ter zunehme, ist also unhaltbar[1]), da das Korrespondenzgesetz gilt. Es ist vielmehr der linke von Schreber angezweifelte Ast der Inversionskurve bis herab zum kritischen Drucke jetzt wohl sicherer bestimmt (insbesondere auch durch den Schnittpunkt mit der Idealkurve) als der rechte Ast, von dem die Versuchspunkte stärker abweichen und dessen Endpunkt für $p = 0$ noch zweifelhaft ist.

3. Das Druckmaximum der Inversionskurve liegt bei tieferer Temperatur, als ich in Annäherung an die nach Noell extrapolierte Kurve (Kurve I) und die Inversionspunkte für Luft nach Amagat (s. Tabelle II) früher angenommen hatte. Diese Punkte streuen stark, wie Schreber richtig erkannt hat[2]), ebenso die Punkte für Stickstoff und Sauerstoff. Erst durch die jetzt durchgeführte Darstellung in korrespondierenden Koordinaten, insbesondere durch den Anschluß der Kurve an die Inversionspunkte für Äthylen und Kohlensäure ist es gelungen, das Maximum schärfer zu fixieren als bisher.

4. Durch Einsetzen der kritischen Daten in Gleichung (3) erhält man den Inversionsdruck für Luft nach der Formel

$$p = 899{,}7 - 1{,}167\,T - 1102 \cdot \frac{10^4}{T^2} \qquad (6)$$

1) Schrebers Beweisführung (a. a. O.) leidet unter einer eigentümlichen Verwirrung: Er geht aus von der Gleichung des differentialen Thomson-Joule-Effektes

$$\omega = \frac{A\,T^2}{c_p \cdot p}\left(\frac{\partial \frac{pv}{T}}{\partial T}\right)_p \qquad (5)$$

und behauptet 1., daß für $\omega = 0$ auf einer Isobare $\frac{pv}{T}$ seinen Größtwert habe. Daraus schließt er 2., daß bei Kurven von der Art der in Fig. 2 dargestellten zum gleichen Wert p zwei Höchstwerte von $\frac{pv}{T}$ gehörten (einer auf dem linken Ast, einer auf dem rechten). Daraus wiederum folgert er 3., daß dazwischen ein Kleinstwert liegen müßte, so daß zu jedem Druck 3 Inversionspunkte gehören würden, was bis jetzt noch nirgends beobachtet worden sei und aller Wahrscheinlichkeit widerspreche. Hiernach ergebe sich 4., daß Kurven der in Fig. 2 dargestellten Art ganz unmöglich seien.

Im Satz 3 erkennt Schreber also, was er in Satz 1 übersehen hat, daß $\frac{pv}{T}$ für $\omega = 0$ auch einen Kleinstwert haben kann. In der Tat sind die zum linken Ast der Kurve IV gehörigen Werte $\frac{pv}{T}$ Minima, die zum rechten Ast gehörigen Maxima, wie aus den Beobachtungswerten unzweideutig hervorgeht und von einem dritten Inversionspunkt für einen bestimmten Druck ist keine Rede. Schrebers Beweisführung ist somit hinfällig.

2) Trotzdem war es völlig in Ordnung, die jeweils benachbartsten Versuchspunkte zur Bestimmung je eines Inversionspunktes zu kombinieren, wie ich dies früher und jetzt wieder getan habe, und nicht alle Versuchspunkte zu je zweien zu kombinieren, wie dies Schreber für angebracht hält.

5. Auf Grund der Gleichung (6) konnte der Verfasser empirische Gleichungen für $(\partial \Delta / \partial p)_T$ und für Δ aufstellen, die wesentlich einfacher sind als die früher veröffentlichten[1]). Eine Verbesserung der damals angegebenen Zustandsgleichung[1]), ist ihm aber auf diesem Wege bisher nicht gelungen. Daher wird auch auf die Wiedergabe der Gleichungen für $(\partial \Delta / \partial p)_T$ und Δ zunächst verzichtet[2]).

1) M. Jakob, a. a. O.

2) Nach Abschluß der vorliegenden Untersuchung kommt mir der Anfang und die erste Fortsetzung der von K. Schreber (a. a. O.) angekündigten ausführlichen Abhandlung zu Gesicht. (Zeitschr. f. komprim. u. flüss. Gase **21**, 1 u. 17, 1920). Darin gibt Schreber als Gleichungen der Inversionskurve für Luft an:

$$p^2 = 510\,(680 - T) \qquad (7)$$

und

$$\left(\frac{p}{505}\right)^2 + \left(\frac{T}{620}\right)^2 = 1\,. \qquad (8)$$

Nach diesen Gleichungen würde der Inversionsdruck mit abnehmender Temperatur beständig zunehmen. Sie führen also, wie oben ausführlich dargelegt, bei tiefen Temperaturen zu der Theorie und Erfahrung widersprechenden Ergebnissen.

(Eingegangen 18. November 1920.)

Zur Frage der Verschiebung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe.

Von E. Lihotzky.

Hat Einsteins Theorie die Aufmerksamkeit auf eine systematische Verlagerung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe hingelenkt, so ist es nur natürlich und im Hinblick auf die Entwicklung der bezüglichen Anschauung durchaus verständlich, daß man eine entsprechende Berechnung auch unter Zugrundelegung der Anschauungen Newtons angestellt hat. Eddington hat bei Ausführung derselben den halben Einsteinschen Wert gefunden und man hat mehrfach bemerkt, daß die Beobachtungsergebnisse noch nicht sicher zwischen beiden Werten zu entscheiden erlauben.

Die Aufgabe selbst findet ihre Lösung in der Beantwortung der Frage: Welche Ablenkung erfährt ein mit Lichtgeschwindigkeit sich bewegender materieller Punkt unter dem Einfluß einer in der Nähe seiner Bahn befindlichen großen gravitierenden Masse?

Kurz rekapitulierend geben wir vorher Einsteins Lösung für die Ablenkung der Lichtstrahlen[1]); er findet die gesamte Biegung — also die sich infolge dieser Wirkung ergebende

1) Ann. d. Phys. **49**, 1916; auch S. A.: Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Leipzig, J. A. Barth, 1916, S. 63.

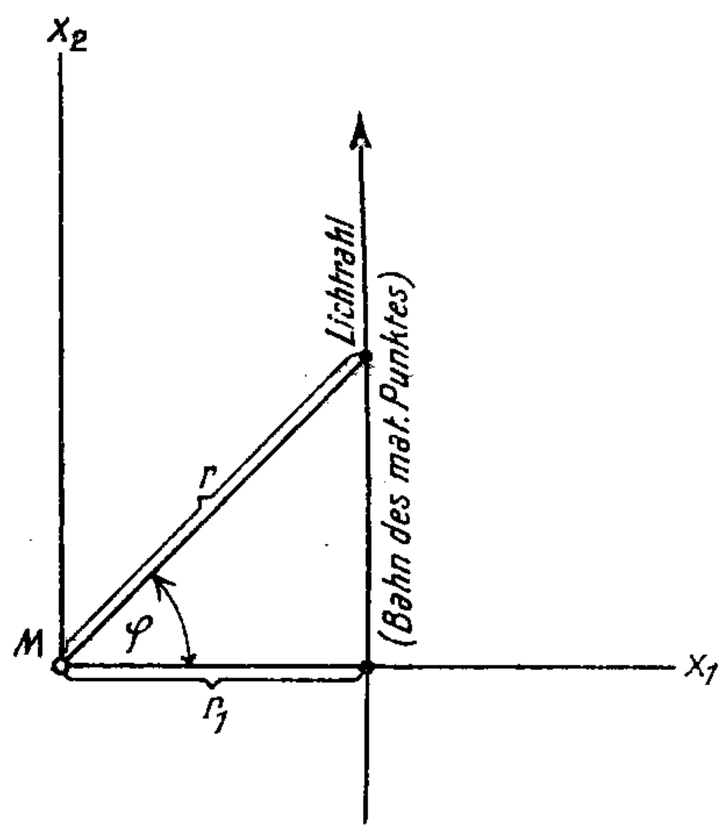

Fig. 1.

Verschiebung der Fixsternorte — in genügender Näherung (Fig. 1).

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma}{\partial x_1} d x_2$$

$$\text{mit } \gamma_{(1)} = \sqrt{-\frac{g_{44}}{g_{22}}} = 1 + \frac{\alpha}{2r}\left(1 + \frac{x_2^2}{r^2}\right) \quad (1)$$

und wenn noch $\alpha = \frac{kM}{c^2}$, worin k die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist, zu

$$B_{(1)} = -\frac{2kM}{c^2 r_1}. \quad (I)$$

Vollkommen analog wollen wir die Rechnung unter der Newtonschen Annahme durchführen. Die Bahn des materiellen Punktes tritt hier an Stelle des Lichtstrahles; ihr geringster Abstand (vom Massenmittelpunkt) von M sei wieder mit r_1 bezeichnet, der Abstand irgendeines ihrer Punkte mit $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$; in unendlich großem Abstand ($r = \infty$) sei die Geschwindigkeit des Punktes c, sonst f und für den Scheitel f_1 genannt. Das Potential von M im Außenraum ist mit der Festsetzung, daß es für $r = \infty$ verschwinde, gegeben durch

$$U = \frac{kM}{r},$$

womit

$$f^2 - c^2 = \frac{2kM}{r}$$

und mit

$$f = c + \triangle c$$

$$f = c + \frac{kM}{rc} - \frac{(\triangle c)^2}{2c};$$

mit Vernachlässigung des letzten Gliedes dem obigen Einsteinschen Ansatz entsprechend hier

$$\gamma_{(2)} = \frac{f}{c} = 1 + \frac{kM}{rc^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \gamma_{(2)}}{\partial x_1} = -\frac{kM x_1}{c^2 r^3};$$

nach Einführung von $\cos\varphi = \frac{x_1}{r}$

$$B_{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma_{(2)}}{\partial x_1} d x_2 = -\frac{kM}{c^2} \int^{+\infty} \frac{\cos\varphi \, d x_2}{r^2};$$

da die ganze Ableitung eine geringe Krümmung der Bahn voraussetzt, ist aber auch

$$d x_2 \cos\varphi = r d\varphi$$

und für die Auswertung des Integrals kann die Bahn als Gerade angesehen werden, womit sich ohne weiteres ergibt[1]):

$$B_{(2)} = -\frac{kM}{c^2 r_1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\varphi \, d\varphi = -\frac{2kM}{c^2 r_1}\,^{2)} \quad (II)$$

Ohne den Einfluß der bei der Berechnung dieses Wertes eingeführten Näherungen im einzelnen genauer zu untersuchen, bemerken wir, daß die unter den Voraussetzungen der klassischen Mechanik für den betrachteten Fall leicht ausführbare strenge Rechnung mit

$$f_1 = \sqrt{c^2 + \frac{2kM}{r_1}}$$

$$\operatorname{tang}\frac{B}{2} = -\frac{kM}{c f_1 r_1} \quad (IIa)$$

ergibt, was ersichtlich mit II bis auf durchaus zu vernachlässigende Abweichungen höherer Ordnung übereinstimmt, so lange $\frac{kM}{r}$ hinlänglich klein gegen c bleibt.

Im Gegensatz zu der eingangs erwähnten Rechnung ergibt sich also tatsächlich auf Grund der eingeführten Annahmen der gleiche Wert

1) Bezeichnet man dagegen den Winkel zwischen der Bahnnormalen und dem Radiusvektor mit ψ und führt den strengen Ausdruck für $B = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma}{\partial n} ds$ ein, so ergibt sich schließlich $B = -\frac{kM}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\psi}{r}$.

2) Denselben Wert ergibt natürlich auch die Auswertung des in der vorstehenden Anmerkung gegebenen strengen Ausdruckes, wenn man für die Bildung des Integrals auch hier wieder eine Gerade zugrunde legt.

wie der aus Einsteins Ansatz folgende. Wie dies trotz der Verschiedenheit der Ausdrücke für $\gamma_{(1)}$ (Einstein) und $\gamma_{(2)}$ (Newton) zustande kommt, wollen wir nun noch zeigen.

Bildet man nach Ausführung der oben angegebenen Substitution für α den Ausdruck $\frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1}$, so erhält man durch Differentiation

$$\frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1} = -\frac{kM}{2c^2}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{3x_2^2}{r^4}\right]\frac{x_1}{r}$$

und somit für

$$B_{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1} dx_2$$

unter den gleichen Annahmen wie im vorbehandelten Fall

$$B_{(1)} = -\frac{kM}{2c^2}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{3x_2^2}{r^4}\right] r\, d\varphi$$

$$= -\frac{kM}{2c^2 r_1}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (1 + 3\sin^2\varphi)\cos\varphi\, d\varphi,$$

was den unter I angeführten Wert für $B_{(1)}$ $(= B_{(2)} = B)$ ergibt. Lediglich die Verteilung der Krümmung entlang der Bahn ist eine andere; ersichtlich ist sie für den Scheitel $(\varphi = 0,\ r = r_1)$ nur halb so groß wie nach der Newtonschen Auffassung, für $r >> r_1$, $\sin\varphi = 1$ dagegen zweimal so groß.

Da Beobachtungen wie jene anläßlich der letzten Sonnenfinsternis nur den ganzen Wert B zu liefern vermögen, können sie somit „zu einer Entscheidung zwischen diesen beiden Auffassungen" nicht benutzt werden und eine Bestätigung bzw. Sicherstellung des berechneten Wertes beweist nur, daß die Theorie auch mit dieser Folgerung in keinen Widerspruch mit der Erfahrung gerät. Anders aber läßt sich die „Richtigkeit", besser gesagt — Berechtigung — einer Anschauung überhaupt nicht erweisen, als durch Aufzeigen ihrer Widerspruchslosigkeit; bringt sie eine Anzahl bisher bestandener Widersprüche zum Verschwinden ohne neue einzuführen, so müssen wir ihr den höheren Wahrheitswert zuerkennen. Ein Mißerfolg in der hier besprochenen Frage könnte das Vertrauen in die Einsteinsche Theorie erschüttern; der Umstand, daß es jeweils auch andere Hypothesen gibt, die just in ein und dem anderen Fall gleiche Resultate zu errechnen gestatten, vermag es jedenfalls nicht; inwieweit er etwa geeignet ist, eine oder die andere in dem angedeuteten Sinn zu stützen, kann in diesem Zusammenhang auf geringem Raum nicht untersucht werden.

Wetzlar a. d. Lahn (Optische Werke E. Leitz), 25. Oktober 1920.

(Eingegangen 3. November 1920.)

Über ein neues Photometer zur Messung schwächster Beleuchtungsstärken, insbesondere Sternphotometrie [1]).

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Optischen Anstalt C. P. Goerz A.-G., Abt. Scheinwerferbau.) (Referat zum Vortrag auf der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für technische Physik in Nauheim, September 1920.)

Von Helmuth Schering.

Das Photometer beruht auf folgendem Prinzip: Entwirft man von einer Lichtquelle ein Bild in die Pupille des Auges, so erscheint die Linse gleichmäßig hell ausgeleuchtet. Die auf diese Weise erzielte Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut, also auch der Lichtreiz für Sehwinkel größer als 1^0, ist dann proportional

$$\frac{J}{(e-f)^2} f^2/\varphi^2,$$

worin J die Intensität der Lichtquelle, e ihre Entfernung von der Linse, f die Brennweite der Linse und φ den Abstand der Netzhaut von der Augenlinse bedeutet. Die Konstruktion des Photometers ist nun so ausgeführt, daß sowohl das Bild der zu messenden Lichtquellet als auch der Vergleichslichtquelle, L_1 und L_2 in Bild I, durch die Linsen O_1 und O_2 mi,

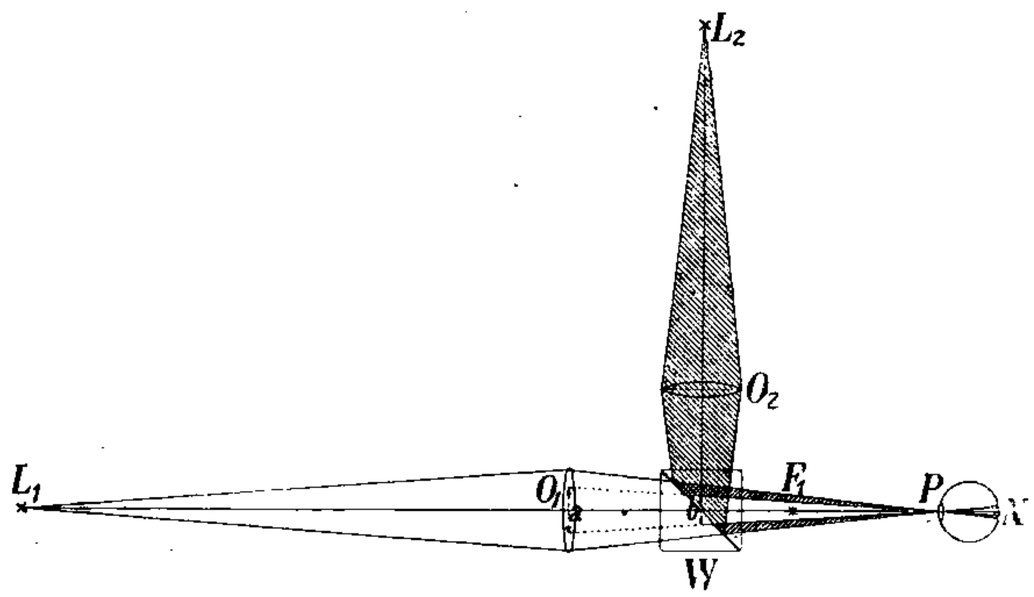

Bild I.

Hilfe eines Lummer-Brodhun-Photometerwürfels an die gleiche Stelle der Augenpupille entworfen wird. Dadurch sieht man das Gesichtsfeld des Photometerwürfels gleichmäßig hell ausgeleuchtet,

1) Ausführlichen Bericht siehe G. Gehlhoff und H. Schering, Zeitschr. f. techn. Physik I, Heft 11, S. 247.