. по существу только начинаются. Особый интерес должны, в частности, представлять эффекты неидеальности К. п. при больших степенях ионизации. Однако К. п. и с малой степенью ионизации выделяется среди известных видов плазмы, прежде всего по сложности её состава и весьма нетривиальной кинетике.

Лит.: Смирнов В. М., Ионы и возбужденные атомы в плазме. М., 1974. Самозаров В. Н., Особенности деполяризации криогенной гелиевой плазмы, в кн.: Химия плазмы, в. 8, М., 1981, с. 38; Храпан А. Г., Якубов И. Т., Электроны в плотных газах и плазме, М., 1981; Асиновский В. И., Кирьяк А. В., Раволец А. А., Криогенные разряды, М., 1988. **КРИОГЕННАЯ ТРАНСЗВУКОВАЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТРУБА** — трансзвуковая аэродинамическая труба, в к-рой для получения больших значений Рей-

нольдса числа  $Re$  используется охлаждение рабочего газа до криогенных температур, лишь немного превышающих темп-ру его равновесной конденсации. При определении аэродинамич. характеристик тел с учётом вклада вязкости воздуха (влияние трения и вихреобразования) необходимо, чтобы число  $Re$  модели, испытываемой в аэродинамич. трубе, равнялось числу  $Re$  летат. аппарата, движущегося в атмосфере. В обычных трансзвуковых аэродинамич. трубах для получения больших значений числа  $Re = v l / \nu$  (где  $v$  — скорость полёта,  $l$  — характерный размер тела,  $\nu$  — плотность,  $\mu$  — коэф. динамич. вязкости воздуха) увеличивают плотность  $\rho$  газа, обтекающего модель, повышая давление в рабочей части при неизменной темп-ре, и увеличивают размер испытываемой модели  $l$ . При этом быстро растёт мощность привода аэродинамич. трубы пропорционально (при неизменной скорости  $v$ ) плотности  $\rho$  и квадрату линейного размера  $l^2$ .

С уменьшением темп-ры рабочего газа при неизменных давления и Маха числе  $M = v/a$  (где  $a$  — местная скорость звука) вязкость уменьшается, а плотность растёт и, хотя скорость  $v$  падает, число Рейнольдса  $Re$  обтекания модели фиксиров. размера  $l$  увеличивается.

Т. к. скоростной напор обтекающего модель потока  $q = \rho v^2 / 2$  не заменяется при уменьшении температуры, то действующая на модель сила, пропорциональные скоростному напору (см. *Аэродинамические коэффициенты*), в



К. т. а. т. не увеличиваются с ростом числа  $Re$ . По схеме К. т. а. т. аналогична обычной трансзвуковой аэродинамич. трубе, но для снижения темп-ры рабочего газа в него через систему форсунок впрыскивается жидкий азот. На рис. в качестве примера приведены области режимов моделирования, обеспечиваемые обычными трансзвуковыми аэродинамич. трубами и NTF (национальной трансзвуковой аэродинамич. трубой) NASA, а также крейсерские режимы полёта транспортных самолётов. Труба NTF имеет оперенные размеры рабочей части  $2,5 \times 2,5 \text{ м}$ , работает при давлении  $\leq 9 \text{ атм}$ , темп-ре торможения  $8\text{--}340 \text{ К}$  и макс. расходе жидкого азота 550 кг/с.

Лит.: Составление разработок в области создания криогенных аэродинамических труб, М., 1986; P o i n t a n u s E. C., The latest second generation of supersonic tunnels, *Acta Aero-nautica*, 1981, v. 19, № 10, p. 38. М. Я. Южаков, **КРИОСТАТ** (от греч. *krýos* — холод, мороз и *statós* — стоящий, неподвижный) — прибор для проведения низкотемпературных физ. исследований или термостатирования разл. объектов при штиках (90—0,3К) и сверхкритич. ( $T < 0,3 \text{ К}$ ) темп-рах. К. различаются как по физ. процессу, приводящему к охлаждению либо к поддержанию заданной темп-ры, так и по используемому хладагенту.

Криостат откачки паров криожидкостей. Для получения и поддержания низких темп-р обычно применяют сжижаемые газы, помещаемые в сосуды Дьюара. Откачивая пары этих газов, удаётся перекрыть следующие интервалы темп-р: 90—55 К (кислород); 78—63 К (азот); 27—24,5 К (неон); 20,4—14 К (водород); 4,2—1,0 К ( $^4\text{He}$ ). При получении темп-р  $T < 1 \text{ К}$  (до 0,3 К) используют  $^3\text{He}$ , к-рый имеет более низкую, чем  $^4\text{He}$ , теплоту кипения и не образует сверстекучих плёнок на стенках откачиваемых камер (см. *Гелий жидкий*). Для теплоизо-

лядки К., заливаемого жидким кислородом и азотом, обычно достаточной оказывается высоковакуумная изоляция либо суперизоляция из большого кол-ва слоев металлалюров, полимерной пленки. В гелиевых К. применяются также тепловые экраны с использованием всомогат. хладагента (напр., азота) либо охлаждения потоком паров гелия. В К. откачки паров  $^3\text{He}$  не тепловым экраном обычно служит ванна с  $^4\text{He}$  (рис. 4). В гелиевой ванне располагается вакуумная камера, в к-рой подвешены обычно на тонкостенных нержавеющей трубах т. и. одноградусная камера (камера Угилги) и камера откачки  $^3\text{He}$ . В первую камеру через дроссель непрерывно поступает жидкий  $^4\text{He}$  из гелиевой ванны, к-рый одновременно откачивается, чем поддерживается равновесная тем-ра гелия (1,2—1,4 К). Одноградусная камера в данной конструкции необходима для конденсации и макс. охлаждения  $^3\text{He}$ , поступающего в камеру откачки  $^3\text{He}$ . После одноградусной камеры поток жидкого  $^3\text{He}$  также проходит через дроссель и поступает в камеру откачки  $^3\text{He}$ . При этом ок. 10% поступающей жидкости расходуется на то, чтобы охладить её от 1,2К до

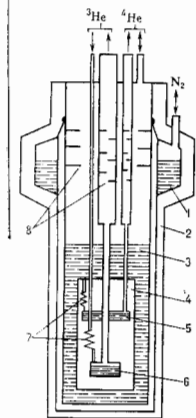


Рис. 1. Принципиальная схема криостата непрерывной откчки паров  $^3\text{He}$ : 1 — азотная ванна, 2 — гелиевый экран, 3 — гелиевая ванна, 4 — вакуумная камера, 5 — одноградусная камера (камера непрерывной откчки  $^4\text{He}$ ), 6 — камера откчки  $^3\text{He}$ , 7 — дроссели на линиях возврата  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ , 8 — экраны теплового излучения.

0,3К. Регулируя мощность, рассеиваемую в нагревателе, можно получать соответствующие тем-ры.

С понижением тем-ры всё более трудной задачей является установление хорошего теплового контакта между исследуемым образцом и хладагентом (это особенно относится к исследованиям, приводящим к разогреву образца, — оптическим, СВЧ и нейтрографическим). Для уменьшения теплового сопротивления между образцом и криожиждкостью (см. *Калицы скачок температуры*) используют развитые поверхности из спечённого порошка меди или серебра. В зависимости от выполняемых исследований К. могут быть снабжены оптич. окнами (оптич. к-й К.), сверхпроводящим соленоидом, СВЧ- вводами.

Давление насыщенных паров над жидкостью уменьшается экспоненциально с понижением тем-ры. Поток массы через границу раздела жидкой и газообразной фаз и через систему откачки пропорционален давлению пара, и, следовательно, хладпроизводительность откчки К. уменьшается экспоненциально с понижением тем-ры. Отм и определяется практич. температурный предел К. откчки.

Криостат (рефрижератор) растворения  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Действие К. этого типа основывается на том, что зитальность раствора, рассчитанная на 1 моль  $^3\text{He}$  в растворе, существенно больше зитальности концентрированного  $^3\text{He}$ . По этой причине процесс растворения  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при пост. давлении сопровождается поглощением теплоты  $\Delta Q$ . Большая хладпроизводительность этого метода связана также с тем, что при  $T \rightarrow 0$  растворимость  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  остается конечной и равной  $\approx 6\%$  для насыщенного раствора. В этом случае при растворении 1 моля  $^3\text{He}$  поглощается кол-во теплоты  $\Delta Q = 94,5 T_m^2 - 12,5 T_r^2$ , где  $T_m$  — тем-ра раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ ;

$T_r$  — тем-ра поступающего  $^3\text{He}$ . Для непрерывной работы К. растворения требуется разделение используемых  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ . С этой целью производится откчка паров над смесью при  $T \approx (0,6 - 0,8)\text{K}$ . При этих тем-рах давление насыщенного пара  $^3\text{He}$  более чем на порядок превышает давление паров  $^4\text{He}$ . Т. о., откачивается практически  $^3\text{He}$ . Др. способ разделения изотопов — прохождение раствора через сверхтекучий фильтр — пропускающий только сверхтекучий компонент  $^4\text{He}$  и задерживающий нормальный компонент и примесь  $^3\text{He}$ . В первом случае в К. растворения циркулирует

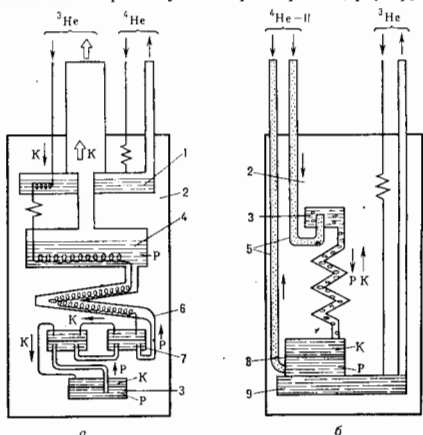


Рис. 2. Принципиальная схема криостатов растворения  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ : а — с циркуляцией  $^4\text{He}$ ; б — с  $^4\text{He}$  (созуд Дьюара и гелиевая ванна не показаны). 1 — одноградусная камера, 2 — вакуумная камера, 3 — камера растворения, 4 — камера испарения, 5 — сверхтекучий фильтр, 6 — непрерывный теплообменник, 7 — ступенчатый теплообменник, 8 — камера расщепления  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ , 9 — камера откчки  $^3\text{He}$ . Р — раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , К — концентрированный  $^3\text{He}$ .

ет  $^3\text{He}$  (рис. 2, а), во втором случае —  $^4\text{He}$  (рис. 2, б). Макс. охлаждение  $^3\text{He}$ , поступающего в камеру растворения, достигается с помощью противоточных теплообменников. Тем-ра, получаемая в К. растворения с циркуляцией  $^3\text{He}$ , определяется в основном эффективной площадью поверхности теплообменников ( $\sigma$ , м<sup>2</sup>), скоростью циркуляции  $^3\text{He}$  ( $\dot{V}$ , моль/с) и притоком теплоты в камеру растворения ( $\dot{Q}$ , Вт):

$$T_m^2 = 6,4 R_K \dot{V} \sigma + 1,22 \cdot 10^{-2} \dot{Q} \dot{V} \eta,$$

где  $R_K$  — уд. сопротивление Каницы ( $\sim 10^{-2}$  м<sup>2</sup>К/Вт).

Для получения мин. тем-п в К. растворения необходимо максимально ограничить приток теплоты и развит поверхность теплообменников. При  $\sigma \approx 250$  м<sup>2</sup> в К. растворения получена тем-ра 2 мК. К. растворения с циркуляцией  $\sim 10^{-2}$  моль/с и хладпроизводительностью  $\sim 100$  Т<sup>2</sup> Вт (при  $T \approx 6 - 30$  мК) хорошо зарекомендовали себя в качестве рефрижераторов для предварит. охлаждения ступенчатой адiabатик. размагничивания (см. *Магнитное охлаждение*).

Кристаллизационный криостат  $^3\text{He}$  основан на использовании *Померанчука эффекта*, согласно к-рому в области тем-р 1—300 мК величина производной от давления по тем-ре  $\partial p / \partial T$  на кривой плавления  $^3\text{He}$  отрицательна. Вследствие этого адiabатик. сжатие  $^3\text{He}$  приводит к понижению его тем-ры с одноврем. образова-

нием твёрдой фазы. Практически кристаллизация  $^3\text{He}$  позволяет получить  $7\text{--}40\text{ мК}$ , если  $^3\text{He}$  был предварительно охлаждён до  $10\text{--}30\text{ мК}$ . Принципиальная схема кристаллизационного К. показана на рис. 3. Камера с подвижными стенками, заполненная  $^3\text{He}$ , соединена хладопроводом с рефрижератором, обеспечивающим предварит. охлаждение (обычно К. растворяют  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ ). На хладопроводе имеется тепловой ключ, служащий для размыкания теплового контакта между рефрижератором и компрессионной камерой. Давление  $^3\text{He}$  в компрессионной камере поднимают через систему (ли-

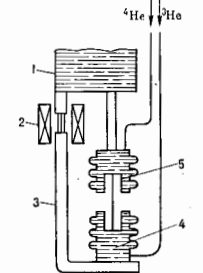


Рис. 3. Принципиальная схема кристаллизационного криостата  $^3\text{He}$ : 1 — рефрижератор предварительного охлаждения, 2 — тепловой ключ, 3 — хладопровод, 4 — компрессионная камера, 5 — пресс с  $^4\text{He}$ .

Рис. 4. Принципиальная схема криостата ядерного размагничивания меди (ИФП АН СССР): 1 — ванна с гелием, 2 — вакуумная камера, 3, 7 — тепловой экран, 4 — камера раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , 5 — конические тепловые контакты, 6 — сверхпроводящий тепловой ключ, 8 — хладопровод, 9 — экспериментальная камера, 10 — экспериментальный соленоид, 11 — основной сверхпроводящий соленоид, 12 — ступень ядерного размагничивания.

нию) заливки  $^3\text{He}$  до  $2,93 \cdot 10^6$  Па (29,3 бар), что соответствует минимуму на кривой плавления  $^3\text{He}$ . Дальнейшее сжатие  $^3\text{He}$  через систему заливки невозможно, т. к. в последней образуется пробка твёрдого  $^3\text{He}$  в области, соответствующей темп-ре 300 мК. Дальнейшее повышение давления в компрессионной камере обычно осуществляется прессом, заполненным  $^4\text{He}$ . Кристаллизационный К. применяют для исследований низкотемпературных свойств жидкого и твёрдого  $^3\text{He}$ .

Криостаты адиабат. размагничивания основаны на использовании магнитокалорического эффекта, заключающегося в изменении темп-ры  $T$  магн. вещества при адиабат. изменении напряжённости магн. поля  $H$ . Для К. используют обычно парамагнитные спиновые системы, адиабат. размагничивание к-рых приводит к понижению  $T$ . Процесс понижения темп-ры при адиабат. размагничивании ограничивается областью  $T$ , при к-рой спиновая система переходит в магнитоупорядоченное состояние. С др. стороны, для макс. хладопроизводительности метода желательно иметь стартовые условия вблизи темп-ры аномалии теплоёмкости системы, возникающей при равновесии тепловой и магн. энергий. Эти два требования определяют выбор хлад-агентов для К. адиабат. размагничивания. В области стартовых темп-р  $1000\text{--}100\text{ мК}$  используются парамагн. соли (напр., церий-магнийевый нитрат позволяет получить темп-ру до 2 мК). В области стартовых темп-р  $100\text{--}40\text{ мК}$  применяют ванфлюксовое парамагнетик, эффективный магн. момент к-рых варьируется в широком диапазоне — от электронного до ядерного. Используя  $\text{PrNi}_2$ , удастся получить темп-ру до 0,5 мК. При

более низких стартовых темп-рах и применении мощных сверхпроводящих соленоидов удаётся использовать эффект адиабат. размагничивания ядерных спиновых систем.

К. размагничивания могут включаться последовательно. Так, в двухступенчатых К. размагничивания, когда первая массивная ступень из меди либо из  $\text{PrNi}_2$  при размагничивании охлаждает вторую медную ступень, после размагничивания последней удаётся получить темп-ру ядер меди  $\sim 40\text{ мК}$ . При этом темп-ра кристаллич. решётки меди и электронов проводимости составляет  $\sim 10\text{ мК}$ .

На рис. 4 показана принципиальная схема К. ядерного размагничивания меди. Ядерная ступень, помещённая в поле  $\approx 80\text{ кЭ}$ , охлаждается мощным К. расширяющимся до  $T \approx 40\text{ мК}$ . Затем размыкается сверхпроводящий тепловой ключ и осуществляется размагничивание (в течение 2—10 ч). За это время в системе успевает установиться тепловое равновесие и охладиться экспериментальная камера. Т. о. удаётся охладить камеру, содержащую сверхтекучий  $^3\text{He}$ , до  $T \sim 100\text{ мК}$ .

Лит.: Справочник по физико-техническим основам криогеники, под ред. М. П. Малкова, 3 изд., М., 1985; Растворы квантовых жидкостей, М., 1973; Дюбуа и а. с. О. В., Принципы и методы получения температуры ниже 1 К, пер. с англ., М., 1977.

**КРИОЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ** — электронные устройства, в к-рых используются явления и процессы, протекающие при низких темп-рах (условно  $T < 100\text{ К}$ ). Большинство совр. К. п. основано на явлениях *сверхпроводимости*, в частности на *Джозефсона эффекте*, а также на особенностях одноэлектронного («кванзистичного») тунелирования между сверхпроводниками. По назначению К. п. можно разделить на неск. групп: приборы *квантовой метрологии*; высокочастотные измерит. приборы (*скейды*) для измерения магн. полей; пассивные СВЧ-устройства, в т. ч. сверхпроводящие *объёмные резонаторы* и *отрапанаправленные антенны*; приёмные СВЧ-устройства, в т. ч. *параметрические усилители*, смесители, видеодетекторы и болометры (см. *Сверхпроводниковые приборы измерения*); сверхпроводящие цифровые и импульсные устройства, в т. ч. ячейки логики и памяти ЭВМ, аналоговые преобразователи, стробоскопич. преобразователи сигналов и др.

Лит.: Криоэлектроника, «Зарубежная радиоэлектроника», 1983, № 6 (специальный); Ван Дузер Т., Тернер Ч., Физические основы сверхпроводящих устройств и цепей, пер. с англ., М., 1984.

К. К. Лихтер.

**КРИПТОМАГНЕТИЗМ** — см. *Магнитные сверхпроводники*.

**КРИПТОН** (Krypton), Kr, — хим. элемент VIII группы периодич. системы элементов, инертный газ, ат. номер 36, ат. масса 83,80. Природный К. состоит из 6 стабильных изотопов:  $^{78}\text{Kr}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{82}\text{Kr}$ ,  $^{83}\text{Kr}$ ,  $^{84}\text{Kr}$  и  $^{86}\text{Kr}$ , среди них наиб. распространён  $^{84}\text{Kr}$  (57,0%), наименее —  $^{78}\text{Kr}$  (0,35%). Электронная конфигурация внеш. оболочки  $4s^2 4p^6$ . Радиус атома К. 0,198 нм. Энергия последов. ионизации 13,999; 24,4; 36,4; 52,5; 64,7 эВ. При  $0^\circ\text{C}$  и нормальном давлении плотн. К.  $3,745\text{ кг/м}^3$ ,  $t_{\text{пл}} = -157,37^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{кип}} = -153,22^\circ\text{C}$ . Плотн. жидкого К.  $2,155\text{ кг/дм}^3$  (при  $t_{\text{кип}}$ ), теплога испарения  $9,035\text{ кДж/моль}$ . Твёрдый К. обладает кубич. кристаллич. решёткой с постоянной решётки  $a = 0,5706\text{ нм}$  (при  $-184^\circ\text{C}$ ). Крич. темп-ра  $-63,8^\circ\text{C}$ , крич. давление  $5,48\text{ МПа}$ , крич. плотн.  $0,969\text{ кг/дм}^3$ . Тройная точка:  $t = 115,95\text{ К}$ , давление  $73,2\text{ кПа}$ , плотн. твёрдой фазы  $2,821\text{ кг/дм}^3$ , жидкой —  $2,451\text{ кг/дм}^3$ . При  $25^\circ\text{C}$  в 1 л воды растворяется 60 мл К. Хим. активность К. крайне низкая, непосредственно реагирует только со фтором.

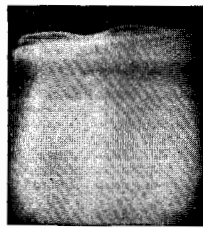
К. применяют для заполнения ламп накаливания, тиратронов, люминесцентных трубок. Большие кол-ва  $\beta$ -радиоактивного  $^{86}\text{Kr}$  ( $T_{1/2} = 10,72$  года) образуются

при работе ядерных реакторов; для очистки газообразных отходов ядерной энергетики от  $^{86}\text{Kr}$  и т. п. в принципе используют сорбцию на активиров. угле и др. материалы.

С. С. Бердосов.

**КРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ** — слабо затухающие колебания границы раздела квантовой кристалла — сверхтекучая квантовая жидкость, обусловленные периодами. явлением и кристаллизацией. К. в., распространяющиеся вдоль границы раздела, экспериментально наблюдались в  $^4\text{He}$ . Механизм возникновения К. в. состоит в следующем: в равновесии квантовый кристалл имеет опред. форму, обеспечивающую минимум свободной энергии его поверхности; любое отклонение формы кристалла от равновесной приводит к увеличению поверхностной энергии. Поэтому любая неравномерная форма кристалла будет изменяться за счёт кристаллизации или плавления так, чтобы поверхностная энергия уменьшалась. С др. стороны, вследствие разности плотностей двух фаз рост и плавление кристалла вызывают движение жидкости, т. е. увеличение кинетич. энергии системы. В результате поверхность будет испытывать слабо затухающие колебания, во многом сходные с обычными капиллярными волнами на границе раздела жидкости и газа (см. *Капиллярные явления*). В частности, К. в. характеризуются таким же, как и капиллярные волны, законом дисперсии:  $\omega = k^{-1/2}$  ( $\omega$  — частота колебаний,  $k$  — волновой вектор). Отличие состоит в том, что в случае К. в. движение границы раздела обусловлено периодами. давлением и кристаллизацией, а в объёме кристалл остаётся неподвижным и недеформированным. Это свойство позволяет также отличить К. в. от уричных поверхностных волн.

Для существования К. в. необходимо, чтобы волная диссипация энергии, сопровождающая кристаллизацию и плавление, была достаточно мала. В обычных классич. кристаллах это условие не выполняется, и процесс установления равновесной формы носит анергич. характер. В случае границы сверхтекучая квантовая жидкость — квантовой кристалла (поверхность кристалла  $^4\text{He}$ ) возникновение К. в. оказывается возможным, если темп-ра  $T$  достаточно низка (гораздо ниже  $\lambda$ -точки) и если поверхность кристалла находится в особом квантово-шероховатом состоянии, являющемся квантовым аналогом классич. атомо-шероховатого состояния (см. *Кристаллизация*).



Квантово-шероховатое состояние (как и классическое) характеризуется большим количеством термодинамически равновесных дефектов поверхности (ступеней и изломов на ступенях). Основное отличие состоит в том, что в квантовом случае изломы на ступенях ведут себя

Кристаллизационная волна на поверхности кристалла  $^4\text{He}$  при  $T=0,5\text{K}$ , возникшая в результате удара по наружной стенке кристалла.

как квазичастицы (см. *Дефекты*), т. е. их движение, а следовательно и движение самих ступеней, практически не сопровождается диссипацией энергии. Поэтому рост и плавление кристалла с квантово-шероховатой поверхностью, обусловленные, как и в классическом случае, именно движением изломов и ступеней, могут происходить практически бездиссипативно.

Бездиссипативность означает, что кристалл может расти и плавиться с весьма большими скоростями уже при ничтожных внеш. воздействиях. Так, кристаллы  $^4\text{He}$  размером  $\sim 1$  см с квантово-шероховатой поверхностью при  $T < 1$  К принимают равновесную форму в поле тяжести за времена  $\ll 1$  с. При этом поверхность

кристалла имеет вид выпуклого мениска, сходного с мениском, к-рый образует поверхность жидкости на плоской смачивающей стенке сосуда. К. в. на такой поверхности (как и обычные капиллярные волны) могут быть возбуждены либо с помощью переменного электрического поля, либо при механич. вибрациях прибора (рис.).

Поверхность кристалла  $^4\text{He}$  при разных темп-рах в зависимости от её ориентации относительно осей кристалла может находиться либо в квантово-шероховатом, либо в классич. атомо-гладком состоянии. Атомо-гладкая поверхность не обладает свойством бездиссипативной кристаллизации; соответственно К. в. на таких поверхностях не могут существовать. Согласно теории, К. в. могут существовать, кроме  $^4\text{He}$ , также и в  $^3\text{He}$ , однако лишь при  $T < 1$  мК, при к-рых жидкий  $^3\text{He}$  становится сверхтекучим, а твёрдый  $^3\text{He}$  — антиферромагнитным.

К. в. — одно из проявлений квантовых законов на макроскопич. уровне — для конденсиров. тела как целого.

Лит.: Андреев А. Ф., Паршин А. Я., О равновесной форме и колебаниях поверхности квантовых кристаллов, «ЖЭТФ», 1978, т. 75, с. 1511; Кеш и ш е в К. О., Паршин А. Я., Б а б а я н А. Б., Кристаллизационные волны в  $^4\text{He}$ , «ЖЭТФ», 1981, т. 80, 716; Паршин А. Я., Кристаллизационные волны в  $^4\text{He}$ , «УФН», 1981, т. 135, с. 175; е г о ж е, Когерентная кристаллизация и кристаллизационные волны, «Природа», 1982, № 5, с. 28; К е ш и ш е в К. О., Паршин А. Я., У а н г а н П. И., К о в а л е в А. И., Surface phenomena in quantum crystals, Soviet Scientific Reviews. Section A: Physics Reviews, v. 4, ed. by I. M. Khalatnikov, Amst., 1982; А н д р е е в А. Ф., Квантовые кристаллы — новое состояние вещества, в сб.: Аполюкс И. М., Лифшиц, М., 1987.

А. Я. Паршин.

**КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ** — образование кристаллов из газа, раствора, расплава, стекла или кристалла др. структуры (полиморфные превращения). К. состоит в укладке атомов, молекул или ионов в *кристаллическую решётку*. К. определяет образование минералов, льда, играет важную роль в атм. явлениях, в живых организмах (образование зубной эмали, костей, почечных камней). Путём К. получают и массивные монокристаллы, и тонкие кристаллич. плёнки полупроводников, диэлектриков и металлов. Массовая К. — одновременно рост множества мелких кристаллов — лежит в основе металлургии и широко используется в хим., пищевой и медицинской промышленности.

Термодинамика кристаллизации. Расположение частиц в кристалле упорядочено (см. *Дальний и ближний порядок*), и их энтропия  $S_K$  меньше энтропии  $S_C$  в неупорядоченной среде (паре, растворе, расплаве). Поэтому снижение темп-ры  $T$  при росте давления  $p$  ведёт к тому, что *химический потенциал* вещества в кристалле

$$\mu_K = \epsilon_K - TS_K + p\omega_K \quad (1)$$

становится меньше его потенциала в исходной среде:

$$\mu_C = \epsilon_C - TS_C + p\omega_C.$$

Здесь  $\epsilon_K$ ,  $\epsilon_C$ ,  $\omega_K$ ,  $\omega_C$  — энергии взаимодействия частиц в уд. объёме вещества в кристаллич. и неупорядоченном состоянии (фазах),  $S_K$  и  $S_C$  — энтропии. Т. о., кристаллич. фаза оказывается выгоднее, преходит К., сопровождаемая выделением т. н.  $\sigma_K$  к р н т о й т е п л о т ы К.:  $\Delta H = T(S_C - S_K) \approx 0,5 - 5$  эВ, а также скачком уд. объёма  $\Delta\omega = \omega_C - \omega_K$  (фазовый переход первого рода). Если  $p \ll 10^4$  атм, то член  $p\Delta\omega$  в соотношении (1) мал, и при  $\mu_K = \mu_C$  темп-ра К. равна  $\Delta H = \epsilon_C - \epsilon_K$ , т. е. является мерой изменения энергии связи между частицами при К. [при К. из расплава  $\Delta\omega \approx (0,05 - 0,15)\omega_C$  и может иметь разл. знаки].

К. при полиморфных превращениях (см. *Полиморфизм*) может быть фазовым переходом второго рода. В случае переходов первого рода граница раздела кристалл — среда локализована в пределах нек. межатомных расстояний, и её уд. свободная энергия  $\sigma_K$  >



Для переходов 2-го рода граница не локализована и  $\alpha=0$ .

Условие  $\mu_k(p, T, C_k) = \mu_k(p, T, C_0)$  для каждого из компонентов кристалла и среды определяют связь  $p, T$  и концентрации компонентов  $C$ , при к-рых кристалл находится в равновесии со средой, т. е. *диаграмму состояния* вещества. Разность  $\Delta\mu = \mu_c - \mu_k$ , являющаяся мерой отклонения от равновесия, на термодинамике д. в. и ж. у. с. и с. л. о. y. К. Обычно оно создается поведением тем-ры ниже равновесного значения  $T_0$ , т. е. переохлаждением системы на  $\Delta T = T_0 - T$ . Если  $\Delta T < T_0$ , то

$$\Delta\mu = \Delta H \Delta T / T_0. \quad (2)$$

Если давление  $p$  паров или концентрация  $C$  в растворе больше равновесных значений  $p_0$  и  $C_0$ , то говорят об абе. пересыщении ( $\Delta p = p - p_0$  или  $\Delta C = C - C_0$ ) либо отпуске. пересыщения ( $\sigma = \Delta p / p_0$  или  $\Delta C / C_0$ ). В этом случае в разреженных нарах и разведённых растворах

$$\Delta\mu \approx kT \ln(1 + \sigma). \quad (3)$$

В процессе выпаривания монокристаллов из растворов обычно  $\sigma \ll 0,1$ , из паров и при хим. реакциях  $\sigma \ll 1$ , при конденсации молекулярных пучков  $\sigma \approx 10^2 - 10^4$ .

К. может происходить в результате абе. с участием хим. реакций. Равновесное состояние смеси газов при возможной хим. реакции между составляющими ае. веществами  $A_i$  можно обобщённо записать в виде

$\sum_i \nu_i A_i = 0$ , где  $\nu_i$  — стехиометрия. коэф. ( $\nu_i < 0$  для прямой реакции,  $\nu_i > 0$  — для обратной). В этом случае

$$\Delta\mu = \frac{kT \ln \prod_i p_i^{\nu_i}}{K}. \quad (4)$$

Здесь  $K$  — константа равновесия реакции,  $p_i$  — парциальные давления (или концентрации, если реакция протекает в растворе). В случае электролитов

$$\Delta\mu = Ze\eta, \quad (5)$$

где  $Ze$  — заряд иона ( $Z$  — ат. номер),  $\eta$  — отклонение разности потенциалов между кристаллом и раствором от равновесного значения.

**Зародыши кристаллизации.** Пересыщенная или переохлаждённая фаза может сохранять своё состояние метастабильно долго (К. не идёт). Такое состояние наз. метастабильным. Расплавы чистых металлов переохлаждаются на  $\Delta T = (0,3 - 0,5) T_0$ , вода — на  $\Delta T \sim \sim 40K \approx 0,15T_0$ , парь — до  $\approx 10$ , растворы — до  $\approx 3$ . Стёкла могут быть охлаждены до 0K (см. *Аморфное состояние*). Загрязнённые среды кристаллизуются на посторонних частицах (центры К.) при небольших  $\Delta T$ . Критич. переохлаждение  $\Delta T$  зависит также от тем-ры, материала и состояния стенок сосуда, действия излучений. Причина такой устойчивости — в трудности зарождения кристаллов. Атомы и молекулы газа или жидкости могут при соударении соединиться в агрегаты из 2, 3 и т. д. частиц. Часть их распадается вследствие флуктуации колат. энергии частиц. Если кол-во частиц  $N$  в агрегате охватывает 2—4 координац. сферы, то к нему можно применять макроскопич. понятия поверхностной энергии и хим. потенциала и др. Ат. структура зародышей пока недостаточно выяснена. Однако есть данные о том, что она может отклоняться от структуры устойчивой макроскопической фазы.

Переохлаждение в однородной гомогенной фазе определяется работой образования границы раздела при появлении кристаллич. фазы внутри материнской. Эта работа положительна, если удельная свободная энергия границы  $\alpha > 0$ . Образование агрегата новой кристаллич. фазы из  $N$  частиц с поверхностью  $\gamma(\omega_k N)^{1/2}$  увеличивает термодинамич. потенциал  $\Phi$  системы на величину, равную  $\alpha\gamma(\omega_k N)^{1/2}$ , где число  $\gamma$  зависит от формы агрегата. Одновременно  $\Phi$  уменьшается на  $N\Delta\mu$ ,

т. к. новая фаза сыгоднее старой ( $\mu_c > \mu_k$ ). В результате работа образования зародыша  $\delta\Phi = -N\Delta\mu + \alpha\gamma(\omega_k N)^{1/2}$  достигает максимума  $\delta\Phi_{кр} = -4(\alpha\gamma)^{2/3}\omega_k/27\Delta\mu^2$ , когда размер зародыша приобретает критич. значение  $N_{кр} = 2\alpha\gamma/3\Delta\mu$  (рис. 1). Работа образования критич. зародыша  $\delta\Phi_{кр}$  минимальна для кристалликов равновесной формы, у к-рых минимальна поверхностная энергия при данном объёме. Критич.

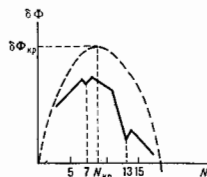


Рис. 1. Работа образования зародыша кристаллизации  $\delta\Phi_{кр}$  как функция числа частиц в нём  $N_{кр}$  для феноменологической (пунктир) и микроскопической (сплошная линия) моделей.

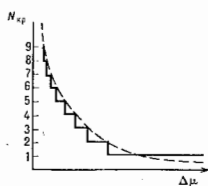


Рис. 2. Зависимость числа частиц в критическом зародыше  $N_{кр}$  от переохлаждения для феноменологической (пунктир) и микроскопической (сплошная линия) моделей.

зародыши образуются в результате тепловых флуктуаций. Увеличение степени отклонения от равновесия  $\Delta\mu$  уменьшает работу образования зародыша. Скорость зароднения

$$I = B \exp(-\delta\Phi_{кр}/kT), \quad (5)$$

где  $B$  пропорционально плотности частиц в среде и скорости их присоединения к критич. зародышу (в очищенных нарах и растворах  $B \approx 10^{25} - 10^{30} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ , в расплавах  $B \approx 10^{37} - 10^{42} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ ). Число частиц в критич. зародыше убывает с переохлаждением (в расплаве Ga при  $\Delta T = 0,5 T_0$ ,  $N_{кр} \approx 10$  атомов, радиус зародыша  $r_3 \approx 4 \text{ \AA}$ ). Т. к.  $N_{кр}$  может меняться меньше чем на 1, то существовать интервалы изменения  $\Delta\mu$ , в пределах к-рых  $N_{кр}$  постоянно (рис. 2). Эти интервалы малы в области умеренных пересыщений, но проявляются при больших, напр. в условиях конденсации молекулярных пучков и электролитов, осаждения, когда  $N_{кр} \sim 1 - 10$ . В результате зависимости  $\delta\Phi_{кр}(\Delta\mu)$  и  $I(\Delta\mu)$  становятся ломаными линиями (рис. 1).

К зародышам из неск. атомов понятие поверхност-

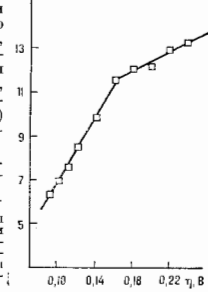


Рис. 3. Скорость зароднения  $\ln I$  в аморфном угледе при электролитической кристаллизации в зависимости от перенапряжения  $\eta$ ; левая прямая отвечает первому атому в зародыше, правая — второму.

ной энергии не применимо, и описание зароднения ведётся на конкретных микроскопич. моделях. Однако для оценок можно пользоваться феноменологич. представлениями, дающими несколько заниженную скорость зарождения (рис. 1, 2).

Упаковка частиц в малых зародышах может не совпадать с упаковкой в массивном кристалле, напр. обнаружено неск. метастабильных фаз в каллах Ga и Bi, замерзших при глубоких переохлаждениях. Масс-спектральный анализ агрегатов в нарах Pb и в Xe обнаружил

повышение содержания кластеров из 7, 13, 19 и т. д. атомов, характерных для икстраллографич. пентагональной упаковки (рис. 4). Поверхностные атомы в этих кластерах образуют завершённую координац. сферу. Поэтому работа их образования минимальна, а их число максимально по сравнению с зародышами, содержащими на 1 атом больше или меньше.

Образование зародыша на хорошо смачиваемой поверхности кристалла требует преодоления меньшего

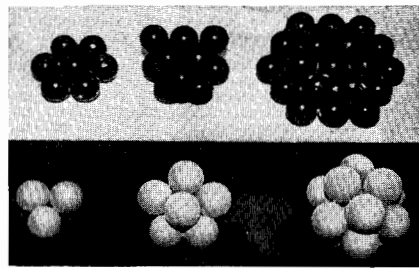


Рис. 4. Кристаллографическая плотнейшая (вверху) и пентагональная (внизу) упаковки.

барьера, и потому такое гетерогенное зародышеобразование происходит при меньших переохлаждениях (см. *Эпитаксия*).

Понижение тем-ры не только уменьшает работу образования зародыша, но и экспоненциально повышает вязкость расплава, т. е. снижает частоту присоединения новых частиц к зародышу (рис. 5, а). В результате  $I(\Delta T)$  сначала достигает максимума, а затем становится столь малой (рис. 5, б), что при низких тем-рах расплав затвердевает, оставаясь аморфным. В расплавах со сравнительно малой вязкостью это возможно лишь при очень быстром ( $\sim 10^8$  К/с) охлаждении. Так получают

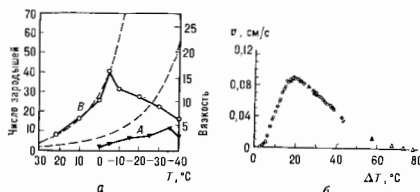


Рис. 5. Температурные зависимости скорости зарождения и роста кристалла: а) сплошные кривые — температурная зависимость числа зародышей цитриновой кислоты в переохлажденном водном растворе (тем-ры насыщения: А — 62 °С, В — 85 °С); пунктир — увеличение вязкости (в паузах) растворов с понижением Т; б) скорость роста в кристаллах безглюкофена из расплава как функция  $\Delta T$ .

аморфные сплавы металлов (см. *Аморфные металлы*). В жидком гелии образование зародышей возможно не переходом системы через барьер, а туннельным просачиванием сквозь него. При выпрачивании крупных совершенных кристаллов на «затравках» избегают появления спонтанных зародышей, используя слабо пересыщенные растворы или перегретые расплавы. Наоборот, в металлургии стремятся получить максимальное число центров К., создавая глубокие переохлаждения (см. ниже).

Рост кристалла может быть послыдным и нормальным в зависимости от того, является ли его поверхность в

атомном масштабе гладкой или шероховатой. Атомные плоскости, образующие гладкую грань, почти полностью укомплектованы и содержат сравнительно небольшое число *вакансий* и атомов, адсорбированных в местах, соответствующих узлам кристаллич. решётки следующего слон. Край незавершённых атомных плоскостей образуют ступени (рис. 6, а). В результате тепловых флуктуаций ступень содержит некое число трёхмерных входящих углов — *изломов*. Присоединение новой частицы к излому не изменяет энергии поверхности и поэтому является элементарным актом роста кристалла. С увеличением отношения тепловой энергии  $kT$  к поверхностной энергии  $\epsilon$  (в расчёте на 1 атомное место на поверхности) плотность изломов увеличивается. Соответственно увеличивается конфигурац. энтропия и падает свободная линейная энергия ступени. При опред. отношениях  $kT/\epsilon$  (близких к 1, но несколько различных для разных граней) линейная энергия ступени обращается в 0, и ступень «размазывается» по грани, край превращается в шероховатую, т. е. равномерно и плотно покрытую изломами поверхность (рис. 6, б). Связь поверхностной энергии с тепловой К. позволяет заключить, что для веществ и тем-р. для к-рых изменение энтропии при К. таково, что  $\Delta S/k > 4$ , все плотноупакованные грани — гладкие. Эта ситуация характерна для равновесия кристалл — пар, а также (для нек-рых веществ) для границ кристалл — расплав. Переход от шероховатости к ограничению возможен при изменении концентрации в двухкомпонентных системах

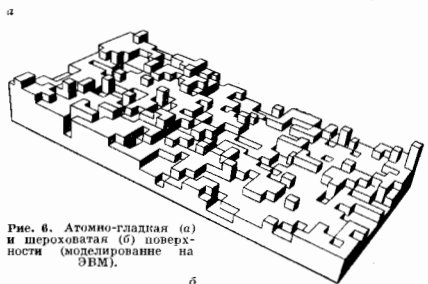
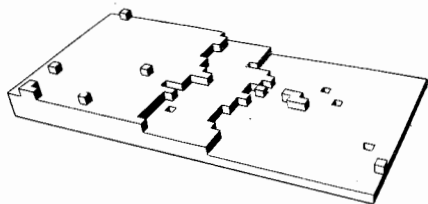


Рис. 6. Атомно-гладкая (а) и шероховатая (б) поверхности (моделирование на ЭВМ).

(К. на растворе). Если  $\Delta S/k < 2$  (типично для плавления металлов), то поверхность любой ориентации шероховатая. При  $2 < \Delta S/k < 4$  отдельные гладкие грани сосуществуют с шероховатыми поверхностями (напр., кристаллы Ge и Si в расплавах, гранаты в расплавах и высокотемпературных растворах). Зависимость свободной энергии и скорости К. от ориентации поверхности имеет острые (сингулярные) минимумы для гладких (сингулярных) граней и округлённые (несингулярные) для шероховатых поверхностей.

Присоединение нового атома в любом положении на поверхности кроме излома меняет её энергию. Заполне-

шие многочисленных вакансий, снижающее эту энергию, не может дать начала новому атомному слою, а конденсация атомов в местах, соответствующих узлам решетки следующего слоя, понижает энергию и поэтому мала. В результате необратимое присоединение частиц к кристаллу, т. е. его рост, возможен только когда на его поверхности есть изломы. На шероховатых поверхностях плотность изломов велика, и рост вдоль нормали к поверхности возможен практически в любой точке. Та-

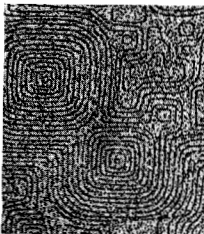
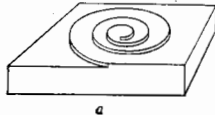


Рис. 7. Концентрические ступени на грани (100) NaCl при росте из молекулярного раствора. Высота ступени 2,82 Å (декорированы модными кристалликами синенально оксидированного золота).

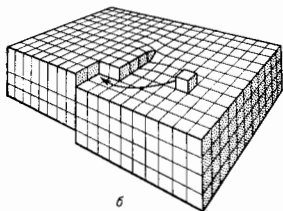
кой рост наз. нормальным. Он лимитируется скоростью присоединения отд. частиц к изломам. Его скорость  $R$  линейно увеличивается с переохлаждением на фронте  $K$ :

$$R = \beta_n \Delta\mu / kT, \quad \beta_n = (a/\lambda_0)^2 av \exp(-E_A/kT). \quad (1)$$

Здесь  $a$  — межатомное расстояние,  $\lambda_0$  — расстояние между изломами,  $v$  — эффективная частота тепловых колебаний,  $E_A$  — энергия, необходимая для присоединения частиц к излому (энергия активации). Она учитывает нерестройку ближнего порядка в жидкости, десольватацию строит. частиц и изломов в растворах, хим. реакции и т. д. В простых расплавах коэф.  $\beta_n$  велики, что



а



б

Рис. 8. а — Спиральная форма роста; б — ступень, оканчивающаяся на поверхности в точке ее пересечения винтовой дислокацией.

обеспечивает рост с заметной скоростью, когда переохлаждение на фронте  $K$ .  $\Delta T \leq 1K$ . Так, для роста Si  $\beta_n \approx 10^8$  см/с  $R = (3-5) \cdot 10^{-3}$  см/с достигается при  $\Delta T \approx \approx 10^{-4}$  К. При достаточно низких темп-рах подвижность частиц падает и скорость роста уменьшается, подобно скорости зарождения (рис. 5, б).

Если поверхность гладкая, то изломы существуют только на ступенях, рост идет последоват. отложением слоев и наз. плоскостным. Если поверхность образована лестницей одинаковых ступеней и в среднем отклонена от ближайшей сингулярной грани на угол с тангенсом  $p$ , то ср. скорость ее роста вдоль нормали к этой сингулярной ориентации

$$R = pv; \quad v = \beta_l \Delta\mu / kT,$$

где  $v$  — скорость роста ступени вдоль грани,  $\beta_l \approx \beta_n$ . (В растворах  $\beta_l \approx 10^{-1} - 10^{-3}$  см/с.)

Плотность ступеней определяется тем, генерируются ли они двумерными зародышами или дислокациями. Образование двумерных зародышей требует преодоления потенциального барьера, высота к-рого пропорциональна линейной энергии ступеней и обратно пропорциональна  $\Delta T$ . Соответственно, скорость  $K$  экспоненциально мала при малых  $\Delta T$  (для роста грани (111) Si с  $R = (3-5) \cdot 10^{-3}$  см/с необходимо  $\Delta T \approx 0,3K$ ; см. выше). При  $K$  из молекулярных пучков, если есть места преимущественного образования двумерных зародышей, ступени имеют вид замкнутых колец (рис. 7). Возможно, что образование зародышей «облегчается» точками выхода на поверхность краевых дислокаций.

При росте на винтовой дислокации, образуемая ею ступень в процессе роста приобретает спиральную форму (рис. 8), т. к. в точке окончания ступени на дислокации ее скорость роста равна 0. В процессе спирального роста новый слой «накручивается» сам на себя вокруг точки выхода дислокации и на поверхности возникает холмистый (вициальный) холмик роста. Часто холмики образуются группой дислокаций, суммарный вектор Бюргера  $k$ -рых имеет в направлении нормали к поверхности составляющую  $b$ , равную нек. параметрам  $a$  решетки. Точки выхода этих дислокаций могут занимать на поверхности некоторую область (с перимет-

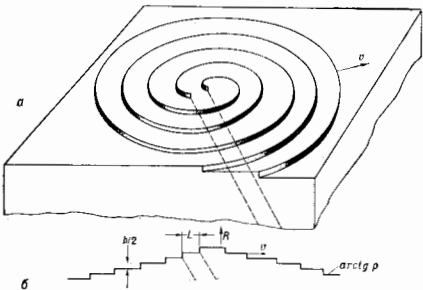


Рис. 9. Двухосевая спираль, образующая вициальный холмик вокруг точек выхода на поверхность двух дислокаций: а) общий вид холмика; б) его сечение плоскостью, перпендикулярной грани и проходящей через точки выхода дислокаций; в) спираль на грани (100) синтетического алмаза.



ром  $2L$ , рис. 9, а, в). В этом случае склон кругового вициального холмика образует с сингулярной гранью угол с тангенсом  $p = b/(19\rho_c + 2h)$  (рис. 9, б). Наклоны холмиков измеряются методами оптич. интерферометрии (рис. 10), методом цветов тонких пластинок, а иногда непосредственно визуализацией ступеней.

Радиус двумерного критич. зародыша  $\rho_c$  пропорционален линейной энергии ступени и обратно пропорционален  $\Delta T$ . Поэтому с увеличением  $\Delta T$  радиуса холмика  $p$  линейно увеличивается при малых  $\Delta T$  и стремится к насыщению при больших (при  $L \neq 0$ ). Соответственно, нормальная скорость роста  $R$  квадратично увеличивается с увеличением  $\sigma$  при малых переохлаждениях и линейно — при больших (рис. 11). Вариации вектора

Бюргерса и протяжённости  $L$  дислокации. Источники определяют разброс значений скорости роста кристаллографически идентичных граней (или одной и той же грани) в одинаковых условиях. В процессе роста грани точка выхода по перпендикулярной ей дислокации смещается и может достигнуть одного из рёбер. После этого ступень исчезает. Дальше  $K$ . идёт лишь путём двумерного зарождения, и скорость роста при малых переохлаждениях

Рис. 10. Интерференционные полосы от внешнего кольца на грани призмы кристалла  $ADP$  (рост из водного раствора).



я падает (по крайней мере в деск. раз при  $K$ . из расплава и на деск. порядков при  $K$ . из раствора). Ис-за относительно малых значений линейной энергии ступеней на границе кристалл — расплав и отсутствия проблемы доставки кристаллизующего вещества  $\beta_2$ ,  $\beta_1$  и  $R$  на деск. порядков выше, чем для  $K$ . из растворов и газовой фазы.

Ввиду малой плотности газовой фазы посылная  $K$ . из неё идёт в осн. по прямому попаданию частиц на ступени, а за счёт диффузии частиц, адсорбированных на атомно-гладких «террасах» между ступенями. За время между моментами прилипания к поверхности и десорбции такая частица совершает случайные блуждания по поверхности и уходит от точки прилипания на расстояние порядка ср. длины диффузионного пробега  $L_D$ . Поэтому достичь ступени могут лишь частицы, адсорбированные вокруг неё в полосе шириной  $\sim 2L_D$ . Большинство частиц, надающих на поверхность с малой плотностью ступеней, испаряются — коэф. конденсации для таких поверхностей мал. Он приближается к 1 при большой плотности ступеней, т. е. при значит. пересыщениях. По той же причине скорость  $K$ . из газовой фазы даже на одной дислокации квадратично увеличится с пересыщением при малых пересыщениях и линейно — при больших. При конденсации молекулярных пучков ступени образуются путём двумерного зарождения в местах, где пересыщение в адсорбционном слое достигает критического, и потому ср. расстояние между ступенями определяется длиной пробега адсорбированных частиц.

Подвод вещества к растущей поверхности и отвод от неё теплоты  $K$ . ограничивает скорость  $K$ . когда эти процессы протекают медленнее поверхностных. Такой диффу-

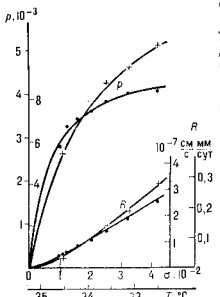


Рис. 11. Наклоны в логарифмическом масштабе, образованных двумя разными дислокационными источниками, и задаваемые ими скорости роста грани  $R$  в зависимости от пересыщения  $\sigma$ .

зионный режим типичен для  $K$ . из расплавов и переперемываемых растворов. Высокая скорость  $K$ . из расплава лежит в основе всех широко используемых методов выращивания монокристаллов, в к-рых скорость  $K$ . задается механич. движением кристалла относительно несамого формируемого теплового поля. Кинетич. режим  $K$ . когда скорость  $K$ . лимитируется

поверхностными процессами, характерен для  $K$ . из переперемываемых растворов, из газовой фазы и роста из переперемываемого расплава кристаллов с высокой затравленной плавления.

Формы роста кристаллов (габитус) определяются анизотропией скорости  $K$ . и условиями тепло- и массопереноса. Кристаллы с шероховатыми поверхностями имеют обычно округлую форму. Атомно-гладкие поверхности проявляются в виде граней. Стационарная форма кристаллич. многогранника такова, что расстояние от центра до каждой грани пропорционально её скорости роста. В результате кристалл оказывается образованным гранями с мин. скоростями роста (грани с большими скоростями постепенно уменьшаются и исчезают). Они параллельны плоскостям с наиб. плотной упаковкой и наиб. сильными связями в атомной структуре кристалла. Поэтому кристаллы с цепочечной и слоистой структурой имеют игольчатую или таблитчатую форму. Анизотропия скоростей роста и, следовательно, форма роста кристалла в разл. фазз зависит от состава,  $T$ ,  $AT$  и сильно меняются под действием поверхностно-активных примесей.

Иза-за большой скорости поверхностных процессов  $K$ . переохлаждение  $\Delta T$  на атомно-шероховатых поверхностях мало, т. е.  $T = T_0$  (отсюда назв. в зотер м.ш.). Плотнопакетованные грани с простыми индексами в случае неметаллов часто остаются сингулярными и появляются на округлом фронте  $K$ . в виде плос-

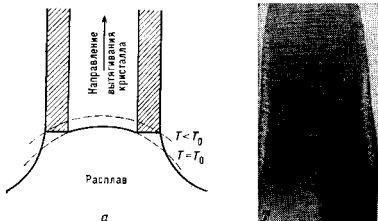


Рис. 12. Образование плоской грани на округлом фронте кристалла (кристалл вытягивается из расплава): а — осевое сечение кристалла с фронтом кристаллизации, выгнутым в сторону кристалла в центре и плоским по периферии; б — продольное сечение кристалла  $SI$  (периферич. область обогащена примесями).

кого среза в форме круга, эллипса или кольца (рис. 12, а) в зависимости от формы изотермы  $K$ . Темпер. вдоль такой грани не постоянна и достигает минимума в точках, наиб. удалённых от изотермы  $T = T_0$ . В этих точках наивысшее переохлаждение генерируются слои, определяющие скорость роста грани. Поэтому стационарный размер грани тем больше, чем больше  $\Delta T$  нужно для её роста со скоростью, равной скорости округлого фронта  $K$ . в направлении вытягивания кристалла. Шероховатые и гранные поверхности захватывают разные кол-ва примесей, и кристалл с сосуществующими гранными и шероховатыми формами вырастает неоднородным (рис. 12, б).

Если  $T$  в расплаве убывает по мере удаления от фронта  $K$ . то фронт неустойчив: случайно возникший на нём выступ попадает в область большего переохлаждения, скорость роста вершины выступа становится ещё больше и т. д. В результате плоский фронт распадается на прилегающие друг к другу пластинчатые или игольчатые кристаллы — в сечении, параллельном фронту, возникает подосчатая или ячеистая структура. Ячеи характерны для больших градиентов темп-ры и имеют обычно гексагональную форму независимо от симметрии кристалла (рис. 13). Неустойчивость не совместима с выращением совершенных монокристаллов, т. к. ведёт к захвату включений маточной среды. Сферич.

кристалл, растущий в переохлажденном расплаве или растворе, сохраняет свою форму, пока его радиус не достигнет критич. значения, зависящего от радиуса критич. зародыша и скорости поверхностных процессов К. В дальнейшем развиваются выступы, и кристалл приобретает скелетную (рис. 14, а, б) или дендритную форму (рис. 14, а, в). Название последней связывается с появлением вторичных ветвей после достижения первичным выступом критич. длины.



Рис. 13. Схема ичестной структуры фронта кристаллизации.

быстрее, чем истинная, то возникает концентрационная неустойчивость. Она исчезает при достаточно высоких отношениях градиента температуры на фронте К. к его скорости.



Рис. 14. Исходный округлый кристалл циркониевого сплава в расплаве (а), начальный стадия роста скелетного кристалла (б), дендрит (в), дендрит при большом переохлаждении (с).

Фронт К. из раствора всегда неустойчив, т. к. пересечение с увеличивается по мере удаления от растущей поверхности. Для ограниченных кристаллов характерно большое пересечение около вершины и ребер, причём пересечение  $\sigma$  увеличивается с размером грани. При достижении больших пересечений и размере грани вершины становятся ведущими источниками ступенчатого роста, а в центральных частях граней возникают провалы — начинается скелетный рост (рис. 15). Ему способствуют неустойчивости. Неустойчивость К. из растворов подавляется интенсивным перемешиванием, снижением пересечения, а иногда введением примесей.

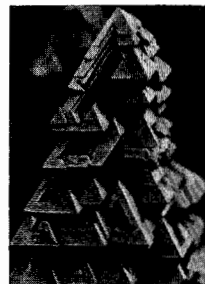


Рис. 15. Скелетный кристалл динитрида.

Захват примесей. Отношение концентрации примеси в кристалле и исходном веществе наз.  $K$  или  $z$ . При  $K < 1$  К. ведёт к очистке от примеси кристалла, при  $K > 1$  — к очистке исходной среды,  $K = 1$  соответствует сохранению концентрации. Коэф. захвата разными граними различны и не совпадают с термодинамич. равновесными, определяемыми диаграммой состояния. Поэтому состав кристалла отклоняется от термодинамически равновесного. Так, при лазерной или электронной импульсной рекристаллизации тонких приповерхностных слоёв Si со скоростями К. до

неск. м/с концентрация примесей As, Sb, In, Bi в кристалле Si превосходит равновесную в 3—600 раз, причём подавляющее большинство примесных атомов находится в узлах решётки. Это связано, во-первых, со статистич. отбором: каждый узел решётки при К. окрестностью заполняется тем или иным атомом после множества поисков (от  $10^8$ — $10^7$  при скоростях  $\sim 10^{-3}$  м/с и до 10 при скоростях  $\sim$  м/с). Во-вторых, в условиях быстрой К. не успевают пройти диффузии в расплаве.

Неравновесный захват примеси при нослойном росте связан со статистич. отбором на ступенях, а также с тем, что даже равновесная концентрация примеси в поверхностном слое кристалла и торце ступени заметно отличается от объёмной. При достаточно быстром отложении слоёв следующий слой замораживает предыдущий вместе с содержащейся в нём примесью. В результате каждая грань захватывает примесь в количестве, соответствующем её поверхностному слою, и кристалл оказывается сложением из секторов роста разных граней, с разл. концентрациями примесей и др. дефектов — возникает т. н. секториальное строение кристалла (рис. 16). Количество примеси, захватываемое при движении ступени по грани, зависит от ориентации этой ступени. Поэтому сектор роста данной грани, в свою очередь, разбивается на области, отложенные *вициальными* разной ориентации с разл. содержанием примеси (вициальность секториальность, рис. 17).



Рис. 16. Секториальное и вициальное строение кристалла аллюминиевых квасцов.

Темп-ра и концентрация примеси на фронте К. из расплава флуктуируют из-за конвекции расплава и вращения кристалла и тяглы в обычно слегка несимметричном тепловом поле. Соответствующие колебания фронты К. отпечатываются в кристалле в виде носов (зонарное строение, рис. 16). Флуктуации темп-ры могут быть столь сильны, что рост кристалла сменяется плавлением и ср. скорость оказывается на порядок меньше номинальной. Интенсивность конвекции и амплитуда возмущенности уменьшаются при выращивании кристаллов в невесомости.

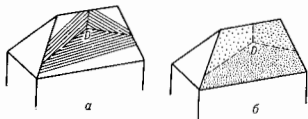


Рис. 17. Вициальный холмик, образованный на грани ступенями трёх разных ориентаций вокруг краевой дислокации  $D(a)$ . Разные склоны холмика захватывают разл. количества примеси (б).

Образование дефектов. Посторонние газы, растворимые в растворах и расплавах лучше, чем в кристаллах, выделяются на фронте К. Пузырьки газа захватываются растущим кристаллом, если они превышают критич. размер, убывающий с увеличением скорости роста (аналогично захватываются твёрдые частицы). При К. в невесомости конвективный отвод пузырьков от фронта К. затруднён и кристалл обогащается газowymi включениями. Специально создавая пузырьки, получают пеноматериалы. Реальные кристаллы всегда имеют зонарно и секториально распределённые примеси, к-рые изменяют параметр решётки, что вызывает внутр. напряжения, дислокации и трещины. Последние возникают также из-за несоответствия параметров решётки затравки (подложки) и нарастающего на ней кристалла. Источниками внутр. напряжений и дислока-

ний являются также включения маточной среды и пористорных частей.

При  $K$  из расплава дислокации возникают из-за термомеханических напряжений, вызванных нелинейным распределением темп-ры; при охлаждении уже выросших частей кристалла снаружи; при линейном распределении темп-ры вдоль нормали к достаточно протяжённому фронту  $K$ , если свободный температурный изгиб кристалла невозможен; наследованием из затравки. Поэтому выращивание бездислокационных кристаллов  $Si$ ,  $GaAs$ ,  $IP$  начинают с затравки малого диаметра и ведут в максимально однородном температурном поле. Кристаллы могут содержать петли дислокаций размером меньше  $1 \mu m$ . Петли образуются как контуры дискообразных скоплений ( $k$  л а с т р о н) межузельных атомов (или вакансий), возникших в результате распада пересыщенного твёрдого раствора при охлаждении выросшего кристалла. Атомы примеси могут быть центрами зарождения кластеров.

**Массовая  $K$ .** При определ. условиях возможно одномер. рост множества кристаллов. Спонтанное массовое появление зародышей и их рост происходит, напр., при затвердевании отливок металлов. Кристаллы зарождаются прежде всего на охлаждаемых стенках выложницы, куда заливаются перегретый металл. Зародыши на стенках ориентированы хаотично, однако в процессе роста («вырастают» те из них, у к-рых направление макс. скорости роста перпендикулярно стенке (геометрич. отбор кристаллов). В результате у поверхности возникает т. н. столбчатая зона, состоящая из узких кристаллов, вытянутых вдоль нормали к поверхности.

**Массовая  $K$  в растворах** начинается либо на спонтанно возникших зародышах, либо на специально введённых затравках. Сталкиваясь в перемешиваемом растворе между собой, со стенками сосуда и мешалкой, кристаллики разрушаются и дают начало новым центрам  $K$  (вторичное зарождение). Причиной вторичного зарождения могут быть также мелкие обломки нависающих над гранью слоёв, «запечатывающих» плоские параллельные грани, включения маточной среды. В металлургии используют сильные конвективные потоки, обламывающие дендритные кристаллы и разносящие центры  $K$  по всему объёму, иногда применяют УЗ-дробление растущих кристаллов. Массовой  $K$  очищают вещества от примеси ( $K < 1$ ). Массовая  $K$  из газовой фазы (в т. ч. из плазмы) используется для получения ультрадисперсных порошков с размерами кристалликов до  $10^{-6}$  см и менее. Необходимые для этого высокие переохлаждения достигаются режимом охлаждением пара смеси химических реагирующих газов или плазмы. Известен способ массовой  $K$  капель, кристаллизующихся во время падения в охлаждаемом газе.

**Лит.:** Выращивание кристаллов из растворов, 2 изд., Л., 1983; Темпл в В. Б. Морфология твёрдых кристаллов, М., 1973; Годиз Р. А., Паркер Р. Л., Рост монокристаллов, пер. с англ., М., 1974; Проблемы современной кристаллографии, М., 1975; Современная кристаллография, т. 3, М., 1980; Нернст Л. А., Физика кристаллизации, М., 1983; Гегузин Я. Е., Кагановский Ю. С., Диффузионные процессы на поверхности кристалла, М., 1984; Морхов И. Д., Трусов Л. И., Лановик В. Н., Физические основы в ультразвуковых средах, М., 1984; Скрябин В. И., Коварда В. П., Спонтанная кристаллизация переохлаждённых жидкостей, М., 1984.

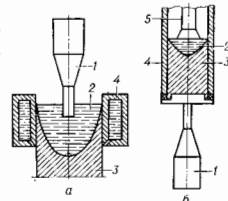
А. А. Чернов.

**КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ** — процесс кристаллизации под действием УЗ-колебаний, изменяющих условия зарождения и роста кристаллов и позволяющих получать измельчённую структуру поликристалла с увеличенными физ.-механич. свойствами. УЗ оказывает влияние на кристаллизацию почти всех веществ, однако наиб. практич. применение  $K$  у. получают при произ-ве слитков и фасонных отливок из металлов и сплавов.

Механизм  $K$  у. зависит от интенсивности УЗ, условий его введения в кристаллизующийся расплав, чистоты жидкого металла но твёрдым примесям и т. д.; в частности, он связан с интенсификацией тепло-

обмена в УЗ-поле. При введении УЗ-колебаний высокой интенсивности непосредственно в жидкую часть слитка (рис., а) возникает возможность активного воздействия на расплав в предкристаллитный период. Поглощение акустич. энергии, интенсивное развитие кавитации и акустических течений в расплаве приводят к доводки, затравке жидкой фазы на  $10-15^\circ C$  и активации (смачиванию) нерастворимых примесей, в обычных условиях не участвующих в процессе  $K$  у. Перегрев расплава устраняет возможность объёмной  $K$  у. и переносит зону зарождения и роста кристаллов непосредственно к фронту  $K$  у., где активация примесей создаёт избыток активных центров кристаллизации. Такое изменение условий зарождения и роста кристаллов позволяет при непрерывном литье лёгких сплавов сформировать сверхтонкую (замельчённую) структуру — т. н. не-

Принципиальные схемы введения ультразвука в расплав: а — при кристаллизации лёгких сплавов методом непрерывного литья; б — при вакуумно-литовом переплаве тугоплавких металлов; 1 — источник ультразвука; 2 — жидкая часть слитка; 3 — слиток (отливка); 4 — кристаллизатор (форма); 5 — расходуемый элемент.



дендритную. Полученная структура не имеет дендритного строения, и каждое зерно по размеру равно дендритной ячейке слитка, отлитого в тех же условиях, но без применения УЗ. Слитки на основе алюминия с недендритной структурой отличаются тонким строением границ зёрен, повышенной плотностью, малым содержанием водорода, следствием чего являются высокая технологич. пластичность. Изделия, изготовленные из таких слитков деформированием, последуют измельчённую структуру и улучшенные физ.-механич. свойства (пластичность, вязкость разрушения и т. н.).

Если УЗ высокой интенсивности вводится в расплав через затвердевшую часть слитка (рис., б), кавитация, воздействие на фронт  $K$  у. вызывает обламывание ветвей растущих дендритных кристаллов и вынос обломок твёрдой фазы акустич. потоками в объём жидкой части слитка, увеличивая тем самым число центров  $K$  у. и вызывая переохлаждение расплава. При этом измелчение литого зерна, как правило, сопровождается укрупнением дендритных веточек.

**Лит.:** Капустин А. И., Влияние ультразвука на кинетику кристаллизации, М., 1962; Эскин Г. И., Ультразвуковая обработка расплавленного алюминия, 2 изд., М., 1988; Абриков О. В. Кристаллизация металлов в ультразвуковом поле, М., 1972.

**КРИСТАЛЛИТЫ** — мелкие монокристаллы, не имеющие ясно выраженной огранки.  $K$  являются кристаллы зёрна в металлах, слитках, горных породах, минералах, поликристаллич. образованиях и др. См. Поликристаллы.

**КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА** — присущее кристаллам регулярное расположение частиц (атомов, их ядер, ионов, молекул, электронов), характеризующееся периодич. повторностью в трёх измерениях. Для описания  $K$  р. достаточно знать размещение частиц в элементной ячейке, повторением к-рой путём параллельных переносов (трансляций) образуется структура кристалла. Элементарная ячейка  $K$  р. имеет форму параллелепипеда, построенного на векторах  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ . Она может быть выбрана разл. способами (рис.). Существование  $K$  р. объясняется тем, что равновесие сил притяжения и отталкивания между атомами, соответствующее минимуму потенци. энергии системы, достигается при условии трёхмерной периодичности.

К. р. характеризуется трёхмерно-периодич. пространственной системой  $T$  точек (рис.), лежащих на концах векторов  $a_1, a_2, a_3$ , при этом трансляция

$$r_{p_1 p_2 p_3} = p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3, \quad p_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

и если описывать каждую точку  $\delta$ -функцией, равной 1 в точке и 0 вне её, то К. р. может быть записана как

$$T(r) = \sum \delta(r - r_{p_1 p_2 p_3}). \quad (2)$$

Расположение всех частей, составляющих К. р., описывается т. и. фёдоровскими *пространственными группами симметрии* кристаллов  $G_3^2$ , каждая из к-рых содержит подгруппу трёхмерных трансляций  $T_3 = G_3^2$ . По симметрии К. р. и центрированности границ элементарной ячейки различают 14 типов К. р. — *типы Браве* *reshetok*.

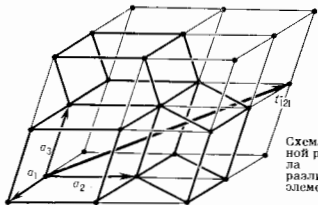


Схема пространственной решётки кристалла и возможность различного выбора элементарной ячейки.

Строго говоря, термин «К. р.» совпадает с термином *пространственная решётка* и означает трёхмерную периодичность, присущую атомному строению кристаллов. В более широком смысле термин «К. р.» употребляется для описания структуры кристаллов вообще. Конкретное расположение атомов в кристаллах наз. *кристаллической структурой* (хотя часто для этого используют термин «К. р.», напр. «К. р. NaCl» или «К. р. нафталина» и т. п.). Если расположение атомов (электронную плотность) внутри одной элементарной ячейки кристалла задать функцией  $\rho_{\text{кв}}(r)$ , то бесконечная трёхмерная кристаллич. структура  $\rho_{\text{кр}}(r)$  запишется так:

$$\rho_{\text{кр}}(r) = \rho_{\text{кв}}(r) * T(r), \quad (3)$$

\* — знак свёртки, «размножения» одной элементарной ячейки  $\rho_{\text{кв}}$  около каждой точки К. р.  $T(r)$ . Структура реального кристалла отличается от идеализиров. схемы, описываемой понятием «К. р.», тем, что всегда имеются разл. рода дефекты, нарушающие идеальную периодичность: — примесные атомы, вакансии, дислокации и т. д.; их необходимо учитывать, т. к. многие физ. свойства существенно зависят от этих несовершенств.

**КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА** — расположение атомов, ионов, молекул в кристалле. Кристалл с определ. хим. ф-лы имеет присущую ему К. с., обладающую трёхмерной периодичностью — *кристаллической решёткой*. Термин «К. с.» употребляется вместо термина «кристаллич. решётка», когда речь идёт об энергии решётки, динамике решётки, о решётке как конкретной структуре того или иного хим. соединения, об описании атомного строения конкретных соединений и их модификаций. Геом. описание конкретной К. с. состоит в указании координат центров атомов в элементарной ячейке кристалла, что позволяет определять межатомные расстояния и тем самым изучать геом. особенности К. с.

Осп. методами исследования К. с. являются дифракционные — *рентгеновский структурный анализ*, *нейтроннография*, *электронография*. Дифракционные методы дают непрерывное, усреднённое по времени и по всему объёму кристалла распределение рассеивающей мате-

рии в элементарной ячейке К. с. Методами рентг. анализа получают распределение электронной плотности  $\rho$  в кристалле, к-рое рассчитывается как ряд Фурье:

$$\rho(r) = \frac{1}{\Omega} \sum_{hkl} F_{hkl} \exp[-2\pi i(hx + ky + lz)], \quad (4)$$

где  $x, y, z$  — координаты в элементарной ячейке,  $\Omega$  — её объём,  $F_{hkl}$  — коэф. Фурье, наз. структурными амплитудами. Распределение электронной плотности  $\rho_0$  в ячейке можно приближённо представить как сумму электронных плотностей атомов  $\rho_{\text{ат}}(r_i)$ :

$$\rho_0(r) = \sum_i \rho_{\text{ат}}(r - r_i), \quad (2)$$

где  $\rho_{\text{ат}}(r_i)$  — усреднённые во времени, т. е. размозанные тепловым движением, распределения электронов в атоме. Максимумы (1) соответствуют атомам — сгусткам электронной плотности, что позволяет найти координаты их центров  $r(x, y, z)$  и создать геом. модель, установив межатомные расстояния с точностью до 0,0001—0,00001 нм.

В нейтроннографии аналогично (1) но амплитудам ядерного рассеяния кристалла  $F_{\text{нейтр}}$  определяют распределение ядерной плотности  $\rho(r)$  ячейки, т. е. вероятностное, размозанное тепловым движением распределение ядер (см. *Нейтроннография структурная*). При наличии у атомов магн. момента нейтроннография определяет магн. К. с. — распределение спиновой плотности (см. *Магнитная нейтроннография*). В электронографии по амплитудам  $F_{\text{эл}}$  согласно (1) определяют распределение электростатич. (суммарного — ядер и электронов) потенциала  $\phi(r)$ . Положение максимумов всех трёх распределений совпадает — это и есть среднее во времени положение центров атомов (ядер) в элементарной ячейке.

**Геометрическая модель.** Для создания геом. модели К. с. необходимо: знание параметров элементарной ячейки (параллелепипеда неотвормости) структуры — в общем случае длин её рёбер  $a, b, c$  и углов  $\alpha, \beta, \gamma$ ; указание симметрии К. с., т. е. принадлежности её к одной из 230 пространственных групп (см. *Симметрия кристаллов*) и тем самым — *типу Браве решётки*; указание координат всех химических различных атомов и симметрии их позиций. Для этого достаточно знать координаты атомов в симметричной независимой части ячейки, из к-рых можно с учётом операций пространственной группы вывести положение всех атомов К. с. На этой основе рассчитываются межатомные расстояния, взаимная координатив атомов и др. геом. характеристики К. с. Графически К. с. изображают расположением атомов (шариков) в элементарной ячейке (рис. 1, а). Крупными шариками изображены «парам» в случае необходимости можно показать контакты атомов в плотнопупакованных неорганич. (рис. 1, б) или молекулярных структурах. Для изображения ионных К. с. часто пользуются полидрами, в вершинах к-рых находятся анионы, в центрах — катионы (рис. 1, в).

Геом. анализ К. с. позволил развить целый ряд обобщений и законов атомной структуры кристаллов — представление об атомных радиусах, о типах хим. связи в кристаллах (ионной, ковалентной, металлической, ван-дер-ваальсовой, водородной), правила плотнейшей упаковки атомов и молекул в К. с., связи К. с. со свойствами кристаллов (см. *Кристаллохимия*). Анализ К. с. и её симметрии служит отравным нункутом расчётов энергетич. спектра, установления физ. свойств кристалла (см. *Кристаллофизика*).

Изучено более 100 тыс. К. с. разл. веществ, из них ок. 20 тыс. неорганич. К. с. элементов, разл. соединений, минералов, остальную — большую часть — составляют органич. К. с. Периоды решётки разл. кристаллов составляют от долей до сотен нм (табл.). Рентгеноструктурный анализ К. с. органич. соединений их наиб. точный и достоверный метод определения прост-

Параметры элементарных ячеек некоторых кристаллов

Типы кристаллов	Периоды элементарной ячейки, нм	Число атомов в элементарной ячейке
Химические элементы, простейшие соединения . . . . .	0,5—1,0	~10
Неорганические и простые молекулные соединения . . . . .	1,0—2,0	до сотен
Сложные органические соединения . . . . .	2,0—4,0	до тысяч
Белки . . . . .	до 10—30	$10^3—10^4$
Вирусы . . . . .	до 200	$10^4—10^8$

раственного и хим. строения составляющих их молекул. Изучено неск. сотен К. с. сложнейших веществ биол. происхождения: белков, нуклеиновых кислот, вирусов (см. *Биологический кристалл*). Существуют международные ЭВМ-банки данных, описывающие все неорганич., органич. и биологич. К. с.

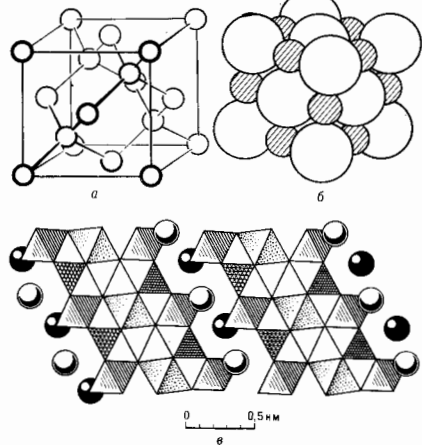


Рис. 1. Модели кристаллических структур: а — алмаз, б — хлористый натрий NaCl, в — бафрит BaFe<sub>2</sub>Ti(Si<sub>4</sub>O<sub>9</sub>)O(OH).

Совр. прецизионные дифракционные методы позволяют, кроме координат атомов (геом. модели), определять др. характеристики К. с.

**Тепловые колебания атомов.** Амплитуда тепловых колебаний атомов, приблизительно обратно пропорциональна силам хим. связей между атомами в К. с., обратно пропорциональна массе атомов и прямо пропорциональна тем-ре *T*. В первом приближении сферически симметричных (изотропных) колебаний вероятность *w*(*r*) нахождения центров атомов на расстоянии *r* от идеальной позиции описывают гауссовским распределением

$$w(r) = (2\pi\bar{u}^2)^{-3/2} \exp(-r^2/2\bar{u}^2),$$

где  $\bar{u}^2$  — средневладратичное смещение атома. Величины  $\bar{u}^2$  определяются экспериментально по спаду интенсивности дифракционных отражений. В общем случае анизотропных колебаний *w*(*r*) каждого атома характери-

зуется тремя параметрами  $\sqrt{u_1^2}, \sqrt{u_2^2}, \sqrt{u_3^2}$  полуосей эллипсоида тепловых колебаний в трех углах, задающими ориентацию эллипсоида (рис. 2, а) (это определяет 6 компонент симметричного тензора 2-го ранга). Обычно изображают эллипсоид, соответствующий тому, что интеграл по *w*(*r*) внутри него равен 0,5, тогда полу-

оси эллипсоида равны  $1,54\sqrt{\bar{u}_i^2}$ . Величины  $\sqrt{\bar{u}_i^2}$  в К. с. колеблются от 0,005—0,015 нм (ковалентные неорганич. кристаллы, металлы, неорганич. соединения) и до 0,02—0,03 нм для органич. кристаллов, в к-рых ван-дер-ваальсовы связи между молекулами слабы. В колебаниях атомов органич. кристаллов можно выделить колебания молекулы как целого и внутримолекулярные атомные колебания. Для алмаза  $\sqrt{\bar{u}^2}=0,002$  нм. При повышении тем-ры перед плавлением  $\sqrt{\bar{u}^2}$  достигает прибл. 0,1 от межатомных расстояний и К. с. становится неустойчивой, происходит переход в жидкость.

Экспериментально можно детально определить агармонич тепловых колебаний атомов К. с., описываемый тензорами более высокого ранга. Поверхность, характеризующая колебания, уже не является трёхос-

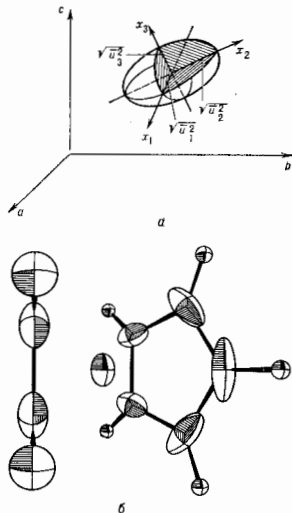


Рис. 2. Эллипсоиды тепловых колебаний атомов в решётке: а — общий случай анизотропной ориентации; б — анизотропные колебания в структуре; в — ацетилен — бициклопентадиена низкая при 300К. Слева — молекула ацетиленса, справа — циклопентадиена.

ным гауссовым эллипсоидом и не имеет центра симметрии. Параметры анизотропии позволяют связать характер колебаний атомов с акустич., солитонотелечич. свойствами кристаллов, указать возможные смещения атомов при фазовых переходах в высокотемпературные модификации К. с. Частоты колебаний атомов в К. с. составляют порядка  $10^{12}$  Гц, их определяют спектроскопич. методами, методом *нейтрального рассеяния нейтронов* (см. *Колебания кристаллической решётки*).

Вычитая из наблюдаемого распределения  $\rho(r)$  (1) распределение  $\rho_0(r)$  (2), можно найти деформационную



электронную плотность кристаллической структуры.

$$\rho_{\text{деф}}(r) = \rho(r) - \rho_0(r). \quad (3)$$

Дело в том, что выражение (2) является суммой свободных «протонов» К. с., размазанных тепловым движением, электронная плотность  $\rho$ -рых не изменена вследствие образования хим. связи в К. с., а выражение (1) соответствует электронной плотности кристалла, в  $\rho$ -рой все эти связи образовались. Несмотря на то, что значения  $\rho_{\text{деф}}$  невелики, они позволяют вывить ряд тонких деталей К. с. (рис. 3). Так, появившиеся максимумы  $\rho_{\text{деф}}$  на месте «протонов» показывают на наличие

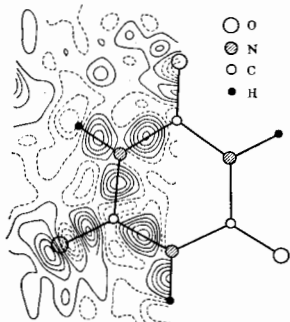


Рис. 3. Деформационная электронная плотность диануровой кислоты. Пики на связях  $\rho_{\text{деф}}$  — валентные связывающие электроны, около атома O — ненодельная электронная пара.

электронов в нём, т. е. что этот атом заряжен отрицательно, т. к. является анионом, а появление минимума — что он является катионом; по величине  $\rho_{\text{деф}}$  можно оценить степень ионизации. В ионных К. с. электроны перераспределяются между атомами, но в межатомах распространены практически  $\rho=0$ . В металлах К. с. часть электронов атомов обобществлена и образует равномерную электронную плотность межатомного пространства. В ковалентных кристаллах  $\rho_{\text{деф}}$  отчетливо выявляет пики  $\rho$  между атомами, соответствующие парам электронов, образующих ковалентную связь. В молекулярных кристаллах фиксируются пики  $\rho_{\text{деф}}$ , соответствующие ненодельным электронным парам атомов (рис. 3). Математич. обработка  $\rho(r)$  и  $\rho_{\text{деф}}$  позволяет находить распределение электростатич. потенциала электронов, потенциальную энергию, градиент поля на атомах и т. п. С помощью электрографии можно находить суммарный (ядер и электронов) деформационный потенциал атомов  $\rho$  и определять их заряд.

Дефекты. К. с., в  $\rho$ -рой все ноции заняты атомами, наз. идеальной К. с. Однако в действительности К. с. имеет ряд дефектов — точечных (смещения атомов из идеальных позиций, замещение этих атомов атомами примеси, вакансии, атомы внедрения и т. н.), линейных и двумерных (дислокации, ошибки в наложении слоёв и т. п.) (см. Дефекты в кристаллах). Если количество точечных дефектов велико, можно фиксировать среднее по всем ячейкам изменение  $\rho$  электронной плотности К. с., напр. в рубине  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 0,05\% \text{Cr}$ , где Cr замещает позиции Al. В структурах твёрдых растворов высчитаны или внедрены анализ  $\rho$  даёт сведения о заселённости атомами тех или иных позиций.

Наряду с кристаллич. веществами, в  $\rho$ -рых атомы колеблются около фиксиров. положений равновесия, существуют кристаллы, в  $\rho$ -рых отд. атомы, их группировки или целые молекулы статистически занимают

разл. положения (см. Твёрдые растворы). Тепловое движение молекул в нек-рых кристаллич. структурах таково, что при сохранении положения центра тяжести они могут быть в состоянии сферич. или цилиндрич. вращения. В нек-рых кристаллах при паличи жесткого трёхмерно-периодич. каркаса структуры из одних атомов нек-рые ионы могут свободно мигрировать, перетекать по каналам каркаса (см. Ионные сверхпроводники). Пути миграции заряженных ионов фиксируются распределением  $\rho_{\text{деф}}$ . Апатологично в каркасных К. с., напр. цеолитах, внутри нустот могут находиться молекулы органич. веществ, также фиксируемые по  $\rho$ .

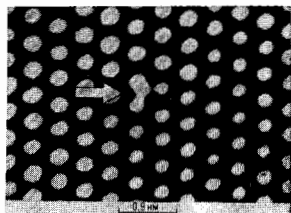


Рис. 4. Электронно-микроскопическое изображение атомной структуры кластера фосфора в крестоне.

Конкретное расположение дефектов в реальной К. с. исследуется также методами рентгеновской и нейтронно-томографии, электронной микроскопии (рис. 4) и др.

Сложные К. с. Наряду с идеальными трёхмерно-периодич. К. с. существуют др. типы кристаллич. упорядоченности атомов. Так, в сверхструктурах на «фоне» правильной трёхмерной решётки наблюдается дополнение упорядоченности с периодами, кратными одному или двум периодам идеальной К. с., образная, напр., распределение магн. моментов атомов, алектрич. дипольной и т. п. Иногда период такой сверхструктуры не кратен периоду основной решётки, и тогда К. с. наз. несоответственной К. с. с периодическими в к-д. направлении включениями инокродных атомов наз. модулированными. Искусственно приготовляемые и микроструктурные гетероструктуры, напр. AlAs—GaAs, имеют общую, одну и ту же кристаллич. решётку (в смысле равенства периодов), но в них чередуются слоёв то одного, то другого состава (рис. 5). Существуют К. с. (напр., слоистые силикаты) с поупорядоченным наложением двух или более сортов слоёв фи-

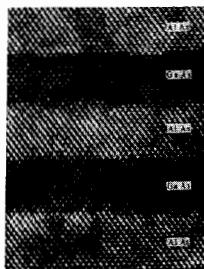


Рис. 5. Электронная микрофотография расположения атомов в гетероструктуре AlAs—GaAs (увеличение  $\times 10^4$ ).

киров. строения, напр. структуры из сочленившихся «элементов» или «слоёнок» фиксиров. состава. Всё это — фактически когерентное смещение в едином кристалле на атомном уровне микроучастков разл. К. с.

Более сложные нарушения упорядоченности, приводящие к частичной или полной потере оси, признака К. с. — дальнего порядка (см. Дальний и ближний порядок), наблюдаются в структуре полимеров, жидких кристаллов, квазикристаллов.

К. с. конкретных веществ классифицируются по симметрии и типу хим. связей. Многие вещества разного

хим. состава, по сравнению соотношением числа атомов имеют геометрически подобные  $K$ , с, что паз. и з о с т р у к т у р н о с т ь ю (напр.,  $MgO$  и  $TiN$  — структурный тип  $NaCl$ ). Из симметрии  $K$ , с. можно предсказать возможные в данном кристалле физ. свойства. Количественные характеристики разных свойств, например упругих, оптических, электрических и т. п., можно увязать с конкретным расположением атомов в  $K$ , с., а иногда и прямо рассчитать из  $K$ , с. (см. *Кристаллы*).

Лит.: Structure reports. Publ. for the Intern. Union of Crystallography, Utrecht, 1961—87—; Molecular structures and dimensions. Bibliography, ed. by O. Kennard and D. Watson, v. 1—15, Utrecht, 1971—84; Современная кристаллография, т. 2, М., 1979; Нейтроны и твердое тело, т. 2, М., 1981; В а й л и с т е й н В. К. Структурная классификация состояний вещества, в кн.: Кристаллография и кристаллохимия, М., 1980; У о л д с А. Структурная неорганическая химия, пер. с англ., т. 1, М., 1987. Б. К. Войцетехин.

**КРИСТАЛЛОАКУСТИКА** — раздел физ. акустики, в котором изучаются законы распространения акустич. волн в кристаллах и взаимодействия волн с разл. видами возмущений в кристаллах (электронами, снпнами, дефектами решетки и др.). В  $K$ . обычно используются волны  $УЗ$ - и гиперзвукового диапазонов. В кристалле скорость распространения *упругих волн*, их поляризация и поглощение зависят от направления распространения относительно кристаллографич. осей. Вследствие этого направление потока звуковой энергии в кристалле в общем случае не совпадает с нормалью к волновому фронту, т. е. перемещение фазы волны и её энергии происходит вдоль разл. направлений. Для многих кристаллов характерно существование выделенных направлений, вдоль  $k$ -рых преим. распространяется энергия звуковых колебаний. В анизотропной среде усложняются картина отражения и преломления звука, характер нелинейного взаимодействия  $УЗ$ -волн и др.

Описанные эффекты характерны и для *поверхностных акустических волн*, укрывая анизотропия  $k$ -рых сказывается на их структуре: в зависимости от среза кристалла и от направления распространения поверхностной волны в плоскости этого среза изменяются характер движения частиц среды в волне вблизи границы кристалла (форма траекторий, их ориентация относительно поверхности кристалла) и глубина проникновения волны в глубь кристалла.

Особенностью распространения упругих волн в кристаллах является их взаимодействие с разл. подсистемами (макроскопическими электрич. и магн. полями, электронами, снпнами и др.) кристаллов. Так, в кристаллах, обладающих пьезоэффектом, распространение акустич. волн сопровождается образованием переменного электрич. поля, движущегося вместе с волной деформации; в полупроводниках и металлах волна деформации вызывает движение и перераспределение свободных носителей (см. *Акустолэктронное взаимодействие*); в магн. кристаллах упругая волна сопровождается волной переменного магн. поля, обусловленного магнитострикцией, и т. д. Для всех типов кристаллов характерно взаимодействие  $УЗ$ -волн с дефектами кристаллич. структуры, в первую очередь с *дислокациями*. Взаимодействие механч. деформаций с разл. подсистемами в значит. степени определяет поглощение  $УЗ$ , механизмы акустич. нелинейности, анизотропию скорости звука и даже обуславливает возникновение в кристаллах новых типов волн, как объёмных (связанные *магнитопупругие волны* в магн. кристаллах), так и *двухповерхностных*.

Распространение упругих волн в анизотропной среде. Эффекты упругой анизотропии в  $K$ . обычно описываются применительно к распространению в кристалле плоских волн. Фазовая скорость упругих волн определяется тензором модулей упругости  $C_{ijlm}$ , устанавливающим в линейном приближении связь между упругими напряжениями  $\sigma_{ij}$  и вызывающими их деформациями  $u_{lm}$ :

$$\sigma_{ij} = C_{ijlm} u_{lm}. \quad (1)$$

Тензор  $C_{ijlm}$  симметричен относительно перестановки пар индексов  $ij$  и  $lm$ , а также относительно перестановки индексов внутри каждой пары. В общем случае он имеет 21 независимую компоненту, однако вследствие симметрии кристалла число независимых и неравных нулю компонент может быть меньше.

Направление распространения плоской волны задается волновой нормалью — единичным вектором  $n$ , параллельным волновому вектору  $k$  и нормальным волновому фронту. Компоненты вектора смещений  $u$  связаны между собой вытекающими из ур-ния движения упругой анизотропной среды ур-ниями Грина — Криштоффеда:

$$\rho c^2 u_i - \Gamma_{ijl} u_j = 0, \quad (2)$$

где  $\Gamma_{ijl} = C_{ijlm} n_j n_m$  — упругий тензор Грина — Криштоффеда,  $c$  ( $n$ ) — фазовая скорость акустич. волны, распространяющейся в направлении  $n$ ,  $\rho$  — плотность кристалла. Фазовая скорость определяется из условия  $\det |\rho c^2 \delta_{ij} - \Gamma_{ijl}| = 0$  (3)

( $\delta_{ij}$  — символ Кронекера), а ур-ния (2) задают направление колеб. движения частиц среды в волне, т. е. поляризацию *акустич. волны*. В общем случае вдоль произвольного направления в кристалле могут распространяться 3 упругие волны с разл. фазовыми скоростями и со взаимно ортогональными векторами поляризации. В отличие от изотропной среды разделение акустич. волн на продольные и поперечные в кристаллах, в общем случае, невозможно, поскольку направления колебаний, как правило, не совпадают с направлением распространения и не ортогональны ему. Тем не менее принята следующая классификация упругих волн в кристаллах. Волна, вектор колеб. смещения  $k$ -рой составляет нпр. угол с направлением распространения, наз. *к в а з и п р о д о л ь н о й QL*. Две другие волны, направления колебаний в  $k$ -рых почти перпендикулярны направлению распространения, наз. *к в а з и п о п е р е ч ь н ы й QT*; последние часто классифицируют дополнительно по величине их фазовой скорости, выделяя быстрые *FT* и медленные *ST* квазипоперечные волны.

Особые направления в кристаллах. В кристаллах имеются особые направления — продольные и поперечные нормали и оси. Продольной нормалью по наз. направление, вдоль  $k$ -рого распространяется чистопродольная волна, а две другие волны обязательно поперечны. Поперечная нормаль представляет собой направление, вдоль  $k$ -рого распространяется лишь одна чистая волна — поперечная *T*, поляризация двух других — *QL* и *QT* — геометрически ничем не выделена. Др. типом особых направлений являются акустич. оси — направления, для  $k$ -рых скорости обеих квазипоперечных волн совпадают. Вдоль акустич. осей в кристалле распространяется множество квазипоперечных волн, имеющих одну и ту же фазовую скорость, но различающихся векторами поляризации; их ориентация произвольна в плоскости, перпендикулярной вектору поляризации квазипродольной волны. Помимо линейно поляризованных волн вдоль акустич. осей могут распространяться также волны с более сложной поляризацией — циркулярно или эллиптически поляризованные волны, их вектор смещения в каждой точке пространства вращается в плоскости колебаний, описывая круг или эллипс. Наконец, если вдоль акустич. осей распространяются чистопродольная волна и множество чистоперечных волн, то такое направление наз. *продольной акустич. осью*.

Все направления, связанные с элементами симметрии кристалла, являются особыми. Продольными нормальными являются оси симметрии и направления, перпендикулярные плоскостям симметрии. Для осей 3-го, 4-го и 6-го порядков скорости обеих поперечных волн совпадают, так что эти направления представляют собой продольные акустич. осн. Все направления, лежащие

в плоскости симметрии, и направления в плоскостях, перпендикулярных осим симметрии чётных (2-го, 4-го или 6-го) порядков, являются поперечными нормальными, причём векторы колебаний чистопоперечных волн перпендикулярны плоскости распространения. Ориентация продольных и поперечных нормалей, а также акустич. осей может и не быть связанной с направлениями высокой симметрии. Так, напр., в триклинных кристаллах, где оси и плоскости симметрии отсутствуют, обязательно существуют продольные нормали и акустические оси.

**Характеристические поверхности.** Фазовые скорости упругих волн в кристаллах зависят от направления распространения. Наглядно такая зависимость представляется с помощью поверхностей, образованных концами векторов фазовых скоростей для всевозможных направлений распространения. Поверхность фазовых скоростей состоит из трёх долей, каждая из к-рых отвечает одному из типов упругих волн. Полюсть, отвечающая квазипродольным волнам, охватывает полюсть, соответствующие квазипоперечным волнам, не имен, как правило, с лями общих точек. Полюсть квазипоперечных волн пересекаются (или касаются) либо в отд. точках, либо вдоль линий; совокупность таких общих точек определяет направления акустич. осей в кристалле. Форма поверхности скоростей нередко симметрична упругих свойств кристалла — наличие и положение осей и плоскостей симметрии. В изотропной среде поверхность скоростей превращается в две концентрич. сферы, причём две поверхности, отвечающие поперечным волнам разл. поляризации, сливаются в одну сферу. В кристаллах поверхности скоростей представляют собой сложные геом. образы, поэтому на практике используют сечения таких поверхностей плоскостями разл. ориентации, обычно связанными с элементами симметрии кристалла (рис. 1).

Чаще в К. используются две др. характеристики. поверхности: поверхности волновых векторов и поверхность медленности (поверхность обратных скоростей или поверхность рефракции).

Поверхность волновых векторов образуется концами векторов  $k = \omega n / c(n)$ , проведённых из начала координат во всех направлениях и отвечающих одному и тому же значению круговой частоты  $\omega$ . В пространстве волновых векторов эта поверхность описывается ур-нием  $\omega(k) = \text{const}$ . Поверхность медленности, образованная концами векторов  $n/c(n)$ , отличается от поверхности волновых векторов лишь масштабным множителем  $1/\omega$ . Поверхность волновых векторов, так же как и поверхность скоростей, состоит из трёх долей, отвечающих упругим волнам разл. поляризации.

**Перенос акустической энергии в кристалле.** При распространении плоской волны в анизотропной среде поток энергии отклоняется от волновой нормали. Скорость переноса энергии определяется вектором лучевой скорости  $e_g$ , равным отношению средней по времени плотности потока энергии  $I$  к средней плотности энергии  $W$  в волне:  $e_g = I/W$ . Понятие лучевой скорости играет ключевую роль в К., поскольку реально в среде распространяются не бесконечные волны, а пучки конечной апертуры, поэтому направления их распространения задаются переносом энергии, а не фазы (рис. 2). Лучевая скорость  $e_g$  совпадает с групповой скоростью

$d\omega/dk$ , понятие к-рой вводится, когда акустич. пучок рассматривается как совокупность плоских волн, слегка отличающихся направлениями волновых нормалей. Компоненты вектора лучевой скорости упругой волны с волновой нормалью  $n$  и поляризац.  $U$  определяются соотношением

$$e_{gi} = \frac{1}{\rho c} C_{ijkl} n_j U_l U_m \quad (4)$$

Проекция лучевой скорости  $e_g$  на направление волновой нормали  $n$  равна фазовой скорости волн  $c$ . Луче-

Рис. 2. Поток энергии  $I$  звуковой волны в анизотропном кристалле.



вая скорость равна фазовой только тогда, когда она направлена вдоль волновой нормали. Направления для к-рых это имеет место, наз.  $n$  и  $a$  в  $r$  л  $e$  и  $n$  и  $ч$  и  $t$   $x$   $m$   $o$   $d$ ; вдоль них обычно направляются лучи УЗ-волн в акустоэлектронных и акустооптич. устройствах. Во всех остальных случаях лучевая скорость по абс. величине больше фазовой:  $e_g > c$ . Для мн. кристаллов угол  $\gamma$  между  $I$  и  $k$  может достигать десятков градусов (напр., в кварце  $SiO_2$ , параллельно  $TeO_2$  и др.). Стенку анизотропии лучевой скорости для упругих волн разл. поляризации наглядно представляется с помощью поверхностей лучевых скоростей, образованных концами векторов  $e_g$  при всевозможных положениях луча в пространстве.

Лучевая скорость для волны с заданным вектором  $k$  направлена по нормали к поверхности волновых векторов  $\omega(k) = \text{const}$  в точке, определяемой вектором  $k$  (рис. 3, а). Лучевая скорость совпадает с фазовой для тех точек этой поверхности, нормаль к к-рым направле-

на вдоль их радиусов-векторов (точки 1, 7 на рис. 3). Эти точки соответствуют экстремумам и др. стационарным точкам поверхности, в к-рых  $de(n)/dn = 0$ , и определяют направления чистых мод. Особый характер имеет зависимость  $e_g$  от направления  $n$  в тех кристаллах, у к-рых поверхность волновых векторов имеет не только выпуклые, но и вогнутые участки. При непрерывном изменении направления волновой нормали с одного выпуклого участка на другой через область отрицат. кривизны вектор  $e_g$  дважды принимает одно и то же значение (точки 2, 6, рис. 3, б). Как отражение этого факта поверхность лучевых скоростей для соответствующего направления луча имеет самопересечение, образуя складку. Складки и др. топологии, особенности поверхности лучевых скоростей означают, что вдоль одного луча может распространяться несколько (в т. ч. и бесконечное множество) волн одной и той же частоты, принадлежащих к одной ветви колебаний, но различающихся направлениями своих волновых нормалей  $n$ : на рис. 3 (б) вдоль луча  $O_2$  распространяются

Рис. 1. Анизотропия фазовых скоростей продольной  $c_L$  и поперечных  $c_T$  и  $c_{ST}$  упругих волн в плоскости кристалла германата висмута.

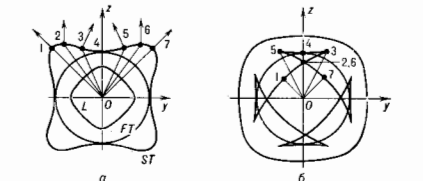
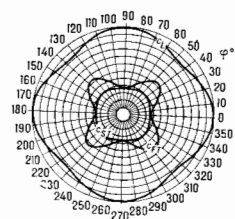


Рис. 3. Сечение поверхностей волновых векторов (а) и лучевых скоростей (б) плоскостью (100) кристалла гиньета. Стрелки на рис. а задают направления лучевых скоростей, отвечающих выделенным направлениям волновых нормалей.

волны с волновыми нормальми, определяемыми точками 2, 4, 6 поверхности волновых векторов.

Эффекты, связанные с топологией характеристик поверхностей, особенно существуют при распространении излучения, создаваемого точечными источниками. В изотропной среде поток звуковой энергии, излучаемой точечным источником, равномерно распределён по всем направлениям. Если такой источник поместить в кристаллическую среду, то энергия излучения переносится преим. вдоль определёл. кристаллографич. направлений. Этот эффект преимущественного распространения (концентрирования, канализирования) энергии акустич. излучения вдоль выделенных направлений в анизотропной среде наз. *фононой фокусировкой*. Анизотропия потока акустич. энергии от точечного источника характерна для всех кристаллов, однако фононная фокусировка возможна лишь в тех из них, поверхность волновых векторов (поверхность медленно-к-рых содержит перегибы — области перехода от выпуклых участков поверхности к вогнутым, обладающие малой кривизной). Все волны с волновыми векторами *k*, лежащими в нек-рой окрестности точки перегиба (точки 3 или 5, рис. 3, а), переносит свою энергию в одном и том же направлении. Это направление соответствует точке возврата (лучи 3 или 5, рис. 3, б) на поверхности лучевых скоростей. Экспериментально явление фононной фокусировки наблюдалось при возбуждении акустич. ВЧ-волн (акустич. фононов) тепловым импульсом в нек-рых кристаллах (Ge, Si и др.) при низких темп-рах, когда возможно баллистич. (бесстолкновительное) распространение тепловых фононов по кристаллу. Измерение фононных пиков в кристал-



Рис. 4. Фононная фокусировка в германии в направлении [100]. Светлые области соответствуют акустической энергии, приходящей от точечного источника на задней поверхности кристалла Ge.

лах по разл. направлениям приводит к сложной картине углового распределения потока звуковой энергии, идущего от теплового источника (рис. 4).

Количественно эффект нераспределения потока энергии для луча *g* характеризуется коэф. концентрирования энергии  $A_g$ . Если вокруг *g* выдвинут конус лучевой  $d\Omega_g$ , то все волновые нормали, к-рым соответствуют лучевые скорости внутри этого конуса, будут заключены внутри телесного угла  $d\Omega_n$ , при этом  $A_g = -d\Omega_n/d\Omega_g$ . В изотропной среде  $A_g = 1$ , в кристалле  $A_g$  может быть как больше, так и меньше единицы в зависимости от направления луча *g*. Для направлений, вдоль к-рых концентрируется поток энергии при фононной фокусировке, коэф. концентрирования обращается в бесконечность. Интенсивность излучения *I* в сферич. волне, излучаемой точечным источником в изотропной среде, убывает с расстоянием *r* как  $1/r^2$ . В анизотропной среде зависимость *I* от расстояния различна для разных направлений; в направлениях концентрирования при фононной фокусировке *I* убывает с расстоянием гораздо медленнее, чем в изотропной среде:  $I \sim 1/r^\alpha$ , где  $\alpha < 2$ . В частности, может быть  $\alpha = 1, 3/2, 4/2$  и т. д. в зависимости от топологии поверхности волновых векторов.

При распространении упругих волн вдоль акустич. оси в кристалле может наблюдаться и внутренняя коэф. рефракция. При распространении поперечных волн разл. поляризации в направле-

нии акустич. ось лучевая скорость складывается от волновой нормали, причём направление отклонения зависит от поляризации волны. При повороте вектора смещения в плоскости поляризации соответствующий ему луч также поворачивается, описывая конус, являющийся геом. местом возможных направлений потока энергии. Внутр. конич. рефракция наблюдается, напр., при распространении чисто сдвиговых волн (вдоль осей симметрии 3-го порядка (гл. осей симметрии [001] в тригональных кристаллах; направление [111] вдоль диагонали куба в кубич. кристаллах). Все возможные направления акустич. лучей в этом случае образуют круговой конус; отклонение лучей от акустич. оси характеризуется углом конич. рефракции, к-рый имеет во мн. кристаллах значит. величину и составляет, напр., в кальците  $\text{CaCO}_3 \sim 30^\circ$ , в кварце  $\sim 17^\circ$ , в поваренной соли  $\text{NaCl} \sim 10^\circ$ , приобте лития  $\text{LiNbO}_3 \sim 8^\circ$ .

В кристаллах (напр., в цинке в направлении [001]) возможно также явление внешней коэф. рефракции, к-рое состоит в том, что вдоль этого направления может распространиться множество квазиоперечных волн с волновыми нормальми, образующими конус вокруг направления луча. После прохождения границы раздела с изотропной средой такие волны преломляются и расходятся в изотропной среде по конич. поверхности (рис. 5).

Акустическая активность кристаллов. На гиперволновом частотах пространственная периодичность кристаллич. решётки приводит к пространственной дисперсии упругих свойств — становится существенной зависимость упругих напряжений не только от деформаций, но и от их пространственных производных. Поправки, связанные с пространственной дисперсией, пропорциональны отношению параметра решётки *a* к длине звуковой волны  $\lambda$  и всегда малы. Наличие же даже слабой пространственной дисперсии приводит к тому, что вдоль акустич. оси распространяется не множество поперечных волн с одной и той же фазовой скоростью  $c_0$ , а две циркулярно поляризованные волны с векторами поляризации, вращающимися в противоположные стороны, и со слегка различающимися скоростями  $c_1$  и  $c_2$ :  $c_{1,2} = c_0 \pm kG/\rho$ , где *k* — волновое число, *G* — параметр акустич. гириации.

При возбуждении в направлении акустич. оси плоской поляризованной сдвиговой волны пространственная дисперсия приводит к наклону акустич. активности к плоскости кристалла поворачивать плоскость поляризации такой волны. Возбуждаемая волна является суперпозицией лево- и правополяризованной волн. По мере распространения в глубь кристалла увеличивается фазовый сдвиг между этими волнами из-за различия скоростей их распространения. Результирующее акустич. поле представляет собой плоскополяризованную волну, плоскость поляризации к-рой поворачивается по мере продвижения в глубь кристалла. Угол поворота  $\varphi$  линейно растёт с продольным волной расстоянием *L* и пропорционален квадрат частоты:  $\varphi = \omega^2 LG/2\rho c_0^3$ . По порядку величины  $\varphi \sim k^2 a L$  и акустич. активность существенна только на гиперзвуковых частотах. Экспериментально акустич. активность наблюдалась в кварце: угол поворота на частоте 1 ГГц при длине пути 1 см составляет  $130^\circ$ . Искусств. акустич. активность возникает в магн. кристаллах тина иттриевого граната, помещённых в магн. поле, за счёт магнитоупругого взаимодействия (акустич. аналог *Фарадея эффекта*).

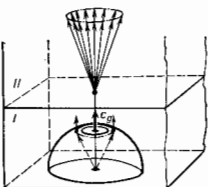


Рис. 5. Внешняя коническая рефракция на поверхности (001) кристалла Zn (II), граничащего с изотропной средой (II).

Особенности распространения упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах. В кристаллах, обладающих пьезоэффектом, волна деформации сопровождается переменным электрич. полем, к-рое, в свою очередь, приводит к дополнит. механич. напряжениям, изменяющим деформацию в волне. В плоской волне наиряжённость электрич. поля волны параллельна волновой нормали и выражается через смещение  $u$ , а компоненты вектора смещения связаны между собой ур-ниями, совпадающими с ур-ниями (1) для пьезоэлектрич. среды, но с перенормированным за счёт пьезоэлектрич. взаимодействия тензором Кристоффели—Грифа:

$$\Gamma_{ij} \rightarrow \bar{\Gamma}_{ij} = C_{ijlm} n_l n_m + \frac{4\pi}{\epsilon_0} e_{ij} e_j,$$

где  $e_{ij} = e_{ijlm} n_l n_m$ ,  $e_{ijm}$  — тензор пьезоэлектрич. постоянных,  $e_{ij} = e_{ijlm} n_l n_j$  — продольная диэлектрич. проницаемость. В целом для пьезоэлектрич. кристаллов картина распространения объёмных акустич. волн остаётся такой же, как и в непьезоэлектрических. Степень влияния пьезоэффекта на скорость распространения определяется квадратом константы электромеханич. связи  $K_U^2 = 4\pi(e_{ij} U)^2 / \epsilon_{ij} \mu$ , где  $U$  — поляризация волны. За счёт пьезоэлектрич. фазовой скорости  $c$  всегда больше величины скорости  $c_0$ , определяемой только упругими модулями:  $c = c_0(1 + \frac{1}{2} K_U^2)$ . Разница между скоростями  $c$  и  $c_0$  наблюдается, напр., в изолирующих диэлектриках, где повышается концентрация свободных носителей позволяет исключить влияние пьезоэффекта: при больших концентрациях носители акрируют электрич. поле волны. Константа электромеханич. связи анизотропна, что увеличивает анизотропию акустич. свойств кристалла. В кристаллах имеются т. н. пьезоактивные направления, для к-рых константа электромеханич. связи равна нулю и влияние пьезоэффекта на распространение данной моды отсутствует.

Отражение и преломление акустических волн на границе раздела кристаллических сред. Анизотропия кристаллов усложняет характер отражения и преломления упругих волн на границе раздела сред. Направления волновых нормалей отражённой и преломлённой волн, как и в изотропном случае, определяются законами Снелля. Однако вследствие того что фазовая скорость зависит от направления волновой нормали, между углами падения, отражения и преломления нет простых соотношений (типичный угол падения равен углу отражения), характерных для изотропной среды. При этом и тот же угол падения углы отражения и преломления зависят от ориентации границы раздела относительно кристаллографич. осей. Направления лучей значительно отклоняются от направлений соответствующих нормалей, в результате акустич. энергия после отражения (или преломления) переносится в направлении, существенно отличающемся от направлений, определяемых законами Снелля (подробнее см. *Отражение звука*).

Затухание акустических волн в кристалле. В кристаллах затухание акустич. волн обусловлено поглощением звука и рассеянием звука на микронеоднородностях. Для разл. групп кристаллов существует специфич. механизм поглощения, возникающие за счёт взаимодействия УЗ-волны с др. видами возбуждений в кристаллах. В полупроводниках и металлах важную роль играет поглощение, связанное с акустоэлектронным взаимодействием упругой волны со свободными носителями. В магн. кристаллах значит. вклад в поглощение УЗ вносит спин-фононное взаимодействие. В сегнетоэлектрич. кристаллах упругие волны взаимодействуют с ИЧ-ветвью поперечных оптич. фононов (т. н. мягкой модой), что приводит к специфич. возрастанию УЗ-поглощения вблизи точки фазового перехода. В ферромагнетиках и сегнетоэлектриках возможно также дополнит. поглощение, обусловленное движением доменных стенок в УЗ-поле. Каждому из этих механизмов

прилегла своя зависимость коэф. поглощения от частоты УЗ-волны, направления её распространения и параметров кристалла.

Для большинства кристаллов характерно поглощение, обусловленное взаимодействием акустич. волны с дефектами кристаллов, в первую очередь — дислокац. поглощение. Под действием звуковой волны возникает колебат. движение сети дислокаций, между к-рой закреплены в местах пересечения дислокаций и на точечных дефектах. Поглощение возникает за счёт диссипации энергии движущейся сети дислокаций (амплитудно-независимое поглощение), за счёт отрыва сетки дислокаций с мест их закрепления на точечных дефектах (амплитудно-зависимое поглощение) и, наконец, за счёт взаимодействия дислокаций непосредственно с кристалл. решёткой, в результате чего появляются низкотемпературные пики поглощения — пики Бордона. Частотная зависимость для амплитудно-независимого поглощения носит резонансный характер, для поглощения вблизи пиков Бордона — релаксационный. Коэф. амплитудно-зависимого поглощения от частоты не зависит. Амплитудно-независимое поглощение характерно для гиперзвуковых частот и малых амплитуд колебаний; на более низких частотах и при достаточно больших звуковых интенсивностях осн. роль играет амплитудно-зависимое поглощение.

Поглощение акустич. волн имеет место даже в совершенных кристаллах. Оно обусловлено взаимодействием упругой волны с тепловыми колебаниями решётки (т. н. решётчон. или фононое, поглощение). Для не слишком низких темп-р возбуждения акустич. волны сводится к нарушению ею равновесного распределения фононов и к процессу релаксации в фононной системе (т. н. механизм Ахизера). Макроскопически диссипация упругой энергии в рамках такого механизма описывается введенным наряду с упругими напряжениями (1) в низких напряжениях  $\sigma_{ij} = \eta_{ijkl} \partial u_{kl} / \partial t$ , пропорциональных скорости деформации  $\partial u_{kl} / \partial t$ . Коэф. пропорциональности  $\eta_{ijkl}$  составляет тензор решётчонных, или фононных, вязкостей. Коэф. решётчонного поглощения  $\alpha_U$  квадратично зависит от частоты и пропорционален величине  $\eta_{ijkl} U_{ij} U_{kl} n_m$  (где  $\eta_{ijkl}$  — тензор вязкости):

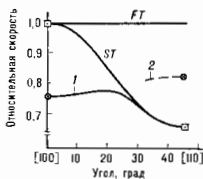
$$\alpha_U = \frac{1}{2} \frac{\eta_{ij}}{\rho c^3} \omega^2.$$

Анизотропия решётчонного поглощения определяется структурой тензора вязкостей. Кроме того, в кристаллах, обладающих значит. теплопроводностью (напр., в металлах), важную роль играет поглощение, обусловленное теплообменом между разл. участками кристалла, но-разному нагретыми за счёт объёмных деформаций в звуковой волне (т. н. термоупругая диссипация). Термоупругая диссипация также приводит к квадратичной зависимости коэф. поглощения звука от частоты. При низких (гелиевых) темп-рах на высоких (гиперзвуковых) частотах осн. роль играет непосредственное и единственное взаимодействие акустич. волны с тепловыми фононами — т. н. механизм Ландау—Румера (см. *Фонон-фононное взаимодействие*).

Поверхностные акустические волны в кристаллах. На свободной поверхности кристаллов распространяются поверхностные волны, являющиеся аналогами *Рэлея* волн в изотропном твёрдом теле. Волны Рэлеяского типа в кристаллах образуются затухающими вглубь кристалла неоднородными волнами. Частицы среды в такой волне движутся по эллипсам, плоскость к-рых наклонена к поверхности кристалла под углом, зависящим от ориентации среза и направления распространения поверхностной волны в плоскости среза. Упругая анизотропия сказывается на характере распространения поверхностных волн точно так же, как и объёмных; возникает зависимость фазовой скорости от направления распространения и ориентации среза;

ноток энергии, остаётся в плоскости распространения, отклоняется от направления волновой нормали; имеет место наклонирование энергии поверхностных волн, излучаемых течениями источником, и т. д. Скорость поверхностной волны, как правило, меньше фазовой скорости любой из объёмных волн, распространяющихся в том же направлении. Однако в кристаллах со значительной анизотропией (даже в кристаллах высокой симметрии — кубических и гексагональных) существуют срезы с особыми направлениями; по мере приближения направления распространения поверхностной волны к такому направлению возрастает глубина проникновения волны, скорость волны приближается к фазовой скорости  $v_{ST}$  медленной поперечной моды объёмных волн, и поверхностная волна превращается в линейно поляризованную объёмную волну (рис. 6). В то же вре-

Рис. 6. Скорости поверхностных волн при распространении их в плоскости (001) кристалла низкого развесаго типа,  $2$  — неседово-перхностная волна,  $FT$  и  $ST$  — скорости бегущих и медленных взаимноперпендикулярных волн.



мя вдоль особого направления может распространяться число развесаго поверхностная волна со скоростью, большей  $v_{ST}$ . Эта волна даёт начало ветви неседово-перхностных, или т. н. вытекающих, волн; при распространении вдоль направлений, отличных от особого, такие волны излучают в глубь кристалла объёмную волну. За счёт излучения неседово-перхностных волн при распространении затухают. Помимо развесагих и неседово-перхностных волн в ряде кристаллов распространяются поперхностные волны др. типов. В пьезоэлектриках возможно распространение электроакустич. сдвиговых волн (волн Блюштейна — Гуляева), в магн. кристаллах существуют поперхностные *магнитоупругие волны*, в т. ч. чистосдвиговые.

Поверхностные акустич. волны в кристаллах, подложках нашли широкое применение в совр. технике в качестве линий задержки, фильтров, устройств обработки информации и др.

**Нелинейные акустич. эффекты в кристаллах.** Нелинейная К. исследует распространение и взаимодействие УЗ-волн конечной амплитуды в кристаллах. В кристаллах имеет место релётоный ангармонизм (см. *Коллабия кристаллической релётки*), описываемый соотношениями нелинейного Гука закона, но существуют и др. механизмы акустич. нелинейности. Они возникают за счёт взаимодействия упругих деформаций с релё. видами возбуждений кристалла. Так, в полупроводниках существенная нелинейная зависимость концентрации носителей заряда от деформации, вызванной акустич. волной, в пьезоэлектрич. кристаллах значит. роль играют нелинейный пьезоэффект, электрострикция и т. п.

В кристаллах наблюдаются те же нелинейные эффекты, что и в изотропных телах: генерация гармоник, нелинейное поглощение, нелинейное взаимодействие волн с образованием волн суммарной и разностной частоты, в т. ч. комбинац. рассеяние звука на звуке, и т. д. Однако нелинейная акустика кристаллов отличается сложностью и многообразием этих эффектов. Существование трёх ветвей акустич. колебаний увеличивает в кристаллах число видов нелинейного взаимодействия акустич. волн, разрешённых условиями фазового синхронизма. Возможность того или иного вида взаимодействия, а также его эффективность зависят от ориентации волновых нормалей взаимодействующих волн от-

носительно кристаллографич. осей. Эффективность волнового взаимодействия в кристаллах связана со взаимным расположением взаимодействующих акустич. пучков. Она максимальна, когда совпадают направления лучей для всех волн, участвующих во взаимодействии. В кристаллах, однако, из-за различия фазовых скоростей скоростей направления взаимодействующих пучков часто не совпадают даже при коллинеарности волновых векторов взаимодействующих волн.

Акустич. волны в кристаллах используют для создания УЗ- и гиперзвуковых линий задержки, резонаторов, разл. устройств акустоэлектронных и акустооптич. для излучения и ирриации УЗ-сигналов, измерений механич. деформаций и напряжений, измерений модулей упругости и др. физ. величин.

Лит.: Феллоу Ф. И., Теория упругих волн в кристаллах, М., 1965; Musgrave M. J. P., *Crystal acoustics. Introduction to the study of elastic waves and vibrations in crystals*, S. F., 1970; Труэлл Р., Эдвардс У. Ч., Чик В., Ультразвуковые методы в физике твердого тела, пер. с англ., М., 1972; Фариелл Дж., Свойства упругих поверхностных волн, в кн.: Физическая акустика, под ред. У. Мизера и Р. Терстоуна, пер. с англ., т. 6, М., 1973; Аuld В. А., *Acoustic fields and waves in solids*, 1-й изд., М., 1973; Феллоу Ф. И. и К. С., *Акустическая кристаллография*, в кн.: Проблемы современной кристаллографии, М., 1975; Сиротин Ю. И., Шапостский М. П., Основы кристаллографии, 2 изд., М., 1979; Блудер В. М., Левин Л. А., *Резонансная акустика*, в кн.: Волны в неэкзотристаллах, Новосибирск, 1982; Акустические кристаллы, под ред. М. П. Шапостского, М., 1982; Вольф Дж. К., Гальтисетские тепловые импульсы в кристаллах, в кн.: Физика твердого тела, пер. с англ., М., 1982; Демов В. Е., Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустич. волн в кристаллах, М., 1983; Красильников В. А., Крылов В. В., Введение в физическую акустику, М., 1984; Блудер В. М., Левин Л. А., *Резонансная акустика*, в кн.: Кристаллография (от кристаллов и греч. *γράφω* — пишу, описываю) — наука об атомно-молекулярном строении, симметрии, физ. свойствах, образовании и росте кристаллов. Зародилась в древности в связи с наблюдениями над природными кристаллами, имеющими естеств. форму правильных многогранников. Как самостоятел. наука К. существует с сер. 18 в. В 18—19 вв. развилась в тесной связи с минералогией как дисциплина, устанавливающая закономерности образования кристаллов [Р. Гаюи (R. Haüy), 1784]. Была разработана теория симметрии кристаллов — их выпл. форы (А. В. Гаделин, 1867) и внутр. строения [Ю. Брауэ (A. Bravais), 1848; Е. С. Фёдоров, 1890; А. Шенфлис (A. Schenflies), 1891]. Сопокуности методов описания кристаллов и закономерности их границы составляют содержание геометрической К. На основе геом. К. возникла гипотеза об упорядоченном трёхмерно-периодич. расположении в кристалле составляющих его частей, в совр. понимании — атомов и молекул, к-рые образуют *кристаллическую решётку*. Матем. аппарат К. основан на дискретной геометрии, теории групп, тензорном исчислении и теории преобразований Фурье.

Исследование дифракции рентг. лучей в кристаллах [М. Лауэ (M. Laue), 1912] экспериментально подтвердил их периодич. решётчатое строение. Первые рентгенографич. исследования атомной структуры кристаллов NaCl, алмаза, ZnS и др. осуществлены в 1913 У. Г. Брэггом (W. H. Bragg) и У. Л. Брэггом (W. L. Bragg), положили начало структурной К. Изучение прохождения света через кристаллы позволило сформулировать закономерности анизотропных свойств кристаллов (см. *Кристаллооптика*). Дальнейшее изучение атомной структуры кристаллов связано с именами Л. Полдинг (L. Pauling), В. Гольдшмидта (V. Goldschmidt), Дж. Верналя (J. Bernal) и Н. В. Бедова; исследование физ. свойств кристаллов и их роста — с именами И. Н. Странского (I. N. Stranski), Г. В. Вульфа, А. В. Шубникова и др.

Для совр. К. характерны дальнейшее исследование атомной и дефектной структуры кристаллов, процессов их роста и поиск новых свойств кристаллов как одной комплексной проблемы, направленной на получение новых материалов с важными физ. свойствами. Резуль-

таты этих исследований широко используются в физике, минералогии, материаловедении и металлургии, химии, мол. биологии и др.

В структурной К. исследуется атомно-молекулярное строение кристаллов методами рентгеновского структурного анализа, электрографии, нейтрографии, опирающимися на теорию дифракции волн и частиц в кристаллах. Применяются также методы оптич. спектроскопии, электронной микроскопии и др. В результате определена кристаллич. структура более  $10^5$  хим. веществ. Изучение законов взаимного расположения атомов в кристаллах и хим. связей между ними, а также явлений *изоморфизма* и *полуморфизма* является предметом *кристаллохимии*. Исследования т. п. *биологических кристаллов*, позволяющие определить структуру гигантских молекул белков и нуклеиновых к-т, связывают К. с молекулярной биологией.

При изучении процессов зарождения и роста кристаллов (см. *Кристаллизация*) используются общие принципы термодинамики и закономерности фазовых переходов и поверхностных явлений с учётом взаимодействия кристалла со средой, анизотропии свойств и атомно-молекулярной структуры кристаллов. В К. изучаются также разнообразные нарушения идеальной кристаллич. решётки — разл. *дефекты*, в т. ч. *дислокации*, возникающие в процессе роста кристаллов или в результате разл. внеш. воздействий на них и определяющие их свойства.

Исследование механич., оптич., электрич. и магн. свойств кристаллов является предметом *кристаллофизики*, к-рая смыкает К. с физикой *твёрдого тела*. Возникший на основе исследования роста кристаллов пром. синтез алмаза, рубина, Ge, Si и др. (см. *Синтетические кристаллы*) — основа квантовой и полупроводниковой электроники, оптики, акустики и др.

В К. исследуются строение и свойства разнообразных агрегатов из микрокристаллов (поликристаллов, текстур, керамики), а также веществ с атомной упорядоченностью, близкой к кристаллической (*жидких кристаллов*, полимеров). Симметрийные и структурные закономерности, изучаемые в К., находят применение при рассмотрении общих закономерностей строения и свойств аморфных твд. и жидкотел., полимеров, *квазикристаллов*, макромолекул, надмолекулярных структур и т. п. (обобщённая К.).

Лит.: Попов Г. М., Шафрановский И. И., Кристаллография, 5 изд., М., 1972; Современная кристаллография, т. 1—4, М., 1979—81; Шафрановский И. И., История кристаллографии, XIX в., Л., 1980; Беляев Н. В., Основы по структурной кристаллографии и фелозовым группам симметрии, М., 1986. В. К. Вайнштейн.

**КРИСТАЛЛООПТИКА** — часть физической оптики, изучающая законы и особенности распространения света в кристаллах и др. анизотропных средах. Характерные изл. таких сред являются — *двойное лучепреломление*, *гиротропия*, *поляризация света*, *пагоэотропия* и т. п. Двурезное, наиболее позднее начало К., открыл Э. Бартолином (E. Bartholin) в 1669 на кристаллах кальцита. Вопросы поглотения и излучения света кристаллами рассматриваются в *спектроскопии кристаллов*. Влияние электрич. и магн. полей на оптические свойства кристаллов исследуется в *электрооптике* и *магнитооптике*.

В анизотропных средах вектор электрич. индукции  $D$  связан с вектором электрич. поля  $E$  световой волны соотношением  $D = \epsilon E$ , где  $\epsilon$  — скалярная величина, зависящая от частоты  $\omega$  (дисперсия частотная) и волнового вектора  $K$  (*дисперсия пространственная*). В анизотропных средах диэлектрич. проницаемость  $\epsilon$  — тензор (с гл. значениями  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ), зависящий от направления. Следствием этого является наблюдаемая анизотропия оптич. свойств в кристаллах и ее особенность распространения света в них, в частности зависимость фазовой скорости распространения волны  $v$  и показателя преломления  $n$  от направления. Тензор магн. проницаемости  $\mu$  в оптич. диапазоне длин волн

в большинстве случаев может считаться равным 1 (земаги. кристаллы).

В отличие от изотропных тел, в кристаллах по заданному направлению  $N$  могут распространяться две плоские линейно поляризованные в разных плоскостях сивые волны с волновыми векторами  $k_{1,2} = (\omega/c)n_{1,2}N$  ( $N$  — волновая нормаль) и разл. фазовыми скоростями  $v_{1,2} = c/n_{1,2}$ . Показатели преломления  $n_1$  и  $n_2$  определяются как корни осн. ур-ния К. — урния Френеля:

$$\frac{N_x^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_x}} + \frac{N_y^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_y}} + \frac{N_z^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_z}} = 0. \quad (1)$$

Направления векторов поляризации этих волн  $D'$  и  $D''$  (рис. 1) и волновая нормаль  $N$  образуют тройку взаимно перпендикулярных векторов. Т. к. в анизотропных средах вектор  $D$  не совпадает по направлению с вектором  $E$ , а вектор потока энергии (*Умова вектор*)  $S = (c/4\pi)[E \times H]$ , лежащий в плоскости векторов  $E, D, N$ , перпендикулярен  $E$ , то  $S$  не совпадает по направлению с вектором волновой нормали  $N$ . Вектор направленный по  $S$ , а не по  $N$ , является фазовой скоростью, т. е.  $NS = 1$ , наз. *лучевым* вектором  $S$ . Т. о., в кристаллах есть два несопадающих (в отличие от изотропных тел) направления — направление волновой нормали (фазовой скорости) и направление энергии (луча, лучевой скорости). Заменой  $e_{ik} \rightarrow e_{ik}^{-1}$ ,  $D \rightarrow E$ ,  $N \rightarrow S$  из ф-л, связывающих  $e_{ik}$ ,  $D, H, N$ , получаются ф-лы для  $e_{ik}^{-1}$ ,  $E, H, S$  — в этом заключается принцип двойственности в К.

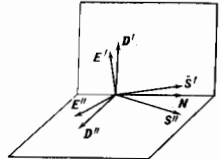


Рис. 1. Расположение векторов  $N, E, D, S$  плоских волн в кристаллах.

В К. широко применяется для интерпретации оптич. свойств кристаллов находит метод оптич. поверхностей (волновых и лучевых). В соответствии с ур-нием (1) свойства кристалла могут быть геометрически описаны его оптич. индикатрисой — эллипсоидом с полуосями  $\sqrt{\epsilon_x}, \sqrt{\epsilon_y}, \sqrt{\epsilon_z}$  (т. н. поверхность волновых нормалей, абс. значения радиусов-векторов к-рой по заданному направлению  $N$  равны значениям показателей преломления волн, идущих по этому направлению). Оси симметрии этого эллипсоида определяют три взаимно перпендикулярных главных направления в кристалле, а значение его полусей — главные значения тензора диэлектрич. проницаемости. Сечение индикатрисы плоскостью, проходящей через её центр и перпендикулярной заданному направлению  $N$ , является в общем случае эллипсом. Длины гл. полусей этого эллипса равны показателям преломления, а их направления совпадают с направлением колебаний (вектора  $D$  в волне). Во всех точках кристалла оптич. индикатрисы имеют одинаковую ориентацию и одинаковые размеры полусей, зависящие от симметрии кристалла.

По числу разл. главных значений тензора  $e_{ik}$  (1, 2 или 3) кристаллы делятся на три группы в зависимости от типа симгонии (см. *Сингония кристаллическая*). Для кубич. кристаллов тензор  $e_{ik}$  вырождается в скаляр с одним гл. значением ( $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$ ), а эллипсоид — в сферу. Кристаллы этой группы по оптич. характеристикам не отличаются от изотропных тел (без учёта пространственной дисперсии). В кристаллах средних симгоний (гексагональной, тригональной и тетрагональной) оптич. индикатриса — эллипсоид вращения, имеющий два гл. значения  $e_x = e_y = e_z = n_0^2$ ;  $e_z = e_x = n_e^2$  и ось вращения, параллельную оси симметрии высшего порядка. В этом случае ур-ние Френеля в гл. системе

координат (ось  $z$ -ой совпадает с гл. направлениями) распадается на два квадратных уршн

$$n^2 - \epsilon_{\perp} = 0; \quad \frac{n_z^2}{\epsilon_{\perp}} - \left( \frac{n_x^2 + n_y^2}{\epsilon_{\parallel}} - 1 \right).$$

В таких кристаллах в каждом направлении могут распространяться две волны: обыкновенная с показателем преломления  $n_o$ , не зависящим от направления (откуда и название), и необыкновенная с показателем преломления  $n_e$ , зависящим от угла наклона  $\theta$  вектора волновой нормали  $\Lambda$  к оси симметрии высшего порядка  $1/n_e^2 = \sin^2 \theta / \epsilon_{\parallel} + \cos^2 \theta / \epsilon_{\perp}$ . В направлении  $\theta = 0$  показатели преломления обеих волн совпадают, и в кристалле, как и в изотропном теле, распространяется одна волна; такое направление наз. оптич. осью, а кристаллы гексагональной, тригональной и тетрагональной сингоний — одноосными. Поляризация волны, распространяющейся в направлении оптич. оси, может быть произвольной.

Разность показателей преломления волн с одним и тем же направлением волнового вектора, если считать гл. дупреломление  $V_{\perp} - V_{\parallel} = n_o - n_e$  малым, определяется приближённой формулой  $n' - n_o = (n_e - n_o) \sin^2 \theta$ .

Направление колебаний в обыкновенной волне перпендикулярно плоскости, содержащей оптич. ось и волновой вектор (плоскости гл. сечения). Направление колебаний в необыкновенной волне лежит в плоскости гл. сечения. Вектор потока энергии обыкновенной волны совпадает по направлению с вектором волновой нормали, а необыкновенной волны — лежит

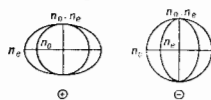


Рис. 2. Сечение поверхности волновых векторов одноосных кристаллов.

в плоскости гл. сечения. Поверхности волновых нормалей в одноосных кристаллах распадается на две поверхности: сферу для обыкновенной волны и эллипсоид вращения для необыкновенной. Обе поверхности касаются друг друга в двух точках, лежащих на оптич. оси. Если  $n_o < n_e$  ( $v_o > v_e$ ), кристаллы наз. положительными, если  $n_o > n_e$  ( $v_o < v_e$ ) — отрицательными (рис. 2).

Часть поверхности волновых нормалей для триклинных, моноклинных и ромбических кристаллов представлена на рис. 3. Поверхность образована двумя оболочками, касающимися между собой в четырёх точках (в точке  $O$  и соответствующих точках в др. квадрантах), и обладает центральной симметрией. В двух направлениях (наз. оптич. осями или бигорями  $a$  и  $m$ ), идущих через начало координат и эти точки, показатели преломления  $n_o$  и  $n_e$  совпадают и дупреломление отсутствует. Кристаллы этих трёх низших сингоний наз. двуосными. Оптич. ось двуосных кристаллов перпендикулярна круговым сечениям оптич. индикатрисы, к-рая представляет собой трёхосный эллипсоид. Угол  $\gamma$  между оптич. осями находится по Ф-ле

$$\operatorname{tg} \gamma = \sqrt{v_z (v_x - \epsilon_x) / \epsilon_x (v_z - \epsilon_y)}$$

(принято считать  $\epsilon_x < \epsilon_y < \epsilon_z$ ). Аналитически разность показателей преломления двух волн по направлению,

к-рое составляет с оптич. осями углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , определяется выражением

$$\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} = \left( \frac{1}{\epsilon_x} - \frac{1}{\epsilon_z} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2.$$

Т. к. гл. значения диэлектрич. проницаемости меняются в зависимости от частоты (длины волны), то меняются и направления гл. осей, а следовательно и угол между ними. Это явление наз. дисперсией оптич. осей, характерно для моноклинных и триклинных кристаллов, особенно в ИК-области спектра.

При преломлении света на границе с кристаллом в нём возникают две преломлённые волны, для каждой из к-рых выполняется обычный закон преломления, требующий перпендикулярности тангенциальной составляющей вектора волновой нормали  $N_t$ . Волновые нормали обеих преломлённых волн лежат в плоскости падения, а оба преломлённых луча (направления потока энергии) могут выходить из плоскости падения. Для кристаллов также существует угол падения света, при к-ром отражённый свет полностью поляризован (Бростера угол), однако, в отличие от изотропных тел, направление распространения отражённого света не обязательно перпендикулярно волновым нормалям или лучам кристалла.

Угол поворота плоскости поляризации линейно поляризованной волны при отражении от кристаллов зависит от азимута направления колебаний падающей волны более сложным образом, чем для изотропных сред.

При прохождении света через кристаллич. пластинку на выходе образуются два когерентных световых колебания с нек-рой разностью фаз  $\delta = 2\pi \Delta n d / \lambda$  ( $\Delta n$  — разность показателей преломления,  $d$  — толщина пластинки,  $\lambda$  — длина волны), поляризованные в двух взаимно перпендикулярных направлениях (наз. гл. направлениями кристаллич. пластинки). Волна на выходе оказывается эллиптически поляризованной, причём эллипс поляризации повернёт на нек-рый угол относительно гл. направлений.

В К. при изучении поляризации света часто эллиптическое световое колебание с параметрами  $\beta$  и  $\gamma$  изображается точкой на сфере Пуанкаре (рис. 4) с координатами:  $2\gamma$  — широта и  $2\beta$  — долгота ( $\beta$  — угол ориентации большой полуоси эллипса колебаний относительно выбранного направления  $Ox$ , а  $\operatorname{tg} \gamma = 0$  — отношение полуосей  $b/a$ ). Точкам на экваторе ( $\gamma = 0$ ) соответствуют линейно поляризованные волны ( $b/a = 0$ ); точкам полюсов ( $\gamma = \pm \pi/2$ ) — циркулярно поляризованные волны с противоположным направлением обхода. С помощью сферы Пуанкаре решается задача об изменении характера поляризации света, прошедшего через кристаллич. пластинку, создающую разность фаз  $\Delta$ , когда гл. направление пластины составляет с выбранным направлением  $Ox$  угол  $\varphi$ . Новая точка на сфере Пуанкаре, изображающая поляризацию вышедшего света, получается из исходной (изображающей поляризацию падающего) путём поворота сферы на угол  $\Delta$  вокруг оси, лежащей в экваториальной плоскости на долготе  $2\varphi$ . Если с помощью выходного поляризатора (анализатора) выделить составляющие колебания обеих волн, прошедших через кристаллич. пластинку по одному направлению, то они будут интерферировать. Интенсивность света в зависимости от взаимной ориентации входного поляризатора, пластинки, анализатора описывается Ф-лой

$$I = I_0 [\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2(\delta/2)],$$

где  $I_0$  — интенсивность падающего на пластинку света,  $\alpha$  и  $\beta$  — углы между направлением колебаний, пропускаемых поляризатором и анализатором, с гл. направ-

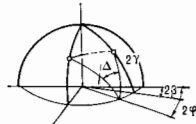


Рис. 4. Построение на сфере Пуанкаре.



лением кристаллич. пластинок. При повороте пластинок на полный оборот в случае скрещенных поляризатора и анализатора ( $\alpha = \beta = \pi/2$ ) интенсивность проходящего монохроматич. света 4 раза обращается в нуль (по 2 раза в кр. и 2 раза в л. в. кристалла). При освещении белым светом компонента  $\cos^2(\alpha - \beta)$  (белая компонента), не зависящая от длины волны) при повороте анализатора на  $360^\circ$  2 раза обращается в нуль и 2 раза принимает значения 1. Зависящая от разности фаз цветная компонента  $\sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2(\delta/2)$  4 раза за оборот принимает экстремальные значения. Это приведёт к тому, что будет происходить смена двух дополнительных интерференционных окрасок, макс. насыщенности к-рых наблюдаются при параллельных или скрещенных поляризаторах и  $\alpha$  или  $\pi/4$  (диагональные положения). Погасание кристаллов наступает, когда гл. направления совпадают с направлениями колебаний поляризатора и анализатора. Поскольку ориентация гл. осей оптич. индикатрисы в кристаллах ромбической и более высокой симметрии полностью определена их элементами симметрии, погасание таких кристаллов оказывается «прямым», т. е. совпадает по направлению с направлением проекции осей симметрии кристалла на плоскость пластины. Для триклинных и моноклинных кристаллов направление погасания не совпадает в общем случае с к.-л. кристаллографич. направлениями. Этот случай наз. косым погасанием. Фигуры интерференции, к-рые получают в сходящемся свете, наз. *косокосмическими фигурами*. Их вид зависит от ориентации кристаллич. пластинок. Наблюдения косокосмических картин дают возможность, кроме ориентировки, в случае одноосных кристаллов установить знак кристалла, а в случае двуосного кристалла измерить величину угла между оптич. осями.

Интерференция в кристаллич. пластинках используется для создания мн. кристаллоптич. приборов: *комплексаторов оптич. схем*, интерференционно-поляризатор. фильтров и т. н. Простейшим из них является кварцевый клин — пластинка из кристаллич. кварца, ориентированная так, что оптич. ось кварца параллельна поверхности клина и перпендикулярна его длинной стороне. Таким клином можно с помощью компенсации измерить дупреломление в кристаллич. пластинках. Каждой разности хода в определ. месте клина соответствует (в стандартных условиях освещения) своя интерференц. окраска — шкала цветов. Дупреломление можно измерять и с помощью компенсатора Берка — наклонной пластины из кальцита, вырезанной перпендикулярно оптич. оси.

Показатели преломления являются осн. оптич. константами кристаллов и часто служат их диагностич. признаком. О методах измерения л. см. в *Рефрактометрия*, *Рефрактометр*, *Иммерсионный метод*. Особую роль в Н. играют исследования кристаллов в поляризац. микроскопе с помощью универсального вращающегося столика Фёдорова, к-рый позволяет наблюдать кристалл. препарат в любом направлении и вращать его вокруг любой проходящей через него осн. Разработанная Фёдоровым методика позволяет, наблюдая погасание кристаллов при поворотах, определять ориентацию осей индикатрисы кристаллов относительно его граней, плосостей спайности, двойниковых плоскостей, находить законы двойникования, измерять углы оптич. осей, показатели преломления кристаллов (определяя смещение изображения при наклонном прохождении света через кристаллич. пластинку известной толщины).

**Поглощающие кристаллы.** Для описания свойств поглощающих кристаллов вводят симметричный тензор проводимости  $\sigma_{ik}$ , связывающий вектор плотности тока  $\mathbf{j}$  и напряжённость поля  $\mathbf{E}$ :  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ . Ур-ния связи имеют вид  $D_i = \epsilon_{ik} E_k$  с комплексным симметричным тензором диэлектрич. проницаемости  $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ik} - 4\pi i \omega^{-1} \sigma_{ik}$ .

Гл. оси тензоров  $\epsilon_{ik}$ ,  $\sigma_{ik}$  в кристаллах моноклинной и триклинной сингоний не совпадают, поэтому комплексный тензор не приводится к диагональному виду. В кристаллах с симметрией не ниже ромбической гл. система вещественных координат существует, и в ней для затухающих плоских волн с комплексным показателем преломления вновь справедливо ур-ние Френеля

$$\frac{N_x^2}{\hat{n}^2} \frac{1}{\epsilon_x} + \frac{N_y^2}{\hat{n}^2} \frac{1}{\epsilon_y} + \frac{N_z^2}{\hat{n}^2} \frac{1}{\epsilon_z} = 0,$$

где  $\hat{n} = n(1 - ik)$ ,  $k$  — показатель поглощения. И здесь каждому направлению волнового вектора соответствуют два теперь комплексных показателя преломления. Волны в поглощающих кристаллах, вообще говоря, поляризованы эллиптически. Эллипсы колебаний подобны, скрещены и обходятся в одном направлении. В кристаллах ср. сингоний (одноосных) однородные волны поляризованы линейно. В слабопоглощающих кристаллах можно вренбечить квадратом показателя поглощения по сравнению с единицей. Если дополнительно переобрезать и эллиптичность волн, то показатель поглощения даётся ф-лой

$$k = \frac{k_x v_x^2 d_x^2 + k_y v_y^2 d_y^2 + k_z v_z^2 d_z^2}{v^2},$$

где  $v_x, v_y, v_z$  ( $v_x = v/\sqrt{\epsilon_x}$  и т. д.) — гл. скорости волн,  $d$  — орт вектора  $D$ , определяемый вещественными  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ . Показатель поглощения  $k$  в кристаллах, в отличие от изотропных сред, зависит от состояния поляризации волн — т. н. *дихроизм*. Как и в прозрачных кристаллах, направление, для к-рых комплексные показатели преломления совпадают, наз. оптич. осями. Число таких осей, характер поляризации волн, распространяющихся в этих направлениях, могут быть различными, что и служит признаком для полной классификации поглощающих кристаллов. В частности, в ромбич. кристаллах в общем случае насчитываются 4 круговые оси, вдоль к-рых распространяются циркулярно поляризованные волны.

Ур-ния связи типа  $D_i = \epsilon_{ik}^0 E_k$  являются частным случаем более общей линейной связи  $D_i = \epsilon_{ik}^0 E_k + \gamma_{ikl} \partial E_l / \partial x_i$ , учитывающей пространственную неоднородность напряжённости поля в световой волне (см. *Дисперсия пространственная*). Тензор 3-го ранга  $\gamma_{ikl}$  антисимметричен по первым двум индексам, а в отсутствие поглощения и вещества  $\gamma_{ikl}^0 = \gamma_{ikl} = -\gamma_{ilk}$ . Для плоской волны с волновым вектором  $k = \omega n/c$  имеем  $D_i = (\epsilon_{ik}^0 + i \omega c^{-1} \gamma_{ikl} n_l) E_k$ . Вместо тензора  $\gamma_{ikl}$  вводят псевдотензор гирации  $g_{ik}$ :  $\omega c^{-1} \gamma_{ikl} = \epsilon_{ikm} g_{ml}$  (здесь  $\epsilon_{ikm}$  — полностью антисимметричный единичный тензор). Среды, для к-рых псевдотензор  $g_{ik}$  отличен от нуля, наз. оптич. активными. Симметрии кристаллов накладывает ограничения на компоненты псевдотензора  $g_{ik}$ . Так, наличие центра симметрии приводит к обращению в нуль всех компонент псевдотензора  $g_{ik}$ . Среди оставшихся ацентрических классов по условиям симметрии *оптическая активность* отсутствует ещё в трёх классах  $\bar{6}$ ,  $\bar{6}m2$ ,  $\bar{4}3m$  (см. *Симметрия кристаллов*). Для оставшихся 18 классов симметрии в кристаллофиз. системе координат существует 11 разл. видов псевдотензора гирации. В таких средах, обладающих естеств. активностью в каждом направлении, могут распространяться с разными скоростями две эллиптически поляризованные волны (см. *Гиротропия*).

В направлении оптич. осей распространяются циркулярно поляризованные волны с разными скоростями противоположного направления обхода. Это приводит на выходе к повороту плоскости поляризации первоначально линейно поляризованной волны. Оптич. активность проявляется в этом направлении по вращению плоскости поляризации. Кристаллы эллиптически

классов симметрии 1, 2, 222, 3, 4, 6, 32, 422, 622, 23, 432 могут существовать в двух модификациях (правые и левые, см. *Эпитаксиальность*). Оптич. активность в таких кристаллах характеризуется протиположными знаками вращения. В кристаллах  $4, \bar{4}2m$  вращение вдоль осей запрещено симметрией и активность проявляется только в др. направлениях. В кристаллах классов  $m$  и  $m\bar{2}$  вращение вдоль оптич. осей возможно, если оптич. ось не лежит в плоскости симметрии. Вращение вдоль осей равно по величине и протиположно по знаку. У кристаллов с симметрией  $3, 4, 6, 2m, 6m$  (плаварные классы ср. сингонии) центровой гирации полностью антисимметричны. Кристаллы этих классов из слабоанізотропными. Вектор  $E$  обыкновенной волны в них поляризован линейно, а необыкновенной — эллиптически. Если оптически активный кристалл является поглощающим, то не только тензор диэлектрич. проницаемости, но и псевдотензор гирации становится комплексными. Действ. часть описывает циркулярное (в общем случае — эллиптическое) дупроуплощение, а мнимая часть — циркулярный дихроизм (в общем случае — эллиптический дихроизм).

Лит.: Давидов Д. Д., Лидини Е. М., Электродинамика сплошных сред, 2 изд., М., 1982; Шубиников А. В., Основы оптической кристаллографии, М., 1958; Бирп М., Вольф Э., Основы оптики, пер. с англ., 2 изд., М., 1973; Стовер Р., Морзе С., Определение кристаллов по микроскоп. пер. с англ., М., 1974; Современная кристаллография, т. 4, М., 1981, гл. 8; см. также лит. при ст. Кристаллография.

**КРИСТАЛЛОФИЗИКА** — область кристаллографии, изучающая связь физ. свойств кристаллов и др. анизотропных материалов (жидких кристаллов, полукристаллич. агрегатов) с их симметрией, атомной и реальной структурой и условиями получения, а также изменения свойств под влиянием внеш. воздействий. К. использует симметрию кристаллов как метод изучения закономерностей изменения свойств объектов, общие закономерности, установленные физикой *твердого тела* и связывающие атомное строение и электронную структуру со свойствами кристаллов.

При изучении мн. макрообъект. свойств кристаллических и др. материалов их можно рассматривать как сплошные однородные среды, характеризуемые своей точечной или предельной группой симметрии. В то же время мн. свойства кристаллов определяются их кристаллич. структурой (напр., оптич. спектры) или даже симметрией локального окружения исследуемого фрагмента структуры (данные радиоспектроскопических методов).

Для количественного описания анизотропных физ. свойств кристаллов в К. используется аппарат тензорной и матричного исчисления. Различают два типа тензоров — материальные и полевые. Полевые тензоры характеризуют поля внеш. воздействий (тепл.-ры, электр. поля, механич. напряжения и т. д.) и не связаны с симметрией исследуемой среды. С помощью материальных тензоров описывают свойства анизотропной среды.

Симметрия макроскопич. свойств кристалла определяется точечной группой его симметрии ( $G$ ) и не может быть ниже последней (*Неймана принцип*). Иными словами, группа собств. симметрии  $G^*$  материального тензора, описывающего то или иное физ. свойство такой среды (кристалла), включает элементы симметрии  $G$ , т. е. является надгруппой  $G$  ( $G^* \supseteq G$ ). Собств. симметрия тензоров часто описывается предельными группами точечной симметрии. Нек-рые величины, характеризующие свойства кристаллов (плотность, теплоемкость), являются скалярными. Взаимосвязь между двумя векторными полями (напр., между поляризацей  $D$  и напряженностью электр. поля  $E$ , плотностью тока  $J$  и  $E$ ) или всевекторными величинами (напр., между магн. индукцией  $B$  и напряженностью магн. поля  $H$ ) описывается тензором 2-го ранга (тензор *диэлектрической восприимчивости*, *электропроводности*,

*магнитной восприимчивости*, в общем случае линейной и нелинейные связи между тензорными полями — материальными тензорами 3-го, 4-го, 5-го и др. высших рангов (см. *Пьезоэлектричество*, *Электрострикция*, *Магнитоэлектрика*, *Упругость*, *Фотоупругость*).

Для полной характеристики свойств анизотропной среды необходимо определить независимо все компоненты тензоров соответствующих рангов, а часто и зависимость каждой из компонент от внеш. факторов. К. разрабатывает рациональные способы таких измерений, к-рые, как правило, устояются по мере повышения симметрии кристаллов (повышение числа независимых компонент тензоров соответствующего ранга). Так, в К. широко используется геом. представление об анизотропии физ. свойств (материальных тензоров) в виде т. н. указат. поверхностей (рис. 1); радиус-вектор такой поверхности характеризует величину

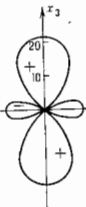


Рис. 1. Сечение указательной поверхности вращения для угла поворота плоскости поляризации света (с длиной волны  $\lambda = 589,3$  нм) в кристалле правого  $\alpha$ -кварца, класс симметрии 32. Знак плюс означает правое вращение вдоль главной оси  $x_3$ .

рассматриваемого свойства в данном направлении. Симметрия анизотропной среды определяет не только симметрию и число независимых компонент тензоров, описывающих то или иное физ. свойство, но и ориентацию гл. осей указат. поверхностей. Число отличных от нуля компонент тензора для среды с симметрией  $G$  определяется методами теории представлений групп.

В К. исследуются как эффекты, характерные только для анизотропных сред (двойное лучепреломление и

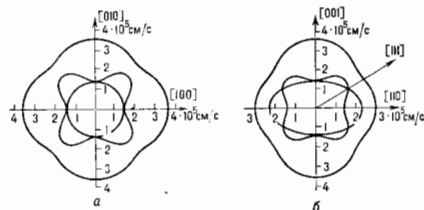


Рис. 2. Главные сечения указательной поверхности фазовых скоростей (в  $10^8$  см/с) упругих волн в кубическом кристалле КВГ, класс симметрии  $m\bar{3}m$ : а — в плоскости (100); б — в плоскости (110).

вращение плоскости поляризации эл.-магн. и акустич. волн, прямой и обратный пьезоэффекты и др.), так и явления, наблюдаемые и в изотропных средах (электропроводность, упругость и т. д.); в кристаллах эти явления приобретают особенности, обусловленные их анизотропией. Так, напр., в наиб. симметричном кубич. кристалле в плоскости (001) распространяются не две, как в изотропной среде, а три акустич. волны (рис. 2, а) и скорости двух сдвинутых волн совпадают, когда упругие волны распространяются вдоль осей 4-го порядка. Для того же кристалла в направлении пространственной диагонали [111] (рис. 2, б) имеет место явление внутр. коняч. рефракции упругих волн.

Задачей К. является также исследование свойств кристалла при фазовых переходах. *Кюри принцип* позволяет предсказать изменение точечной и пространственной групп симметрии кристаллов при фазовых переходах (напр., в ферромагн. и сегнетоэлектрич. состояниях; см. *Ферромагнетизм*, *Сегнетоэлектрики*). При описании магнитных свойств кристаллов и кристал-

лов с модулированными структурами (см. *Волны зарядовой плотности*) в К. привлекается аппарат обобщённых групп симметрии.

В К. изучается и влияние реальной структуры на физ. свойства кристаллов. К дефектам структуры чувствительны мя. свойства кристаллов: электропроводность, механич., оптич. и др. свойства. Важнейшие задачи К. — установление зависимостей изменения физ. свойств кристаллов от их состава, строения и реальной структуры, а также поиск способов управления свойствами материалов и создание новых структур (текстур и композиционных материалов) с оптич. сочетанием ряда свойств для практич. применения.

*Лит.*: Н а в Я с., Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц, тей. с выст., 2 изд., М., 1967; С и р о т и я Ю. И., Ш а с к о л с к а я Я. М. П., Основы кристаллофизики, 2 изд., М., 1979; Современная кристаллография, т. 4, М., 1981; см. также лит. в кт. *Кристаллография. Симметрия кристаллов*. К. С. Алексаноров.

**КРИСТАЛЛОФОСФОРЫ** (от *кристаллы* и греч. *phos* — свет, *phoros* — несущий) — ионичные кристаллы. люминесценция (в осн. — искусственно приготовленные). Люминесценция К. может возбуждаться светом, электрич. током, потоком электронов (к а т о д о л ю м и н е с ц е н ц и я), рентг. и радиоакт. излучениями (*сцинтилляторы*). К. могут быть полупроводники и диэлектрики (имеющие чаще всего центры люминесценции, образованные активаторами или дефектами кристаллич. решётки).

Основу К. обычно составляют кристаллы с широкой запрещённой зоны 1,5–10 эВ. К ним относятся в первую очередь соединения типа  $A_{II}B_{VI}$  (ZnS, CdS, ZnSe, CdSe и др.), соединения  $A_{III}B_{IV}$ , шёлочногалогенидные кристаллы. Применяются также соли кислородсодержащих кислот, соединения типа гранатов и т. д. В качестве активаторов используются примеси Ag, Cu, Mg, редкоземельных и нек-рых др. элементов. К. обозначают хим. символами вещества, образующего кристаллич. структуру, и активатора, напр. ZnS-CdS : Ag, Cu. Центры люминесценции в К. могут также служить сверхстехиометрич. атомы вещества основы (самоактивирование К.). К. применяют в люминесцентных лампах, светящихся экранах, люминесцентных панелях и индикаторах, светодиодах и т. д.

Люминесценция К. может происходить как в результате возбуждения непосредственно центров люминесценции, так и при поглощении энергии возбуждения кристалла, решёткой или др. примесью (*сенситивизаторами*). Механизм люминесценции К. в осн. рекомбинационный.

Осн. параметры К. — выход люминесценции, её спектр и время затухания. Выход люминесценции для К. может достигать десятков процентов и сильно зависит от концентрации активатора и неконтролируемых примесей — тушителей. Поэтому технология создания К. требует особой чистоты исходных веществ. Выход люминесценции К., особенно имеющих в своём составе специально введенные тушители, зависит от темп-ры и может резко меняться при изменении темп-ры даже на нек. градусе (также К. используют для визуализации тепловых полей в радиовизорах, теловизорах и т. д.). В нек-рых К. при облучении видимым или УФ-светом энергии возбуждения запасается на метастабильных уровнях захвата электронов (ловушки) и может освобождаться при нагревании (термовосвешивание) или при облучении ИК-светом (вспышечные К.). Метод термовосвешивания используют для определения энергии спектра уровней захвата. Вспышечные К. применяют в ИК-приборах ночного видения, для визуализации распределения ИК-излучения.

Др. важный параметр К. — время затухания люминесценции. Так, в качестве сцинтилляторов, где необходимо хорошее временное разрешение, применяют К. со временем затухания в нек. наносекунд (ZnS : Ag, шёлочногалогенидные кристаллы типа CsI : Tl, NaI : Tl

и др.), для экранов электроно-лучевых трубок — К. со временем послесвечения от микросекунд до деск. секунд (ZnS-CdS : Cu и др.), для индикации стрелок приборов, часов и т. д. — т. е. в составы временного действия с длительностью послесвечения до нек. часов (светосоставы на основе K. ZnSi : Cu, SrS : Cu, Bi). При включении в состав К. источника возбуждения (напр., радиоакт. солей) получают т. н. светосоставы пост. действия.

Спектр люминесценции К. определяется в осн. типами центров люминесценции, т. е. видом активатора. В люминесцентных лампах подбираются К., позволяющие получить источники света с различной цветовой температурой [чаще всего  $3Ca_2(PO_4)_2Ca(F, Cl)_2$  : Sb, Mn]. В телевизионных трубках используют К. с повышенной стойкостью к облучению электронами; белый цвет свечения экрана обеспечивается смещением желтого свечения ZnS-CdS : Ag и голубого ZnS : Ag. В цветных телевизорах применяют К. трёх цветов: ZnS : Ag — голубой,  $Zn_2SiO_4$  : Mn — зелёный,  $Zn_3(PO_4)_2$  : Mn (или  $YVO_4$  : Er) — красный.

К др. параметрам К. относятся их стойкость к разл. облучениям и atm. воздействию, яркость свечения, зависимость выхода люминесценции от возбуждения, градиентности, состав для норовых К. и т. д.

Синтез К. осуществляется чаще всего прокалкой твёрдой шихты при темп-рах 800–1500 К; нек-рые К. получают из газовой фазы или расплава. Центры люминесценции в К. можно рассматривать как сильно разбавленный раствор дефектов в регулярной решётке, а процесс синтеза К. — как растворение активатора и его диффузию, скорость к-рой и концентрация примесей могут быть рассчитаны. Добавление в шихту веществ (плавней) с темп-рой плавления ниже темп-ры синтеза К. приводит к снижению поверхностного натяжения, что ускоряет и облегчает синтез К. Атомы плавни могут служить также зародкообразующей добавкой. Так, при синтезе цинсульфидных К. в качестве плавней используют хлористые соединения.

*Лит.*: Г у г е л ь Б. М., Люминофоры для электронно-лучевой промышленности, М., 1967; Физика и химия соединений  $A_{II}B_{VI}$ , пер. с англ., М., 1970; Г у р я ч а А. М., Введение в физическую химию кристаллофосфоров, 2 изд., М., 1982. Ф. А. Сохратенков.

**КРИСТАЛЛОХИМИЧЕСКИЙ РАДИУС** — характеристика атомов и ионов, позволяющая оценивать межатомные расстояния в кристаллах (см. *Атомный радиус*).

**КРИСТАЛЛОХИМИЯ** — раздел кристаллографии, в к-ром изучаются закономерности расположения атомов в кристаллах и природа хим. связи между ними. К. основана на обобщении результатов экспериментальных рентгенографич. и др. дифракц. методов исследований атомной структуры кристаллов (см. *Кристаллическая структура. Рентгеновский структурный анализ. Электрография. Нейтронография*), на классических и квантовых теориях хим. связи, на расчётах энергии кристаллич. структур с учётом симметрии кристаллов. Кристаллохим. закономерности позволяют объяснить и в ряде случаев предсказать, исходя из хим. состава вещества, расположение атомов или молекул в кристаллич. структуре и расстояния между ними.

Хим. связь между атомами в кристаллах возникает за счёт взаимодействия внеш. валентных электронов атомов, тогда как внутренние электронные оболочки практически остаются неизменными. На рис. 1 показаны типичные кривые потенц. энергии  $U(r)$  межатомного взаимодействия. Равновесное расстояние  $r_0$  между атомами обычно составляет 0,15–0,40 нм (в зависимости от типа хим. связи). При сближении атомов на расстояния меньше, чем равновесное, возникает реакц. их отталкивание. Это позволяет в первом приближении приписать атомам для того или иного типа связи определ. размеры, т. е. нек-рые пост. радиусы, и тем самым перейти от физ. модели кристалла как атомно-электронной системы к его геом. модели как системе

несжимающихся шариков. Полное кристаллохим. описание атомной структуры того или иного кристалла включает указание размеров элементарной ячейки, пространственной группы симметрии кристалла, координат атомов, расстояний между ними, типа хим. связи; описания отклонения атомов, характерных атомных группировок, тепловых колебаний атомов и т. н.

По характеру хим. связи кристаллы делятся на четыре осн. группы — ионные кристаллы (напр., NaCl), ковалентные (напр., алмаз, кремний), металлические (металлы и интерметалли-

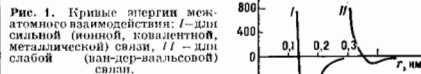


Рис. 1. Кривые энергии межатомного взаимодействия: I — для сильной (ионной, ковалентной, металлической) связи, II — для слабой (ван-дер-ваальсовой) связи.

ческие соединения) и молекулярные кристаллы (напр., сафиталин).

В ионных кристаллах внешние валентные электроны переходят от атомов металлов, к-рые становятся положительн. ионами (катионами), к атомам неметаллов, к-рые становятся отрицат. ионами (анионами), что приводит к электростатич. притяжению между ними (рис. 1). Ионизация атомов в ионных кристаллах не точно соответствует их формальному заряду, напр. в NaCl эффективный заряд  $Z'$  в  $\text{Na}^+$  составляет  $\pm 0,8e$ , а в  $\text{Cl}^- Z' = -0,8e$ , в силикатах эфф. заряд  $\text{Si}^{4+} Z' = (1-2)e$ , а кислорода  $\text{O}^{2-} Z' = -(0,9-1,1)e$ . Взаимодействие ионов является кулоновским, но при их соприкосновении начинают играть роль силы отталкивания между электронными оболочками; потенц. энергия их взаимодействия описывается ф-лой

$$u_{\text{нов}}(r) = -Z'_1 Z'_2 e^2 r^{-1} + br^{-n},$$

где  $r$  — расстояние между центрами ионов;  $b$  и  $n$  — параметры, к-рые могут быть найдены из сжимаемости

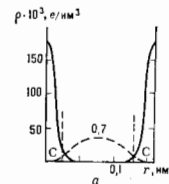
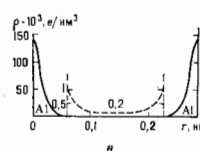
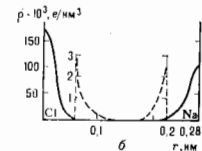


Рис. 2. Распределение электронной плотности на линиях связи между атомами в кристаллах: а — ковалентная связь (алмаз С), пунктирная линия — электронная плотность валентной пары электронов; б — ионная связь (NaCl), пунктирная линия — область внешних электронных орбит; в — металлическая связь (Al), пунктирная линия — плотность электронов в межатомном пространстве.



кристаллов;  $n = (6-9)$ . В межатомном пространстве в ионных кристаллах электронная плотность  $\rho(r)$  близка к нулю (рис. 2, б).

В случае ковалентной связи пары валентных электронов соседних атомов обобществляются, образуя «область» электронной плотности между связанными атомами (рис. 2, а). Силы взаимодействия между атомами являются направленными и имеют квантомеханич.

природу (см. *Обобщенное взаимодействие*). Потенц. энергии взаимодействия феноменологически записываются в виде

$$u_{\text{нов}}(r) = ar^{-m} - C \exp(-\alpha r),$$

где  $m=4$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $C$  — константы, более точно  $u_{\text{нов}}$  получают из решения методами квантовой химии ур-ния Шрёдингера.

Природа металлич. связи та же, что и ковалентной, т. е. обобществление внешних валентных электронов атомов, однако характер локализации этих электронов иной — они приблизительно равномерно занимают все межатомное пространство, образуя общий электронный газ, к-рый и осуществляет коллективное взаимодействие с заряженными положительно атомами металла (рис. 2, в). Особый случай — т. н. электронные соединения (фазы Юм — Розери). Расстояние между атомами для трёх осн. типов сильной связи в кристаллах неорганич. соединений — ионной, ковалентной, металлической — составляет  $0,15-0,25$  нм, оно тем больше, чем больше электронов в атомах образующих связи (т. е. чем больше их атомные номера Z).

В молекулярных кристаллах атомы внутри молекул объединены прочными ковалентными связями, а атомы соседних молекул взаимодействуют за счёт более слабых ван-дер-ваальсовых сил, имеющих дальноное и дисперсионное происхождение (см. *Межмолекулярное взаимодействие*). Расстояние между атомами соседних молекул  $0,35-0,4$  нм. Во многих кристаллах связь имеет промежуточный характер, напр. в кристаллах силиката она ионно-ковалентная, в *полупроводниках* (Ge, Ga, As) связь в осн. ковалентная, но с примесью ионной и металлической. В нек-рых кристаллах (напр., лёд, органич. кристаллы) существует т. н. водородная связь (см. *Межмолекулярное взаимодействие*).

Каждому кристаллич. веществу присуща определ. кристаллич. структура, но при изменении термодинамич. условий она иногда может меняться (*полиморфизм*). Обычно чем проще ф-ла соединения, тем более симметрична его структура. Кристаллы со сходной хим. ф-лой (в смысле числа и соотношения разл. атомов) могут иметь одинаковую кристаллич. структуру, несмотря на различие типов связи (т. н. *изоэлектронность*); напр.: изоструктуры галогениды щелочных металлов типа NaCl и нек-рые оксиды (напр., MgO), ряд силикатов (напр., Ti—Ni). Существуют большие серии изоструктурных соединений с ф-лами вида  $\text{AB}_2$ ,  $\text{AB}_3$ ,  $\text{ABX}_3$  и т. п. Изоструктуры кристаллы мн. элементов, напр. кристаллы  $\gamma\text{-Fe}$  и Cu, образующие гранецентриров. кубич. решётку, но такую же структуру имеют и отвердевшие инертные газы. Если кристаллы изоструктурны и обладают одинаковым типом связи, их наз. *изоморфными* (см. *Изоморфизм*). Во мн. случаях между изоморфными кристаллами возможно образование непрерывного ряда твёрдых растворов.

В геом. модели кристаллич. структуры К. используется концепция эфф. радиусов атомов, ионов и молекул (кристаллохим. радиусы): расстояния между ближайшими атомами в кристаллич. структурах равны сумме радиусов (свойство аддитивности кристаллохим. радиусов). *Атомные радиусы*  $r_{\text{ат}}$  в структурах простых веществ (элементов) с металлич. или ковалентной связью равны половине кратчайшего межатомного расстояния. Межатомные расстояния в структурах соединений с тем же типом связи хорошо описываются суммой атомных радиусов. Напр., наблюдаемое расстояние Si—C в карбиде кремния (0,189 нм) практически совпадает с суммой указанных радиусов  $r_{\text{ат}}$  (Si)=0,117 нм,  $r_{\text{ат}}$ (C)=0,077 нм, равной 0,194 нм.

Аналогично системе атомных радиусов для ионных соединений вводит систему ионных радиусов  $r_{\text{и}}$ . В классич. системе «эффективных» ионных радиусов они выбраны так, что радиусы катионов меньше радиусов анионов [напр.,  $r_{\text{и}}$ (Na<sup>+</sup>)=0,098 нм,  $r_{\text{и}}$ (Cl<sup>-</sup>)=0,181 нм], к ним близки «физические» ионные радиусы, к-рые

выбираются по положению минимума электронной плотности между атомами.

Существует универсальная система атомо-ионных (для всех типов сильной связи) радиусов  $r_{ион}$  атомов в кристаллах [в ней, напр.,  $r_{ион}(C) = 0,070$  нм,  $r_{ион}(Na) = 0,180$  нм,  $r_{ион}(Cl) = 0,100$  нм], к-рые фактически соответствуют радиусам внешних электронных оболочек атомов. Система радиусов ири слабой ван-дер-ваальсовой связи описывает касания атомов соседних молекул в органич. кристаллах, где, напр.,  $r_{ион}(C) = 0,170$  нм,  $r_{ион}(Cl) = 0,178$  нм (рис. 3). На основе экспериментальных данных построены таблицы кристаллохим. радиусов для всех типов связей.

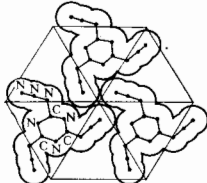


Рис. 3. Упаковка молекул триагидратной воды в кристалле.

радиус. Тогда ионные структуры можно представить как систему поллядров — координац. многогранников, в центрах к-рых находится катионы, а атомы анионов — это их вершины (рис. 5); поллядры «сцеплены» рёбрами или вершинами. Координационное число  $K$  и вид координац. многогранника характеризуют хим. связь данного атома и структуры кристалла в целом. Напр., Be (за редким исключением) и Ge имеют тетраэдрч. окружение ( $K=4$ ), у Al и Si координац. многогранник — октаэдр ( $K=6$ ). Малые координац. числа указывают на

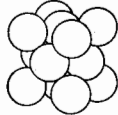


Рис. 4. Плотная упаковка атомов в кристаллической структуре Cu.

значит. роль направленной ковалентной связи, больше — на большую роль ионной или металлч. связей.

Во мн. кристаллич. структурах (графит,  $MoS_2$  и др.) существуют связи разл. типов. Такие структуры наз.

гетеродесмическими, в отличие от гомодесмических — с односторонней связью (алмаз, металлы, NaCl, кристаллы инертных элементов). Для гетеродесмич. структур характерно наличие обособленных структурных группировок — фрагментов, внутри к-рых атомы соединены более прочными (обычно ковалентными) связями.

Во мн.гообразии кристаллич. структур в К. классифицируют по хим. ириза-



Рис. 5. Полимерическая структура  $CdI_2$ : в центрах поллядров атомы Cd, в вершинах — атомы I.

вакам и структурным особенностям укладки атомов. Кристаллические структуры простых веществ (элементов) определяются их положением в периодической системе элементов Менделеева. Их разделяют на две большие группы — металлов и неметаллов. Строение типичных металлов определяется ненаправленным характером металлч. связи, в соответствии с чем они представляют собой плотнейшие упаковки атомов (Li, Cu, K, Al и др.). Далее в периодич. системе можно (продвигаясь по ней вправо и вниз) выделить ковалентные и ковалентно-металлич. структуры (Zn, Cd, Sn и др.), гетеродесмические молекулярные

структуры (S, As, Se и др.) и структуры инертных элементов (Ne—Xe), атомы к-рых упакованы плотно за счёт слабых ван-дер-ваальсовых связей.

Интерметаллич. структуры (напр.,  $Cu_2Au$ ,  $Mg_2Sn$ ,  $Cr_2Al$  и др.) имеют в осн. металлч. характер связи. Огромное число неорганич. структур в К. отностя к ионным — это оксиды, галогениды, мин. халькогениды, силикаты, в одних из них связь имеет чисто ионный характер (напр., в NaCl, MgO, CaF<sub>2</sub>), в других — ионно-ковалентный (кварц  $SiO_2$ , в др. силикатах). В ионных структурных единицах могут служить сложные анионы типа  $CO_3^{2-}$  (треугольник),  $SO_4^{2-}$  (тетраэдр) и др. Для нек-рых классов ионных соединений характерно наличие устойчивых структурных группировок, сочетающихся в них по-разному. Так, в силикатах осн. структурный элемент — тетраэдрч. группировка  $SiO_4$  может выступать либо изолированно, либо образовывать пары, кольца, цепочки, слои и т. д. «Каркасные» структуры с пространственной вязью из тетраэдров  $SiO_4$  имеют большие полости.

Соединения с ковалентной связью образуются чаще всего из элементов IV и близких к ней групп периодич. системы, имеют небольшие координац. числа. Комплексные соединения образуются островами на основе направленных связей металлч. комплексообразователей (напр.,  $[Co(NH_3)_6]^{3+}$ ,  $[PtCl_4]^{-2}$ ).

Большой раздел составляет К. органич. соединения. В нём рассматриваются правила плотной упаковки молекул, связь симметрия молекул и симметрия кристалла, типы органич. структур. Большинство органич. кристаллов построены из одного сорта молекул — гомомолекулярных структур (напр., нафталин), но существуют и кристаллы гетеромолекулярные, в к-рых в простых рациональных отношениях (1:1, 1:2) входят разл. молекулы. Важным классом органич. кристаллов являются хиральные, т. е. построенные только из правых или только из левых энантимеров молекул (см. Энантиоморфия), к к-рым принадлежат, в частности, основные малые молекулы живых систем — аминокислоты, сахара и др. Особые кристаллохим. закономерности выявляются в структуре полимерных кристаллов (цепочечные структуры), жидких кристаллов, биологически кристаллов.

Образование той или иной кристаллич. структуры определяется общим иризонным термодинамикой: наиб. устойчива структура, к-рая при данном давлении и данной темп-ре  $T$  имеет мин. свободную энергию  $W = U - ST$ , где  $U$  — энергия связи кристалла (энергия, необходимая для разделения кристалла на отд. атомы или молекулы) ири  $T=0K$ ,  $S$  — энтропия. Свободная энергия тем выше, чем сильнее связь в кристаллах. Она составляет 400—80 кДж/моль для кристаллов с ковалентной связью, несколько меньше у ионных и металлч. кристаллов и наиб. низка для молекулярных кристаллов с ван-дер-ваальсовыми связями (4—40 кДж/моль). Теоретич. определение свободной энергии и предсказание структуры пока возможны лишь для сравнительно простых случаев. Они вносятся в рамках зонной теории твёрдого тела. В ряде случаев достаточно точные результаты даёт использование полумирич. выражений для потенц. энергии взаимодействия атомов в кристаллах с тем или иным типом связи. Материал, наклонённый К., позволяет хорошо классифицировать и интерпретировать вновь определяемые структуры кристаллов, в простейших случаях предсказывать структуру и многие физ. и физ.-хим. свойства.

Лит.: Боквиз Г. Б., Кристаллохимия, 3 изд., М., 1974; Квитневский Ч. В. Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978; Современная кристаллография, т. 2, М., 1979; Урусов В. С., Теоретическая кристаллохимия, М., 1987.

КРИСТАЛЛЫ (от греч. *krystallos*, первоначально значеше — лёд) — твёрдые тела, обладающие трёхмер-

В. Н. Вайнштейн.

ной периодичности. Атомной структурой и при равновесных условиях образования имеющие естественную форму правильных симметричных многогранников. К. — равновесное состояние твёрдых тел. К., выросший из неравновесных условий и не имеющий правильной огранки (или потерявший её в результате обработки), сохраняет *кристаллическую структуру* и все определяемые ею свойства. Атомистичность К. выражается математически условием дискретности. Пространство есть такие точки, что вокруг них в радиусе  $r$  нет ни одной симметрически равной им точки. Условие однородности на микроуровне: существует шар постоянного радиуса  $R$ , внутри которого всегда есть точка  $x$ ; симметрично равная любой, наперёд заданной точке  $x$  ( $[r, R]$ -условие).

Если есть группа  $G$ , преобразующая пространство в себя при наличии  $(r, R)$ -условия, то математически доказывается, что эта группа есть  $G_2^3$ , где введём индекс — размерность пространства, а нижний — число направлений периодичности. Группа  $G_2^3 \supset T_2$  содержит подгруппу трёхмерной трансляции, периодичности  $T_3$ , к-рая описывает кристаллич. решётку относительно любой точки  $x$ ; имеется бесконечное множество симметрично равных ей точек, находящихся на конечных расстояниях

$$x' = x + p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3,$$

где  $p_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $a_i$  — периоды элементарной ячейки. Это означает, что К. на микроуровне обладают дальним порядком, т. е. зная его структуру (элементарную ячейку) вблизи любой точки  $x$ , можно указать эту структуру в любой другой, далеко расположенной точке  $x'$ . Кроме того, расположение атомов в кристалле может обладать и др. элементами симметрии — плоскостями, осями, что описывается одной из 230 групп пространственной симметрии.

На макроскопич. уровне К. представляют собой микроскопич. однородную симметричную среду; атомная микроструктура не наблюдается, но трансляционный и др. симметрии К. проявляются в их огранке во всех физ. и хим. свойствах. Однородности К. есть макропропаляемые трансляц. микросимметрии и означает, что в любых участках К. (размеры к-рых естественно превышают размеры ячейки:  $L \gg a$ ) все его свойства тождественны. В каком бы месте монокристалла мы не вырезали одинаково ориентированный образец нек-рой формы и размеров, любые его свойства (физические (оптические, механические и т. д.), физико-химические (растворимость, поверхность, etc.) или химизм, адсорбция на нём) — одинаковы. Анизотропия К. означает зависимость большинства из свойств, напр. теплопроводности, оптических, электрических, механических, от внеш. воздействий, от направления (относительно кристаллографич. осей), но к-рому они измеряются (в отличие от изотропности — независимости от направления, это — скалярные свойства). Нек-рые свойства К. могут быть изотропными. Симметрия К. заключается в том, что разл. признаки — внеш. форма огранённых кристаллов, анизотропии свойств, описываемая в векторной или тензорной форме, — оказываются равными для разл. направлений. Макросимметрия К. описывается одной из 32 точечных групп симметрии кристаллов, к-рая определяет и конкретный характер анизотропии. Анизотропия скоростей роста граней кристаллич. фазы обуславливает возникновение естеств. огранки кристаллов и определяет их внеш. форму — габитус. Кристаллич. структура, реализовавшаяся при данных условиях, отвечает минимуму свободной энергии. При повышении темп-ры вещество К. может перейти либо в другую кристаллич. модификацию (*полиморфизм*), либо в жидкое. Нек-рые вещества (металлы) переходят в жидкокристаллич. состояние (см. *Жидкие кристаллы*). Большинство твёрдых материалов являются поликристаллическими; они состоят из множества отдельных беспорядочно ориентированных мелких кристаллич. зёрен (кристаллитов). Таковы, напр., многие горные породы, техн. металлы и сплавы. Крупные одино-

чные К. наз. монокристаллами. К. образуются и растут чаще всего из жидкой фазы — раствора или расплава; возможно получение К. из газовой фазы или при фазовом превращении в твёрдой фазе (см. *Кристаллизация*). В природе встречаются монокристаллы разл. размеров — от громадных (до сотен кг. К. кварца (горного хрусталя), флюорита) до мелких (К. алмаза и др.). Для науч. и пром. целей К. выращивают (синтезируют) в лабораториях и на заводах (см. *Синтетические кристаллы*). К. образуются и из таких сложных природных веществ, как белки, нуклеиновые кислоты; возможно закристалливание нек-рых вирусов (см. *Биологический кристалл*). При определ. условиях получают К. полимерных веществ, настроенных из цепных молекул большой мол. массы.

Геометрия кристаллов. Выросшие в равновесных условиях К. имеют форму правильных многогранников той или иной симметрии. грани К. — плоские, рёбра между гранями — углы между гранями. Измерения огранки кристаллов — сравнение между ними методами гониметрии и анализ соотношений между ними позволяют идентифицировать К. В 18—19 вв. установлены два основных закона геом. кристаллографии: углы между соответствующими гранями К. одного и того же вещества постоянны (закон В. Стерно и а); расположение всех граней, наблюдающихся на совокупности К. данного вещества, можно характеризовать целыми числами, находящимися между собой в рациональных отношениях (закон В. Гавоюи). Эти геом. законы привели к выводу о существовании *кристаллической решётки*, что подтвердилось после открытия дифракции рентг. лучей.

Атомная структура К. описывается как совокупность повторяющихся в пространстве одинаковых элементарных ячеек, имеющих форму параллелепипеда с рёбрами  $a, b, c$  (перпендиальными кристаллич. решётки). Поэтому атомная плоскость кристаллич. решётки (к-рой может соответствовать грань К.) отсекает на осях координат целые числа периодов решётки (закон Гавоюи). Обратные им числа ( $h, k, l$ ) наз. *индексами кристаллографическими* граней и атомных плоскостей. Как правило, К. имеют грани с малыми значениями индексов, напр. (100), (110), (311). Длины рёбер  $a, b, c$  и углы  $\alpha, \beta, \gamma$  между ними измеряются рентгенографически. Выбор осей координат произвожден но определ. правилам в соответствии с симметрией К.

Существуют 32 точечные группы симметрии К. Совокупность К., принадлежащих к данной группе, наз. классом К.; число классов равно числу групп — 32. Группы различают в 7 сингоний — триклинную, моноклинную, ромбическую (низшие), тетрагональную, тригональную, гексагональную (средние), кубическую (высшие). Кристаллографич. оси координат выбирают в ромбических, тетрагональных и кубических К. соответственно с их симметрией перпендикулярно друг другу ( $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ ); в гексагональных и тригональных — одна вдоль гл. оси симметрии и две другие перпендикулярно ей ( $\alpha = \beta = 90^\circ$  под углом  $\gamma = 120^\circ$ ; в моноклинной сингонии — две оси перпендикулярны ( $\alpha = \beta = 90^\circ$ ), третья наклонна к ним ( $\gamma \neq 90^\circ$ ); в триклинной сингонии все углы между всеми осями косые ( $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ ). Подробнее см. *Симметрия кристаллов*.

Огранка каждого К. подчиняется описывающей его точечной группе симметрии при равномерном росте кристаллич. многогранника (рис. 4), когда он имеет идеальную форму. Совокупность кристаллографически одинаковых граней (т. е. совмещающихся друг с другом при операциях симметрии данной группы) образует т. н. простую форму К. Всего существует 47 простых форм К., но в каждом классе могут реализоваться лишь нек-рые из них. К. может быть огранён гранями одной простой формы, но чаще комбинацией этих форм (рис. 2).

Если К. принадлежит к осевому классу, то он может закристаллизоваться в зеркально равных формах — пра-

вой и левой (т. н. *энантиоморфия*). Классич. примером неорганич. энантиоморфных К. является *кварц*. Особенно часто энантиоморфные формы встречаются в природных органич. К., напр. К. правой и левой винной кислоты (рис. 1, б).

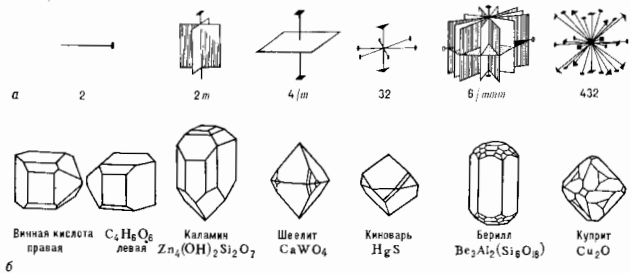


Рис. 1. Примеры расположения элементов симметрии в некоторых точечных группах различных сингоний (а) и соответствующая им огранка кристаллов (б).

При техн. выращивании К. не стремится обязательно получить их в правильной кристаллографии. огранке. Гл. критериями качества К. являются однородность и совершенство атомной структуры К., отсутствие её дефектов. Нек-рым К. можно, используя спец. процессы выращивания, придать форму требуемого изделия — трубы, стержни, пластины.

Неравновесные условия кристаллизации приводят к разл. отклонениям формы кристалла от правильного

К., встречаясь друг с другом, приобретают форму неправильных зёрен. Атомная структура К. Внеш. форма К., физ., физ.-хим. и иные свойства определяют их атомной структурой и её дефектами.

Методы структурного анализа К. (*рентгеновский структурный анализ, электронография, нейтронография*) позволяют определить конкретную атомную кристаллич. структуру любого вещества в кристаллич. состоянии, т. е. расположение атомов в элементарной ячейке К. и расстояния между ними, параметры колебаний атомов, распределение электронной плотности между атомами, ориентацию их магн. моментов и т. п. Примеры нек-рых простейших структур К. даны на рис. 5. Расположение атомов в К. и дефекты структуры непосредственно наблюдают с помощью электронно-

микроскопии атомного разрешения (рис. 6), колебания атомов, характеристика электронной структуры и др. микросвойства изучаются оптическими, резонансными, спектроколическими и иными физ. методами.

Кристаллич. структуры классифицируют по их хим. связи, но соотношению компонент, по взаимной координации атомов (слоистые, цепные, каркасные, координац. структуры). При изменении темп-ры или давления структура К. может изменяться. Существование у

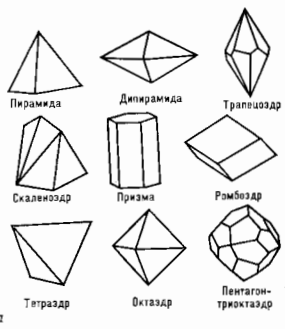


Рис. 2. Некоторые простые формы кристаллов (а) и комбинация простых форм (б).

многогранника — к округлости граней и рёбер (в результате роста в *и* *ц* *и* *а* *д* *е* *й* — рис. 3), возникновению пластичных, игольчатых, нитевидных (рис. 4), ветвистых (дендритных) К. типа снежинок. Это используется в технике выращивания К. разнообразных форм (дендритных лент Si, тонких плёнок разл. полупроводников). Если в объёме расплава образуется сразу большое число центров кристаллизации, то разрастающиеся



Рис. 3. Визинальные формы и ходы роста на грани кварца.

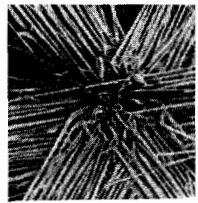


Рис. 4. Нитевидные кристаллы AlN (электронно-микроскопич. изображение, усилено в 3000 раз).

данного вещества неск. кристаллич. фаз наз. *и* *о* *л* *и* *м* *о* *р* *ф* *и* *з* *м* *о*. Некоторые кристаллич. структуры (фазы) являются метастабильными. Напр., термодинамич. условия синтеза алмаза — давление  $P > 50$  тыс. атм и темп-ра  $T > 1000^\circ\text{C}$ , однако алмаз сохраняет свою структуру, не переходит в графит и при обычных условиях. В то же время разные соединения могут иметь одинаковую кристаллич. структуру — быть *изо*структурными (см. *Изоморфия*).

Распределение К. по пространственным группам симметрии — соответственно по точечным группам (классам) и сингониям — неравномерно. Как правило, чем проще хим. ф-ла вещества, тем выше симметрия его К. Так, почти все металлы имеют кубич. или гексагональную структуру, основанную на т. н. плотной упаковке атомов, то же относится к простым хим. соединениям, напр. к галогенидам щелочных металлов. Усложнение хим. ф-лы вещества ведёт к понижению симметрии его

К. Органич. (молекулярные) К. вследствие сложной формы составляющих их молекул почти всегда относятся к низшим сингониям.

Тип хим. связи между атомами в К. определяет их свойства. Ковалентные К. с локализованными на прочных связях электронами имеют высокую твердость, малую электропроводность, большие показатели преломления. Металлич. К. с высокой концентрацией

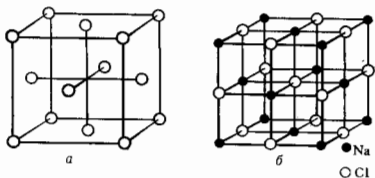
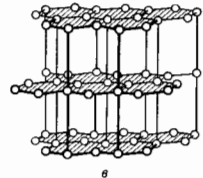


Рис. 5. Атомная структура Cu (а), NaCl (б), графита (с).



в молекулярных К. Они легкоплавки, механич. характеристики их низки. Более низкую атомную упорядоченность, чем у К., имеют жидкие кристаллы, аморфные тела (см. *Аморфное состояние*), неупорядоченные полимерные системы, а также *квазикристаллы*.

Структура реальных кристаллов. Вследствие нарушения равновесных условий роста и захвата примесей при кристаллизации, а также под

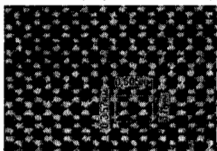


Рис. 6. Электронные микрофотографии с атомным разрешением. Проекция структуры алмаза вдоль направления [110].

влиянием разл. рода внеш. воздействий идеальная структура К. всегда имеет те или иные нарушения, к-рые сказываются на свойствах К. К ним относят точечные дефекты — вакансии, замещения атомов осн. решётки атомами примесей, внедрение в решётку инородных атомов, *дислокации* и др. (см. *Дефекты в кристаллах*). Дозированное введение небольшого числа атомов примеси, замещающих атомы осн. решётки, широко используется в технике для изменения свойств К., напр. введение в кристаллы Si и Ge атомов III и V групп периодич. системы элементов позволяет получать кристаллич. полупроводники с дырочной и электр.

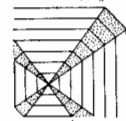


Рис. 7. Секториальное строение кристалла.

рошной проводимости. Др. примеры примесных кристаллов — рубин, состоящий из  $Al_2O_3$  и примеси (0,05%) Cr; иттриво-алюминиевый гранат, состоящий из  $Y_3Al_5O_{12}$  и примеси (до 2%) Nd.

При росте К. их грани неравномерно захватывают атомы примесей. Это приводит к секториальному строению К. (рис. 7). Может происходить и периодич. изменение концентрации захватываемой примеси, что даёт зоннар-

ную структуру (рис. 8). Кроме того, в процессе роста К. почти неизбежно образуются макроскопич. дефекты — включения, напряжённые области и т. д.

Реальные К. имеют мозаичное строение: они разбиты на блоки мозаики — небольшие ( $\sim 10^{-4}$  см) области, в к-рых порядок почти идеален, но к-рые разориентированы по отношению друг к другу на малые углы (приблизительно неск. минут). В то же время удаётся полу-

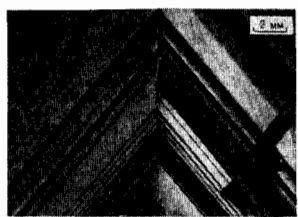


Рис. 8. Зоннарная структура кристалла.

чать нек-рые синтетич. К. высокой степени совершенства, напр. бездислокационные К. кремния.

Физические свойства К. Все свойства К. — механические, электрические, магнитные, оптические, электро- и магнитооптические, транспортные (напр., диффузия, тепло- и электропроводность) и др. — обусловлены атомно-кристаллич. структурой, её симметрией, силами связи между атомами и энергетич. спектром электронов решётки, а нек-рые из свойств — дефектами структуры. Поляризуемость К., оптич. преломление и поглощение, электро- и магнитоотрицкация, вращение плоскости поляризации (гирация), пьезоэлектричество и пьезомагнетизм, собств. проводимость характеризуются тензорами, ранг к-рых зависит от типа воздействия на К. и его отклика. Напр., напряжённость электр. поля с компо-

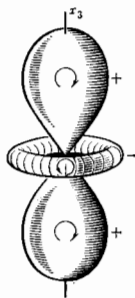


Рис. 9. Гириационная поверхность куба. Длина вектора от центра до поверхности пропорциональна величине вращенной плоскости поляризации (гирации) при прохождении света через кристалл.

нентами  $E_i$  по осям координат  $x, y, z$  вызывает в К. индукцию  $D_i = \sum e_{ik} E_k$ , где  $e_{ik}$  — тензор диэлектрич. проницаемости. Действие механич. напряжений  $\sigma_{ik}$  приводит к деформациям К.  $e_{ik} = \sum \lambda_{iklm}^{-1} \sigma_{lm}$ , где  $\lambda_{iklm}^{-1}$  — тензор податливости, обратный тензору упругости  $\lambda_{iklm}$  (4-го ранга).

Анизотропия наглядно выражает т. н. гириационные поверхности (рис. 9), к-рые описываются ур-ниями с коэф. соответствующего тензора (см. *Анизотропия среды*). Для К. данного класса можно указать симметрию его физ. свойств, к-рые определ. образом связаны с точечной группой симметрии внеш. формы (см. *Кюри принцип, Кристаллофизика*). Принадлежность К. к той или иной точечной группе симметрии определяет возможность или невозможность тех или иных свойств и выявление соответствующих ненулевых компонент материального тензора. Так, в кубич. К. свойства, выражаемые тензорами 2-го ранга (напр., прохождение света, тепловое расширение), изотропны и характерис-



твич. поверхности являются сферами, но эти К. обладают анизотропией в отношении уругих, электрооптич., пьезоэлектрич. свойств. С понижением симметрии К., как правило, возрастает анизотропия их свойств.

В искривл. К. ионы, образующие решётку, располагаются так, что К. оказывается самопрозвонливой (спонтанно) электрически поляризованным (*пироэлектрики*). Пироэлектриками являются К. 10 классов, имеющих одну ось симметрии или совпадающую с ней плоскость симметрии. В К. 20 классов без центра симметрии возможна электрич. поляризация под действием деформации (*пьезоэлектрики*). При полиморфных фазовых переходах свойства К. меняются. Напр., при темп-рах ниже 123К К.  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  терлет одну из плоскостей симметрии и приобретает спонтанную электрич. поляризадию, становится *сегнетоэлектриком*.

Оптич., электрич., магнитные, гальваномагнитные и др. свойства К. *диэлектриков*, *полупроводников* и *металлов* связаны с зонным характером электронного энергетич. спектра (см. *Зонная теория*) и колебаниями кристаллич. решётки (см. *Динамика кристаллической решётки*). Особыми свойствами квантовой диффузии обладают *квантовые кристаллы*  $^3\text{He}$ .

Ряд свойств К. зависит от кол-ва и типов дефектов в К. Такими прочностью и пластичностью и др. Из-за наличия дислокаций пластич. деформирование К. происходит при напряжениях в десятки и сотни раз меньших теоретически вычисленного. В бездислокационных К. (германия, кремния), а также в *шведидимых кристаллах* прочность достигает теоретич. значений — она в 10—100 раз больше, чем прочность в обычных К. Окраска многих К. (напр., *рубина*) связана с наличием в них тех или иных примесных атомов.

Применения кристаллов основаны на использовании нек-рых физ. свойств, напр. высокой твердости, прозрачности и т. п., а также на способности преобразовывать поступающее на них воздействие, в частности одно физ. поле в другое, напр. механическое в электрическое и магнитное и обратно, электрическое в оптическое и т. д. Пьезо- и сегнетоэлектрич. К. (кварц и др.) применяются в радиотехнике. Важнейшие области совр. техники — информатика, *микрорелектроника*, вычислительная техника основаны на использовании полупроводниковых К. и монокристаллич. плёнок (германий, кремний, GaAs и др.). К. кремний широко используются как фотоэлектрич. элементы. В запоминающих устройствах применяются К. магнитодиэлектриков и ферритов. Фоторефрактивные К. (ниобат лития и др.) служат оптич. голографич. запоминающим устройствами громадной ёмкости. К. галогениды щелочных металлов, сапфира и др. используют в оптике как окна, прозрачные в той или иной области (ИК, видимый, УФ) спектра. Исключая значение имеют ионные К. для квантовой электроники (рубин, титриво-алюминиевый гранат и др.), полупроводниковые лазерные К. В технике управления световыми пучками используют К., обладающие электрооптич. свойствами, нелинейные оптич. К. ( $\text{KN}_2\text{PO}_4$  и др.) используют для удвоения частоты лазерного излучения. Для измерения слабых изменений темп-ры применяются пироэлектрич. К. (пировидионки), кристаллы  $\text{Cd}_2\text{-Hg}_2\text{Te}$  — фотоприёмники в ИК-области. Для измерения и осуществления малых механич. и акустич. воздействий используют К. пьезоэлектриков, пьезомагнетиков (см. *Пьезомагнетизм*), пьезорезисторов и т. н. Высокие механич. свойства сверхтвёрдых К. (алмаз и др.) используются в обработке материалов и в бурении. Высокопрочный, коррозионно-стойкий, обладающий широким оптич. пропусканием и теплопроводностью сапфир ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) — прекрасный конструкционный материал. К. рубина служат опорными элементами в часах и др. точных приборах.

Лит.: Костов И., Кристаллография, пер. с болгар. М., 1965; Шасковская М. П., Кристаллография, М., 1976; Киттель Ч., Введение в физику твёрдого тела, пер.

с англ., М., 1978; Современная кристаллография, т. 1—4, М., 1978—81; см. также лит. при стр. *Кристаллография* Б. К. Вайнштейн. **КРИСТОФЕЛЯ СИМВОЛЫ** — коэффициенты (дифференциально-геометрической) связности системы криволинейных координат или многообразия в римановой геометрии. При общей замене координат  $x^i = x^i(x^1, \dots, x^n)$  (при  $\partial^2 x^i / \partial x^k \partial x^l \neq 0$ ) К. с.  $\Gamma_{rs}^k$  определяются ф-лой

$$\Gamma_{rs}^k = -\frac{\partial x^i}{\partial x^r} \frac{\partial x^j}{\partial x^s} \frac{\partial^2 x^k}{\partial x^i \partial x^j}$$

и преобразуются по закону

$$\Gamma_{rs}^k \rightarrow \Gamma'_{rs}^k = \frac{\partial x^k}{\partial x^i} \left( \Gamma_{pq}^i \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \frac{\partial x^q}{\partial x^s} + \frac{\partial^2 x^i}{\partial x^r \partial x^s} \right),$$

т. е. не являются тензором. К. с. возникают при определении ковариантной производной. Связность риманово многообразия согласована с метрикой, если метрич. тензор  $g_{ij}$  ковариантно постоянен, т. е. его ковариантная производная  $g_{ij;k} = 0$ . В этом случае верны ф-лы Кристоффеля

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{g^{kl}}{2} \left( \frac{\partial g_{il}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jl}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} \right).$$

В евклидовой геометрии существует (евклидова) система координат, в к-рой  $\Gamma_{rs}^k = 0$ . В римановой геометрии выбором системы координат можно обратить К. с. в нуль лишь в точке (локально-евклидова система).

В. П. Павлов. **КРИТИЧЕСКАЯ МАССА** — минимальное кол-во ядерного горючего, содержащего делящиеся нуклиды ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{233}\text{U}$ ,  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{251}\text{Cf}$ ), при к-ром возможно осуществление ядерной цепной реакции деления (см. *Деление ядер*, *Ядерный реактор*, *Ядерный взрыв*). К. м. зависит от размеров и формы системы, а также от её хим. состава. К. м. растёт пропорц. квадрату (или кубу) линейных размеров системы. Зависимость от формы связана с утечкой нейтронов через поверхность. Чем больше поверхность, тем больше К. м. Минимальная К. м. имеет сферич. поверхность. Применение отражателей нейтронов снижает К. м. Наименьшей К. м. обладают растворы солей чистых делящихся нуклидов в воде с водным отражателем нейтронов. Для  $^{235}\text{U}$  К. м. равна 0,8 кг, для  $^{239}\text{Pu}$  — 0,5 кг, для  $^{251}\text{Cf}$  — 10 г.

**КРИТИЧЕСКАЯ ОПАЛЕСЦЕННЯ** — см. *Опалесценция критическая*.

**КРИТИЧЕСКАЯ ПЛОТНОСТЬ ВСЕЛЕННОЙ** — значение плотности вещества во Вселенной, определяемое выражением

$$\rho_c = 3H^2/8\pi G,$$

где  $H$  — постоянная Хаббла (см. *Хаббла закон*),  $G$  — постоянная тяготения Ньютона. В однородных и изотропных моделях Вселенной (см. *Космологические модели*) с равной нулю космологической постоянной величина  $\rho_c$  является критич. значением плотности, отделяющим модель замкнутой Вселенной ( $\rho > \rho_c$ , где  $\rho$  — реальная ср. плотность всех видов материи) от модели открытой Вселенной ( $\rho < \rho_c$ ).

В случае  $\rho > \rho_c$  тяготение материи достаточно велико, оно сильно замедляет расширение Вселенной, и в будущем её расширение должно смениться сжатием. Трёхмерное пространство в рассматриваемых моделях при  $\rho > \rho_c$  имеет положит. кривизну, замкнуто, объём его конечен.

При  $\rho < \rho_c$  тяготение недостаточно для того, чтобы остановить расширение, и Вселенная в этих условиях неограниченно расширяется в будущем. Трёхмерное пространство в рассматриваемых моделях имеет отрицат. кривизну, объём его бесконечен (в простейшей тологии).

Постоянная Хаббла  $H$  известна из астрономич. наблюдений со значит. неопределённостью:  $H = (50—100)$  км/(с·Мпк). Отсюда возникает неопределённость в

ападения К. п. в.  $\rho_c = (5 \cdot 10^{-30} - 2 \cdot 10^{-29})$  г/см<sup>3</sup>. С др. стороны, наблюдения показывают, что усреднённая плотность вещества  $\rho \approx 3 \cdot 10^{-31}$  г/см<sup>3</sup>, входящего в состав галактик, по-видимому, существенно меньше К. п. В. Однако, возможно, во Вселенной имеются трудно-наблюдаемые формы материи, т. н. скрытые массы. Кол-во *скрытой массы* неизвестно, поэтому вопрос о соотношении между полной плотностью материи во Вселенной и К. п. В. остаётся открытым.

Лит.: Зельдович Я. В., Новиков И. Д., Стрелнин Я. *Астрофизическая Вселенная*, М., 1975; Пиблс П., *Физическая космология*, пер. с англ., М., 1975.

**КРИТИЧЕСКАЯ СВЕТИМОСТЬ** (аддитивная светимость). Светимость ( $L$ ) звезды или ла. критической ( $L_{кр}$ ), если соответствующая ей сила давления излучения на вещество звезды уравнивается силе гравитации, иртяжения. Понятие «К. с.» впервые введено А. С. Эддингтоном (A. S. Eddington) в сер. 20-х гг. 20 в. ( $L_{кр}$  наз. также эддингтоновским пределом светимости). Светимость  $L_{кр}$  является макс. верх. пределом светимости для звезд, находящихся в стабильном состоянии, а также излучающих за счёт гравитации, сжатия или аккреции. При  $L > L_{кр}$  вещество должно истекать из звезды.

Сила давления излучения на вещество определяется механизмами взаимодействия излучения с веществом, среди них — главные: 1) рассеяние излучения свободными электронами; для обычных звезд это в осн. *томсоновское рассеяние света* с сечением  $\sigma_T = 6,65 \cdot 10^{-25}$  см<sup>2</sup>, не зависящим от частоты рассеиваемого излучения; 2) поглощение излучения при свободном-свободном (тормозных) переходах электронов в кулоновском поле ионов; 3) поглощение излучения не полностью ионизованными атомами при связно-связанными и связно-свободными переходах электронов, к-рое сложным образом зависит от частоты поглощаемого излучения, хим. состава и физ. состояния звездного вещества.

Определим величину К. с. звезды с массой  $M$  в условиях, когда её вещество полностью ионизовано и доминирует механизм томсоновского рассеяния излучения свободными электронами. Рассмотрим электронейтральный ступок вещества, к-рый расположен на расстоянии  $R$  от центра звезды, содержит  $ZN$  свободных электронов и  $N$  ионов с зарядом  $Ze$  и массой  $A m_p$  каждый ( $e$  — заряд электрона,  $m_p$  — масса протона). Этот ступок иртягается звездой с силой  $f_{гп} = -GMNm_p/R^2$ , действующей в осн. на массивные ионы, и отталкивается от звезды с силой давления излучения  $f_{из} = LNZe\sigma_T/4\pi R^2$ , действующей на свободные электроны. В стабильном состоянии ионный и электронный компоненты вещества тесно связаны друг с другом силой электр. волн, к-рое компенсирует действие сил  $f_{гп}$  и  $f_{из}$  и препятствует тем самым разделению компонентов плазмы. Это поле обусловлено положит. зарядом звезды  $Q$ , возникающим на стадии установившегося равновесного состояния в результате потери звездой незначит. доли электронов из-за светового давления. Величина  $Q$  стабилизируется как раз на уровне, когда электр. сила, действующая на электроны, достигает величины, сравнимой с силой светового давления. Приравняв  $f_{гп}$  и  $f_{из}$ , находим значение К. с. звезды в условиях, когда доминирует томсоновское рассеяние излучения:

$$L_{кр}^{(e)} = \frac{4\pi c G M^2 \rho}{Z \sigma_T} = 1,3 \cdot 10^{38} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \frac{A}{Z}, \text{ эрг/с.}$$

где  $M_{\odot}$  — масса Солнца. Отметим, что  $L_{кр}^{(e)}$  зависит только от массы  $M$  и состава плазмы звезды и не зависит от её радиуса благодаря одинаковости ( $\sim R^{-2}$ ) зависимости силы гравитации и силы давления излучения от расстояния. Для жёсткого рентг. и  $\gamma$ -излучения сечение рассеяния на свободных электронах  $\sigma_K < \sigma_T$  (см. *Комптонная эффект*). В этом случае  $L_{кр} > L_{кр}^{(e)}$ .

В условиях частичной ионизации вещества механизм поглощения излучения доминирует над томсоновским

рассеянием, эфф. сечение взаиморозного излучения с веществом  $\sigma > \sigma_T$ . При этом  $L_{кр} < L_{кр}^{(e)}$  (различие может достигать 1—2 порядков). Светимость звезды  $L$  в зонах частичной ионизации вещества может превышать локальное значение  $L_{кр}$ . Если зона со сверхкритич. светимостью достаточно толста, то в ней развивается конвекция, но звезда в целом остаётся равновесной. При малой плотности вещества перенос тепла конвекцией малоэффективен и наличие зоны со сверхкритич. светимостью может привести к истечению вещества из звезды, осн. масса к-рой остаётся в равновесии. При отсутствии сферич. симметрии возможно превышение светимости над  $L_{кр}$ . Гипотеза, сверхмассивные звезды с массами  $10^6 - 10^9 M_{\odot}$  должны иметь светимость, близкую к К. с. по всей звезде, впервые одновременно, выполненные условий механики, в условиях равновесия этих звезд возможно только в тесных коллективных оболочках аккреции. Светимость, близкая к К. с., возникает при *аккреции* вещества на чёрную дыру или нейтронную звезду, находящуюся в достаточно плотном газовом облаке. Если светимость при аккреции  $L_{ак} = \varepsilon c^2 \dot{M}$  ( $\dot{M}$  — поток массы,  $\varepsilon$  — эффективность переработки гравитацион. энергии в энергию излучения), то критич. поток массы при  $\sigma = \sigma_T$ ,  $A/Z = 1$  и значении  $\varepsilon = 0,1$  есть

$$\dot{M}_{кр} = L_{кр}^{(e)} / (\varepsilon c^2) = 2 \cdot 10^8 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right), M_{\odot}/\text{год}.$$

Сверхмассивные чёрные дыры в состоянии аккреции, а также быстровращающиеся сверхмассивные звезды рассматриваются в качестве моделей активных галактик, ядер и квазаров. Условие того, что светимость объекта не может превышать К. с., даёт наиб. надёжную оценку масс квазаров и активных ядер галактик. В модели сверхзвезд эта оценка определяет фактич. значение её массы.

Лит.: Зельдович Я. В., Новиков И. Д., Релятивистская астрофизика, М., 1967.

**КРИТИЧЕСКАЯ СИЛА** в теории упругости и пластичности — наименьшая продольная сила, при к-рой возможны как прямолинейная, так и криволинейная формы равновесия первоначально прямолинейного бруса (см. *Продольный изгиб*). К. с. зависит от механич. характеристик материала бруса, формы его поперечного сечения, условий закрепления, а при пластич. деформациях — и от податливости конструкции, элементом к-рой он является. К. с. упругого бруса определяется ф-лой Эйлера:

$$P_{кр} = \pi^2 EI / (\mu l)^2,$$

где  $E$  — модуль продольной упругости материала,  $I$  — наим. значение центр. момента инерции поперечного сечения,  $l$  — длина бруса,  $\mu$  — коэф., учитывающий условия закрепления. Напр. для бруса со свободными оёрными концами  $\mu = 1$ ; для бруса, один конец к-рого жёстко заделан, а другой свободен,  $\mu = 2$ . При пластич. деформациях используются ф-лы Кармана; так, для бруса со свободно оёрными концами

$$P_{кр} = \pi^2 K_1 I / l^2,$$

где  $K_1$  — модуль Кармана; для бруса прямоугольного сечения

$$K_1 = \frac{4E d_0 d/d}{(V \bar{E} + V d_0/d)^2},$$

а  $d_0/d$  (модуль упрочнения) определяется из эксперим. зависимости между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $\varepsilon$  при растяжении (сжатии).

И. В. Кенен, **КРИТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ** в гидроаэромеханике — скорость течения среды  $c$ , равная местной скорости звука  $c$  в данной среде. Т. к. для *совершенного газа*

$$c = \sqrt{(\partial p / \partial \rho)_S} = \sqrt{p / \rho} = \sqrt{\gamma R T / \mu}$$

(где  $p$ ,  $\rho$ ,  $S$ ,  $T$  — соответственно давление, плотность,

энтропия и темп-ра газа,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — мол. масса газа,  $\gamma = c_p/c_v$  — отношение теплоемкостей при постоянных давлении и объеме, то интеграл Бернулли (см. Бернулли уравнение)

$$[\gamma p / (\gamma - 1) \rho] + v^2/2 = \text{const} = H_0$$

можно переписать в виде

$$r^2/2 + c^2/(\gamma - 1) = H_0,$$

где  $H_0 = c_p T_0$  — энтальпия торможения,  $T_0$  — темп-ра адиабатного торможения. Т. о., К. с.  $v_{кр}$ , определяемая условием  $v=c$ , или  $c_{кр} = c_{кр}$ , характеризует переход дозвукового течения при  $v < c$  в сверхзвуковое течение при  $v > c$ . К. с. выражается ф-лой

$$v_{кр} = c_{кр} \sqrt{2(\gamma - 1) c_p T_0 / (\gamma + 1)} = \sqrt{2\gamma R T_0 / \mu (\gamma + 1)},$$

т. е. для данного газа К. с. зависит только от темп-ры адиабатного торможения  $T_0$ . К. с. достигается в наиб. узком поперечном сечении сверхзвукового сопла, на линии тока за отсоединяющей от обтекаемого тела ударной волной и в др. случаях течения.

**КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА** — темп-ра, соответствующая критической точке или точке фазового перехода 2-го рода.

**КРИТИЧЕСКАЯ ТОЧКА** — точка на диаграмме состояния вещества, соответствующая критическому состоянию, в котором две (или более) фазы, находящиеся в термодинам. равновесии, становятся тождественными по своим свойствам. В частности, с приближением к критическому состоянию различия в плотности, составе и др. свойствах сосуществующих фаз, а также теплота фазового перехода и межфазное поверхностное натяжение уменьшаются, а в К. т. равны нулю.

рис. 1. Изотермы двуокиси углерода для нескольких температур,  $p$  — давление,  $v$  — удельный объем,  $K_c$  — критическая точка. Сплошные линии — изотермы, штриховые — кривые сосуществования жидкости и газа.

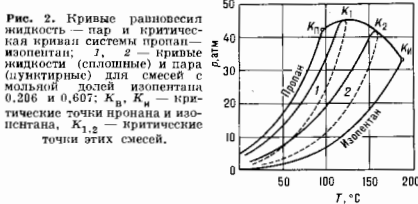
На диаграмме состояния одноконпонентной системы существует лишь одна К. т. равновесия жидкость — газ, характеризующаяся значениями критич. темп-ры  $T_c$ , критич. давления  $p_c$ , критич. удельного объема  $v_c$  (см. табл. и рис. 1).

**Критические параметры некоторых веществ**

	$T_c$ , К	$p_c$ , МПа	$v_c \cdot 10^6$ м <sup>3</sup> /моль
Гелий . . . . . He	5,19	0,227	57,4
Водород . . . . . H <sub>2</sub>	33,24	1,230	65,0
Неон . . . . . Ne	44,4	2,654	41,7
Азот . . . . . N <sub>2</sub>	126,25	3,400	90,1
Оксид углерода . . . . CO	132,93	3,409	93,0
Аргон . . . . . Ar	150,65	4,86	74,67
Кислород . . . . . O <sub>2</sub>	154,58	5,043	78
Метан . . . . . CH <sub>4</sub>	190,86	4,626	99,38
Криpton . . . . . Kr	209,39	5,49	114,9
Бензол . . . . . C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	289,74	5,83	118,29
Двуокись углерода . . . CO <sub>2</sub>	304,13	7,375	94,04
Этан . . . . . C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	305,33	4,871	147,1
Гексафторид серы . . . SF <sub>6</sub>	318,587	3,760	200,1
Пропан . . . . . C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	369,85	4,247	200,0
Сероуглерод . . . . . S <sub>2</sub>	373,6	9,007	97,4
Двуокись серы . . . . . SO <sub>2</sub>	430,7	7,88	122
Триоксид серы . . . . . SO <sub>3</sub>	430,4	8,49	126
Вода . . . . . H <sub>2</sub> O	647,30	22,12	56
Ртуть . . . . . Hg	1460	166,1	48
Литий . . . . . Li	3200	68,9	68

При темп-рах выше  $T_c$  возможен непрерывный (без фазового превращения) переход вещества из газообразного состояния в жидкое, поэтому К. т. является конечной точкой линии двухфазного равновесия.

В К. т. соприкасаются линии двухфазного равновесия (б и и о д а л ь) и граница термодинамич. устойчивости (с и и о д а л ь), поэтому К. т. характеризу-



ется условием  $(\partial p/\partial V)_T = (\partial^2 p/\partial V^2)_T = 0$ . В бинарных (двухкомпонентных) растворах существуют линии К. т. (критич. кривые), при этом возможны не только К. т. равновесия жидкость — газ (рис. 2), но и К. т. равновесия двух жидких фаз (К. т. растворимости, рис. 3), двух газовых фаз (рис. 4) или двух твердых фаз. Линии К. т. равновесия жидкость — газ начинаются и окан-

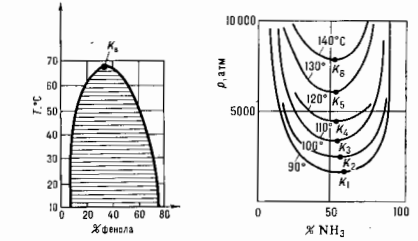


рис. 3. Кривая расщепления на две фазы жидкого раствора вода — фенол при  $p = \text{const}$ ,  $K_c$  — верхняя критическая точка. Заштрихована область двухфазного равновесия.

чиваются в К. т. индивидуальных веществ. Чаще всего (в одноконпонентной системе всегда) расщепление на две фазы происходит при понижении темп-ры. Однако в растворах возможно существование нижних К. т. или даже одновременно нижних и верхних К. т. (рис. 5). К. т. растворов дополнительно характеризуются критической концентрацией  $x_c$ . К. т. любого типа в бинарных растворах определяется условием

$$(\partial \mu/\partial x)_p, T = (\partial^2 \mu/\partial x^2)_p, T = 0,$$

где  $\mu = \mu_2 - \mu_1$  — разность хим. потенциалов компонентов раствора,  $x$  — концентрация одного из компонентов. Линии К. т. равновесия жидкость — жидкость и газ — газ обычно пересекаются с линиями др. фазовых равновесий. При этом К. т. равновесия двух фаз в присутствии третьей (некритич. фазы) паз. конечной критич. точкой. В многокомпонентных растворах (3 и более компонентов) существуют линии конечных К. т. В точке, где сливаются линии конечных К. т. равновесия жидкость — жидкость (в присутствии некритич. газовой фазы) и равновесия жидкость — газ (в присутствии некритич. жидкой фазы), становятся

тождественными 3 фазами. Такая точка наз. трикритической ской. Возможно существование точек высш. порядка (по критическим), в к-рых остаются тождественными 4 фазы и более.

Переход системы из однофазного состояния в двухфазное вис К. т. и изменение состояния в самой К. т. существенно различаются. В первом случае при расщеплении на две фазы переход начинается с появлением небольшого кол-ва (зародыша) 2-й фазы, свойства к-рой отличаются от свойств 1-й фазы, что сопровождается выделением или поглощением теплоты фазового перехода. Поскольку возникновение зародыша новой фазы приводит к появлению поверхности раздела фаз и поверхностной энергии, для его рождения требуется определ. энергия. Это означает, что такой фазовый переход (4-го рода)

Рис. 5. В двухкомпонентной жидкой системе некий тип — вода имеются верхняя критическая точка растворения  $K_B$  и нижняя  $K_A$ ; заштрихована область двухфазного равновесия.

может начаться лишь при нек-ром переохлаждении (перегреве) вещества, способствующего появлению устойчивых зародышей новой фазы (см. *Кинетика фазовых переходов*).

К. т. обнаруживает глубокую аналогию с точками фазовых переходов 2-го рода: в К. т. фазовый переход происходит в масштабах всей системы, а свойства флуктуационно возникающей новой фазы бесконечно мало отличаются от свойств исходной фазы. Поэтому возникновение новой фазы не связано с поверхностной энергией, т. е. исключается перегрев (переохлаждение), а фазовый переход не сопровождается выделением или поглощением теплоты, что характерно для фазовых переходов 2-го рода. Как и вблизи фазовых переходов 2-го рода, вблизи К. т. наблюдается ряд особенностей в поведении физ. свойств, обусловленных аномальным ростом флуктуаций.

Лит. см. в ст. *Критические явления*. М. А. Анисимов, **КРИТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ** (критические индексы) — показатели степеней в степенных зависимостях термодинамич. величин от темп-ры, давления, плотности и т. д. вблизи точки *фазового перехода 2-го рода* (или критические точки). Типичная зависимость, например, теплоёмкости  $C_V$  от темп-ры  $T$  имеет вид:  $C_V \sim |T - T_C|^{-\alpha}$ , где  $T_C$  — темп-ра фазового перехода,  $\alpha$  — К. п. теплоёмкости. Кроме того, существует ряд К. п., характеризующих пространственное поведение корреляц. ф-ции вблизи точки перехода. Осн. К. п. приведены в табл. 1.

Табл. 1.

Величины	Теплоёмкость	Восприимчивость	Средний параметр порядка	Радиус корреляции	Функция корреляции
Обозначения $h=0$ $T=T_C$	$C_V$	$\chi$	$\langle \varphi \rangle$	$r_C$	$G(x)$
	$ t ^{-\alpha}$	$ t ^{-\gamma}$ $h^{(1/\delta)-1}$	$ t ^\beta$ ( $\tau < 0$ ) $h^{1/\delta}$	$ t ^{-\nu}$	$x^{-d+2-\eta} (\alpha < \nu_C)$

Здесь  $t = T/T_C - 1$ ,  $h$  — обобщённое внеш. поле,  $\chi$  — обобщённая восприимчивость.

Согласно общей теории фазовых переходов 2-го рода, К. п. определяется набором размерностей  $\Delta_i$  независимых флуктуирующих величин  $A_i$  при масштаб-

ном преобразовании  $A_i(x) \rightarrow \lambda^{-\Delta_i} A_i(x)$ . Размерности  $\Delta_i$  обладают свойством универсальности, т. е. зависят только от размерности системы  $d=2,3$  и симметрии параметра порядка (известные исключения из этого правила связаны для  $d=3$  с наличием дальнедействующих сил, как, напр., в одноосных сегнетоэлектриках). Требование *масштабной инвариантности* приводит к установлению ряда соотношений между К. п., напр.

Табл. 2. — Критические показатели однокомпонентных систем

Показатель	Эксперимент		Теория		
	Жидкости	Одноосные магнетики	Высокотемпературные ряды	$\epsilon$ -разложение	Суммирование значений $\epsilon$ -разложений
$\alpha$	$0.12 \pm 0.04$	$0.08 - 0.1$	$0.11 - 0.13$	0,077	$0.11 \pm 0.05$
$\beta$	$0.34 \pm 0.01$	$0.33 - 0.35$	$0.312 \pm 0.05$	0,340	$0.325 \pm 0.0015$
$\gamma$	$1.22 \pm 0.02$	$1.15 \pm 0.02$	$1.245 - 1.250$	1,244	$1.241 \pm 0.002$
$\delta$	$4.6 \pm 0.2$		$5.0 - 5.2$	4,46	
$\eta$	$0.05 \pm 0.01$		$0.055 \pm 0.010$	0,037	$0.031 \pm 0.004$

$\alpha + 2\beta + \gamma = 2$ ,  $\beta\delta = \beta + \gamma$ ,  $\alpha = 2 - d\nu$ ,  $\delta = (d + 2 - \eta)/(d - 2 + \eta)$ , так что независимо являются лишь два К. п. Осн. методами приближённого вычисления К. п. являются метод ренормализационной группы ( $\epsilon$ -разложение) и исследование высокотемпературных разложений. Фактически в большинстве случаев К. п.  $\alpha$  и  $\eta$  оказываются численно малыми ( $\alpha \sim 0.1$ ,  $\eta \sim 0.05$ ), что позволяет определить остальные (большие) К. п.:  $\beta \approx 1/3$ ,  $\nu \approx 1/2$ ,  $\gamma \approx 1/2$ ,  $\delta \approx 5$ . Нек-рые эксперим. и теоретич. результаты для К. п. при  $\alpha = 3$  приведены в табл. 2.

Для ряда двумерных фазовых переходов К. п. удаётся вычислить точно, напр. в *Изинга модели* и 8-вершинной, а также в XY-модели (см. *Двумерные решёточные модели*). В модели Изинга К. п. универсальны:  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1/8$ ,  $\delta = 15$ ,  $\gamma = 7/4$ ,  $\nu = 1$ ,  $\eta = 1/4$ . В 8-вершинной и XY-моделях, а также в нек-рых других К. п. не универсальны (зависят от параметров взаимодействия), что связано с существованием флуктуирующих величин с размерностями  $\Delta_i = d$ .

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., *Статистическая физика*, 3 изд., ч. 1, М., 1976, гл. 14; Паташинский А. З., Пировский В. Л., *Флуктуационная теория фазовых переходов*, 2 изд., М., 1982.

М. В. Фейнман.

**КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ** — специфич. явления, наблюдаемые вблизи критических точек жидкостей и растворов, а также вблизи критических точек фазовых переходов 2-го рода: рост сжимаемости вещества и окрестности критич. точки равновесия жидкость — газ; возрастание магн. восприимчивости и диэлектрич. проницаемости в окрестности *Кюри точки* ферромагнетиков и сегнетоэлектриков (рис. 1); замедление взаимной диффузии веществ вблизи критич. точек растворов и уменьшение коэф. температуропроводности вблизи критич. точки чистой жидкости; аномально большое поглощение УЗ; критич. опалесценция и др. Во всех случаях наблюдается аномалия теплоёмкости (рис. 2). Эти явления связаны с аномальным

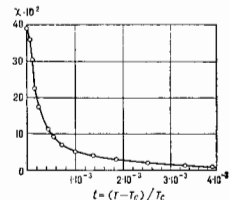


Рис. 1. Изменение молальной магнитной восприимчивости  $\chi$  ферромагнетика (монокристалла) с температурой  $T$  вблизи точки Кюри  $T_C$ .

ростом флуктуаций и их взаимодействием (корреляцией). Иногда говорят о критич. области как об области параметров состояния, в к-рой флуктуации велики.

Для каждого объекта можно выделить опред. физ. параметры (параметры порядка), флуктуации к-рых аномально растут вблизи точки перехода, т. е. являются критическими. Для чистых жидкостей такими параметрами являются плотность и уд. энтропия, для раство-

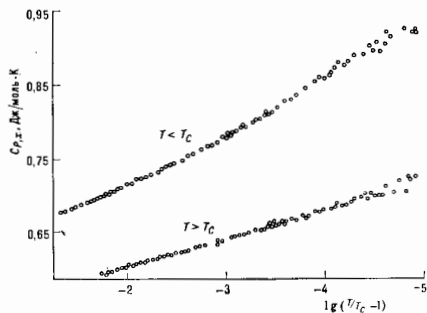


Рис. 2. Изобарная теплоёмкость  $C_p$  вблизи критической точки  $T_c$  жидкость — жидкость раствора нитротант—изооктан.

ров — концентрация, для ферромагнетиков и сегнетоэлектриков — намагниченность и поляризация, для смектич. жидких кристаллов — амплитуда волны плотности и т. д. Именно рост флуктуаций плотности и концентрации приводит к аномальному рассеянию света,

рентг. лучей, нейтронов вблизи критич. точек жидкостей и жидких растворов (рис. 3), сильному поглощению звука (рис. 4), изменению характера броуновского движения, аномалиям вязкости, теплопроводности и др.

Эксперим. исследование К. я. связано с рядом специфич. трудностей, обусловленных большой восприимчивостью систем вблизи критич. состояний к внеш. воздействиям. Среди наиб. характерных факторов, искажающих истинный вид критич. аномалий: гравитац. эффект вблизи критич. точек жидкостей (гидростатич. градиент давления приводит к заметной неоднородности плотности вещества, рис. 5); неоднородности темп-ры (тепловое равновесие не устанавливается в течение мн. часов или даже суток); примеси равновесные и неравновесные, т. н. замороженные (примеси меняют характер критич. аномалий, рис. 6).

Универсальность критических явлений. Сходство К. я. в объектах разной природы позволяет рассматривать их с единой точки зрения. У всех объектов существуют опред. физ. величины, температурная зависимость к-рых вблизи точек переходов разл. природы одинакова или почти одинакова (табл.). Отсюда следует предположение об изоморфности К. я.: термодинамич. ф-ции вблизи критич. точек одинаковым образом зависят от темп-ры и параметра порядка при соответствующем выборе термодинамич. иеремных. Эксперим. иеремные могут не совпадать с изоморфными, тогда характер критич. аномалий меняется. Практич. смысл гипотезы изоморфности состоит в возможности

Аналогия между критическими явлениями в жидкостях, растворах и ферромагнетиках

Свойство Система	Упорядочивающее поле	Параметр порядка	Восприимчивость
Ферромагнетик . . . . .	Магнитное поле	Намагниченность	Магнитная восприимчивость
Однокомпонентная жидкость	Отклонение хим. потенциала вещества от его значения на критич. изохоре	Разность плотностей сосуществующих фаз	Коеф. изотермической опийдаемости
Бинарный раствор . . . . .	Отклонение хим. потенциала компонента от его значения при критич. концентрации	Разность концентраций сосуществующих фаз	Проводимость концентрации при пост. давлении и темп-ре

описать свойства сложного объекта вблизи критич. точки, напр. многокомпонентного раствора, на языке простой («идеальной») системы.

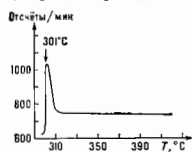


Рис. 3. Температурная зависимость рассеяния рентгеновских лучей смесью жидких металлов Li и Na.

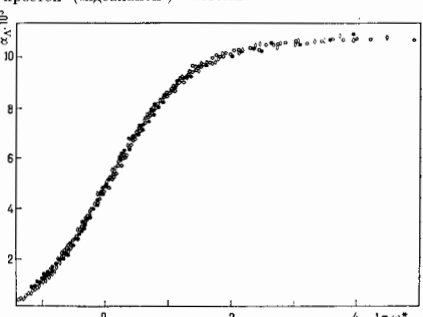


Рис. 4. Избыточный коэффициент поглощения  $\alpha$  (на длину волны звука) вблизи критической точки раствора нитротант — изооктан в зависимости от приведенной частоты  $\omega^* = \omega/\omega_c$  ( $\omega$  — частота звука,  $\tau$  — время релаксации критических флуктуаций).

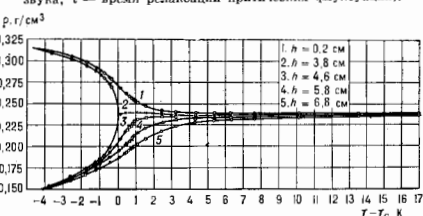


Рис. 5. Распределение плотности  $\rho$  галлия по высоте  $h$ .

Классич. теория К. я. восходит к Дж. Гиббсу (J. W. Gibbs) и П. Д. Ван-дер-Ваальсу (J. D. van der Waals). Её наиб. общая формулировка принадлежит Л. Д. Ландау (см. Ландау теория). В теории Ландау флуктуации предполагаются малыми, поэтому их учёт не меняет характера критич. аномалий термодинамич. и кипетич. величин, возникают лишь малые по-

правки. Эксперимент во мн. случаях не согласуется с классич. теорией. Напр., температурные зависимости восприимчивости, параметра порядка, теплоёмкости и др. в жидкостях, растворах, магнетиках выражаются одностепенными ф-лами:

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial P, \quad \partial m/\partial H, \quad \partial x/\partial \mu &\sim t^{-\gamma}; \\ C_V, \quad C_{P,x}, \quad C_{P,H=0} &\sim t^{-\alpha}; \\ \rho - \rho_c, \quad m, \quad x - x_c &\sim t^\beta. \end{aligned}$$

Здесь  $t = (T - T_c)/T_c$  — относит. отклонение темп-ры  $T$  от критич.  $T_c$ ;  $\rho - \rho_c$  и  $x - x_c$  — отклонения от кри-

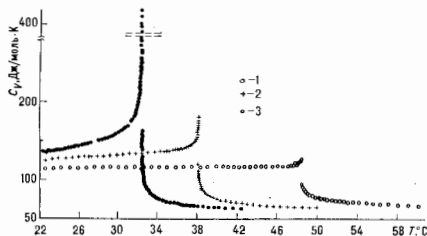


Рис. 6. Влияние равновесных примесей на поведение теплоёмкости  $C_V$  вблизи критической точки: 1 — чистый этан; 2 — 1%-ный раствор гептана в этане; 3 — 3%-ный раствор гептана.

тич. значений  $\rho_c$  или  $x_c$  плотности  $\rho$  или концентрации  $x$ ;  $m$  — намагниченность;  $H$  — магн. поле;  $P$  — давление;  $\mu$  — хим. потенциал растворённого вещества;  $C_V$  — изохорная теплоёмкость;  $C_{P,x}$  и  $C_{P,H=0}$  — изобарная теплоёмкость раствора при  $x = \text{const}$  или магнетика при  $H=0$ . Найдены из опыта показатели степени (*критические показатели*)  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $\beta$  оказываются одинаковыми или очень близкими для фазовых переходов разл. физ. природы.

В нек-рых объектах, напр. в обычных сверхпроводниках и сегнетоэлектриках, в экспериментально достижимой окрестности фазового перехода К. я. описываются классич. теорией, т. е. флуктуации не оказывают существен. влияния на характер критич. аномалий. Это связано с характером межчастичного взаимодействия. Если силы взаимодействия достаточно быстро убывают с расстоянием, то флуктуации играют значит. роль и К. я. возникают задолго до подхода к критич. точке. Если, напротив, частицы взаимодействуют на расстояниях, существенно превышающих ср. расстояние между ними, то установившиеся в веществе среднее силовое поле почти не искажается флуктуациями и К. я. обнаруживаются лишь вблизи точки перехода. К. я. носит классич., нефлуктуационный характер и в т. н. три критической точке, где линии фазовых переходов 1-го рода переходят в линии фазовых переходов 2-го рода, напр. в трикритич. точке  $\lambda$ -переходов в растворе  $^3\text{He}$ — $^4\text{He}$ .

К. я. могут наблюдаться и вблизи точек т. н. слабых фазовых переходов 1-го рода, где скачки энтропии и плотности очень малы, и переход, таким образом, близок к переходу 2-го рода, например при фазовом переходе изотропной жидкости в нематический жидкий кристалл.

Масштабная инвариантность. К. я. по своей природе являются *кооперативными явлениями*, они обусловлены свойствами всей совокупности частиц, а не индивидуальными свойствами каждой частицы, отсюда их универсальность. Флуктуат. теория К. я. базируется на гипотезе масштабной инвариантности (с к е й л и н г а). Суть масштабной теории состоит в следую-

щем: флуктуации параметра порядка (плотности, концентрации, намагниченности и т. и.) вблизи критич. точки велики. Радиус корреляции  $r_C$  (величина, близкая по смыслу к ср. размеру флуктуации, — единственной характерный масштаб в системе) значительно превосходит ср. расстояние между частицами. Можно сказать, что структура вещества в критич. области — это «газ» капель, размер к-рых  $r_C$  растёт по мере приближения к критич. точке. Свободная энергия такой системы содержит слагаемое, пропорциональное числу «капель»  $N$ :

$$F = F_0 + kT_c N = F_0 + 3kT_c V/4\pi r_C^3,$$

где  $F_0$  — регулярная часть свободной энергии  $F$ , не зависящая от близости к критич. точке;  $V$  — объём. Представляя радиус корреляции  $r_C$  в виде степенной зависимости  $r_C \sim t^{-\nu}$ , получаем сингулярную часть теплоёмкости при пост. объёме:

$$C_V \sim (\partial^2 F/\partial T^2)_V \sim t^{3\nu-2} \sim t^{-\alpha}.$$

Отсюда следует соотношение между критич. показателями теплоёмкости и радиуса корреляции:  $2 - \alpha = 3\nu$ .

В критич. точке радиус корреляции становится бесконечно большим. Это означает, что любая часть вещества в точке перехода «чувствует» изменения, произошедшие в остальных частях. Наоборот, вдали от критич. точки флуктуации статистически независимы, и случайные изменения состояния в данной точке образца не сказываются на др. частях системы. Наглядным примером служит критич. опалесценция. В случае

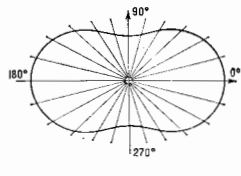


Рис. 7. Вверху — диаграмма направленности рассеяния света на независимых флуктуациях в жидкости; внизу — то же при рассеянии света на скоррелированных флуктуациях (при критической температуре).

рассеяния на независимых флуктуациях (т. н. рэлево-ское рассеяние) интенсивность рассеяния обратно пропорциональна 4-й степени длины волны света и имеет симметричное распределение в пространстве. При рассеянии же на скоррелиров. флуктуациях (т. н. критич. рассеяние) интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна квадрату длины волны и имеет вытянутую в сторону падающего света диаграмму направленности (рис. 7).

Гипотеза масштабной инвариантности позволяет установить универсальные соотношения и между др. критич. показателями, так что лишь два показателя являются независимыми. Соотношения между критич. показателями позволяют определять ур-ие состояния и вычислить затем реал. термодинамич. величины по сравнительно небольшому объёму экстрем. материала. Наб. распространение получила т. н. линеарная модель ур-ия состояния, содержащая лишь две неуниверсальные константы кроме критич. параметров вещества.

Численные значения критич. показателей были найдены методом *ренормализационной группы*. Оказалось, что они зависят от размерности пространства и от характера симметрии параметра порядка. Напр., если параметр порядка — скаляр (плотность, концентрация) или одномерный вектор (намагниченность аннотропного магнетика), то К. я. в таких системах входят в один и тот же класс универсальности, т. е. характеризуются одинаковыми критич. показателями.

**Динамическая масштабная инвариантность.** Гипотеза масштабной инвариантности была распространена на кинетику явления (длина  $\lambda$  с кейлинга). Предполагается, что вблизи критич. точки кроме характерного размера  $\tau_C$  существует также характерный временной масштаб  $\tau_C^{-1}$  — время релаксации критич. флуктуаций, растущее по мере приближения к точке перехода. На масштабах  $\sim \tau_C$  имеем:  $\tau_C = \tau_C^2/D$ , где  $D$  — кинетич. характеристика, имеющая разл. смысл для фазовых переходов разной природы. Для критич. точки жидкость — газ  $D$  — коэф. температуропроводности, а для твердого тела — коэф. взаимной диффузии и т. д. Для всех жидкостей и растворов  $D$  определяется ф-той Стокса — Эйнштейна:  $D \approx kT/6\eta V_C$ , где  $\eta$  — коэф. сдвиговой вязкости. Отсюда видно, что в критич. точке (при  $\tau_C \rightarrow \infty$ )  $D \rightarrow 0$ , а  $\tau_C \rightarrow \infty$ .

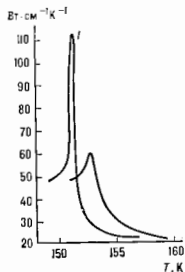


Рис. 8. Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  аргона в окрестности критической точки на изобарах:  $\lambda$  — функция температуры;  $I = 4,982$  МПа,  $II = 5,247$  МПа.

С уменьшением коэф.  $D$  и ростом  $\tau_C$  связаны аномальное сужение линии мол. рассеяния света и аномальное поглощение звука вблизи критич. точек жидкостей и растворов. Изменение темп-ры в звуковой волне приводит к отклонению ф-ции распределения флуктуаций от её равновесного значения. Релаксация ф-ции распределения к равновесному значению происходит по диффузионному механизму, т. е. является диссипативным процессом. При частоте звука, сравнимой с обратным временем релаксации  $\tau_C^{-1}$ , звук практически полностью затухает, пройдя расстояние, равное всего нескольким длинам волны.

Др. эксперим. фактами, к-рые объяснил динамик скейлинг, являются расходимости коэф. теплопроводности  $\lambda$  и сдвиговой вязкости  $\eta$  в критич. точках жидкостей (рис. 8):

$$\lambda \sim t^{-\varphi}, \quad \eta \sim t^{-\mu}.$$

Показатели  $\varphi$  и  $\mu$  связаны универсальным соотношением  $\varphi = \nu - \mu$ .

Метод ренормализац. группы приводит к следующему результату, к-рый согласуется с экспериментом: сдвиговая вязкость имеет слабую расходимость ( $\mu \approx 0,04$ ), теплопроводность — сильную ( $\varphi \approx 0,6$ ).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика, 3 изд., ч. 1, М., 1976; Физшер М., Природа критического состояния, пер. с англ., М., 1968; Паташ и Ински в А. З., Пивоваров В. В., Флуктуационная теория фазовых переходов, 2 изд., М., 1982; Ма Ш., Современная теория критических явлений, пер. с англ., М., 1980; Анисимов М. А., Критические явления в жидкостях и твердых кристаллах, М., 1987.

М. А. Анисимов, В. Л. Покровский.

**КРИТИЧЕСКИЙ ТОК** в сверхпроводниках — макс. величина постоянного электрич. тока, к-рый может протекать через сверхпроводник без диссипации энергии. Если ток превосходит критич. значение, то вещество сверхпроводника переходит полностью или частично в нормальное (несверхпроводящее) состояние и в образе возникает диссипация энергии, приводящая к его нагреву.

В массивном сверхпроводнике 1-го рода К. т.  $I_C$  — это такой ток, к-рый создает на поверхности образца критическое магнитное поле  $H_C$ . В цилиндрич. сверхпроводнике, напр.,  $I_C = (1/2)RCR_C$ , где  $R$  — радиус цилиндра. При токе  $I > I_C$  сверхпроводник 1-го рода переходит в промежуточное состояние, характеризующееся

чередованием нормальных и сверхпроводящих областей (доменной структурой).

В сверхпроводнике 2-го рода значение К. т. определяется возникновением в образе вихрей (несверхпроводящих вихревых нитей, при образовании к-рых сверхпроводник переходит в т. н. смешанное состояние). Вихревые нити начинают возникать при токе, создающем на границе образца критич. магн. поле  $H_{C1}$ . «Сердцевину» каждой вихревой нити образует квант магн. потока, в силу чего на вихри действует Лоренца сила со стороны протекающего тока, однако в реальных образцах вихревые нити закреплены на дефектах кристаллич. решётки и вблизи границ образца, так что при достаточно малом токе они находятся в равновесии (пиннинг вихревых нитей). При увеличении тока сила Лоренца возрастает и при токе, превышающем критич. значение (К. т. пиннинга), происходит срыв вихревых нитей. (При токе, равном критическому, осуществляется т. н. критич. состояние пиннинга.) Вихревые нити приходят в движение, в результате чего за счёт индукционного механизма в образе генерируется электрич. поле и возникает диссипация энергии (резистивное состояние сверхпроводника). Вещество образца при этом в осн. сохраняет сверхпроводящие свойства (сверхпроводимость подавлена только в сердцевине вихревых нитей).

Различают мягкие и жёсткие сверхпроводники 2-го рода. В мягких сверхпроводниках сила закрепления вихревых нитей мала и К. т. практически равен току, при к-ром на поверхности создается критич. магн. поле  $H_{C1}$ . В жёстких сверхпроводниках сила закрепления вихревых нитей велика, значение К. т. определяется срывом вихревых нитей и может быть весьма значительным. Макс. К. т. обладают т. н. ком-позитные сверхпроводники, в к-рых благодаря особой технологии создается микроструктура, максимально препятствующая движению вихревых нитей. В таких сверхпроводниках плотность К. т. может достигать  $10^8$ — $10^9$  А/см<sup>2</sup>. Жёсткие сверхпроводники находят широкое применение для изготовления сильных сверхпроводящих магнитов.

В тонких сверхпроводниках с поперечными размерами, меньшими глубины проникновения магн. поля, разрушение сверхпроводимости и возникновение диссипации происходит за счёт увеличения скорости сверхпроводящих электронов (куперовских пар) при увеличении тока. К. т. является током разрушения куперовских пар (см. Купера эффект). Магн. поле К. т. в тонких образцах мало, вещество сверхпроводника может перейти в нормальное состояние либо полностью, либо частично (резистивное состояние).

Понятие «К. т.» встречается также в Джозефсона эффекте.

Лит.: Сан-Жам Д., Сирма Г., Томас Е., Сверхпроводимость второго рода, пер. с англ., М., 1970; Кемпбелл А., Иветс Дж., Критические токи в сверхпроводниках, пер. с англ., М., 1975; Мини Р. Г., Ряхманов А. Л., Неустойчивости в сверхпроводниках, М., 1984.

Н. В. Коткин.

**КРИТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ** в сверхпроводниках — характерное значение напряжённости пост. магн. поля, превышение к-рого вызывает проникновение магн. поля с поверхности в глубь сверхпроводника на расстоянии  $L$ , превышающее глубину проникновения магн. поля  $\lambda$  (см. Мейснера эффект). К. м. п. зависит от темп-ры  $T$  и свойств материала сверхпроводника.

В сверхпроводниках 1-го рода проникновение поля происходит в результате фазового перехода 1-го рода, а К. м. п.  $H_C$  — это такой напряжённость магн. поля, при к-рой плотность магн. энергии равна разности плотностей свободных энергий  $F_n - F_s$  в нормальном (несверхпроводящем,  $F_n$ ) и в сверхпроводящем ( $F_s$ ) состояниях:  $H_C^2/8\pi = F_n - F_s$  (т. н. термодинамическое К. м. п.).

В зависимости от формы образца магн. поле может локально достигать на нек-рых участках поверхности образца значения  $H_C$  даже при напряжённости приложенного поля  $H < H_C$ . В интервале приложенных полей от этой величины до  $H_C$  образец будет находиться в промежуточном состоянии, т. е. в нём будут одновременно существовать сверхпроводящие и нормальные области (домены). Напр., диапазон существования промежуточного состояния для пара:  $(2/3)H_C < H < H_C$  для пластины в перпендикулярном магн. поле;  $0 < H < H_C$ . Значения  $H_C$  в сверхпроводящих металлах  $\sim 100$  Э (табл.).

Значения  $H_C$  при нулевой температуре (0К) для некоторых металлов (сверхпроводников 1-го рода)

Металл	Zn	Cd	Al	Ga	In	Sn	Pb
$H_C$ , Э	53	30	99	51	283	396	803

В сверхпроводниках 2-го рода различают три К. м. п.:  $H_{C1}$ ,  $H_{C2}$  и  $H_{C3}$  (рис.). При напряжённости, меньшей нижнего К. м. п.  $H_{C1}$ , магн. поле не проникает в сверхпроводник на глубину, превышающую  $\lambda$ . При  $H_{C1} < H < H_{C2}$  магн. поле проникает в сверхпроводник в виде т. п. вихревых нитей (вихрей сверхпроводящего тока), причём внутри вихря сверхпроводимость подавлена (т. п. с м е ш а н и е) с о с т о я н и е). Каждый вихрь несёт квант магн. потока (см. *Квантование магнитного потока*). При увеличении напряжённости магн. поля до верхнего К. м. п.  $H_{C2}$  концентрация вихревых нитей возрастает, при  $H = H_{C2}$  сверхпроводимость в объёме образца разрушается. Следы сверхпроводимости сохра-



Фазовая диаграмма для сверхпроводника 2-го рода, имеющего форму длинного цилиндра.  $H_C$  — термодинамическое критическое поле,  $T_c$  — критическая температура.

няются до напряжённости  $H = H_{C3}$  лишь вблизи поверхности образца до глубины порядка длины когерентности  $\xi$  волновой ф-ции сверхпроводящих электронов (поверхностная сверхпроводимость).

Верхнее К. м. п.  $H_{C2}$  представляет собой значение  $H$ , ниже к-рого нормальное состояние неустойчиво относительно возникновения малых зародышей сверхпроводящей фазы. Деление сверхпроводников на 1-й и 2-й род происходит в зависимости от отношения  $H_{C2}/H_{C1}$ . У сверхпроводников 2-го рода  $H_{C2} > H_{C1}$ . Обычно ниже К. м. п.  $H_{C1}$  заметно ниже  $H_C$ . В диапазоне  $H_{C1} < H < H_{C2}$  возникновение сверхпроводимости не может приводить к полному вытеснению магн. потока из образца, поскольку при полях  $H > H_{C1}$  сильный эффект Мейснера энергетически невыгоден. В сверхпроводниках 1-го рода  $H_{C2} < H_{C1}$  и при уменьшении поля сначала достигается К. м. п.  $H_C$ , происходит фазовый переход 1-го рода и реализуется полный эффект Мейснера.

К. м. п. для сверхпроводников 2-го рода (обычно сплавов) сильно зависят от их хим. состава. Для сплавов  $H_{C1} \sim 100$  Э,  $H_{C2}$  может достигать  $\sim 10^3$  Э и более. Напр., для  $V_3Ga$  при  $T=0$  К значение  $H_{C1} = 200$  Э,  $H_{C2} = 3 \cdot 10^3$  Э (в этом веществе  $H_C = 6 \cdot 10^3$  Э). У оксидных высокотемпературных сверхпроводников (сверхпроводников 2-го рода) наблюдается высокая анизотропия К. м. п. и критического тока.

В образцах малых размеров (тонких плёнках, нолосках и т. п. с поперечными размерами, сравнимыми с  $\lambda$ ) возникновение и разрушение сверхпроводимости в магн. поле непосредственно не связано с величиной термодинамич. К. м. п., а в зависимости от поперечных

размеров образца может осуществляться путём фазового перехода как 1-го, так и 2-го рода.

Лит.: Де Жейн П., Сверхпроводимость металлов и сплавов, пер. с англ., М., 1968. Н. В. Копкин. **КРОНЕКЕРА СИМВОЛ** — простейший тензор 2-го ранга в  $n$ -мерном пространстве, определяемый во всех системах координат равенствами

$$\delta_j^i = \begin{cases} 1, & \text{если } i=j; \quad i, j=1, 2, \dots, n, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

К. с. введён Л. Кронекером (L. Kronecker) в 1866. Упомянуты также о б о б щ ё н н ы й К р о н е к е р а с м и м о л д, тензор более высокого ранга, компоненты к-рого связаны с *Левы-Числоти симолом*

$$\delta_{i_1 \dots i_p}^{j_1 \dots j_p} = \varepsilon_{i_1 \dots i_p} \varepsilon^{j_1 \dots j_p} \quad \text{при } i, i_1 \dots i_p, j_1 \dots j_p \leq n.$$

Числа  $\delta_{i_1 \dots i_p}^{j_1 \dots j_p}$  равны +1 (или -1), если все индексы в

строке различны и строка индексов  $i_1, i_2, \dots, i_p$  — чётная (нечётная) перестановка строки индексов  $j_1, \dots, j_p$ , и нулю — во всех остальных случаях. Все К. с. ранга  $2p > 2n$  равны 0.

Лит.: С и н г Д ж., Общая теория относительности, пер. с англ., М., 1963. С. В. Мильков.

**КРОНИГА — ПЕННИ МОДЕЛЬ** — одномерная, точно решаемая модель движения электронов в периодич. поле, иллюстрирующая природу зонной структуры энергетич. зон в кристалле (см. *Зонная теория*). Предложена Р. Кронигом (R. Kronig) и У. Дж. Пенни (W.G. Penney) в 1931. В К.—П. м. потенциал  $V(x)$ , создавае-

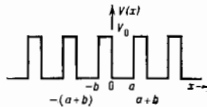


Рис. 1. Одномерный периодический потенциал  $V(x)$  в модели Кронига.

мый кристаллом, решёткой, аппроксимируется периодич. последовательностью прямоугольных потенциал. ам глубиной  $V_0$  и шириной  $a$ , разделённых волоч. барьерами шириной  $b$ , так что постоянная решётки равна  $a+b$  (рис. 1). Решение ур-ния Шрёдингера с потенциалом  $V(x)$  имеет вид плоской волны, модулированной с периодом решётки:

$$\Psi = u_k(x) \exp(ikx), \quad (1)$$

где  $u_k(x)$  — периодич. ф-ция с периодом  $a+b$  (см. *Блоховские электроны*). Из условия непрерывности ф-ции  $u_k(x)$  и её производной на границах ям ( $x=0$  и

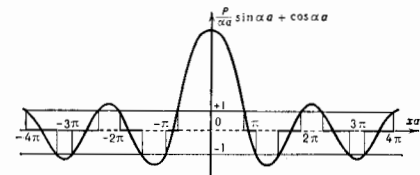


Рис. 2.

$x=a$ ) получается дисперсионное ур-ние, связывающее энергию  $\mathcal{E}$  электрона с его волновым вектором  $k$ :

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\beta\alpha} \operatorname{sh} \beta b \sin \alpha a + \operatorname{ch} \beta b \cos \alpha a = \cos k(a+b), \quad (2)$$

где  $\alpha = (2m\mathcal{E}/\hbar^2)^{1/2}$ ,  $\beta = [2m(V_0 - \mathcal{E})/\hbar^2]^{1/2}$ ,  $m$  — масса электрона.

Ур-ние (2) упрощается, когда  $V(x)$  — периодич. последовательность дельта-функций (для этого нужно

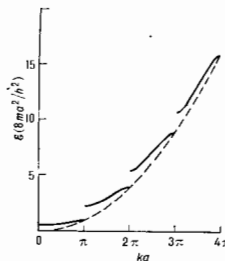


перейти к пределу  $b \rightarrow 0$ ,  $V_0 \rightarrow \infty$  так, чтобы произведение  $V_0 b$  оставалось постоянным):

$$P \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos ka, \quad (3)$$

где  $P = mV_0 ab / \hbar^2$ .

Т. к.  $\cos ka$  можно принимать значения только в интервале от  $-1$  до  $+1$ , величина  $\alpha a$  при заданном  $P$  может принимать лишь те значения, при которых левая часть (3) не выходит из этого интервала (рис. 2). Границам допустимых значений  $\alpha a$  соответствуют значения  $k = n\pi/a$  ( $n=1, 2, \dots$ ). Отсюда следует, что энергия  $\mathcal{E}$  электрона не может принимать любое значение; энергетич. спектр разбивается на ряд полос энергии (разрешённых зон), разделённых запрещёнными зонами, ширина которых при больших  $n$  порядка  $2P/n\pi$  (рис. 3).



При  $P \rightarrow 0$  запрещённые области исчезают (электрон становится свободным); при  $P \rightarrow \infty$  разрешённые интервалы значений  $\alpha a$  вырождаются в точки  $n\pi$  и энергетич. спектр становится

Рис. 3. Зависимость энергии от волнового числа для потенциала Кронига—Пенни при  $P \rightarrow 3/2$ .

дискретным. Собств. значения энергии в этом случае ( $\mathcal{E} = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 2ma^2$ ) соответствуют электрону в бесконечно глубокой ямке, имеющей а. к. — П. м. и позволяющей вычислить также волновую функцию электрона.

Лит.: К. Голд и К. де Л., Реперью W. G., Quantum mechanics of electrons in crystal lattices, Proc. Roy. Soc. London, 1931, v. 130A, p. 499; Ветте Г., Зоммерфельд А., Электронная теория металлов, пер. с нем., Л., 1938; Кирталь Ч., Введение в физику твердого тела, (пер. с англ.), 2 изд., М., 1963.

**КРОССИММЕТРИЯ** — то же, что *перекрёстная симметрия*.

**КРУГОВОЙ ДИХРОИЗМ** (циркулярный дихроизм) — один из эффектов *оптической анизотропии*, проявляющийся в различии коэф. поглощения света, поляризованного по правому и левому кругу. Открыт Э. Коттоном (A. Cotton) в 1914. К. д. обнаруживают оптически активные вещества (см. *Оптическая активность*), анизотропия которых обусловлена их молекулярной или кристаллич. структурой, а также магнитные среды (см. *Магнетическая*). Количественной мерой К. д. служит разность коэф. поглощения на единицу длины среды и на единицу концентрации оптически активной компоненты. К. д. по величине обычно не превосходит нескольких процентов от значения коэф. поглощения в неполяризован. свете и поэтому в отличие от линейного дихроизма не используется для изготовления поляризаторов (см. *Поляризатор*). Линейно поляризованный свет, проходя через циркулярно-дихроичную среду, превращается в эллиптически поляризованный. Подробнее см. ст. *Дихроизм*.

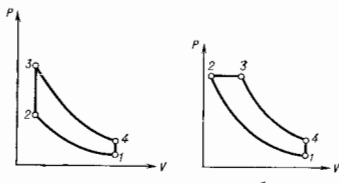
**КРУГОВОЙ ПРОЦЕСС** (цикл термодинамический) — термодинамич. процесс, при котором все термодинамич. параметры (и термодинамич. функции) возвращаются к своим нач. значениям. Если термодинамич. состояние определяется двумя параметрами (напр., давлением  $P$  и объёмом  $V$ ), К. п. изображается в виде замкнутой кривой (цикла) на плоскости, координатами которой служат термодинамич. параметры (напр.,  $P$  и  $V$ ).

Из *первого начала термодинамики* следует, что работа, производимая системой при К. п., равна алгебраич. сумме кол-в теплоты, получаемой и отдаваемой системой на каждом участке К. п. В результате прямого К. п. теплота превращается в работу, а в обратном К. п.

работа затрачивается на перенос теплоты от менее нагретых тел к более нагретым. К. п. наз. обратимым, если при прямом и обратном процессах система проходит через те же состояния. Для этого К. п. должен совершаться квазистатически, т. е. все его промежуточные состояния должны быть очень близки к равновесным состояниям.

Максимальным кид обладает идеальная машина, работающая по обратному К. п., состоящему из двух изотерм и двух адиабат (*Карно цикл*). Его кид зависит только от темп-р нагревателя и холодильника  $T_1$ ,  $T_2$  и равен  $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$  (*Карно теорема*).

*Второе начало термодинамики* впервые было установлено с помощью анализа К. п. и кид тепловых двига-



Теоретический цикл поршневого двигателя: а — цикл Отто; б — цикл Дизеля.

телей. К. п. были использованы для построения термодинамич. *температурной шкалы*, не зависящей от свойств рабочего тела. На основе К. п. теоретически изучены рабочие процессы разл. преобразователей энергии (паросовальных и газотурбинных установок, двигателей внутр. сгорания, холодильников, тепловых насосов и т. д.). Для наиб. эффективной их работы необходимо, чтобы их циклы были близки к идеальному циклу Карно, а потери на неадекватность были бы минимальными. Теплоту, выделяемую при переходе рабочего тела от  $T_2$  к  $T_1$ , можно использовать для нагрева рабочего тела от  $T_2$  до  $T_1$  на противоположном участке цикла (регенерация тепла). Цикл Карно с полной регенерацией тепла наз. о б о б щ ё н н ы м ц и к л о м К а р н о.

На рис. (а) изображён цикл поршневого двигателя внутр. сгорания с подводом теплоты при пост. объёме (цикл Отто). Рабочим телом является смесь воздуха и горючих газов или паров жидкого топлива (на нач. участках) или газообразные продукты сгорания (на др. участках). Участок 1—2 — адиабатич. сжатие рабочего тела, 2—3 — изохорич. подвод теплоты, 3—4 — адиабатич. расширение. Если считать рабочее тело идеальным газом, то термич. кид такого цикла равен

$$\eta_T = 1 - \epsilon^{-1-\gamma},$$

где  $\gamma$  — отношение теплоёмкостей при пост. давлении и пост. объёме,  $\epsilon = V_2/V_1$  — степень сжатия,  $V_1$  — макс. объём,  $V_2$  — мин. объём.

Цикл поршневого двигателя с подводом теплоты при пост. давлении (цикл Дизеля) изображён на рис. (б). В этом случае термич. кид помимо  $\epsilon$  зависит от степени предварит. расширения  $\rho = V_3/V_2$ :

$$\eta_T = 1 - \frac{\rho^{\gamma-1}}{\gamma(\rho-1)\epsilon^{\gamma-1}}.$$

Цикл, состоящий из двух адиабат с подводом и отводом теплоты при пост. давлении, наз. циклом Д ж б о у л я, его термич. кид равен

$$\eta_T = 1 - (P_1/P_2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad P_1 > P_2.$$

Лит.: Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлян А. Е., Техническая термодинамика, 4 изд., М., 1983; Крото Р., Термодинамика, пер. с англ., М., 1979, с. 97; Новиков Н. И., Термодинамика, М., 1984. Д. И. Зубарев.

**КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ВСЕЛЕННОЙ** — термин, введённый для обозначения строения Вселенной в масштабах от неск. Мпк до неск. сотен Мпк (в первую очередь пространственного распределения *галактик*, их скоплений и сверхскоплений; рис.).

Изучение пространственного распределения галактик — трёхмерного крупномасштабного строения Вселенной — стало возможным благодаря совр. достижениям внегалактич. астрономии в массовом определении расстояний до далёких галактик. В осн. методе оценки расстояний до очень далёких объектов (галактик и их скоплений) используются измерение скорости удаления галактики (по *Доплера эффекту*) и *Хаббла закон*  $v = H_0 r$ , где  $v$  — скорость галактики вдоль луча зрения,  $r$  — расстояние до галактики,  $H_0$  — постоянная Хаббла. Совр. астр. измерения  $H_0$  дают значения от 50 до 100 км/(с·Мпк). Для учёта неопределённости значения  $H_0$  вводят безразмерный параметр  $h$ , так что  $H_0 = 100h$  км/(с·Мпк). Этот метод определения расстояний до галактик обладает принципиальными недостатками: 1) абс. значения расстояний содержит неопределённый множитель  $h^{-1}$ ; 2) отклонения в движении галактик от закона Хаббла, связанные с существованием неоднородностей, вносит искажения в оценку расстояний. Первая погрешность влияет лишь на общий масштаб К. с. В.; не искажая её пропорций, вторая — приводит к некой деформации структуры, наиб. ярко проявляясь в видимом растяжении богатых скоплений галактик вдоль луча зрения, тем больше, чем выше скорости галактик, находящихся в гравитат. поле скопления.

Среди скоплений галактик особый класс составляют т. н. *бюгет*, или *эллипсоидные скопления*, названные в честь Дж. Эйбелла (G. O. Abell), составившего их первый каталог. Они имеют размеры в неск. Мпк и представляют собой наиб. плотные сгущения галактик во Вселенной. В центр. областях наиб. компактных скоплений концентрация галактик превосходит  $10^3 \text{ Мпк}^{-3}$ , что превышает ср. концентрацию галактик во Вселенной более чем в  $10^4$  раз. Известно ок. 3000 богатых скоплений галактик.

Сверхскопления галактик имеют большие размеры (20–100  $h^{-1}$  Мпк), но концентрация галактик в них существенно меньше. Они, как правило, сильно анизотропны (отношение осей до 1 : 10), состоят из неск. богатых скоплений, соединённых перемычками из отд. галактик. Выделено около десятка сверхскоплений, среди к-рых есть сплюснутые, как Местное сверхскопление, в к-ром расположена наша *Галактика*, и вытянутые, как сверхскопление в созвездиях Персея — Рыб. Сверхскопления не обладают чёткими границами, они непрерывно переходят одно в другое, образуя единую связанную структуру, к-рую наз. сетчатой или ячеистой. Между сверхскоплениями обнаружены гигантские «чёрные области», достигающие 100  $h^{-1}$  Мпк в поперечнике, в к-рых галактики практически отсутствуют. В масштабах, превышающих неск. сотен Мпк, Вселенная практически однородна.

Для статистич. оценки однородностей распределения галактик в разных масштабах используют коррелиц. ф-ции, из к-рых наиб. распространение получила двухточечная коррелиц. ф-ция  $\xi_g(r)$ , определяемая соотношением

$$dP = \bar{n}_g [1 + \xi_g(r)] dV,$$

где  $dP$  — вероятность найти галактику в малом объёме  $dV$  на расстоянии  $r$  от выбранной наугад др. галактики,  $\bar{n}_g$  — средняя пространственная концентрация галактик. Ф-ция  $\xi_g(r)$ , построенная на основе данных о пространственном распределении неск. тысяч ближайших галактик, имеет примерно стеной вид  $\xi_g(r) \approx (r/5 h^{-1} \text{ Мпк})^{-1.8}$  в диапазоне от  $\approx 0,1 h^{-1}$  Мпк до  $\approx 10 h^{-1}$  Мпк; в больших масштабах  $\xi_g$  определяется надёжно из-за отн. возрастания ошибок.

Другая коррелиц. ф-ция  $\xi_g(r)$ , рассчитанная по распределению примерно подтора сотен ближайших бо-

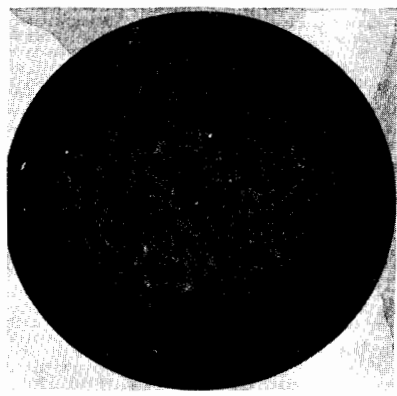
гатых скоплений галактик, тоже имеет примерно стеной вид в диапазоне расстояний от  $\approx 2,5 h^{-1}$  Мпк до 50  $h^{-1}$  Мпк:  $\xi_g(r) \approx (r/25 h^{-1} \text{ Мпк})^{-1.8}$ . Коррелиц. анализ показывает, что во Вселенной существует закономерность (определ. масштаба) в распределении галактик и, что существенно, в распределении скоплений галактик также существует свой масштаб.

Изучение вращения спиральных галактик, распределения скоростей галактик в скоплениях и сверхскоплениях показало, что большая часть (возможно до 90%) полной массы Вселенной невидима и обнаруживается лишь по гравитат. воздействию на наблюдаемые объекты. Это — т. н. *скрытая масса* Вселенной. Оставшаяся доля массы ( $\approx 10\%$ ) приходится на массу барионов (нуклонов), из к-рых состоит вещество звёзд. Носителями скрытой массы могут быть слабовазимодействующие частицы, обладающие отличной от нуля массой (вероятные кандидаты — *нейтрино*, *фотоино* и т. п.).

Теория образования К. с. В. основывается на привлечении к-н. механизма усиления первичных (космологических) неоднородностей плотности вещества Вселенной (см. *Адиабатические флуктуации*), наиб. вероятным из к-рых является гравитационная неустойчивость. Среди др. механизмов рассматривается также взрывной процесс — воздействие на вещество Вселенной взрывов большого числа *сверхновых звёзд* первого поколения.

Гравитат. неустойчивость на стадии образования К. с. В. может проявляться в разл. формах в зависимости от вида спектра малых неоднородностей плотности, характерного для предшествующей стадии. В одном крайнем случае гравитат. неустойчивость приводит к иерархич. скучиванию вещества, в другом — к его фрагментации.

Процесс иерархич. скучивания протекает в том случае, если нач. возмущения плотности имеют сравнимые амплитуды как в масштабах сверхскоплений (для масс  $M \sim 10^{18} M_\odot$ ), так и в масштабах галактик ( $M \sim 10^{11} M_\odot$ ) и, возможно, в ещё меньших масштабах — вплоть до  $10^9 M_\odot$  (здесь  $M_\odot$  — масса Солнца). В этом случае первыми возникают наим. массивные объекты.



Распределение галактик в северной галактической небе (по Э. Гроту, П. Ниблю и др.), полученное с помощью компьютера. Окружность — галактический экватор, с которым совпадает плоскость Галактики. При приближении к экватору видима плотность галактик падает, что связано с возрастанием непрозрачности диска Галактики.

Под действием сил взаимного притяжения они сближаются и последовательно образуют всё более крупные объекты вплоть до сверхсколлений галактик (аскаляции масштабов).

Процесс фрагментации возможен, если на к.-л. причём в скорте нач. возмущений диссипируют неоднородности в масштабах менее  $10^{18} M_{\odot}$ , как это, напр., имеет место в модели нейтрино Вселенной, в к-рой осн. масса приходится на космологию. нейтрино (предполагается, что нейтрино имеют массу  $\sim 10-100$  эВ). В модели фрагментации первыми возникают сгущения вещества с  $M \sim 10^{15} M_{\odot}$ , причём они имеют характерную форму «близов» — сильно сжатых газовых облаков повышенной плотности. С течением времени «близов» разрастаются и смыкаются друг с другом, образуя связную ячеистую структуру. Образование галактик в этой модели связано с дроблением (фрагментацией) «близов» на части.

Если осн. доля массы Вселенной приходится на слабо взаимодействующие релятивистские частицы (нейтрино или др.), то ведущим фактором в образовании К. с. В. является рост возмущений в распределении этих частиц. К. сгусткам газа релятивистских частиц под действием сил тяготения подтягивалось обычное вещество (барьоны). Как в иерархич. модели, так и в модели фрагментации предполагается, что галактики образовались из неоднородностей барьонной компоненты и осн. роль при этом играли газодинамич. и тепловые процессы.

Наблюдая К. с. В. не получила исчерывающего объяснения ни в одной из предложенных теорий, хотя качественно лучше согласуется с картиной фрагментации, естественно объясняющей анизотропию и связанность сверхсколлений, а также существование «чёрных областей». Возможно, что в природе осуществлялся нек-рый промежуточный вариант.

Тесная связь процесса образования К. с. В. с типом элементарных частиц, доминирующих в ср. плотности Вселенной в эпоху образования К. с. В., позволяет использовать изучение К. с. В. для исследования ряда физ. свойств этих частиц, пока не осуществимых в совр. лабораториях. Так, космологию, данные ограничивают массу всех типов стабильных нейтрино и антинейтрино величиной  $\Sigma m_{\nu} < 100$  эВ.

Лит.: Шандарин С. Ф., Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Крупномасштабная структура Вселенной, «УФН», 1983, т. 139, с. 83; Пиблс Ф. Дж. Э., Структура Вселенной в больших масштабах, пер. с англ., М., 1985; О'Гилл Т. Н., Superclusters, «Ann. Rev. Astron. Astrophys.», 1983, в. 21, р. 373.

**КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ** — механич. колебания, при к-рых упругие элементы испытывают деформацию сдвига. Имеют место в разл. машинах с вращающимися валами: в поршневых двигателях, турбинах, генераторах, редукторах, трансмиссиях транспортных машин.

К. к. возникает в результате неравномерности периодич. момента как движущих сил, так и сил сопротивления. Неравномерность крутящего момента вызывает неравномерность изменения угловой скорости вала, т. е. то ускорение, то замедление вращения. Обычно вал представляет собой чередование участков с малой массой и упругой податливостью с более жёсткими участками, на к-рых закреплены значит. массы. В каждом сечении вала будет своя степень неравномерности вращения, поскольку в одинаковой промежуток времени массы проходят разные углы и, следовательно, движутся с разными скоростями, что создаёт перемещенное кручение вала и динамич. знакопеременные напряжения, гл. обр. касательные.

При совпадении частот совств. колебаний системы с частотой периодич. крутящего момента движущих сил и сил сопротивления возникает резонансное колебание. В этом случае повышается уровень динамич. перемещений напряжений; возрастает акустич. шум, излучаемый работающей машиной. Динамич. знакопере-

менные напряжения при неравномерно выбранных (заниженных) размерах вала, недостаточной прочности его материала и возникновении резонанса могут превысить предел выносливости, что приведёт к усталости материала вала и его разрушению.

При расчёте К. к. валов машин часто пользуются расчётной схемой с двумя дисками, соединёнными упругим стержнем, работающим на кручение. В этом случае совств. частота

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C(I_1 - I_2)}{I_1 I_2}},$$

где  $I_1$  — момент инерции 1-го диска,  $I_2$  — момент инерции 2-го диска,  $C$  — крутильная жёсткость стержня. Для круглого стержня диаметром  $d$  и длиной  $l$   $C = \pi d^4 G / 32 l$ , где  $G$  — модуль сдвига. Более сложные расчётные схемы содержат большее число дисков, соединённых стержнями и образующих последоват. цепи, а иногда — разветвлённые и кольцевые цепи. Расчёт совств. частот форм и вынужденных К. к. на этих расчётных схемах производится на ЭВМ.

Др. примером К. к. является крутильный маятник, к-рый представляет собой диск, закреплённый на одном конце стержня, работающего на кручение и жёстко заделанного др. концом. Совств. частота такого маятника  $f = (1/2\pi) \sqrt{C/I}$ , где  $I$  — момент инерции диска. Приборы с использованием крутильного маятника применяют для определения модуля упругости при сдвиге, коэф. внутр. трения твёрдых материалов при сдвиге, коэф. вязкости жидкостей.

К. к. возникает в разнообразных упругих системах; в нек-рых случаях возможны совместные колебания с разл. видами деформации элементов системы, напр. погибно-крутильные колебания. Так, при определ. условиях полёта под действием аэродинамич. сил иногда возникает самовозбуждающееся изгибно-крутильные колебания крыла самолёта (т. н. флаттер), к-рые могут вызвать разрушение крыла.

Лит.: Ден-Гартог Д. П., Механические колебания, пер. с англ., М., 1960; Маслов Г. С., Расчёты колебаний валов, Сирачинский, 2 изд., М., 1980; Вибрации в технике. Справочник, под ред. В. В. Болотина, т. 1, М., 1978; Силловые передачи транспортных машин, Л., 1982.

**КРУЧЕНИЕ** — деформация стержня, вала и др., характеризующаяся взаимным поворотом поперечных сечений друг относительно друга вокруг центр. осн стержня под действием крутящих моментов (нар сил), приложенных к его концам. К. пластично и оболочек возникает под действием моментов внутри касат. сил, появляющихся при их деформации.

Задача о К. круглых стержней (валов) решается в предположении, что все поперечные сечения стержня в процессе деформации остаются плоскими, расстояния между поперечными сечениями не изменяются, а радиусы, проведённые в них, остаются прямыми. В результате действия крутящихся моментов два поперечных сечения стержня на расстоянии  $l$  поворачиваются на угол  $\varphi$  (рис. 1), наз. углом закручивания. Угол закручивания, приходящийся на единицу длины стержня, наз. относит. углом закручивания  $\theta$ . В круглых стержнях имеет место свободное (нестесненное), или чистое, К., при к-ром возникает только касат. напряжения. Относит. угол закручивания и касат. напряжения при чистом К. в упругой стадии работы материала стержня определяются по ф-лам

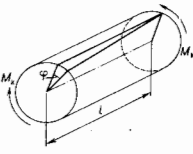


Рис. 1. Кручение круглого вала.

где  $M_K$  — крутящий момент, равный сумме крутящих

моментов всех внеш. сил, действующих в рассматриваемом поперечном сечении на условно отсечённую часть стержня;  $G$  — модуль упругости при сдвиге;  $\rho$  — расстояние от оси стержня до рассматриваемой точки поперечного сечения;  $I_K$  и  $W_K$  — момент инерции и момент сопротивления при К., равные для круглого сечения полярному моменту инерции  $I_p = \pi r^4/2$  и полярному моменту сопротивления  $W_p = \pi r^3/2$ . Для прямоугол. сечения  $I_K = ab^3/3$ ,  $W_K = \beta b^2/6$ , где  $h$  и  $b$  — большая и меньшая стороны сечения;  $\alpha$  и  $\beta$  — коэф., зависящие от отношения  $h/b$ . Для квадратного сечения  $\alpha = 0,14$ ,  $\beta = 2,2$ , при  $h/b \geq 10$   $\alpha = \beta \approx 0,33$ . В открытых тонкостенных сечениях (уголок, швеллер, двутавр) момент инерции при К. может приближённо определяться как сумма моментов инерции составляющих их пластин:  $I_K = \sum \eta (h_i b_i^3/3)$ , где  $\eta$  — коэф., принимаемый равным 1 для уголков, 1,12 — для швеллеров и 1,2 — для двутавров.

В стержнях некруглого поперечного сечения К. может быть как истенённым (чистым), так и стеснённым (изгибным). Истенённое К. стержня возможно при условии, что во всех его поперечных сечениях может быть свободная деформация (искажение любой формы поперечного сечения); при этом касат. напряжения во всех сечениях будут одинаковыми, а нормальные напряжения — отсутствовать. В отличие от стержней круглого поперечного сечения, в к-рых касат. напряжения (рис. 2, а) имеют макс. значение во всех точках контура, в стержнях прямоугол. сечения макс. касат.

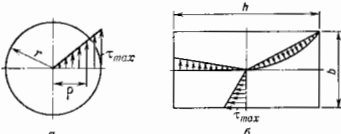


Рис. 2. Распределение касательных напряжений в упругой стадии работы материала стержня: а — круглого сечения; б — прямоугольного сечения.

напряжения возникают в середине длинной стороны (рис. 2, б) и определяются по ф-ле  $\tau_{\max} = M_K \beta h b^2$ . Стеснённое (изгибное) К. возможно в тех случаях, когда по условиям закрепления или загрузки стержня свободная деформация сечений становится невозможной; при этом возникают доп. нормальные и касательные (секториальные) напряжения.

В упругопластич. стадии касат. напряжения при К., соответствующие пределу текучести материала  $\tau_T$ ,

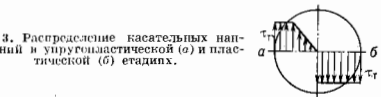


Рис. 3. Распределение касательных напряжений в упругопластической (а) и пластической (б) стадиях.

появляются на поверхности вала (рис. 3, а) и распространяются в сторону его оси. Считают, что в предельном состоянии пластич. деформации распространяются до оси (рис. 3, б) и при этом не происходит упрочнения материала. Величины предельных крутящих моментов для стержня круглого сечения определяются по ф-ле  $M_{\text{кр}} = \tau_T I_p$ , для стержня прямоугольного сечения  $M_{\text{кр}} = \tau_T (3h - b)b^2/6$ .

Деформации К. играют существен. роль в работе конструкций и, как правило, являются одной из причин потери устойчивости элементов конструкций.

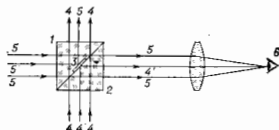
Лит.: Беляев Н. М., Сопротивление материалов, 15 выд., М., 1976; Власов В. З., Тонкостенные упругие стержни, 2 изд., М., 1959; Тимошенко С. П., Гудьер Д. Ж., Теория упругости, пер. с англ., М., 1975.

Л. В. Косыбин.

**КСЕНО́Н** (Xenon), Хе, — хим. элемент VIII группы периодич. системы элементов, инертный газ. Ат. номер 54, ат. масса 131,30. Природный К. состоит из 9 стабильных изотопов:  $^{124}\text{Xe}$  (0,10%),  $^{128}\text{Xe}$  (0,09%),  $^{129}\text{Xe}$  (1,91%),  $^{130}\text{Xe}$  (26,4%),  $^{136}\text{Xe}$  (4,1%),  $^{131}\text{Xe}$  (21,2%),  $^{132}\text{Xe}$  (26,9%),  $^{134}\text{Xe}$  (10,4%),  $^{136}\text{Xe}$  (8,9%). Электронная конфигурация внеш. оболочек  $5s^2 p^6$ . Энергии ионизации: 12,130; 21,25; 32,1 эВ. Радиус атома Хе 0,218 нм. При темп-ре — 0 °С и нормальном давлении плотн. 5,851 кг/м<sup>3</sup>,  $t_{\text{пл}} = -111,85$  °С,  $t_{\text{кип}} = -108,12$  °С. Плотность жидкого К. ок. 3 кг/дм<sup>3</sup> (при  $t_{\text{кип}}$ ), твёрдого — 3,4 кг/дм<sup>3</sup> (при —140 °С). Телота плавления 2,296 кДж/моль, теплота испарения 12,6 кДж/моль. Твёрдый К. обладает кубич. кристаллич. решёткой с постоянной  $a = 0,625$  нм (при —185 °С). Критич. темп-ра 16,59 °С, критич. давление 5,89 МПа, критич. плотность 1,155 кг/м<sup>3</sup>. Тройная точка:  $t = 161,36$  К,  $p = 81,4$  кПа, плотность твёрдой фазы 3,540 кг/дм<sup>3</sup>, жидкой — 3,076 кг/дм<sup>3</sup>. При 25 °С в 1 л воды растворяется 119 мл Хе. Химически мало активен.

К. применяют для наполнения газоразрядных ламп. Способность Хе хорошо поглощать рентг. излучение используют в медицине. В качестве радиоакт. индикатора наиб. удобен искусственный  $^{133}\text{Xe}$  ( $\beta$ -радиоактивен,  $T_{1/2} = 5,245$  сут).

**КУБИК ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ** — устройство для сравнения интенсивностей двух световых потоков; представляет собой две прямоугольные стеклянные призмы 1 и 2 (рис.), сложенные гипотенузными гранями.



На большей части своей поверхности эти грани находятся в оптическом контакте друг с другом, и лучи света 4' и 5' проходят через К. ф., не изменив направления. На участке 3 стеклянные грани разделены прослойкой воздуха, вследствие чего лучи 4' и 5', падающие на этот участок, испытывают полное внутреннее отражение. Наблюдатель В видит два смежных световых поля (одно, создаваемое потоком лучей 5, второе — лучами 4') и сравнивает их яркости. К. ф. применяется в визуальных фотометрах и колориметрах.

**КУБО ФОРМУЛЫ** — выражают линейную реакцию статистической системы на мерное внешнее возмущение. К. ф. позволяют выразить кинетические коэффициенты через равновесные временные корреляционные функции потоков. Установлены Р. Кубо (R. Kubo) в 1957.

При выводе К. ф. предполагается, что система описывается статич. оператором (матрицей плотности)  $\rho$ , удовлетворяющим кантовому Лиувиллю уравнению,  $i\hbar \rho \partial_t = [H + H_1, \rho]$ , и при  $t = -\infty$  находится в состоянии статич. равновесия, к-рому соответствует равновесный статич. оператор  $\rho_0$  канонич. или большого канонич. ансамбля Гиббса. Под влиянием адiabатич. включения внеш. поля (механич. возмущения), к-рому соответствует возмущение  $H_1$ , ср. значение динямыч. мерной  $A$  к моменту времени  $t$  в линейном по  $H_1$  приближении принимает значение

$$\langle A \rangle^t = \langle A \rangle_0 + \int_{-\infty}^t (i/\hbar) \langle [A(t), H_1(t')] \rangle_0 dt',$$

$$A(t) = \exp(iHt/\hbar) A \exp(-iHt/\hbar)$$

— оператор в представлении Гейзенберга,  $\langle \dots \rangle_0$  — усреднение с равновесным статич. оператором К. ф.

можно представить через запаздывающие двухвременные Грина функции

$$\langle A \rangle = \langle A \rangle_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \langle \langle A(t) | \Pi | \Pi' \rangle \rangle (t') dt'$$

В перем. элктрич. поле с частотой  $\omega$  получаем К. ф. для тензора электропроводности:

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\omega) = \int_0^{\beta} d\lambda \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t - \epsilon t} \langle I_{\gamma} I_{\alpha}(t + i\hbar\lambda) \rangle_0 dt,$$

$\beta = 1/kT$ ,  $I_{\alpha}$  — оператор элктрич. тока,  $\epsilon \rightarrow +0$ .

В перем. магн. поле получаем К. ф. для тензора магн. восприимчивости:

$$\chi_{\alpha\gamma}(\omega) = \int_0^{\beta} d\lambda \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t - \epsilon t} \langle \dot{M}_{\gamma} M_{\alpha}(t + i\hbar\lambda) \rangle_0 dt,$$

$M_{\alpha}$  — оператор  $\alpha$ -компоненты полного магн. момента.

В перем. эл.-магн. поле с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k$  получаем К. ф. для диэлектрич. восприимчивости как ф-ции от  $k$ ,  $\omega$ :

$$\epsilon^{-1}(k, \omega) = 1 + 4\pi k^{-2} \langle \langle \rho_k \rho - \rho \rangle \rangle_{\omega},$$

$\rho_k$  — фурье-компоненты оператора плотности заряда,  $\langle \dots \rangle_{\omega}$  — фурье-компоненты запаздывающей двухвременной ф-ции Грина. Неравновесные процессы, к-рые не являются результатом действия внеш. полей, а вызваны термодинамич. неоднородностями в системе (термич. возмущениями), как, напр., вязкость, теплопроводность, диффузия, требуют более радикального изменения описания неравновесного состояния (см. Грина — Кубо формулы). Д. Н. Зуберев.

**КУЛОН (Кл, С) — 1** единица СИ кол-ва электрич. заряда (элктрич. заряда), равная кол-ву элктрич. заряда, протекающего через поперечное сечение в 1 с при наст. токе 1 А. Назв. в честь Ш. О. Кулона (Ch. A. Coulomb). 1 Кл = 0,4 ед. СГСМ  $\approx 3 \cdot 10^9$  ед. СГСЭ. 2) Единица потока элктрич. смещения (поток элктрич. индукции) СИ. 4 Кл = 0,4 ед. СГСМ  $\approx 4\pi 3 \cdot 10^9$  ед. СГСЭ.

**КУЛОНА ЗАКОН** — один из осн. законов электростатики, определяющий величину и направление силы взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами. Экспериментально с достаточной точностью впервые доказан около 1773 Г. Кавендишем (H. Cavendish), использовавшим метод сферы. конденсатора: отсутствие поля внутри заряд. сферы доказывает, что сила эл.-статич. взаимодействия меняется обратно пропорционально квадрату расстояния; однако результаты Кавендиша не были опубликованы. В 1785 закон был установлен Ш. О. Кулоном (Ch. A. Coulomb) с помощью спец. крутильных весов. Согласно К. з., два точечных заряда взаимодействуют друг с другом в вакууме с силой, пропорциональной произведению величин зарядов  $e_1$  и  $e_2$  и обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними:  $F = k e_1 e_2 / r^2$ , где  $k$  — коэф. пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерений. В Гаусса системе единиц  $k=1$ , и СИ  $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ ,  $\epsilon_0$  — электрич. постоянная. Сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды, причём одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Силы, определяемые К. з., подчиняются принципу суперпозиции. В однородном диэлектрике сила взаимодействия между точечными зарядами уменьшается в  $\epsilon$  раз:  $F = k e_1 e_2 / \epsilon r^2$ , где  $\epsilon$  — диэлектрич. проницаемость.

К. з. является одним из экстрем. оснований классич. электродинамики. Его обобщение приводит к Гаусса теореме (интегр. форма К. з.) и её дифференц. аналогу — одному из ур-ий Максвелла:  $\text{div } D = 4\pi\rho$ , где  $D$  — вектор элктрич. индукции,  $\rho$  — плотность заряда.

Для макроскопич. расстояний с помощью экстремизации в земных условиях, проведённых по методу Ка-

вендиша, доказано (1971), что показатель степени для  $r$  в К. з. не может отличаться от  $-2$  более чем на  $6 \cdot 10^{-16}$ . Из опытов по рассеянию  $\alpha$ -частиц следует, что К. з. не нарушается вплоть до расстояний  $\sim 10^{-13}$  см. Впрочем, для описания взаимодействия заряд. частиц на таких расстояниях понятия, с помощью к-рых формулируется К. з., в частности понятия силы и положения частицы, вообще говоря, неприменимы. В этой области пространственных масштабов действуют законы квантовой физики. К. з. можно считать одним из предельных следствий квантовой электродинамики (КЭД), в рамках к-рой взаимодействие заряд. частиц обусловлено обменом фотонами. Вследствие этого экстремизмы по проверке выводов КЭД можно рассматривать как опыты по проверке К. з. Так, опыты по аннигиляции электронов и позитронов показали, что отклонений от законов КЭД не наблюдается вплоть до расстояний  $\sim 10^{-13}$  см. С др. стороны, макроскопич. опыты по уточнению К. з. служат для проверки постулатов КЭД: оценка макс. отклонения показателя степени для  $r$  в К. з. ( $P \sim r^{-2 \pm \epsilon}$ ) от  $-2$  позволяет определить верх. предел возможной массы покоя фотона  $m_\gamma$ . В частности, поправка  $q \leq 6 \cdot 10^{-16}$  соответствует  $m_\gamma \leq 1,6 \cdot 10^{-50}$  кг.

К. з. наз. также закон, определяющий силу взаимодействия двух магн. полюсов:  $F = f m_1 m_2 / \mu r^2$ , где  $m_1$  и  $m_2$  — т. магн. заряды,  $\mu$  — магн. проницаемость среды,  $f$  — коэф. пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц и в общем случае не равный 1. Установлен Ш. О. Кулоном практически одновременно с законом взаимодействия элктрич. зарядов. Этот закон, однако, не имеет столь общего характера, как закон для элктрич. сил, вследствие искусственности представления о точечных магн. полюсах.

Лит.: Тамм И. Е., Основы теории электричества, 9 изд., М., 1976, гл. 1; Дирак А. И., Ли Ф и Чен Е. М., Теория поля, 7 изд., М., 1988, гл. 3; Сивухин Д. В., Общий курс физики, 2 изд., т. 3 — Электричество, М., 1983.

С. Р. Филоновский

**КУЛОНОВСКИЙ БАРЬЕР ЯДРА** — потенциальная энергия кулоновского отталкивания одноимённого заряд. частиц в области действия ядерных сил. К. б. я. даётся ф-лой

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, \quad r > r_0, \quad (1)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2 e$  — заряды частиц ( $Z$  — ат. номер),  $r$  — расстояние между частицами,  $r_0$  — радиус действия ядерных сил (рис.). Прохождение частицы через К. б. я. играет существен. роль в реакциях термоядерного синтеза, в  $\alpha$ -распаде ядер и в ядерных процессах при низких энергиях. Если энергия отнесена к движению частиц  $E$  меньше высоты барьера  $V_0 = V_C(r_0)$  (подробнее см. реакц. и), то области действия ядерных сил ( $0 \leq r \leq r_0$ ) и асимптотически свободного движения ( $Z_1 Z_2 e^2 / E = r_1 < r < +\infty$ ) разделены классич. недостаточной областью ( $r_0 < r < r_1$ ), проникновение через к-рую происходит в результате квантовомехан. туннелирования (см. Туннельный эффект). Вероятность проникновения через К. б. я. определяется коэф. прохождения

$$D(E) = \exp \left( -\frac{2}{\hbar} \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{2M[V_C(r) - E]} dr \right), \quad (2)$$

где  $M$  — приведённая масса частиц. В предельном случае  $r_0 \rightarrow 0$

$$D(E) = \exp(-2\pi Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v),$$

где  $v$  — скорость относит. движения частиц. Сечение подбарьерной ядерной реакции пропорционально коэф.

прохождения  $D(\epsilon)$ . В  $\alpha$ -распаде  $D(\epsilon)$  определяет связь между временем жизни  $\alpha$ -радиоактивного ядра и скоростью  $\alpha$ -частиц.

Литт. см. при ст. *Ядро атомное, Альфа-распад*.

**КУЛОНОВСКИЙ ЛОГАРИФМ** ( $L_K$ ) — безразмерный параметр плазмы, показывающий, во сколько раз больше сечение рассеяния  $\sigma_{\text{пол.д}}$ , определяемое в осн. рассеянием на малые углы, т. е. за счет дальности действия кулоновских сил, больше сечения  $\sigma_{\perp}$ , близкого взаимодействия:  $\sigma_{\text{пол.д}} = L_K \sigma_{\perp}$ . К. л.  $L_K = \text{In}(\rho_{\perp}/\rho_{\parallel})$ , где  $\rho_{\perp}$  — *дебаевский радиус экранирования*,  $\rho_{\parallel}$  — *привальный параметр* близкого взаимодействия. Для обычной газоразрядной плазмы  $L_K \approx 10-15$ , т. е. роль дальних соударений более существенна, хотя при каждом таком соударении импульсы и энергии частицы меняются мало. Подробнее см. ст. *Плазма* и лит. при ней. С. С. Моисеев, **КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДРА** — возбуждение сталкивающихся ядер, вызываемое эл.-магн. взаимодействием между ними. К. в. я. осуществляется даже при больших (относительно размеров ядра) расстояниях между ядрами. Сечение К. в. я. путём электрич. перехода с мультипольностью  $L$ , вычисленное в квазиклассической приближении в 1-м порядке теории возмущений, т. е. в предположении, что это сечение много меньше сечения Резерфордского рассеяния, имеет вид

$$\sigma(EL) = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_i} \right)^2 \cdot a^{-2L+2} \cdot B(EL)_{i \rightarrow j} f_{EL}(\xi, \eta). \quad (1)$$

Здесь  $B(EL)$  — приведённая вероятность электрического  $EL$ -перехода из осн. состояния ( $i$ ) ядра в возбуждённое ( $j$ );  $2a$  — наим. расстояние при лобовом столкновении частиц;

$$a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m_0 v_i v_j}, \quad (2)$$

где  $Z_1, Z_2$  — ат. номералетающей частицы и ядра мишени,  $v_i, v_j$  — скорости ялетающей частицы до и после столкновения,  $m_0$  — приведённая масса сталкивающихся частиц;  $f_{EL}(\xi, \eta)$  — ф-ция безразмерных параметров  $\xi$  и  $\eta$ :

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_i}, \quad \eta_j = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_j}, \quad \xi = \eta_j - \eta_i. \quad (3)$$

Величина  $\eta_i$  характеризует возможность квазиклассич. описания движения ядер. Оно возможно при достаточно больших значениях  $\eta$ . В большинстве случаев  $\eta_i \gg 5$ ; но уже при  $\eta_i = 5$  ошибка в значении  $f_{EL}$  вычисленного квазиклассически,  $\approx 2\%$ . Ф-ция  $f_{EL}$  резко зависит от  $\xi$  — при изменении  $\xi$  от 0 до 1.5 величина  $f_{EL}$  уменьшается  $\sim 10^3$  раз [1]. Если энергия возбуждённого уровня  $\Delta\epsilon$  много меньше энергии  $\epsilon$ , передаваемой при столкновении, то выражение для  $\xi$  приобретает вид

$$\xi = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_i} \cdot \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}. \quad (4)$$

Сечение  $\sigma(EL)$  уменьшается примерно на 2 порядка при увеличении  $L$  на 1. Эксперим. значения  $B(EL)$  для  $\Delta\epsilon < 3$  МэВ меньше теоретических в  $10^3-10^6$  раз. Поэтому К. в. я. путём динодных переходов на опыте не наблюдалось. Измерения  $B(E2)$  больше теоретической (одночастичной) оценки, что указывает на коллективные возбуждения ядра. Измерения  $B(E3)$  и  $B(E4)$  показали, что иногда они также на 2 порядка больше теоретических [2]. Для магн. переходов сечения К. в. я. в  $(v/c)^2$  раз меньше сечений электрич. переходов той же мультипольности (на опыте не наблюдалось).

Сечения К. в. я. измеряются регистрацией неупруго рассеянных бомбардирующих частиц или  $\gamma$ -квантов, испускаемых возбуждённым ядром. Реже, в случае возбуждения тяжёлых ядер и малых  $\Delta\epsilon$ , вместо  $\gamma$ -квантов детектировались конверсионные электроны (см. *Конверсия внутренняя*). В случае  $\gamma$ -квантов применя-

ются тонкие мишени и *полупроводниковые детекторы* [напр., Ge (Li)], обладающие высокими эффективностью регистрации  $\gamma$ -квантов и энергетич. разрешением.

Использование тяжёлых налетающих ионов [3, 4] даёт возможность изучить К. в. я. уровни  $k$ -рых характеризуются большими  $\Delta\epsilon$  или малыми  $B(E2)$ , а также лёгкие ядра [5]. В нек-рых случаях возбуждаются уровни ядер самих бомбардирующих тяжёлых ионов, напр. первые возбуждённые состояния ионов  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{21}\text{Ne}$  и  $^{22}\text{Ne}$ . Правильная интерпретация экспериментов с тяжёлыми ионами, основанная на применении урния (1), возможна, если вероятность К. в. я. (пропорциональная  $Z_i^2$ ) остаётся достаточно малой.

Изучение углового распределения и поляризации  $\gamma$ -лучей, испускаемых при К. в. я., даёт сведения о синах и чётности состояний, характере и коэф. смеси испускаемого излучения в случае смешанного перехода (определяются величина и знак  $\delta$ , где  $\delta^2$  — отношение интенсивностей  $E2$ -перехода и магн.  $M1$ -перехода). Зная  $\delta$  и  $B(E2)$ , можно получить значения  $B(M1)$  для смешанных переходов. Др. возможность определения  $B(M1)$  заключается в измерении ионного времени жизни состояний (напр., по изменению ослабления доплеровского смещения  $\gamma$ -излучения [6]).

При больших значениях вероятности К. в. я. возможны дву- и многократные процессы возбуждения. Учёт 2-го порядка в теории возмущений позволил оценить вероятность возбуждения триплетных состояний  $0^+, 2^+$  и  $4^+$  ( $J^{\pi}$ , где  $I$  — ионный угловой момент,  $\pi$  — чётность), связанных с двухфононным возбуждением в чётно-чётных ядрах [7], и уточнить вероятность возбуждения  $2^+$ -состояния. При этом наряду с прямым возбуждением учитываются и двухступенчатое, т. е. переход из осн. состояния ядра в один из магн. подуровней уровня  $2^+$  и последующий переход его в др. подуровень. Измерения вероятности возбуждения состояния  $2^+$  позволяют наряду с  $B(E2)$  определить знак и величину матричного элемента  $\langle 2|M(E2)|2 \rangle$ -перехода и связанного с ним статич. квадратного момента ядра  $Q(2^+)$  [8].

Вероятность К. в. я. с помощью тяжёлых, ускоренных до большой энергии ( $\geq 5$  МэВ) частиц резко растёт с их энергией  $Z_1$ , и создаются условия для осуществления многократного кулоновского возбуждения *высокоспиновых состояний ядер*. Если вероятности возбуждения, вычисленные в 1-м порядке теории возмущений,  $\gg 1$ , то квазиклассич. теория неприменима [10]. Методом многократного К. в. я. удалось возбуждать высокоспиновые состояния в ряде ядер и определять энергии состояний и значения  $B(E2)$  для переходов между высокоспиновыми состояниями; в частности, в  $^{238}\text{U}$  возбуждено состояние со спином  $I=30$  [9, 10]. Пример многократного К. в. я. кулоновское деление ядра  $^{235}\text{U}$  при столкновении с ядрами  $^{14}\text{W}$ , ускоренными до 5-5.5 МэВ/нуклон [11].

Литт.: 1) Альберт К. и др., Изучение структуры ядра при изкудном возбуждении ионами, в кн.: Деформации атомных ядер, пер. с англ., М., 1958, с. 9; 2) Diamond R. M., E2 static moments and E2, E4 transition moments by Coulomb excitation, «J. Phys. Soc. Lond.», 1973, v. 34, Suppl., p. 118; 3) Фришберг А. П., Лемберг И. Х., Кулоновское возбуждение ядер тивными ионами, «ЖЭТФ», 1956, т. 30, с. 807; 4) Андреев Д. С. и др., Исследование кулоновского возбуждения ядерных уровней при помощи ускоренных многозарядных ионов, «Изв. АН СССР, Сер. физич.», 1961, т. 23, с. 832; 5) Андреев Д. С., Ерохина К. И., Лемберг И. Х., Кулоновское возбуждение ядра  $\text{Ne}^{24}$ , там же, 1960, т. 24, с. 1478; 6) Лемберг И. Х., Пастерина В. Е. и др., Трёхкратное кулоновское смещение ядерных  $\alpha$ -лучей, там же, 1974, т. 38, с. 1600; 7) Гаггерскай Ю. П., Лемберг И. Х., Кулоновское возбуждение вторых уровней чётно-чётных ядер, там же, 1962, т. 26, с. 1001; 8) Девотт Л., Едсберг А., New identification effect, «Nucl. Phys.», 1968, v. 1, p. 1; 9) Оверн Н. и др., Structure of high-spin states in  $^{238}\text{U}$ ,  $^{241}\text{Pu}$  and  $^{235}\text{U}$ , «Nucl. Phys.», 1962, v. A 368, p. 421; 10) Wintersberger A., de Boer J., computer program for multiple Coulomb excitation, в кн.: Conference, N. Y., — L., 1966, p. 303; 11) Ваксман И. и др., Direct observation of Coulomb fission of  $^{235}\text{U}$  with  $^{14}\text{W}$  projectiles, «Phys. Rev. Lett.», 1979, v. 43, p. 1071.

А. П. Гризберг, И. Х. Лемберг.

**КУМУЛЯНТЫ** (от лат. *sumulans* — собирающий) (семипаранты) случайной величины — коэф. разложения логарифма характеристической функции случайной величины в степенной ряд:

$$\ln \theta(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \kappa_k (tu)^k / k! \quad (*)$$

К.  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$  наз. ср. значением, дисперсией, асимметрией и эксцессом случайной величины. Набор К. однозначно определяет характеристич. ф-цию  $\theta(u)$  и, следовательно, плотность вероятности  $W(x)$  случайной величины, если ряд (\*) сходится для всех  $u$ . Существует связь между К. и моментами  $m_k$  случайной величины, напр.

$$m_1 = \kappa_1; \quad m_2 = \kappa_2 + \kappa_1^2; \quad m_3 = \kappa_3 + 3\kappa_1\kappa_2 - \kappa_1^3.$$

Для Гаусса распределения

$$W_{\Gamma}(x) = (2\pi D)^{-1/2} \exp[-(x-m)^2/2D]$$

отличны от нуля только два К.:  $\kappa_1 = m, \kappa_2 = D$ . К.  $\kappa_3$  при  $\sigma \gg 3$  описывают стеньгу негатусовости вероятностного распределения случайной величины; если использовать р. Э д ж в т а

$$W(x) = W_{\Gamma}(x) + \sum_{s=3}^{\infty} (-1)^s \beta_s \frac{d^s}{dx^s} W_{\Gamma}(x),$$

то коэф.  $\beta_s$  связаны с К., напр.

$$\beta_3 = \kappa_3, \quad \beta_4 = \kappa_4, \quad \beta_5 = \kappa_5, \quad \beta_6 = \kappa_6 + 10\kappa_3^2.$$

Разложение логарифма характеристич. ф-ции  $\theta(u, v)$  для совокупности двух случайных величин в степенной ряд определяет К. двумерного вероятностного распределения:

$$\ln \theta(u, v) = \sum_{n, m=0}^{\infty} \kappa_{nm} (iu)^n (iv)^m / n! m!$$

Порядком К.  $\kappa_{nm}$  наз. сумму  $n+m$ . Совместными К. наз. те, для  $k$ -рых и  $l$ , и  $m$  отличны от 0. Для двумерного распределения Гаусса отличны от 0 только К. 1-го и 2-го порядков. Совместные К. описывают разл. статистич. связи между случайными величинами. Если все совместные К. равны 0, то случайные величины статистически независимы. Первый совместный К.  $\kappa_{11}$  описывает корреляцию случайных величин. К. используют в теории случайных процессов и в статистич. физике, напр. для получения виртуального разложения.

Лит.: Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., Теория вероятностей, 2 изд. М., 1973; Малахов А. Н., Кумулянтный анализ случайных негатусовых процессов и их преобразование, М., 1978.

**КУМУЛЯТИВНЫЙ ПРОЦЕСС** в релятивистской ядерной физике — *инклюзивный процесс* рождения вторичных элементарных частиц на атомном ядре далеко за пределами кинематически доступной области при соударении с одним покоящимся (в системе покоя ядра) нуклоном ядра. Это означает, что в процессе соударения одновременно участвуют два или более нуклонов ядра (с чем и связано назв. процесса).

К. п. были предсказаны А. М. Балдиным и открыты экспериментально на синхрофазотроне в Дубне в 1971. Было обнаружено, что ядро дейтерия с энергией 5 ГэВ на нуклон при столкновении с ядром углерода с вероятностью  $\sim 10\%$  порождает мюны с энергией до 8 ГэВ (в лабораторной системе координат).

К. п. характеризуются порядком кумулятивности  $x$ , представляющим собой мин. массу мюнина в единицах нуклонной массы  $m_N$ , на  $k$ -рой кинематически возможно рождение данной кумулятивной частицы. В пределе большой относительной *высотности* сталкивающихся ядер порядок кумулятивности

$$x \approx (\varepsilon - p \cos \theta) / m_N,$$

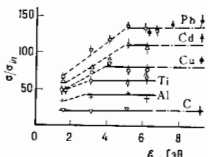
где  $\varepsilon, p, \theta$  — энергия, импульс и угол вылета кумулятивной частицы в системе покоя ядра. Для К. п. величина  $x \gg 1$ .

Эксперим. изучение К. п. привело к установлению следующих осн. свойств инвариантного сечения  $\varepsilon d\sigma/dp$ .

1) Независимость (точнее, слабая зависимость) от энергии падающей частицы, начиная с нек-рой граничной энергии (растущей с увеличением ат. номера; рис. 1), при фиксиров. значении  $x$  (*масштабная инвариантность*).

2) Универсальный характер зависимости сечения для средних и тяжёлых ядер от порядка кумулятивности

Рис. 1. Зависимость инвариантного сечения кумулятивного процесса рождения протонов ( $\sigma$  — импульсом 0,4—1,0 ГэВ/с в интервале углов  $160^\circ$ — $164^\circ$ ) на разных вехах от энергии  $\varepsilon$  падающих мюнов и протонов (зачерченные точки);  $\sigma_{\text{пр}}$  — полное сечение неупругого взаимодействия.



ти вплоть до значений  $x \approx 4$  (рис. 2). Универсальность величины

$$\beta = \left[ -\frac{d \ln(\varepsilon d\sigma/dp)}{d \ln \varepsilon} \right]^{-1}$$

для процессов с разными первичными частицами при разл. энергиях (в системе покоя ядра) и разными кумулятивными частицами иллюстрирует рис. 3. Это свой-

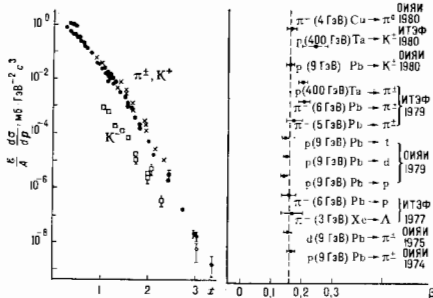


Рис. 2. Зависимость от  $x$  инвариантного сечения кумулятивного процесса при нулевом поперечном импульсе  $p_{\perp}$  кумулятивной частицы. Точки, крестик и квадратик относятся соответственно к  $\pi^+$ , мезонам,  $K^+$  и мезонам,  $K^+$  и мезонам и  $K^-$  мезонам.

Рис. 3. Универсальность величины  $\beta$  для разных кумулятивных процессов (вертикальные пунктирные линии) — усреднённые по всем процессам значения.

Указаны первичная частица, её энергия в системе покоя ядра, сорт ядра и кумулятивная частица; справа — институт, в котором наблюдался процесс, и год наблюдения.

ство необъяснимо в стандартной картине ядра, в  $k$ -рой средние и тяжёлые ядра имеют разные ферми-импульсы нуклонов.

3) Пропорциональность инвариантного сечения на тяжёлых ядрах объёму ядра,  $\varepsilon d\sigma/dp \sim A$  (рис. 4), свидетельствующая о локальном характере взаимодействия и отсутствии экранирования.

4) Подальность выхода кумулятивных частиц ( $K^-$  мезонов, антипротонов), не содержащих в своём составе валентных кварков нуклонов ядра; отношения выходов  $w$  не зависят от  $x$  (при  $x > 1$ ) и равны (при равных  $x$ ):

$$w(\pi^+):w(\pi^-):w(K^+):w(K^-) \approx 1:1:0,5:0,03.$$

Описание качественных и количественных свойств К. и, несомненно, в рамках традиционных в ядерной физике представлений о внутр. движении нуклонов и многократном рассеянии входящей частицы нуклонами ядра (напр., в области  $Z \geq 1,5$  эти механизмы дают сечение на неск. порядков меньше экспериментального) и требуют гипотезы о наличии в ядрах, наряду с нуклонами, плотных многокароквых состояний (9g, 9d, 12g и т. д.) ядерной материи (или малонуклонных корреляций) с размерами порядка размеров нуклона. Предполагают, что ядра являются гетерофазными системами — представляют собой смесь двух фаз адронной ма-

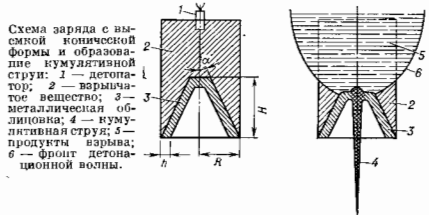


тери: нуклонной и кварк-глюонной плазмы. Однако природа таких образований и механизмы рождения кумулятивных частиц недостаточно ясны. В частности, несомн., создаются ли эти образования входящими на ядро адронами или постоянно образуются и распадаются в ядре в результате флуктуаций плотности ядерной материи (т. н. флуктоны Блохинцева). Однозначный ответ на этот вопрос может быть получен из опытов по глубоко неупругому рассеянию лептонов на ядрах в области  $x > 1$ . Предварительные результаты таких экспериментов свидетельствуют в пользу второй возможности.

К. п. являются одним из предметов изучения *релятивистской ядерной физики*, лежащей на стыке физики ядра и физики элементарных частиц. Дальнейшее их тщательное исследование может, по-видимому, прояснить природу удержания цвета.

Лит.: В а л д я н А. М., Физика релятивистских ядер, «УДАН», 1971, т. 8, с. 429; С т р и к м а н М. И., Фр а н к ф у р т Л. П., Рассеяние частиц высокой энергии на метод исследования малонуклонных корреляций в дейтроне и ядрах, там же, 1980, т. 11, с. 571; Е ф р е м о в А. В., Кварк-партоновая картина кумулятивного рождения, там же, 1982, т. 13, с. 613. А. В. Ефремов.

**КУМУЛЯТИВНЫЙ ЭФФЕКТ** (кумуляция) (от ср.-век. лат. simulatio — скопление) — существенное увеличение действия *аврива* в К.-л. определенном направ-



лении. Достигается приданием спец. формы зарядам взрывчатых веществ (ВВ). Обычно для этой цели заряды изготавлиют с выемкой в противоположной от детонатора его части (рис. ). При инициировании взрыва скользящийся поток продуктов детонации формирует в высокоскоростную кумулятивную струю, причём К. э. увеличивается при облицовке выемки слоем металла

(толщиной 1—2 мм). Скорость струи металла достигает 10—15 км/с. По сравнению с расширяющимися продуктами детонации обычных зарядов в скользящемся потоке продуктов кумулятивного заряда давление и плотности вещества и энергии значительно выше, что обеспечивает направленное действие взрыва и высокую пробивную силу кумулятивной струи.

Теория К. э. позволяет рассчитать параметры струи и макс. глубину ее проникновения в преграду. В общепринятой гидродинамич. теории К. э. для материала оболочки и преграды используют модель *идеальной жидкости*. Возможность такого приближения обоснована тем, что при высоких (до 10 ГПа) давлениях возникают при К. э. ускорит. силы на два порядка больше инерционных. В предположении бесконечной скорости детонации (действие взрывающего вещества сводится к обжатию металла, конуса, см. рис., продуктами взрыва со скоростью  $V$ ) гидродинамич. теория для массы  $m$ , радиуса  $r$ , длины  $l$  и скорости  $v$  кумулятивной струи приводит к след. выражениям:

$$m = 2M \sin^2(\alpha/2), \quad r = \sqrt{2hr} \sin(\alpha/2), \\ l = H, \quad v = V \operatorname{ctg}(\alpha/2),$$

где  $M$  — масса облицовки конуса. Макс. глубина проникновения струи в преграду  $s = \sqrt{\rho_0/\rho_1} l$  ( $\rho_0$  и  $\rho_1$  — соответственно плотности облицовки и преграды) достигается при нек-ром оптим. удалении заряда от преграды, наз. фокусным расстоянием. Резкое падение пробивного действия при удалении заряда от преграды связано с неустойчивостью струи.

К. э. применяется в исследовател. целях (возможности достижения больших скоростей вещества — до 80 км/с) в горном деле, в военном деле (бронепробивные снаряды).

Лит.: Д а р е н т в е р М. А., Ш а б а т Б. В., Методы теории функций комплексного переменного, 5 изд., М., 1987; и х и е, Проблема гидродинамики и их математические модели, 2 изд., М., 1977; см. также лит. при ст. *Взрыв*.

Е. В. Погожков.

**КУПЕРА ЭФФЕКТ** — образование связанных пар частиц в вырожденной системе фермионов при наличии сколь угодно слабого притяжения между ними. Решая *Шрёдингера уравнение* для двух частиц вырожденного ферми-газа (газа электронов), Л. Купер (L. Cooper, 1956) показал, что слабое притяжение между ними приводит к т. н. спариванию частиц, находящихся вблизи ферми-поверхности, т. е. к образованию связанных состояний двух частиц.

К. э. представляет собой основу микроскопич. теории *сверхпроводимости* (см. *Бардина — Купера — Шрёдингера модель*). В идеальном ферми-газе сверхпроводимость (т. е. сверхтекучесть системы заряд. частиц) невозможна; для появления сверхпроводимости необходимо, чтобы в энергетич. спектре фермиевских возбуждений над осн. состоянием возникла конечная энергетич. щель. Куперовское спаривание частиц с коэцной энергетич. связи и приводит к формированию такой щели. Тем самым для ферми-систем со спариванием удовлетворяется критерий сверхтекучести Ландау.

В результате К. э. любая вырожденная ферми-система с притяжением между частицами должна обладать своим сверхпроводимостью (сверхтекучестью). В реальных металлах взаимодействие между электронами складывается из экранированного (на больших расстояниях) кулоновского отталкивания и притяжения, вызванного возможностью обмена виртуальными фотонами и обусловленного поляризац. кристалла вокруг электронов [Х. Фриш (H. Fröhlich), 1952]. Соотношение этих типов взаимодействия и определяет возможность сверхпроводимости в металле.

Для возникновения куперовского спаривания достаточно, чтобы в разложении в полином Лежандра амплитуды рассеяния фермионов друг на друге хотя бы один член разложения оказался отрицательным (притяжение на соответствующей гармонике). Куперовские пары обладают орбитальным моментом, равным номеру



этой гармонике. Как правило, энергия связи пар и, соответственно, тем-ра сверхпроводящего перехода быстро убывает с ростом орбитального момента. Поэтому спаривание осуществляется с наименьшим допустимым значением момента. Суммарный спин пары равен нулю при четном орбитальном моменте и единице при нечетном (т. е. пары являются бозонами). В большинстве известных сверхпроводников куперовские пары обладают нулевым орбитальным моментом (о существовании т. п.  $d$ -волновой сверхпроводимости см. *Органические сверхпроводники*). Интересным примером ферми-жидкости, в  $k$ -рой орбитальный момент пары равен единице, является сверхтекучий  $^3\text{He}$ . Обычно в осн. состоянии сверхтекучей системы импульсы пары равны нулю, т. е. пары образуются из квазицетов с противоположно направленными и равными между собой но абс. величине импульсами. Однако возможны и системы с ненулевым суммарным импульсом пары, что означало бы пространственную неоднородность сверхтекучей системы в осн. состоянии (см. *Гелий жидкий*).

*Лит.* см. в ст. *Бордина — Купера — Шриффель модель*.

**КУРЧАТОВИЙ** (Kurchatovium),  $\text{Ku}$ , — радиоакт. хим. элемент IV группы периодич. системы элементов, периодическую систему, ал. номер 104. Относится к трансурановым элементам, из трансактиноидных элементов (расположен в периодич. системе первым после семейства *актиноидов*). Все известные изотопы  $\text{Ku}$  (массовые числа 253—264) очень неустойчивы, наиб. долгоживущий  $^{261}\text{Ku}$  ( $T_{1/2} = 65$  с). Первый радионуклид  $\text{Ku}$ ,  $^{260}\text{Ku}$  ( $T_{1/2} = 0,1$  с) получен Г. Н. Флоровым с сотрудниками в 1964 при облучении  $^{249}\text{Pu}$  ядрами  $^{22}\text{Ne}$ , затем ими же [и одноврем. Г. Сиборгом (G. Seaborg) с сотрудниками] получено несколько др. более устойчивых изотопов. Свойства  $\text{Ku}$  исследованы слабо, т. к. он получен в ничтожно малых количествах. Возможная электронная конфигурация внешних оболочек атома  $\text{Ku}$ ,  $5s^2 4f^{14} 6s^2 5p^6 4d^{10} 6s^2 7s^2$ . Энергия ионизации атома  $\text{Ku}$ , 5,1 эВ. По хим. свойствам  $\text{Ku}$  отличается от актиноидов и является близким аналогом *гафния*, проявляет степень окисления +4. Назв. « $\text{Ku}$ » предложено сов. учеными (ИЮПАК не утверждено), в США этот элемент наз. резерфордием (символ Rf).

*С. С. Березновос.*  
**КЭЛИН — КЛЕЙНА ПАРАМЕТРЫ** — комплексные величины, с помощью к-рых можно определить положение твердого тела, имеющего неподвижную точку.  $\text{K} - \text{K}$ . п.  $a, b$  связаны с углами Эйлера  $\varphi, \psi, \theta$  зависимостями

$$a = \cos \frac{\theta}{2} e^{i(\varphi + \psi)/2}, \quad b = i \sin \frac{\theta}{2} e^{-i(\varphi - \psi)/2},$$

$$-b^* = i \sin \frac{\theta}{2} e^{i(\varphi - \psi)/2}, \quad a^* = \cos \frac{\theta}{2} e^{-i(\varphi + \psi)/2}$$

(\* означает комплексное сопряжение), при этом  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ . В свою очередь, зная  $a, b$ , можно определить углы  $\varphi, \psi, \theta$  из равенства

$$\cos \theta = aa^* - bb^*, \quad \cos 2\varphi = \text{Re}(-ab^*/ba^*),$$

$$\cos 2\psi = \text{Re}(-ab/ab^*),$$

где  $\text{Re}$  — действит. часть комплексной величины.

$\text{K} - \text{K}$ . п. задают координаты в группе вращений трёхмерного пространства  $SO(3)$ . Их введение основано на связи между группой  $SO(3)$  и группой  $SU(2)$  унитарных матриц 2-го порядка с единичным определителем. Всякий действит. вектор  $x(x_1, x_2, x_3)$  можно представить эрмитовой матрицей

$$H \begin{pmatrix} x_3 & & \\ x_1 - ix_2 & & ix_2 \\ & & -x_3 \end{pmatrix} = x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2 + x_3 \sigma_3, \quad (1)$$

где  $\sigma_i$  — Паули матрицы. Для каждого вращения  $x' = Ax$ , описываемого углами Эйлера  $\varphi, \psi, \theta$ , вектор  $x'$  представляется матрицей

$$H' = \tau(U) H = U H U^* = U H U^{-1},$$

где

$$U(\varphi, \psi, \theta) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}, \quad (2)$$

значок « $\tau$ » означает эрмитово сопряжение. При этом, в отличие от описания с помощью углов Эйлера, преобразования с использованием  $\text{K} - \text{K}$ . п. можно переименовать, т. е.  $\tau(U_1 U_2) = \tau(U_1) \tau(U_2)$ .

$\text{K} - \text{K}$ . п.  $a, b$  однозначно определяют вращение  $A$ , но  $a, b$  и  $-a, -b$  описывают одно и то же вращение, что соответствует двухзначным (спинорным) представлениям группы вращений (см. *Вращения группы, Спинор*). Определение  $\text{K} - \text{K}$ . п. в форме (1), (2) есть во существу представление элементов группы вращений  $R^3$  через *кватернионы* с единичной нормой. Неизно такая связь прослеживается в работах А. Кэли (A. Cayley) в 1847, а точные соотношения появились в работах Ф. Клейна (F. Klein) в 1897.

$\text{K} - \text{K}$ . п. применяют при ренении ряда кинематич. задач о движении тела с неподвижной точкой, в частности задачи о сложении последовательных конечных вращений, для записи ур-ний, определяющих закон движения тела вокруг неподвижной точки, в более компактном виде и др.

*Лит.* Голдштейн Г. Г., Классическая механика, пер. с англ., 2 изд., М., 1975; Витт В. А. И., Аналитическая механика, М., 1961; Смиг Д. Ж. Д., Классический динамика, пер. с англ., М., 1963.

**КЮРИ** (Ки, Ci) — висестемная единица активности нуклида в радиоакт. источнике (активности изотопа), равная активности изотопа, в к-ром за 1 с происходит  $3,700 \cdot 10^{10}$  (точно) актов распада; назв. в честь Пьера Кюри (P. Curie) и Марии Складовской-Кюри (M. Sklodowska-Curie):

$$1 \text{ Ки} = 3,700 \cdot 10^{10} \text{ Бк (беккерелей)}.$$

**КЮРИ ЗАКОН** — температурная зависимость магнитной восприимчивости  $\chi$  парамагнетиков вида

$$\chi = C/T, \quad (1)$$

где  $C$  — постоянная Кюри,  $T$  — тем-ра.  $\text{K} - \text{z}$ . подчиняются только те парамагнетики, в к-рых существуют ионы или молекулы, обладающие отличным от нуля магнитным моментом. Закон открыт П. Кюри (P. Curie, 1895) при исследовании температурной зависимости уд. магн. восприимчивости газообразного кислорода и ряда др. парамагн. веществ.  $\text{K} - \text{z}$ . следуют: парамагн. газы ( $\text{O}_2$  и  $\text{NO}$ ); пары щелочных металлов; разбавленные растворы парамагн. солей; кристаллич. парамагн. соединений, в к-рых между магн. ионами расположены достаточно большие группы немагн. ионов или атомов (их присутствие делает взаимодействие между магн. ионами пренебрежимо малым), в этих веществах, кроме того, симметрия *внутрикристаллического поля* должна быть достаточно высокой, чтобы оказались исключёнными эффекты, связанные с *взаимодействием орбитального момента*.

Теоретически ф-ла (1) была получена П. Ланжевеном (P. Langevin, 1905), рассмотревшим задачу о намагничивании 1 моля газа из  $N$  атомов (или молекул), обладающих магн. моментом  $\mu_0$ . При намагнич. магн. полем  $H$  последнее стремится ориентировать моменты  $\mu_0$  параллельно  $H$ . Этому состоянию соответствует минимум потенц. энергии атомного магн. момента во внеш. поле  $U = -\mu_0 H = -\mu_0 H \cos \theta_1$ , где  $\theta_1$  — угол между векторами  $\mu_0$  и  $H$ . Тенловое движение препятствует ориентации моментов. В соответствии с *Больцманов распределением* ср. значение проекции магн. момента на направление поля  $H$

$$\langle \mu_H \rangle = (\mu_0/N) \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \exp(U_i/kT). \quad (2)$$

Замена в (2) суммирования интегрированием даёт для намагнитченности  $M$  газа значение

$$M = N \langle \mu_H \rangle = N \mu_0 L(x), \quad (3)$$

где *Ланжевенова функция*  $L(x) = \text{cth} x - 1/x$ ,  $x = \mu_0 H/kT$ . При не очень низких тем-рах и в не очень сильных магн. полях ( $\mu_0 H \ll kT$ ) значение  $L(x) \approx x/3$  и (3) переходит в  $M = (C/T)H$ , что совпадает с ф-лой (1) при значении  $C = N \mu_0^2/3k$ .

В квантовой теории парамагнетизма, последователи теории развитой Дж. Ван Флеком (J. Van Vleck, 1928—32), значение постоянной Кюри определяется величинами квантовых чисел спинного  $S$ , орбитального  $L$  и полного  $J$  моментов магн. иона и зависит от соотношения расщеплений уровней энергии иона в результате спин-орбитального взаимодействия ( $\Delta L, S$ ) и действия внутрискристаллич. поля ( $\Delta_{кр}$ ). Для соединений, содержащих ионы редкоземельных элементов, как правило,  $\Delta_{кр} \gg kT < \Delta L, S$ . В этом случае  $C = N g^2 \mu_B^2 J(J+1) / 3k$ , где  $g$  — Ланде множитель,  $\mu_B$  — магнетон Бора. При  $kT \gg \Delta L, S$  величина  $C = N \mu_B^2 L(L+1) + 4S(S+1) / 3k$ . У ионов группы 3d-металлов (Fe, Co, Ni и др.) часто  $\Delta_{кр} \gg kT$  и  $\Delta_{кр} \gg \Delta L, S$ . Для них

$$C = N \cdot 4\mu_B^2 S(S+1) / 3k$$

(случай замораживания орбитального момента).

К. з. даёт возможность сопоставить теоретич. значение  $\mu_0 = \mu_B g [J(J+1)]^{1/2}$  с эффективным значением  $\mu_{эф} = (C/3N)^{1/2}$ , получаемым из эксперимента, и установить в ряде случаев возможные фаз. причины расхождения значений  $\mu_0/\mu_B$  и  $\mu_{эф}/\mu_B$ .

При учёте взаимодействия между магн. ионами (а также влияния внутрискристаллич. поля) К. з. недействителен в *Кюри — Вейса закон*. Связанные с этим взаимодействиями отклонения от К. з. всегда наблюдаются при достаточно низких темп-рах.

Теория Ланжевена применима к любым моментам и в частности, как показал П. Дебай (P. Debye, 1912), описывает поляризацию газа, молекулы к-рого обладают пост. дипольным электр. моментом, в электр. поле. Т. о., К. з. подчиняется температурная зависимость диэлектрич. восприимчивости газов и разбавленных растворов полярных молекул.

Лит.: Вонсовский С. В., Магнетизм, М., 1971; К и т е в э в Ч. И., Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978. С. А. Вороних-Романов.

**КЮРИ ПРИНЦИП** — принцип, согласно к-рому кристалл под влиянием воздействия изменяет свою точечную симметрию так, что сохраняет лишь элементы симметрии, общие с элементами симметрии воздействия. К. п. выражает симметричный аспект принципа причинности: симметрия причины сохраняется в симметрии следствий. К. п. сформулирован П. Кюри в 1894 и является осн. симметричным принципом кристаллофизики наряду с *Неймана принципом*. Последний связывает симметрию свойств кристалла с симметрией самого кристалла до воздействия, в то время как К. п. позволяет определить симметрию кристалла после воздействия. Так, напр., тепловое расширение кристалла (воздействие скаляра — темп-ры) может привести к изменению углов между гранями кристалла, но не может привести к изменению его симметрии (если нет фазовых переходов). Когда при анизотропном воздействии симметрия кристалла изменяется, то К. п. позволяет сразу найти эту изменённую симметрию, а следовательно, и соответствующие изменённые симметрия физ. свойств. Т. к. при собственных сегнетоэлектрич., ферромагн. или сегнетоэластич. фазовых переходах в качестве параметра перехода выступают соответственно полярный вектор  $P$ , аксиальный вектор  $M$  или полярный тензор 2-го ранга  $\theta$ , то эти макроскопич. анизотропные величины можно рассмотреть как внеш. воздействия и по К. п. сразу же найти изменение симметрии кристалла при таком структурном фазовом переходе и набор морфических физ. свойств, возникающих за счёт такого изменения симметрии.

Лит.: Современная кристаллография, т. 4, М., 1981.

**КЮРИ ТОЧКА** (температура Кюри,  $T_C$ ) в общем термодинамическом понятии и в частн. — точка на кривой фазовых переходов 2-го рода, связанных с возникновением (разрушением) упорядоченного состояния в твёрдых телах при изменении темп-ры, по при заданных значениях др. термодинамич. параметров (давления  $P$ , магн. поля  $H$ , электр. поля  $E$  и т. д.).

Чаще этот термин применяют только к переходам в магнитоупорядоченное (ферро- и ферримангнитное) и в сегнетоэлектрическое состояния. Фазовый переход из ферромагн. состояния в парамагнитное (неупорядоченное) впервые наблюдал П. Кюри в 1895. В К. т. скачок изменяется симметрия кристаллич. вещества (см. *Симметрия кристаллов, Магнитная симметрия*). В случае переходов ферромагнетик — парамагнетик и сегнетоэлектрик — параэлектрик К. т. является изолирующей точкой на фазовой диаграмме в координатах  $H$  (или  $E$ ) —  $T$ , т. е. точки зрения симметрии состояние ферромагнетика (сегнетоэлектрика) в поле  $H$  (или  $E$ ), направленного вдоль осн. лёгкого намагничивания, не отличается от состояния парамагнетика в том же поле. Этим переход в ферро- и ферримангн. состояние отличается от перехода в антиферромагн. состояние. В последнем случае и в магн. поле происходит скачкообразное изменение симметрии. Антиферромагн. К. т. наз. *Нееля точкой*. Для всех магнитных фазовых переходов характерно, что при  $T > T_C$  вещество находится в парамагн. состоянии. Ниже К. т. — в магнитоупорядоченном состоянии, к-рое сохраняется до  $T=0K$ , хотя в интервале темп-р  $T_C > T$  возможны переходы из одного магнитоупорядоченного состояния в другое.

У сегнетоэлектриков могут существовать две К. т.:  $T_{C1}$  и  $T_{C2}$ . При  $T > T_{C1}$  вещество является параэлектриком. При охлаждении до  $T_{C1}$  наступает переход в упорядоченное сегнетоэлектрич. состояние, а ниже  $T_{C2}$  возникает вновь параэлектрич. состояние. В упорядочивающихся системах со охлаждением до К. т. (к-рая в случае скачков носит также назв. точки Курикова) атомы начинают располагаться упорядоченно — но улам кристаллич. решётки силава (возникают зародыши упорядоченной фазы).

Во всех перечисленных случаях перехода в упорядоченное состояние последнее можно описать параметром порядка  $\eta$  (спонтанной намагниченностью в ферромагнетиках, намагниченностью, магнитных подрешётках в антиферромагнетиках, долей упорядочившихся атомов в сплавах). При  $T > T_C$   $\eta = 0$ , при  $T \leq T_C$  с понижением темп-ры начинается рост  $\eta$ , к-рый может быть описан законом  $\eta \sim (T - T_C)^\beta$ , где  $\tau = (T - T_C) / T_C$ , а  $\beta$  — критический показатель (см. *Критические явления*).

А. С. Вороних-Романов.  
**КЮРИ — ВЕЙСА ЗАКОН** — температурная зависимость магнитной восприимчивости  $\chi$  парамагнетика вида

$$\chi(T) = C / (T - \theta). \quad (1)$$

Параметры вещества — постоянная Кюри  $C$  и парамагн. темп-ра Кюри  $\theta$  — играют важную роль в объяснении природы магнетизма [1]. К. — В. з. установлен П. Вейсом (P. Weiss, 1907). В дальнейшем было экспериментально показано, что у очень многих ферро- и антиферромагнетиков в парамагн. области (при темп-рах выше Кюри точки  $T_C$  и соответственно Нееля точки  $T_N$ ) зависимость  $\chi(T)$  также описывается ф-лой (1). У ферромагнетиков  $\theta > 0$ , у антиферромагнетиков  $\theta < 0$ . В монокристаллах  $\theta$  анизотропен, этот эффект достигает большой величины в редкоземельных металлах.

Графически удобно изображать К. — В. з. в координатах  $(\chi^{-1}, T)$ , где он имеет вид линейной зависимости

$$1/\chi(T) = C^{-1}T - \lambda, \quad \text{где } \lambda = \theta/C. \quad (2)$$

При этом (рис. С)  $C = \text{ctg } \alpha$ , а  $\theta$  определяется как точка пересечения прямой с осью  $T$ .

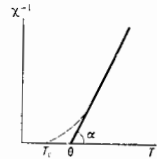
Вынолением К. — В. з. в широком интервале темп-ры носит приближённый характер. При  $T \approx T_C(T_N)$  наблюдается отклонение от ф-лы (2). У ферромагнетиков  $\theta$  и  $T_C$  не совпадают (рис.), по очень близки, у антиферромагнетиков  $\theta$  и  $T_N$  могут существенно различаться.

С теоретич. точки зрения (в рамках теории молекулярного поля) К. — В. з. является обобщением Кюри закона на случай взаимодействия и между локальных магн. моментами. При этом параметр  $\lambda$  в (2)



совпадает с коэф.  $\lambda$  молекулярного поля  $H^* = \lambda M (M - \text{магнитичесность образца})$ . В *Гейзенберга* *волеки* коэф.  $\lambda$  пропорционален обменному интегралу между спиновыми моментами  $S$ , а  $C = N g^2 S (S+1) \mu_B^2 / 3k$  ( $N$  — число магн. атомов в образце,  $g$  — *Ланде множитель*,  $\mu_B$  — *магнетон Бора*).

Для модели Гейзенберга существенна локализация электронов — носителей магн. момента. Между тем К.—В. з. наблюдается в большом числе металлов и сплавов (включая о.о. ферромагн. металлы Fe, Co, Ni), где электроны, обуславливающие их магн. свойства, делокализованы. Учёт обменно-взаимодействия в теории коллективизированных электронов Стонера — Вольфарта хотя и усиливает слабо зависимость от  $T$  *Параметр парамагнетизма*  $\chi_p(T)$ , но не может привести к К.—В. з. при  $T < T_F (T_F \approx 10^4$



К — темп-ра Ферми и металле) ввиду сильного вырождения электронного газа (вклад в парамагнетизм оказывается квадратичным, а не линейным по параметру  $T/T_F$ ).

Для преодоления этого противоречия в теоретич. объяснении К.—В. з. в 70-х гг. 20 в. была предложена теория *спиновых флуктуаций* [2], к-рая учитывает корреляции между электронами и приводит к появлению линейной (или близкой к ней) зависимости  $\chi_p(T)$ , что и даёт возможность объяснить справедливость К.—В. з. для металлов и сплавов.

Помимо флуктуационного механизма, к К.—В. з. могут приводить особенности реальной электронной структуры магнетиков. Так, при наличии пика плотности состояний вблизи энергии Ферми (как, напр., в Ni) зависимость  $\chi(T)$  имеет вид К.—В. з. [3, 4].

На температурную зависимость магн. восприимчивости  $\chi$  может влиять также размытие электронного спектра, вызванное разл. типами взаимодействий в твёрдом теле. Выяснение их роли — актуальная задача теории магн. явлений и эксперимента.

Лит.: 1) К и т е а з. Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978; 2) Морья Т. Последние достижения теории магнетизма коллективизированных электронов, пер. с англ., «УФН», 1981, т. 135, с. 117; 3) Wohlfarth E., Spin the Curie-Weiss law of metallic ferromagnets be compatible with simple Stoner theory, «Comments Solid State Phys.», 1975, в. 6, p. 123; 4) I r k h i n Y n. P., Rosenfeld E. W., New interpretation of Curie-Weiss law in transition metals, «Solid State Commun.», 1982, в. 44, p. 1371. Ю. П. Ирхин.

**КЮРИЙ** (Curium), Cm, — радиоакт. хим. элемент III группы периодич. системы элементов, относится к *актиноидам*, получен искусственно, ат. номер 96. Конфигурация внеш. электронных оболочек  $5f^7 6d^1 7s^2$ . Наиб. долгоживущим является мало-доступный  $\alpha$ -радиоактивный  $^{247}\text{Cm}$  ( $T_{1/2} = 1,6 \cdot 10^7$  лет). В ядерных реакторах нутём дим. облучения нейтронами плутония или урана можно получить граммовые кол-ва  $\alpha$ -радиоактивных  $^{249}\text{Cm}$  ( $T_{1/2} = 162,8$  сут) и  $^{250}\text{Cm}$  ( $T_{1/2} = 18,11$  лет). Энергия ионизации 6,09 эВ. Кристаллохим. радиус атом К, 0,174 нм, радиус иона  $\text{Cm}^{3+}$  ок. 0,0946 нм,  $\text{Cm}^{4+}$  ок. 0,0886 нм. Значение электроотрицательности 1,2.

В свободном виде — мягкий серебристо-белый металл. При темп-ре ниже 600 °С устойчива  $\alpha$ -модификация с двойной плотной гексагональной кристаллич. решёткой, постоянные к-рой  $a = 0,3496$  и  $c = 1,1331$  нм; при темп-ре выше 600 °С  $\alpha$ -Cm переходит в  $\beta$ -Cm с кубич. гранцентриров. решёткой. Плотность  $\alpha$ -Cm 13,51 г/см<sup>3</sup>,  $t_{\text{пл}} = 1345$  °С,  $t_{\text{кип}}$  ок. 3200 °С, теплотамп. сгорания  $c_p = 27,6$  Дж/моль·К, теплота плавления 14,64 кДж/моль.

В соединениях проявляет степень окисления +3 (наиб. характерна), а также +4 и +6.  $^{249}\text{Cm}$  может использоваться в изотопных источниках тока (применяемых, напр., на космич. кораблях), в смеси с Ве — для приготовления нейтронных источников.

С. С. Ершовское.

**ЛАВИНА ЭЛЕКТРОННАЯ** — неуклонно нарастающий процесс размножения электронов в результате ионизации атомов и молекул, как правило, электронным ударом; является главнейшим элементом электрич. пробоя газов. В большинстве случаев Л. э. развивается в электрич. или эл.-магн. поле, хотя возможно лавинное размножение электронов чисто тепловой природы, напр. в ударной волне.

Л. э. начинается от небольшого числа первичных (затравочных) электронов, может даже от одного. Электрон разогнается в пост. поле или приобретает энергию колебаний, если поле осциллирующее. При упругом столкновении с атомом он меняет направление своего движения и приобретает энергию между двумя последующими столкновениями энергия переходит из энергии его хаотич. движения. Так, малыми порциями, происходит набор энергии электрона в поле. Когда энергия достигает величины, немного превышающей потенциал ионизации, электрон при столкновении ионизует атом, теряя при этом свою энергию. В результате появляются два медленных электрона, к-рые набирают энергию в поле, и т. д. Развитие Л. э. тормозится за счёт потерь энергии электронами при упругих и неупругих столкновениях (на электроносе возбуждение атомов и молекул, возбуждение молекулярных колебаний и вращений) и вследствие потерь самих электронов в результате их диффузионного ухода из области действия поля или прилипания к электроотрицат. молекулам. *Рекombинация ионов и электронов* также может ограничить рост Л. э., но не в начале её развития, а лишь когда появится очень много ионов. В редких случаях возможна ионизация в два этапа: электрон только возбуждает атом, а последний ионизуется внеш. источн. излучением, или происходит ассоциативная ионизация при объединении возбуждённого атома с невозбуждённым в молекулярный ион. Обычно в пост. поле, ВЧ-поле и СВЧ-поле возбуждение атомов ударами электронов только тормозит развитие Л. э., т. к. электрон теряет энергию на возбуждение и вынужден снова её набирать. Исключение составляют некие газовые смеси, в к-рых происходит резонансная передача возбуждения одного типа атома на ионизацию другого (см. *Пеннинга эффект*), и световые поля достаточно высокой интенсивности и частоты, в к-рых возбуждённый атом ионизуется в результате многоквантового фотозффекта (см. *Оптические разряды*).

Важнейшей характеристикой Л. э., определяющей скорость её нарастания во времени, является *число атомов и ионов за единицу времени*  $N_e$  электронов, к-рое в ср. рождает один электрон в 1 с. Если в момент  $t$  имеется  $N_e$  электронов, то

$$\frac{dN_e}{dt} = \nu N_e, \quad N_e = N_0 \exp \nu t, \quad (1)$$

где  $N_0$  — число затравочных электронов в нач. момент  $t=0$ . Частота ионизации электронным ударом зависит от энергии. спектра  $n(e)$  электронов в лавине (т. е. от поля) и определяется ф-лой

$$\nu_e = \int n(e) \sigma_i(e) de / \int n(e) de, \quad (2)$$

где  $\sigma_i(e)$  — сечение ионизации электроном энергии  $e$ . Когда ср. энергия  $\bar{e}$  спектра существенно меньше потенциала ионизации  $I$ , приближённо можно принять  $\sigma \approx C(e-I)$ . В случае максвелловской ф-ции распределения

$$\nu_i = N_0 \bar{\nu}_e C (I + 2kT_e) \exp(-I/kT_e), \quad \bar{\nu}_e = (8kT_e/\pi m)^{1/2}, \quad (3)$$

где  $T_e$  — электронная температура,  $N_0$  — плотность атомов; константа  $C$  — в табл. 1.

Л. э. развивается более или менее независимо в каждом небольшом элементе пространства только в быстроосциллирующих полях (СВЧ-поле, оптическом), когда амплитуда колебаний электронов мала. В пост. поле  $E$  Л. э. развивается гл. обр. вдоль направления поля, и в этом случае она характеризуется ионизационными коэффициентами Таунсенда  $\alpha$  (см<sup>-1</sup>) — числом электронов, к-рое электрон рождает на 1 см пути вдоль поля:  $\alpha = v_i/v_d$ , где  $v_d$  — скорость дрейфа электрона в поле.  $\alpha$ , как и  $v_d$ , можно сравнительно легко измерить на опыте, а затем найти  $v_i$ .

Коэф.  $\alpha$  характеризует закон размножения электронов в лавине, распространяющейся вдоль поля между катодом и анодом:

$$\frac{dN}{dx} = \alpha N e, \quad N_e = N_0 \exp \alpha x, \quad (4)$$

где  $N_0$  — число электронов, вышедших с катода ( $x=0$ ). В диапазоне сильных полей, врывающихся газовой промежуток между электродами, для  $\alpha$  существует эмпирич. ф-ла Таунсенда, учитывающая подобия законов по давлению  $p$ :

$$\alpha = A p \exp(-B/p/E). \quad (5)$$

Константы  $A$  и  $B$  представлены в табл. 1. Величины  $\alpha$  и  $v_i$  чрезвычайно резко уменьшаются при уменьшении поля (рис. 1). Расчётные и эксперим. данные по скоростям ионизации относятся обычно к пост. полю. В случае быстропеременного поля частоты  $\omega$  пост. ионизации  $v_{i0}$  можно оценить по известной частоте ионизации  $v_{i0}$  в пост. поле, пересчитав по ф-ле

$$v_{i0}(\omega, p, E_0) = v_{i0}(p, E_{эфф}),$$

$$E_{эфф} = E_0 \sqrt{v_m^2 / (\omega^2 + v_m^2)}, \quad (6)$$

где  $E_0$  — амплитуда осциллирующего поля,  $v_m = b p$  — частота упругих столкновений электрона с атомами. Ориентировочные значения коэф. пропорциональности  $b$  для однокл. см. в табл. 1.

В электропритяг. газах скорость размножения в Л. э. существенно зависит от коэф. прилипания  $\alpha$  (см<sup>-1</sup>) — числа актов прилипания электрона на 1 см

Табл. 1.

Газ	$A$ , (см·тор) <sup>-1</sup>	$B$ , В/(см·тор)	Область применимости $E/p$ , В/(см·тор)	$C$ , 10 <sup>-17</sup> см <sup>2</sup> /обВ	$b$ , 10 <sup>8</sup> (с·тор) <sup>-1</sup>
Не	3	34	20—150	0,13	2,0
Ne	4	100	100—400	0,16	1,2
Ar	12	180	100—600	2,0	5,3
Kr	17	240	100—1000		
Xe	26	850	200—800		
Hg	20	370	200—600	7,9	4,8
Cl <sub>2</sub>	5	130	150—600	0,59	4,2
N <sub>2</sub>	12	342	100—600	0,85	3,9
воздух	15	365	100—800		

нута вдоль поля. Коэф.  $\alpha$  определяется опытным путём или в результате решения кинетич. ур-ний, подобно  $v_i$  и  $\alpha$ . При наличии прилипания числа электронов и понов в лавине растут как

$$N_e = N_0 \exp x(\alpha - \alpha_0), \quad N_+ = \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_0} (N_e - N_0),$$

$$N_- = \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_0} (N_e - N_0). \quad (7)$$

Коэф.  $\alpha$  обычно парастает с  $E$  медленнее, чем  $\alpha$ . Поэтому кривые  $\alpha(E)$ ,  $a(E)$  немонотонно пересекаются в некой точке  $(E/p)_1$  (с учётом подобия). При  $E/p < (E/p)_1$ ,  $\alpha - a < 0$  и Л. э. существует сам по себе. В воздухе  $(E/p)_1 = 31$  В/(см·тор) = 0,23 В/(см·Па), в т. н. элегазе

Табл. 2.

$d$ , см	$E_p$ , кВ/см	$\alpha - a$ , см <sup>-1</sup>	$(\alpha - a) d$	$N_e/N_0$
0,1	45,4	81	8,1	$3,3 \cdot 10^2$
0,3	36,7	31	9,5	$1,1 \cdot 10^4$
0,5	34	20,5	10,2	$2,8 \cdot 10^4$
1	31,4	12,4	12,4	$2,4 \cdot 10^5$
2	29,3	8,0	16	$8,9 \cdot 10^6$
3	28,6	6,5	19,5	$2,9 \cdot 10^8$

SF<sub>6</sub>, к-рый применяется в качестве газового изолятора,  $(E/p)_1 = 117,5$  В/(см·тор) = 0,88 В/(см·Па). Эти цифры ставят нижний предел для порога пробоя газа в идеальном однородном поле. В табл. 2 приведены цифры, характеризующие Л. э. в воздухе атм. давления в плоском промежутке длиной  $d$  в присутствии однородного поля  $E_1$ , прорывающегося такой промежуток.

Эксперименты по изучению Л. э. проводятся гл. обр. в камере Вильсона; наблюдаются и одиночные Л. э., порождённые одним электроном, вышедшим с катода. Синхронизованно с подачей напряжения на электроды и облучением катода УФ-излучением (для вырывания затравочного электрона) производится адиабатич. расширение исследуемого газа, куда добавляют немного паров воды, спирта и т. н. Образовавшиеся ионы, к-рые в отличие от быстро движущихся в поле электронов практически остаются на месте, служат центрами конденсации возникшего пересыщенного пара. Туман фотографируют и получают изображение лавины (рис. 2). Лавина расширяется в поперечном направлении вследствие небольшого диффузионного распыливания электронного облака, центр к-рого движется от катода к аноду со скоростью дрейфа  $v_d$ ; при большом числе народившихся электронов ( $N_e \approx 10^6$ ) диффузионное распыливание смещается более быстрым эл.-статич. расталкиванием. Одновременно осциллографируют электронный ток в цепи  $i = N_e(t)ev_d/d$ , где  $N_e$  даётся ф-лой (7). Обработка результатов позволяет найти из опыта  $v_d$ ,

Рис. 1. Коэффициенты ионизации для инертных газов.

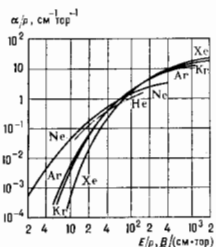


Рис. 2. Фотография электронной лавины, полученная в камере Вильсона.



Рис. 2. Фотография электронной лавины, полученная в камере Вильсона.

$\alpha - a$ , ср. энергию электронов  $\bar{\epsilon}$ , от к-рой зависит скорость диффузии.

Когда электрич. поле нарастающего пространственного заряда электронов и ионов в Л. э. достигает величин высшего порядка [при  $N_e \approx 10^6 - 10^8$ ,  $(\alpha - a)d \approx 20$ ], лавина может перейти в *стример*. Там начинается стремительный пробой. Альтернативой ему служит пробой механизма размножения лавин, к-рый характеризуется появлением от одной прошедшей лавины более чем одной новой за счёт вырывания затравочных электронов из катода или газа фотонами, рождёнными в лавине (с. также *Импульсный разряд*).

Лит.: Реттер Г. Электронные лавины и пробой в газах, пер. с англ., М., 1968; Лозанский Я. Э. Д., Фирсов О. В., Теория искр, М., 1975; Реттер Г. Я., Физика газового разряда, М., 1987.

Ю. П. Раizer.

**ЛАВИННО-ПРОЛЕТНЫЙ ДИОД** — полупроводниковый диод, обладающий отрицательным дифференциальным сопротивлением в СВЧ-диапазоне исследования развития т. н. лавинно-пролётной неустойчивости. Последняя обусловлена ударной ионизацией и дрейфом носителей заряда в  $p-n$ -переходе в режиме обратного смещения (см. *p-n-переход*). Идея, лежащая в основе работы Л.-п. д., сформулирована в 1958 У. Т. Ридом (W. T. Read). Генерация на Л.-п. д. впервые наблюдалась в СССР в 1959 А. С. Тагером с сотрудниками [1].

Физ. принцип работы Л.-п. д. можно пояснить на примере диода Рада (рис. 1). Диод состоит из сильно легированного  $p^+$ -эмиттера и неоднородно легированной  $n$ -базы (рис. 1, а). Узкий слой  $n$ -базы вблизи  $p-n$ -перехода легирован сильно ( $n^+$ -слой), остальная часть

ток на электродах прибора  $I$  (полный ток) остаётся постоянным (рис. 2, в). Сформированный в области умножения густок электронов движется через область дрейфа с пост. скоростью  $v_s$ . Пока густок электронов не уйдёт в контакт, ток через диод остаётся постоянным (теорема Рамо — Шоки) [3]. Из сравнения рис. 2, а и 2, в видно, что ток, протекающий через Л.-п. д., колеблется практически в противофазе с напряжением, т. е. имеет место отрицат. дифференциальное сопротивление.

Отрицат. дифференциальное сопротивление Л.-п. д. является частотной характеристикой м. Время пролёта носителей через область дрейфа  $t_0 \approx L/v_s$ , где  $L$  — длина области дрейфа, практически равная полной длине диода. Сдвиг фаз между током и напряжением  $\sim L$  может быть реализован только на частоте  $\omega \sim 1/t_0 \sim v_s/L$  (и на гармониках). Более точный расчёт устанавливает соотношение между  $\omega$  и  $L$ :

$$\omega \approx \pi v_s / L.$$

Механизм возникновения отрицат. дифференциального сопротивления является резонансным: колебания спонтанно нарастают в резонансе, настроенном на соответствующую частоту  $\omega$ , при подаче на диод достаточно большого пост. смещения.

Наиб. мощные и эффективные Л.-п. д. предназначены для работы в сантиметровом диапазоне и длинноволновой части миллиметрового диапазона (длины волн, изготавливаются из GaAs, а для работы на более высоких частотах — из Si. Перспективно использование InP и др. соединений типа AlInBv, а также гетероструктур и сверхрешёток.

Для создания Л.-п. д. используются диффузия и ионная имплантация примесей, эпитаксиальное наращивание (см. *Эпитаксия*), напыление металла в вакууме.

Л.-п. д. — наиб. мощный полупроводниковый прибор для генерации и усиления эл.-магн. колебаний на частотах до 400 ГГц. Л.-п. д. из GaAs на частоте 6 ГГц в непрерывном режиме обеспечивает выходную мощность  $P=15$  Вт при  $\eta \approx 30\%$ ; на частоте 40 ГГц  $P \approx 2$  Вт при  $\eta \approx 20\%$ . Кремневые Л.-п. д. позволяют получить  $P \approx 1$  Вт на частоте 100 ГГц и 50 мВт на частоте 200 ГГц и 2 мВт на частоте 440 ГГц.

Лит.: 1) Тагер А. С., Валльд-Перлов В. М., Лавинно-пролётные диоды и их применение в технике СВЧ, М., 1968; 2) З и С. Физика полупроводниковых приборов, пер. с англ., вып. 2, М., 1984; 3) Керролл Дж., СВЧ-генераторы на горячих электронах, пер. с англ., М., 1972.

М. Е. Левинштейн, Г. С. Симио, **ЛАГРАНЖА ФУНКЦИИ** — ф-ция, являющаяся решением урав-ния

$$x f'' + (\alpha + 1 - x) f' + n f = 0,$$

где  $\alpha, n$  — произвольные параметры. Если  $n$  — целое положит. число, Л. ф. выражаются в полиномах Лагерра  $L_n^{\alpha}(x)$  (см. *Ортонормальные полиномы*). В общем случае Л. ф. выражаются через вырожденную гипергеометрическую функцию

$$L_n^{\alpha}(x) = \Phi(-n, \alpha + 1, x) \Gamma(\alpha + n + 1) / n! \Gamma(\alpha + 1).$$

Иногда вводят Л. ф., убывающие при  $x \rightarrow +\infty$ :  $\rho_n^{\alpha}(x) = e^{-x} x^{\alpha} L_n^{\alpha}(x)$ . Эти ф-ции ортогональны на интервале  $(0, +\infty)$ ; применяются в задачах о расиространении эл.-магн. волн в длинных линиях, о движении электрона в кулоновом поле и т. д.

**ЛАГРАНЖА УРАВНЕНИЯ** гидромеханики — дифференциальные урав-ния движения частиц несжимаемой идеальной жидкости в переменных Лагранжа (см. *Гидродинамика*), имеющие вид

$$\left( X - \frac{\partial x}{\partial t} \right) \frac{\partial x}{\partial t_1} + \left( Y - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \frac{\partial y}{\partial t_1} + \left( Z - \frac{\partial z}{\partial t} \right) \frac{\partial z}{\partial t_1} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial a_1} \quad (i = 1, 2, 3),$$

где  $t$  — время,  $x, y, z$  — координаты частицы жидкости,  $a_1, a_2, a_3$  — параметры, с помощью к-рых отлучают

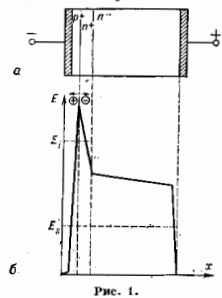


Рис. 1.

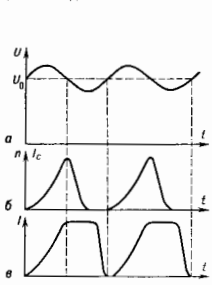


Рис. 2.

базы легирована слабо ( $n$ -слой). Распределение поля в такой структуре для обратного напряжения  $U_0$ , большего, чем напряжение пробоя  $U_i$ , показано на рис. 1 (б). При этом напряжением волн в области  $p-n$ -перехода превышает поле ударной ионизации  $E_i$  и вблизи  $p-n$ -перехода генерируются электронно-дырочные пары (область умножения). Дырки быстро пролетают к электроду сквозь узкий сильно легированный эмиттер, не оказывая существенного влияния на работу прибора. Электроны, покинув область умножения, пролетают затем протяжённую слабо легированную  $n$ -область (область дрейфа).

В области умножения и в области дрейфа электроны движутся с одной и той же, не зависящей от напряжённости поля дрейфовой скоростью — скоростью насыщения  $v_s$  [2]. Значение поля  $E_s$ , при к-ром дрейфовая скорость электронов насыщается, составляет для электронов в Si и GaAs величину  $\sim 10^4$  В/см, значительно меньшую значения поля в области умножения  $E_i \approx (3-5) \cdot 10^6$  В/см. Характерное значение  $v_s \approx 10^7$  см/с. Пусть помимо пост. напряжения  $U_0$  к диоду приложено перем. напряжение  $U$  частотой  $\omega$  (рис. 2, а). С ростом напряжения  $U$  происходит резкое увеличение концентрации носителей в области умножения вследствие экспоненциального характера зависимости коэф. ударной ионизации от поля [2]. Однако т. к. скорость роста концентрации электронов  $dn/dt$  пропорц. уже имеющейся в области умножения концентрации  $n$ , момент, когда  $n$  достигает максимума, запаздывает по отношению к моменту, когда максимум достигает напряжение на диоде (рис. 2, б). В условиях, когда  $v_s$  не зависит от поля, ток проводимости в области умножения  $I_c$  пропорц. концентрации  $n$ :  $I_c = ev_s S (n - \text{заряд электрона, } S - \text{площадь диода})$ . Поэтому кривая на рис. 2 (б) представляет собой также и зависимость тока  $I_c$  в области умножения от времени.

Когда напряжение на диоде спадает и концентрация носителей в области умножения резко уменьшается,

частицы среды друг от друга (этим параметрами могут быть значения координат  $x_0, y_0, z_0$  в нек-рый момент времени  $t_0$ ),  $X, Y, Z$  — проекции объёмных сил,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность. Получены Ж. Лагранжем (J. Lagrange) ок. 1780.

Решение общей задачи гидромеханики в переменных Лагранжа сводится к тому, чтобы, зная  $X, Y, Z$ , а также начальные и граничные условия, определить  $x, y, z, p$  как ф-ции времени и параметров  $a_1, a_2, a_3$ . Для решения этой задачи необходимо к ур-ниям (1) присоединить ур-ние неразрывности, имеющее в переменных Лагранжа вид

$$\rho(a_1, a_2, a_3, t) \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a_1} & \frac{\partial y}{\partial a_1} & \frac{\partial z}{\partial a_1} \\ \frac{\partial x}{\partial a_2} & \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial z}{\partial a_2} \\ \frac{\partial x}{\partial a_3} & \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial z}{\partial a_3} \end{vmatrix} = \rho_0(a_1, a_2, a_3, t_0) \begin{vmatrix} \frac{\partial x_0}{\partial a_1} & \frac{\partial y_0}{\partial a_1} & \frac{\partial z_0}{\partial a_1} \\ \frac{\partial x_0}{\partial a_2} & \frac{\partial y_0}{\partial a_2} & \frac{\partial z_0}{\partial a_2} \\ \frac{\partial x_0}{\partial a_3} & \frac{\partial y_0}{\partial a_3} & \frac{\partial z_0}{\partial a_3} \end{vmatrix}, \quad (2)$$

и ур-ные состояния  $\rho = f(p)$  для баротропного движения или  $\rho = \text{const}$  для несжимаемой жидкости. Если зависимости  $x, y, z$  от  $a_1, a_2, a_3, t$  найдены, то траектории, скорости и ускорения частиц определяются обычными методами кинематики точки.

Обычно при решении задач гидромеханики пользуются Эйлера уравнениями. Л. у. применяются гл. обр. при изучении нестационарных движений, в частности колебат. движений жидкости, в нек-рых вопросах теории турбулентности.

Лит. см. при ст. Гидроаэромеханика. С. М. Тарг. ЛАГРАНЖА УРАВНЕНИЯ механики. 1) Лагранжа уравнения 1-го рода — дифференциальные ур-ния движения механич. систем, к-рые даются в проекциях на прямоугольные координатные оси и содержат т. н. множители Лагранжа. Получены Ж. Лагранжем в 1788. Для голономной системы, состоящей из  $n$  материальных точек, на к-рую наложено  $k$  связей вида

$$f_i(x_1, y_1, z_1, \dots; x_n, y_n, z_n; t) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, k), \quad (1)$$

Л. у. 1-го рода имеют вид

$$\left. \begin{aligned} m_x \ddot{x}_v &= F_{vx} + \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_v} \\ m_y \ddot{y}_v &= F_{vy} + \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial y_v} \\ m_z \ddot{z}_v &= F_{vz} + \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial z_v} \end{aligned} \right\} \quad (v=1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

где  $m_v$  — массы точек системы;  $x_v, y_v, z_v$  — координаты этих точек;  $F_{vx}, F_{vy}, F_{vz}$  — проекции приложенных к каждой точке активных сил;  $\lambda_i$  — неопределённые множители, иронормальные реакциям соответствующих связей;  $t$  — время. Аналогичные ур-ния могут составляться и для неголомных систем. Ур-ния (2) совместно с (1) дают систему  $3n+k$  дифференциальных ур-ний, из к-рых находятся  $3n$  неизвестных ф-ций  $x_v(t), y_v(t), z_v(t)$ , дающих закон движения точек системы, и  $k$  множителей  $\lambda_i(t)$ , позволяющих определить проекции реакций связей по ф-лам

$$N_{vx} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_v}, \quad N_{vy} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial y_v}.$$

$$N_{vz} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial z_v}$$

Для отыскания закона движения системы (2) пользуются редко, т. к. интегрирование системы  $3n+k$  ур-ний, когда  $n$  велико, связано с большими трудностями. Однако если закон движения будет найден другим путём (напр., с помощью ур-ний Лагранжа 2-го рода), то по ур-ниям (2), в к-рых левые части известны, можно определять реакции связей.

2) Лагранжа уравнения 2-го рода — дифференциальные ур-ния движения механич. систем, в к-рых параметрами, определяющими положение системы, являются независимые между собой обобщённые координаты. Для голономных систем Л. у. 2-го рода имеют в общем случае вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, 2, \dots, s), \quad (3)$$

где  $q_i$  — обобщённые координаты, число к-рых равно числу  $s$  степеней свободы системы,  $\dot{q}_i$  — обобщённые скорости,  $Q_i$  — обобщённые силы.

Для составления ур-ний (3) надо, выбрав  $q$ , определить кинетич. энергию системы в её движении относительно илльчральной системы отсчёта и выразить эту величину явно через  $q_i$  и  $\dot{q}_i$ , т. е. найти  $T(q_i, \dot{q}_i, t)$ ; время войдёт сюда при нестационарных связях. Значения  $Q_i$  находятся по заданным (активным) силам, в число к-рых при неидеальных связях включают и силы трения. С матем. точки зрения ур-ния (3) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных ур-ний 2-го порядка относительно координат  $q_i$ ; интегрируя эти ур-ния и определяя постоянные интегрирования по нач. условиям, находят  $q_i(t)$ , т. е. закон движения системы в обобщённых координатах.

По сравнению с ур-ниями в декартовых координатах (см., напр., ур-ния Лагранжа 1-го рода) ур-ния (3) обладают тем важным преимуществом, что число их равно числу степеней свободы системы и не зависит от кол-ва входящих в систему материальных частиц или тел; кроме того, при идеальных связях из ур-ний (3) автоматически исключаются все панерд неизвестные реакция связей. Л. у. 2-го рода, дающими весьма общ. и притом достаточно простой метод решения задач, широко используются для изучения движения разл. механич. систем, в частности в динамике механизмов и машин, в теории гироскопа, в теории колебаний и др.

Для неголомной системы, на к-рую, кроме геом. связей, учитываемых выбором координат  $q$ , наложено ещё  $k$  дифференциальных связей, выражаемых равенствами

$$A_{\alpha 0} + \sum_{i=1}^k A_{\alpha i} \dot{q}_i = 0 \quad (\alpha=1, 2, \dots, k), \quad (4)$$

Л. у. 2-го рода принимают вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{\alpha=1}^k \mu_{\alpha} A_{\alpha i} \quad (i=1, 2, \dots, s). \quad (5)$$

Ур-ния (5) совместно с (4) дают возможность определить  $s$  независимых координат  $q_i$  и  $k$  панерд неизвестных множителей  $\mu_{\alpha}$  как ф-ций времени.

В физике особое значение имеет та форма Л. у., к-рую они принимают в случае голономной системы, находящейся под действием одних только потенц. сил (см. Консервативная система). Если ввести ф-цию Лагранжа (лагранжиан)  $L$ , равную в этом случае разности между кинетической  $T$  и потенциальной  $\Pi$  энергиями системы:

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) = T(q_i, \dot{q}_i, t) - \Pi(q_i),$$

то, т. к. для потенц. сил  $Q_i = -\partial \Pi / \partial q_i$ , равенства (3) примут вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \quad (6)$$

Ур-ния в форме (6) обычно и наз. в физике ур-ниями Лагранжа. Преимущество этих ур-ний состоит в том, что они позволяют изучить движение механич. систем, зная для неё одну только ф-цию  $L$ , полностью характеризующую систему. Такая форма ур-ний имеет место не только для консервативных систем. Если обобщённые силы можно представить через нек-рый обобщённый потенциал  $U(q_i, \dot{q}_i)$  в виде

$$Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} \right),$$

то ур-ния (3) представляются тоже в виде (6), где  $L = T + U$ . Напр. для заряж. частицы массы  $m$  с зарядом  $q$ , движущейся в эл.-магн. поле, к-рое характеризуется векторами  $\mathbf{A}$  и скалярным ф. потенциалами, существует «обобщённый потенциал»

$$U = \frac{q}{c} \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} - q\varphi \quad \text{и} \quad L = \frac{mv^2}{2} - q\varphi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \cdot \mathbf{v},$$

где  $v$  — скорость частицы,  $c$  — скорость света.

Область приложения ур-ний (6) называется ещё более широкой благодаря их связи с наименьшего действия принципом. Согласно этому принципу, для истинного движения системы величина  $S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$ , наз. *действием*, имеет экстремум, условие существования к-рого состоит в том, что ф-ция  $L$  должна удовлетворять ур-ниям Эйлера, совпадающим с ур-ниями (6). Отсюда следует, что ур-ния вида (6) справедливы для любой физ. системы (непрерывная среда, гравитач. или эл.-магн. поле и др.), к-рая характеризуется соответствующей ф-цией Лагранжа и подчиняется вариационному принципу, аналогичному принципу наим. действия.

Для среды или поля, представляющих собой систему с бесконечным числом степеней свободы, роль обобщённых координат  $q_i$  играют такие величины, как смещение частицы, плотность, потенциал и т. п., зависящие в общем случае от координат  $x, y, z$  точек среды (полю) и от времени; поэтому для такой среды (полю)  $q = q(x, y, z, t)$ . Характеристикой системы в этих случаях служит удельная (отнесённая к единице объёма) ф-ция Лагранжа, или *лагранжиан*

$$L_0(q_i, \frac{\partial q_i}{\partial t}, \frac{\partial q_i}{\partial x}, \frac{\partial q_i}{\partial y}, \frac{\partial q_i}{\partial z}, x, y, z, t),$$

и Л. у. для среды (полю) принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial L_0}{\partial (\frac{\partial q_i}{\partial t})} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial L_0}{\partial (\frac{\partial q_i}{\partial x})} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial L_0}{\partial (\frac{\partial q_i}{\partial y})} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial L_0}{\partial (\frac{\partial q_i}{\partial z})} \right] - \frac{\partial L_0}{\partial q_i} = 0. \quad (7)$$

Ур-ния (7), в отличие от (3) или (6), представляют собой систему ур-ний в частных производных; число их равно числу величин  $q_i$ .

Примером приложения ур-ний (7) к упруго деформируемой среде может служить задача о продольных вдоль оси  $x$  колебаниях пружинчат. стержня. В этом случае имеется одна обобщённая координата  $q_1 = u(x, t)$ , где  $u$  — продольное смещение части стержня, и ф-ция  $L_0$ , составляемая как разность удельных кинетической и потенциальной энергий, имеет вид

$$L_0 = \frac{1}{2} \left[ \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - E \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right],$$

где  $\rho$  — плотность среды,  $E$  — модуль упругости при растяжении. Подстановка этого значения  $L_0$  в (7) даёт ур-ние продольных упругих колебаний:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

Др. примером может служить эл.-магн. поле в вакууме, для к-рого в качестве четырёх обобщённых коор-

динат можно принять компоненты  $A_x, A_y, A_z$  векторного потенциала  $\mathbf{A}$  и скалярный потенциал  $\varphi$ . В этом случае

$$L_0 = \frac{E^2 - H^2}{8\pi} - \rho\varphi + \frac{1}{c} \mathbf{j} \cdot \mathbf{A},$$

где  $E$  — напряжённость элктрич. поля,  $H$  — магн. индукция,  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\rho$  — уд. заряд. При этом значении  $L_0$  равенства (7) дают ур-ния Максвелла.

Л. у. в виде (6) сохраняют смысл и при движениях со скоростями, сравнимыми со скоростью света, но при этом в выражение ф-ции  $L$  вместо кинетич. энергии частицы входит величина  $-mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ . См. также *Лагранжев формализм*.

Лит.: 1) Лагранж Ж.-Л. Аналитическая механика, пер. с франц., 2 изд., т. 1—2, М.—Л., 1950; 2) Жуковский Н. В., Теоретическая механика, 2 изд., М.—Л., 1952; 3) Суэлов В. К., Теоретическая механика, 3 изд., М.—Л., 1946; 4) Лойцянский Л. Г., Ур-ния А. И., Курс теоретической механики, 5 изд., т. 2, М., 1983; 5) Дидрихс Д. П., Ди-Филиппи Е. М., Механика, 4 изд., М., 1988, гл. 1; 6) Голдстейн Г. К., Классическая механика, пер. с англ., 2 изд., М., 1975, гл. 1, 2, 11. С. М. Таря.

**ЛАГРАНЖА ФУНКЦИЯ** (кинетиический потенциал) — характеристич. функция  $L(q_i, \dot{q}_i, t)$  механич. системы, выраженная через обобщённые координаты  $q_i$ , обобщённые скорости  $\dot{q}_i$  и время  $t$ . В простейшем случае *консервативной системы* Л. ф. равна разности между кинетиической  $T$  и потенциальной  $\Pi$  энергиями системы, выраженными через  $q_i$  и  $\dot{q}_i$ , т. е.  $L = T(q_i, \dot{q}_i, t) - \Pi(q_i)$ . Зная Л. ф., можно с помощью *наименьшего действия принципа* составить дифференциальные ур-ния движения механич. системы. Понятие о Л. ф. распространяется и на др. физ. системы (см. *Лагранжиан*, *Лагранжа уравнения* механики 2-го рода, *Лагранжев формализм*).

**ЛАГРАНЖА — ДИРИХЛЕ ТЕОРЕМА** — устанавливает достаточное условие устойчивости равновесия консервативной механич. системы. Согласно Л.—Д. т., консервативная механич. система находится в положении устойчивого равновесия, если потен. энергия системы в этом положении имеет строгий минимум. В частности, из Л.—Д. т. следует, что положение равновесия механич. системы в однородном поле тяжести будет устойчивым, когда центр тяжести системы занимает наименьшее положение.

**ЛАГРАНЖЕВ ФОРМАЛИЗМ** — основанная на вариационном принципе формулировка механики и теории поля, в к-рой состоянии системы задётся обобщёнными координатами  $q_i$  и их производными по времени — обобщёнными скоростями  $\dot{q}_i$  (см. *Вариационные принципы механики*). Исходным для Л. ф. являются фундам. понятия *действия*  $S$  и его полной производной по времени, взятой вдоль траектории системы, — *Лагранж*

*жа функции*  $L(t)$ ; при этом  $S = \int_{t_1}^{t_2} L(t) dt$ . Для меха-

нич. системы с конечным числом степеней свободы (напр., для системы материальных точек) обычно принимают, что ф-ция Лагранжа зависит от  $q_i$  и  $\dot{q}_i$ :

$$L(t) = L[q(t), \dot{q}(t), t]$$

(где  $q, \dot{q}$  — совокупность  $q, \dot{q}$ ). Существуют и обобщения Л. ф. на случай, когда  $L$  зависит от высших производных  $q$ . Для систем с бесконечным числом степеней свободы — физ. полей — роль обобщённых координат играют значения компонент поля  $\varphi(x)$  во всех пространств. точках  $x$ . Зависимость  $L$  от всех  $\varphi(x)$  означает, что  $L$  является функционалом. Для физики наиб. интересны локальные функционалы, для к-рых вторая вариач. производная  $\delta^2 L / \delta \varphi^2(x) \delta \varphi^2(x')$  отлична от нуля лишь при  $x = x'$ . Тогда ф-ция Лагранжа может быть представлена в виде  $L(t) = \int \mathcal{L}(x, t) dx$ ,

а действие — в виде  $\int \mathcal{L}(x, t) dx dt$ , где плотность функции Лагранжа  $\mathcal{L}$ , называемая *лагранжианом*, зависит от полей ( $n$ , как правило, от их первых производных), втянутых в одной и той же точке пространства-времени  $x, t$ . [Иногда термин «лагранжиан» используют и для самой функции Лагранжа  $L(t)$ , а  $\mathcal{L}$  наз. плотностью лагранжиана.]

В релятивистской теории и действие  $S$ , и лагранжиан  $\mathcal{L}$  являются скаларами относительно преобразований Пуанкаре группы. В четырёхмерных обозначениях переменные  $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (x_\mu) = x$  ( $\mu=0, 1, 2, 3$ ) входят равноправно, и действие записывается как локальный функционал полей и их первых производных, заданных на некр-ой 4-области  $\Omega$ :

$$S = \int_{\Omega} \mathcal{L}(x) dx, \quad \mathcal{L}(x) = \mathcal{L}(q^a(x), \partial_\mu q^a(x), x)$$

(яришто сокращение  $\partial_\mu = \partial/\partial x_\mu$ ).

В механике и теории поля постулируется фундаментальная *наименьшего действия принцип*, утверждающий, что для реальных движений системы функционал  $S$  принимает экстрем. значение, т. е. его вариация  $\delta S = 0$ . Ур-ния движения получаются из него по правилу вариационного исчисления как условия экстремума; они наз. *Эйлера — Лагранжа уравнениями* и имеют вид

$$\partial_\mu \lambda_j q^a - d_\mu [\partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\mu q^a)] = 0,$$

где  $d_\mu = d/dx_\mu$  — «полюная частная производная», учитывающая зависимость  $\mathcal{L}$  от  $x$  как явную, так и через поля  $q^a(x)$ , но нонвторяжемус индексу  $\mu$  предпологается суммирование. Т. о., задане формы лагранжиана полностью определяет ур-ния движения. [Для систем со связями  $\chi_j(q^a, \partial_\mu q^a, x) = 0$  вариационный принцип применяется к модифициров. лагранжиану  $\mathcal{L}'(x) = \mathcal{L}(x) + \sum_j \lambda_j \chi_j(x)$ , причём множители Лагранжа  $\lambda_j(x)$  находятся интегрированием соответственно модифициров. ур-ний Эйлера — Лагранжа.]

При наличии в теории симметрии Л. ф. позволяет, помимо ур-ний движения, найти соответствующие *сохранения законы* с помощью *Нетер теоремы*. В силу этой теоремы из инвариантности действия относительно каждой однопараметрич. группы преобразований симметрии следует сохранение одной явно строящейся функции координат и скоростей  $F(q, a, t)$ . В релятивистской теории аналогом момента времени  $t$  служит пространственноподобная поверхность  $\sigma$ , а аналогом сохранения по времени,  $dF/dt = 0$ , является независимость от  $\sigma$  соответствующего функционала  $\sigma$ , полей и их производных:

$$F[\sigma; q^a, \partial_\mu q^a] = \int_{\sigma} d\sigma_\nu F_\nu(q^a(x), \partial_\nu q^a(x), x);$$

$$\delta F[\sigma; q^a, \partial_\mu q^a] / \delta \sigma = 0.$$

Иными словами, каждой сохраняющейся величине  $F$  отвечает локальный четырёхмерный «ток»  $F_\nu(x)$ , удовлетворяющий дифференц. закону сохранения  $\partial_\nu F_\nu(x) = 0$ .

В частности, всякое релятивистское описание должно быть инвариантно относительно трансляций и вращений в 4-пространстве (образующих 10-параметрич. группу Пуанкаре). Инвариантность  $S$  относительно преобразований группы Пуанкаре приводит к сохранению четырёх компонент энергии-импульса  $P_\mu$  и шести компонент момента  $M_{\mu\nu} = -M_{\nu\mu}$ . Если взять поверхность  $\sigma$  в виде  $x_0 = t$ , то они выражаются ф-лами

$$P_\mu = \int dx T_{\mu 0}(x), \quad M_{\mu\nu} = \int dx M_{\mu\nu, 0}$$

через свои «токи» — тензоры энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  и момента  $M_{\mu\nu}$ , удовлетворяющие дифференциальным законам сохранения  $\partial_\nu T_{\mu\nu} = 0$  и  $\partial_\nu M_{\mu\nu} = 0$ .

Эти тензоры находятся по заданному  $\mathcal{L}$  по формулам

$$T_{\mu\nu} = (\partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\mu q^a)) \partial_\nu q^a - g_{\mu\nu} \mathcal{L},$$

$$M_{\mu\nu, \alpha} = x_\mu T_{\nu\alpha} - x_\nu T_{\mu\alpha} + (\partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\alpha q^a)) s_{\mu\nu} q^a,$$

где матрица  $s^{ab}$  описывает изменение многокомпонентного поля  $q^a$  при бесконечно малом преобразовании Лоренца с параметром  $\omega_{\mu\nu}$ ,  $\delta q^a = 1/2 \omega_{\mu\nu} s^{\mu\nu} q^a$ .

Если в теории имеются и др. группы симметрии, т. е. действие инвариантно относительно преобразований из этих групп, теорема Нетер даёт дополнит. сохраняющиеся величины (напр., заряды; см. *Квантовая теория поля*). В *гauge-теории формализма* выясняется, что сохраняющиеся величины являются генераторами соответствующих преобразований симметрии. (Отметим, что в теориях, содержащих *динамические симметрии*, возникают дополнит. законы сохранения, к-рые не могут быть получены из теоремы Нетер.)

Т. о., лагранжиан полностью определяет теорию; Л. ф. даёт ур-ния движения и сохраняющиеся динамич. величины. Напротив, на заданной теории лагранжиан восстанавливается неоднозначно, напр. к нему всегда можно добавить 4-дивергенцию любой ф-ции, что не скажется ни на ур-ниях движения, ни на сохраняющихся величинах.

Л. ф. играет важную эвристич. роль при построении матем. описания новой области явлений. Действительно, в соответствии с требованиями инвариантности относительно преобразований из группы Пуанкаре и др. групп симметрии  $\mathcal{L}$  может зависеть только от инвариантных комбинаций полей, к-рые нетрудно перечислить. Если по соображениям простоты оставить в  $\mathcal{L}$  инварианты миним. степени по полям, получающиеся из Л. ф. ур-ния движения часто оказываются линейными. В этом случае они наз. ур-нениями свободного поля. Так, для векторного поля с абелевой калибровочной группой (напр., эл.-магн. поля) все возможные лагранжианы эквивалентны выражению  $= 1/4 F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ , где тензор поля  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ,  $A_\mu$  — 4-потенциал, а ур-ния свободного поля имеют вид  $\partial_\mu F_{\mu\nu} = 0$ . В случае более сложной симметрии, напр. с неабелевой калибровочной группой, тензор поля

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - iabc A_\mu^b A_\nu^c$$

(где  $abc$  — структурные константы группы), а простейший лагранжиан  $\mathcal{L} = -1/4 F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a$ . Уже простейшие нетривиальные ур-ния оказываются нелинейными по полю:  $\nabla_\mu^a b F_{\mu\nu}^b = 0$ , где  $\nabla_\mu^a b = \partial_\mu b^a - iabc A_\mu^c$  — *ковариантная производная* для данной калибровочной группы.

Квантовая теория поля заимствует у классической весь Л. ф. с той лишь разницей, что полевые ф-ции являются теперь не  $c$ -числами, а, вообще говоря, некоммутативными операторами. Поэтому операция варьирования, применяемая для вывода ур-ний движения и вычисления динамич. величин, требует доопределения [5, 6]; в ряде случаев (напр., в квантовой электродинамике) оно сводится к той или иной симметризации операторов.

Фундам. роль Л. ф. была вскрыта в лагранжевой форме квантовой динамики (Р. Фейнман (R. Feynman), 1948) — третьем, наряду с традиционными прецедентным и гейзенберговым, способом построения. На этом пути отщепление квантовой теории от классической связано с разными законами композиции вероятности перехода между последоват. состояниями  $a, b, c, \dots$  динамич. системы. В то время как в классич. теории для вероятности  $P$  имеет место интуитивно очевидный мультипликативный закон композиции  $P_{ac} = \sum_b P_{ab} P_{bc}$  (здесь «суммирование» производится



по всем промежуточным конфигурациям  $b$ ), в квантовой теории emerge подчиняются не сами вероятности, а амплитуды  $A$  (также, что  $P_{ab} = |A_{ab}|^2$ ):  $A_{ac} = \sum_b A_{ab} A_{bc}$ . Матем.

оформление этого утверждения эквивалентно введению функционального интеграла по значениям обобщенных координат в момент времени  $t$  на всех возможных траекториях системы. Все результаты обычной квантовой динамики получаются тогда из ностудата, что фаза амплитуды есть классич. действие, измеренное в единицах  $\hbar$ :  $A_{ab} = \exp(iS_{ab}/\hbar)$ .

Фейнмановский функциональный (континуальный) интеграл широко используется также в квантовой теории поля.

В квазиклассич. приближении, когда фазы  $S/\hbar$  велики, осн. вклад в континуальный интеграл даёт область, где фаза стационарна, т. е.  $\delta S = 0$  при вариации траекторий. Т. о., принцип наим. действия для классич. траекторий оказывается следствием квантовой динамики.

Лит.: 1) Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика, 4 изд., М., 1988; их же, Теория поля, 7 изд., М., 1988; 2) Арнольд В. И., Математические методы классической механики, 2 изд., М., 1979; 3) Мейснер В. В., Начала теоретической физики, М., 1975; 4) Боголюбов Н. И., Ширков Д. В., Введение в теорию квантовых полей, 4 изд., М., 1984; 5) Березин Ф. А., Метод вторичного квантования, 2 изд., М., 1986; 6) Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988.

Лит.: В. В. Морозов, В. П. Павлов.

**ЛАГРАНЖИАН** ( $\mathcal{L}$ ) — плотность Лагранжа функции

$L(t)$ ,  $L(t) = \int dx \mathcal{L}(t, x)$ ; играет фундам. роль в лагранжевом формализме для полевых системы. Задание  $\mathcal{L}$  полностью определяет ур-ны движения и сохраняющиеся динамич. величины.  $\mathcal{L}$  является функционалом полей, и вид этого функционала в значит. мере фиксируется физ. требованиями локальности, *реалистической инвариантности*, инвариантности относительно групп *внутренних симметрий*. Благодаря локальности функционал сводится к ф-ции полей  $\phi^a(x)$  (и обычно их первых производных, взятых в одной и той же пространственно-временной точке  $x = (t, x)$ ). Строго говоря, требования инвариантности налагаются не на сам  $\mathcal{L}$ , а на действие  $S = \int \mathcal{L}(x) dx$ . В зависимости же  $S$  от  $\mathcal{L}$  имеет произвол: добавление к  $\mathcal{L}$  полной производной любой ф-ции  $f(x)$ , обращающейся в 0 на границе области интегрирования  $\Omega$ , не меняет  $S$ , а также ур-н движения и выражений для сохраняющихся динамич. величин. В реалистической теории  $S$  и (с точностью до этого произвола)  $\mathcal{L}$  являются скалярами относительно преобразований *Пуанкаре группы*.

В теории *математика*  $\mathcal{L}$  есть скалярная плотность. В случае внутр. симметрий требования инвариантности не так универсальны: выбор группы симметрии по существу фиксирует модель, описывающую опред. круг физ. явлений. Напр., группой внутр. симметрии, скаляром относительно к-рой должны быть действие и  $\mathcal{L}$ , для электродинамики является  $U(1)$ , для теории *электрослабого взаимодействия* —  $SU(2) \otimes U(1)$ , для квантовой хромодинамики —  $SU(3)$ . На языке теории групп операторов соответствующей группы. Далее  $\mathcal{L}$  определяется соображениями простоты: чтобы ур-ны движения были дифференциальными не выше 2-го порядка, суммарная степень производных в отд. слагаемых в  $\mathcal{L}$  не должна превышать 2. В реальных ситуациях этих принципов отбора всё же не хватает для однозначного выбора  $\mathcal{L}$ . В общем случае  $\mathcal{L}$  оказывается полнотомом по полям и их производным. Выведенная по ним часть в  $\mathcal{L}$  (кинетические плюс массовые члены) наз. свободным  $\mathcal{L}$ , а остальные члены образуют  $\mathcal{L}$  взаимодействия.

В квантовой теории поля  $\mathcal{L}$  становится оператором, и его выражение через операторы полей требует доопре-

деления (см. *Нормальное произведение*).  $\mathcal{L}$  взаимодействий участвует в построении матрицы рассеяния; *перенормировка* добавляет к нему контрчлены. Взаимодействие с внеш. классич. током  $j_a(x)$  описывается добавлением к  $\mathcal{L}$  члена  $\sum j_a(x) \phi^a(x)$ .

Принципально для квантовой теории поля требуется *перенормируемости* налагает новые жесткие ограничения на вид  $\mathcal{L}$ ; в большинстве реальных моделей остающаяся свобода сводится к выбору небольшого числа констант (масс и констант взаимодействий).

Лит.: см. при ст. *Лагранжево формализм*. В. П. Павлов.

**ЛАГРАНЖИАН ЭФФЕКТИВНЫЙ** в квантовой теории поля — лагранжиан, в к-ром учтено в огранич. области энергий взаимодействие лишь части из полного числа степеней свободы, содержащихся в исходном фундам. лагранжиане квантовой теории поля (КТП). При этом «лишние» степени свободы, содержащиеся в фундам. лагранжиане, либо вообще не возбуждаются и могут не учитываться при построении  $\mathcal{L}$  э., либо, через вакуумные флуктуации, определяют вид взаимодействия полей в  $\mathcal{L}$  э. Практически любой из известных лагранжианов может рассматриваться как эффективный с точки зрения более глубокой теории. Поэтому  $\mathcal{L}$  э. является одним из важнейших понятий КТП.

Процедура построения  $\mathcal{L}$  э. состоит в исключении лишних степеней свободы из исходного лагранжиана. Исключение может производиться разными способами, напр. с помощью интегрирования по этим степеням свободы в функциональном интеграле (что соответствует суммированию по их вакуумным флуктуациям) или с помощью техники *операторного разложения*. В адронной физике, где явное исключение лишних степеней свободы, как правило, оказывается невозможным, методика построения  $\mathcal{L}$  э. основывается на использовании принципов симметрии.

$\mathcal{L}$  э. применяется для вычислений в низкоэнергетич. адронной физике, при описании слабого взаимодействия, в сочетании с операторным разложением он находит широкое распространение в квантовой хромодинамике (КХД). В практике вычисления последовательно использовать  $\mathcal{L}$  э. можно только в 1-м порядке теории возмущений. Это, в частности, связано с тем, что при учёте входящих в  $\mathcal{L}$  э. взаимодействий в высших порядках приходится учитывать (в иррегулярных состояниях) возбуждение тех степеней свободы (напр., компонент полей с большими импульсами, к-рых нет в первоначальном  $\mathcal{L}$  э. Т. о., учёт высших приближений, как правило, приводит к выходу за рамки применимости первоначального  $\mathcal{L}$  э. Исключение составляет перенормируемые  $\mathcal{L}$  э. (см. *Перенормированная теория возмущений*), итерации к-рых при описании низкоэнергетич. процессов являются непротиворечивой. Все известные реалистич. лагранжианы (лагранжианы КХД и электрослабого взаимодействия) являются перенормируемыми  $\mathcal{L}$  э. с точки зрения более глубокой КТП (напр., с точки зрения моделей *великого объединения*).

Исторически первым примером  $\mathcal{L}$  э., непосредственно полученного из исходного фундам. лагранжиана, явился Гейзе и Берга — Эйлер — Ландау — Ландау и ГЭЛ), описывающий нелинейное взаимодействие низкоэнергетич. компонент эл.-магн. поля, возникающее за счёт суммирования по вакуумным флуктуациям электрон-позитронного поля в лагранжиане квантовой электродинамики. Характерной величиной напряжённости поля в ГЭЛ является  $F_0 = m^2 c^2 / e \hbar$ , где  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона ( $e^2 / \hbar c = \alpha \approx 1/137$ ). В полях такой напряжённости заряд  $e$  па раллельной компонентой длины электрона,  $r \sim \lambda_C = \hbar / mc$ , приобретает энергию  $\sim mc^2$ . ГЭЛ выведен для медленно меняющихся полей с характерными частотами  $\omega \ll mc^2 / \hbar$ , поэтому он является ф-цией только отношений  $E/F_0$  и **545**

$H/F_0$  и не содержит производных от напряжённости электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) полей. Общее выражение для ГЭЛ достаточно громоздко. В предельном случае слабых полей ( $E \sim H \ll F_0$ ) плотность ГЭЛ имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (E^2 - H^2) + \frac{\alpha}{90\pi F_0^2} [(E^2 - H^2)^2 + 7(EH)^2] + \dots$$

Для сильных полей ( $E \sim H \gg F_0$ )

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{3} \alpha (E^2 - H^2) \ln \frac{|E^2 - H^2|}{F_0^2}.$$

ГЭЛ получен В. Гейзенбергом и Г. Эйлером в 1936 [1]. В 1948 Ю. Швингер разработал эффективный общий метод вывода лагранжианов типа ГЭЛ с использованием т. н. формализма собственного времени [2].

Набор полей, входящих в Л. э., может и не совпадать с полями в исходном фундам. лагранжиане, а описывать, напр., связанные состояния исходных полей в огранич. интервале импульсов. Такая ситуация осуществляется, в частности, в киральном лагранжиане (см. *Киральная симметрия*), к-рый описывает низкоэнергетич. взаимодействие  $\pi$ -мезонов с нуклонами [3], а также в Л. э., являющихся феноменологич. реализацией нарушенной  $U(1)$ -симметрии мезонных взаимодействий в КХД [4].

Лит.: 1) Heisenberg W., Euler H., Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons, *z. Phys.*, 1936, Bd 98, S. 714; 2) Schwinger J., On gauge invariance and vacuum polarization, *Phys. Rev.*, 1951, v. 82, p. 604; 3) Weinberg S., Nonlinear realizations of Chiral-Symmetry, *Phys. Rev.*, 1968, v. 160, p. 1568; 4) Arnold R., Nath P., Effective Lagrangians with  $U(1)$  axial anomaly, *Nucl. Phys.*, 1982, v. B 209, p. 234. М. В. Терентьев.

**ЛАЗЕР** (оптический квантовый генератор, аббревиатура слов англ. фразы: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, что означает «усиление света вынужденным излучением») — устройство, преобразующее разл. виды энергии (электрич., систему, хим., тепловую и т. д.) в энергию когерентного эл.-магн. излучения оптич. диапазона. Устройство Л. зависит от его назначения, режима работы, диапазона генерируемых длин волн  $\lambda$ , уровня генерируемой мощности или энергии. Оно во многом определяется также тем, какой вид энергии преобразуется Л. в когерентное излучение. Тем не менее любой Л., работающий как генератор когерентного излучения, должен состоять из трёх элементов: устройства, доставляющего энергию для переработки её в когерентное излучение; активной среды, края «вбирает в себя эту энергию и переизлучает её в виде когерентного излучения; устройства, осуществляющего обратную связь. Обратная связь не обязательна, если Л. работает как усилитель когерентного излучения (см. ниже).

В основе работы Л. лежит процесс вынужденного испускания фотонов возбуждёнными квантовыми системами — атомами, молекулами, жидкостями и твёрдыми телами (см. *Квантовая электроника*).

В простейшей форме энергетич. схема Л. выглядит след. образом: выбирается атом (молекула, ион), среди энергетич. состояний к-рого есть 2 энергетич. уровня, между к-рыми возможен излучат. переход. Атом, находящийся в энергетич. состоянии  $E_2$ , может уменьшить свою энергию и перейти в состояние  $E_1$ , а избыток энергии  $E_2 - E_1$  испустить в виде фотона, энергия к-рого  $h\omega_{21}$  и частота  $\omega_{21}$  связаны с изменением энергетич. состояния атома соотношением  $h\omega_{21} = E_2 - E_1$  (рис. 4). Приближённый знак равенства указывает на то, что в реальной системе атомов, молекул, находящихся в газообразном, жидком или твёрдом состоянии, энергетич. уровни не строго дискретны, а занимают нек-рый интервал значений  $\Delta E_2$  и  $\Delta E_1$ , и искусственный фотон может иметь любую частоту в пределах этого интервала. Чем уже интервалы  $\Delta E_1$ ,  $\Delta E_2$ , тем точнее фиксирована энергия испускаемого фотона.

Спонтанные и вынужденные переходы. Возбуждённый атом из состояния  $E_2$  может перейти в состояние  $E_1$  с испусканием фотона как самопроизвольно (с понятием и с испусканием), так и под действием эл.-магн. излучения (индуцированное, или вынужденное, с испусканием).

При спонтанном испускании частота фотона может быть произвольной в пределах контура спектральной линии (рис. 2). Произвольно также его направление распространения и фаза. Ширина контура  $\Delta\omega$   $E_2$  определяется лириной энергетич. уровней

$$h\Delta\omega = \Delta E_2 + \Delta E_1. \quad (1)$$

Значение ординаты  $S(\omega, \omega_{21})$  — относит. вероятность испускания фотона частоты  $\omega$ . Она максимальна при  $\omega = \omega_{21}$ .

При вынужденном испускании испускаемые фотоны полностью тождественны фотонам, воздействующим на систему атомов. Напр., если воздействующая эл.-магн. волна монохроматична, то индуцированное испускаемая волна будет тоже монохроматической, имеющей ту же частоту и те же направления распространения и поляризации. Вероятность индуцированного испускания пропорц. интенсивности воздействующей волны и зависит от её частоты. Вероятность индуцированного испускания максимальна, если частота  $\omega$  воздействующей волны совпадает с  $\omega_{21}$ . При отклонении  $\omega$  от  $\omega_{21}$  вероятность индуцированного испускания убывает по закону, описываемому ф-цией  $S(\omega, \omega_{21})$ .

Если атом находится в состоянии  $E_1$ , то под действием внем. эл.-магн. волны может происходить резонансное поглощение фотонов, сопровождающееся переходом  $E_1 \rightarrow E_2$ . При индуцированном испускании энергия воздействующей волны увеличивается, а при резонансном поглощении уменьшается. Вероятность резонансного поглощения в точности равна вероятности индуцированного испускания. Поэтому будет ли преобладать в реальной системе атомов процесс вынужденного испускания или процесс резонансного поглощения, зависит от населённости энергетич. уровней  $N_1$  и  $N_2$ . Преобладание вынужденного испускания над поглощением возможно лишь при выполнении условия

$$\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} > 0, \quad (2)$$

где  $g_1, g_2$  — статистич. веса состояний. В условиях термодинамич. равновесия  $N_2/g_2 - N_1/g_1 < 0$  и преобладает поглощение. Условие (2), наз. *инверсной населённости*, может быть достигнуто лишь в неравновесной системе путём подвода к ней энергии. Процесс создания инверсной населённости наз. *инверсия*, а подводящая энергия — энергией накачки.

Особенности вынужденного испускания позволяют генерировать когерентное излучение. Первоначально является процесс спонтанного испускания, причём наиб. число фотонов будет испущено на резонансной частоте  $\omega_{21}$ , далее вступает в действие индуцированный процесс. Т. к. число спонтанно испущенных фотонов больше на частоте  $\omega_{21}$  и вероятность индуцированных переходов на этой частоте тоже имеет максимум, то постепенно фотоны на частоте  $\omega_{21}$  будут доминировать над всеми остальными фотонами. Но для того, чтобы этот процесс развивался, необходима взаимосвязь между поколениями фотонов, т. е. необходима обратная связь.

Обратная связь в Л. осуществляется при помощи оптич. резонатора. В простейшей форме он образован двумя зеркалами, между к-рыми помещается рабочее вещество. Излучаемая волна отражается от зеркал и

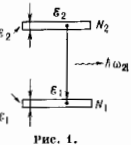


Рис. 1.

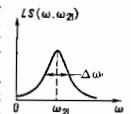


Рис. 2. Спектральная линия спонтанного излучения.

вновь возвращается в активное вещество, вызывая индуцированные переходы. Одно из зеркал делается полупрозрачным для выхода части излучения (рис. 3).

Др. геометрия расположения зеркал показана на рис. 4. Обратная связь осуществляется возвратом волны в активное вещество после последовательного отражения её от системы зеркал (наим. число зеркал 3). Волна в кольцевой системе может распространяться в

Рис. 3. Схематическое изображение лазера: 3<sub>1</sub> — «глухое» зеркало; 3<sub>2</sub> — полупрозрачное зеркало; А — активная среда; ω — условное изображение выходящего из лаз. 3<sub>1</sub> А 3<sub>2</sub> зерка генерируемого излучения.

любом из двух возможных направлений. Возможна как генерация двух встречных волн, так и выделение волны вперед. Направления путей использования *незамкнутого элемента* (напр., ячейки Фарадея). В системе из двух зеркал всегда генерируются 2 встречные волны.

Ещё одной разновидностью обратной связи является т. н. распределённая обратная связь. Она возникает в активной среде, *оптическая плотность* к-рой периодически меняется в пространстве (рис. 5). Отражение возникает при

Рис. 4. Схема кольцевого лазера.

переходе волны от одного участка к другому, отличающемуся оптич. плотностью вещества. Коэф. отражения при каждом переходе невелик, но т. к. таких переходов много, общий коэф. отражения оказывается значительным.

Рис. 5. Лазер с распределённой обратной связью.

**Погонный коэффициент усиления.** Т. к. в активное вещество возвращается не вся излучённая энергия, отвод энергии из Л. должен компенсироваться усилением в активном веществе. Поэтому для достижения генерации усиление должно превышать пороговое значение. Если отражённая от зеркала 3<sub>2</sub> волна имеет интенсивность I<sub>0</sub>, то меру распространения в активном веществе её интенсивности будет парастать по закону I = I<sub>0</sub>e<sup>κωL</sup>, где z — пройденное волной расстояние в активном веществе, а κ<sub>ω</sub> наз. *погонным коэф. усиления*. У зеркала 3<sub>1</sub> интенсивность волны достигает значения I<sub>0</sub>e<sup>κωL</sup>. Пройдя путь L в обратном направлении, интенсивность увеличивается до значения I<sub>0</sub>e<sup>2κωL</sup>. Отразившись от зеркала 3<sub>2</sub> с коэф. отражения r, она окажется равной rI<sub>0</sub>e<sup>2κωL</sup>. Только при rI<sub>0</sub>e<sup>κωL</sup> > I<sub>0</sub> возможно постепенное парастание эл.-маг. волны. Отсюда

$$\kappa_{\omega} > \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r}. \quad (3)$$

Коэф. усиления κ<sub>ω</sub> пропорц. числу активных частиц ΔN = N<sub>2</sub>/g<sub>2</sub> - N<sub>1</sub>/g<sub>1</sub>:

$$\kappa_{\omega} = \sigma_{\omega} \Delta N. \quad (4)$$

Коэф. σ<sub>ω</sub> — сечение вынужденного перехода — является характеристикой активной среды. Сечение σ<sub>ω</sub> пропорц. вероятности индуцированного перехода. Следовательно, его зависимость от частоты ω определяется ф-цией S(ω, ω<sub>1</sub>).

**Условие самовозбуждения.** Из (4) следует, что для возникновения генерации необходимо выполнение более

условия, чем (2):

$$\Delta N > \frac{\ln(1/r)}{2\sigma_{\omega} L}. \quad (5)$$

Неравенство (5) является условием самовозбуждения Л. Если зеркало 3<sub>1</sub> не является идеально отражающим, то в ф-лу (5) вместо ln(1/r) следует подставить ln(1/r<sub>1</sub>r<sub>2</sub>) (индекс коэф. отражения соответствует индексу зеркала). Если ввести коэф. возбуждения η<sub>ω</sub> = 2σ<sub>ω</sub>ΔNΔln(1/r), то условие возбуждения принимает вид η<sub>ω</sub> - 1 > 0.

После включения накачки, удовлетворяющей условию (5), генерируемая мощность начинает парастать, но не беспрерывно. Эл.-маг. поле в резонаторе может достичь такого значения, когда скорость индуцированных переходов E<sub>2</sub> → E<sub>1</sub> будет превосходить скорость заселения уровня E<sub>2</sub> за счёт накачки. При этом ΔN и коэф. усиления с ростом интенсивности волн в резонаторе начинают уменьшаться (и а с м щ а т с я). Для мн. активных сред зависимость κ<sub>ω</sub> от интенсивности I можно описать ф-лой

$$\kappa_{\omega} = \frac{\sigma_{\omega} \Delta N_0}{(\omega - \omega_{21})^2 / \Delta\omega_{21}^2 + 1 + I/I_0}. \quad (6)$$

Здесь ΔN<sub>0</sub> — число активных частиц в отсутствие генерации, σ<sub>ω</sub> — сечение вынужденного перехода на резонансной частоте ω = ω<sub>21</sub>. Величина I<sub>0</sub> (насыщающая интенсивность) является характеристикой вещества. Если I слабо зависит от z, то условие

$$\frac{\sigma_{\omega} \Delta N_0}{1 + (\omega - \omega_{21})^2 / \Delta\omega_{21}^2 + 1 + I/I_0} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r} \quad (7)$$

определяет интенсивность генерируемого излучения в резонаторе на частоте ω.

Насыщение коэф. усиления играет важную роль не только для установления стационарной интенсивности генерации. Оно важно и для формирования монохроматич. (когерентной) волны. Излучение на резонансной частоте доминирует в процессе развития генерации, излучение на др. частотах тоже развивается, хотя и в меньшей степени. По достижении же коэф. усиления стационарного значения, определяемого условием (7), излучение на др. частотах начинает агугухать. Т. к. для резонансной частоты κ имеет макс. значение, то для любой др. частоты ω

$$\frac{\sigma_{\omega} \Delta N_0}{1 + (\omega - \omega_{21})^2 / \Delta\omega_{21}^2 + 1 + I/I_0} < \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r}.$$

Отсюда следует, что Л. в конечном счёте должен генерировать строго монохроматич. излучение.

**Роль флуктуаций.** В приведённых рассуждениях не учитывались флуктуационные процессы — квантовые флуктуации эл.-магн. поля и диньного момента атома, а также флуктуации мощности накачки, вибрации длины резонатора и т. д. Флуктуации ограничивают степень монохроматичности генерируемого излучения. Тем не менее монохроматичность лазерного излучения весьма высока. Предельная монохроматичность, обусловленная квантовыми флуктуациями, даётся соотношением

$$\delta\omega = \frac{\hbar\omega(\Delta\omega_p)^2}{P} \frac{N_2}{N_2 - N_1 g_2 / g_1}, \quad (8)$$

где δω — ширина спектра; P — мощность излучения, генерируемого Л.; N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> — числа частиц на верх. и ниж. уровнях в режиме генерации; Δω<sub>p</sub> — полоса пропускания резонатора (см. ниже).

**Оптический резонатор.** До сих пор зеркалами отводилась лишь роль отражателей, возвращающих часть излучения обратно в активную среду. Однако система зеркал обладает резонансными свойствами и поле в ней может возбуждаться только на определ. резонансных (собственных) частотах ω<sub>p</sub> или вблизи них в малом интервале Δω<sub>p</sub>, наз. *полосой пропускания резонатора* (подробнее см. в ст. *Оптический резонатор*). Если Δω<sub>p</sub> > Δω<sub>21</sub>, то всё вышесказанное справедливо, т. к.

резонансные свойства резонатора слабо выражены на фоне резонансных свойств спектральной линии. При этом частота генерируемого излучения  $\omega_r$  будет близка к частоте перехода  $\omega_{21}$ .

Если же  $\Delta\omega_p \ll \Delta\omega_{21}$ , то резонатор существенно влияет на частоту генерируемого излучения. Активное вещество обладает дисперсией показателя преломления. Поэтому фазовая скорость распространения волны  $c_k$  между зеркалами зависит от её частоты (длины волны). Для стационарной генерации необходимо, чтобы при распространении (проходе) волны от одного зеркала до другого и обратно набег фазы составил целое число ( $n$ ) периодов:  $2L\omega/c_k = 2\pi n$ . С др. стороны, из-за интерференции многократно отражённых волн между зеркалами должны устанавливаться колебания, при к-рых между зеркалами укладывается целое число ( $p$ ) полу-

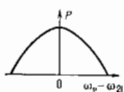


Рис. 6. Зависимость мощности генерации  $P$  от разности  $\omega_p - \omega_{21}$ .

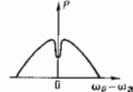


Рис. 7. Зависимость  $P(\omega_p - \omega_{21})$  для двухзеркального лазера в случае, когда уширение спектральной линии обусловлено эффектом Доплера.

волн:  $2L/\lambda = p$ . В реальном резонаторе требуется выхождение этого условия порядка  $\Delta\omega_p$ . Устанавливающаяся частота генерации  $\omega_r$  должна быть такой, чтобы были выполнены оба соотношения. Теория даёт для  $\omega_r$  соотношение

$$(\omega_r - \omega_{21}) \Delta\omega_p = (\omega_p - \omega_r) \Delta\omega_{21} \quad (9)$$

Из (9) следует, что если ширина спектральной линии  $\Delta\omega_{21}$  велика по сравнению с  $\Delta\omega_p$ , то  $\omega_r \approx \omega_p$ .

Наиб. благоприятные условия для генерации возникают, когда резонансная частота спектральной линии  $\omega_{21}$  и коэф. частота резонатора  $\omega_p$  совпадают. В этом случае при заданной мощности накачки Л. излучает наиб. мощность. По мере отклонения  $\omega_p$  от  $\omega_{21}$  генерируемая мощность  $P$  будет уменьшаться и при достаточной большой расстройке ( $\omega_p - \omega_{21}$ ) генерация может совсем исчезнуть (рис. 6).

Однако такая простая зависимость  $P$  от  $\omega_p - \omega_{21}$  справедлива не всегда. Характер её определяется режимом работы Л. и механизмом уширения спектральной линии активного вещества. Для кольцевого Л., работающего на одной волне, бегущей в одном из направлений, зависимость  $P$  от  $\omega_p - \omega_{21}$  всегда соответствует рис. 6. Для двухзеркального Л., если репонирующий вклад в ширину спектральной линии вносит эффект Доплера,  $P(\omega_p - \omega_{21})$  имеет минимум при  $\omega_p = \omega_{21}$ , наз. провалом Ламба (рис. 7). Частотная ширина провала определяется тем вкладом в ширину линии, к-рым вносит межмолекулярные соударения и спонтанное излучение. Этот «провал» используется для стабилизации частоты Л. (см. *Оптические стандарты частоты*).

**Режим работы лазеров.** Накачка Л. может осуществляться как непрерывно, так и импульсно. При длительном (непрерывном) режиме вводятся и активную среду мощность накачки ограничена перегревом активной среды и связанными с ним явлениями. В режиме одиночных импульсов возможно введение в активную среду значительно большей энергии, чем за то же время в непрерывном режиме. Это обуславливает большую мощность одиночного импульса. Но и при непрерывной накачке возможны различные режимы работы Л., существенно зависящие от соотношения двух характерных времён: времени затухания эл.-магн. поля в резонаторе  $\tau_p = (\Delta\omega_p)^{-1}$  и времени  $\tau_1$  установления стационарного распределения частиц по рабочим энергетич. уровням под действием накачки, но в отсутствие

эл.-магн. поля. Последнее зависит от времени жизни частиц на уровнях и от интенсивности накачки.

Если  $\tau_p \ll \tau_1$ , то Л. парадокс с режимом непрерывной генерации может генерировать периоды, последовательность импульсов (рис. 8). Временной интервал между импульсами

$$\tau_c \approx \left( \frac{\tau_p \tau_1}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{P_{\text{макс}}}{P_{\text{ст}}} \right)^{1/2} \quad (10)$$

длительность импульса

$$\tau_n \approx \left( \frac{\tau_p \tau_1}{\eta_0 - 1} \cdot \frac{P_{\text{ст}}}{P_{\text{макс}}} \right)^{1/2} \quad (11)$$

Здесь  $P_{\text{макс}}$  — пиковая мощность импульса,  $P_{\text{ст}}$  — ср. мощность генерации. По мере увеличения отношения  $P_{\text{макс}}/P_{\text{ст}}$  длительность импульсов сокращается, а

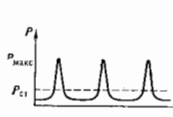


Рис. 8. Импульсный режим работы лазера;  $P$  — мощность генерируемого излучения.

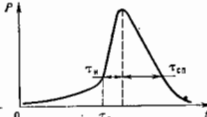


Рис. 9. Генерация гигантских импульсов.

расстояние между ними возрастает, так что ср. мощность остаётся постоянной, если не меняется мощность накачки.

«Раскачать» такие импульсы в Л. удаётся нутём неглубокой модуляции коэф. отражения зеркал или мощности накачки. Глубина модуляции пропорц.  $\tau_1/\tau_p$  и в ряде практически важных случаев порядка  $10^{-2} - 10^{-3}$ . Возможна даже раскачка нулевой Л. за счёт флуктуаций мощности накачки и параметров, без внеш. принудительной модуляции. В Л. со сравнительно малым временем релаксации населённости уровней ( $\tau_1 < \tau_p$ ) режимы глубоких пульсаций мощности не наблюдаются. Неглубокая модуляция параметров в таких Л. приводит к и неглубокой модуляции выходной мощности.

Л. «предрасположенными» к режимам пульсаций, являются рубиновый, неодимовый, YAG-лазер (см. *Твердотельный лазер*), газовый иодный лазер, CO<sub>2</sub>-лазер (см. *Газоразрядные лазеры*), полупроводниковые лазеры. Модуляция параметров в них может приводить к возникновению и хаотич. пульсаций мощности, к-рым в фазовом пространстве соответствует сложный набор траекторий, наз. *странным аттрактором*.

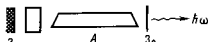
**Гигантские импульсы.** В Л. на основе веществ, имеющих сравнительно большое время релаксации  $\tau_1$  возбуждённых частиц, можно осуществить генерацию короткого одиночного импульса достаточно большой энергии и большой мощности. Л. в режиме стационарной генерации не может излучать мощность, превышающую мощность накачки. Но если выбрать вещество с достаточно большим временем релаксации  $\tau_1$  и выключить обратную связь, то, располагая источником накачки сравнительно небольшой мощности, можно на верх. рабочем уровне накопить большое число  $N_2$  возбуждённых частиц. Если после окончания процесса накопления быстро включить обратную связь, то за счёт большого числа возбуждённых частиц развивается мощный импульс лазерного излучения (рис. 9). При мгновенном выключении обратной связи ( $t=0$ ) имеется нек-рое время разгорания импульса  $\tau_n$ , за к-рым следует быстрое нарастание его за время  $\tau_1$ , а затем более медленный спад ( $\tau_n$ ). По порядку величины

$$\tau_n \approx \frac{\tau_p}{\eta_0 - 1} \ln \frac{\Delta N_2 V}{20}; \quad \tau_1 \approx \frac{\tau_p}{\eta_0 - 1}; \quad \tau_{\text{сп}} \approx \tau_p \quad (12)$$

Здесь  $V$  — объём активного вещества. Если накачку производить в течение времени  $\Delta t \approx \tau_1$  то выигрыш в средней за импульс мощности  $\sim \tau_1/\tau_p$ , а на переднем фронте этот выигрыш ещё больше. Напр., для Л. на основе стекла, активированного Nd,  $\tau_1 \sim 10^{-6}$  с,  $\tau_p \sim 10^{-8}$  с,  $kV/\tau_p \sim 10^4$ . Т. о., при мощности накачки в десятки кВт импульсная мощность генерируемого излучения может достигать сотен МВт (г и г а н т с к и е и м п у л с ы).

Для быстрого включения обратной связи используются *оптические затворы*, к-рые помещаются между

Рис. 10. Схема лазера с оптическим затвором.



активной средой и зеркалом резонатора (рис. 10) и в закрытом состоянии не пропускают излучение к зеркалу.

**Многомодовая и одномодовая генерация.** Оптический резонатор имеет набор своих типов колебаний (мод) — продольных и поперечных. Собств. частоты продольных мод отделены друг от друга интервалом  $\Delta\Omega = c/2L_{оп}$ , где  $L_{оп}$  — оптическая длина резонатора (с учётом показателя преломления активного вещества). Поперечные моды группируются около продольных, являясь своеобразными их спутниками. В оптич. диапазоне обычно ширина спектральной линии спонтанного излучения активного вещества  $\Delta\omega_s \gg \Delta\Omega$ , так что в пределы спектральной линии попадает большое кол-во мод резонатора. В процессе развития генерации все генерируемые частоты должны были бы быть подавлены, кроме одной, ближайшей к резонансной частоте спектральной линии (см. выше). Однако это справедливо только в том случае, когда спектральная линия однородно уширена (см. *Ширина спектральной линии*) и если все моды в пространстве полностью перекачаются. В действительности каждая мода имеет своё пространство. распределение полей в резонаторе и полого перекрытия мод не происходит. Конкуренция между ними ослаблена, что приводит к многомодовой генерации. Неоднородно уширенная спектральная линия означает набор частиц с разл. частотой перехода. Для генерации опред. моды используются энергии лишь тех частиц, частоты к-рых достаточно близки к собств. частоте моды. Энергия удалённых по частоте частиц оказывается неиспользованной и может служить источником излучения, соответствующего моде с др. собств. частотой, и т. д.

Оказывается, что режим периодич. пульсации Л. может также стать причиной многомодовой генерации. Подавление более слабой моды более сильной происходит при достаточно большой интенсивности излучения, когда существенно начинает сказываться насыщение коэф. усиления. При импульсном режиме работы в промежутке между импульсами поле в резонаторе слабое, и в это время могут начать развиваться любые моды, для к-рых выполнено условие самовозбуждения (5). Затем они прекратят свой рост, будучи подавленными наиболее мощным импульсом, но в промежутке между импульсами начнут развиваться снова. В конечном счёте выходящее из Л. излучение будет состоять из набора относительно мощных импульсов излучения опред. моды (а значит, и частоты) и набора импульсов меньшей мощности, соответствующих др. модам (и др. частотам). Генерация лазерного излучения высокой монохроматичности требует спец. мер для подавления многомодовой генерации.

**Ультракороткие импульсы.** Многомодовая генерация может оказаться полезной для генерации мощных импульсов излучения очень короткой длительности. Известно, что совокупности  $N$  синусоидальных колебаний со строго фиксированной фазой, набор частот к-рых представляет собой арифметич. прогрессию, образует последовательность импульсов (рис. 11).

Временной интервал между импульсами  $\tau_c = (\Delta\Omega)^{-1}$ , где  $\Delta\Omega$  — разность между двумя соседними частотами; длительность импульса  $\tau_u = (N\Delta\Omega)^{-1}$ . Продольные моды резонатора как раз представляют собой колебания, собств. частоты к-рых экидистантны и отделены друг от друга интервалом  $\Delta\Omega = c/2L_{оп}$ . В реальных системах этот интервал  $\sim 10^8 - 10^9$  Гц. При  $N \sim 10^8$  можно получить импульсы длительностью  $\tau_u \sim 10^{-11} - 10^{-12}$  с (ультракороткие импульсы). Число генерируемых мод  $N$  определяется шириной спектральной линии  $\Delta\omega_s$  и межмодовым частотным интервалом  $\Delta\Omega$ :  $N = \Delta\omega_s/\Delta\Omega$ , так что принципиально достижимая длительность импульсов

$$\tau_u = \frac{1}{N\Delta\Omega} = \frac{1}{\Delta\omega_s} \quad (13)$$

Поэтому для генерации ультракоротких импульсов применяются активные среды с большой шириной линии (стекло, активированное Nd, иттрий-алюминиевый гранат, красители, полупроводники).

В нормальном режиме генерации каждая мода представляет практически независимый генератор, фаза излучения к-рого по отношению к фазам волн, соответствующих др. модам, произвольна. В этом случае импульсная структура излучения (рис. 11) не возникает. Для генерации ультракоротких импульсов необходимо согласовать фазы отд. мод. Это можно достичь, модулируя, напр., накачку Л. с частотой  $f$ , равной межмодовому интервалу:  $2\mu f = \Delta\Omega$ , или применяя Л. с насыщающим фильтром. При надлежащем подборе фильтра и его положения в резонаторе можно получить гигантский импульс, состоящий из последовательности ультракоротких импульсов. С помощью оптич. затворов можно выделить одиночный ультракороткий импульс. Выделенный одиночный импульс может быть подвергнут дальнейшей компрессии во времени спец. методами. В результате удаётся получить импульсы фемтосекундной длительности. Один из таких методов — формирование в оптич. волокне солитона (см. *Солитонный лазер*).

**Лазеры-усилители.** Для решения ряда практич. задач требуется оптич. излучение большой мощности (энергии). Часто оказывается более удобным получить с помощью Л.-генератора сравнительно слабое излучение с заданными характеристиками, а затем усилить его с помощью Л.-усилителя.

Если требуется сохранить первоначальные свойства усиливаемой волны, то необходимо усиление в линейном режиме. В этом случае интенсивность  $I$  усиливаемого излучения должна быть заметно меньше насыщающей интенсивности  $I_n$ , так что  $\omega_0$  не зависит от интенсивности.

В линейном режиме усиления для увеличения интенсивности волны используется малая доля энергии, запасённой в активной среде. Проблема линейного усиления обычно возникает при передаче и приёме сигнала, несущего информацию. В этом случае решающим фактором являются шумовые свойства усилителя, характеризующие его *шумовой температурой*  $T_{ш}$ . Принципиально неустраиваемым источником шумов являются квантовые флуктуации. Обусловленная ими шумовая темп-ра, отнесённая к входу усилителя, даётся ф-лой

$$T_{ш} = \frac{h\omega}{k} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1 g_2/g_1} \quad (14)$$

**Усиление излучения большой мощности.** При получении когерентного излучения большой мощности (энергии) нет проблемы сохранения яч. информации в усиливаемой волне, но возникает проблема макс. использования энергии, запасённой в активной среде усилителя. Это требует подачи на вход усилителя насыщающего излучения, при к-ром в энергию уси-

Рис. 11.



васмой волны переходит существенная доля энергии, запасённой в усилителе. Количественная мера, определяющая насыщенение, различна в зависимости от того, представляет ли собой усиливаемое излучение волновой дуг большой длительности или оно подаётся на вход усилителя в виде короткого импульса. Если длительность дуга больше времени релаксации насыщенения уровней  $\tau_1$ , то для насыщения необходимо, чтобы интенсивность волны удовлетворяла соотношению

$$I > I_n = \frac{\hbar\omega}{\sigma_{01}\tau_1} \quad (15)$$

При  $I > I_n$  распространение усиливаемой волны в активной среде сопровождается линейным (з. а не экспоненциальным) ростом её интенсивности:

$$I = I_0 + \hbar\omega \frac{\Delta N_0}{2\tau_1} z, \quad (16)$$

где  $I_0$  — интенсивность на входе усилителя,  $\hbar\omega \Delta N_0 / 2\tau_1$  — удельная мощность накачки. В этом случае усиливаемая волна забирает из усилителя максимально возможную мощность  $\hbar\omega \Delta N_0 / 2\tau_1$ .

В случае короткого импульса ( $\tau_w < \tau_1$ ) условие насыщения не определяется интенсивностью импульса. Является ли импульс насыщенющим или нет, зависит от величины энергии  $W$ , переносимой импульсом излучения через единицу поверхности за время его длительности. Условие насыщения имеет вид

$$W > W_n = \hbar\omega \sigma_{01} \quad (17)$$

При  $W > W_n$  прирост энергии происходит линейно с пройденным расстоянием  $z$ :

$$W = W_0 + \hbar\omega \Delta N_0 z / 2 \quad (18)$$

( $W_0$  — нач. энергия). Импульс при этом забирает с единицы длины активной среды половину энергии, запасённой в активной среде ( $\hbar\omega \Delta N_0 z / 2$ ).

Линейный рост интенсивности или энергии будет происходить лишь в том случае, если в среде отсутствуют линейные потери излучения, пропорц. интенсивности (поток энергии) излучения и не насыщенующиеся с ростом интенсивности (энергии) излучения. Это могут быть потери из-за рассеяния, вызванного неоднородностью активной среды, или из-за поглощения к.-л. примесью, или вследствие поглощения частицами самой активной среды за счёт переходов между нерабочими энергетич. уровнями, если значения насыщенующей интенсивности  $I_n$  или  $W_n$  для этих уровней или для примеси заметно превышают их значения для рабочего перехода.

При наличии потерь в активной среде усиление будет происходить лишь в том случае, если

$$\sigma_{01} \Delta N_0 - \gamma > 0, \quad (19)$$

где  $\gamma$  — коэф. линейных потерь. В практически важном случае  $\sigma_{01} \Delta N_0 \gg \gamma$  зависимость интенсивности (потока энергии) усиливаемой волны от длины усилителя даётся соотношениями

$$I = I_0 + \hbar\omega \frac{\Delta N_0}{2\tau_1} \frac{1}{\gamma} (1 - e^{-\gamma z}), \quad (20)$$

$$W = W_0 + \hbar\omega \frac{\Delta N_0}{2} \frac{1}{\gamma} (1 - e^{-\gamma z}),$$

к-рые переходят в соотношения (16) и (18), если  $z \ll \gamma^{-1}$ . При очень больших длинах усилителя интенсивность (поток энергии) усиливаемой волны достигает предельных значений:

$$I_{\text{пр}} = I_0 + \hbar\omega \frac{\Delta N_0}{2\tau_1 \gamma}; \quad (21)$$

$$W_{\text{пр}} = W_0 + \hbar\omega \frac{\Delta N_0}{2} \frac{1}{\gamma}.$$

Из (20) следует, что  $I$  или  $W$  становятся близкими к предельным, если  $z \approx \gamma^{-1}$ . Это соотношение определяет предельную длину усилителя, т. к. применение усилителей заметно большей длины приводит к неэффективному использованию запасённой в них энергии. Для получения большой общей мощности или энергии

необходимо расширить апертуру усилителя и усилить мощность дуга.

**Расходимость лазерного дуга.** Для переноса энергии лазерным дугом на большие расстояния необходим дуга малой расходимости. Расходимость определяется генерируемой модой резонатора и оптич. однородностью активной среды. Наим. углом расходимости обладает осн. продольная мода резонатора. Конкретное значение угла расходимости идеальной осн. моды не имеет принципиального значения; с помощью оптич. системы (линзы, зеркала) она может быть преобразована так, что её угол расходимости будет иметь минимально возможное значение, определяемое дифракцией на выходной апертуре оптич. системы. Наличие высших поперечных мод в лазерном пучке не позволяет достичь минимального, дифракционного, угла расходимости. Одним из наиб. эфф. способов устранения поперечных мод является применение в лазере т. н. *еустойчивого резонатора*, к-рый особенно эффективен в сочетании с активными средами, имеющими большой коэф. усиления.

Оптич. неоднородности в активной среде влияют на структуру волнового фронта волны и могут увеличить расходимость лазерного дуга. Существенного уменьшения (или даже устранения) расходимости лазерного дуга, обусловленной неоднородностью активной среды, можно достичь, используя метод *обращенной волнового фронта*.

**Теория лазера** как системы, генерирующей эл.-магн. излучение, основывается на ур-ниях Максвелла. Активное вещество в ур-ниях Максвелла представлено токами намагниченности или поляризации, возникающими эл.-магн. поле. Как правило, при взаимодействии вещества с эл.-магн. полем доминирует определ. тип взаимодействия — электрический или магнитный. Поэтому вместо полной системы ур-ний Максвелла для описания Л. чаще всего используется волновое ур-ние для эл. поля, компоненты  $E$  (электрич. взаимодействие встречается чаще) волновое ур-ние имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + 2\theta \frac{\partial E}{\partial t} - c^2 \nabla^2 E = -4\pi \frac{\partial j}{\partial t} \quad (22)$$

Здесь  $j = \partial P / \partial t$  — ток поляризации  $P$  активного вещества; величина  $\theta$  описывает т. н. *ненасыщающиеся* потери в активном веществе и элементах конструкции Л. Величина  $\theta$  связана с коэф. поглощения  $\gamma$  соотношением  $\theta = \gamma - 2\theta$ .

Ур-ние (22) не является замкнутым, если неизвестны ур-ния, описывающие состояние вещества (материальных ур-ний). Нанести систему материальных ур-ний в общем случае трудно, т. к. каждое вещество достаточно индивидуально. Однако в случае резонансного взаимодействия излучения с веществом последнее можно описывать как квантовую систему, обладающую лишь двумя энергетич. состояниями. Реальная сложность спектра каждого конкретного вещества для мал. задач несущественна, т. к. 2 энергетич. состояния, находящиеся в резонансе с эл.-магн. полем, взаимодействуют с ним сильнее, чем все остальные энергетич. состояния. При описании активной среды как двухуровневой квантовой системы теряются нек-рые частности, связанные с конкретным веществом, но приобретается универсальность описания активных сред.

В приближении двух уровней поляризация активного вещества  $P$  и число активных частиц  $\Delta N$  подчиняются след. системе ур-ний:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_1} \frac{\partial P}{\partial t} + \omega_{21}^2 P = -2 \frac{\omega_{21}}{\hbar} \mu(E) \Delta N, \quad (23)$$

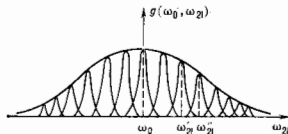
$$\frac{\partial \Delta N}{\partial t} + \frac{1}{\tau_1} \Delta N = Q + \frac{2}{\hbar \omega_{01}} E \frac{\partial P}{\partial t} \quad (24)$$

Здесь  $\mu$  — электрич. дипольный момент элементарного квантового объекта активной среды; атома, молекулы в газовых средах или твёрдых растворах, экс-

тона или др. элементарного возбуждения в твердом теле и т. д.:  $\tau_2$  — характерное время релаксации поляризации, оно связано с шириной спектральной линии, соответствующей резонансному с полем переходу:  $\tau_2 = 2(\Delta\omega_0)^{-1}$ ;  $\tau_1$  — время релаксации числа активных частиц, оно определяется конечным временем жизни частиц на верх. уровне, обусловленном спонтанным испусканием и релаксационными процессами, происходящими в активной среде. Оно может зависеть также и от скорости накачки  $Q$ , обеспечивающей инверсию населенности. Т. к.  $\Delta N$  имеет размерность концентрации ( $\text{см}^{-3}$ ), то  $\hbar \omega_2 Q$  имеет размерность  $[\text{Вт}/\text{см}^2 \cdot \text{с}]$ , если энергия фотона выражена в Дж.

Система ур-ний (22—23) является замкнутой и при надлежащих граничных условиях, накладываемых на поле, может описывать как развитие генерации и раз-

Рис. 12. Структура неоднородно-уширенных линий.



личные установившиеся режимы работы в Л.-генераторах, так и распространение эл.-магн. волн в Л.-услитсхл. В этой системе ур-ний не учтены лишь флуктуации разл. величин, к-рые обычно считаются малыми. Однако в ряде случаев их учёт принципиален, напр. при расчёте предельной монохроматичности излучения Л. Для решения флуктуационных задач в правой части ур-ний (22—23) вводятся т. н. флуктуационные «силы», характер к-рых зависит от конкретного случайного процесса, влияние к-рого необходимо учесть.

Структура спектральной линии часто оказывается более сложной, если каждый элементарный квантовый объект, напр. атом, имеет свою собств. резонансную частоту, несколько отличную от частот др. атомов. Один из наиб. характерных примеров — движущиеся атомы или молекулы в газе, частота к-рых, измеряемая в неподвижной системе координат, зависит от скорости их движения из-за эффекта Доплера и релятивистского изменения масштаба времени. Др. пример — уширение из-за неоднородности среды, окружающей излучающие атомы. Структура такого типа линий (неоднородно уширенных) представлена на рис. 12. В этом случае частота  $\omega_2$  является нерем. параметром. Расстояние между резонансными частотами отд. частиц обычно много меньше индивидуальной ширины линии уровня каждой частицы:  $|\omega_2 - \omega_2| < \Delta\omega_0$ . Поэтому  $\omega_2$  можно считать непрерывной переменной, а система ур-ний (22—23) легко обобщается на случай неоднородного уширения:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial \theta}{\partial t} - c^2 \nabla^2 E = 4\pi \frac{\partial}{\partial t} \int \mathcal{P}(\omega_{21}) g(\omega_{21}, \omega_0) d\omega_{21};$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{P}(\omega_{21})}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_1} \frac{\partial \mathcal{P}(\omega_{21})}{\partial t} + \omega_2^2 \mathcal{P}(\omega_{21}) =$$

$$= -\frac{2\omega_{21}}{\hbar} \mu(\mu E) \Delta N(\omega_{21});$$

$$\frac{\partial \Delta N(\omega_{21})}{\partial t} + \frac{1}{\tau_1} \Delta N(\omega_{21}) = Q(\omega_{21}) - \frac{\hbar \omega_2}{\tau_1} E \frac{\partial \mathcal{P}(\omega_{21})}{\partial t}.$$

Здесь величины  $\mathcal{P}(\omega_{21})$  и  $\Delta N(\omega_{21})$ , умноженные на ф-цию  $g(\omega_0, \omega_{21})$ , следует рассматривать как спектральные плотности поляризации и числа активных частиц. То же самое можно сказать и о накачке  $Q(\omega_{21})$ ;  $g(\omega_0, \omega_{21})$  — ф-ция распределения по частотам  $\omega_{21}$ , чаще всего — нормальное распределение относительно неремной  $\omega_0 - \omega_{21}$  ( $\omega_0$  — максимум распределения). Система (24) переходит в систему (22—23), если  $g(\omega_0, \omega_{21}) = \delta(\omega_0 - \omega_{21})$ . На основе последовательного анализа ур-ний (22—23) и (24) можно обосновать все

закономерности работы Л., описанные в предыдущих разделах.

**Классификация лазеров и их применения.** Л. можно классифицировать по особенностям активной среды (твердотельные лазеры, газовые лазеры, лазеры на красителях) и по способу накачки (лазеры с оптич. накачкой, газоразрядные лазеры, хим. лазеры) и т. д. Но любая из таких классификаций не выглядит убедительной, т. к. в рамках одного и того же класса Л. попадают системы, совершенно не похожие на др. признакам. По совокупности признаков (среда, способ накачки, генерируемая мощность и др.) удобно выделить след. виды Л.

1) **Твердотельные лазеры** на люминесцирующих средах (Л. на стеклах, активированных Nd, YAG-лазеры, рубиновые лазеры); накачка оптическая. Применение: *лазерная спектроскопия, нелинейная оптика, лазерная технология* (сварка, закалка, упрочнение поверхностей). *Лазерные стёкла* применяются в мощных установках для *лазерного термоядерного синтеза* (ЛТС).

2) **Электроноразрядные Л.** низкого давления на благородных газах: He—Ne, He—Xe и др. Маломощные системы, излучение высокой монохроматичности и направленности. Применение: спектроскопия, стандарты частоты и длины, настройка оптич. систем, маркерндерские работы.

3) **Полупроводниковые лазеры:** накачка инжекцией через гетеропереход (см. *Гетеролазер*), а также электронным лучом. Гетеролазеры миниатюрны, имеют большой кпд, могут работать в импульсном и непрерывном режимах. Применение: спектроскопия, оптич. стандарты частоты, оптич. линии связи, аудио- и видео-системы. Л. с электронной накачкой перспективны для проекционного лазерного телевидения, оптич. обработки информации.

4)  **$N_2$ —CO<sub>2</sub>** и CO-лазеры высокого давления; способ возбуждения — поперечный разряд с предионизацией и несомостоятельным (электронноионизационный) разряд. Практически достижимая мощность > 10 кВт. Возможен импульсный режим работы. Применение: спектроскопия, *лазерная химия*, медицина, технология.

5) **Ионный аргоновый Л.** — лазер непрерывного действия, генерирующий инфракрасный луч; накачка — электрич. разряд. Достижимая мощность неск. десятков Вт. Применение: спектроскопия, нелинейная оптика, медицина.

6) **Экимерные лазеры.** Рабочая среда — газовая смесь благородных газов с F<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, фторидами. Возбуждение сильноточным электронным лучом или поперечным разрядом. Импульсный режим работы. УФ-диапазон длин волн. Применение: спектроскопия, химия; рассматриваются проекты мощных систем для лазерного термоядерного синтеза.

7) **Лазеры на красителях.** Рабочая среда — жидкость (разрабатываются и газовые системы). Оптич. накачка (применяются как излучения др. типов Л., так и газоразрядных ламп). Осн. достоинство — большой диапазон плавной перестройки частоты генерируемого излучения.

8) **Химические лазеры.** Среда — смесь газов. Осн. источник энергии — хим. реакция между компонентами рабочей смеси. Возможны варианты Л. импульсного и непрерывного действия. Широкий спектр генерации в ближней ИК-области спектра; большие мощности непрерывного излучения и большие энергии в импульсе. Применение: спектроскопия, лазерная химия, системы контроля состава атмосферы. Рассматриваются проекты систем для ЛТС.

9) **Рабочая химическая лазер с тепловой накачкой.** Осн. рабочая смесь: N<sub>2</sub>+CO<sub>2</sub>+He или N<sub>2</sub>+CO<sub>2</sub>+H<sub>2</sub>O. Излучающая молекула — CO. Получена генерация на молекулах CO, CS, N<sub>2</sub>O.

10) **Лазеры на свободных электронах** — система, с к-рой связываются перспективы дальнейшего раз-

вятия Л. Однако систем, работающих в видимом диапазоне и имеющих практич. значение, пока нет.

1) *Гамма-лазеры* и лазеры рентг. диапазона широко обсуждаются в литературе. Есть первые успешные эксперименты но осуществлению *рентгеновских лазеров*.

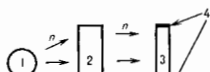
2) Параметрич. лазеры основаны на нелинейном явлении распада одного фотона на 2 других, суммарная энергия к-рых равна энергии исходного фотона. В качестве накачки используется лазерное излучение. Осн. преимущество — возможность перестройки частоты генерируемого излучения. Применяются в спектроскопии (см. *Параметрический генератор света*).

3) Л. на основе вынужденного комбинационного рассеяния; накачка лазерным излучением. Применяются для получения когерентного излучения разл. частот и для суммирования излучения неск. Л. с целью увеличения яркости когерентного излучения (подробнее см. *Комбинационный лазер*).

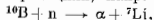
*Лит.*: Справочник по лазерам, пер. с англ., под ред. А. М. Прохорова, т. 1—2, М., 1978; З в е с т ь О. С. Приципы лазеров, пер. с англ., 2-е изд., М., 1984; О'Ши Л., Каллен Р., Родс У., Лазерная техника, пер. с англ., М., 1980; Тарасов Л. В., Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения, М., 1981.

**ЛАЗЕР С ЯДЕРНОЙ НАКАЧКОЙ** (ЛЯН) — лазер, в к-ром усиливающая свет среда возбуждается непосредственно продуктами ядерных реакций. Обычно основа ЛЯН — трубка с газом, помещенная в поток

Схема лазера с ядерной накачкой: 1 — импульсный реактор; 2 — замедлитель нейтронов; 3 — трубка с рабочим газом; 4 — зеркало.



тепловых нейтронов (рис.). Нейтроны стимулируют реакции в ядерно-активном веществе, к-рое нанесено в виде тонкого слоя на внутр. поверхности трубки (обычно  $^{40}\text{В}$ ,  $^{235}\text{У}$ ,  $^{238}\text{У}$ ,  $^{235}\text{U}_2\text{O}_8$ ) или введено в трубку в виде газа ( $^3\text{He}$ ). В ядерных реакциях, напр.



образуются быстрые ионы (с энергией  $\sim 0,5\text{--}100$  МэВ), к-рые ионизуют и возбуждают атомы находящегося в трубке рабочего газа, формируя лазерно-активную среду. ЛЯН реализованы на переходах Хе (длина волны  $\lambda=3,65; 3,508; 2,026; 1,73$  мкм), Аг (1,79 мкм), Кг (2,523 мкм), С (1,454 мкм), О (0,8446 мкм), Сl (1,587 мкм), N (0,8629 мкм), Сd (0,5327; 0,5378 мкм), СО (5,1—5,6 мкм) (см. *Газоразрядные лазеры*). Механизм формирования инверсии населенностей в ЛЯН аналогичен тем, к-рые имеют место в плазменных лазерах с накачкой электронным пучком. Пороговая плотность потока нейтронов  $10^{12}\text{--}10^{16}$  нейтрон/см $^2$ ·с, длительность накачки  $\sim 10^3\text{--}10^4$  мкс. Наибольшие значения мощности ( $\sim 10$  кВт) и кпд ( $\sim 1\%$ ) получены на ИК-переходах спектрных газов.

ЛЯН представляют интерес в связи с проблемой создания системы реактор—лазер, в к-рой лазерно-активная зона совмещена с ядерно-активной зоной, где сосредоточена критич. масса ядерного реактора. При этом происходило бы прямое преобразование части ядерной энергии в световую. Система пока не создана из-за трудностей совмещения условий работы лазера и реактора. Продолжен газофазный ЛЯН на  $\text{UF}_6$  на азородольном топливе. Разрабатываются проекты реактора—лазера с тонкой ( $\sim 10$  мкм) ядерно-активной фольгой. Возможно осуществление ядерной накачки в реакторе с подкритич. режимом с использованием внеш. источника нейтронов.

*Лит.*: Тузьяченко Л. И., Яновяченко С. П., Плазменные лазеры, М., 1978; Воинов А. М. и др., Первые когерентные лазеры с ядерной накачкой на переходах атомар-

ного востона. «ДАН СССР», 1979, т. 245, в. 8; Воинов А. М. и др., Инфракрасные лазеры ядерно-активной накачкой на переходах Аг, Кг, Хе, М, М., 1980, т. 245, в. 8; Воинов А. М. и др., Генерация лазерного излучения на парах Сd при возбуждении продуктами ядерной реакции  $\text{He}^3 + n$ , РТ, т. 4, в. 38, р. 297; ст. о же, Multiple-path fission-foil nuclear laser, *Opt. Eng.*, 1981, т. 20, в. 39, р. 384; Жуцкий А. Н. W., Н о h l E., A direct nuclear-pumped  $\text{He}^3\text{--Co}$  laser, там же, в. 39, р. 139; J a n i s k a N. W., Direct nuclear-pumped laser amplifier, там же, р. 690.

**ЛАЗЕРНАЯ ИСКРА** — см. в ст. *Оптические разряды*. **ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА** — нестационарная плазменная среда, образующаяся при воздействии мощного лазерного излучения на вещество. Напр., Л. п. возникает при оптич. пробое в газовых средах (лазерная искра); при облучении лазером плоской твердой мишени («факел»); в *оптических разрядах*, поддерживаемых лазерным излучением; в лазерных термоядерных мишенях. Впервые экспериментально Л. п. была получена в лазерной искре (1963).

**Характерные признаки** Л. п. 1) Наличие сильного взаимодействия эл.-магн. поля лазерного излучения частоты  $\omega$  с электронами и ионами плазмы в области с плотностью электронов  $n_e \ll n_{\text{крит}} = \sqrt{\epsilon_0 \omega^2 / 4\pi e^2}$ , приводящего к переносности ф-ий распределения зарядк. частиц. 2) Существование потоков излучения п частиц из зоны поглощения в глубь вещества и образование (при воздействии на твердые среды) области плазмы с  $n_e \gg n_{\text{крит}}$ . 3) Сильная пространственная неоднородность. 4) Многокомпонентный ионный состав. 5) Нестационарность: время жизни Л. п. определяется длительностью импульса, инерцией вещества, временем расширения. Характерное время гидродинамич. разлета  $t_{\text{разл}} \sim L/v$  ( $L$  — характерный размер Л. п.,  $v$  — скорость разлета). 6) Искусствие теплового излучения в широком спектральном диапазоне. 7) Широкий диапазон измеряемых параметров:  $10^{16} \leq n_e \leq 10^{26}$  см $^{-3}$ ;  $1$  кэВ  $< T < 10^4$  эВ;  $10^{-11}$  с  $< t < 10^{-3}$  с; скорости разлета до  $> 10^8$  м/с; давления более  $10$  Мбар.

При воздействии лазерного излучения на среду Л. п. возникает в том случае, если плотность потока излучения  $q$  (Вт/см $^2$ ) превышает нек-рое пороговое значение, зависящее от длины волны лазерного излучения и от параметров среды. Различают три стадии существования Л. п.: стадия нач. ионизации и оптич. пробоя вещества, образование собственно плазмы; стадия взаимодействия (поглощения, отражения, рефракции) лазерного излучения с плазмой, нагрева до высоких тем-р, увеличение степени ионизации; стадия разлета, формирования ионных потоков, оставшая плазма.

**Физические явления** в Л. п. Во всех разновидностях Л. п. нач. стадия образования плазмы связана с оптическим пробоем, возникновение к-рого объясняется двумя механизмами: ионизацией электронным ударом с последующим образованием *ламини электронной* и *многофотонной ионизацией*. С первым механизмом связан пробой газов ( $p \sim 1$  атм) при  $q \sim 10^{11}$  Вт/см $^2$  и пробой напор при воздействии на твердые мишени лазерного излучения с  $q \geq 10^8\text{--}10^9$  Вт/см $^2$ .

При плотностях потока  $q \geq 10^{11}\text{--}10^{12}$  Вт/см $^2$  в Л. п. развиваются процессы многократной ионизации, к-рая носит нестационарный и неравновесный характер. Ионный состав плазмы обычно определяется процессами ударной и радиационной ионизации и рекомбинации. В плотной плазме ( $n_e \geq 10^{22}$  см $^{-3}$ ) ионный состав близок к определяемому *Саха формулой*, в разреженной плазме ( $n_e < n_{\text{крит}}$ ) — к корональному равновесию (см. *Ионизационное равновесие*). Поскольку для электронов с разл. значениями гл. квантового числа в вероятности радиационных процессов различны, то, возможно, и в Л. п. реализуется ситуация, когда в одном и том же атоме при малых  $n$  (для  $K$  и  $L$  электронов,  $l=1, 2$ ) выполняются условия равновесия Саха, а при больших  $n$  — коронального равновесия.



Поглощение лазерного излучения в Л. п. вызвано действующими процессами, тормозным и резонансным, а также нелинейными, т. е. параметрич., процессами. В определ. условиях могут быть существенны также процессы отражения и рефракции излучения в неоднородной плазме. Роль нелинейных явлений увеличивается с ростом плотности потока  $q$  и  $\lambda$  [с ростом параметра  $q\lambda^2 = (Vt \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мкм}^2)$ ] и становится значительной при  $q\lambda^2 > 10^{13}$  Вт·см<sup>-2</sup>·мкм<sup>2</sup>. В Л. п. экспериментально наблюдаются *самофокусировка* лазерного луча (уменьшение его диаметра при распространении в неоднородной плазме) и *филаментация* (спонтанное возникновение и рост мелкомасштабных неоднородностей поля при первоначально однородном волновом фронте). Причиной этих эффектов является действие нелинейных сил эл.-магн. поля лазерного излучения для неоднородный нагрев плазмы, локально изменяющие её плотность и коэф. преломления, а следовательно, величине на распространение лазерного излучения. Воздействие мощной световой волны с частотой  $\omega_0$  на Л. п. приводит к образованию плазменных волн — колебаний электронной и ионной плотности, к-рые взаимодействуют с первичной и рассеянной световыми волнами, в результате чего образуются, в частности, эл.-магн. волны с частотой, кратной падающей лазерной —  $(3/2)\omega_0$ ,  $2\omega_0$ , и т. д. (т. н. гармоник). Экспериментально зарегистрированы гармоники до  $300 \omega_0$ . Наиболее существенно *Мандельштама — Бриллюэна рассеяние* на колебаниях ионной плотности и вынужденное комбинационное рассеяние (см. *Вынужденное рассеяние света*).

Распределение электронов в Л. п. является неравновесным, причём доля электронов с энергией  $\sim 40$  кТ может быть значительно больше, чем в распределении Максвелла (т. е. надтепловые, или быстрые, электроны). Генерация надтепловых электронов связана с резонансным возрастанием продольной (параллельной направлению плотности и направлению лазерного луча) компоненты электрич. поля вблизи  $k_{\text{пр}}$  и дисперсионной энергии ионн (напр., при помощи обратного эффекта Черенкова, см. *Электродинамика движущихся сред*) в электронную компоненту плазмы (см. *Лазерный термоядерный синтез*), а также с процессами распада световой волны на две электронные плазменные колебания (плазмон). Неравновесное распределение электронов по энергии обычно описывается наложением двух максвелловских распределений — тепловых (с температурой  $\sim kT$ ) и надтепловых (с температурой  $\sim 40$  кТ).

В Л. п. экспериментально обнаружены сверхбыстрые ионы, ускоряемые до энергий в десятки и сотни кэВ самосогласованным электрич. полем в процессе разлёта Л. п. Количество быстрых ионов возрастает с увеличением числа надтепловых электронов, а доли notwithstanding растёт с увеличением параметра  $q\lambda^2$  (при  $q\lambda^2 \approx 10^{13}$  Вт·см<sup>-2</sup>·мкм<sup>2</sup>  $N_{\text{ион}}/N_{\text{эл}} \approx 10^{-3}$ ).

При потоках  $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> темп-ра Л. п. достигает 1 кэВ и Л. п. становится мощным источником жёсткого рентг. излучения, возникающего как следствие тормозного ионн, так и вследствие свободно-связанных и связно-связанных переходов (см. *Уровни энергии*). Эффективность ионн (отношение излученной энергии к поглощённой) возрастает по мере увеличения атомного номера элемента, из к-рого приготовлена плазма. Экспериментально показано, что при воздействии лазера  $\lambda = 0,3$  мкм и  $q = 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> на золотую пластину в рентг. излучение может быть преобразовано до 60% поглощённой энергии с плотностью потока до  $10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>. В Л. п. наблюдались ионы с высокой кратностью ионизации (вылет до  $Z=40$ ).

В Л. п. экспериментально обнаружены сверххлещкие магн. поля величиной  $\sim 1$  МГс. Генерация магн. поля может быть связана с неоднородностью ponderomotive сил, с различием вязкости электронов и ионов, с плазменными неустойчивостями и разными видами турбулентности и др. Наиболее существенная для

Л. п. генерации магн. полей связана с возникновением замкнутых термоэлектрич. токов (термоэд), причиной появления к-рых являются непараллельные градиенты темп-ры и плотности электронов.

Большую роль в формировании Л. п. играют процессы переноса энергии от зоны поглощения (зона  $\nu_D$ ) в плотные и разреженные слои плазмы. Наиб. важной является электронная теплопроводность, при определ. условиях в лазерных термоядерных мишенях могут быть существенны лучистая и ионная теплопроводности. Процесс электронного переноса энергии в Л. п., создаваемой при больших ( $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>) потоках лазерного излучения, существенно отличается от классической (спитцеровой) электронной теплопроводности. Эти отличия связаны с иррадиационной неоднородностью плазмы, с влиянием спонтанных магн. полей (заматчиание, анизотропия переноса тепла), с неравновесностью ф-ции распределения электронов, с влиянием плазменных неустойчивостей (в частности, ионно-звуковой неустойчивости) и приводит к существенному снижению теплового потока по сравнению с классическим (от неск. раз до неск. десятков раз). Темп-ра Л. п. растёт с увеличением плотности лазерного потока ( $T \sim q^{1/2}$ ) и при совр. уровне лазерной техники относительно легко может быть доведена до уровня, достаточного для протекания термоядерной реакции. Вверные термоядерная реакция, инициированная лучом лазера, была осуществлена в СССР (ФИАН, 1968). При воздействии лазерного излучения на конденсированную мишень при высоких темп-рах (0,1—1 кэВ) зона поглощения и фронт тепловой волны, движущиеся в плотные слои вещества, становится источником мощных ударных волн. Давление за фронтом ударной волны, создаваемой в Л. п. при плотности потока  $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> и темп-ре  $\sim 1$  кэВ, составляет примерно 10 Мбар.

**Применение Л. п.** Одно из основных приложений Л. п. — использование в исследованиях лазерного термоядерного синтеза; оно основано на возможности создания в Л. п. высоких темп-р и давлений. Л. п. применяется также в качестве мощного ярчайшего точечного рентг. источника для диагностики в физ. экспериментах, рентгенолиграфии и т. п.; как источник для получения многозарядных ионов и изучения их спектров. Л. п. используется также в качестве нерывной плазмы для заполнения установки в исследованиях по магнитному УТС и в плазмодимич. установках.

Лит.: Райзер Ю. П., Лазерная искра и распространение разрядов, М., 1974; Афанасьев Ю. В. и др., Взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 17, М., 1978; Боровик В. А. и др., Рентгеновская спектроскопия лазерной плазмы, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 27, М., 1988; В. Г. Гамалая, В. В. Рогович.

**ЛАЗЕРНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ** — совокупность спектральных методов в видимой и ИК-областях спектра, основанных на применении лазерных источников излучения. Использование лазеров, излучение к-рых обладает высокой интенсивностью, монохроматичностью и малой расходимостью пучка, резко повысило возможности традиционных методов спектроскопии. Кроме того, применение лазеров позволило создать методы, основанные на принципиально новых физ. принципах, существенно изменилась и эксперим. техника. Разрабатывая способность оптич. спектроскопии возросла более чем в миллион раз, чувствительность доведена до предельного уровня, ограниченной регистрацией единичных атомов или молекул, новилась возможность исследовать релаксационные процессы в конденсированных средах, происходящие в течение  $\sim 10^{-12}$ — $10^{-14}$  с, и проводить дистанционный спектральный анализ на больших расстояниях до объекта. Применение методов Л. с. выходит за рамки чисто аналитических, они используются в физ. оптике, лазерном разделении изотопов и лазерной димии, при создании *оптических стандартов частоты* и т. д.

**Новые принципы лазерной спектроскопии**

При взаимодействии с веществом лазерного излучения, благодаря его высокой интенсивности и монохроматичности, в среде возникают разл. нелинейные явления. Наиб. простой и важный нелинейный процесс связан с возникновением насыщения населенностей уровней энергии системы за счёт вынужденных переходов, к-рая имеет место в основном для частиц, резонансно взаимодействующих с полем.

При неоднородном уширении спектральной линии эффекты насыщения приводят к возникновению неравновесного распределения частиц на уровнях. Оно может быть зарегистрировано с помощью пробного поля, частота к-рого плавно изменяется. В результате линия поглощения пробного сигнала содержит резкие структуры с однородной шириной. На этом эффекте основана Л. с. насыщенного поглощения. Т. к. однородная ширина линии может быть на много порядков уже неоднородной ширины, то использование этого метода возможно резко повысить разрешающую способность спектроскопии.

Один из нелинейных процессов, используемых в Л. с., обусловлен нелинейной восприимчивостью среды, к-рая приводит к появлению поляризации в среде на гармониках излучения. При взаимодействии излучения на неск. частотах возникает поляризация на суммарной, разностной и комбинационных частотах. При многофотонных процессах резонансные особенности возникают, когда сумма частот поглощенного фотона равна частоте перехода между реальными уровнями. Благодаря высокой интенсивности света стало возможным наблюдение разл. нелинейных процессов рассеяния света. Особенно большую роль стало играть *внуужденное рассеяние света*, напр. вынужденное комбинационное рассеяние, *Мандельштама — Бриллюэна рассеяние* и др. Мн. процессы нелинейного рассеяния объясняются четырёхфотонными процессами. Л. с., основанная на использовании нелинейных процессов, часто наз. *нелинейной спектроскопией*.

Монохроматичность лазерного излучения и избирательный характер взаимодействия излучения с частицами обеспечивают сильно выраженную селективность возбуждения в веществе определенных квантовых состояний частиц, соответствующих резонансным условиям их взаимодействия с полем излучения. Именно распределения внутри состояний поглощающей системы под воздействием одного итерактивного когерентного монохроматич. излучения влияет на её отклик на поле др. излучения. Этот метод исследования среды наз. *спектроскопией двойного резонанса*. При большой интенсивности падающего излучения обеспечивается большая плотность возбужденных состояний в веществе. Это дает возможность присутствию к широкомасштабному исследованию физ.-хим. свойств возбужденных частиц и детальному изучению релаксационных процессов (используя ультракороткие импульсы возбуждающего лазерного излучения) атомов и молекул. Когерентность лазерного излучения применяется для исследования разл. нестационарных когерентных процессов в микроволновой области.

Фокусируя лазерное излучение, можно производить спектральный анализ микроколичеств вещества, локализованных в малых (до  $10^{-10}$  см<sup>3</sup>) объемах. С помощью импульсов неперерывного когерентного излучения исследуется комбинационное и резонансное рассеяние атомов и молекул, а также возбуждается флуоресценция на больших расстояниях от источника, что даёт возможность дистанционного анализа атомного или молекулярного состава исследуемого объекта.

**Основные методы лазерной спектроскопии**

**Спектроскопия сверхвысокого разрешения газов** (спектроскопия бездоплеровского уширения). Разрешающая способность методов Л. с., как и обычных методов, определяется шириной спектральных линий.

В газе при низких давлениях она ограничена доплеровским уширением линий, возникающим вследствие хаотич. теплового движения атомов и молекул. Нелинейные методы позволяют устранить влияние доплеровского уширения и получать узкие линии с однородной шириной на много порядков меньше доплеровской ширины. Получены резонансные линии шириной  $\sim 500$  Гц, что соответствует относит. разрешающей способности 5·10<sup>-12</sup>. В основе нелинейной Л. с. сверхвысокого разрешения лежат методы, к-рые позволяют получать резонансы в центре линии: метод насыщенного поглощения, метод двухфотонных резонансов при погло-

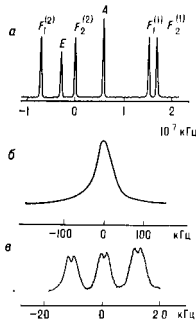


Рис. 1. Спектры поглощения метана, полученные с различным разрешением: а — линейный спектр поглощения линии Р(7) метана; б — нелинейный резонанс в поглощении на  $T_{12}^{(2)}$ -компоненте метана; в — магнитная сверхтонкая структура и дублеты отдачи на  $T_{12}^{(2)}$ -компоненте метана.

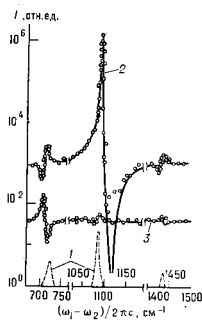


Рис. 2. Спектры комбинационного рассеяния света кристалла CaCO<sub>3</sub>, полученные с помощью различных методов лазерной спектроскопии: 1 — спектроскопия спонтанного комбинационного рассеяния света; 2, 3 — активной лазерной спектроскопии (получены при различных ориентациях векторов поляризации взаимодействующих волн); 4 — интенсивность;  $\omega_1 - \omega_2$  — комбинационная частота.

щению и метод разнесенных оптич. полей. Предельная ширина резонанса ограничивается временем взаимодействия частиц с полем, возможностью обнаружения резонансов.

С помощью спектроскопии сверхвысокого разрешения были наблюдаемы и исследованы эффект отдачи в оптике (рис. 1), нелинейная зависимость столбчатых линий уширения спектральных линий и их дачина, аномальный эффект Зеэмана на колебательно-вращательных переходах, квадратичный эффект Доплера и др. Сверхузкие резонансы используются для постановки прецизионных физ. экспериментов, на их основе создаются оптич. стандарты частоты с относит. нестабильностью  $\sim 10^{-14}$ . Новые возможности в Л. с. сверхвысокого разрешения ожидают при использовании «холодных» частиц. Применение «холодных» частиц позволяет существенно увеличить время взаимодействия частиц с полем и получить поэтому предельно узкие резонансы. При этом ослабляется влияние линейного и квадратичного эффектов Доплера на сдвиг и уширение резонансов.

Спектроскопия рассеяния света включает широкий круг традиционных вопросов спектроскопии рэлеевского (РР) и комбинационного (КР) рассеяния света, а также новых направлений нелинейной спектроскопии рассеяния. Применение лазеров существенно расширило возможности спектроскопии рэлеевского рассеяния прежде всего за счёт детального изучения формы линии рассеяния на флуктуирующих плотностях, темп-ре и пр.,

а также на сфокусированных лазерными пучками неоднородностях среды.

Гетеродинные методы исследования формы линий рассеяния привели к разработке важного в практич. отношении доплеровского метода измерения скоростей потоков жидкостей и газов. В спектроскопии КР была по неск. порядков повышена чувствительность, что позволило снимать спектры КР в газах низкого давления, и заметно снижено мин. кол-во вещества, необходимое для проведения анализов. Наиб. важные направления нелинейной спектроскопии рассеяния света связаны с методами *активной лазерной спектроскопии* КР, напр. антистоксова и стоксова спектроскопии вынужденного рассеяния Манделштама — Бриллюэна. Благодаря методам нелинейной спектроскопии рассеяния была получена информация, недоступная традиционным методам. Напр., была развита спектроскопия сверхвысокого разрешения КР в газах и криогенных жидкостях, развиты методы КР молекул, адсорбированных на поверхности, и пр., существенно расширившие возможности оптич. исследований полупроводников и кристаллов (рис. 2).

**Спектроскопия пикосекундных импульсов** использует мощные импульсы света длительностью  $\sim 10^{-10}$ — $10^{-12}$  с в сочетании с др. методами спектроскопии (КР, рассеянного поглощения и пр.), что позволяет исследовать очень быстрые релаксационные процессы в конденсированных средах. Осуществлены прямые измерения времён жизни возбуждённых состояний в конденсированных средах, определены каналы распада энергии и передачи возбуждения между разл. состояниями, что особенно важно в биофизич. исследованиях и при изучении динамики столкновения частиц.

Воздействие мощного лазерного излучения на поверхность металлов и полупроводников приводит к ряду новых нелинейно-оптич. эффектов и соответственно к нелинейно-оптич. диагностике. В приповерхностных слоях металлов, полупроводников и диэлектриков возбуждаются сильно неравновесные состояния, резко возрастает оптич. восприимчивость среды. При отражении света от шероховатых поверхностей усиливаются такие нелинейно-оптич. взаимодействия, как генерация гармоник и суммарных частот. Измерены времена релаксации элементарных возбуждений в твёрдых телах (нолритронах, оптич. фононах и др.). Лазерное излучение может возбуждать на поверхности акустич. волны (см. *Поверхностные акустические волны*), что лежит в основе нового направления — оптико-акустич. спектроскопии твёрдого тела.

#### Техника лазерной спектроскопии

Широкие возможности в исследовании самых различных объектов могут быть реализованы при использовании лазеров с перестраиваемой частотой. Расположен неск. лазерами УФ-, видимого и ИК-диапазонов на фиксированных частотах, с помощью методов резонансного и нерезонансного нелинейного взаимодействия можно преобразовать их частоты в довольно широкие пределы. В настоящее время (1986) лазеры перекрывают спектральный диапазон от 0,1 до 100 мкм, они могут работать в непрерывном и импульсном режимах, имеют разные мощности и обладают разл. параметрами. Это могут быть лазеры на красителях, на активированных кристаллах, на кристаллах с центрами окраски, полупроводниковые лазеры, газовые лазеры высокого давления, лазеры с переворотом спина. В большинстве из них перестройка осуществляется в пределах ширины линии усиления, где возможна генерация. Так, в полупроводниковых лазерах на основе диода температурная перестройка длины волны осуществляется в диапазоне 0,2—0,5 мкм, рабочий диапазон 0,6—2 мкм при мощности лазера 1—20 мВт, ширина линии генерации 1 кГц. Лазерные диоды на основе свинца перекрывают диапазон 3—15 мкм. Применяются методы, в основе к-рых лежит смещение частот в мате-

риалах с нелинейным показателем преломления, а также нелинейные преобразования частот.

Лазер с перестраиваемой частотой и регистрирующей системой является принципиально новым *мониторингом*. Абс. измерения длин волны генерации осуществляются с помощью спец. устройства ( $\lambda$ -метра), в к-ром сравниваются длины волн лазера и эталона (как правило, им является стабилизированный He—Ne-лазер) с помощью *интерферометров* Майкельсона, Фабри — Перо, пластинки Физо. Относит. точность измерений при этом  $\sim 10^{-7}$ — $10^{-8}$ , она достаточна для спектральных исследований жидкостей и твёрдых тел и недостаточна для спектроскопии сверхвысокого разрешения. Частота перестраиваемого лазера здесь измеряется гетеродинным методом относительно опорного стабилизированного лазера, частота к-рого известна. Диапазон частотных измерений определяется быстродействием фотоприёмника и может быть  $\sim 10^{12}$  в видимой и в ИК-области спектра. Использование методов измерения абс. частот генерации лазеров в спектроскопии позволяет измерять частоты переходов с относительной точностью  $\sim 10^{-11}$ .

Развитие техники наносекундных, пикосекундных и субпикосекундных световых импульсов привело к резкому увеличению временного разрешения измерений в Л. с. Управляя излучением импульсных твердотельных лазеров (самосинхронизирующей мод нелинейного поглощения), можно получить излучение в виде цуга неск. десятков очень коротких импульсов длительностью  $\sim 10^{-12}$ — $10^{-18}$  с и пиковой мощностью  $\sim 10^8$ — $10^9$  Вт. На основе этих работ и была создана спектроскопия пикосекундных импульсов.

Резкое повышение чувствительности методов Л. с. позволило регистрировать спектральные линии по наблюдению изменений характеристик излучения при его взаимодействии со средой (по изменению интенсивности, поляризации и фазы излучения, а также по поглощённой энергии). Наибольшей чувствительностью обладают методы, основанные на регистрации поглощённой энергии. В видимой области спектра очень эффективно наблюдение *флуоресценции*, дающее возможность регистрировать отд. атомы, резонансные линии к-рых лежат в видимой области спектра (Na, K и др.).

Высокая направленность и интенсивность лазерного излучения позволяет измерять малое поглощение ( $\sim 10^{-6}$  см $^{-1}$ ). Широко применяются абсорбционные спектрометры на основе диодных лазеров (разрешение  $\sim 10^{-6}$  см $^{-1}$ ), а также фурье-спектрометры (см. *Фурье спектроскопия*). Для повышения контрастности резонансов и исследований нелинейных явлений поглощающую среду помещают внутрь резонатора лазера (см. *Внутррезонаторная лазерная спектроскопия*).

В ИК-области спектра применяют оптоакустич. и оптомерич. детекторы. С их помощью регистрируют поглощённую мощность  $\sim 10^{-10}$  Вт. Это означает, что при мощности лазера  $\sim 1$  Вт можно регистрировать поглощение  $\sim 10^{-10}$  см $^{-1}$ . Предельной чувствительностью обладают ионизационные методы регистрации поглощённой энергии, когда после поглощения света возбуждаемая частица может быть ионизована, а ионы (электроны) зарегистрированы.

Даль. Дестхов В. С., Чеботова В. П., Принципы нелинейной лазерной спектроскопии, М., 1975; Ахмедов С. А., Коротеев Н. И., Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света, М., 1981; Сверхкороткие световые импульсы, под ред. С. Шангера, пер. с англ., М., 1981.

**ЛАЗЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ** — совокупность приёмов и способов обработки материалов и изделий с использованием лазеров. В Л. т. применяются *твердотельные лазеры* и *газовые лазеры*, работающие в импульсном, импульсно-периодическом и непрерывном режимах. Осн. операции связаны с тепловым действием лазерного излучения. Для управления световым потоком (повышения интенсивности и локализации воздействия) применяются оптич. системы. Преимущества Л. т. —

высокая локальность, кратковременность воздействия, малая зона термич. влияния, возможность ведения технологич. процессов в любых прозрачных средах (в т. ч. в агрессивных) и внутри герметически закрытых объёмов. Лазеры используются для сверления отверстий, резки и скрайбирования (нанесение рис. на поверхность пластины полупроводника лазерным лучом), закалки, гравировки, изготовления и фигурной обработки тонких яёнок, динамич. балансировки вращающихся деталей, подстройки элементов схем и др.

**Сверление отверстий.** Л. т. упрощает операцию получения отверстий в твёрдых, хрупких, тугоплавких, радиоакт. материалах. Она эффективна при изготовлении алмазных фильер для волоочения нитроволокна, стальных и керамич. фильер для производства искусств. волокна; при сверлении рубиновых часовых камней, ферритовых пластин для устройств памяти, керамич. изоляторов, изделий из сверхтвёрдых сплавов. Для сверления обычно используются импульсные лазеры на неодимовом стекле, иттрий-алюминиевом гранате (ИАГ),  $\text{CO}_2$ . Типичные параметры лазеров: энергии от десятков долей до десятков Дж, длительность импульса  $0,1-1$  мс, плотность потока энергии до  $40 \text{ МВт/см}^2$ . Недостаток лазерного метода сверления в одноимённом режиме — невысокая точность и плохая воспроизводимость, связанные с флуктуациями интенсивности излучения. Этот недостаток частично устраняют, переходя к многоимпульсной методике. В этом случае обработка ведётся серией импульсов с энергией в импульсе  $0,1-0,5$  Дж. При этом удаётся получать отверстия сложного профиля с отношением глубины к диаметру  $1-20$  при точности обработки  $1$  мкм.

**Резка и скрайбирование.** Наиб. важны резка тонких плёнок и полупроводниковых пластин при изготовлении интегральных схем и т. п. газолазерная резка листовых материалов (см. ниже). Резку тонких плёнок производят сериями коротких импульсов. Для этой цели используются газовые лазеры на молекулярном азоте либо твердотельные лазеры на ИАГ с Nd. Типичные интенсивности  $\sim 10^6-10^7 \text{ Вт/см}^2$ , ширина реза  $5-30$  мкм. Для резки и скрайбирования полупроводниковых пластин удобен лазер на ИАГ с Nd, обеспечивающий при ср. мощности  $\sim 10-50 \text{ Вт}$  и частоте следования импульсов  $\sim 1$  кГц скорости разрезания (нанесения рисок)  $\sim 60$  мм/мин. Ширина разреза вместе с зоной термич. влияния  $\sim 50-100$  мкм.

При газолазерной резке на обрабатываемый объект одновременно направляют лазерное излучение и струю газа. Чаще всего применяют  $\text{CO}_2$ -лазер; состав газовой струи зависит от обрабатываемого материала. При резке металлов, хорошо поглощающих излучение  $\text{CO}_2$ -лазера, струя газа (воздух или инертный газ) используется для охлаждения краёв разреза и удаления продуктов разрушения. При резке металлов применяют кислород или азодух, к-рые способствуют преврат. окислению металла, что уменьшает его отражат. способность; далее происходит воссламенение металла и выделяющиеся тепло усиливает термич. действие лазерного излучения; наконец струя удаляет расплав и продукты окисления, обеспечивая наступление кислорода к фронту горения. В зависимости от скорости перемещения дуга возможна др. режима: управляемой резки, когда тепла от реакции недостаточно для самодерживающегося фронта горения на всю исчерпываемую струей  $\text{O}_2$ , и неуправляемой (автогенной) резки, когда металл горит по всей поверхности за счёт тепла реакции окисления. Газолазерная резка затруднена, если металл имеет тугоплавкий окисел либо низкий тепловой эффект реакции окисления.

Обычно для газолазерной резки требуются интенсивности  $\sim 100 \text{ кВт/см}^2$ . Применяются  $\text{CO}_2$ -лазеры непрерывного действия мощностью неск. сотен Вт. Ширина разреза  $0,3-1$  мм при толщине разрезаемого материала до  $10$  мм.

**Сварка.** Осп. преимуществом лазерной сварки — бесконтактность (напр., через прозрачные окна внутри герметически закрытых сосудов); существует также малый размер зоны термич. влияния, что позволяет работать в условиях интенсивного теплоотвода. Лазерным методом удаётся соединять металлы и сплавы, не свариваемые обычным способом, напр. W с Cu или со сталью. Для сварки целесообразно использовать импульсные лазеры. Можно выполнять точечную ишовую сварку. Типичные интенсивности  $0,1-1 \text{ МВт/см}^2$  (в зависимости от материала). Толщина свариваемых деталей  $0,01-1$  мм. Отношение глубины проплавления к ширине шва  $0,5-5$ .

**Фигурная обработка поверхности.** Проблема образования микро рельефа на поверхности материалов важна для микроэлектроники, полиграфич. промышленности, при обработке твёрдых сплавов, ювелирных камней и т. п. Для создания рельефа используются: исларение, термообработка, в результате к-рой происходит структурные превращения в материале; окислительно-восстановительные реакции и реакции разложения, вызванные нагреванием; термостимулированные диффузионные процессы.

Лит.: Действие излучения большой мощности на металлы, М., 1970; Вейко В. П., Либенсон М. И., Лазерная обработка, Л., 1973; Рыкалин И. П., Углов А. А., Кострова А. И., Лазерная обработка материалов, М., 1973; Букин Ф. В., Кириченко Н. А., Лукьянчук В. С., Термическое действие лазерного излучения, «УФН», 1982, т. 138, с. 45; Промышленное применение лазеров, под ред. Г. Кебнера, пер. с англ., М., 1988. С. И. Атласкин.

**ЛАЗЕРНАЯ ХИМИЯ** — хим. превращения, осуществляемые под воздействием лазерного излучения. Направленность и высокая интенсивность излучения (см. Лазер) обеспечивают высокую скорость ввода энергии в объём, где протекает хим. реакция, её точную пространственную и временную локализацию, дозированность и стерильность. При этом возможны как гомофазные реакции с полным исключением влияния стенок, ограничивающих объём, так и процессы, происходящие только на поверхности раздела фаз, в стенках реактора и т. п. Монохроматичность лазерного излучения позволяет осуществлять резонансное воздействие на исходные или конечные вещества, что даёт возможность реализации селективных процессов.

**Лазерная фотохимия.** Неизбежные релаксационные процессы приводят к тому, что введённая в реактор энергия лазерного излучения в конечном счёте преобразуется в тепловую. Если влияние релаксационных процессов мало (время релаксации велико), возможно селективное воздействие, при к-ром хим. активность атомов и молекул возникает непосредственно в результате поглощения ими фотонов. Влияние релаксации минимально при резонансном воздействии излучением видимого и УФ-диапазонов ( $h\nu \gg kT$ ,  $\omega$  — частота излучения). В этом случае столкновительная релаксация в газе, равно как и многофотонный распад возбуждённого состояния в конденсированной среде, затруднены, а излучательный спонтанный распад может быть скомпенсирован увеличением вероятности возбуждения с ростом интенсивности облучения. Возможность высокой эффективности возбуждения выгодно отличает лазерную фотохимию от обычной. С ростом интенсивности излучения важную роль начинают играть процессы ступенчатого и многофотонного возбуждения (см. Многофотонные процессы). Это позволяет возбуждать активные состояния атомов и молекул, однофотонные переходы в к-рые запрещены правилами отбора, а также создавать молекулы, возбуждённые заметно выше энергии диссоциации (но любий из связей). Характер и глубина фрагментации молекул при этом радикально меняется. Напр., при обычном УФ-фотолизе метилтана  $\text{CH}_3\text{I}$  основными конечными продуктами являются  $\text{NH}_3$  и  $\text{CH}_2$ , а под действием излучения эксимерного лазера на AgF (длина волны  $\lambda = 193 \text{ нм}$ ) также  $\text{HC}$  и  $\text{CH}_2\text{C}$ .

Особенностью лазерной фотохимии видимого и УФ-диапазона является малая роль тепловых эффектов. Но в этих диапазонах большинство молекул имеет практически сплошные спектры поглощения (см. *Молекулярные спектры*), что затрудняет осуществление селективных процессов. Для атомных систем ситуация более благоприятна и селективные лазерные фотохимические реакции возможны (пример — ионное излучение заданных соединений редкоземельных металлов, управление их валентностью).

В ИК-области, где расположено колебательное спектры молекул, спектральные линии узки и селективность воздействия возможна. Но в силу малости  $h\nu \sim kT$  возбуждения, релаксация облегчена. В газе, где она имеет стокновительный характер, для исключения её влияния необходимо уменьшение давления и газа и длительности действия лазерного воздействия. Как правило, проведение этих величин не должно превышать  $10^{-8}$  с·Тор ( $10^{-4}$  с·Тор). При реальных длительностях лазерных импульсов ( $10^{-7}$ – $10^{-6}$  с) это приводит к недостаточному низкому давлению. Поэтому, а также в силу того, что энергии активации хим. реакции во много раз превышает  $h\nu$ , ИК-лазерная фотохимия пока не реализована даже в газе. Перспективная комбинация ИК- и УФ-лазерных воздействий. Вместе с тем небольшие многоатомные молекулы, такие, как  $\text{SiF}_4$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{BCl}_3$ ,  $\text{CF}_3\text{Cl}_2$ ,  $\text{CF}_3\text{I}$ ,  $\text{CF}_3\text{Br}$  и т.п., при достаточной высокой интенсивности излучения ( $10^9$ – $10^6$  Вт/см<sup>2</sup>) способны к многофотонному поглощению резонансных ИК-квантов вплоть до энергии диссоциации. При этом становится возможной селективная ИК-фотодиссоциация молекул, приводящая к лазерному разделению изотопов (см. *Изотопное разделение*), очистке газов от малых примесей и т.п.

**Синтез неустойчивых соединений.** Столкновительный обмен колебательной энергией между молекулами одного сорта происходит быстрее, чем между молекулами разных видов, в свою очередь обмен колебательной энергией между всеми молекулами идёт быстрее, чем обмен между колебательными и поступательными степенями свободы молекул. Это наряду со способностью молекул к многофотонному поглощению ИК-излучения позволяет найти режимы воздействия (плотность энергии облучения  $0,01$ – $1,0$  Дж/см<sup>2</sup>,  $t \sim 10^{-8}$ – $10^{-7}$  с,  $p \sim 0,1$ – $1$  Тор), при к-рых происходит изотопически селективная диссоциация и осуществляется управление синтезом радикалов. Отрыв колебательной темп-ры от поступательной, реализуемый в таких режимах, позволяет осуществлять синтез термически менее устойчивых соединений при ИК-фотолитографии соединений, напр. синтез  $\text{CF}_3\text{I}$  при фотолито  $\text{CF}_3\text{Br}$  в атмосфере  $\text{I}_2$ .

**Лазерная термохимия.** В тех случаях, когда релаксационные процессы исключать не удаётся (длительное воздействие излучения, относительно большое давление газа, твёрдые тела), лазерное воздействие носит тепловой характер. Но резонансное поглощение излучения исходными или конечными продуктами хим. реакций влияет на ход хим. процессов и тогда, когда реагирующие атомы и молекулы находятся в состоянии локального теплового равновесия. Это происходит в силу обратной связи между химическими и тепловыми степенями свободы системы. Изменение в ходе реакции концентрации молекул, поглощающих лазерное излучение, приводит к изменению скорости ввода лазерной энергии, что меняет темп-ру реагентов, а значит, и скорость хим. реакций. Изменению интенсивности, длины волны или др. параметров лазерного излучения изменяет тип обратной связи, управляет динамикой процесса и составом продуктов реакции. Пример — сilyвание атом. азота в реакции с парами воды (синтез аммиака и азотной кислоты) при резонансном лазерном воздействии на насыщенные водяные пары в квазиравновесном режиме. Увеличение выхода  $\text{NH}_3$  достигается при

этом с помощью 100%-ной модуляции мощности поглощающего лазерного излучения в силу сложности динамики резонансного лазерного нагрева молекулярных газов.

В гетерогенных условиях, т.е. на границе раздела твёрдое тело — жидкость, твёрдое тело — газ и т.п., лазерная термохимия позволяет осуществить обычно не идущие реакции осаждения металлов из растворов сложных солей, обращать термодинамически возможную последовательность протекания электродных процессов в растворах электродитов по отношению к электрохимич. ряду напряжений, создавать по выбору омические или выпрямляющие контакты металлы — полупроводник (см. *Контактные явления в полупроводниках*), синтезировать совершенные полимерные плёнки (волиминизация) и т.д.

**Лит.: Табуров В. Л., Барашев П. П., Химическое действие лазерного излучения, «Ж. Весовая, хим. общества им. Д. И. Менделеева», 1973, т. 19, с. 15; Кравцов Н. В., Прохоров А. М., Лазеры, разделение изотопов, «УФН», 1976, т. 118, с. 583; Бункин Ф. В., Кирьяченко Н. А., Лужичанчук Б. С., Термическое действие лазерного излучения, «УФН», 1982, т. 138, с. 45; Летохов В. С., Неинвазивные селективные фотонные процессы в атомах и молекулах, М., 1983; Моляев Ю. Н., Плифалов В. П., Петров А. К., Инфракрасная фотохимия, Новосибирск, 1985; Казулин В. М., Кирьянов Н. В., Синтезные резонансные взаимодействия в квантовой электродинамике, М., 1987. Н. В. Нарлов, Г. С. Лукьянчук.**

**ЛАЗЕРНЫЕ СТАНДАРТЫ ЧАСТОТЫ** — см. *Оптические стандарты частоты*.

**ЛАЗЕРНЫЕ СТЕКЛА** — один из видов т.н. активной среды твердотельных лазеров. Синтезируются десятки различных по хим. составу многокомпонентных стёкол — силикатные, фосфатные, германийные, фторфосфатные, фторбориллатные, боратные, теллуридные и др. (см. *Стекло*), на к-рых получен эффект генерации.

Л. с. характеризуются им. параметрами, описывающими их физ.-хим., спектрально-люминесцентные, генерационные, прочностные и др. свойства. Генерация, переходы в Л. с. являются излучат. переходы между энергетич. уровнями примесных активных ионов (см. *Твердотельный лазер*), гр. обр. ионов  $\text{Nd}^{3+}$  (основной генерац. переход  ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$  с длиной волны излучения  $\lambda_{\text{г}} \approx 1,055$  мкм), а также ионов  $\text{Er}^{3+}$  (переход  ${}^4I_{13/2} - {}^4I_{15/2}$ ,  $\lambda_{\text{г}} \approx 1,54$  мкм). Концентрация ионов  $\text{Nd}^{3+}$  в Л. с. может составлять от  $\sim 10^{20}$  см<sup>-3</sup> до  $3 \cdot 10^{21}$  см<sup>-3</sup>, ионов  $\text{Er}^{3+} \sim 5 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Спещидич. характеристики Л. с. являются: время жизни метастабильного уровня энергии т, сечение генерац. перехода  $\sigma$ , коэффициент активной среды  $N$ , квантовый выход люминесценции, коэф. нелинейности показателя преломления  $n_2$ , температурный коэф. показателя преломления  $dn/dT$ , поглощение на длине волны генерации, содержание гидроксильных групп в стекле (стенность безоживленности), изменение оптического пути в Л. с. с изменением темп-ры (термооптическая нестопанность  $W$ ).

Широкое практич. применение нашли силикатные и фосфатные Л. с. Фосфатные Л. с. имеют более высокие спектрально-люминесцентные, генерационные и термоопт. характеристики, силикатные Л. с. более технологичны и дешёвы. Среди известных марок иррадиация Л. с. отечественные силикатные стёкла с  $\text{Nd}^{3+}$  ГЛС1—ГЛС3, ГЛС5—ГЛС10, фосфатные стёкла с  $\text{Nd}^{3+}$  ГЛС21—ГЛС27, фосфатные стёкла с  $\text{Er}^{3+}$  КГСС—0135, зарубежные силикатные стёкла с  $\text{Nd}^{3+}$  ED-2, Q-246 (США), фосфатные стёкла с  $\text{Nd}^{3+}$  Q-88, 98, 100 (США), ЛНГ-5, 7, 8, 10 (Япония), фосфатные стёкла с  $\text{Er}^{3+}$  QET-1 (США). В табл. приведены некоторые характеристики Л. с. с  $\text{Nd}^{3+}$ .

К недостаткам Л. с. по сравнению с распространёнными диэлектрич. лазерными кристаллами относятся: меньшие значения  $\sigma$ , низкая теплопроводность и худшие механические свойства. Два последних фактора препятствуют созданию лазеров на стекле для работы в непрерывном режиме и в импульсно-периодич. режиме при высокой ср. мощности накачки. Преимуществ-

Характеристики некоторых видов лазерных стёкол с Nd<sup>3+</sup>

Марка лазерного стекла	$N \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$	Угловинт $\cdot F/L, \text{ мкс}$	Угловинт $\cdot F/L, \text{ мкс}$	$\eta$	$\eta_n, 10^{-12} \text{ Дж/СГС}$	$d\eta/dT, 10^{-1} \text{ К}^{-1}$	$W, 10^{-7} \text{ К}^{-1}$
ГЭС2 Сидкатное (СССР) . . . . .	1,98	500	2,2	1,53	—	-16	31
ГЭС22 Фосфатное атермальное (СССР) . . . . .	2,0	300	3,5	1,6	—	-57,5	2
ЕЛ-2 Силкатное (США) . . . . .	2,83	300	2,71	1,57	1,52	29	80
Q-100 Фосфатное атермальное (США) . . . . .	10,7	190	4,4	1,56	1,2	-46	0
LHG-8 Фосфатное атермальное (Япония) . . . . .	3,1	315	4,2	1,53	1,13	-53	6

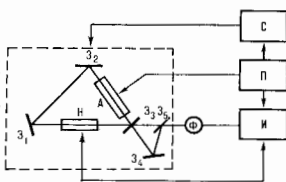
вами Л. с. являются относительно простая технология, низкая стоимость, возможность синтеза стекла в больших (до неск. сотен дм<sup>3</sup>) объёмах и с высокой оптич. однородностью. Активные элементы (АЭ) лазеров изготавливаются в виде цилиндров, параллелепипедов, дисков, трубок разл. размеров. Площадь поперечного сечения АЭ может быть от единиц мм<sup>2</sup> до десятков см<sup>2</sup>, длина — от единиц см до м. Изготавливаются также АЭ в виде волокон.

На стеклянных активных средах созданы миниатюрные лазеры и мощные лазерные системы, работающие в разл. режимах и применяющиеся в медицине, научных исследованиях, геодезии, для технол. целей, а также в экспериментах по управлению термоядерному синтезу (УТС). Выходная мощность лазерных систем, созданных на стекле с Nd<sup>3+</sup> для программы УТС, достигает значений 10<sup>13</sup> Вт в импульсном режиме при длительности импульса 1 нс. Типичные величины кпд лазеров на стекле с Nd<sup>3+</sup> 1—5%.

Лит.: Справочник по лазерам, пер. с англ., под ред. А. М. Прохорова, т. 1, М., 1978; Алексеев Н. Е. и др., Лазеры на стеклах, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 18, М., 1978; Лазерные фосфатные стекла, под ред. М. Е. Жаботинского, М., 1980.

**ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП** (фотонный гироскоп) — квантовый гироскоп, чувствительным элементом которого является кольцевой лазер, генерирующий 2 встречные волны. Действие Л. г. основано на зависимости разности собств. частот кольцевого оптического резонатора для встречных волн от скорости его вращения относи-

Рис. 1. Принципиальная схема лазерного гироскопа: 3<sub>1</sub>—3<sub>2</sub> — зеркала; А — активная среда; 3<sub>3</sub>, 3<sub>4</sub> — зеркала смесителя встречных волн (3<sub>4</sub> — полупрозрачное); Н — невзаимный элемент; Ф — фотодетектор; П — блок питания; С — система стабилизации параметров лазера; И — система обработки информации.



тельно инерциальной системы отсчёта. В отличие от волоконно-оптического гироскопа, регистрирующего угл. скорость вращения, Л. г. позволяет определить изменение угла поворота.

Резонатор кольцевого лазера состоит из 3 (или 4) отражателей (зеркал или призм), установленных на жёстком основании и обеспечивающих замкнутую траек-

торию (треугольник или прямоугольник) для встречных волн (рис. 1). Возникновение разности частот встречных волн следует из зависимости времени обхода светом вращающегося контура от скорости вращения и направления обхода. Согласно общей теории относительности, разность времён обхода вращающегося контура  $\Delta t$  (в приближении малости линейной скорости вращения по сравнению со скоростью света  $c$ ) записывается в виде,  $k$ -ый может быть интерпретирован и в рамках классич. кинематики:

$$\Delta t = \tau_0 \frac{4S\Omega}{cL} \cos \theta. \quad (1)$$

Здесь  $\tau_0$  — время обхода неподвижного контура,  $S$ ,  $L$  — площадь и опич. периметр контура (с учётом показателя преломления),  $\Omega$  — угл. скорость вращения (в рад/с),  $\theta$  — угол между осью вращения и нормалью к плоскости контура.

Т. к.  $\Delta t$  связана с разницей между оптич. путями встречных волн соотношением  $\Delta t/\tau_0 = \Delta L/L$ , а  $L$  определяет собств. частоту резонатора, частоты вращающегося кольцевого резонатора для встречных волн  $\nu_{\pm}$  (+ для волны, распространяющейся по направлению вращения) становятся разными:

$$\nu_{\pm} = \nu_0 \mp 2\nu_0 \frac{S\Omega}{cL} \cos \theta. \quad (2)$$

Здесь  $\nu_0 = mc/L$  — частота волн в неподвижном резонаторе ( $m$  — целое число). Разность  $(\nu_- - \nu_+)$  не зависит от формы контура, положения оси вращения относительно центра резонатора и может быть записана в виде

$$\Delta\nu = \nu_- - \nu_+ = K\Omega \cos \theta \quad (\text{Гц}), \quad (3)$$

где  $K = 4S/\lambda_0 L$  наз. масштабным коэф. Л. г.,  $\lambda_0 = (\lambda_- + \lambda_+)/2$  — длина волны излучения покоящегося Л. г.

Разностная частота  $\Delta\nu$  ( $\sim 10^{-2}$ — $10^6$  Гц) выделяется фотодетектором при провантении. смешении (смещении) небольшой части энергии ( $\leq 0,1\%$ ) встречных световых волн ( $\nu_{\pm} \sim 10^{14}$  Гц), выведенной из кольцевого резонатора (3<sub>1</sub>, 3<sub>2</sub>, 3<sub>4</sub>) через выходное частично прозрачное зеркало 3<sub>3</sub>. Смеситель состоит из зеркал 3<sub>3</sub>, 3<sub>4</sub> (3<sub>4</sub> — полупрозрачное; рис. 1) или спец. призм с углом при вершине  $\approx 90^\circ$ . Синусоидальный сигнал на выходе фотодетектора преобразуется в измерит. устройство в последовательности импульсов, регистрируемых счётчиком. Число импульсов провонит. углу поворота в плоскости кольцевого лазера. Один импульс на выходе счётчика соответствует повороту Л. г. на  $\Delta\varphi \leq 1''$ .

Большая величина  $K$  позволяет измерять малые скорости вращения при небольших размерах Л. г. Напр., для кольцевого гелий-неонового лазера ( $\lambda_0 = 6,328 \times 10^{-6}$  см), имеющего резонатор в виде квадрата со стороной 10 см,  $K = 1,58 \cdot 10^8$ . При этом суточное вращение Земли, происходящее с угл. скоростью 15 град/ч и регистрируемое на широте  $60^\circ$ , должно давать  $\Delta\nu \approx 10$  Гц. Снятая угл. скорость вращения Земли известной и постоянной, можно с точностью  $\sim 1'$  определить широту, на  $k$ -ой расположен Л. г.

С квантовой механики точки зрения Л. г. представляет собой прибор, вращение  $k$ -рого вызывает изменение энергий  $h\nu_{\pm}$  и орбитальных моментов  $L_{\pm}$  макроскопич. «орбит» фотонов, распространяющихся во встречных направлениях:

$$h\nu_{\pm} = h\nu_0 \mp L_{\pm} \Omega, \quad (4)$$

где  $L_{\pm} = h\nu_{\pm} \langle R \rangle / c$  — величины проекций орбитальных моментов на нормаль к плоскости кольцевого резонатора,  $\langle R \rangle = 2S/L$  — эффективный радиус орбиты. Из (4) следует, что  $\Delta\nu = \nu_0 4S\Omega/cL$ . Учитывая, что  $\nu_0/c = \lambda_0$ , получим выражение (3).

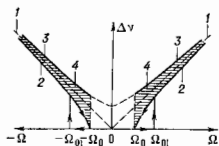
Зависимость  $\Delta\nu(\Omega)$  (выходная характеристика Л. г., рис. 2) в реальном кольцевом лазере отличается от (3)

из-за влияния нелинейных свойств активной среды и наличия связи встречных волн вследствие обратного рассеяния. В области малых  $\Omega$  связь встречных волн приводит к захвату их частот (см. *Захватывание частот*). Поэтому выходная характеристика Л. г. имеет область нечувствительности к вращению (зону захвата  $-\Omega_{01}, \Omega_{01}$ ). Кроме того, зависимость  $\Delta\nu(\Omega)$  имеет гиперэллиптический характер: частоты, соответствующие входу в зону захвата ( $\Omega_0$ ) и выходу из нее ( $\Omega_{01}$ ), различны. При изменении величин обратного рассеяния  $R$  и фазы  $\varphi$  рассеянных волн  $\Delta\nu$  изменяется в пределах

$$\Delta\nu = K(\Omega^2 \pm \Omega_0^2)^{1/2} \quad (|\Omega| \geq \Omega_0), \quad (5)$$

где  $\Omega_0(R, \varphi)$  — величина зоны захвата ( $\Delta\nu=0$  при  $|\Omega| < \Omega_0$ ). Для лучших Л. г.  $\Omega_0 \leq 10^{-3}$  рад/с. Для регистрации малых  $\Omega$  в Л. г. создается нач. частотное расщепление встречных волн  $\Delta\nu_0$  с помощью небольших ( $\Delta\varphi \sim 1^\circ$ ) в общем случае неперриодических

Рис. 2. Частотные характеристики лазерного гироскопа: 1 — идеальная ( $\Delta\nu = K\Omega \cos \Phi$ ), 2, 3 — теоретические ( $\Delta\nu = K(\Omega^2 \pm \Omega_0^2)^{1/2} \cos \Phi$ ), 4 — область реальной характеристики.



угл. колебаний кольцевого лазера. Нач. расщепление может быть создано также с помощью немощаемых внутри кольцевого резонатора частотных *независимых элементов*. Наиб. часто используются независимые элементы на основе *Фарадея эффекта*.

В качестве активной среды в Л. г. обычно используется газовая смесь двух изотопов неона ( $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ) с He, характеризующаяся неоднородно униперной линией рабочего перехода. Это позволяет устранить конкурентное взаимодействие встречных волн и получить высокую стабильность. Исследуются кольцевые лазеры с кристаллич. или стеклообразной активной средой.

Предельная точность измерения  $\Omega \sim 10^{-4}$  град/ч определяется естеств. флуктуациями разности частот встречных волн в кольцевом лазере. В реальных Л. г. достигается погрешность измерения  $\Omega \sim 10^{-2} - 10^{-3}$  град/ч при времени измерения  $\sim 1$  с.

Преимущества Л. г. перед традиц. механич. гироскопами: возможность использования в системах, где гироскоп жестко связан с движущимся объектом; цифровой выход информации; большой диапазон  $\Omega$ ; малая чувствительность к перегрузкам и малое время ( $\sim 1$  с) запуска.

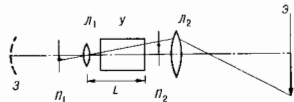
Лит.: А. Рондони Ф., Лазерные гироскопы, в кн.: Применение лазеров, пер. англ., М., 1974; Бычков С. И., Лукьянов Д. П., Бакаляр А. И., Лазерный гироскоп, М., 1975; Курилин М. М., Голдштейн М. С., Инерциальная навигация, пер. с англ., «СВЕТЛО», 1980, т. 71, № 10, с. 47; Н. В. Крюков, А. Н. Шелева.

**ЛАЗЕРНЫЙ МИКРОПРОЕКТОР** (лазерный проекционный микроскоп) — проекционный микроскоп, в к-ром для увеличения яркости получаемых изображений используется усилитель яркости (УЯ), действующий на основе стимулированного (вынужденного) излучения. Стимулированное излучение повторяет все свойства вынуждающего, в т. ч. фазу, поляризацию, преобразование световых полей, можно ставить в любое место оптич. системы на пути распространяющихся в ней пучков света. При этом возникает только один неустранимый источник шумов — собственные шумы квантового усилителя.

Применение УЯ позволяет радикально решить одну из наиб. сложных для всех проекционных систем проблем — проблему проекции с большим увеличением, к-рая заключается в следующем. Для рассмотрения

изображения на экране нужно обеспечить определенный уровень освещения. При этом весь световой поток, входящий на экран, в обычном проекторе должен пройти через микрообъект или отразиться от него. Это означает, что при заданном освещении экрана плотность мощности излучения на объекте, пропорциональная квадрату линейного увеличения, при очень большом увеличении приводит к перегреву объекта или даже к его разрушению. Так, напр., линейное увеличение  $\sim 10^3$  уже труднодостижимо.

В современной схеме Л. м. (рис.) усиливающий элемент У (напр., газоразрядная трубка с парами меди) служит одновременно и для усиления яркости и для освещения объекта. Спонтанное излучение, усиленное в усилителе, через объектив  $L_1$  освещает изображаемый объект, расположенный в предметной плоскости  $P_1$ . Свет, отраженный от объекта и рассеянный на нем, снова проходит через объектив  $L_1$  и затем усилитель У.



В результате в плоскости  $P_2$  образуется увеличенное и усиленное по яркости промежуточное изображение объекта, к-рое через проекционный объектив  $L_2$  переносится на экран Э. Возможны и др. схемы, в частности работающие «на просвет». В этом случае за объектом можно поставить зеркало  $Z$ , возвращающее свет на объект. Применяются также схемы с освещением от отд. лазерного источника.

Оси. элемент Л. м. — усилитель яркости, к-рый уже давно и широко используется в лазерах и представляет там собой к.-л. активную среду, помещенную в оптич. резонатор. Пучок света, многократно пробегая между зеркалами, усиливается до тех пор, пока не наступит насыщение усиливающей среды. Структура выходного пучка лазера полностью определяется резонатором; обычно стараются ограничить число генерируемых мод до одной с предельно малой *дифракционной расходимостью*. В оптич. системах же ирибрахах, в т. ч. в Л. м., обычно требуется передать большой объём информации, заложенный в распределении амплитуд и фаз по полю зрения. Т. о., пучки света, распространяющиеся и оптич. системе, должны иметь значит. размеры. Чтобы пропустить такие пучки, УЯ должен иметь достаточную угл. апертуру.

Поле зрения оптич. системы ограничивается размерами УЯ, а разрешающая способность — свойствами применяемого микрообъекта. Если разрешение объектива ограничено только дифракцией, то число разрешаемых элементов на линейном размере поля зрения  $N = d_0 d_y / \lambda L$ , где  $d_0$  — диаметр объектива,  $d_y$  — диаметр усиливающего элемента,  $\lambda$  — длина волны,  $L$  — расстояние от объектива до дальнего торца усиливающего элемента. Из этого соотношения видно, что для передачи достаточно большого объёма оптич. информации усиливающий элемент должен иметь достаточно большой диаметр и не быть слишком длинным (что эквивалентно ограничению числа проходов через среду).

Применение усилителя имеет смысл, если он даёт значит. усиление. При этом длина усиливающей среды практически всегда ограничена. При тех условиях пучки коэф. усиления порядка 0,1—1,0 на см длины усиливающей среды. Кроме того, усиливающий элемент должен быть оптичски однородным и не вносить заметных искажений, а также обеспечивать на выходе достаточно большую мощность. А для этого УЯ должен работать в режиме, близком к насыщению, когда стимулированное излучение уносит б. ч. энергии, запасённой в активной среде. Удовлетворить всем этим требованиям оказалось возможным далеко не с любой актив-

ной среды. Наиб. удельными здесь оказались газовые лазеры, т. к. их среда из-за малой оптич. плотности не подвержена заметных искажений даже при значит. нагреве в процессе работы.

Практически Л. м. удалось настроить только после появления импульсных лазеров на парах металлов. В 80-е гг. в качестве УЯ в основном используется усилительный элемент лазера на парах меди, обеспечивающий усиление на двух линиях с  $\lambda = 510,6$  нм и 578,2 нм. С ним удается получать эфф. усиление за один проход  $\geq 10^4$ . При значит. увеличении входного сигнала усилитель насыщается, и усиление падает. Это приводит к появлению ряда особенностей, не свойственных обычным оптич. системам. Так, напр., при значит. насыщении световая мощность на выходе системы весьма слабо зависит от входного сигнала, а значит, и от светосилы системы. Имеются и др. особенности, связанные с возникновением разл. нелинейных эффектов в усилителях при больших мощностях входного сигнала.

Большое усиление и высокий уровень выходной ср. мощности УЯ на парах меди позволили получать изображения микрообъектов с линейным увеличением  $> 10^4$  и на экранах размерами 10–20 см<sup>2</sup>, что недоступно для обычных микроскопаторов.

Особый интерес представляет возможность получения усиленных по яркости цветных изображений. Для этого необходимо иметь УЯ, как минимум, для трёх основных цветов: красного, зелёного и синего. Для зелёной и красной областей спектра можно применять уже имеющиеся УЯ на парах меди и золота, а для синей области спектра ещё нужно такой усилитель создать.

Лит.: Петраш Г. Г., Казарян М. А., Оптические системы с усилителями яркости, «Природа», 1970, № 4, с. 54; Петраш Г. Г., Усилители яркости для оптических приборов, «Вестн. АН ССРС», 1982, № 2, с. 66; Г. Г. Петраш.

**ЛАЗЕРНЫЙ ОТЖИГ** — в узком, первонач. смысле восстановление под действием лазерного излучения кристаллич. структуры приповерхностных слоёв полупроводников, нарушенной ионной имплантацией; открыт в 1975 в СССР [1]. Под Л. о. в широком смысле понимают структурные изменения, возникающие на поверхности полупроводников, металлов и диэлектриков под действием как импульсного, так и непрерывного лазерного излучения. При действии на полупроводник лазерного излучения с энергией кванта больше ширины запрещённой зоны поглощение света происходит в тонком приповерхностном слое толщиной  $\sim 10^{-4} - 10^{-6}$  см. При импульсном воздействии, когда интенсивности излучения велика ( $I \approx 10^6 - 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>), в этом слое происходит быстрые (в нано-, пико- и даже субпико-секундном масштабе времени) фазовые превращения: плавление — отверждение, фазовые переходы аморфное твёрдое тело — кристалл и кристалл — аморфное тело. Эти превращения ведут к структурным изменениям приповерхностных слоёв, к таким, как восстановление регулярной кристаллич. структуры; аморфизация полупроводников и металлов; образование и изменение кристаллич. структуры в насыщенных на поверхность слоях; перераспределение легирующих примесей с целью создания контролируемых профилей концентрации примесей; реакция между поверхностными слоями с образованием силлов, омических контактов, полупроводниковых плёнок; перераспределение материала на поверхности с образованием упорядоченных поверхностных структур.

Восстановление кристаллической структуры. Ионная имплантация посредством облучения полупроводников ионными пучками широко используется для контролируемого введения в приповерхностные слои легирующих примесей [2]. Столкновения ионов нуклеа с атомами решётки приводит к нарушению кристаллич. структуры в приповерхностном слое толщиной  $l_{\text{импл}} < 1$  мкм, в к-ром возникают кластеры точечных дефектов, дислокации, а при больших дозах имплантации — аморфизация. Для восстановления кристаллич. структуры обычно имплантированные образцы помещают

в печь при темп-ре  $T_{\text{отж}} \approx 10^3$  К на время  $\tau_{\text{отж}} \approx 20 - 40$  мин, в течение к-рого происходит твердофазная рекристаллизация нарушенного слоя (т. н. тепловой отжиг, ТО). За столь большое время примеси успевают профильтроваться в глубь образца на расстояние до 1–2 мкм. Однако технологии изготовления интегральных схем требует ограничения толщины легированного слоя на уровне 0,1 мкм. Л. о., а также быстрый ТО широкоподосными искрогенными источниками излучения отвечают этим требованиям.

При Л. о. лазерный пучок направляется на имплантированную поверхность (рис.) и под его воздействием происходит локальное восстановление кристаллич. структуры; для получения больших, непрерывно отож-

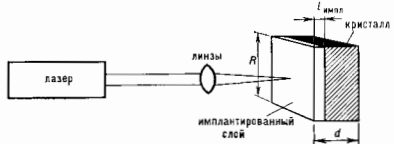


Схема проведения лазерного отжига:  $d$  — толщина образца;  $R$  — поперечный размер образца;  $l_{\text{импл}}$  — толщина имплантированного слоя.

жённых областей лазерный пучок либо сам образец сканируется.

Л. о. объясняется действием теплового механизма, в соответствии с к-рым энергия лазерного излучения, поглощаемая неосредствено электронной подсистемой, практически мгновенно (за время меньше пико-секунды) путём позитивной электрон-электронной, электрон-фононной и фонон-фононной релаксации передаётся в решётку и нагревает её от исходной темп-ры  $T_0$  до значения  $T_{\text{отж}}(t)$ , изменяющегося во времени (апологичный нагрев может быть создан и при облучении электронными и ионными пучками, к-рые также используются для целей ТО [6].)

В зависимости от плотности энергии импульса  $W$ , его длительности  $\tau_p$ , скорости сканирования (для непрерывных лазеров), а также значений оптич. и тепловых параметров вещества реализуются два осн. режима нагрева и соответственно два режима Л. о.: импульсный Л. о. (ИЛО), при к-ром  $T_{\text{отж}} > T_{\text{пл}}$  — тепм-ры плавления, и непрерывный Л. о. (НЛО) в режиме теплового потока с темп-рой  $T_{\text{отж}} < T_{\text{пл}}$ .

При ИЛО за время  $\tau_p \approx 10^{-8}$  с тепло успеет распространиться в глубь образца на длину, не превышающую длину поглощения. Для типичных наносекундных лазеров, используемых при ИЛО (вторая гармоника Nd : YAG,  $\lambda = 0,532$  мкм; рубиновый лазер,  $\lambda = 0,694$  мкм,  $W_p \approx 0,5$  Дж/см<sup>2</sup>), длина поглощения в кремнии (Si)  $l_{\text{погл}} \approx 2 \cdot 10^{-4}$  см. Длина диффузии тепла  $(2\chi\tau_p)^{1/2} \approx 10^{-4}$  см  $< l_{\text{погл}}$  (коэф. теплопроводности  $\chi \approx 0,2$  см<sup>2</sup>/с). Концентрация тепла в тонком приповерхностном слое приводит к его плавлению при значении  $W$ , характерных для этих лазеров. Осн. условие ИЛО заключается в том, чтобы глубина расшлава  $l_{\text{рсл}}$  была больше  $l_{\text{импл}}$ , т. е. поверхностный слой должен быть расплавлен и до кристаллич. подложки. Последующая жидкофазная эпитаксиальная рекристаллизация при остывании расшлава приводит к восстановлению кристаллич. структуры.

Благодаря возникающим в процессе ИЛО большим градиентам темп-ры реализуются большие скорости движения фронтов расшлава ( $v_{\text{рсл}} \approx 40$  м/с) и рекристаллизации ( $v_{\text{кр}} \approx 1$  м/с), так что весь отжигающий диск проходит всего за 100 нс. Поскольку нагревом кристаллич. подложки в течение времени  $\tau_{\text{отж}}$  можно пренебречь, этот режим наз. также адиабатическим.



Цикл расплава — рекристаллизации полностью удаляет протяжённые дефекты (дислокации и кластеры точечных дефектов), но оставляет после себя довольно высокую концентрацию ( $10^{19}$ – $10^{20}$  см $^{-3}$ ) точечных дефектов, появление к-рых, по-видимому, связано с высокой скоростью рекристаллизации при ИЛО. Перераспределение примесей в глубь образца происходит на длине диффузии в жидкой фазе ( $2D_{ж\text{отж}})^{1/2} \approx \approx 0,4 \cdot 10^{-8}$  см (коэф. диффузии в жидкой фазе  $D_{ж} \approx \approx 10^{-4}$  см $^2$ /с). При многократном импульсном воздействии за счёт этого эффекта может быть сформирован прямоугольный профиль распределения примесей.

Режим ИЛО (режим теплового потока) осуществляется сканированием лучка непрерывного лазера (напр., аргонового мощностью 20 Вт). Время отжига в этом режиме  $\tau_{\text{отж}} \approx 1$ – $10$  мс. Длина диффузии тенда ( $2X_{\text{отж}})^{1/2} \approx 10^{-2}$ – $10^{-1}$  см, т. е. по всей толщине образца  $d$  (рис.) устанавливается градиент температуры, обуславливающий тепловой поток от входной грани к выходной. Распределение температуры в плоскости облучаемой поверхности сильно неоднородно ( $2\sqrt{X_{\text{отж}}^2} \cdot \lambda < R$ , где  $R$  — характерный поперечный размер образца ( $R > d$ ), поэтому для получения однородного отжига необходимо сканирование луча.

При ИЛО  $T_{\text{отж}} < T_{\text{пл}}$ , так что отжиг происходит за счёт твердофазной зитаксальной кристаллизации. Ионы за время отжига успевают иродиффундировать всего на  $\approx 10^{-7}$  см, т. е. при ИЛО перераспределения примесей практически не происходит. Однако нек-рое количество остаточных дефектов, иногда ухудшающих элетрич. свойства отожжённых слоёв, всё же остаётся.

**Аморфизация.** Одним из наиб. важных факторов, определяющих характер отверждения из расплава при ИЛО, является скорость движения фронта раздела жидкой и твёрдой фаз. При достаточно малых значениях  $v$  образуется кристаллич. фаза. Однако по мере роста  $v$  увеличивается число остаточных дефектов, а при превышении нек-рого критич. значения  $v_{\text{кр}}$  образуется аморфная фаза (для Si эксперим. значение  $\approx 15$  м/с [4]).

Т. о., кроме восстановления регулярности кристаллич. решётки лазерное воздействие может приводить к обратному эффекту — аморфизации поверхностных слоёв полупроводников и металлов (образованию металл. стёкол [4]). Аморфная фаза образуется в том, что при больших  $v$  атомы просто не успевают занять соответствующие места в кристаллич. решётке. Значение  $v$  возрастает с уменьшением глубины расплава, поскольку возрастает градиент тем-ры  $dT/dz \approx (T_{\text{пл}} - T_0)/l_{\text{распла}}$ , поэтому в режиме ИЛО можно, уменьшая интенсивность лазерного излучения ( $W_{\text{распла}}$  прямо пропорциональна  $W$ ), достичь критич. значения  $v_{\text{кр}}$  при нек-ром кр. ич. значении  $W_{\text{кр}}$ . Если лазерный лучок имеет гауссово распределение интенсивности по сечению  $W(r)$ , то аморфная фаза образуется внутри кольца, центр к-рого совпадает с центром лазерного пятна, а внутр. и внеш. радиусы  $r_1$  и  $r_2$  определяются из условий  $W(r_1) = W_{\text{кр}}$  и  $W(r_2) = W_{\text{распла}}$  где  $W_{\text{распла}}$  — пороговая плотность импульса, при к-рой возможен расплав. Лазерная аморфизация получена на Si, Ge, GaAs при действиях на них наносекундных импульсов ( $\lambda = 0,532$  мкм) и наносекундных импульсов в УФ-диапазоне.

При импульсном Л. о. скорость движения фронта расплава может достигать при УФ-возбуждении наносекундными импульсами значений 200 м/с, а скорость отверждения — 20 м/с (на пять порядков выше обычной скорости роста кристалла); это даёт уникальную возможность изучения кинетики неравновесных фазовых переходов. Ещё большие скорости достигаются при возбуждении пикосекундными и фемтосекундными импульсами.

Другие структурные изменения при Л. о. Интересным физ. эффектом, связанным с изменением структуры решётки при Л. о., является взрывная кристаллизация.

Возникновение её обусловлено тем, что при кристаллизации нек-рой области выделяется скрытая теплота кристаллизации, к-рая приводит к повышению тем-ры, что ещё более увеличивает активационный процесс выделения скрытой теплоты, т. е. кристаллизацию. Процесс резко нарастает, его можно рассматривать как взрывную неустойчивость (при этом необходимо учитывать диффузию тепла). Взрывная кристаллизация наблюдается при определ. условиях как в режиме ИЛО, так и при ИЛО [3, 4].

Важным эффектом импульсного лазерного воздействия на конденсированные среды является образование периодич. поверхностных структур — оптических наведённых решёток. При взаимодействии мощного лазерного излучения с поверхностью в результате вынужденного рассеяния на материальных поверхностных возмущениях (акустических и кавитационных волнах, волнах испарения) в течение длительности импульса  $t_p$  на поверхности нарастают sinusoidalные (а также более сложные) волны модуляции рельефа, что приводит к появлению нелинейного экспоненциально нарастающего во времени опич. поглощения (поглощательная способность поверхности может возрастать более чем на порядок).

Двумя скрепляющимися когерентными световыми лучками может быть осуществлён интерференционный импульсный Л. о., к-рый приводит к созданию и приповерхностном слое полупроводника периодич. последовательности кристаллич. (отожжённых) и аморфных (неотожжённых) участков. Такая искусственная периодич. поверхностная структура, легко обнаруживаемая при дифракции падающего на неё зондирующего опич. лучка, очень удобна для исследования условий роста поверхностных кристаллич. слоёв; она позволяет весьма точно определять пороговые значения плотности энергии и глубину кристаллизованного слоя.

Кроме необратимых решёток (оставшихся после действия лазерного импульса) наблюдаются и обратимые решётки, существующие только в течение длительности импульса. Такие обратимые решётки возникают при действии лазерных импульсов на расплавы полупроводников, на жидкие металлы. Наблюдаются не только одномерные, но и двумерные структуры, а также более сложные упорядоченные образования. Периоды ориентации решёток существенно зависят от характеристик лазерного излучения — угла падения, поляризации, частоты, энергии [5].

Несмотря на то, что Л. о. уже достаточно хорошо освоена технологически, имеется ещё ряд принципиальных физ. вопросов, касающихся экспериментов по ИЛО в наносекундном, пикосекундном и фемтосекундном диапазонах и поведению полупроводников в сильном лазерном поле (с интенсивностью  $10^7$ – $10^{12}$  Вт/см $^2$ ). Это вопросы о характере и скорости электронной, электрон-фононной и фонон-фононной релаксации при генерации свободных носителей с плотностью до  $10^{22}$  в см $^3$  за времена ( $10^{-9}$ – $10^{-14}$ ) с, о состоянии, в к-ром находится эта сверхплотная электронно-дырочная плазма. Не выяснен окончательно (особенно в фемтосекундном и пикосекундном диапазонах) механизм влечения кристалла под действием лазера: имеет ли оно место благодаря обычному нагреву решётки или благодаря возникновению плазменно-индуцированных мягких фононных мод; происходит ли влечение после того, как индуцированная решётчатая энергия термализуется среди всех фононных мод, или когда она остаётся сосредоточенной в коротковолновом участке зоны Бриллюэна, а фононы в центре зоны остаются холодными. Эти вопросы интенсивно исследуются теоретически и экспериментально. Для окончательного их разрешения нерешённую важность имеет адекватная эксперим. диагностика. Вопрос о физ. механизме Л. о. послужил мощным стимулом для развития разнообразных методов диагностики сверхбыстрых лазерно-индуцированных фазовых превращений на поверхности. К ним относятся:

линейно-оптич. диагностика (спектральная затененность при пропускании), дающая информацию о динамике электронно-дырочной плазмы и фронтов навления и отвердевания; рентг. диагностика (дифракция) с временным разрешением в наносекундном диапазоне, чувствительная к состоянию неск. сотен приповерхностных атомных слоев; дифракция медленных электронов, дающая информацию о временной динамике структурных изменений всего лишь неск. поверхностных атомных слоев; акустика. (спектроскопия, нестационарная электронорудность и др. см. [5, 6]). Кроме линейно-оптич. методов всё возрастающую роль играют нелинейно-оптич. методы диагностики — генерация оптич. гармоник и комбинационных частот на отражение, дающих структурную информацию [5], а также ннко- и фемто-секундная спектроскопия комбинационного рассеяния на оптич. фюнах, плазмонях и акустич. колебаниях лазерно-возбужденного кристалла, «гибридная» техника лазерной наносекундной электронографии [5], фотомикроскопия.

Лит.: 1) Штырков Е. И. и др., Интегрированный слой — новый материал для эавис голограмм, «Оптика и спектроскопия», 1975, т. 38, с. 1031; 2) Выхудский отжи полупроводниковых германий, Новосиб., 1982; 3) Laser-plasma-beam interactions with solids, ed. by B. R. Appleton, G. K. Celler, N. X. Y., 1982; 4) Laser-solid interactions and transient thermal processing of materials, N. Y., 1983; 5) А х м а н о в С. А. и др., Воздействие мощного лазерного излучения на поверхность полупроводников и металлов, «УФН», 1985, т. 147, с. 675; 6) Energy beam-solid interactions and transient thermal processing, Pittsburgh, 1985.

**ЛАЗЕРНЫЙ ТЕРМОДЕРНЫЙ СИНТЕЗ** (ЛТС) — одно из направлений в исследованиях по управляемому термодерному синтезу (УТС), основанное на способности лазеров концентрировать энергию в малых объемах вещества ( $< 10^{-8}$  см<sup>3</sup>) за короткие промежутки времени ( $< 10^{-10}$ – $10^{-6}$  с) и использующее инерциальное удержание плазмы. Эта способность лазеров обеспечивает наиб. высокое из известных сейчас контролируемое выделение энергии ( $10^{10}$ – $10^{20}$  Вт/см<sup>3</sup>), сжатие и нагрев термодерного горячего до высокой плотности ( $10^{26}$  см<sup>-3</sup>) и темп-ры (10 кэВ), при к-рых узко возможны термодерные реакции. В отличие от *малютного удержания* плазмы УТС, в ЛТС время удержания (т. е. время существования плазмы с высокой плотностью и темп-рой, определяющее длительность термодерных реакций) составляет  $10^{-10}$ – $10^{-11}$  с, поэтому ЛТС может осуществляться только в импульсном режиме. Предложение использовать лазеры для целей УТС впервые было высказано в Физ. институте им. П. Н. Лебедева АН СССР в 1961 Н. Т. Басовым и О. Н. Крохиным.

Термодерное горячее (равнопроцентная смесь дейтерия и трития) и окружающие его слои др. веществ, имеющие разл. функциональное назначение, образует лазерную мишень. Полное число термодерных реакций в мишени заданной массы пропорц. лт. С ростом плотности л термодерного горячего скорость реакции растёт линейно, а время инерциального удержания т уменьшается пропорц. размеру сжатой плазмы и зависит от геометрии мишени:  $t \sim n^{-1/2}$  — для сферы,  $t \sim \pi^{-1/2}$  — для цилиндра,  $t \sim n^{-1}$  — для плоского слоя. Наиб. предпочтительной формой сжимаемой мишени оказывается сферической:  $l \sim n^{1/2}$ .

В совр. ЛТС исследуются сжатие сферы, ДТ-мишени под действием на неё коротковолнового ( $\lambda < 1$  мкм) и длинноволнового (1 мкм  $< \lambda < 10,6$  мкм) лазерного излучения (ЛИ), а также рентгеноновое, образующееся в результате конверсии лазерного излучения. Ниже будет рассматриваться только действие ЛИ, условие деление к-рого на коротковолновое и длинноволновое определяется физ. процессами в мишени.

**Физические процессы в мишени** [1–3]. Сфера, лазерной термодерной мишенью содержит рид концентрич. сферы, оболочек. Внешняя (испаряемая) — аблятор, затем слой, аккумулирующий кинетич. энергию при движении к центру симметрии, далее возможно расположение теплоизолирующих слоев и экранов, предохраняющих внутр. слой из ДТ-ядра (или газа под

давлением от единиц до сотен атмосфер) от вредительного прогрева быстрыми электронами и рентг. излучением из короны.

ЛИ фокусируется сферически-симметрично на поверхность мишени. При плотности потока  $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> за времена, много меньше длительности лазерного импульса ( $\tau_{\text{лаз}} \approx 10^{-9}$  с), вещество аблятора испаряется, диссоциирует, ионизируется и превращается в плазму (т. н. корону) с характерными темп-рой  $T \sim 10^7$  К  $\approx 1$  кэВ и плотностью  $n_e \approx 10^{18}$ – $10^{22}$  см<sup>-3</sup>, разлетающейся навстречу лазерным лучам со скоростью 300– $\sim 1000$  км/с. Далее ЛИ расширяется по мере выладе вылод до слоя с критич. плотностью  $n_{\text{кр}}$ , связанной с длиной волны ЛИ л соотношением

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{m_e}{4\pi e^2 n_{\text{кр}}}} \approx \left(\frac{10^{21}}{n_{\text{кр}}}\right)^{1/2} \text{ мкм},$$

где  $m_e$ ,  $e$  — масса и заряд электрона.

ЛИ взаимодействует с плазмой: преломляется, отражается, поглощается и рассеивается. Осн. механизмы поглощения: тормозное; резонансное, связанное с возбуждением плазменных колебаний вблизи  $n_{\text{кр}}$  продольной (вдоль градиента плотности) компонентой электрич. поля ЛИ, возникающей при наклонном падении лазерного луча на мишень; аномальные (нелинейные, параметрические) процессы (напр., распад лазерного фюна на два плазмона).

Осн. виды рассеяния (л, следовательно, отражения) ЛИ — это вынужденное комбинационное рассеяние и *Манделштама — Бриллюэна* рассеяние. Комптоновское рассеяние в «короне» мишени не существенно. Для коротковолновых лазеров при  $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> определяющим является тормозное поглощение; при  $n_e < n_{\text{кр}}$  коэф. поглощения

$$\mu \approx 1,7 \cdot 10^{-41} \cdot Z n_e^2 (1 \text{ кэВВ})^{3/2} (\lambda/1 \text{ мкм})^2 [\text{см}^{-1}],$$

С увеличением плотности потока роль тормозного поглощения падает (т. к.  $T \sim q^{1/2}$ ) и возрастает значение резонансного поглощения.

Для длинноволновых лазеров практически во всём исследованном для целей ЛТС диапазоне потоков ЛИ определяющим является резонансное поглощение. В этом случае частота плазменных колебаний вблизи  $n_{\text{кр}}$  находится в резонансе с частотой ЛИ, что приводит к существенному (в десятки раз) увеличению амплитуды электрич. поля плазменных колебаний, на к-ром происходит ускорение электронов. Т. о., область плазмы с плотностью  $\sim n_{\text{кр}}$  является зоной поглощения излучения и генерации т. н. быстрых электронов. При резонансном поглощении поляризованного света в оптимальных условиях, определяемых углом наклона падающих лучей, поглощается ок. 50% падающего излучения. Спектр быстрых электронов приближённо имеет *Максвелла распределение*, их темп-ра  $T_{\text{э.э.}}$  в  $\sim 10$  раз выше темп-ры плазменных электронов и может быть определена с помощью интерполяционных ф-л:

$$T_{\text{э.э.}} = \begin{cases} 7,7 \cdot 10^{-10} (q\lambda^2)^{2/3} & \text{для } q\lambda^2 < 10^{13}; \\ 1,4 \cdot 10^{-9} (q\lambda^2)^{1/3} & \text{для } q\lambda^2 > 10^{13}. \end{cases}$$

Здесь  $q$  выражено в Вт/см<sup>2</sup>,  $\lambda$  в мкм и  $T$  в кэВ.

Для длинноволновых лазеров, когда вся поглощённая энергия переходит в быстрые электроны, их количество  $N_{\text{э.э.}}$ , возникающее в единицу времени, может быть определено из равенства поглощённой лазерной мощности Q энергии рождающихся (в единицу времени) быстрых электронов:  $Q = N_{\text{э.э.}} \cdot (3/2) T_{\text{э.э.}}$ .

Экспериментально установлено, что доля поглощённой энергии при  $q \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> и  $\tau_{\text{лаз}} \approx 10^{-9}$  с составляет 0,25–0,9 для лазеров с длинами волн 10,6–0,26 мкм соответственно.

Дальнейший перенос энергии из зоны поглощения в более плотные слои мишени ( $n_e \approx 10^{20}$  см<sup>-3</sup>) осуществляется электронами (электронная теплопроводность). Тепловой поток приводит к испарению и нагреву новых

частей вещества аблятора, в результате чего вся лазерная энергия преобразуется в тепловую и кинетич. энергию разлетающегося вещества. На границе испарения формируется импульс т. н. а б л а з и о н о г о д л а в л е н и я, складывающегося из теплового давления и реактивного давления разлетающейся плазмы (при темп-ре  $\approx 1$  кэВ, скорость разлёта в более плотные слои к центру мишени составляет  $\approx 300$  км/с, давление более  $10^8$  атм).

Под действием этого давления неиспарившаяся часть мишени движется к центру симметрии и сжимается. Как правило, длительность лазерного импульса примерно равна времени сжатия. Для мишени в виде тонкой оболочки процесс сжатия описывается т. н. моделью тонкой оболочки:

$$M \frac{d\alpha}{dt} = 4\pi R^2 2\rho v^2; \quad \frac{dM}{dt} = -4\pi R^2 \rho v$$

( $M = 4\pi R^2 \Delta R \rho_0$  — масса оболочки,  $R$  — текущий радиус мишени,  $\Delta R$  — толщина оболочки,  $\rho_0$  — плотность оболочки,  $v$  — скорость сжатия,  $v$  — скорость разлёта «корочки»). Решение зависит от единственного параметра  $\beta = R\rho/\Delta R \rho_0$ . Важными величинами являются скорость сжатия  $v = (0,5-1)v_{\text{эп}}$  и кинетич. энергия оболочки  $Mv^2/2$ . Величина  $\gamma = (Mu^2/2)/\int Q dt$ , наз. гидродинамической эффективностью, определяет долю поглощённой энергии, перешедшей в кинетич. энергию сжимающейся оболочки, по отношению ко всей энергии ЛИ. Это важный параметр для характеристик энергии, проблемы ЛТС. В сферич. мишеньках она зависит от  $\beta$  и составляет 3—15%; в предельном случае плоского слоя ( $R \rightarrow \infty$ ) может достигать 41%.

Одновременно с трансформацией поглощённой энергии в кинетическую происходит сжатие термоядерного горючего и неиспарившегося вещества оболочки ударными волнами и адиабатич. сжатие за счёт движения оболочки, играющей роль поршня. Препятствиями к достижению сверхвысокого сжатия являются: нагрев вещества ударными волнами, быстрыми электронами, рождающимися при поглощении ЛИ, и рентг. излучением из «корочки»; разлётная — тейлоровская неустойчивость (см. *Неустойчивости плазмы*) процесса сжатия, связанная с неоднородностями мишени и распределением поглощённой энергии на её поверхности. Препятствием первой группы устраняется выбором соответствующего диапазона плотности потока ( $10^{14}-10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>) и длины волны лазера ( $\lambda \approx 0,3-0,5$  мкм), временной формы лазерного импульса и устройства мишени. Для устойчивого сжатия мишени относительная точность в её изготовлении должна быть не менее 1%, а колебания однородности облучения не более 5%. Как показывают теоретич. расчёты, при выполнении этих условий периферийная часть термоядерного горючего может быть сжата до плотности  $10^8-10^9$  г/см<sup>3</sup> при темп-ре 0,5—1 кэВ, а центр. часть (1—10% от всей массы D-T-горючего) нагреета до  $\approx 10$  кэВ ( $10^8$  К) при меньшей плотности (5—50 г/см<sup>3</sup>), что достаточно для возбуждения самоподдерживающейся термоядерной реакции. Термоядерное воспламенение происходит вблизи центра симметрии мишени, а затем распространяется на периферию.

Центр мишени можно окружить спец. теплоизолирующими слоями, облегчающими инициирование термоядерных реакций. Для развития интенсивного горения центр. зона ( $T \approx 10$  кэВ) должна быть достаточно по размерам для замедления и сохранения в ней  $\alpha$ -частиц, образующихся в результате термоядерных реакций и имеющих энергию 3,6 мэВ. Размер  $d$  центр. зоны можно определить из сравнения его с длиной замедления  $\alpha$ -частиц указанной энергии:  $nd \geq 0,2-0,4$  г/см<sup>2</sup>.

Расчётный коэф. усиления  $K$  (отношение выделившейся термоядерной энергии к энергии лазера) может достигать  $10^2-10^3$ , что достаточно (в случае подтверждения этих данных на опыте) для создания экономически рентабельной термоядерной электростанции.

Для осуществления микровзрыва с таким коэф. усиления энергия лазерного импульса должна составлять 1—3 МДж, а для демонстрации физ. порога зажигания достаточно нескольких сотен кДж.

**Энергетика ЛТС.** На рис. 1 представлена возможная схема использования ЛТС в замкнутом энергетич. цикле с полезным энергетич. выходом. Энергия лазера

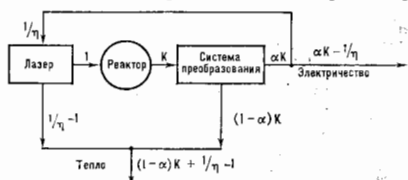


Рис. 1. Схема замкнутого энергетического цикла с использованием ЛТС.

в реакторе трансформируется в термоядерную с коэф. усиления  $K$ . Затем происходит частичное преобразование термоядерной энергии в электрическую ( $\alpha K$ ) и тепловую  $(1-\alpha)K$ , где  $\alpha$  — кпд системы преобразования. Часть энергии  $(1/\eta, \eta$  — кпд лазера) необходимо вернуть в систему для накачки лазера. Т. о., полезный энергетич. выход в виде электрич. энергии составляет  $\alpha K - 1/\eta$ , остальная энергия  $(1-\alpha)K + 1/\eta - 1$  реализуется в виде тепла. При определ. отношении  $\xi$  электрич. энергии к тепловой  $\xi = (\alpha K - 1/\eta) / ((1-\alpha)K + 1/\eta - 1)$  получается зависимость необходимой эффективности лазера от коэф. усиления (рис. 2). При кпд лазера 3% необходим коэф. усиления 170, при коэф. усиления  $> 10^3$  эффективность используемых лазеров может быть снижена до 0,5%.

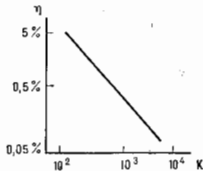


Рис. 2. Зависимость необходимой эффективности лазера от коэффициента усиления реактора.

Термоядерный микровзрыв мишени и последующее использование и преобразование энергии осуществляется в лазерном термоядерном реакторе.

Лазер для энергетич. реактора, но совр. представлениям, должен обладать след. параметрами: энергия 1—3 МДж; длительность импульса  $(2-3) \cdot 10^{-8}$  с;  $\lambda \approx 0,25-0,5$  мкм; кпд 5—10%; частота повторения импульсов 1—10 Гц; расходимость луча должна быть достаточной для фокусировки её на мишень размером 1 см

**Крупнейшие действующие лазерные установки (1987)**

Энергия, кДж	Длительность импульса, с	Длина волны, мкм	Число лучков
20-100	$10^{-10}-10^{-8}$	Nd-лазер 0,35-1,06	20
20	$10^{-10}-10^{-8}$	Nd-лазер 0,53-1,06	12
10	$10^{-10}-10^{-8}$	CO <sub>2</sub> -лазер 10,6	8
2	$(1,5-4) \cdot 10^{-9}$	Nd-лазер 1,06	6
3	$0,7 \cdot 10^{-8}$	Nd-лазер 0,35-1,06	24

при транспортровке энергии на 30—50 м до камер реактора.

Современное состояние исследований. Исследования ЛТС проводятся в СССР, США, Японии, Великобритании, Франции, ФРГ, ПНР, ГДР, ЧССР и (в меньших масштабах) в др. странах.

Осн. эксперим. результаты: коэф. поглощения до 90% (при  $\lambda=0,25$  мкм); скорость разлёта облучочки к центру мишени  $\approx 200$  км/с; сжатие  $DT$ -горючего  $\approx 20$  г/см<sup>3</sup> (при темп-ре  $\approx 0,5$  кэВ); параметр  $l \approx 10^{14}$  см<sup>-2</sup>; темп-ра  $DT \approx 7$  нэВ (при плотности 0,4—0,3 г/см<sup>3</sup>); нейтронный выход  $\approx 10^{11}$  нейтронов. Эти характеристики были получены в разл. экспериментах в лабораториях СССР, США и Японии. Предполагается, что демонстрационный лазерный термоядерный реактор будет построен в 90-х гг. 20 в.

Лит.: Басов Н. Г., Розанов В. В., Соболевский И. М., Лазерный термоядерный синтез в энергетике будущего, «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1975, № 6, с. 3; Брауниер К., Джордан С., Управляемый лазерный синтез, пер. с англ., М., 1977; Афанасьев Ю. В. и др., Взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 17, М., 1978; Теория нагрева и сжатия лазерно-ускоряемых термоядерных мишеней, Тр. ФИАН, 1982, т. 134; Басов Н. Г. и др., Нагрев и сжатие термоядерных мишеней, облучаемых лазером, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 26, ч. 1—2, М., 1982, с. 7; Гельмут В. В., Розанов В. В.

**ЛАЗЕРЫ НА КРАСИТЕЛЯХ (ЛК)** — лазеры, активными веществами к-рых служат сложные органич. соединения, обладающие системой сопряжённых связей и интенсивными полосами поглощения в ближней ИК-области спектра. Большинство ЛК, видимой или ближней ИК-областях спектра. Большинство красителей, используемых в ЛК, флуоресцируют, спектры их флуоресценции образуют широкие (до  $10^4$  см<sup>-1</sup>), как правило, бесструктурные полосы. Вынужденное излучение красителей возникает в результате переходов между разл. колебат. подуровнями (образующими широкие сплошные зоны энергий) первого возбуждённого и основного синглетных электронных состояний.

Обычно в ЛК используют растворы красителей (растворители — вода, спирты, производные бензола и т. н.), реже активированные красителями полимерные материалы — полиметилметакрилат, эпоксидаые смолы, полуретан и др. Особую разновидность представляют лазеры на парах сложных органич. соединений.

Гл. особенность ЛК — возможность перестройки длины волны генерируемого излучения  $\lambda$  в широком диапазоне длин волн: 330 нм — 1,8 мкм. Грубая перестройка производится заменой красителя. Чтобы перекрыть указанный диапазон, необходим набор примерно из 30 соединений (общее число красителей, на к-рых получен эффект генерации, приближается к  $10^6$ ). В фиолетовой и УФ-областях спектра наиб. эффективно работают оксазолы и оксадиазолы, в сине-зелёной — кумарины, в жёлто-красной — роданины, в ближней ИК-области спектра — нолитиновые красители. Ширина спектра генерации может составлять неск. сотен см<sup>-1</sup>. Для сужения спектра генерации и плавной перестройки  $\lambda$  в пределах полосы усиления красителя в резонатор ЛК вводят спектрально-селективные элементы (отражат. дифракционные решётки, дисперсионные призмы, интерферометры Фабри — Перо, интерференционно-поляризационные фильтры).

Накачка ЛК осуществляется излучением импульсных ламп и лазеров др. типов. ЛК с ламповой накачкой работают в импульсном режиме, генерируя чаще всего импульсы длительности  $\sim$  мкс. Их кд  $\sim 1\%$ , выходная энергия от долей до неск. сотен Дж. Спектральный диапазон обычно ограничен видимой областью. ЛК с ламповой накачкой могут работать частотой повторения импульсов 50—100 имп./с при ср. мощности выходного излучения в сотни Вт.

ЛК с лазерной накачкой по устройству и параметрам варьируются в зависимости от типа лазера накачки. Существуют ЛК непрерывного и импульсного режимов.

Для получения непрерывного режима в качестве источников накачки используются мощные газовые лазеры на Ar или Kr с мощностью излучения от единиц до десятков Вт. Кнд непрерывных ЛК составляет неск. десятков %,  $l$  может при смене красителей перестраиваться по всему диапазону от 360 нм до 1 мкм.

Для накачки красителей в импульсном режиме применяют лазеры на N<sub>2</sub>, иттрий-алюминиевом гранате с примесью Nd, парах Cu, на рубине, *экцимерные лазеры*. При накачке азотными лазерами генерируются импульсы длительностью 1—10 нс, с пиковой мощностью порядка единиц или десятков кВт, при частоте повторения  $\approx 100$  имп./с. Перестройка спектра при смене красителей может осуществляться по всему видимому диапазону. При использовании лазера на иттрий-алюминиевом гранате (2-я и 3-я гармоники) выходная мощность может достигать сотен кВт при длительности импульса 30 нс и частоте повторения неск. десятков имп./с. Более высокую частоту повторения импульсов (неск. десятков кГц) обеспечивает лазер на парах Cs. В этом случае ср. мощность излучения  $\sim 1$  Вт, длительность импульса 5—10 нс, диапазон перестройки ограничен жёлто-красной областью спектра. Рубиновый лазер позволяет при использовании основной частоты и второй гармоники получить перестройку спектра в максимально широком диапазоне — от 360 до 1000 нм. Экцимерные лазеры обеспечивают высокие мощности излучения в синей и УФ-областях спектра (1—2 МВт).

Особый класс составляет ЛК с распределённой обратной связью (РОС). В РОС-лазерах роль резонатора играет структура с периодич. изменением показателя преломления и (или) ускорения. Обычно она создается в активной среде под действием двух интерферирующих пучков накачки. РОС-лазер характеризуется узкой линией генерации ( $\sim 10^{-2}$  см<sup>-1</sup>), к-рая может легко перестраиваться в пределах полосы усиления путём изменения угла между пучками накачки. ЛК наиболее эффективны для генерации ультракоротких импульсов излучения. Самые короткие импульсы ( $\sim 10^{-14}$  с) достигнуты в непрерывных ЛК с пассивной синхронизацией мод.

ЛК применяют для спектроскопич. исследований, что позволяет повысить чувствительность, спектральное и временное разрешение на много порядков по сравнению с традиционными методами спектроскопии (см. *Лазерная спектроскопия*).

Лит.: Рубинов А. Н., Томин В. И., Оптические квантовые генераторы на красителях и их применение, в кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника, т. 9, М., 1976; Лазеры на красителях, пер. с англ., М., 1976; А. Н. Рубинов.

**ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ (ЛЭС)** — генераторы эл.-магн. колебаний, в к-рых активной средой является поток электронов, колеблющихся под действием внеш. электрич. и (или) магн. поля и перемещающихся с релятивистской поступат. скоростью  $v_{||}$  в направлении распространения излучаемой волны. Благодаря *Доплера эффекту* частота излучения электронов в ЛЭС во много раз превышает частоту колебаний электронов Q:

$$\omega \approx \Omega \left( 1 - \frac{v_{||}}{c} \cos \varphi \right). \quad (1)$$

Здесь  $s=1, 2, \dots$  — номер гармоники,  $\varphi$  — малый угол между направлением поступат. движения частиц и направлением излучения волны;  $\varphi \ll \gamma^{-1}$ , где  $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$  — фактор Лоренца,  $v = \sqrt{v_{||}^2 + v_{\perp}^2}$  — полная скорость частицы. Достоинство ЛЭС — возможность плавной широкодиапазонной перестройки частоты ( $\omega$ ) генерации изменением  $v_{||}$  или  $\varphi$ .

Наиб. коротковолновыми являются разновидности ЛЭС, в к-рых колебат. движение электронам (накачка) сообщается пространственно-периодическим статич. полем огулятора  $A_n = A_0 \cos 2\pi n d (y \text{ и } t) \text{ р н о}$ ; рис. 1, а; см. *Однотактное излучение*) либо полем мощной волны накачки  $A_n = A_0 \cos(\omega_n t - k_n y)$  (т. н. к о м п т о н о в

ский лазер, или скаттрон; рис. 1, б). Здесь  $A_n$  — вектор-потенциал поля накачки,  $d$  — период одулятора,  $\omega_n$  — частота накачки,  $k_n$  — волновой вектор,  $r$  — радиус-вектор. Частота колебаний частиц в этих случаях  $\Omega = 2\pi v_p/d$  и  $\Omega = \omega_n - k_n v_p$ . Эти способы накачки близки по характеру воздействия на электро-

раздельно не наблюдаются, а преобладание излучения над поглощением имеет место для волны, частота которой  $\omega$  близка к  $\omega_n$ .

В ЛЭС электрон излучает в элементарном акте квант, энергия которого во много раз меньше исходной энергии частицы:  $\hbar\omega \ll mc^2\gamma$ . Это позволяет каждому электрону в процессе взаимодействия с волной излучить много квантов ( $\sim 10^3 - 10^8$ ). Поэтому движение и излучение частиц могут быть описаны ураниями классич. электродинамики, а сами ЛЭС являются по существу классич. приборами, родственными лампе бегущей волны, кластеру и др. электронным СВЧ-генераторам. Вынужденному излучению в ЛЭС при классич. описании отвечает самосогласованный процесс, включающий в себя группирование электронов в сгустки под действием затравочной (сигнальной) волны

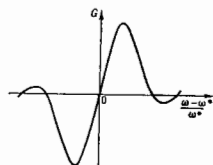


Рис. 2. Зависимость от частоты коэффициента усиления  $G$  волны в ЛЭС-генераторе.

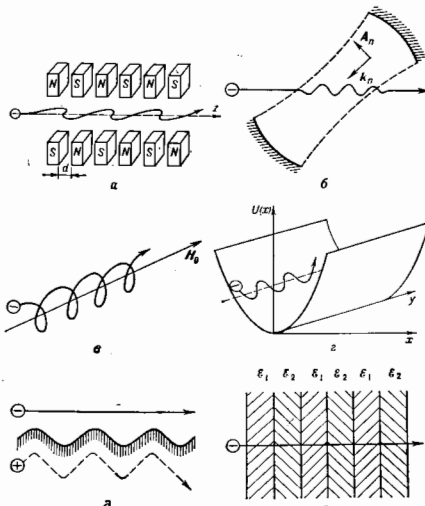


Рис. 1. Системы накачки колебательной энергии частиц в основных разновидностях ЛЭС: а — в убитроне, б — в скаттроне, в — в лазере на циклотронном резонансе, г — в стрифтоне, д и е — во фламаторах.

ны, поскольку периодическое статич. поле воспринимается движущейся частицей как волна.

Др. типы ЛЭС основаны на вынужденном торможении излучении электронов: а) вращающихся в однородном магн. поле  $H_0$  с циклотронной частотой (лазер на циклотронном резонансе; рис. 1, в); б) колеблющихся в попеременно-периодическом электростатич. поле  $U(z)$  (стрифтрон; рис. 1, г). Кроме того, ЛЭС могут быть основаны на черенковском излучении и *переходном излучении* частиц, движущихся равномерно и периодически в пространственно-периодич. структурах (фламаторы; рис. 1, д, е). При этом колеблется не электроны исходного луча, а их зеркальные изображения  $\oplus$  в структурах (пунктир на рис. 1, д). Суммарный диапазон, охватываемый перечисленными разновидностями ЛЭС, простирается от СВЧ до УФ-диапазона.

При квантовом описании возможности преобладания в ЛЭС вынужденного излучения над поглощением объясняется небольшим различием частот волн, к-рые электрон способен излучить ( $\omega_n$ ) и поглотить ( $\omega_n$ ). Это различие обусловлено отладкой, испытываемой электроном при излучении или поглощении кванта, а в ряде случаев также отклонением от оксидистантности спектра колебат. уровней электрона (напр., уровней электрона в однородном магн. поле, см. *Ландау уровни*). Т.к. в реальных условиях уширение спектральных линий, обусловленное конечностью времени пребывания и пространств. взаимодействии с волной (естеств. ширина линии), существенно больше разности частот ( $\omega_n - \omega_n$ ), то вынужденное излучение и поглощение

и последующее усиление этой волны в результате когерентного излучения образовавшихся электронных сгустков.

В ЛЭС-генераторах с высокодобротными резонаторами коэф. усиления  $G$  волны за один проход волны через резонатор (в режиме малого сигнала) определяется выражением

$$G = \frac{1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_n^2} (kL)^2 \mu^2 \xi \left( \frac{\sin \xi}{\xi} \right)^2, \quad \xi = (\omega - \omega^*) L / v_{\text{г}}, \quad (2)$$

$\mu$  — параметр связи электронов с волной, проницательная осцилляционная скорость частиц;  $\mu = \frac{\gamma}{\omega} (k \frac{dv_{\text{г}}}{d\gamma}) +$

$+\xi \frac{d\Omega}{d\gamma}$  — параметр, характеризующий темп группировки частиц;  $\omega^*$  — частота точного синхронизма,  $\omega_n = (4\pi e^2 n / m \gamma)^{1/2}$  — плазменная частота;  $n$  — невозмущенная плотность электронов в пучке (рис. 2). В безрезонаторных ЛЭС-усилителях

$$G = \frac{1}{3} \exp \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\omega_n^2}{2\omega^2} \mu^2 \right)^{1/3} kL \right]. \quad (3)$$

Эффективность преобразования энергии электронного пучка в излучение (электронный к.п.д.) ограничивается выходом теряющих энергию частиц из резонанса с усиливаемой волной. При постоянной частоте осцилляции и фазовой скорости волны

$$\eta \sim \frac{1}{\mu^2 N^2}, \quad (4)$$

где  $\Gamma = \omega/\Omega$  — доплеровское преобразование частоты,  $N = \Omega L / 2\pi v_{\text{г}}$  — число колебаний частиц в пространстве взаимодействия. Для ЛЭС, основанных на одуляторном, черенковском, переходном излучении частиц, а также на рассеянии волны накачки, параметр группировки частиц относительно велик:  $\mu = \gamma^2$ . Поэтому при большом доплеровском преобразовании частоты, когда  $\Gamma \sim \gamma^2$ , к.п.д. ЛЭС сравнительно невелик

$$\eta \sim 1/\gamma^4 N \quad (5)$$

и пропорционален ширине полосы активного шестета (рис. 2). Высокий к.п.д.  $\sim 1$  в таких разновидностях ЛЭС достигается при переменной фазовой скорости синхронной волны в режиме захвата электронов пучка полем волны и последующего их адиабатич. торможения.

Для ЛЭС, основанных на индустрированном циклотронном излучении, вблизи резонанса, когда фазовая скорость волны  $v_{\text{ф}} \rightarrow c$  ( $\varphi \rightarrow 0$ ), параметр группировки

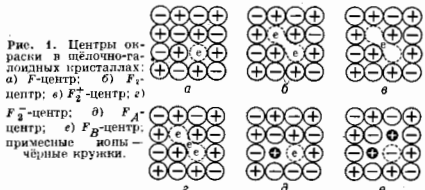
частиц  $\mu = \sin^2\theta$  сколь угодно мал в соответствии с (4), высокий КПД достигим при  $v_F = \text{const}$  в постоянном магн. поле.

На возможность получения коротких волн путём доплеровского преобразования частоты излучения предварительно сформированных из ступок колеблющихся частиц, светлые указал В. Л. Гинзбург и Г. Моц (H. Motz) (кон. 40-х — нач. 50-х гг.). Однако предложение о получении таким способом вынужденного излучения было сформулировано позднее, уже после развития теории вынужденного излучения в системах классич. электронных осцилляторов и реализации основных на этом принципе слабобреитовских электронных лазеров. Впервые ЛСЗ в ИК-диапазоне реализованы в США Дж. Мейди (J. Madey) с сотрудниками на базе Стэнфордского линейного ускорителя электронов в 1975—77.

Лит.: Релятивистская высокочастотная электроника, Горький, 1979; Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. Сб. ст., пер. с англ., М., 1983; Маршалл Т., Лазеры на свободных электронах, пер. с англ., М., 1987.

В. Д. Брылевый, Н. С. Гинзбург.

**ЛАЗЕРЫ НА ЦЕНТРАХ ОКРАСКИ (ЛЦО) — лазеры**, в к-рых активной средой служат ионы кристаллов с центрами окраски. Под воздействием ионизирующей излучений ( $\gamma$ -лучей, электронов высокой энергии, рентг. лучей, нейтронов) либо при нагреве в парах щелочных или щелочноземельных металлов в оптически прозрачных, бесцветных кристаллах возникает *вакансия*, локализуемая на себе за счёт кулоновского притяжения



электрона. Связанные системы положительно заряженных вакансий и электронов наз. электронными центрами окраски, т. к. их присутствие в кристалле обуславливает его окрашивание — возникновение полос поглощения и излучения в оптич. диапазоне. Центры окраски могут эффективно поглощать и испускать кванты света, т. е. являются рабочими центрами активных сред перестраиваемых лазеров. По принципу действия и характеристикам ЛЦО подобны лазерам на кристаллах.

Наиб. простым центром окраски является  $F$ -центр — вакансия аниона (отрицательно заряженного иона в двухатомном ионном кристалле), захватившая один электрон  $e^-$  (рис. 1, а). Все центры, на к-рых получена лазерная генерация, являются производными от  $F$ -центров. Так,  $F_2$ -центр представляет собой пару соседних  $F$ -центров, сильно связанных друг с другом (рис. 1, б); при потере  $F_2$ -центром одного электрона образуется  $F_2^+$ -центр (рис. 1, в), при захвате —  $F_2^-$ -центр (рис. 1, г). Если в решётку кристалла (матрицу) введены примеси, замещающие нек-рые из катионов (чёрные кружки), то  $F$ -центр, рядом с к-рым расположен примесный катион (напр.,  $Li^+$  вместо  $K^+$  в решётке KCl), обозначают индексом  $A$  (напр.,  $F_A$ , рис. 1, д), а центр, рядом с к-рым расположен лишь 2 примесных катиона (рис. 1, е), — индексом  $B$ .

Спектральное положение электронно-колебат. полос поглощения и люминесценции центров зависит от типа центров и параметров матрицы. Выбором кристалла для одних и тех же центров можно смещать диапазон генерируемых длин волн  $\lambda$ , перекрывая область от 2,2 до

3,3 мкм для  $F$  и  $F_2$  (рис. 2) и от 0,82 до 2 мкм для  $F_2^+$  (3). Создание комплексов квазимолекулярных центров  $F_2$  и  $F_2^+$ , ассоциированных с примесями одно- и двухвалентных металлов, вводимых в матрицу, также позволяет сдвигать полосы поглощения и люминес-

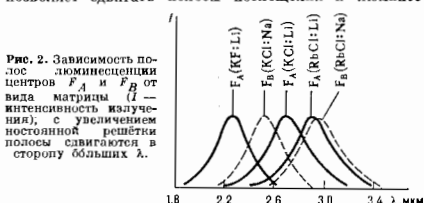


Рис. 2. Зависимость полос люминесценции центров  $F_A$  и  $F_B$  от вида матрицы ( $L$  — люминесценция излучения), с увеличением постоянной решётки полосы сдвигаются в сторону больших  $\lambda$ .

ценции (на  $10^3 \text{ \AA}$ ), ещё более расширяя область перестройки  $\lambda$ .

ЛЦО действуют по схеме, к-рую можно свести к четырёхуровневой (рис. 4). Накачка идёт в широкой полосе электронно-колебат. спектра (переход  $E_1 \rightarrow E_2$ ) шириной 1500—2500  $\text{ \AA}$ . Далее за время  $t \sim$

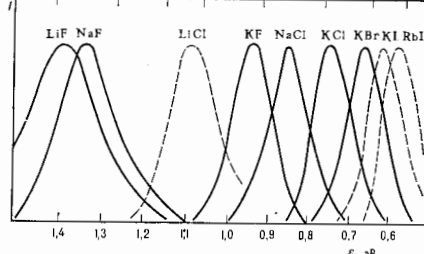


Рис. 3. То же для  $F_2^+$ -центров.

$\sim 10^{-12} - 10^{-13}$  с идёт безызлучательная релаксация по колебат. подуровням ( $E_2 \rightarrow E_3$ ). Затем следует излучат. переход в широкой полосе ( $E_3 \rightarrow E_4$ , с сечением  $\sim 10^{-11} \text{ см}^2$  и вероятностью  $10^7 - 10^8 \text{ с}^{-1}$ ) и опять быстрая безызлучательная релаксация вниз по колебат. подуровням основного состояния ( $E_4 \rightarrow E_1$ ).

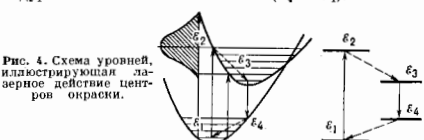


Рис. 4. Схема уровней, иллюстрирующая лазерное действие центров окраски.

Различают низко- и высокотемпературные ЛЦО. Так, для квазиатомных  $F_A$ - и  $F_B$ -центров величина кванта тепловых потерь (стоков сдвиг) в песок, раз превосходит энергию излучат. перехода, что вызывает увеличение с ростом  $T$  вероятности безызлучательных релаксационных переходов  $E_3 \rightarrow E_4$  и падение квантового выхода люминесценции и накладывает ограничение на рабочую темп-ру лазера ( $T < 200 \text{ К}$ ). Напротив, малые по сравнению с энергиями излучат. переходов величины кванта тепловых потерь для квазимолекулярных цент-

ров ( $F_2, F_2^+, F_2^-$  т. д.) обесцветивающий высокий и слабо зависящий от  $T$  (при  $T \geq 300$  К) квантовый выход люминесценции.

Генерация получена на ряде кристаллов: LiF [ $F_2, F_2^+, F_2^-$ ]; NaF [ $F_2^+, (F_2^-)_1, F_2^-$ ]; NaCl, KF, KCl, KBr [ $(F_2^-)_1, F_2^+, F_2^-(A)$ ]; RbCl [ $F_4, F_2$ ]; CaF<sub>2</sub> [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>]; SrF<sub>2</sub> [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>]; MgF<sub>2</sub> [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>]; KMgF<sub>3</sub> [ $F_2^+$ ]; LiYF<sub>4</sub> [ $F_2^+$ ]; CaO [ $F^-$ ]; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и в алмазе с центрами окраски.

Непрерывный режим генерации осуществляется при накачке кристаллов аргоновыми и криптоновыми газоразрядными лазерами или неодимовым лазером. Область генерации  $\lambda \sim 0,82 - 3,3$  мкм;  $T \sim 77 - 300$  К. Выходная мощность  $\leq 3$  Вт, кдл  $\sim 1 - 60\%$ .

Импульсно-периодич. режим осуществляют накачкой неодимовыми и рубиновыми лазерами, лазерами на красителях, на парах Си и газоразрядными импульсными лазерами. ЛЦО, работающие при  $T = 300$  К, переключают диапазон  $\lambda \sim 0,5 - 1,4$  мкм, кдл достигает десятков %, выходная энергия 100 Дж, мощность до 1 ГВт. При  $T = 300$  К наиб. перспективны активные среды на основе LiF; NaF [ $F_2^+$ ]; NaF (Li) [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>]; CaF<sub>2</sub> (Na) [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>]; SrF<sub>2</sub> (Na) [(F<sub>2</sub>)<sub>1</sub>], а также кристаллы Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и алмаза с центрами окраски. Наличием насатомое поглощение в указанных кристаллах позволяет использовать их в качестве нелинейных фильтров, разноразр., формировавателей и оптич. затворов. Импульсные ЛЦО, работающие в режимах нано-, микро-, пико- и субпикосекундных длительностей, являются основой для спектрометров видимого и ИК-диапазонов. Возможность ЛЦО эффективно работать практически во всех режимах генерации (от непрерывной до субпикосекундных импульсов) в широком диапазоне  $\lambda$  ставит их в ряд наиб. перспективных инструментов эксперим. физики.

Лит.: Феофанов В. П., Архангельский В. А., Ломинский и стимуляционное излучение центров окраски в ионных кристаллах, «Изв. АН СССР, Сер. физ.», 1981, т. 45, № 2, с. 302; Васиев Т. Т. и др., Твердотельные нестреляющие лазеры на центрах окраски в ионных кристаллах, «Изв. АН СССР, Сер. физ.», 1982, т. 46, с. 1800.

**ЛАЙМАНА СЕРИЯ** — спектральная серия в спектре атома водорода (и водородоподобных ионов), расположенная в УФ-области спектра. Назв. по имени Т. Лаймана (Th. Lyman), открывшего первые, наиб. интенсивные линии Л. с. Линии Л. с. образуются при всех возможных квантовых переходах с возбуждённых уровней энергии на основной (в спектрах испускания, в спектрах поглощения — при обратных переходах). Линии Л. с. наблюдаются в спектрах горячих звезд, квазаров и др. космич. объектов. Анализ этих линий позволяет, напр., получить оценку плотности нейтрального межгалактич. водорода.

**ЛАМБЕРТ** (Лб, Лб) — внесистемная единица яркости (обычно яркости поверхности, рассеивающей свет), применяется гл. обр. в США. Названа в честь И. Г. Ламберта (J. H. Lambert). 1 Лб = 1л · 10<sup>4</sup> кд/м<sup>2</sup> = 1/л стлб = 10<sup>4</sup> анстлб.

**ЛАМБЕРТА ЗАКОН** — закон, согласно к-рому яркость  $L$  рассеивающей свет (диффузной) поверхности одинакова во всех направлениях. Сформулирован в 1760 П. Г. Ламбертом. Из определения Л. з. следуют простые соотношения между световыми величинами — светимостью  $M$  и яркостью  $L$ :  $M = \pi L$ ; между силой света рассеивающей плоской поверхностью по перпендикуляру к ней ( $I_0$ ) и под углом  $\theta$  ( $I_\theta$ ):  $I_\theta = I_0 \cos \theta$ . Последнее выражение означает, что сила света такой поверхности максимальна по перпендикуляру к ней и, убывая с увеличением  $\theta$ , становится равной нулю в касательных к поверхности направлениях.

В действительности лишь немногие реальные тела рассеивают свет без значит. отступлений от Л. з. даже я видимой области спектра. К ним относятся поверх-

ности, покрытые окисью магния, сернокислым барием, гипс; из *мутных сред* — молочное стекло, иск-рые типы облаков; среди самосветящихся излучателей — чёрное тело, поршкочастицы люминофоров. Л. з. находят там не менее широкое применение не только в теоретич. работах как схема идеального рассеяния света, но и для приближённых фотометрич. и светотехнич. расчётов.

Лит.: Гуревич М. М., Фотометрия, 2 изд., Л., 1983. Л. Н. Лагерева.

**ЛАМЕ ПОСТОЯННЫЕ** — величины, характеризующие упругие свойства изотропного материала. Для одпорядного изотропного тела компоненты напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}, \dots$  в нек-рой точке его выражаются через компоненты деформации  $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \dots, \epsilon_{xy}, \dots$  в той же точке шестью соотношениями вида

$$\sigma_x = 2\mu\epsilon_{xx} + \lambda(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}), \quad \tau_{xy} = \mu\epsilon_{xy},$$

где коэф.  $\lambda$  и  $\mu$  наз. Л. н. (по имени Г. Ламе, G. Lamé). Они зависят как от материала, так и от его темп-ры и удобны для общих исследований в теории упругости, когда напряжения выражены через деформации.

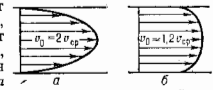
Л. н. связаны с модулями упругости  $\Phi$ -лами

$$\mu = G, \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K - \frac{2G}{3}.$$

Здесь  $E$  — модуль продольной упругости,  $K$  — модуль объёмного сжатия,  $G$  — модуль сдвига,  $\nu$  — коэф. Пуассона. По полученным эксперим. путём значениям модулей упругости с помощью приведённых зависимостей вычисляются величины Л. п.

**ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ** (от лат. lamina — пластинка) — упорядоченный режим течения вязкой жидкости (или газа), характеризующийся отсутствием перемешивания между соседними слоями жидкости.

Условия, при к-рых может происходить устойчивое, т. е. не нарушающееся от случайных возмущений, Л. т., зависят от значения безразмерного Рейнольдса



числа  $Re$ . Для каждого вида течения существует такое число  $Re_{кр}$ , наз. нижним критич. числом Рейнольдса, что при любом  $Re < Re_{кр}$  Л. т. является устойчивым и практически осуществляется; значение  $Re_{кр}$  обычно определяется экспериментально. При  $Re > Re_{кр}$ , применяя особые меры для предотвращения случайных возмущений, можно тоже получить Л. т., но оно не будет устойчивым, и когда возникнут возмущения, перейдёт в неупорядоченное турбулентное течение. Теоретически Л. т. изучаются с помощью *Навье — Стокса уравнений* движения вязкой жидкости. Точные решения этих у-ий удаётся получить лишь в немногих частных случаях, и обычно при решении конкретных задач используют те или иные приближённые методы.

Представление об особенностях Л. т. даёт хорошо изученный случай движения в круглой цилиндрич. трубе. Для этого течения  $Re_{кр} \approx 2200$ , где  $Re = c_{cp} d/v$  ( $v_{cp}$  — средняя по расходу скорость жидкости,  $d$  — диаметр трубы,  $\nu = \mu/\rho$  — кинематич. коэф. вязкости,  $\mu$  — динамич. коэф. вязкости,  $\rho$  — плотность жидкости). Т. о., практически устойчивое Л. т. может иметь место или при сравнительно медленном течении достаточно вязкой жидкости или в очень тонких (капиллярных) трубках. Напр., для воды ( $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с при 20° С) устойчивое Л. т. с  $v_{cp} = 1$  м/с возможно лишь в трубках диаметром не более 2,2 мм.

При Л. т. в неограниченно длинной трубе скорость в любом сечении трубы изменяется по закону  $v = v_0(1 - r^2/a^2)$ , где  $a$  — радиус трубы,  $r$  — расстояние от оси,  $v_0 = 2v_{cp}$  — осевая (численно максимальная) скорость течения; соответствующий параболич. профиль скорости показан на рис. а. Напряжепо трения изменяется

вдоль радиуса по линейному закону  $\tau = \tau_0 r/a$ , где  $\tau_0 = 4\pi v_{gr}/a$  — напряжение трения на стенке трубы. Для преодоления сил вязкого трения в трубе при равномерном движении должен иметь место продольный перепад давления, выражаемый общно равенством  $p_1 - p_2 = \lambda (U/d) v_{gr}^2/2$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давления в к-н. двух поперечных сечениях, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга,  $\lambda$  — коэф. сопротивления, зависящий от  $Re$ ; для Л. т.  $\lambda = 64/Re$ . Секундный расход жидкости в трубе при Л. т. определяется *Пуассево закон*. В трубах конечной длины описанное Л. т. устанавливается не сразу и в начале трубы имеется т. н. входной участок, на к-ром профиль скорости постепенно преобразуется в параболический. Приближённо длина входного участка  $H = 0,04 Re \cdot d$ .

Когда при  $Re > Re_{кр}$  течение становится турбулентным, существенно изменяется структура потока, профиль скоростей (рис. 5, б) и закон сопротивления, т. е. зависимость  $\lambda$  от  $Re$  (см. *Гидродинамическое сопротивление*).

Кроме труб Л. т. имеет место в слое смазки и в подшипниках, вблизи поверхности тел, обтекаемых маловязкой жидкостью (см. *Повращающий слой*), при медленном обтекании тел малых размеров очень вязкой жидкостью (см. в частности, *Стоксова формула*). Теория Л. т. применяется также в вискозиметрии, при изучении теплообмена в движущейся вязкой жидкости, при изучении движения капель и пузырьков в жидкой среде, при рассмотрении течений в тонких плёнках жидкости и при решении ряда др. задач физики и физ. химии.

Лит.: Диванов Л. Д., *Тр. Физ. ин-та АН УССР*, 1951; С. в. з. и. П. А., *Динамика вязкой несжимаемой жидкости*, М., 1955, гл. 4—11. С. М. Тарг.

**ЛАМПА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ (ЛБВ)** — вакуумный электронный прибор, в к-ром в результате длительного взаимодействия движущихся электронов с полем бегущей эл.-магн. волны происходит усиление этой волны. ЛБВ применяется гл. обр. как широкополосный усилитель СВЧ-колебаний (в диапазоне 1—300 ГГц), иногда (при введении обратной связи) как генератор колебаний.

Осн. элементы ЛБВ: электронная пушка, создающая поток электронов; система фокусировки и формирования электронного потока с помощью статич. магн. и эл. магн. полей; *замедляющая система*, по к-рой распространяется эл.-магн. волна, взаимодействующая с электронами в т. н. пространстве взаимодействия; коллектор для отбора прошедших пространство взаимодействия электронов (рис. 1, а, б). Наиб. распространение получили ЛБВ, в к-рых электроны движутся прямолинейно вдоль оси замедляющей системы (тип О), взаимодействуя с продольным эл. магн. полем замедляющей волны. Электронный поток обычно фокусируется с помощью продольного статич. магн. поля, создаваемого соленоидом, или периодич. статич. магн. поля, создаваемого системой периодически расположенных вдоль оси лампы пост. магнитов (намагниченных колец) разной полярности. Менее распространены ЛБВ типа М, где электронный поток движется в поперечном скрещенном статич. эл. магн. и магн. полях (как в *магнетроне*, откуда и назв. — тип М); в этих лампах электроны взаимодействуют как с продольным, так и с поперечным эл. магн. полем замедляющей волны и, следовательно, происходит двумерное движение электронов.

**Принцип действия ЛБВ.** Необходимым условием длительного взаимодействия электронов с эл.-магн. волной является примерное равенство продольной скорости электронов  $v_e$  и фазовой скорости волны  $v_{\phi}$  (*синхронизм*), что обеспечивается применением замедляющей системы, уменьшающей скорость эл.-магн. волны от  $c$  до  $v_{\phi} \approx v_e$ . В этих условиях каждый электрон лишь медленно перемещается относительно поля бегущей волны, оставаясь преимущественно в тормозящей либо ускоряющей фазе её эл. магн. поля на большой

длине  $L$ , достигающей неск. десятков длин замедляющей волны  $\lambda_z$ , в течение длительного времени  $t \sim L/v_{gr}$ , существенно превышающего период колебаний  $T = 2\pi/\omega$ . В результате происходит эфф. обмен энергией между электронами и полем, к-рый проявляется как совокупность двух физ. процессов, лежащих в основе работы ЛБВ и представляющих две стороны взаимодействия: возбуждение эл.-магн. поля замедляющей волны потоком электронов (*конвекционным током*) и, наоборот, влияние поля волны на движение электронов, приводящее к образованию периодич. последовательности сгустков электронов ( $\gamma$  р у н и р о в к е) и к возникновению в электронном потоке конвекционных ВЧ-токов. Вместе эти процессы приводят в ЛБВ к передаче энергии от электронного потока эл.-магн. полю.

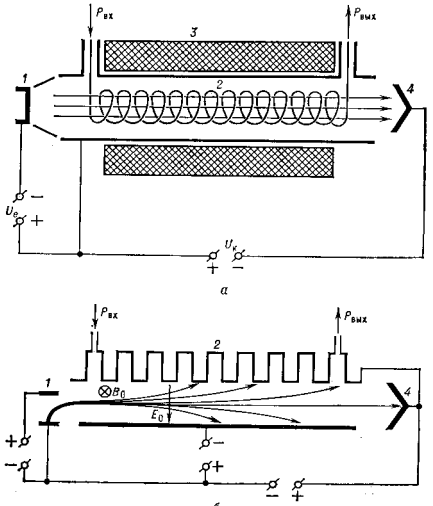


Рис. 1. Лампа бегущей волны: а — типа О; б — типа М, плоская фокусировка; 1 — электронная пушка; 2 — замедляющая система; 3 — фокусирующая система; 4 — коллектор.

Возбуждённое электронным потоком эл.-магн. поле замедляющей волны является суммой индивидуальных излучений отд. электронов. Индивидуальное излучение каждого электрона, движущегося равномерно в замедляющей системе, — частный случай *Черенкова — Ваулова излучения*, к-рое при синхронизме электрона и волны направлено вдоль движения электрона. В немодулированном потоке электронов их индивидуальные излучения взаимно уничтожаются; т. е. в таком потоке нет переменных конвекционных токов и поэтому он не возбуждает переменные эл.-магн. поля. При подаче на вход ЛБВ эл.-магн. колебаний частоты  $\omega$  в замедляющей системе возникает волна с фазовой скоростью  $v_{\phi}(\omega)$ . Её поле модулирует электронный поток, в к-ром образуется волна возмущений — периодич. последовательность электронных сгустков — длиной  $\lambda \approx \lambda_{gr} = 2\pi v_{\phi}(\omega)/\omega$  и со скоростью  $\sim v_{\phi}$ . Излучения электронов, составляющих сгустки, складываются в фазе друг с другом, т. е. эффективно возбуждается доплеровская замедленная волна, к-рая складывается с исходной волной, если сгустки электронов образуются в тормозящей фазе поля (фазовая группировка



или фазовая фокусировка). Т. о., в ЛБВ возникает индуцированное излучение Черенкова — Ваишова и эл.-магн. волна при её распространении вдоль замедляющей системы усиливается, причём фазовая скорость волны  $v_{\text{фз}}$  в системе с электронным потоком оказывается меньше фазовой скорости волны в системе без потока.

Фазовая группировка в ЛБВ типа О получается при нек-ром превышении нач. скорости электронов  $v_e$  над фазовой скоростью волны  $v_{\text{фз}}$ . В системе координат, связанной с волной, электроны, первоначально равномерно расположенные в тормозящем и ускоряющем продольном поле волны, захватываются ею и постепенно смещаются под действием поля к точке  $E_z=0$  (рис. 2). Относит. скорость смещения тормозящихся электронов

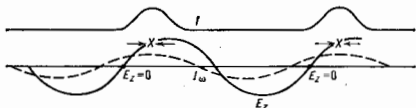


Рис. 2. Распределение продольного электрического поля замедляющей волны  $E_z$ , конвекционного тока  $I$  и его основной гармоники  $I_{\omega}$  при усилении сигнала в ЛБВ типа О;  $x$  — центр сгущения электронов.

меньше, чем ускоряющихся, поэтому сгущение электронов происходит в тормозящей фазе поля и энергии в среднем передаётся от электронов полю. Если же  $v_e = v_{\text{фз}}$ , то сгущение образует симметрично около точки  $E_z=0$  и обмен энергией между пучком и полем в среднем отсутствует: конвекционный ток частоты  $\omega$ , образованный в пучке под действием поля, сдвинут по фазе на  $\pi/2$  по отношению к полю.

В ЛБВ типа М фазовая группировка получается в результате дрейфа электронов в скрещенных эл. и магн. полях (см. Дрейф заряженных частиц). Поперечное эл. поле замедляющей волны приводит к продольному дрейфу и образованию сгустков около нулевых точек этого поля, где продольное эл. поле волны имеет макс. значение и тормозит электроны. В результате сгустки отдают свою потенц. энергию волне и одновременно дрейфуют к замедляющей системе (рис. 1, б); т. о., кинетич. энергия электронов меняется мало, а усиление волны происходит за счёт изменения потенциальной энергии электронов в статич. эл. поле.

**Электронные волны в ЛБВ типа О.** Модуляция электронного потока эл.-магн. волной и, в свою очередь, возбуждение этой волны электронями приводит к образованию электроно-эл.-магн. волн, наз. иногда также **электронными** волнами. Их комплексные волновые числа  $k = k' + ik''$  определяются в линейной теории ЛБВ, справедливой при достаточно малой мощности усиливаемого сигнала, когда возмущения плотности и скорости электронов пучка малы по сравнению с их постоянными составляющими. Совместное решение ур-ний Максвелла и линеаризованных ур-ний движения электронов приводит к кубич. ур-нию для  $k$ , три корня к-рого соответствуют трём электронным волнам. При синхронизме электронного пучка и замедляющей волны амплитуда одной из этих волн нарастает вдоль лампы: её постоянная нарастания  $k''$  определяет усиление сигнала на ед. длины в ЛБВ  $G = 8,89k''$  (дБ), а постоянная распространения  $k'$  — фазовую скорость  $v_{\text{фз}} = \omega/k'$ . Усиление существует в нек-рой области относит. изменения скоростей  $v_e$  и  $v_{\text{фз}}$  — в т. н. зоне усиления (рис. 3).

Величина и положение зоны усиления существенно зависят от параметров, определяющих свойства ЛБВ, — параметра усиления  $\epsilon$  (обозначаемого также  $C$ ) и параметра пространственного заряда  $\sigma^2 = (\omega_p/\epsilon\omega)^2$  (обозначаемого также  $4QC$ ), где  $\omega_p$  — плазменная частота с учётом поперечных размеров пучка и влияния замедля-

ющей системы. Параметр усиления характеризует взаимное влияние, связь электронного потока и поля замедляющей волны:  $\epsilon = (I_e K_{\text{св}}/4U_e)^{1/2}$ , где  $I_e$  — ток пучка,  $U_e$  — ускоряющее напряжение,  $K_{\text{св}}$  — коэффициент связи замедляющей системы, определяемое продольным эл. полем волны, действующим на электроны. В типичных ЛБВ  $\epsilon = 0,05-0,15$ ; с ростом  $\epsilon$  усиление возрастает, зона усиления расширяется.

Параметр пространственного заряда  $\sigma^2$ , пропорциональный плотности заряда в пучке, характеризует влияние кулоновских сил расталкивания

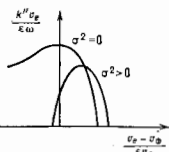


Рис. 3. Зоны усиления ЛБВ типа О при различных параметрах пространственного заряда.

электронов, препятствующих образованию сгустков и тем самым, как правило, уменьшающих величину усиления (рис. 3). Силы расталкивания электронов и величина параметра пространственного заряда существенно зависят от соотношения длины замедляющей волны, поперечных размеров электронного пучка и пространства взаимодействия замедляющей системы: в тонких пучках силы расталкивания малы, а в нек-рых случаях даже способствуют группированию электронов, приводя к увеличению усиления. Усиление ЛБВ уменьшается также под действием др. факторов: потеря в замедляющей системе, разброс скоростей  $v_e$ , неоднородность группировки и т. д. Дл. этих факторов возрастает с увеличением частоты сигнала, особенно при переходе в миллиметровый диапазон волн.

Фазовая скорость нарастающей электронной волны  $v_{\text{фз}}$  отличается от скорости замедляющей эл.-магн. волны  $v_{\text{ф}}$  и во всей зоне усиления оказывается меньше скорости электронов  $v_e$ ; это обеспечивает правильную фазовую группировку образующихся сгустков электронов в тормозящей фазе поля и передачу энергии от электронного потока полю. Вне зоны усиления синхронизм электронов и эл.-магн. волны существенно нарушается, взаимодействие между ними становится слабым и три электронные волны превращаются в одну эл.-магн. волну замедляющей системы и две волны пространственного заряда электронного потока.

**Иснейшие явления в ЛБВ типа О.** Увеличение амплитуды усиливаемой волны при её распространении вдоль замедляющей системы приводит к значит. возмущениям в движении электронов, сильной модуляции электронного пучка, в результате чего возникает ряд нелинейных явлений: уменьшение ср. скорости электронов; обгон одних электронов другими; деформация сгустков и движение относительно поля синхронной волны; выявление высших гармоник конвекционного тока и поля пространственного заряда на частотах  $2\omega$ ,  $3\omega$ , ...; возбуждение поля замедляющей эл.-магн. волны на этих гармониках; расхождение электронного пучка в результате неравномерной модуляции пучка по сечению, вызванной неравномерным распределением напряженности волн замедляющей волны и поля пространственного заряда по сечению; остановка и ловорот электронов; поперечные движения электронов под действием СВЧ-полей замедляющей системы и поля пространственного заряда. Наиб. важны первые три явления, принципиально связанные с механизмом группировки и существенные уже при умеренных мощностях и небольших кпд. При усилении на нач. участке лампы электроны сгущаются в тормозящей фазе поля (рис. 2).

Дальнейшая эволюция пучка определяется отставанием сгустка от волны и нелинейностью модуляции, приводящей к распаду сгустка. Если различие нач. скорости электронов  $v_e$  и фазовой скорости волны  $v_{\text{ф}}$  невелико и соответствует центру зоны усиления (рис. 3), то образуется сгусток из электронов с примерно одинако-

выми скоростями. Под влиянием тормозящего поля он перемещается (сначала медленно, потом всё быстрее) к нулю поля, отставая от волны. Пока густок остаётся в тормозящем поле, он отдаёт энергию волне, а в том сечении лампы, где густок переходит в ускоряющее поле, мощность волны достигает максимума, определяющего кид ЛБВ. Если же разность  $v_e - v_{\phi}$  достаточно велика и соответствует правому краю зоны усиления, то в первоначально образующийся густок приходит много электронов из ускоряющей фазы поля, имеющих повышенную скорость, и поэтому густок быстро разваливается на два. Оба этих густка находится сначала в тормозящем поле и отдают энергию волне. Затем, постепенно отставая от волны, один из них переходит в ускоряющее поле и начинает забирать энергию у волны; в том сечении лампы, где энергия, забираемая этим густком, равна энергии, отдаваемой другим густком, получается макс. мощность уславиваемой волны. Нелинейные явления определяют ряд важных характеристик ЛБВ средней и большой мощности: кид, выходную мощность, полнейшие искажения сигнала и др.

**Характеристики ЛБВ типа О.** Наибольшие полосы усиливаемых частот — до 2,5 октав — достигаются в ЛБВ с замедляющей системой в виде металлич. спирали, закреплённой диэлектрич. ономрами, к-рые, однако, ухудшают теплоотвод от спирали, ограничивая выходную мощность сотнями Вт в непрерывном режиме работы. В ЛБВ с замедляющими системами типа цепочек связанных резонаторов полосы усиливаемых частот меньше (~10%), но зато выходные мощности достигают десятков кВт в непрерывном и единиц МВт в импульсном режимах работы. Типичные значения кид ~20–30%, для его увеличения снижают потенциал коллектора с целью торможения электронов и возврата части их энергии источнику (рекуперация); используют также уменьшение фазовой скорости волны к концу замедляющей системы для обеспечения синхронизма с тормозящимися электронами, скачки фазы поля вдоль системы и др. приборы. Коэф. усиления составляет  $G = 20 \lg(A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}) = 30 - 60 \text{ дБ}$  ( $A_{\text{вых}}$ ,  $A_{\text{вх}}$  — амплитуда сигнала на выходе и входе), причём для предотвращения самовозбуждения ЛБВ из-за отражений от концов замедляющей системы на одном или двух участках системы помещают поглотитель энергии СВЧ-колебаний. Маломощные ЛБВ с выходной мощностью менее 2 Вт используются в качестве малошумящих входных усилителей с коэф. шума  $\approx 4 - 20 \text{ дБ}$ .

Лит.: Лебедев И. В., Техника и приборы СВЧ, 2 изд., т. 2, М., 1977; Кузариш С. В., Электронные СВЧ приборы, 2 изд., М., 1981; Вайштейн Л. А., Солдатов В. А., Лекции по сверхвысокой частотной электронике, М., 1973; Цейтлин М. Б., Фурсаев М. А., Бецкий О. В., Сверхвысокочастотные усилители со сдвинутыми нодами, М., 1978.

**ЛАМПА ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ (ЛОВ)** — генератор эл.-магн. колебаний СВЧ-диапазона, принцип действия к-рого основан на преобразовании энергии электронных пучков в энергию СВЧ-излучения в результате длительного синхронного взаимодействия этих пучков с обратными волнами. ЛОВ во мн. отношениях аналогична лампе бегущей волны (ЛБВ) — как по формированию электронных пучков, так и по сходности процессов их самосогласованного взаимодействия с СВЧ-полем. Почти каждому варианту ЛБВ можно составить в соответствие аналогичный вариант ЛОВ.

Схематич. изображение одной из ЛОВ приведено на рис. 1. Статич. элктронч. поле в электронной пушке 1 ускоряет нукч электронч. 2, движущихся прямолинейно. Часть кинетич. энергии электронов отдаётся в пространстве взаимодействия обратной эл.-магн. волне, фазовая скорость  $v_{\phi}$  к-рой близка поступат. скорости электронов  $v_e$ :

$$v_{\phi} \approx v_e < c, \quad (1)$$

а групповая скорость  $v_{gr}$  имеет противоположное направление ( $v_{gr} \cdot v_e \approx v_{\phi}$ ). Остаточная энергия пучка рассеивается на коллекторе 5.

Условие фазового синхронизма (1) обеспечивает длительное, по сравнению с периодом колебаний  $T = 1/f$  ( $f$  — частота), силовое взаимодействие электронов с волной, если она имеет отличный от нуля продольную компоненту элктрч. поля ( $E_{\parallel} v_e \neq 0$ ). Волна с такой структурой поля формируется с помощью замедляющей системы 3 (рис. 1), в качестве к-рой часто используются волноводы с периодически изменяющимися параметрами. Подбором пространственного периода  $d$  волновода достигается фазовый синхронизм (1) электронов с одной из гармоник обратной волны, вклад других несинхронных гармоник оказывается незначительным.

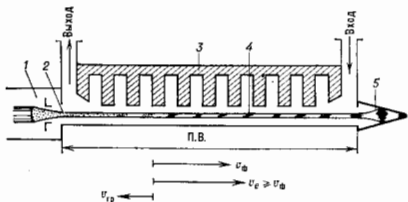


Рис. 1. Условная схема лампы обратной волны типа «О»: 1 — электронная пушка; 2 — электронный пучок; 3 — замедляющая система; 4 — густок электронов; 5 — коллектор; П. В. — пространство взаимодействия.

Взаимодействие электронов с волной в ЛОВ можно рассмотреть на примере замедляющей системы в форме зигзагообразного волновода (рис. 2). В секциях А, В, С, D, F элктрч. поле направлено вдоль движения электронов, следовательно, условие  $E_{\parallel} v_e \neq 0$  выполнено. Если в секции А какая-то группа электронов попала в тормозящую фазу поля волны, бегущей по волноводу справа налево, то подбором периода  $d$  и длины зигзага волновода можно добиться того, чтобы при подходе этой же группы электронов к след. секции В поле волны опять оказалося тормозящим, и так для всех последующих секций. В результате первоначально стационарный и однородный нукч модулируется по скорости — электроны, попавшие в ускоряющую фазу поля, увеличивают свою скорость, а в тормозящую фазу — уменьшают.

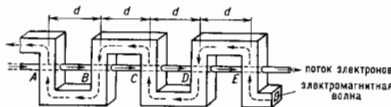


Рис. 2. Замедляющая система в виде зигзагообразного волновода.

В дальнейшем из-за неравномерного взаимного смещения частицы собираются в периодич. последовательность густков  $z$  (рис. 1), т. е. в пучке возникает ВЧ-ток. Это явление наз. группировкой или фазировкой в к-ой части к. Наведённый ВЧ-ток электронов возбуждает (излучает) ВЧ-поле, к-рое, складываясь с первичн. волной, приводит к её усилению. Часть группиров. пучок излучал, а не поглощал эл.-магн. волны, нач. скорость электронов  $v_e$  должна слегка превышать фазовую  $v_{\phi} \approx v_{\phi}$ . По существу эти два взаимосвязанных процесса — частый случай т. н. индуцированного излучения, составляющего основу большинства генераторов и усилителей с распределёнными параметрами (как классических, так и квантовых — лазеров). Элементарным излучателем в ЛОВ, изображённой на рис. 1, является одиночный электрон (или густок электронов), движущийся равномерно вдоль оси со ско-

ростью  $v_e = v_{gr}$ . Излучение такого электрона наз. черенковским (см. Черенкова — Ваилова излучение), а основными на нём приборы соответственно относят к классу черенковских. По характеру группировки их наз. приборами типа «О» (косвое движение) или приборами с инерционной группировкой, поскольку процесс этот может продолжаться и на участках свободного дрейфа электронов (см. Каштон).

В ЛОВ поступает движение электронов и поток энергии обратной эл.-магн. волны направлены навстречу друг другу, это приводит к образованию распределённой внутр. обратной связи. Поэтому при превышении электронным током  $I$  некого стартового значения  $I > I_{ст}$  возникает автоколеб. режим даже при условии полного согласования входа и выхода замедляющей системы. Частота автоколебаний  $f_a$  определяется условием фазового синхронизма (1) и, следовательно, зависит от величины скорости электронов  $v_e$ , края, в свою очередь, определяется ускорением напряжением  $U$ , подаваемым на электронную пушку (электронная перестройка частоты). Для иллюстрации перестройки частоты на диаграмме  $f - k/2\pi$  (рис. 3;  $k$  — волновое число) приведены возможные дисперсионные характеристики

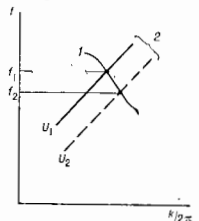


Рис. 3. Дисперсионные характеристики обратной электромагнитной волны 1 и высокочастотных электронных волн в пучке 2.

обратной эл.-магн. волны (кривая 1) и волн электронного ВЧ-тока в пучке (линия 2); сплошные и пунктирные линии соответствуют разным  $U$ . Так как частота генерации  $f_a$  определяется пересечением линий 1 и 2, то при изменении  $U$  изменяется и частота. Кривая 1 в области пересечения с 2 наклонена вниз (df/dk < 0), поскольку  $v_{gr} < 0$ . Каждой линии 2 соответствуют две волны электронного ВЧ-тока, одна из к-рых переносит «отрицат.» энергию (этим понятием пользуются, когда в целом положит. энергия пучка при возбуждении волны уменьшается). Взаимодействие волн с положит. и отрицат. энергиями, если одна из них обратная, приводит к возникновению абсолютной неустойчивости, что и является причиной существования автоколеб. режима в ЛОВ.

ЛОВ — один из самых широкодиапазонных СВЧ-автогенераторов с электронной перестройкой частоты. Этим объясняется многообразие применения их в радиотехнике, и в частности, аппаратуры в качестве синхронизаторов генераторов, быстроперестраиваемых задающих СВЧ-генераторов и т. д. При токе электронного пучка, меньшем стартового ( $I < I_{ст}$ ), ЛОВ работает как узкополосный регенеративный усилитель, перестраиваемый напряжением  $U$ , что широко используется на практике. Если  $I > (3+4)I_{ст}$ , то в ЛОВ возникает автономный режим — генература периода, последовательность радиоимпульсов. Дальнейшее увеличение тока  $I$  может привести к генерации последовательности уже не повторяющихся по форме импульсов.

Кроме ЛОВ типа «О» известны ЛОВ типа «М», ЛОВ МЦР, ЛОВ-убитрон, ЛОВ на аномальном эффекте Доплера, ЛОВ с плазменными электродинамика системами и др. Их объединяет явление образования распределённой внутренней обратной связи, тогда как механизмы индивидуального излучения электронов, а также их группировка могут различаться. Напр., в ЛОВ типа «М», как и в *магнетроне* (отсюда и назв. ЛОВ типа «М»), электроны движутся в скрещённых эл. магн. полях. Под действием синхронного ВЧ-поля электроны отдают ему свою потен. энергию, перемещаясь в область с более высоким потенциалом. Работа ЛОВ МЦР (мазер на циклотронном резонансе в вари-

анте ЛОВ) и ЛОВ-убитрон основана на тормозном излучении электронов, фазовое условие (1) при этом заменяется на

$$v_e \left( 1 - \frac{\Omega}{\gamma} \right) \approx v_e, \quad (2)$$

где  $\Omega$  — частота колебаний электронов в статич. полях. В (2)  $v_e$  может принимать + и отрицат. значения, если  $\Omega > \gamma$ , в этом случае обратной становится волна ВЧ-тока в пучке, а эл.-магн. волна — прямая ( $df/dk = dv_e/v_e = v_{gr}/v_e > 0$ ), но распространяется навстречу пучку ( $v_{gr} > 0$ ).

В 80-х гг. были разработаны ЛОВ типа «О», работающие в диапазоне частот 1–700 ГГц с мощностью до 10 Вт (в ДВ-части диапазона и монотонно уменьшающейся с увеличением частоты) и перестройкой частоты, превышающей октаву:  $(f_{макс} - f_{мин})/f_{ср} > 0,67$ . Освоен выпуск ЛОВ типа «М», работающих в диапазоне частот 0,5–20 ГГц, с выходной мощностью до 1 кВт и перестройкой до  $1/2$  октавы. Кид ЛОВ типа «О» обычно не превосходит неск. процентов, а ЛОВ типа «М» может превышать 50%. На лаб. макетах импульсных ЛОВ типа «О» с пучками релятивистских электронов была достигнута низкая мощность выходного излучения ~1 ГВт при кпд 15%.

Первое достаточно полное и подробное описание явления генерации электронными пучками обратных волн дал С. Мильман (S. Millman) в 1950; общепринятое назв. для этого класса СВЧ-приборов предложил Р. Компфер (R. Kompfer) и Н. Уильямс (N. Williams) в 1953. ЛОВ типа «М» и типа «О» с релятивистскими электронными пучками вследствие их конструктивных особенностей назв. иногда карцинотронами (от греч. *carcinoma* — рак, пятая часть назад).

Лит.: Лебедев И. В., Техника и приборы СВЧ, 2 изд., т. 2, М., 1972; Куньярин С. В., Электронные СВЧ приборы, 2 изд., М., 1981; Релятивистская высокочастотная электроника, в. 1, Л. Ландау, 1979; Н. Ф. Кошкин.

**ЛАНДАУ ДИАМАГНЕТИЗМ** — *диамагнетизм* системы подвижных носителей зарядов (напр., электронов проводимости в металлах). Предсказан Л. Д. Ландау в 1930. Л. д. представляет собой чисто квантовый эффект, обусловленный квантованием орбитального движения заряд. частиц в магн. поле (квантуется энергия движения в плоскости, перпендикулярной полю, см. Ландау уровни). Л. д. связан с тем, что при помещении заряд. частиц в магн. поле траектории свободного движения частиц искривляются и возникает добавочное магн. поле, противоположное внеш. полю, т. е. у системы заряд. частиц появляется добавочный диамагн. момент. Л. д. заметно проявляется при низких темп-рах (ниже темп-ры вырождения) и может наблюдаться в вырожденном газе свободных электронов и у электронов проводимости в металлах, полуметаллах и полупроводниках. В простейшей модели вырожденного газа электронов проводимости  $e = p^2/2m^*$  ( $e$ ,  $p$  и  $m^*$  — энергия, импульс и эфф. масса электронов проводимости) диамагн. восприимчивость Ландау

$$\chi_{Л} = -(24\pi^2)^{-1/2} c^2 N^{1/2} / m^* c^2$$

( $N$  — число электронов проводимости в единице объёма). В рамках такой модели

$$\chi_{Л} = -(1/3) (m_e/m^*)^2 \chi_{П},$$

где  $\chi_{П}$  — восприимчивость, соответствующая Паули парамагнетизму,  $m_e$  — масса электрона. В вырожденном газе свободных электронов, где  $m^* = m_e$ ,  $\chi_{Л} = -\chi_{П}/3$ .

Соответственно, в твёрдых телах, в к-рых  $m^* \ll m_e$  (напр., в нек-рых полупроводниках), Л. д. превосходит парамагнетизм Паули и электронная магн. восприимчивость тела обусловлена в осн. Л. д. Точное вычисление Л. д. в реальных твёрдых телах затруднено сложным характером зонного движения квазичастиц, необходимо учёта глубоких электронных состояний и т. д.

Ландау Л. Д., *Diamagnetismus der Metalle*, *Ex. Phys.*, 1930, Bd 64, S. 629; в рус. пер.: Ландау Л. Д., *Собр. трудов*, т. 1, М., 1969, с. 47—55; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., *Статистическая физика*, ч. 1, 3-е изд., М., 1976; Ашкискофт Н., Мермиди Н., *Физика твёрдого тела*, пер. с англ., т. 1—2, М., 1979. А. Ф. Мейерович.

**ЛАНДАУ ЗАТУХАНИЕ** (бесстолкновительное затухание) — состоит в том, что волновое возмущение в плазме затухает не мере распространения, несмотря на отсутствие парных столкновений. Л. з. в равновесной плазме обусловлено резонансным поглощением энергии волны частицами, скорости к-рых в направлении распространения волны близки к её фазовой скорости  $v_{\phi} = \omega/k$  ( $k$  — волновой вектор,  $\omega$  — частота волны). Вследствие Л. з. амплитуда волны  $E(t)$  убывает по экспоненциальному закону  $E(t) \sim e^{-\gamma t}$ , где  $\gamma$  — декремент Л. з. Для *ленгмюровских волн*  $\gamma_{\text{Л}}$  определяется ф-лой

$$\gamma_{\text{Л}} = \frac{2\pi e^2}{mk^2} \omega \frac{\partial f}{\partial v},$$

где  $e$ ,  $m$  — заряд и масса резонансных частиц,  $f(v)$  — ф-ция распределения частиц по скоростям (или их проекциям) в направлении распространения волны.

Строгое рассмотрение Л. з. возможно с помощью *кинетических уравнений* для плазмы, однако качественно физ. процессы, приводящие к Л. з., можно рассмотреть в идеализованной ситуации, когда электр. потенциал волны, с к-рой взаимодействуют частицы, имеет призм. профиль. Частицы, скорости к-рых близки к фазовой скорости волны  $|v - v_{\phi}| \leq V \sqrt{e\varphi_0/m}$  ( $\varphi_0$  — амплитуда электр. потенциала волны), меняют свою скорость при столкновении со стенками потенциальной ямы. При этом частицы, догоняющие волну ( $v > v_{\phi}$ ), при столкновении со стенок тормозятся, а частицы, отстающие от волны ( $v < v_{\phi}$ ), при столкновении со стенкой ускоряются. Результатирующий обмен энергией между волной и частицами определяется балансом передачи энергии первой и получения энергии второй группой частиц. Поэтому декремент Л. з. пропорционален градиенту ф-ции распределения резонансных частиц в точке  $v = v_{\phi}$ . Для равновесной плазмы, имеющей максвелловское распределение частиц по скоростям, такой градиент отрицателен и обмен энергией между волной и резонансными частицами приводит к *затуханию* волны. Если градиент ф-ции распределения  $\partial f/\partial v > 0$ , что соответствует наличию в плазме пучка частиц, движущихся со скоростью  $g > v_{\phi}$ , то тот же механизм взаимодействия волн с частицами приводит к нарастанию амплитуды волны со временем (возникает т. н. *нучковая неустойчивость*). Основной нелинейный эффект в Л. з. — деформация ф-ции распределения резонансных частиц при их взаимодействии с волной. Эта деформация приводит к выравниванию хвоста частиц, движущихся быстрее и медленнее волны, и в плазме устанавливается волна пост. амплитуды. Для плазмы, помещённой в магн. поле, кроме Л. з. возможно также т. н. *циклотронное затухание* на частотах  $\omega - n\Omega_H$  ( $n$  — целое число;  $\Omega_H$  — ларморовская частота).

В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко.

**ЛАНДАУ ТЕОРИЯ** фазовых переходов 2-го рода — общая теория, основанная на представлении о связи фазового перехода 2-го рода (ФП) с изменением группы симметрии ф-го. Построена Л. Д. Ландау в 1937. Симметрия является качеств. характеристикой, она может измениться при бесконечном малом изменении состояния системы. Это означает, что ФП происходит при опред. значениях параметров (темп.-ры, давления и т. н.). Возникновение упорядоченного (ферромагн., сегнетоэлектр. и т. н.) состояния приводит к *спонтанному нарушению симметрии*, присущей системе в неупорядоч. состоянии. Для количественного описания степени нарушения симметрии в Л. т. вводит *параметр порядка*  $\varphi$ , линейно преобразующийся при преобразованиях из группы симметрии неупорядоч. фазы.

В Л. т. рассматривают термодинам. потенциал (энергию Гиббса)  $F(\varphi, A_i)$  для неравновесного значения параметра порядка  $\varphi$  при заданных значениях термодинам. параметров  $A_i$  (темп.-ры, давления и т. п.) и постулируют разложимость потенциала  $F(\varphi, A_i)$  в ряд по степеням  $\varphi$ . Для выяснения вида особенностей термодинам. ф-ций в Л. т. достаточно рассмотреть простейший случай скалярного параметра порядка  $\varphi$ , соответствующего группе симметрии  $Z_2$ . Эта группа содержит единств. нетривиальный элемент симметрии  $\varphi \rightarrow -\varphi$ . Термодинам. потенциал имеет вид

$$F(\varphi) = F_0 + V(a_2\varphi^2/2 + a_4\varphi^4/4 - h\varphi), \quad (1)$$

где  $V$  — объём системы; коэф.  $a_n$  являются ф-циями темп.-ры  $T$  и давления  $P$ ;  $h$  — внеш. поле. Равновесное значение  $\varphi = \varphi_0$ , определенное условием  $\partial F/\partial \varphi = 0$ , считается малым. ФП происходит при условии  $a_2 = 0$ ,  $a_4 > 0$ . Ур-ния  $a_2 = 0$ ,  $h = 0$  определяют линию по плоскости  $P-T$  для однокомпонентной системы. Вблизи этой линии при фиксиров. значениях всех термодинам. переменных, кроме  $T$ , величина  $a_2$  приближенно представляется линейной ф-цией темп.-ры:  $a_2 = \alpha t$ , где  $t = (T/T_c) - 1$ ,  $\alpha$  — постоянная,  $T_c$  — темп.-ра перехода. Зависимость  $\varphi_0$  от  $t$  имеет вид  $\varphi_0 = 0$  при  $t > 0$ ;  $\varphi_0 = -a(t/a_4)^{1/2}$  при  $t < 0$ . Равновесное значение термодинам. потенциала  $F(\varphi_0)$  получается подстановкой  $\varphi_0$  в (1), после чего можно получить поведение любых термодинам. величин в окрестности  $T_c$ . Теплоёмкость  $C$  изменяется в точке перехода скачком:  $\Delta C = -a^2/2a_4T_c$ . *Обобщённая восприимчивость*  $\chi = (\partial\varphi_0/\partial h)_{h \rightarrow 0}$  обращается при  $T = T_c$  в бесконечность:  $\chi = (\alpha t)^{-1}$  при  $T > T_c$ ;  $\chi = (2\alpha|t|)^{-1}$  при  $T < T_c$ . *Критические показатели* в Л. т. имеют след. значения:  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 3$ ,  $\nu = 1/2$ ,  $\eta = 0$ . Л. т. не обладает *масштабной инвариантностью*, поэтому не-рыс соотношения между критич. показателями, напр.  $\alpha = 2 - \delta\nu$ ,  $\delta = (d + 2 - \eta)/(d - 2 + \eta)$ , не выполняются (здесь  $d$  — размерность пространства). Л. т. является теорией *самосогласованного поля*, её можно получить из микроскопич. теории в предположении о большом радиусе действия сил между частицами, усреднённом поле, действующем на данную частицу со стороны всех остальных.

Выше рассмотрено однородное во всем объёме упорядочение системы. Для учёта пространственных флуктуаций параметра порядка  $\varphi(\mathbf{x})$  следует записать термодинам. потенциал  $F[\varphi(\mathbf{x})]$  как функционал медленно меняющейся в пространстве неравновесной конфигурации  $\varphi(\mathbf{x})$ :

$$F[\varphi(\mathbf{x})] = \int [c(\nabla\varphi)^2/2 + a_2\varphi^2/2 + a_4\varphi^4/4 - h\varphi] dx + F_0. \quad (2)$$

Равновесная конфигурация  $\varphi(\mathbf{x})$  определяется условием минимальности функционала (2):

$$\delta F/\delta\varphi = -c\nabla^2\varphi + a_2\varphi + a_4\varphi^3 - h(\mathbf{x}) = 0.$$

При малых  $h(\mathbf{x})$  это условие удовлетворяет ф-ция  $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi_0 + \varphi_1(\mathbf{x})$ , где  $\varphi_0$  определено выше, а  $\varphi_1(\mathbf{x}) = \int G(\mathbf{x} - \mathbf{x}')h(\mathbf{x}')d\mathbf{x}'$ .  $G(\mathbf{x})$  — ф-ция Грина линейного оператора  $L = -c\nabla^2 + a_2 + 3a_4\varphi_0^2$ . Корреляц. ф-ция тепловых флуктуаций  $K(\mathbf{x}) = \langle \varphi(0)\varphi(\mathbf{x}) \rangle$  совпадает с  $G$  с точностью до множителя и для случая  $d=3$  описывается:

$$K(x) = TG(x) = T(4\pi x)^{-1} \exp(-x/r_c), \\ r_c^2 = c\chi = c/(a_2 + 3a_4\varphi_0^2),$$

это *Орнштейна — Зернике формула*. Величина  $r_c$  имеет смысл корреляц. радиуса флуктуаций;  $r_c$  неограниченно возрастает при  $T \rightarrow T_c$ . Гипотеза о разложимости  $F(\varphi)$  в ряд справедлива до тех пор, пока флуктуации  $\varphi_1$  в объёме  $V \sim r_c^3$  малы по сравнению с характерной равновесной величиной  $\varphi_0 = (|a_2/a_4|)^{1/2}$ ; в противном

случае термодинамич. подход неприменим. Т. о., критерий применимости Л. т. имеет вид

$$G_i = T c_{\alpha}^2 / a c^3 \ll |\tau| \ll 1,$$

т. е. Л. т. применима лишь вдали от  $T_c$ . Здесь  $G_i$  — Гинзбург число. Область применимости Л. т. существует лишь в том случае, если  $G_i$  является малым числом, что выполняется для чистых сверхпроводников и некоторых сегнетоэлектриков.

В общем случае система имеет в неупорядоч. фазе группу симметрии  $\mathcal{G}$ . Параметр порядка  $\Phi$  можно разложить по неприводимым представлениям этой группы:

$$\Phi = \sum_{n, i} \eta_i^{(n)} \varphi_i^{(n)},$$

где  $n$  — номер неприводимого представления,  $\varphi_i^{(n)}$  — функции базиса этого представления,  $\eta_i^{(n)}$  — коэф. Термодинамич. потенциал  $F$  является инвариантом группы  $\mathcal{G}$  и потому может быть представлен в виде ряда по инвариантам, составленным из  $\eta_i^{(n)}$ :

$$F = F_0 + \sum_n A_2^{(n)} I_2^{(n)} + \sum_n A_3^{(n)} I_3^{(n)} + \sum_n A_4^{(n)} I_4^{(n)},$$

Для каждого представления существует лишь один квадратичный инвариант  $I_i^{(n)} = \sum_j (\eta_j^{(n)})^2$ . Существование

и вид инвариантов более высокого порядка зависит от группы и представления. Если все коэф.  $A_i^{(n)}$  положительны, то значения  $\eta_i^{(n)} = 0$  дают единств. минимум  $F$  при малых  $\eta_i^{(n)}$ . ФП может произойти при изменении знака одного из коэф.  $A_i^{(n)}$ . Тогда новые точки перехода возникают упорядочение, соответствующие неприводимому представлению с номером  $n$ . Для реализации ФП необходима устойчивость состояний с  $\eta_i^{(n)} = 0$  или  $A_i^{(n)} = 0$ . Поэтому необходимым условием ФП в Л. т. является отсутствие кубич. инвариантов  $I_3^{(n)}$  у представления с номером  $n$ . Это условие не является необходимым для ФП, происходящих вне рамок применимости Л. т. В частности, в двумерной системе с группой  $Z_2$  происходит ФП 2-го рода, несмотря на существование кубич. инварианта (см. *Двумерные решеточные модели*). Для существования ФП в однодородную (не зависящую от координат) фазу необходимо также отсутствие квадратичных инвариантов типа  $K_{\alpha} = \eta_i \partial \eta_k / \partial x_{\alpha} - \eta_k \partial \eta_i / \partial x_{\alpha}$  (инвариант Лифшица).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика, ч. 1, 3 изд., М., 1976, гл. 54; Патрикис и Ян А. З., Патрикис и Ян В. М., 1982. М. В. Фельдман, ЛАНДАУ ТЕОРИЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ — предложение Л. Д. Ландау (1941) для объяснения сверхтекучих свойств *квантовой жидкости* He II, т. е. жидкого гелия <sup>4</sup>He при темп-рах ниже т. н.  $\lambda$ -перехода ( $T_{\lambda} = 2,47$  К при давлении насыщенных паров гелия). *Сверхтекучесть* He II (его способность без трения протекать сквозь узкие капилляры и щели) Ландау предлагает объяснить спектра элементарных возмущений He II. При  $T=0$  жидкий <sup>4</sup>He находится в осн. состоянии. При темп-рах  $T > 0$  К, но близких к абс. нулю жидкость переходит в одно из возбужденных состояний, к-рые можно представлять как совокупность элементарных возмущений (*квантовых*). Простейшими элементарными возмущениями жидкости являются колебания её плотности — *фононы*. Закон дисперсии фононов, т. е. зависимость их энергии  $\mathcal{E}$  от импульса  $p$ , имеет вид  $\mathcal{E} = c p$ , где  $c$  — скорость звука. Для объяснения температурного хода термодинамич. величин He II Ландау постулировал, что кроме фононовой участка спектр элементарных возмущений He II содержит ещё участок с законом дисперсии  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + (p - p_0)^2 / 2m_p$ , и назвал соответствующие квазичастицы *ротонами* ( $m_p$  — зфф.

масса ротона). Форма спектра, предложенная Ландау (см. *Гелий жидкий*, рис. 3), получила впоследствии подтверждение в экспериментах по неупорядоченому рассеянию нейтронов на He II.

Квантовая жидкость с рассматриваемым Ландау спектром возмущений при течениях по трубе теряет импульс только за счёт возмущений, возникающих при скоростях течения  $v > v_c = \min [\mathcal{E}(p)/p]$ . Т. о., квантовые жидкости, спектр к-рых удовлетворяет условию  $\min [\mathcal{E}(p)/p] \neq 0$ , обладают сверхтекучестью (критерий и сверхтекучесть Ландау). Спектр He II удовлетворяет этому критерию при скоростях течения  $v < v_c \approx \mathcal{E}_0/p_0$ . Однако значение наблюдаемой критич. скорости  $v_c$  примерно на два порядка ниже указанной величины, что связано с рождением в жидкости *квантовых вихрей*.

При  $T \neq 0$  He II состоит из двух компонентов — нормального и сверхтекучего [Л. Тиса (L. Tisza), 1938]. Согласно Ландау, нормальный компонент связанный с движением газа возмущений, переносит теплоту; его плотность  $\rho_n$  зависит от темп-ры, уменьшается от нуля при  $T=0$  до полной плотности жидкого гелия при  $T=T_{\lambda}$ .

В интервале  $0 < T < T_{\lambda}$  полная плотность  $\rho$  жидкости складывается из плотностей компонентов  $\rho = \rho_n + \rho_s$ . Каждый из компонентов течёт со своей скоростью, так что полная плотность потока жидкости  $j$  есть сумма плотностей потоков компонентов:  $j = \rho_n v_n + \rho_s v_s$ . Нормальный компонент как любая обычная жидкость испытывает торможение при протекании через узкие капилляры. Течение сверхтекучего компонента при  $v < v_c$  бездиссипативно и потенциально. В частности, он не переносит теплоты и не вращает лопасти турбины. Ур-ния двухскоростной гидродинамики He II включают: ур-ние непрерывности

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div} j = 0;$$

закон сохранения импульса

$$\partial j_i / \partial t + \partial \Pi_{ik} / \partial X_k = 0,$$

где  $\Pi_{ik} = \rho_s v_i v_k + \rho_n v_n v_{nk} + P \delta_{ik}$ ,  $P$  — давление,  $\delta_{ik}$  — *Кronecker'skiy* символ; ур-ние сохранения энтропии

$$\partial S / \partial t + \operatorname{div} S v = 0;$$

ур-ние для сверхтекучей скорости

$$\partial v_s / \partial t + \nabla (\mu + v_s^2 / 2) = 0,$$

где  $\mu$  — *химический потенциал*, удовлетворяющий тождеству

$$\rho d\mu = -S dT + dP - (j - \rho_s v_s) d(v_n - v_s).$$

Из ур-ний гидродинамики следует возможность распространения в He II двух типов звуковых волн (см. *Звук в сверхтекучем гелии*) — волны плотности (первый звук) и температурных волн (второй звук), а также волны 4-го звука, распространяющихся в узких капиллярах в условиях заторможенного нормального компонента. Двухскоростная гидродинамика объясняет *термомеханический эффект* — возникновение разности давлений при наличии разности темп-р в двух сообщающихся сосудах с He II, разделённых пористой перегородкой, а также обратный *мезомоларический эффект* — охлаждение жидкости при пропускании её через пористую перегородку.

Ур-ния двухжидкостной гидродинамики Ландау, полученные для He II, послужили основой для построения гидродинамики др. сверхтекучих жидкостей (смесей <sup>3</sup>He—<sup>4</sup>He, фаз <sup>3</sup>He) и жидких кристаллов, обладающих доп. гидродинамич. степенями свободы. Ландау обосновал фонон-ротонный спектр He II исходя из квантовой гидродинамики. Впоследствии Р. Фейнманом (R. Feynman, США, 1953) было показано, что в квантовой гидродинамике Ландау возможно существование множества низколегаемых возмущений с иррелевантно малым отношением  $\mathcal{E}/p$ , так что нарушается критерий сверхтекучести. Объяснение явления сверхтекучести требует привлечения квантовой статистики (Л. Тиса, 1938). Атомы <sup>4</sup>He — бесспиновые частицы и поэтому

подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна, а жидкий  $^4\text{He}$  представляет собой квантовую бозе-жидкость. Полное теоретич. рассмотрение свойств бозе-жидкости — сложная нерешённая до сих пор задача. Как показал Н. Н. Боголюбов (1947), сверхтекучесть  $^4\text{He}$  может быть рассмотрена на модели слабо неидеального бозе-газа, в к-ром при понижении тем-ры происходит бозе-конденсация: накопление в одном квантовом состоянии с наименьшей энергией макроскопич. числа бозе-частиц. Именно наличие бозе-конденсата приводит к формированию спектра, удовлетворяющего критерию Ландау. Эксперимент показывает, что доля атомов  $^4\text{He}$ , находящихся в конденсате при  $T=0$ , составляет ок. 10%. Качественное согласие теории с наблюдаемым спектром элементарных возмущений было достигнуто при учёте свойств волновой ф-ции осн. состояния (Р. Фейнман, 1953—54).

По совр. представлениям, критерий Ландау не является определяющим для решения вопроса о сверхтекучести квантовой жидкости. Имеются примеры сверхтекучих систем, где критерий Ландау заведомо нарушен (бесщелевые сверхпроводники, сверхтекучая А-фаза  $^3\text{He}$ ). Фундаментальным свойством сверхтекучих систем является наличие сверхтекучего компонента — макроскопич. фракции жидкости, движение частиц к-рой когерентно (см. *Гелий жидкий, Сверхтекучесть, Косерентность*).

Лит.: Ландау Л. Д., Собр. трудов, т. 1, М., 1969, с. 352—86; Халатник И. М., Теория сверхтекучести, М., 1971; Фейнман Р., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1975; Волович Г. Е., Сверхтекучесть свойства А-фазы  $^3\text{He}$ , УФН, 1984, т. 143, с. 73.

**ЛАНДАУ УРОВНИ** — квантованные значения энергии зарик. частиц (электронной и др.), движущихся в плоскости, перпендикулярной магн. полю. Согласно классич. механике, движение частиц с массой  $m$  и зарядом  $e$  в плоскости, перпендикулярной магн. полю  $H$ , представляет собой периодич. движение по окружности под действием Лоренца силы с круговой частотой  $\omega_c = |e| \hbar / mc$  (т. н. *циклотронной частотой*). В квантовой механике такому финитному движению по окружности соответствуют движения с квантованными значениями энергии:  $\epsilon_n = (n + 1/2) \hbar \omega_c$  ( $n$  — неотрицат. целое число). Это является наз. орбитальными квантовыми уровнями. Величина  $|e| \hbar / mc$ , характеризующая Л. у., равна  $1,16 \cdot 10^{-8}$  эВ/Гс (если  $e$  — заряд электрона) и  $1,16 \cdot 10^{-8} \cdot (n + 1/2) \hbar \omega_c$  (эВ). Волновая функция  $n$ -го Л. у. свободной частицы (электрона) имеет вид

$$\Psi_n = \pi^{-1/2} (2\pi n / r_c)^{1/2} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} (p_x x + p_z z) - \frac{(y - y_0)^2}{2r_c^2} \right\} \times \\ \times H_n \left( \frac{y - y_0}{r_c} \right),$$

где  $p_x$ ,  $p_z$  —  $x$  и  $z$ -компоненты импульса частицы (ось  $z$  выбрана вдоль направления поля  $H$ ),  $H_n$  — полиномы Эрмита,  $r_c = \hbar / m \omega_c$ ,  $y_0$  соответствует координате  $y$  центра орбиты (окружности), по к-рой вращается частица в плоскости  $xy$  при классич. описании движения в магн. поле (одновременно координаты  $x$  и  $y$  центра орбиты в квантовой механике задать нельзя). Каждый Л. у. с фиксированным  $n$  имеет бесконечную кратность вырождения, что является следствием независимости энергии от положения центра орбиты; кратность вырождения конечна для системы, конечной в плоскости  $xy$ . Возможность наблюдения Л. у. определяется безразмерным параметром  $\mu$ , где  $\tau$  — время релаксации, задающее ширину (размытие) Л. у. (при  $\mu \gg 1$  столкновения электронов редки и преобладающее влияние на их движение оказывает магн. поле).

Существованием Л. у. объясняется диамагнетизм электронов проводимости в металлах и полупроводниках (*Ландау диамагнетизм*). Учёт Л. у. важен при рассмотрении систем зарик. частиц в магн. поле в разл. задачах физики плазмы, физики твёрдого тела (напр., де Хааса — ван Альфена эффект, Лифшица — Онсагера квантование), астрофизики.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшица Е. М., Квантовая механика 3 изд., М., 1974; Ашкрофт Н. М., Мермин И. Н., Физика твёрдого тела, пер. с англ., т. 1, М., 1979.

**ЛАНДАУ — ЛИФШИЦА УРАВНЕНИЕ** — макроскопич. ур-ние бездиссипативного движения вектора намагниченности ферромагнетика в магн. поле (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшица, 1935). Л. — Л. у. имеет вид

$$\dot{M} = -\gamma [M H_{\text{эф}}], \quad (1)$$

где  $M(r, t)$  — намагниченность единицы объёма ферромагнетика (ФМ),  $\gamma$  — *магнитомеханическое отношение*,  $H_{\text{эф}}(r, t)$  — эфф. магн. поле, определяемое как функционал произвольной свободной энергии  $F(M, \partial M / \partial x_i)$  ФМ по намагниченности:

$$H_{\text{эф}} = -\frac{\delta F}{\delta M} = -\frac{\partial F}{\partial M} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial F}{\partial (\partial M / \partial x_i)} \right). \quad (2)$$

Если учитывать только обменное взаимодействие и энергию магнитной анизотропии, то свободная энергия  $F$  единицы объёма неодорожно намагниченного ФМ

$$F(M, \frac{\partial M}{\partial x_i}) = \frac{1}{2} \alpha_i k \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_k} + w_a(M) + \varphi(M) \quad (3)$$

где первое слагаемое учитывает вклад обменного взаимодействия, второе — магн. анизотропии;  $\varphi$  — ф-ция, обусловленная в осн. обменным взаимодействием; последнее слагаемое — энергия зеemanовского взаимодействия с внеш. полем.

При этом  $H_{\text{эф}}$  с точностью до несущественных слагаемых, направленных вдоль  $M$ , равно

$$H_{\text{эф}} = H + \alpha_i k \frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial w_a(M)}{\partial M}. \quad (4)$$

Л. — Л. у. отражает факт сохранения макроскопич. намагниченности при динамич. процессах в ФМ, ферромагнетизм к-рых обусловлен обменным взаимодействием. Л. — Л. у. применяется, напр., при теоретич. рассмотрении *динамич. стенки динамики и ферромагнитного резонанса*.

Л. — Л. у. показывает, что вектор  $M$  под действием момента  $[M H_{\text{эф}}]$  прецессирует, т. е. в ФМ могут распространяться *низкочастотные спиновые волны*. В изотропном ФМ ( $w_a = 0$ ,  $\alpha_i k = \alpha k$ ), где  $\delta k$  — *Кронекера символ*) спектр таких спиновых волн имеет квадратичную зависимость от волнового вектора:  $\omega = \gamma(H + \alpha M_0 k^2)$ , где  $\omega$  и  $k$  — частота и волновой вектор колебаний,  $M_0$  — равновесная намагниченность вдоль внеш. магн. поля.

Точное ур-ние движения вектора  $M$  должно учитывать, в отличие от ф-л (1) — (4), также наличие *рамагнитного фактора* и эффекты (обычно слабые), обусловленные *диполь-дипольным взаимодействием*.

Для описания процесса диссипации (приближения  $M$  к его равновесному направлению, совпадающему с направлением  $H_{\text{эф}}$ ) в правую часть (1) дополнительно вводят выражение  $R$ , зависящее либо в представлении Ландау — Лифшица (с одним диссипативным коэф.  $\beta$ )

$$R = \beta [M \dot{M}], \quad (5)$$

либо в представлении Блоха — Бломбергена (учитывающем различие времён продольной и поперечной спиновой релаксации  $T_1$  и  $T_2$ )

$$R = -\frac{1}{T_1} (M - e(eM)) - \frac{1}{T_2} (e(eM) - M), \quad (6)$$

где  $e = M_0 / M_0$  — единичный вектор вдоль направления равновесного магн. момента  $M_0$ . Представления (5) и (6) принципиально различны: в случае (5) магн. релаксация происходит с сохранением полного магн. момента тела, а в случае (6) это обычно не так. Если компоненты магн. момента релаксируют синхронно, без отставания друг от друга, то следует предпочесть выражение (5). Ф-ла (6) предпочтительнее в условиях, когда, как правило, релаксация продольного компонента протекает

замедленно, чем поперечного. У-рние типа (1) с диссипативным членом (6) наз. у-рнием Блоха (F. Bloch, 1946).

Л.—Л. у. применимо не только к ФМ, но также к парамагнетикам и в теории ядерного магнетизма (см. *Ядерный магнитный резонанс*).

Лит.: А. В. Зельман, А. И. Барьяктер В. Г. Петельский С. В. Синоповы, М., 1967; Ландау Л. Д., Собр. трудов, т. 1, М., 1968, с. 128—143; Уайт Р. М., Квантовая теория магнетизма, пер. с англ., М., 1972; Боссе вич А. М., Цвангер В. А., Ковалев А. С., Неэллиевы волны намагниченности. Динамические и тождественные солитоны, К., 1983. А. Э. Мейерович.

**ЛАНДЕ МНОЖИТЕЛЬ** ( $g$ -фактор, фактор магнитного расщепления) — множитель в ф-ле для расщепления уровней энергии атома в магн. поле, определяющий масштаб расщепления в единицах  $\mu_B H$  ( $\mu_B$  — магнетон Бора,  $H$  — напряжённость магн. поля, см. *Земана эффект*). Введён А. Ланде (A. Landé) в 1921.

Л. м. для заданного уровня энергии зависит от характеризующих уровень квантовых чисел и в случае нормальной связи (см. *Атомные спектры*) выражается ф-лой Ланде

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)},$$

где  $L$ ,  $S$  и  $J$  — квантовые числа, определяющие соответственно величины квадратов полного орбитального, полного спинового и результирующего моментов атома. Для чисто орбитального момента ( $S=0$ ,  $L=J$ ) Л. м. равен 1, для чисто спинового момента ( $L=0$ ,  $J=S$ ) он равен 2. В общем случае Л. м. может принимать как значения между 1 и 2, так и значения меньше 1 (в т. ч. отрицательные) и больше 2.

Наряду с атомным Л. м. вводят ядерный Л. м. (ядерный  $g$ -фактор), определяющий масштаб расщепления уровней энергии, связанного с магн. моментами атомных ядер. Ядерный Л. м. обуславливает масштаб расщепления в единицах  $\mu_N H$  ( $\mu_N$  — ядерный магнетон, см. *Ядерный магнетон*).

**ЛАНЖЕВЕНА УРАВНЕНИЕ** — у-рние движения макроскопич. тела, взаимодействующего с частицами термостата; их влияние учитывают при помощи согласованного включения в у-рние силы трения и случайной внеш. силы. Если без учёта взаимодействия с термостатом у-рние движения имело вид

$$m d^2 r / dt^2 + \text{grad } U(r, t) = 0,$$

где  $m$  — масса частицы,  $U$  — потенц. энергия, то соответствующее Л. у. принимает форму

$$m d^2 r / dt^2 + h dr / dt + \text{grad } U(r, t) = F(t).$$

Здесь  $h dr / dt$  — пропорциональная скорости  $v = dr / dt$  сила трения,  $F(t)$  — случайная сила. Последняя обусловлена одностерм. воздействием на тело большого числа частиц термостата, поэтому с большой точностью её можно считать нормально распределённой (см. *Гаусса распределение*). Ср. значение силы равно нулю, а корреляционная функция  $\langle F_i(t_1) F_j(t_2) \rangle = B_{ij} \delta(t_1 - t_2)$  зависит лишь от  $t = t_1 - t_2$ . Если верны корреляция  $t_k$  внеш. силы, совпадающее по порядку величины со временем одного соударения,  $t_k \ll m/h$ , то во всех соотношениях, содержащих лишь интегралы от коррелл. ф-ции, её можно считать пропорциональной  $\delta$ -функции:  $B_{ij}(t) = 2B_{ij} \delta(t)$ .

Величина  $B$  связана с коэф. трения  $h$ , т. к. и трение и внеш. сила обусловлены взаимодействием тела с термостатом. Эту связь легче всего установить для свободного движения,  $U=0$ , тогда при  $t \gg m/h$  имеют место соотношения

$$\langle v^2(t) \rangle = 3B/mh, \quad \langle x^2(t) \rangle = 6Bt/h^2.$$

Из теории о равнораспределении энергии по степеням свободы следует, что  $\langle v^2(t) \rangle = 3kT/m$ , где  $T$  — абс. темп-ра, откуда  $B = kT/h$ .

Это соотношение между интенсивностью случайной силы и коэф. трения является частным случаем *флукту-*

*ационно-диссипативной теоремы*. Ф-ла для  $\langle x^2(t) \rangle$  соответствует закону диффузии  $\langle x^2(t) \rangle = 6Dt$ , откуда получаются связь  $B = Dh^2$  между  $B$ ,  $h$  и коэф. диффузии  $D$ , а также с о т о ж е н и е м  $\int \dot{x} dx$  и ф-лу  $hD = -kT$  между коэф. трения и коэф. диффузии.

Напр., при медленном равномерном движении сферич. частицы радиуса  $a$  в вязкой жидкости с коэф. динамич. вязкости  $\eta$  имеет место ф-ла Стокса  $h = 6\pi\eta a$ . Тогда для коэф. диффузии этой частицы получаем ф-лу  $D = kT/6\pi\eta a$ .

Л. у. получено П. Ланжевом (P. Langevin) в 1908 в теории *броуновского движения*, его используют для описания случайного воздействия на разл. динамич. системы, в кинетике фазовых переходов и др.

Лит.: Введение в статистику радиофизики, Ч. 1 — Руттов С. М., Случайные процессы, М., 1976; Климонтович Ю. Л., Статистическая физика, М., 1982.

**ЛАНЖЕВЕНА ФУНКЦИЯ** —  $L(x) = \text{cth} x - x^{-1}$ ; представляет собой бозьдмановское статистич. среднее величины  $\cos \theta$ , где  $\theta$  — угол между вектором магн. момента  $\mathbf{m}$  или электрич. дипольного момента  $\mathbf{p}$  и внеш. полем (магн.  $H$  или электрич.  $E$ ).

$L(x) = \overline{\cos \theta} = \int \exp(x \cos \theta) \cos \theta d\Omega / \int \exp(x \cos \theta) d\Omega$ , (1)

где  $x = -V/kT$ ,  $V = -mH$  (или  $V = -pE$ ) — потенц. энергия,  $T$  — темп-ра,  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  — элемент телесного угла. Введена П. Ланжевом (P. Langevin,

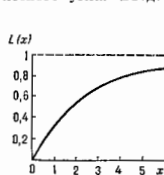


Рис. 1. График функции Ланжевена  $L(x)$ .

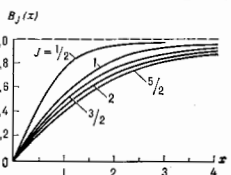


Рис. 2. График функции Бриллюана  $B_J(x)$ .

1905) при вычислении *магнитной восприимчивости* парамагнетиков, а затем применен П. Дебаем (P. Debye) в теории поляризуемости диэлектриков.

$L(x)$  — классич. аналог ф-нкции Бриллюана  $B_J(x)$ , получающиеся при вычислении тех же величин в квантовой статистике:

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \text{cth} \frac{2J+1}{2J} x - \frac{1}{2J} \text{cth} \frac{1}{2J} x, \quad (2)$$

где  $J$  — полный квантовый момент кол-ва движения с  $(2J+1)$  значениями проекции. При  $J \rightarrow \infty$  (классич. предел) ф-ла (2) переходит в (1).

У-рние для *намагниченности*  $M$  (или вектора поляризации) записывается с помощью (1) в виде

$$M = NmL(x) \quad (3)$$

( $N$  — число магн. атомов в образце).

В слабых полях  $x \ll 1$ ,  $L(x) \approx x/3$ , следовательно,  $M = Nm^2 H / 3kT$ .

Ф-лу (3) применяют и в случае ферромагнетиков (в приближении молекулярного поля  $H^* = H + \lambda M$ ). При этом в выражение  $x = mH/kT$  вместо  $H$  следует представить  $H + \lambda M$ , что даёт у-рние намагниченности ферромагнетика (см. *Среднее поле приближение*).

Лит.: Квитцель В. Ч., Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978; Ашкрофт Н., Мермин Н., Физика твёрдого тела, пер. с англ., т. 2, М., 1979.

**ЛАНЖЕВЕНА — ДЕВЯЯ ФОРМУЛА** — выражает зависимость диэлектрич. проницаемости  $\epsilon$  полированного диэлектрика от дипольного электрич. момента  $\mathbf{p}$  составляющих его молекул. Л.—Д. ф. является обобщё-

нием *Клаузиуса—Моссотти* формам на случай полярного диэлектрика и учитывает зависимость  $\epsilon$  от температуры. Получена в 1912 П. Дебаем (P. Debye), к-рый при  $\epsilon$  в выводе привёл к выражению, совпадающему с ф-цией, введённой ранее (1905) П. Ланжевеном для магн. восприимчивости парамагнетиков. Л.—Д. ф. имеет вид:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N \alpha_0 + p^2/3kT; \quad (1)$$

здесь  $N$  — число молекул в единице объёма,  $\alpha_0$  — полярная восприимчивость урутого смещения,  $T$  — темп-ра.

В отсутствие электрич. поля дипольные молекулы полярного диэлектрика ориентированы хаотически. В электрич. поле происходит преимуществ. ориентация молекул вдоль поля, чему препятствует тепловое движение. Поэтому дипольный момент полярной молекулы устанавливается не вдоль поля, а образует угол  $\theta$  с направлением локального поля. Электрич. момент единицы объёма (поляризация)  $P = N \cos \theta$ , где  $\cos \theta = \frac{p}{p_0}$ ,  $p_0$  — значение по всем возможным ориентациям молекул при тепловом равновесии. С учётом *Больцманова распределения*  $\cos \theta = p E_{\text{лок}}/3kT$ ; тогда поляризация  $P = N p^2 E_{\text{лок}}/3kT$ , а т. п. ориент. поляризуемость (на молекулу)  $\alpha_{\text{ор}} = p^2/3kT$ . Полная поляризуемость, приходящаяся в ср. на одну полярную молекулу,  $\alpha = \alpha_0 + p^2/3kT$ . Тогда диэлектрич. проницаемость будет связана с дипольным моментом соотношением (1), если  $E_{\text{лок}} = E_{\text{ср}} + 4\pi/3 P$ ; а если  $E_{\text{лок}} = E_{\text{ср}}$ , то

$$\epsilon - 1 = 4\pi N \left( \alpha_0 + \frac{p^2}{3kT} \right). \quad (2)$$

Л.—Д. ф. используется для интерпретации структуры молекул, с её помощью определяют дипольные моменты по наклону ирриной, характеризующей зависимость левой части (1) и (2) от  $T^{-1}$ . Применяется для газов и паров из полярных молекул при низких давлениях, а также для разбавленных растворов полярных жидкостей в неполярных растворителях.

Лит.: Д. в а в и П., Полярные молекулы, пер. с нем., М.—Л., 1931; К и т е в Ч., Введение в физику твёрдого тела, пер. с англ., М., 1978; В а р ф у т Д. Ж., Т е й л о р Д. Ж., Полярные диэлектрики и их применения, пер. с англ., М., 1981.

**ЛАНТАН** (Lanthanum), Ля, хим. элемент III группы периодич. системы элементов, ат. номер 57, ат. масса 138,9055, относится к редкоземельным элементам. Простой Л. состоит из смеси стабильного  $^{139}\text{La}$  (99,914%) и слаборадиоактивного  $^{138}\text{La}$  ( $\beta$ -распад и  $K$ -захват,  $T_{1/2} = 1,1 \cdot 10^{11}$  лет). Конфигурация внеш. электронных оболочек  $5s^2 p^6 d^1 6s^2$ . Энергии последоват. ионизации: 5,577; 11,06; 19,176 эВ. Кристаллохим. радиус атома Л., 0,187 нм, радиус иона  $\text{La}^{3+}$  0,104 нм. Значение электроотрицательности 1,08.

В свободном виде — серебристо-серый металл. При темп-ре ниже 260°C устойчива  $\alpha$ -модификация с гексагональной плотноупакованной решёткой, постоянные  $a = 0,3770$  нм,  $c = 1,2159$  нм; при темп-рах 260—880°C устойчива  $\beta$ -модификация с кубич. гранецентриров. решёткой, к-рая при 880°C переходит в  $\gamma$ -модификацию с кубич. объёмноцентриров. решёткой. Плотн.  $\alpha$ -Л. 6,162 г/см $^3$ ,  $t_{\text{пл}} = 920^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{квп}} = 3450^\circ\text{C}$ . Теплоёмкость  $c_p = 27,8$  Дж/моль·К, теплота плавления 6,19 кДж/моль, теплота испарения 412,45 кДж/моль. Коэф. терм. расширения  $4,9 \cdot 10^{-6}$  (25°C). Теплопроводность 13,8 Вт/м·К (28—30°C). Уд. сопротивление 0,568 мкОм·м (Парамагнетизм, магн. восприимчивость  $0,73 \cdot 10^{-9}$  (при 20°C). Модуль упругости 38,4 ГПа, модуль сдвига 14,9 ГПа. Тв. по Бриллюэ 353 ГПа.  $\alpha$ -Л. при 4,9 К ( $\beta$ -Л. при 5,85 К) переходит в сверхпроводящее состояние.

В хим. соединениях проявляет степень окисления +3. В сплавах с Ni Л. используется как геттер; Л. является одним из компонентов миниметалла (сплава ряда редкоземельных металлов). Оксид Л.  $\text{La}_2\text{O}_3$  вводит в состав оптич. стекла для улучшения его свойств. Нуклид  $^{139}\text{La}$  накапливается в больших

кол-вах в продуктах деления урана и плутония (выход 6,3%); это осложняет работу реакторов, т. к.  $^{139}\text{La}$  характеризуется высоким значением поперечного сечения захвата тепловых нейтронов (ок.  $9 \cdot 10^{-28}$  м $^2$ ). Как радиоакт. индикатор наиб. значение имеет  $\beta$ -радиоактивный  $^{140}\text{La}$  ( $T_{1/2} = 40,27$  ч). С. С. Бердосов.

**ЛАНТАНОИДЫ** (лантаниды) — семейство хим. элементов с ат. номерами 58—71, расположенных за La в 6-м периоде периодич. системы элементов. К Л. принадлежат церий Се, празеодим Pr, неодим Nd, прометий Pm, самарий Sm, европий Eu, гадолиний Gd, тербий Tb, диспрозий Dy, гольмий Ho, эрбий Er, тулий Tm, иттербий Yb, лютеций Lu. Относятся, как и лантан La, к редкоземельным элементам. В периодич. системе Л. часто размещают в одной клетке с La, в лит-ре для них применяют обобщённый символ Ln.

Из всех Л. только Pm радиоактивен и не имеет стабильных или достаточно долгоживущих изотопов. Остальные Л. встречаются в рассеянном виде в природе (в составе лантаноидов, монацита и др. минералов). Нем-рые Л. ( $^{144}\text{Nd}$ ,  $^{148}\text{Nd}$ ,  $^{147}\text{Sm}$ ,  $^{147}\text{Sm}$ ,  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{176}\text{Lu}$ ) имеют, кроме стабильных, долгоживущих радиоакт. изотопов, период полураспада к-рых значительно превышает возраст Земли.

Л. принято подразделять на цериевую (от Се до Eu) и иттриевую подгруппы (в неё входит близкий по свойствам иттрий). От Се до Ga паз. лёгкими, от Tb до Lu — тяжёлыми.

Физ. и хим. свойства всех Л. сходны, что объясняется особенностями строения их электронных оболочек. Конфигурация двух внеш. оболочек  $5s^2 p^6 6s^2$ , кроме Gd и Lu, имеющих также электрон 5d. С возрастанием атомного номера у них застраивается внутр. ядро 4f-оболочка. В химических соединениях Л. проявляют степень окисления +3 (нек-рые из них способны также проявлять степень окисления +2 или +4). Л. имеют сходное с атомами актиноидов строение электронных оболочек, что объясняет близость свойств элементов этих двух семейств.

С увеличением атомного номера у Л. (как и у актиноидов) наблюдается постепенное уменьшение атомных радиусов (т. н. лантаноидное сжатие). Напр., радиусы ионов  $\text{Ln}^{3+}$  изменяются от 0,102 нм у  $\text{Ce}^{3+}$  до 0,080 нм у  $\text{Lu}^{3+}$ .

Л. в свободном виде представляют собой серебристые металлы, темп-ры плавления к-рых лежат в пределах 800—1700°C. Они характеризуются сравнительно высокой электропроводностью, большинство из них парамагнитны. Gd, Dy и Er при низких темп-рах обладают ферромагн. свойствами. При сплавлении Л. образуют твёрдые растворы (миниметаллы). Мн. соединения Л. применяются в качестве добавок при изготовлении спец. органич. стёкол, кристаллофосфоров, лазерных материалов, используются в атомной технике и т. д.

Лит.: Физика и химия редкоземельных элементов. Справочник, пер. с англ., М., 1982. С. С. Бердосов.

**ЛАПЛАСА ЗАКОН** — прямо пропорциональная зависимость капиллярного давления  $\Delta p$  от поверхностного натяжения  $\sigma$  на поверхности раздела двух жидкостей или жидкости и газа и от ср. кривизны поверхности (т. е.  $1/R_1 + 1/R_2$ ; здесь  $R_1$  и  $R_2$  — гл. радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности):

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Один из осн. законов капиллярных явлений. Установлен П. С. Лапласом (P. S. Laplace) в 1806.

**ЛАПЛАСА ОПЕРАТОР** (завязан Л. — простейший эллиптич. дифференц. оператор 2-го порядка

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2},$$



действующий на гладкие ф-ции  $f(x_1, \dots, x_n)$ , определённые в евклидовом пространстве  $R^n$  с декартовыми координатами  $x_1, \dots, x_n$  (или в нек-рой его части  $G$ ). Л. о. инвариантен относительно ортогональных преобразований координат в  $R^n$ , т. е. преобразований  $x'_k = \sum_{i,k} s_{ik} x_i$  с ортогональной матрицей  $s_{ik}$ . Естеством Л. о. на случай риманова пространства с метрикой  $ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij} dx_i dx_j$ , где  $g_{ij}$  — метрический тензор,  $x_1, \dots, x_n$  — локальные координаты, служит оператор Бельтрами — Лангаса

$$\Delta f = -g^{-1/2} \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( g^{1/2} g^{ij} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right),$$

где матрица  $g^{ij} = g_{ij}^{-1}$ , а  $g = \det ||g_{ij}||$ . Р. А. Миньос. **ЛАПЛАСА ПРЕОБРАЗОВАНИЕ** — интегральное преобразование

$$F(k) = \int_L f(x) e^{-kx} dx,$$

где интегрирование ведётся по контуру  $L$  в комплексной плоскости переменной  $z = x + iy$ , ставящей в соответствие ф-цию  $f(z)$ , определённую и интегрируемую на  $L$ , аналитич. ф-цию  $F(k)$  комплексной переменной  $k = q + ip$ . Л. о. в более узком смысле определяют на полуоси  $[0, \infty]$ :

$$F(k) = \int_0^{\infty} f(x) e^{-kx} dx. \quad (*)$$

В физ. приложениях чаще встречается именно такое одностроннее Л. о.: переменная  $x$  имеет обычно смысл времени, а функция  $f(x)$  описывает реакцию системы на внеш. воздействие, начинающееся с момента  $x=0$  в двухстороннем Л. о. интегрирование проводится по всей оси. Согласно физ. принципу причинности, реакция не может опережать воздействие, и  $f(x)=0$  для  $x < 0$ . Поскольку Л. о. даёт в этом случае ф-цию  $F(k)$ , аналитическую при  $q > 0$ , можно использовать аппарат теории аналитич. ф-ций для матем. анализа разл. явлений в оптике, электродинамике сплошных сред, теории электрич. цепей, гидродинамике, сейсмологии и др. (см. *Дисперсионные соотношения*). Л. о. введено П. Лапласом (1812), впоследствии использовано для обоснования оператора ноното и счисления  $\eta$ , введённого О. Хевисайдом (O. Heaviside).

Л. о. тесно связано с Фурье преобразованием: ф-лу (\*) можно рассматривать как преобразование ф-ции Фурье  $\varphi(x) = f(x) \exp(-qx)$ , обращающейся в 0 при  $x < 0$ . При нек-рых допущениях условия справедлива след. ф-ла для обратного Л. о.:

$$f(x + i0) + f(x - i0) = (\pi i)^{-1} \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-iR}^{+iR} F(k) \exp(kx) dk.$$

В релятивистской физике причинность формулируется в терминах релятивистской инвариантности. В простейшем случае локального взаимодействия, начинающегося в момент  $x_0=0$  в точке  $x = (x_1, x_2, x_3) = 0$ , реакция на него может быть отличной от нуля лишь в конусе  $V_+$  ( $x_1^2 \geq x_2^2 + x_3^2, x_0 \geq 0$ ). Обобщающее (\*) многомерное Л. о.

$$F(k_\mu) = \int_{V_+} f(x_\mu) \exp(-k_0 x_0 + kx) dx_0 dx$$

даёт ф-цию комплексного 4-вектора  $k_\mu, \mu=0, 1, 2, 3$ , аналитическую в трубчатой области  $-\infty < p_\mu < +\infty, q_0^2 > q^2, q_0 > 0$ . Отсюда следуют аналитич. свойства амплитуды рассеяния (см. *Дисперсионных соотношений метод*) в квантовой теории поля.

Лит.: Давриденко М. А., Шабат Б. В., Методы теории функций комплексного переменного, 2 изд., М., 1987; Диккин В. А., Прудников А. П., Интегральные преобразования и операционное исчисление, 2 изд., М., 1974; В. Я. и др. В. С., Обобщённые функции в математической физике, 2 изд., М., 1979; П. Павлив.

**ЛАПЛАСА УРАВНЕНИЕ** — дифференциальное уравнение  $\Delta f = 0$ , где  $\Delta$  — Лапласа оператор, а ф-ция  $f(x_1, \dots, x_n)$  отыскивается во всём пространстве  $R^n$  или в его части  $G$ . Решения Л. у. наз. гармоническими функциями. Каждое решение Л. у. в гармонич. области  $G$  однозначно выделяется краевыми условиями, накладываемыми на поведение решения (или его производных) на границе  $\partial G$  области  $G$ . Если решение отыскивается во всём пространстве  $R^n$ , краевые условия сводятся к предписанию нек-рой асимптотики для  $f$  при  $x_1, \dots, x_n \rightarrow \infty$ . Задача о нахождении таких решений наз. *Краевая задача*, когда на границе задано значение самой ф-ции  $f$ , и *Неймана задача*, когда задано значение производной  $f$  по нормали к границе. В случае  $n=2$ , когда  $R$  можно отождествить с комплексной плоскостью  $C$ , всякая гармонич. ф-ция  $f(x_1, x_2)$  в области  $G \subset C$  является вещественной частью нек-рой аналитич. ф-ции  $w(z)$  в той области ( $z = x_1 + ix_2$ ). Это обстоятельство позволяет использовать при изучении Л. у. методы теории аналитич. ф-ций. Соответствующее Л. у. неоднородное уравне. наз. *Пуассона уравнением*. Л. у. описывает стационарное распределение потенциала (электрич., гравитат. и др. полей) в однородной среде без источников внутри области  $G$ . Р. А. Миньос.

**ЛАПЛАСИАН** — то же, что *Лапласа оператор*.

**ЛАПЛАРА ПРЕЦЕССИЯ** — прецессия системы зарядов (как целого), состоящей из частиц с одинаковым отношением  $q/m_i = q/m$ , совершающих нерелятивистское финитное движение в слабом магн. поле  $H$  ( $q_i$  и  $m_i$  — заряд и масса  $i$ -й частицы). Прецессия осуществляется вокруг направления магн. поля с угл. скоростью  $\omega_p = qH/2mc$ , к-рая наз. частотой Л. о. в ротора (плюс частотой Лармора наз. вдвое большую величину — *гиромагнитную частоту*). Финитность (т. е. ограниченность в пространстве) движения достигается, напр., за счёт центрально-симметричного электрич. поля. Эти утверждения составляют теорему Лармора о движении такой системы зарядов в слабом магн. поле эквивалентно поведению их в системе отсчёта, равномерно вращающейся с угл. скоростью  $\omega_p$ . Действительно, во вращающейся системе отсчёта на частицы достаточно сильно действуют сила Корнелиуса  $F_K = 2m_i \langle v_i \rangle (v_i - \text{скорость частицы})$  центростремительная сила, пронициальная  $\omega_p^2$ , к-рой при достаточно малых  $\omega_p$  можно пренебречь по сравнению с  $F_K$ . При  $\omega_p = -qH/2mc$  сила Корнелиуса компенсирует силу Лоренца  $F_L = q \langle v \rangle H/c$ , действующую на заряд. частицы. Т. о., в такой равномерно вращающейся системе отсчёта движение частиц совпадает с их движением в покоящейся системе отсчёта в отсутствие магн. поля. Следовательно, движение такой системы частиц в магн. поле сводится к вращению её как целого с частотой  $\omega_p$ . Применительно к теореме Лармора ограничена одинаковым значением  $q/m_i$  для всех заряд. частиц и малостью магн. поля. Последнее ограничение вызвано необходимостью малости центростремительной силы  $m_i \omega_p^2 r_i$  ( $r_i$  — радиус-вектор частицы) по сравнению с силой Корнелиуса. В терминах частот это условие означает малость  $\omega_p$  по сравнению с собств. частотами финитного движения.

Физ. природа Л. о. связана с усреднённым воздействием силы Лоренца на быстро осциллирующие заряд. частицы. Если, напр., невозмущённое движение заряда представляет собой вращение с угл. скоростью  $\omega_0$  и радиусом орбиты  $r_0$ , то это приводит к ненулевой орбитальной магн. момента  $M = (1/2c) q_0^2 r_0^2 \omega_0$  и механич. момента  $M = m \omega_0 r_0$ . Под действием слабого внеш. магн. поля  $H$  в первом приближении по малому параметру

$\omega_H/\omega_0 < 1$  ( $\omega_H = qH/mc = 2\omega_0$ ) движение вектора  $M$ , усреднённого ( $M \rightarrow \langle M \rangle$ ) по периоду быстрых вращений  $2\pi/\omega_0$ , будет подчиняться ур-ию

$$\frac{d}{dt} \langle M \rangle = [p^m H] = -[\omega_L \langle M \rangle],$$

кр-ое описывает прецессию ( $M$ ) или  $p^m$  вокруг  $H$  с пост. угл. скоростью  $\omega_L$ .

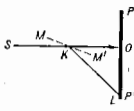
Л. п. приводит к возникновению доволнит. магн. момента системы заряд. частиц. Л. п. служит основой для объяснения мн. физ. явлений, таких, как магн. вращение плоскости поляризации, нормальный эффект Зеемана, явление диамагнетизма и др.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, 7 изд., М., 1988; Ахизев А. И., Ахизев И. А., Электродинамика и электромагнитные волны, М., 1985.

**ЛАУЭ МЕТОД** — метод исследования монокристаллов с помощью дифракции рентгеновских лучей; один из методов рентгеновского структурного анализа. Представляет собой усовершенствованную методику опыта, составленного в 1912 В. Фридрихом (W. Friedrich) и П. Книппингом (P. Knipping) по преджению М. Лауэ (M. Laue); в этом эксперименте была открыта дифракция рентг. излучения на кристалле.

В Л. м. тонкий пучок рентг. лучей непрерывного спектра падает на неподвижный монокристалл, закреплённый на гониометр. головке (см. Рентгеновский гониометр). Излучение, рассеянное кристаллом

Схема метода Лауэ:  $SO$  — первичный пучок лучей;  $K$  — кристалл;  $MM'$  — пространственная ориентация одной из находящихся в отражающем положении систем атомных плоскостей кристалла;  $KL$  — отражённый (дифрагированный) луч;  $PP'$  — фотоплёнка.

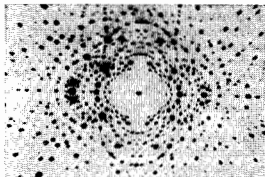


в направлениях, определяемых Брегга — Вульфа условием, регистрируется на плоской фотоплёнке, помещённой к кристаллом перпендикулярно падающему пучку лучей; полученное изображение наз. лауэграммой. В случае крупных монокристаллов фотоплёнка располагается перед кристаллом, а лауэграмма, полученная таким способом, наз. эниграммой.

Л. м. применяется для пространственной ориентировки монокристаллов (в особенности неограниченных), определения точечной группы симметрии кристаллов, исследования реальной структуры и совершенства внутр. строения монокристаллов (см. также Рентгеновская топография). Л. м. используется также для исследования процессов старения и распада в метастабильных фазах, нерестройки кристаллит. структуры под действием темп-ры, облучения нейтронами или  $\gamma$ -излучением (см. Рентгенография материалов), а также неупругих когерентных процессов рассеяния рентг. излучения и др. явлений.

Лит.: см. при ст. Дифракция рентгеновских лучей, Рентгеновский структурный анализ.

**ЛАУЭГРАММА** — рентгенограмма, содержащая дифракционное изображение монокристалла, полученная



Лауэграмма монокристалла берилла, снятая вдоль оси симметрии 2-го порядка.

Лауэ методом. Дифракц. максимумы на Л. расположены вдоль кривых 2-го порядка (зоны алъных кривых), вершины к-рых лежат в точке пересече-

чения прямого пучка рентг. лучей с фотоплёнкой (рис.). Дифракц. максимумы, принадлежащие одной зональной кривой, образованы отражением лучей от семейства атомных плоскостей кристалла, проходящих через к-л. узловую прямую в кристаллич. структуре (зоны а). Каждая зона содержит бесконечное число плоскостей. Однако дифракция возможна лишь на тех плоскостях, для к-рых выполняется условие  $2d \sin \theta > \lambda_{\text{мин}}$ , где  $\lambda_{\text{мин}}$  — мин. длина волны в спектре падающего на кристалл излучения,  $\theta$  — угол Брэгга,  $d$  — межплоскостное расстояние для данного семейства атомных плоскостей. Поэтому любая зона даёт конечное число отражённых лучей, распространяющихся вдоль образующей конуса, осью к-рого является узловая кривая. При этом каждый дифракц. максимум на Л. лежит на пересечении многих зональных кривых, т. к. соответствующая атомная плоскость одновременно принадлежит всем тем зонам, оси к-рых параллельны ей. Отсутствие дифракц. максимумов в центре Л. обусловлено существованием КВ-градиента в спектре падающего излучения.

Если первичный луч распространяется вдоль к-л. симметричного направления в кристалле, то Л. обладает опред. симметрией в расположении дифракц. максимумов. Всего существует 10 классов дифракц. (лауэской) симметрии Л. По нескольким Л., полученным при разл. положениях кристалла, можно определить ориентировку его кристаллографич. осей относительно выбранной системы координат. Л., снятая вдоль к-л. симметричного направления в кристалле, всегда обладает центром симметрии, поэтому без привлечения доплотит. данных невозможно однозначно установить принадлежность кристалла к одной из 32 групп точечной симметрии кристаллов. Присутствие на Л. систематич. погасаний используется для установления пространственной группы симметрии кристалла.

Исходным пунктом исследования кристалла по Л. является её индифференция, т. е. установление кристаллографич. индексов систем атомных плоскостей, дающих соответствующие дифракц. максимумы, для чего разработаны спец. методы. Интенсивность и форма дифракц. максимумов на Л. сложным образом зависят от распределения энергии по спектру падающего излучения, величины структурного фактора и различных угловых множителей (см. Дифракция рентгеновских лучей), формы и реального строения кристалла и др. факторов. Кроме того, в каждый дифракц. максимум вносят вклад отражения разных порядков кратных длин волн ( $\lambda, \lambda/2, \lambda/3, \dots$ ) от одной и той же системы атомных плоскостей (см. Брегга — Вульфа условие), что исключает применение Л. для расшифровки структуры кристаллов и установления абс. размеров элементарной ячейки кристалла (см. Рентгеновский структурный анализ). А. В. Колпаков. **ЛЕВИ-ЧИВИТЫ СИМВОЛ** (абсолютно антисимметричный тензор) — антисимметричная ф-ция  $\varepsilon(i_1, i_2, \dots, i_n)$  п переменных (каждая из к-рых принимает целые значения от 1 до  $n$ ), равная  $+1$  ( $-1$ ), если последовательность  $i_1, i_2, \dots, i_n$  получается чётной (нечётной) перестановкой 1, 2,  $\dots, n$ . В остальных случаях Л.-Ч. с. равен нулю. Введён Т. Леви-Чивитой (Т. Levi-Civita).

Л.-Ч. с. равен определителю матрицы,  $(k, l)$ -элемент к-рой есть Кронекера символ  $\delta_{kl}^i$ :

$$\varepsilon(i_1, i_2, \dots, i_n) = \det \|\delta_{i_l}^{k_l}\|.$$

Л.-Ч. с. можно выразить также через о б о б щ ё н ы й символ Кронекера:  $\varepsilon(i_1, i_2, \dots, i_n) = \pm \delta_{i_1, \dots, i_n}^{1, \dots, n}$ ; при перестановке любых двух аргументов Л.-Ч. с. меняет знак.

Л.-Ч. с. задаёт контрвариантный (ковариантный) псевдотензор (тензорную плотность) валентности  $n$  и веса  $+1$  ( $-1$ ) с одинаковыми во всех системах ко-

ординат компонентами  $\varepsilon_i^{1, \dots, i_n} = \varepsilon_{i_1, \dots, i_n} = \varepsilon(i_1, i_2, \dots, i_n)$ . При помощи Л.-Ч. с. можно описать, напр., соответствие между ковариантным тензором Т валентности  $k < n$  и контрвариантным тензором Т валентности  $n-k$ :  $\varepsilon_i^{1, \dots, i_n} T_{i_1, \dots, i_k} = k! A^{i_1 \dots i_k} \dots$ . Напр.,

в 3-мерном евклидовом пространстве векторное произведение векторов  $a$  и  $b$  равно  $[ab] = \varepsilon_{klm} a_k b_l$ .

С. И. Алаков, В. Н. Сушко.

**ЛЕВШИНА ПРАВИЛО** (зеркальной симметрии правило) л ю м и е с с е н ц и я — правило расположения линий поглощения и люминесценции. Подробнее см. в ст. Степанова универсальное соотношение.

**ЛЕГИРОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ** — дозированное введение в полупроводник примесей или структурных дефектов с целью изменения их электрич. свойств. Наиб. распространено примесное Л. п. Электрич. свойства легированных полупроводников зависят от природы и концентрации вводимых примесей. Для получения полупроводников с электронной проводимостью ( $n$ -типа) с изменяющейся в широких пределах концентрацией электронов проводимости обычно используют донорные примеси, образующие «мелкие» энергетич. уровни в запрещенной зоне вблизи дна зоны проводимости  $\mathcal{E}_c$ . Для получения полупроводников с дырочной проводимостью ( $p$ -типа) вводят акцепторные примеси, образующие уровни вблизи потолка  $\mathcal{E}_v$  валентной зоны. Атомы таких примесей при комнатной темп-ре (300 К) практически полностью ионизованы (энергия ионизации  $\leq 0,05$  эВ), так что их концентрация определяет концентрацию осн. носителей заряда, к-рая связана с проводимостью  $\sigma$  полупроводника соотношением

$$\sigma_n = e \mu_n p_n \quad (1)$$

для электронного типа проводимости и

$$\sigma_p = e \mu_p p_p \quad (2)$$

для дырочного типа проводимости. Здесь  $n$  — концентрация электронов;  $p$  — концентрация дырок;  $e$  — заряд электрона;  $\mu_n, \mu_p$  — подвижности электронов и дырок (см. *Полупроводниковые материалы*).

Для Ge и Si донорами служат элементы подгруппы Va периодич. системы элементов (P, As, Sb), акцепторами — элементы подгруппы IIIa (B, Al, Ga). Для полупроводников типа  $A^{III}B^{V}$  доноры — элементы подгруппы VIa (S, Se, Te), а также Sn. Акцепторы — элементы подгруппы IIa (Be, Mg, Zn, Cd). Примеси Si и Ge в полупроводниках типа  $A^{III}B^{V}$  в зависимости от условий получения кристаллов и эпитаксиальных слоев могут проявлять как донорные, так и акцепторные свойства. В полупроводниках типа  $A^{II}B^{VI}$  и  $A^{IV}B^{VI}$  тип и величина проводимости обычно регулируются отклонением от стехиометрич. состава, обеспечивающим заданную концентрацию собственных точечных дефектов (вакансии, межузельные атомы).

Перечисленные примеси, как правило, образуют в полупроводниках *твердые растворы* замещения и обладают высокой растворимостью ( $10^{18}$ – $10^{20}$  ат/см<sup>3</sup>) в широком интервале темп-р. Растворимость их носит ретроградный характер и достигает максимума в Ge при 700–900 °С, в Si — при 1200–1350 °С, в GaAs — при 1400–1200 °С. Эти примеси имеют малые сечения захвата носителей, являются малоэффективными центрами рекомбинации и поэтому слабо влияют на время жизни носителей.

Примеси тяжелых и благородных металлов (Fe, Ni, Cr, Nb, W, Sn, Ag, Au и др.) образуют «глубокие» уровни в запрещенной зоне, имеют большие сечения захвата носителей и являются эффективными центрами рекомбинации, что приводит к значит. снижению времени жизни носителей. Эти примеси обладают малой и ярко выраженной ретроградной растворимостью. Их используют для получения полупроводников с

малым временем жизни носителей или с высоким удельным сопротивлением, достигаемым за счёт компенсации мелких энергетич. уровней ретроградной природы. Последнее часто применяют для получения полупроводящих кристаллов широкозонных соединений  $A^{III}B^{V}$  (GaAs, GaP, InP, используют примеси Fe, Ni, Cr). Основные характеристики наиболее распространенных примесей в важнейших полупроводниках даны в табл.

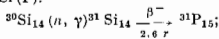
Методы легирования. Л. п. обычно осуществляют непосредственно в процессах выращивания монокристаллов и эпитаксиальных структур. Примесь вводится в расплав, раствор или газовую фазу. Расчёт необходимого содержания примеси требует знания количественной связи между её концентрацией и свойствами полупроводника и свойств примеси: коэф. распределения  $K$  между фазами, уругости паров и скорости испарения в широком интервале темп-р, растворимости в твёрдой фазе и т. д.

При Л. п. необходимо равномерное распределение примеси в объёме кристалла или по толщине эпитаксиального слоя. При направленной кристаллизации из расплава равномерное распределение примеси по длине слитка достигается поддержанием постоянной её концентрации в расплаве (за счёт его подпитки) либо программированным изменением коэф. распределения примеси. Последнее достигается изменением параметров процесса роста. Повысить однородность распределения примесей в монокристаллах можно воздействием на расплав магн. полем. Магн. поле, приложенное к проводящему расплаву, ведёт к возникновению подермоторных сил. Последние резко снижают интенсивность конвекции и связанные с ней флуктуации темп-ры и концентрации примесей. В результате однородность кристалла повышается. Однородное распределение при *эпитаксии* из жидкой фазы достигается кристаллизацией при пост. темп-ре; в случае газовой фазы эпитаксии, обеспечивая пост. концентрацию примеси в газовой фазе над подложкой.

**Радиационное легирование.** Доноры и акцепторы могут возникать в результате ядерных реакций. Наиб. важные реакции под действием тепловых нейтронов, к-рые обладают большой проникающей способностью. Это обеспечивает однородность распределения примесей. Концентрация примесей, образующихся в результате нейтронного облучения, определяется соотношением

$$N_{np} = N_0 \sigma \Phi t, \quad (3)$$

где  $N_0$  — кол-во атомов в единице объёма полупроводника,  $\sigma$  — сечение поглощения тепловых нейтронов,  $\Phi$  — содержание нуклида в естеств. смеси (в %),  $\Phi$  — плотность потока нейтронов,  $t$  — время облучения. Этот метод обеспечивает контролируемое введение примесей и равномерное её распределение. Однако в процессе облучения в кристалле образуются *радиационные дефекты*, для устранения к-рых необходим последующий высокотемпературный отжиг (кроме того, появляется наведённая радиоактивность, требующая достаточно длит. выдержки образцов после облучения). Л. п. методом облучения тепловыми нейтронами осуществляется, напр., для получения высокоомных монокристаллов Si (P):



метод перспективен для легирования GaAs и др.

**Диффузионный метод.** При создании структур с  $p$ - $n$ -переходами используется диффузионное введение примеси. Профиль распределения концентрации примеси при диффузии имеет вид плавной кривой, характер к-рой определяется темп-рой и временем проведения процесса, толщиной слоя, из к-рого осуществляется диффузия, концентрацией и формой находящейся примеси в источнике, а также её электрич. зарядом и возможностью взаимодействия с отсутствующим

Полупроводник	Примесь	Энергия связи, эВ	Концентрация, см <sup>-3</sup>	Коэф. расширения, К	Макс. растворимость, ат/см <sup>3</sup> **
Si	B (A)	$\mathcal{E}_c + 0,045$	0,88	0,8	$6 \cdot 10^{20}$ (1400 °C)
	Al (A)	$\mathcal{E}_c + 0,057$	0,126	0,02	$2 \cdot 10^{19}$ (1250 °C)
	Ga (A)	$\mathcal{E}_c + 0,085$	0,126	0,003	$1 \cdot 10^{17}$ (1250 °C)
	In (A)	$\mathcal{E}_c + 0,16$	0,144	$4 \cdot 10^{-4}$	
	Tl (A)	$\mathcal{E}_c + 0,28$	0,147	$\sim 10^{-4}$	
	P (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,044$	0,11	0,35	$1,3 \cdot 10^{21}$ (1200 °C)
	As (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,049$	0,118	0,3	$1,8 \cdot 10^{21}$ (1200 °C)
	Sb (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,039$	0,136	0,023	$6 \cdot 10^{18}$ (1350 °C)
	Bi (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,069$	0,156	$7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{17}$ (1320 °C)
	Fe (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,53$	0,126	$8 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{18}$ (1320 °C)
	Mn (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,53$	0,127	$\sim 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{18}$ (1320 °C)
	Au (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,39$	0,150	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{17}$ (1300 °C)
Ge	Au (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,30$			
	B (A)	$\mathcal{E}_c + 0,01$	0,88	-10	$4 \cdot 10^{18}$ (700 °C)
	Al (A)	$\mathcal{E}_c + 0,01$	0,126	0,073	$5 \cdot 10^{18}$ (700 °C)
	Ga (A)	$\mathcal{E}_c + 0,01$	0,144	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{18}$ (800 °C)
	In (A)	$\mathcal{E}_c + 0,01$	0,144	$4 \cdot 10^{-4}$	
	Tl (A)	$\mathcal{E}_c + 0,01$	0,147	$4 \cdot 10^{-4}$	
	P (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,01$	0,140	$0,12$	
	As (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,01$	0,126	0,087	$6 \cdot 10^{18}$ (800 °C)
	Sb (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,01$	0,136	0,003	$5 \cdot 10^{20}$ (700 °C)
	Bi (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,01$	0,146	$4,5 \cdot 10^{-4}$	
	Fe (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,27$	0,126	$\sim 1 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{18}$ (870 °C)
	Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,34$			
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,04$	0,135	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{18}$ (750 °C)	
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,05$	0,150	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{18}$ (900 °C)	
Au (A)	$\mathcal{E}_c + 0,15$				
GaAs	Au (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,04$			
	Zn (A)	$\mathcal{E}_c + 0,024$	0,131	0,42	$2 \cdot 10^{20}$ (1238 °C)
	Cl (A)	$\mathcal{E}_c + 0,021$	0,158	0,02	$1 \cdot 10^{18}$ (700 °C)
	Si (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,002$	0,117	0,14	$2 \cdot 10^{20}$ (1238 °C)
	Se (A)	$\mathcal{E}_c + 0,025$			
	Ge (Д)	мелький уровень	0,122	0,015	$6 \cdot 10^{19}$ (1238 °C)
	Ge (A)	уровень мелкий			
	Sn (Д)	уровень	0,140	$5 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{19}$ (1238 °C)
	S (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,004$	0,104	0,5	
	Se (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,003$	0,114	0,40	
	Te (Д)	$\mathcal{E}_c - 0,003$	0,132	0,046	
	Fe (A)	$\mathcal{E}_c + 0,37$	0,126	$2,0 \cdot 10^{-4}$	
Fe (A)	$\mathcal{E}_c + 0,52$				
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,81$	0,130	$5,8 \cdot 10^{-4}$		
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,15$	0,135	$2 \cdot 10^{-4}$		
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,24$				
Cu (A)	$\mathcal{E}_c + 0,51$				

\*  $\mathcal{E}_c$  — дно зоны проводимости,  $\mathcal{E}_v$  — потолок валентной зоны.

\*\* В скобках указана темп-ра, соответствующая макс. растворимости.

шими примесями и дефектами. Из-за малых коэф. диффузии диффузионное  $J$ . п. обычно проводят при высоких темп-рах (для Si при 1100—1350 °C) и в течение длительного времени. Оно, как правило, сопровождается генерацией значит. кол-ва дефектов, в частности дислокаций. Методом диффузии трудно получить тонкие легиров. слои и резкие  $p$ - $n$ -переходы.

Для получения тонких легиров. слоев используется *ионная имплантация*, позволяющая вводить практически любую примесь и управлять её концентрацией и профилем распределения. Однако в процессе ионного  $J$ . п. возникают точечные дефекты структуры, области разупорядочения решётки, а при больших дозах — аморфизованные слои. Поэтому необходим последующий отжиг. Отжиг проводят при темп-рах, существенно более низких, чем при диффузии (напр., для Si  $\sim 700$ —800 °C).

Лит.: Горелкин С. С., Дашевский М. Я., Материаловедение полупроводников и металловедение, М. 1973; Мильвидский М. Г., Пелевин О. В., Сахаров В. А., Физикохимические основы получения разлазгающихся ионноинжектируемых соединений, М. 1974; Легирование полупроводников методом ионных реакций, Новосибирск, 1981. М. Г. Мильвидский.

ЛЕГКОГО НАМАГНИЧИВАНИЯ ОСБ — см. *Ось легкого намагничивания*.

**ЛЕЖАНДРА ПРЕОБРАЗОВАНИЕ** — преобразование ф-ции  $f(x)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , в новую ф-цию

$$g(p) = \sum p_i x_i(p) - f(x(p)),$$

где  $x(p)$  находится из системы уравнений  $p = \partial f / \partial x$ . Если ур-ния разрешимы, т. е.  $J$ . п. существует, если  $\det || \partial^2 f / \partial x_i \partial x_j || \neq 0$ ,  $J$ . п. инволютивно; применительно повторно к  $g(p)$ , оно даёт  $f(x)$ . Введено А. Лежандром (А. Legendre) в 1789.

Геом. смысл  $J$ . п. состоит в переходе от описания поверхности (в  $n+1$ -мерном пространстве) как геом. места точек  $(x, y)$ , таких, что  $y = f(x)$ , к описанию её как обглагойшей  $n$ -параметр. семейства касательных плоскостей  $y = px - g(p)$  ( $p$  — параметры семейства). Используются в классич. механике (переход от ф-ции Лагранжа к ф-ции Гамильтона), термодинамике (преобразование термодинамич. потенциалов) и др. разделах физики.

Лит.: Кубо Р., Термодинамика, пер. с англ., М., 1970; Арнольд В. И., Математические методы классической механики, 2 изд., М., 1979. Ю. А. Данилов.

**ЛЕЖАНДРА ФУНКЦИИ** — ф-ция, являющиеся решениями дифференц. ур-ния Лежандра

$$(1-x^2) f'' - 2xf' + [\nu(\nu+1) - \mu^2/(1-x^2)] f = 0,$$

где  $\nu$  и  $\mu$  — произвольные параметры. Если  $\nu$  — целое положит. число,  $\mu=0$ ,  $J$ . ф. вырождаются в полиномы Лежандра. При целых  $\mu$ ,  $\nu$  и  $-\nu \leq \mu \leq \nu$  получаются присоединённые полиномы Лежандра (см. *Ортгональные полиномы*). В общем случае вводит  $J$ . ф. первого

$P_\nu^\mu(x)$  и второго  $Q_\nu^\mu(x)$  рода, они выражаются через *гипергеометрическую функцию*

$$P_\nu^\mu(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{\mu/2} F \left( -\nu, \nu+1; 1-\mu; \frac{1-x}{2} \right),$$

$$Q_\nu^\mu(x) = e^{i\pi\mu/2} \nu^{-1} \sqrt{\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu)}} x^{-\nu-\mu-1} (x^2-1)^{\mu/2} \times \\ \times F \left( \frac{\nu+\mu}{2} + 1, \frac{\nu+\mu+1}{2}; \nu + \frac{3}{2}; x^{-2} \right).$$

Эти ф-ции однозначны и регулярны на плоскости с разрезом вдоль вещественной оси от 1 до  $\infty$ .  $J$ . ф. встречаются, напр., при решении ур-ний Лапласа, волнового ур-ния или ур-ния диффузии в сферич. координатах.  $J$ . ф.  $P_{\nu}^{\mu}$  и  $Q_{\nu}^{\mu}$  наз. функциями конуса.

**ЛЕНГМЮРА ФОРМУЛА** — аналитич. зависимость элетрич. тока  $i$  между двумя электродами в вакууме от разности потенциалов  $U$  между ними. Обычно ток переносится электронами, эмитируемыми накалённым катодом (см. *Термоэлектронная эмиссия*), хотя в несколько изменённом виде  $J$ . ф. пригодна и в случае ионных токов.  $J$ . ф. справедлива при токах, меньших тока насыщения. В этих условиях электроны, не достигшие анода, формируют отрицательный пространственный заряд, определяющий вид зависимости  $i(U)$ . Конкретный вид  $J$ . ф. зависит от формы электродов и геометрии межэлектродного пространства, но при всех востях геометрий ток оказывается пропорциональным  $U^{3/2}$ .

Для частного случая бесконечно протяжённых плоских электродов такую зависимость впервые (1911) получил К. Д. Чайлд (C. D. Child) при упрощающем предположении, что нач. скорости электронов равны нулю:

$$i = \frac{1}{9\pi} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \frac{U^{3/2}}{d^2}.$$

Здесь  $d$  — расстояние между электродами,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электронов.

Одлако своё назв.  $J$ . ф. получила по имени И. Ленгмюра (I. Langmuir), исследовавшего эту зависимость

для др. конфигураций электродов (1913). Для коаксиальных цилиндрич. электродов, из к-рых эмитирует электроны внутренняя, Л. ф. имеет вид

$$j = \frac{2}{9} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \frac{U^{3/2}}{r\beta^3}$$

Здесь  $j$  — ток на единицу длины цилиндров,  $\beta$  — табулятор. Ф-ция отношения радиусов внешнего  $r$  и внутреннего  $r_0$  цилиндров.

Для концентрич. сфер с радиусами  $r$  (внешняя) и  $r_0$  (внутренняя) Л. ф. принимает вид

$$I = \frac{4}{9} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \frac{U^{3/2}}{\rho^2}$$

где  $\rho$  — табулятор. Ф-ция отношений  $r/r_0$ , а  $I$  — полный ток на сферу. В связи с общей для всех выражений Л. ф. зависимость тока (или плотности тока) от разности потенциалов между электродами Л. ф. часто наз. «законом трёх вторых».

Учёт нач. скоростей электронов эмиссии объясняет образование между катодом и анодом минимума потенциала (см. *Виртуальный катод*). Л. ф. играет важную роль при расчёте и конструировании вакуумных электронных приборов (прежде всего, лампы с накалённым катодом).

Лит.: Гапонов В. И., *Электроника*, ч. 1, М., 1960; Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В., *Эмиссионная электроника*, М., 1966.

**ЛЕНГМОР — САХА УРАВНЕНИЕ** — уравнение, устанавливающее зависимость степени *поверхностной ионизации*  $\alpha$  от темп-ры поверхности металла  $T$ , его работы выхода  $\phi$  и потенциала ионизации  $U_i$  конструирующихся атомов. Введено Н. Ленгмором (H. Langmuir) в 1924 на основании ф-лы, полученной ранее М. Сахой (M. Saha) для термич. ионизации атомов в газовой фазе (см. *Саха формула*). Если на единицу поверхности металла в единицу времени падает  $n_0$  атомов пара, а  $n$  и  $n_+$  — число нейтральных атомов и положительных ионов, испаряющихся за то же время с той же поверхности, то под степенью *поверхностной ионизации*  $\alpha$  понимается отношение  $n_+/n$ . Л.—С. у. выражает  $\alpha$  в след. виде:

$$\alpha = \frac{g_+}{g_0} \exp \frac{e(\phi - U_i)}{kT}$$

где  $g_+$  и  $g_0$  — статистич. веса ионного и атомного состояний,  $e$  — элементарный заряд. Учёт отражения ионов и атомов от поверхности металла несколько видоизменяет Л.—С. у., вводя в него правую часть множитель  $(1-r_+)/ (1-r_0)$ , где  $r_+$  и  $r_0$  — коэф. отражения ионов и атомов. Л.—С. у. было выведено как статистическим и термодинамическим, так и квантовомеханич. методами.

Лит.: Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В., *Эмиссионная электроника*, М., 1966; Зандберг Э. Я., Ионов Н. И., *Поверхностная ионизация*, М., 1969.

**ЛЕНГМОРОВСКИЕ ВОЛНЫ** — продольные колебания плазмы с плазменной частотой  $\omega_p = (4\pi n e^2 / m)^{1/2}$  ( $e$  — заряд,  $m$  — масса электрона,  $n$  — плотность плазмы). Изучались И. Ленгмором (H. Langmuir) и Л. Тонксом (L. Tonks) в 1929. Для плазмы характерно дальное действие кулоновских сил, благодаря чему она может рассматриваться как упругая среда. Если группу электронов в плазме сдвинуть из их равновесного положения (тяжёлые ионы считаем неподвижными), то на них будет действовать электростатическая возвращающая сила, что и приводит к колебаниям. В появившейся холодной плазме (темп-ра электронов  $T_e \rightarrow 0$ ) могут существовать нераспространяющиеся колебания (стоячие волны) с плазменной частотой  $\omega_p$  в горячей плазме эти колебания распространяются с малой групповой скоростью (см. также *Плазма и Волны в плазме*).

**ЛЕНЦА ПРАВИЛО** (Ленца закон) — установлено Э. Х. Ленцем в 1834 в уточнение закона эл.-магн. индукции, открытого М. Фарадеем (M. Faraday) в

1831. Л. н. определяет направление индукц. тока в замкнутом контуре при его движении по внеш. магн. полю, а также при деформации контура и (или) изменении магн. поля во времени (последние обобщения не принадлежат Ленцу и введены позже). Направление индукц. тока всегда таково, что испытываемые им со стороны магн. поля силы противодействуют движению и деформации контура, а создаваемый этим током магн. поток  $\Phi_i$  стремится компенсировать изменения внеш. магн. потока  $\Phi_e$ . Л. п. называли Ф. Нейману (F. Neumann) в 1846 дат матем. формулировку закона эл.-магн. индукции:

$$\oint_{\gamma} E dl = - \frac{d}{dt} \int_S B ds = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\Phi = \Phi_e + \Phi_i$  — магн. поток через поверхность  $S$ , охватывающую на проводящий контур  $\gamma$ . Л. п. определяет знак правой части.

Лит.: Тамм И. Е., *Основы теории электростатика*, 9 изд., М., 1976; Лиенц Э. Х., Избр. труды, М., 1950.

М. А. Миллер, Г. В. Пермитин.

**ЛЕОНТОВИЧА ГРАНИЧНОЕ УСЛОВИЕ** — приближённое соотношение, связывающее на поверхности хорошо проводящего тела (среда 2) тангенциальные составляющие электрич.,  $E(r) \exp(i\omega t)$ , и магн.,  $H(r) \exp(i\omega t)$ , векторов эл.-магн. поля в диэлектрике (среда 1). Если для комплексного показателя преломления  $n_2$  проводящего тела выполняется условие  $|n_2| \gg n_1$ , так что глубина проникновения поля в проводник  $\delta$  (толщина скин-слоя) мала по сравнению с нам. пространств. масштабом  $L$ , характеризующим поле в диэлектрике (длина волны, радиус кривизны границы, расстояние от источника поля, толщина проводника и т. д.), то с точностью до членов  $\sim \delta/L$  поле в проводнике имеет структуру плоской волны, распространяющейся в направлении нормали  $\nu$  к границе. В этой волне векторы  $E_2$ ,  $H_2$  и  $\nu$  образуют правую тройку, и  $E_2 = (\mu_2/\epsilon_2)^{1/2} (H_2 \nu)$ ,  $\epsilon_2$  и  $\mu_2$  — диэлектрич. и магн. проницаемости. В силу условий непрерывности на границе двух сред поле вне проводника подчиняется Л. г. у.

$$E_{\text{тан}} = Z [H\nu], \quad (1)$$

Здесь принята гауссова система единиц, в к-рой величина  $Z = (\mu_2/\epsilon_2)^{1/2}$  безразмерна, соответственно в СИ она имеет размерность импеданса, поэтому её обычно наз. *поверхностным импедансом*. В данном случае  $Z$  совпадает с характеристическим импедансом среды 2.

Для сред с большой электропроводностью  $\sigma$  при не очень высоких частотах ( $\omega \ll \sigma$ ) получим

$$Z = (1+i)(\mu\sigma/8\pi\omega)^{1/2}.$$

Именно для этого случая соотношение (1) было впервые предложено М. А. Леонтовичем в качестве граничного условия, позволяющего заменить задачу о нахождении полей в двух средах задачей для одной среды с однородным условием (1) на границе. Л. г. у. было сформулировано им ещё в 30-х гг., но опубликовано в 1948. Им же получено и более точное выражение для поверхностного импеданса, к-рое в случае однородного проводящего тела имеет вид

$$Z_{\pm} = (\mu_2/\epsilon_2)^{1/2} [1 \pm (1+i)(\rho_1^{-1} - \rho_2^{-1})\delta/2], \quad (2)$$

а здесь  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — гл. радиусы кривизны поверхности тела,  $Z_{\pm}$  связывает компоненты  $E_x$  и  $H_y$ , а  $Z_-$  — компоненты  $E_y$  и  $-H_x$  ( $x, y$  — координаты в касат. плоскости, ориентированные по гл. сечениям). Из (2) следует, что для плоской и сферич. границ проводника обычно Л. г. у. справедливо с точностью до членов  $\sim \delta^2/L^2$ .

Л. г. у. оказалось первым из импедансных условий прикладной электродинамики, общей чертой к-рых