ГЛАВА XXIII
ТЕОРИЯ ДЕЙСТВИЯ НА РАССТОЯНИИ

Объяснение формулы Ампера, данное Гауссом и Вебером

846. По формуле Ампера притяжение между элементами ds и ds' двух контуров, несущих электрические токи i и i', равно

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(2\cos\varepsilon+3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right), \tag{1}$$

или

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(2r\frac{d^2r}{ds\,ds'}-\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right), \tag{2}$$

где силы токов даны в электромагнитных единицах (см. п. 526).

Теперь мы должны интерпретировать величины, фигурирующие в этих выражениях, т. е.

$$\cos\varepsilon,\quad \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\quad \text{и}\quad \frac{d^2r}{ds\,ds'},$$

причем наиболее очевидным фактом, к которому следует обратиться в поисках интерпретации, основанной на прямом соотношении между токами, является наличие относительной скорости электричества в этих двух элементах.

847. Рассмотрим в связи с этим относительное движение двух частиц, перемещающихся с постоянными скоростями v и v' вдоль элементов ds и ds' соответственно. Квадрат относительной скорости этих частиц равен

$$u^2=v^2-2vv'\cos\varepsilon+v'^2, \tag{3}$$

и если обозначить расстояние между частицами через r, то

$$\frac{\partial r}{\partial t}=v\frac{dr}{ds}+v'\frac{dr}{ds'}, \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2=v^2\left(\frac{dr}{ds}\right)^2+2vv'\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}+v'^2\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2, \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}=v^2\frac{d^2r}{ds^2}+2vv'\frac{d^2r}{ds\,ds'}+v'^2\frac{d^2r}{ds'^2}, \tag{6}$$

где символ ∂ указывает на то, что координаты частицы в дифференциальных величинах должны быть выражены как функции времени.

Оказывается, таким образом, что в уравнениях (3), (5) и (6) члены, включающие произведение vv', содержат величины, встречающиеся в (1) и (2), которые мы должны интерпретировать. Поэтому мы попытаемся выразить (1) и (2) через u^2, $\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2$ и $\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$. Однако для того, чтобы проделать это, нам необходимо избавиться от первого и третьего членов каждого из этих выражений, поскольку они содержат величины, не фигурирующие в формуле Ампера. Следовательно, мы не в состоянии объяснить электрический ток как перенос электричества только в одном направлении, мы должны объединить два противоположных потока в каждом из токов так, чтобы объединенный эффект со стороны членов, содержащих v^2 и v'^2, мог быть равен нулю.

848. Для этого предположим, что в первом элементе ds мы имеем одну электрическую частицу e, движущуюся со скоростью v, и другую e_1, движущуюся со скоростью v_1, и аналогично в элементе ds' две частицы e' и e_1', движущиеся соответственно со скоростями v' и v_1'.

Член, содержащий v^2, при совместном действии этих частиц равен

$$\sum(v^2ee') = (v_1^2e + v_1^2e)(e' + e_1'). \tag{7}$$

Аналогично

$$\sum(v'^2ee') = (v'^2e' + v_1'^2e_1')(e + e_1) \tag{8}$$

и

$$\sum(vv'ee') = (ve + v_1e_1)(v'e' + v_1'e_1'). \tag{9}$$

Для того чтобы сумма $\sum(v^2ee')$ могла обратиться в нуль, мы должны иметь либо

$$e' + e_1' = 0, \quad \text{либо} \quad v^2e + v_1^2e_1 = 0. \tag{10}$$

В соответствии с гипотезой Фехнера (Fechner) электрический ток состоит из тока положительного электричества в положительном направлении в сочетании с током отрицательного электричества в отрицательном направлении, причем оба тока точно равны друг другу по абсолютной величине как в отношении количества электричества, так и в отношении скорости перемещения. Таким образом, гипотеза Фехнера удовлетворяет обоим условиям (10).

Для нашей цели, однако, достаточно предположить, что:

либо в каждом элементе количество положительного электричества численно равно количеству отрицательного электричества,

либо количества электричества этих двух видов обратно пропорциональны квадратам их скоростей.

Далее, мы знаем, что, заряжая второй проводящий провод в целом, мы можем сделать $e' + e_1'$ величиной положительной или отрицательной. Такой заряженный провод даже без тока, согласно этой формуле, оказывал бы действие на первый провод, несущий ток, в котором величина $v^2e + v_1^2e_1$ принимала бы отличное от нуля значение. Но такое действие никогда не наблюдалось.

Поскольку величина $e' + e_1'$, как это можно показать экспериментально, не всегда равна нулю, а величина $v^2e + v_1^2e_1$ экспериментального определения не допускает, то лучше в наших рассуждениях предположить, что именно эта последняя величина неизменно обращается в нуль.

849. Какую бы гипотезу мы ни приняли, нет никаких сомнений в том, что полный перенос электричества вдоль первого контура, исчисляемый алгебраически, представляется формулой

$$ve + v_1e_1 = cids,$$

где c — количество единиц статического электричества, передаваемого единичным электрическим током в единицу времени; таким образом, уравнение (9) мы можем записать в виде

$$\sum(vv'ee') = c^2ii'ds\,ds'. \tag{11}$$

Следовательно, суммы четырех значений величин, определяемых уравнениями (3), (5) и (6), станут такими:

$$\Sigma\,(ee'u^2) = -2c^2 ii'\,ds\,ds'\cos\varepsilon, \tag{12}$$

$$\Sigma\left(ee'\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right) = 2c^2 ii'\,ds\,ds'\,\frac{dr}{ds}\,\frac{dr}{ds'}, \tag{13}$$

$$\Sigma\left(ee'r\,\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}\right) = 2c^2 ii'\,ds\,ds'\,r\,\frac{d^2 r}{ds\,ds'}, \tag{14}$$

и мы можем записать выражения (1) и (2) для силы притяжения между ds и ds' в виде

$$-\frac{1}{c^2}\Sigma\left[\frac{ee'}{r^2}\left(u^2-\frac{3}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right], \tag{15}$$

$$-\frac{1}{c^2}\Sigma\left[\frac{ee'}{r^2}\left(r\,\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right]. \tag{16}$$

850. Обычное в теории статического электричества выражение для силы отталкивания между двумя электрическими частицами e и e' есть ee'/r^2, и

$$\Sigma\left(\frac{ee'}{r^2}\right) = \frac{(e+e_1)(e'+e_1')}{r^2}, \tag{17}$$

что и дает электростатическое отталкивание между двумя элементами, если они в целом заряжены.

Следовательно, если допустить, что отталкивание двух частиц происходит согласно одному из двух модифицированных выражений

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1+\frac{1}{c^2}\left(u^2-\frac{3}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right] \tag{18}$$

или

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1+\frac{1}{c^2}\left(r\,\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right], \tag{19}$$

то мы сможем вывести из них и обычные электростатические силы, и силы, действующие между токами так, как они были определены Ампером.

851. Первое из этих выражений, (18), было открыто в июне 1835 г. Гауссом [1], он истолковал его как основной закон электрического действия, состоящий в том, что «два элемента электричества, находящиеся в состоянии относительного движения, притягивают или отталкивают друг друга, но не так, как если бы они находились в состоянии относительного покоя». Это открытие не было, насколько мне известно, опубликовано при жизни Гаусса, так что второе выражение, открытое независимо В. Вебером и опубликованное в первой части его знаменитого труда *Elektrodynamische Maasbestimmungen* [2], было первым такого рода результатом, сделавшимся известным научному миру.

852. Эти два выражения приводят к одному и тому же результату, будучи применены к определению механической силы между двумя электрическими токами, и этот результат совпадает с результатом Ампера. Однако, когда мы рас-

[1] *Werke* (Göttingen edition, 1867), vol. V, p. 616.
[2] *Abh. Leibnizens Ges.*, Leipzig (1846), p. 316.

сматриваем их как выражения физического закона взаимодействия двух заряженных частиц, мы обязаны спросить себя, согласуются ли они с другими известными фактами природы.

Оба эти выражения включают в себя относительные скорости частиц. Далее, при математическом обосновании хорошо известного принципа сохранения энергии обычно предполагается, что сила, действующая между двумя частицами, является функцией только расстояния между ними; принято считать, что если эта сила окажется функцией еще чего-нибудь, например времени или скорости частиц, то доказательство утрачивает смысл.

Поэтому иногда полагают, что закон электрического действия, содержащий скорость частиц, несовместим с принципом сохранения энергии.

853. Формула Гаусса не согласуется с этим принципом и поэтому должна быть отвергнута, так как она приводит к заключению, что энергию можно было бы неограниченно создавать в ограниченной системе с помощью физических средств. Это возражение неприменимо по отношению к формуле Вебера, ибо им было показано [3], что если принять в качестве потенциальной энергии системы, состоящей из двух электрических частиц, величину

$$\psi = \frac{ee'}{r}\left[1 - \frac{1}{2c^2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right], \tag{20}$$

то отталкивание между частицами, которое находится путем дифференцирования этой величины по r и смены знака, дается формулой (19).

Таким образом, работа, совершаемая над движущейся частицей силой отталкивания со стороны неподвижной частицы, равна $\psi_0 - \psi_1$, где ψ_0 и ψ_1 — значения ψ в начале и в конце пути частицы. Теперь ψ зависит только от расстояния r и от проекции скорости на направление r. Поэтому, если частица описывает произвольный замкнутый путь, так что ее положение, скорость и направление движения в конце и в начале пути одинаковы, то величина ψ_1 равна ψ_0 и в целом за цикл работа не совершается.

Следовательно, частица, совершающая периодическое движение под действием силы, принятой Вебером, не может производить неограниченное количество работы.

854. Однако Гельмгольц в своей очень сильной работе «Уравнения движения электричества в покоящихся проводниках»[4], показав, что формула Вебера не противоречит принципу сохранения энергии, пока речь идет только о работе, совершаемой при полном цикле, указывает, что она ведет к заключению, что две электризованные частицы, движущиеся в соответствии с законом Вебера, могут иметь вначале конечные скорости, а затем, все еще находясь на конечном расстоянии друг от друга, могут приобрести бесконечную кинетическую энергию и совершить бесконечное количество работы.

На это Вебер отвечает [5], что начальные скорости частиц относительно друг друга в примере Гельмгольца, хотя и конечны, однако превышают скорость света, и что расстояние, на котором кинетическая энергия становится бесконечной,

[3] *Pogg. Ann.*, LXXIII, p. 229 (1848).

[4] *Crelle's Journal*, 72, p. 57—129 (1870).

[5] *Elektr. Maasb. inbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie.*

хотя и конечно, но меньше любой величины, какую мы можем различать, так что физически невозможно настолько сблизить две молекулы. Следовательно, этот пример не может быть проверен никаким экспериментальным методом.

Гельмгольц[6] поэтому отыскал такой случай, в котором расстояния не очень малы, а скорости не очень велики для экспериментального подтверждения. Неподвижная непроводящая сферическая поверхность радиуса a однородно заряжена электричеством с поверхностной плотностью σ. Частица с массой m, несущая электрический заряд e, двигается внутри сферы со скоростью v. Электродинамический потенциал, вычисленный по формуле (20), равен

$$4\pi a\sigma e\left(1-\frac{v^2}{6c^2}\right) \tag{21}$$

и не зависит от положения частицы внутри сферы. Добавляя сюда остальную потенциальную энергию V, обусловленную действием других сил, и величину $mv^2/2$, равную кинетической энергии частицы, в качестве уравнения энергии находим

$$\frac{1}{2}\left(m-\frac{4}{3}\frac{\pi a\sigma e}{c^2}\right)v^2+4\pi a\sigma e+V=\text{const}. \tag{22}$$

Поскольку второй член в коэффициенте при v^2 можно неограниченно увеличивать путем увеличения радиуса сферы a, оставляя постоянной поверхностную плотность σ, коэффициент при v^2 можно сделать отрицательным. Ускорение движения частицы тогда соответствовало бы уменьшению ее *vis viva* (живой силы) и тело, движущееся по замкнутому пути, под действием силы наподобие трения, всегда противоположной по направлению движения тела, непрерывно увеличивало бы свою скорость, причем неограниченно. Этот невозможный результат является необходимым следствием принятия любой формулы для потенциала, в которой вводятся отрицательные члены в коэффициент перед v^2.

855. Теперь, однако, мы должны рассмотреть приложение веберовской теории к тем явлениям, которые могут быть осуществлены. Мы видели уже, как она дает выражение Ампера для силы притяжения между двумя элементами электрических токов. Потенциал, создаваемый одним из этих элементов на другом элементе, находится путем суммирования значений потенциалов ψ для четырех комбинаций положительных и отрицательных токов в этих двух элементах. Согласно уравнению (20), суммирование четырех значений $(dr/dt)^2$ дает

$$-ii'\,ds\,ds'\,\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}, \tag{23}$$

а потенциал одного замкнутого тока на другом равен

$$-ii'\iint\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds\,ds'=ii'M, \tag{24}$$

где

$$M=\iint\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds\,ds', \tag{25}$$

[6] *Berlin Monatsbericht*, April 1872, p. 247—256; *Phil. Mag.*, Dec. 1872, *Supp.*, p. 530—537.

как в п. 423, 524. В случае замкнутых токов это выражение согласуется с выражением, полученным нами в п. 524[7].

Веберовская теория индукции электрических токов

856. После того как из формулы Ампера для взаимодействия между элементами токов Вебер вывел свою собственную формулу для взаимодействия между движущимися электрическими частицами, он перешел к применению этой формулы для объяснения возникновения электрических токов при магнитоэлектрической индукции. В этом он достиг выдающегося успеха, и мы укажем метод, с помощью которого законы индуцированных токов могут быть выведены из формулы Вебера. Но мы должны заметить, что то обстоятельство, что закон, выведенный из открытого Ампером явления, также может объяснить явление, открытое впоследствии Фарадеем, не слишком много добавляет к доказательству физической истинности закона, как можно было бы предположить вначале.

Действительно, Гельмгольцем и Томсоном было показано (см. п. 543), что если явления Ампера истинны и если принять принцип сохранения энергии, то явления индукции, открытые Фарадеем, следуют с необходимостью. Далее, веберовский закон вместе с различными предположениями относительно природы электрических токов, которые он в себя включает, в результате математических преобразований приводит к формуле Ампера. Закон Вебера также совместим с принципом сохранения энергии, если существует потенциал, а это все, что требуется для применимости принципа Гельмгольца и Томсона. Следовательно, мы можем утверждать, даже до того, как сделаны какие-то относящиеся к этому вычисления, что закон Вебера будет объяснять индукцию электрических токов. Таким образом, тот факт, что из вычислений найдено, что он объясняет индукцию электрических токов, не продвигает доказательства физической истинности закона.

С другой стороны, формула Гаусса, хотя она и объясняет явления притяжения токов, несовместима с принципом сохранения энергии и, следовательно, мы не можем утверждать, что она будет объяснять все явления индукции. В действительности так оно и есть, как мы увидим в п. 859.

857. Теперь мы должны рассмотреть электродвижущую силу, стремящуюся создать ток в элементе ds', обусловленную током в элементе ds, когда ds находится в движении и когда ток в нем переменный.

Согласно Веберу, действие на материал проводника, элементом которого является ds', есть *сумма* всех действий на электричество, которое он переносит. С другой стороны, электродвижущая сила, действующая на электричество в ds', является *разностью* электрических сил, действующих на положительное и отрицательное электричество в пределах этого элемента. Поскольку все эти силы действуют вдоль линии, соединяющей элементы, электродвижущая сила в ds' также находится на этой линии, и, для того чтобы получить электродвижущую силу в направлении ds', мы должны спроектировать силу на это направление. Чтобы применить формулу Вебера, мы должны вычислить различные входящие

[7] Во всем этом исследовании Вебер принял электродинамическую систему единиц. В настоящем трактате мы всюду используем электромагнитную систему. Электромагнитная единица тока относится к электродинамической единице как $\sqrt{2}$ к 1; п. 526.

в нее члены в предположении, что элемент ds находится в движении относительно ds' и что токи в обоих элементах меняются со временем. Найденные таким образом выражения будут содержать члены, включающие v^2, vv', v'^2, v, v', и члены, не включающие v или v', причем все они умножены на ee'. Рассматривая, как мы делали раньше, четыре значения каждого члена и обращаясь вначале к механической силе, которая возникает из суммы четырех значений, мы находим, что единственный член, который мы должны учитывать, это член, содержащий произведение $vv'ee'$.

Если затем мы рассмотрим силу, стремящуюся произвести ток во втором элементе, возникающую вследствие разницы действия первого элемента на отрицательное и положительное электричество второго элемента, мы найдем, что единственный член, который нам следует рассмотреть, это член, содержащий vee'. Мы можем записать четыре члена, входящие в $\sum(vee')$, таким способом:

$$e'(ve+v_1e_1) \quad \text{и} \quad e_1'(ve+\vartheta_1 e_1).$$

Поскольку $e'+e_1'=0$, механическая сила, обусловленная этими членами, равна нулю, но электродвижущая сила, действующая на положительное электричество e', равна $(ve+v_1e_1)$, а сила, действующая на отрицательное электричество e_1', равна и противоположна ей.

858. Предположим теперь, что первый элемент ds движется относительно ds' со скоростью V в некотором направлении, и обозначим через $\widehat{V ds}$ и $\widehat{V ds'}$ углы между направлением V и направлениями ds и ds' соответственно; тогда квадрат относительной скорости u двух электрических частиц равен

$$u^2 = v^2 + v'^2 + V - 2vv'\cos\varepsilon + 2Vv\cos\widehat{V ds} - 2Vv'\cos\widehat{V ds'}. \qquad (25)$$

Член с vv' — тот же самый, что и в уравнении (3). Член с v, от которого зависит электродвижущая сила, равен

$$2Vv\cos\widehat{V ds}.$$

Мы также имеем в этом случае для значения временной производной от r

$$\frac{\partial r}{\partial t} = v\frac{dr}{ds} + v'\frac{dr}{ds'} + \frac{dr}{dt}, \qquad (26)$$

где $\partial r/\partial t$ относится к движению электрических частиц, а dr/dt — к движению материального проводника. Если мы образуем квадрат этой величины, то член, содержащий vv', от которого зависит механическая сила, будет тем же, что и прежде в уравнении (5), а член, содержащий v, от которого зависит электродвижущая сила, равен $2v\frac{dr}{ds}\frac{dr}{dt}$.

Дифференцируя (26) по t, мы находим

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = v^2\frac{d^2r}{ds^2} + 2vv'\frac{d^2r}{ds\,ds'} + v'^2\frac{d^2r}{ds'^2} + \frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds} + \frac{dv'}{dt}\frac{dr}{ds'} +$$
$$+ v\frac{dv}{ds}\frac{dr}{ds} + v'\frac{dv'}{ds}\frac{dr}{ds'} + 2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt} + 2v'\frac{d}{ds'}\frac{dr}{dt} + \frac{d^2r}{dt^2}. \qquad (27)$$

Мы находим, что член, включающий vv',— тот же самый, что и раньше в уравнении (6). Члены, которые меняют знак с изменением знака v, есть

$$\frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds} \text{ и } 2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}.$$

859. Если мы теперь вычислим по формуле Гаусса (уравнение (18)) результирующую электрическую силу в направлении второго элемента ds', возникающую из-за действия первого элемента ds, мы получим

$$\frac{1}{r^2}\,ds\,ds'iV\,(2\cos\widehat{V\,ds}-3\cos\widehat{Vr}\cos\widehat{r\,ds})\cos\widehat{r\,ds'}. \tag{28}$$

Поскольку в этом выражении нет члена, включающего скорость изменения тока i, и поскольку мы знаем, что изменение первичного тока производит индуцированное действие на вторичный контур, мы не можем принять формулу Гаусса в качестве правильного выражения для действия между электрическими частицами.

860. Если, однако, мы используем формулу Вебера (19), мы получим

$$\frac{1}{r^2}\,ds\,ds'\left(r\frac{dr}{ds}\frac{di}{dt}+2ir\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}-i\frac{dr}{ds}\frac{dr}{dt}\right)\frac{dr}{ds'}, \tag{29}$$

или

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{i}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)ds\,ds'+\frac{i}{r}\left(\frac{d^2r}{ds\,dt}\frac{dr}{ds'}-\frac{d^2r}{ds'\,dt}\frac{dr}{ds}\right)ds\,ds'. \tag{30}$$

Если мы проинтегрируем это выражение по s и по s', мы получим для электродвижущей силы во втором контуре

$$\frac{d}{dt}i\iint\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds\,ds'+i\iint\frac{1}{r}\left(\frac{d^2r}{ds\,dt}\frac{dr}{ds'}-\frac{d^2r}{ds'\,dt}\frac{dr}{ds}\right)ds\,ds'. \tag{31}$$

Далее, если первый контур замкнут,

$$\int\frac{d^2r}{ds\,ds'}\,ds=0.$$

Следовательно,

$$\int\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds=\int\left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}+\frac{d^2r}{ds\,ds'}\right)ds=-\int\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds. \tag{32}$$

Но

$$\iint\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds\,ds'=M \tag{33}$$

согласно п. 423, 524.

Поскольку второй член в уравнении (31) исчезает, когда оба контура замкнуты, мы можем записать для электродвижущей силы во втором контуре

$$-\frac{d}{dt}(iM), \tag{34}$$

что согласуется с тем, что мы уже установили экспериментально (п. 539).

О формуле Вебера, рассматриваемой как следствие передачи с постоянной скоростью действия от одной электрической частицы к другой

861. В очень интересном письме к В. Веберу [8] Гаусс ссылается на электродинамические рассуждения, которыми он занимался очень давно и которые опубликовал бы, если бы смог затем установить то, что он считал краеугольным камнем электродинамики, а именно вывод силы, действующей между движущимися электрическими частицами, рассматривая не мгновенное действие между ними, а считая, что оно распространяется во времени подобно свету. Ему не удалось сделать такой вывод, когда он оставил свои электродинамические исследования, но у него была личная убежденность, что в первую очередь было бы необходимо составить последовательное представление о том, каким способом происходит распространение.

Три выдающихся математика попытались заложить этот краеугольный камень электродинамики.

862. В мемуаре, представленном королевскому обществу Геттингена в 1858 г., но взятом обратно и опубликованном только после смерти автора в 1867 г. в «Поггендорфовых ученых записках» (Poggendorf's Annalen), Бернард Риман выводит явления индукции электрических токов из модифицированной формы уравнения Пуассона:

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}+4\pi\rho=\frac{1}{\alpha^2}\frac{d^2V}{dt^2},$$

где V есть электростатический потенциал, α — скорость.

Это уравнение имеет ту же самую форму, что и уравнения, выражающие распространение волн и других возмущений в упругих средах. Однако автор, по-видимому, избегает явного упоминания о среде, через которую происходит распространение.

Математическое исследование Римана было проверено Клаузиусом [9], который не соглашается с его математическими выкладками и показывает, что гипотеза о распространении потенциала подобно свету не ведет ни к формуле Вебера, ни к другим известным законам электродинамики.

863. Клаузиус также проверил и гораздо глубже разработанные исследования К. Неймана в «Принципах электродинамики»[10]. Нейман, однако, указал [11], что его теория передачи потенциала от одной электрической частицы к другой совершенно отлична от теории, предложенной Гауссом, принятой Риманом и подвергшейся критике со стороны Клаузиуса, в которой распространение подобно распространению света. Напротив, по Нейману имеется максимально возможное различие между передачей потенциала и распространением света.

Светящееся тело посылает свет во всех направлениях, причем интенсивность света зависит только от светящегося тела и не зависит от присутствия тела, которое им освещается.

---

[8] March 19, 1845, *Werke*, Bd. V, 629.
[9] Pogg., Bd. CXXXV, p. 612.
[10] Tübingen, 1868.
[11] *Mathematische Annalen*, I, 317.

С другой стороны, электрическая частица посылает потенциал, величина которого ee'/r зависит не только от заряда e излучающей частицы, но также от заряда e' принимающей частицы и от расстояния r между частицами в *момент испускания*.

В случае света интенсивность уменьшается по мере распространения света все дальше от излучающего тела; испущенный потенциал течет к телу, на которое он действует, без малейшего изменения своего первоначального значения.

Свет, принятый освещенным телом, как правило, составляет лишь часть падающего на него света; потенциал, полученный притягиваемым телом, идентичен или равен потенциалу, который к нему прибывает.

Кроме того, скорость передачи потенциала не является постоянной относительно эфира или пространства, подобно скорости света, а более похожа на скорость снаряда, постоянную относительно скорости излучающей частицы в момент излучения.

Отсюда следует, что для того, чтобы понять теорию Неймана, мы должны образовать представление о процессе передачи потенциала, весьма отличное от того, к которому мы привыкли при рассмотрении распространения света. Не могу сказать, может ли эта теория когда-либо быть принятой в качестве «конструктивного представления» процесса передачи, которое казалось необходимым Гауссу, но сам я оказался не в состоянии построить для себя последовательное представление о теории Неймана.

864. Профессор Бетти из Пизы[12] рассмотрел этот вопрос другим путем. Он предполагает, что замкнутые контуры, в которых текут электрические токи, состоят из элементов, каждый из которых поляризуется периодически, т. е. через эквидистантные промежутки времени. Эти поляризованные элементы действуют друг на друга так, как если бы они были маленькими магнитами, оси которых ориентированы в направлении, касательном к контурам. Период этой поляризации одинаков во всех электрических контурах. Бетти предполагает, что действие одного поляризованного элемента на другой, находящийся на некотором расстоянии, происходит не мгновенно, а через промежуток времени, пропорциональный расстоянию между элементами. Таким способом он получает выражения для действия одного электрического контура на другой, совпадающие с теми, которые нам известны как правильные. Однако Клаузиус и в этом случае также подверг критике некоторые части математических вычислений, но в это мы здесь вдаваться не будем.

865. По-видимому, в умах этих выдающихся людей существует некоторое предубеждение, или *априорное* возражение, против гипотезы среды, в которой имеют место явления излучения света и тепла, а также электрические действия на расстоянии. Правда, одно время все те, кто размышляли о причинах физических явлений, имели обычай объяснять каждый вид действия на расстоянии при помощи специальной эфирной жидкости, функцией и свойством которой было производить эти действия. Они заполняли все пространство трижды и четырежды различными видами эфиров, свойства которых были изобретены просто для того, чтобы «соблюсти приличия», так что более рационалистические исследователи готовы были скорее принять не только конкретный закон притяжения на расстоя-

[12] *Nuovo Cimento*, XXVII (1868).

нии Ньютона, но даже постулат Котса (Cotes)[13] о том, что действие на расстоянии является одним из первичных свойств материи и что никакое объяснение не может быть более понятным, чем этот факт. Поэтому волновая теория света встретила такое большое сопротивление, направленное не против ее неспособности объяснить явления, но против ее предположения о существовании среды, в которой распространяется свет.

866. Мы видели, что математические выражения для электродинамического действия привели Гаусса к убеждению, что теория распространения электрического действия во времени могла бы оказаться краеугольным камнем электродинамики. В настоящее время мы не можем понять распространение во времени иначе, чем либо как полет материальной субстанции через пространство, либо как распространение состояния движения или напряжения в среде, уже существующей в пространстве. В теории Неймана предполагается, что некоторое математическое понятие, названное потенциалом, который мы не можем рассматривать как материальную субстанцию, переносится от одной частицы к другой способом, совершенно независимым от среды, который, как указывал сам Нейман, сильно отличается от способа распространения света. В теориях Римана и Бетти, видимо, предполагается, что действие распространяется способом, несколько более похожим на распространение света.

Но во всех этих теориях естественно встает вопрос: если нечто передается от одной частицы к другой на расстоянии, то каково его состояние после того, как оно покинуло одну частицу, но еще не достигло другой? Если это нечто есть потенциальная энергия двух частиц, как в теории Неймана, то как мы можем понять существование этой энергии в точке пространства, не совпадающей ни с той, ни с другой частицей? Действительно, как бы энергия ни передавалась от одного тела к другому во времени, должна существовать среда или вещество, в которой находится энергия, после того как она покинула одно тело, но еще не достигла другого, ибо энергия, как отмечал Торичелли [14], «есть квинтэссенция такой тонкой природы, что она не может содержаться в каком-либо сосуде, кроме как в самой сокровенной субстанции материальных вещей». Следовательно, все эти теории ведут к понятию среды, в которой имеет место распространение, и если мы примем эту среду как гипотезу, я думаю, она должна занять выдающееся место в наших исследованиях и следует попытаться построить мысленное представление ее действия во всех подробностях; это и являлось моей постоянной целью в настоящем трактате.

[13] Предисловие к ньютоновским «Началам», 2-е изд.
[14] *Lezioni Accademiche* (Firenze, 1715), p. 25.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ*

Абсорбция
— электрическая, **53, 227, 329**
— света, **798**
Ампер Андре Мари (Ampère André Marie), **482, 502—528, 638, 687, 833, 846**
Анион, **237**
Анод, **237**
Апериодический гальванометр, **741**
Араго (Arago) диск, **668, 669**
Астатические весы, **504**
Атмосферное электричество, **221**
Ациклические области, **19, 113**

Барклей и Гибсон (Barclay and Gibson), **229, 789**
Батарея вольтова, **232**
Бафф, Генрих (Buff Heinrich), **271, 368**
Бетти (Betti E.), **173, 864**
Битц (Beetz W.), **255, 265, 442**
Бифилярный (двухнитевой) подвес, **459**
Борда (Borda J. C.), **3**
Браун Джон Аллан (Broun John Allan), **462**
Брайт, Сэр К. и Кларк (Bright, Sir C. and Clarc), **354, 367**
Броди, Сэр Б. К. (Brodie, Sir B. C.), **359**

Вариации магнитных элементов, **472**
Варлей (Varley C. F.), **210, 271, 332, 369**
Вебер (Weber W.), **231, 338, 346**
Вебера
— электродинамическая формула, **846—861**
— электродинамометр, **725**
— индуцированный магнетизм, **442—448**
— единица сопротивления, **760—762**
Вектор, **10**
Вектор-потенциал, **405, 422, 590, 617, 657**
Величина физическая, выражение для нее, **1**
Величины электромагнитные, классификация, **620—629**
Вердье (Verdet M. E.) **809, 830**
Вертхайм (Wertheim W.), **447**
Ветер электрический, **55**
Взаимные свойства
— электростатические, **86**
— электрокинетические, **281, 348**
— кинетические, **565**
— магнитные, **421, 423**
Видеманн (Wiedemann W.), **236, 370, 446, 447**
Висмут, **425**
Вихри молекулярные, **822—831**
Вихрь, **25**
Воды сопротивление, **365**
Волны распространение, **784, 785**
Вольт, **629**
Вольта (Volta A.), **246**
Вольтметр, **237**
Воображаемая магнитная материя, **380**
Вращение плоскости поляризации, **806**
Вращение, явление в магнетизме, **821**
Временное намагничение, **444**

Газы
— сопротивление, **369**
— электрический разряд, **55—57, 370**
Гальванометр, **240, 707**
— дифференциальный, **346**
— чувствительный, **717**
— стандартный, **708**
— наблюдения с помощью, **742—751**
Гамильтон, Сэр У. Роуан (Hamilton, Sir W. Rowan), **10, 561**
Гассио (Gassiot J. P.), **57**
Гаусс (Gauss C. F.) **18, 70, 131, 140, 144, 409, 421, 454, 470, 706, 733, 744, 851**
Гельмгольц (Helmholtz H.), **202, 421, 543, 713, 823, 854**
Геометрия положений (топология), **421**
Геометрическое среднее расстояние, **691—693**
Гетеростатические электрометры, **218**
Гибсон и Барклей (Gibson and Barclay), **789**
Гидравлический домкрат, **547**
Главные оси, **299, 302**
Гладстоун (Gladstone, Dr. J. H.), **789**
Гипосинус (Hyposine), синус гиперболический, **151**
Гогейн (Gaugain J. M.), **366, 712**
Грассман (Grassmann H.), **526, 687**
Грин (Green George), **70, 84, 318, 439**
Грина
— функция, **98**
— теорема, **96**
Гроув, Сэр У. Р. (Grove, Sir W. R.), **272, 779**
Гуттаперча, **51, 367**
Гюйгенс (Huegens Christian), **782**

Деламбр (Delambre J. B.), **3**
Даниэля элемент (Daniell's cell), **232, 272**
Движения уравнения, **553—565**
Движущиеся
— оси, **600**

* В указателе Д. К. Максвелл ссылается на параграфы (пункты), нумерация которых сплошная по I и II томам.— *Примеч. ред.*

— проводники, 602
— изображения, 662
Декремент логарифмический, 736
Деллман (Dellmann F.), 221
Демпфер, 730
Действие на расстоянии, 103, 641—646, 846—866
Дженкин (Jenkin Fleeming), 763, 774
Дженкинс (Jenkins, William), 546
Джоуль (Joule J. P.), 242, 262, 448, 457, 463, 726, 767
Диамагнетизм, 429, 440, 838
Дигограмма, 441
Диполярный, 173, 381
Директриса, 517
Диск, 177
— Араго, 668, 669
Диффузия магнитной силы, 801
Диэлектрик, 52, 109, 111, 229, 325—334, 366—370, 784
Доказательство закона обратных квадратов, 74

Единицы
— физических величин, 2
— три основные, 3
— производные, 6
— электростатические, 41, 625
— магнитные, 374, 625,
— электродинамические, 526
— электромагнитные, 526, 620
— классификация, 620—629
— практические, 629
— сопротивления, 758—767
— соотношения двух систем, 768—780
Емкость
— электростатическая, 50, 226
— конденсатора, 50, 87, 102, 196, 227—229, 771, 774—780
— расчет, 102, 196
— измерения, 227—229
— в электромагнитных единицах, 774, 775

Железо, 424
Жидкость
— электрическая, 36, 37
— несжимаемая, 61, 111, 295, 329, 334
— магнитная, 380

Задачи
— электростатические, 155—205
— электрокинематические, 306—333
— магнитные, 431—441
— электромагнитные, 647—706
Заряд электрический, 31
Затухающие колебания, 732—742, 762
Защитное кольцо, 201, 217, 228
Зеебек (Seebeck T. J.), 250
Земной магнетизм, 465—474
Зональные гармоники, 138

Идиостатические электрометры, 218
Излучение; сила, связанная с ним, 792
Измерения
— теория, 1
— электрической силы, 38
— электростатической емкости, 226—229
— электродвижущей силы или потенциала, 216, 358
— сопротивления, 335—357
— постоянных токов, 746
— переходных токов, 748
— катушек, 708, 752—757
— магнитные, 449—464
Изображения
— электрические, 119, 155—181, 189
— магнитные, 318
— движущиеся, 662
Изоляторы, 29
Импульс, 6
— электрокинетический, 578, 585
Инверсия электрическая, 162—181, 188, 316
Индуктивность электромагнитная катушки, 706, 756, 778, 779
Индукция
— электростатическая, 28, 75, 76, 111
— магнитная, 400
Индуцированная намагниченность, 424—448
Индуцированные (наведенные) токи, 528—552
— в плоских листах, 656—669
— теория Вебера, 856
Инерция электрическая, 550
Инерции моменты и произведения, 565
Интеграл по времени, 541, 558
Ион, 237, 255
Иохман (Jochmann E.), 669
Ирншоу (Earnshaw S.), 116
Искра, 57, 370

Кавендиш Генри (Cavendish Henry), 3, 74
Калибровочный электрометр, 218
Каминг Джеймс, 252 (Cumming James), 252
Канавка, электрический эффект, 199
Катион, 237
Катод, 237
Катушки, измерение их, 708
Катушки, сравнение их, 752—757
Катушки сопротивления, 335—344
Катушки электромагнитные, 694—706
Квадрантный электрометр, 219
Квадратичные поверхности, 147—154
Кватернионы, 11, 303, 490, 522, 618
Квинке (Quincke G.), 316*п.*
Кейли А. (Cayley A.), 553
Кинетика, 553—565
Кирхгоф Густав (Kirchhoff, Gustav), 282, 316, 439, 758
Кларк Лэтимер (Clark Latimer), 358, 629, 725

Классификация электрических величин, **620—629**
Клаузиус Р. (Clausius R.), **70**, **256**, **863**
Колебания период, **456**, **738**
Кольрауш Рудольф (Kohlrausch Rudolph), **265**, **365**, **723**, **771**
Коммутатор, **775**
Конвекция, **55**, **238**, **248**
Конвергенция, **25**
Конденсатора емкость, **50**, **87**, **90**, **102**, **196**, **227—299**, **771**, **774—780**
Контактное электричество, **246**
Контур электрический, **578—584**
Конфокальные поверхности второго порядка, **147—154**, **192**
Концентрация (лапласиан) **26**, **77**
Коутс Роджер (Cotes Roger), **865**
Коши О. Л. (Cauchy A. L.), **827**
Коэрцитивная сила, **424**, **444**
Коэффициенты индуцированной намагниченности, **426**
Коэффициенты
— потенциала, **87**, **90**
— самоиндукции, **756**, **757**
— сопротивления и проводимости, **297**, **298**
— электростатической емкости и индукции, **87**, **90**, **102**
— электромагнитной индукции, **755**
«Краеугольный камень электродинамики», **861**
Кристалл
— магнитные свойства, **435**, **436**, **438**
— проводимость, **297**
— распространение света, **794—797**
Круговые токи, **694—706**
— телесный угол, опирающийся на них, **695**
Крутильные весы, **38**, **215**, **373**, **726**
Кулон Ш. А. (Coulomb C. A.), **38**, **74**, **215**, **223**, **373**
Кулона закон, **79**, **80**

Ламеллярный (слоистый) магнит, **412**
Линейный интеграл, **16—20**
Линии
— равновесия, **112**
— электрической индукции, **82**, **117—123**
— магнитной индукции, **404**, **489**, **529**, **541**, **597**, **702**
— потока, **22**, **293**
— электрической силы, **69**, **622**
— магнитной силы, **401**, **481**, **498**, **499**, **590**, **606**, **607**, **622**
Линней (Linnaeus C.), **23**
Листинг (Listing J. B.), **18**, **23**, **421**
Лиувилль (Liouville J.), **173**, **176**
Лагранжа уравнения динамики (Lagrange's), **533—565**
Ламе (Lame G.), **17**, **147**
Лаплас (Laplace P. S.), **70**
Лапласа
— коэффициенты, **128—146**
— разложение, **135**
— уравнение, **26**, **77**, **301**
Лежандра (Legendre's) коэффициенты, **139**
Лейбниц (Leibnitz G. W.) **18**, **424**
Ленц (Lenz E.), **265**, **530**, **542**
Ложные магнитные полюса, **468**
Лоренц (Lorenz L.), **805**
Лошмидт (Loschmidt J.), **5**
Линейная плотность, **64**, **81**
Луч электромагнитного возмущения, **791**

Магнетизм
— корабельный, **441**
— земной, **465—474**
Магнит
— магнитный момент, **384**, **390**
— направление осей, **372—390**
— потенциальная энергия, **389**
— свойства, **371**
— центр и главные оси, **392**
Магнитное действие света, **806**
Магнитной силы
— закон, **374**
— интенсивность, **453**
— направление, **372**, **452**
— определение через полюса, **398**
Магнитная «материя», **380**
Магнитная индукция, **400**
Магнитные
— вариации, **472**
— возмущения, **473**
— измерения, **449—464**
— полюса, **468**
Магнитокристаллические явления, **425**, **435**, **839**
Магнуса (Magnus) закон, **251**
Манса (Mance's Genry) метод, **357**
Маттиссен (Matthiessen Aug.), **352**, **360**
Медь, **51**, **360**, **362**, **761**
Металлы
— сопротивление, **363**
Мичелл (Michell John), **38**
Миллер (Miller W. H.), **23**
Многозначные функции, **9**
Молекулы
— размер, **5**
— электрические, **260**
— магнитные, **430**, **832—845**
Молекулярные
— токи, **833**
— эталоны, **5**
— вихри, **822**
Молекулярный электрический заряд, **259**
Момент
— магнитный, **384**
— инерции, **565**
Моссотти (Mossotti O. F.), **62**

Мост Уитстона *) (Wheatstone's), **347**, **756**, **775**, **778**
— электростатический, **353**
Мыльный пузырь, **125**

Накопители (конденсаторы), **50**, **226—228**
Накопитель с защитным кольцом, **229**
Наклонение магнитное, **461**
Намагничение
— индуцированное, **424—430**
— составляющие, **384**
— теория Ампера, **638**, **833**
— теория Вебера, **442**, **838**
— теория Пуассона, **420**
Направленные величины (векторы), **10**
Напряжение
— электрокинетическое, **641**, **645**, **646**
— электростатическое, **105—111**
Натяжение
— электромагнитное, **645**, **646**
— электростатическое, **48**, **59**, **107**, **108**
Непрерывность во времени и в пространстве, **7**
Непрерывности уравнение, **35**, **295**
Несовместимые кривые, **20**, **421**
Нейман (Neumann C. G.), **190**, **830**, **863**
Неймана (Neumann's F. E.)
— коэффициенты намагничения, **430**
— намагничение эллипсоида, **439**
— теория индуцированных токов, **542**
Никель, **425**
Никольсона (Nichilson's) вращающийся удвоитель, **209**
Нулевой метод считывания показаний, **735**
Нуль-методы, **214**, **346**, **503**

Оболочка магнитная, **409**, **484**, **485**, **606**, **652**, **670**, **694**, **696**
Ом (Ohm G. S.), **241**, **333**
Ом (единица), **338**, **340**, **629**
Ома закон, **241**
Отклонение, **453**, **743**
Особые (сингулярные) точки, **129**
Остаточное намагничение, **444**
Остаточный заряд, **327—334**

Паальцов (Paalzow A.), **364**
Параболоиды конфокальные, **154**
Параллельно (многократно) соединенные проводники, **276**, **344**
Парамагнетик (то же, что и ферромагнетик) **425**, **429**, **844**
Пелтье (Peltier A.), **249**
Первое отклонение, **745**
Переключения катушек метод, **750**
Переходные токи, **232**, **530**, **536**, **537**, **582**, **748**, **758**, **760**, **771**, **776**
Период (время) колебания, **456**, **738**
Периодические функции, **9**
Перифрактическая область, **22**, **113**
План трактата, **59**
Планетарный эллипсоид, **151**
Плоские токовые листы, **656—669**
Плотность
— измерение, **223**
— тока, **285**
— электрическая, **64**
Плюкер Юлиус (Plücker Julius), **839**
Поверхностная плотность, **64**, **78**, **223**
Поверхностный интеграл, **15**, **21**, **75**, **402**
Поверхность
— эквипотенциальная, **46**
— заряженная, **78**
Поглощение света, **798**
Подвес Джоуля (Joule's), **463**
Подвес бифилярный (двухнитевой), **459**
Подвес однонитевой, **449**
Подвес Томсона (Thomson's) **721**
Подвешенная катушка, **721—729**
Поле
— однородной силы, **672**
— электрическое, **44**
— электромагнитное, **585—619**
Положительные и отрицательные величины, договоренность относительно их, **23**, **27**, **36**, **37**, **63**, **68—81**, **231**, **374**, **394**, **417**, **489**, **498**
Полюса
— магнита, **373**
— магнитные Земли, **468**
Поляризация магнитная, **381**
Поляризация
— света, **381**, **791**
— круговая, **813**
— электролитическая **257**, **264—272**
— электростатическая, **59**, **111**
Полярность, **381**
Пополнитель, **210**
Постоянные (основные) катушки, **700**, **753**, **754**
Потенциал векторный, **405**, **422**, **590**, **617**, **657**
Потенциал, **16**
— двух колец, **698**

* Сэр Чарльз Уитстон в своей работе «Новые инструменты и процессы» (Phil. Trans., 1843) представил это устройство на ознакомление широкой публике и вместе с этим выразил признательность первоначальному изобретателю г-ну С. Хантеру Кристи (S. Hunter Christie), описавшему этот прибор в своей заметке «Наведенные токи» (Phil. Trans., 1833). Там он был назван разностным устройством. См. заметку г-на Лэтимера Кларка в Society of Telegraph Engineers за май, 8, 1872.

— двух контуров, 423
— магнитный, 383, 391
— намагничения, 412
— электрический, 45, 70, 220
Поток, 12
Правая и левая системы осей координат, 23, 498, 501
Правило определения направления магнитной силы, 477, 494, 496
Право- и лево-циркулярно поляризованные лучи, 813
Притяжение
— электрическое, 221
— объясняемое натяжением в среде, 105
Пробная плоскость, 223
Проводимость и прозрачность, 798
Проводимости уравнение, 298, 609
Проводник, 29, 80, 86
Проводников заряженных система, 84—94
Прозрачность, 708
Проницаемость магнитная, 428, 614
Пространственная вариация, 17, 71, 835
Проводимость
— в диэлектриках, 325—334
— вдоль линии, 273—284
— объемная, 285—334
— поверхностная, 294
— электролитическая, 255—265
Пуассон (Poisson S. D.), 155, 431, 437, 647
Пуассона
— теория магнетизма, 427, 429, 431, 441, 832
— теория распространения волн, 784
— уравнение, 77, 148

Работа, 6
Равновесия точки, 112—117
Размерности, 2, 42, 88, 278, 620—629
Разрывность, 8
Разряд, 5
Результирующая электрическая сила в точке, 68
Решетки электрический эффект, 203
Риман Бернард (Riemann Bernhard), 421, 862
Риттера (Ritter's J. W.) вторичная батарея, 271
Ритчи (Ritchie W.), 542
Ртути сопротивление, 361
Рэнкин (Rankine W. J. M.), 115, 831
Рюльман (Rühlmann R.), 370

Самоиндукция, 7
— измерение 756, 778, 779
— катушка с наибольшей самоиндукцией, 706
Свет
— электромагнитная теория, 781—805
— и магнетизм, 806—831
Свечение электрическое, 55
Секторная гармоника, 132, 138
Селен, 51, 362
Серии наблюдений, 746, 750
Сила
— измерение, 6
— действующая на расстоянии, 103
— механическая, 69, 93, 103—111, 174, 580, 602
— электродвижущая, 49, 111, 233, 241, 246—254, 358, 579, 595, 598
— электромагнитная, 475, 580, 583
Силовые линии, 82, 117—123, 404
Сименс (Siemens C. W.), 336, 361
Синусов метод, 455, 710
Скаляр, 11
Скорость, представленная как отношение электрических единиц, 768—780
Скорость, соответствующая единице сопротивления, 338, 628, 758
Скорость
— света, 787
— электрического тока, 569
— электромагнитного возмущения, 784
Слоистые проводники, 319
Смещение электрическое, 60, 75, 76, 111, 328—334, 608, 783, 791
Сми (Smee A.), 272
Смит Арчибальд (Smith Archibald), 441
Смит (Smith W. R.), 123, 316
Соленоид магнитный, 407
— электромагнитный, 676—681, 727
Соленоидальные возмущения, 21, 82, 407
Сопротивление проводников, 51, 275
Сопротивления
— таблицы, 362—365
— уравнения, 297
— единица, 758—767
— электростатическая мера, 355, 780
Сопряженные
— гармоники, 136,
— проводники, 282, 347
— контура, 147—154, 192
— функции, 182—206
Сохранение энергии, 93, 242, 262, 543
Спираль, 813
— логарифмическая, 731
Сравнение
— емкостей, 229
— катушек, 752—757
— сопротивлений, 345—358
— электродвижущих сил, 358
Среда
— люминофорная, 806
— электромагнитная, 866
Стокс (Stokes G. G.), 24, 115, 784
Стоуни (Stoney G. J.), 5
Стрэтт (Strutt Hon. J. W.), 102, 306
Сфера, 125
Сферические гармоники, 128—146, 391, 431
Сферические проводники, 145, 146

Таблицы
— для намагничения цилиндра, 439
— временного и остаточного намагничения, 445
— коэффициентов катушки, 700
— магнитного вращения, 830
— скорости света и электромагнитного возмущения, 787
— сопротивления, 363—365
— электродвижущей силы, 358
— размерностей, 621—629
Тален Тобиас Роберт (Thalen Tobias Robert), 430
Тангенсов метод, 454, 710
Тангенсный гальванометр, 710
Твердое железо, 424—444
Телеграфный кабель, 332, 689
Телесный угол, 409, 417—422, 485, 695
Теорема
— Кулона, 80
— Ирншоу, 116
— Гаусса, 409
— Грина, 96
— Томсона, 100
Теория действия на расстоянии, 103, 641—646, 846—866
Теория молекулярных вихрей, 822
Теория
— одножидкостная, 37
— двухжидкостная, 36
— магнитной материи, 380
— магнитных молекул, 430, 832—845
— молекулярных токов, 833
Тепло, выделяемое током, 242, 283, 299
Теплопроводность, 801
Термоэлектричество, 253
Термоэлектрические токи, 249—254
Тодхантер (Todhunter), 128, 140
Ток
— индуцированный, 582
— наилучший способ подключения, 744
— переходный, 232, 530, 536, 537, 582, 748, 758, 760, 771, 776
— постоянный, 232
— термоэлектрический, 249—254
— электрический, 230
Тока функция, 294
Токовый лист, 647—681
Токовые весы, 726
Толщина проволоки в гальванометре, 716, 719
Томсона и Тэта монография «Натуральная философия», 128, 139, 140, 162, 303, 553, 676
Томсон, Сэр Уильям (Thomson, Sir William)
— приборы, 127, 201, 210, 211, 216—222, 272, 722, 724
— магнетизм, 318, 398, 400, 407—416, 428
— сопротивление, 338, 351, 356, 763
— опыты, 51, 57, 248, 369, 772
— электрические изображения, 43, 121, 155—181, 173
— вихревое движение, 20, 487, 702
— теория электричества, 27, 37, 543, 831, 856
— термоэлектричество, 207, 242, 249, 252, 253
— теоремы, 100, 263, 299, 304, 652
Торричелли Эвангелиста (Torricelli Evangelista), 866
Точки равновесия, 112
Тэт (Tait P. G.), 25, 254, 387, 522, 687, 731

Удельная индуктивная способность, 52, 58, 94, 111, 229, 325, 334, 627, 788
Удельная проводимость, 278, 627
Удельная теплоемкость, обусловленная электричеством, 253
Удельное сопротивление, 277, 627
Уивелл (Whewell W.), 237
Уитстона (Wheatstone's) мостик, 347
— электростатический, 353, 756, 7 5, 778
Умножения метод, 747, 751
Уравнение
— Лапласа, 77
— магнитной индукции, 591
— намагничения, 400, 605
— непрерывности, 35
— полных токов, 610
— проводимости (прохождения тока), 298, 609
— Пуассона, 77
— сопротивления, 297
— электрических токов, 607
— электродвижущей силы, 508
— электромагнитной силы, 603

Фарада, 629
Фарадей М. (Faraday M.)
— методы, 37, 82, 122, 493, 528, 529, 541, 592, 594, 604
— открытия, 52, 55, 236, 255, 530, 531, 534, 546, 568, 806
— рассуждения, 54, 60, 83, 107, 109, 245, 429, 502, 540, 547, 569, 645, 782
— эксперименты, 28, 429, 530, 668
Феличи Р. (Felici R.), 536—539, 669
Ферререс (Ferrers), 128, 140
Ферромагнетик, 425, 429, 844
Фехнер (Fechner G. T.), 231, 274, 848
Физо (Fizeau H. L.), 787
Фуко (Foucault L.), 787
Фурье (Fourier J. B. J.), 2, 243, 332, 333, 801—805

Хайне (Heine), 128, 140
Харрис, Сэр У. Сноу (Harris Sir W. Snow), 38, 216

Хокин Чарльз (Hockin Charles), 352, 360, 800
Хольтца (Holtz W.) электрическая машина, 212
Хорнштейн Карл (Hornstein Carl), 471

Центробарическое распределение, 98
Циклическая область, 18, 113, 481
Цилиндр
— заряженный, 189
— намагниченный, 436, 438, 439
— токи в цилиндре, 682—690
Цилиндрическая катушка, 676—681

Чувствительный гальванометр, 717

Шкала для зеркальных наблюдений, 450

Щетка, 56

Электрическая
— искра, 57
— конвекция, 211, 238, 248, 255, 259
— машина, 207
— проводимость, 26
— энергия, 84
— щетка, 56
Электрический
— ветер, 55
— заряд, 31
— потенциал, 70
— разряд, 55—57
— ток, 230
Электрическое
— натяжение, 48, 59, 107, 108, 111
— смещение, 60, 75, 76, 111, 328—334, 608, 783, 791
Электрод, 237
Электродвижущая сила, 49, 69, 111, 241, 246—254, 358, 569, 579
Электродинамическая система измерений 526
Электродинамометр, 725
Электролиз, 236, 255—272
Электролит, 237, 255
Электролитическая поляризация, 257, 264—272
Электролитическая проводимость, 255—272, 363, 799
Электромагнетизма динамическая теория, 568—577
Электромагнитная сила, 475, 580, 583
Электромагнитное вращение, 491
Электромагнитные
— измерения, 495
— наблюдения, 730—780
Электромагнитный импульс, 585
Электромагнитных и электростатических единиц связь, 768—780
Электрометры, 214—220
Электроскоп, 33, 214
Электростатическая
— поляризация, 59, 111
— система единиц, 620
Электростатические измерения, 214—229
Электростатическое притяжение, 103—111
Электротоническое состояние, 540
Электрофор, 208
Эллипсоид, 150, 302, 437, 439
Эллиптические интегралы, 149, 437, 701
Элонгация (отклонение), 734
Энергия, 6, 85, 630—638, 782, 792
Эрстед Г. Х. (Örsted H. C.), 239, 475
Эталонный
— гальванометр, 708
— электрометр, 217
Эйри, Сэр Дж. Б. (Airy, Sir G. B.), 454, 830
Эфир, 782

Яйцеобразный эллипсоид, 152
Якоби (Jacobi M. H.), 336

ИЛЛЮСТРАЦИИ

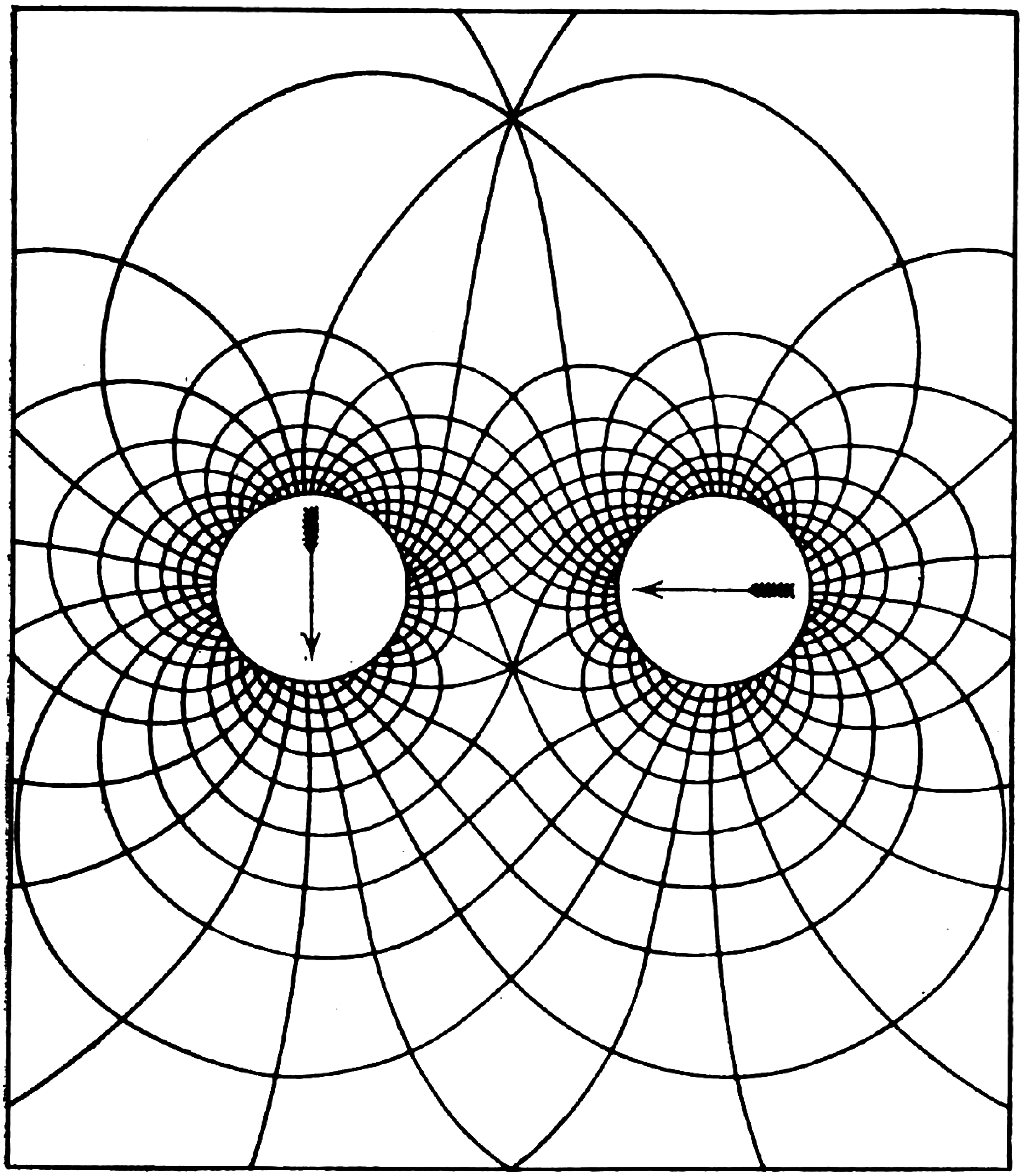
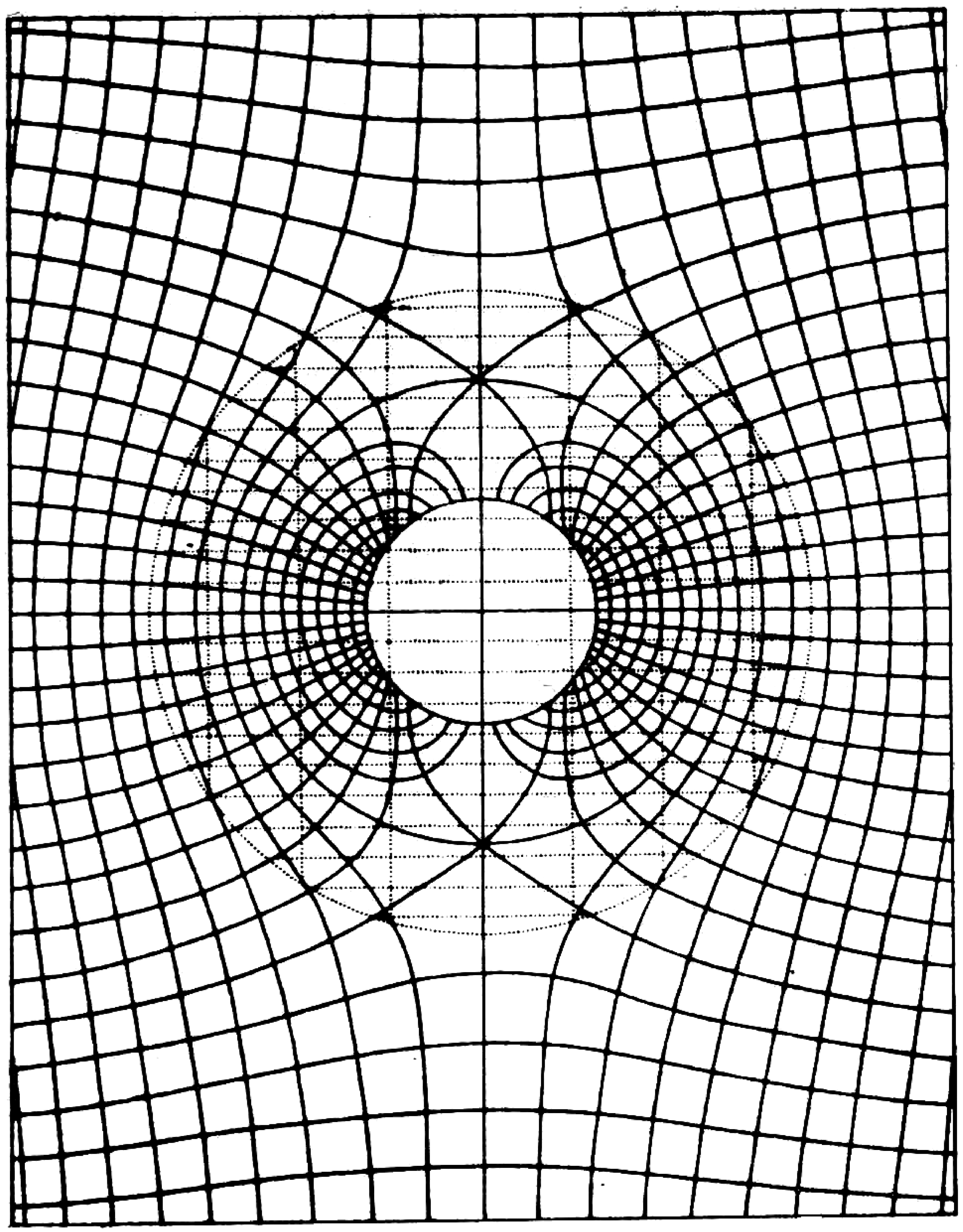
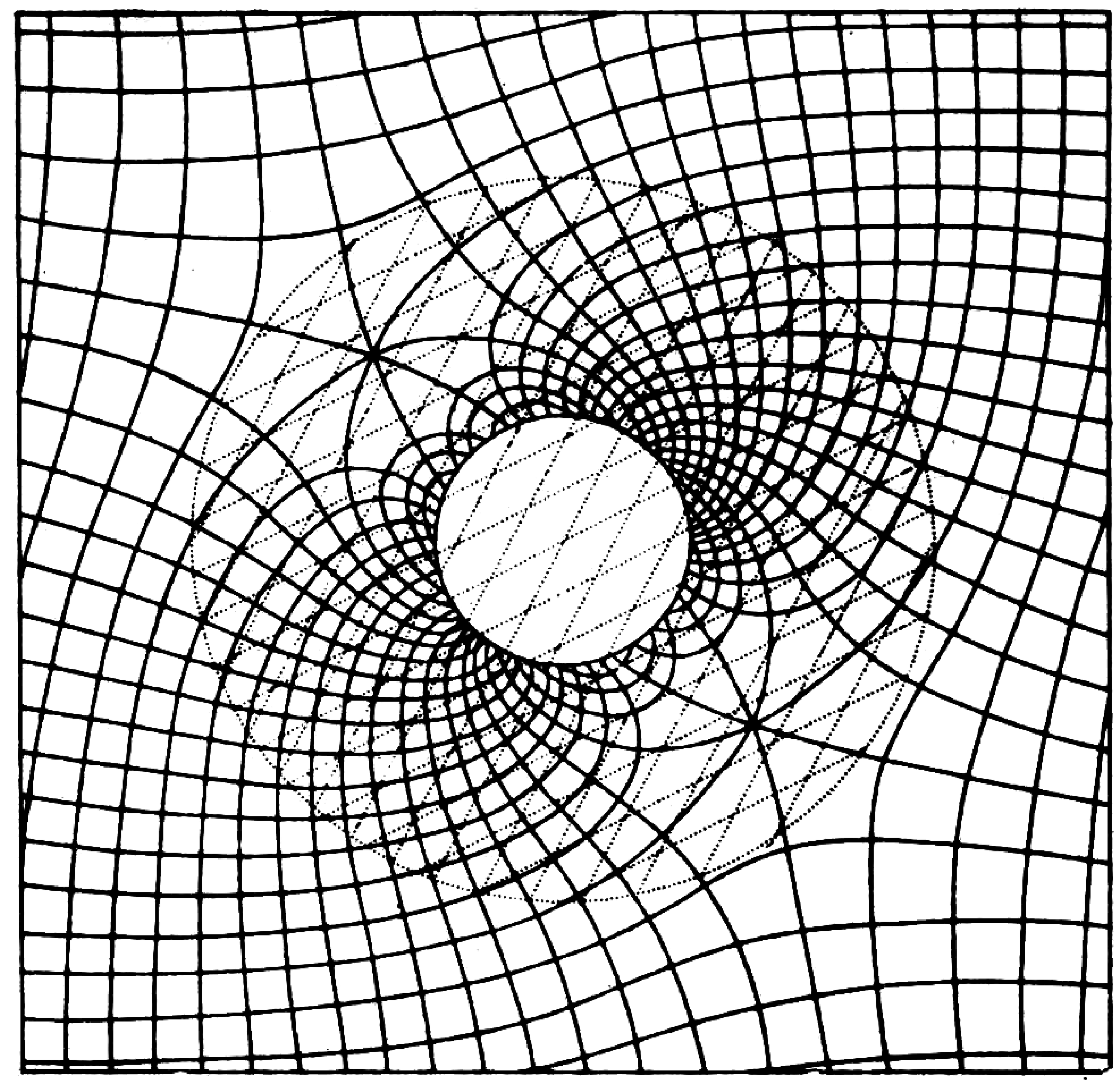


Рис. XIV (п. 388). Два поперечно намагниченных цилиндра

Рис. XV (п. 434). Поперечно намагниченный цилиндр в направлении север — юг, помещенный в однородное магнитное поле

Рис. XVI (п. 436). Поперечно намагниченный цилиндр в направлении восток—запад, помещенный в однородное магнитное поле





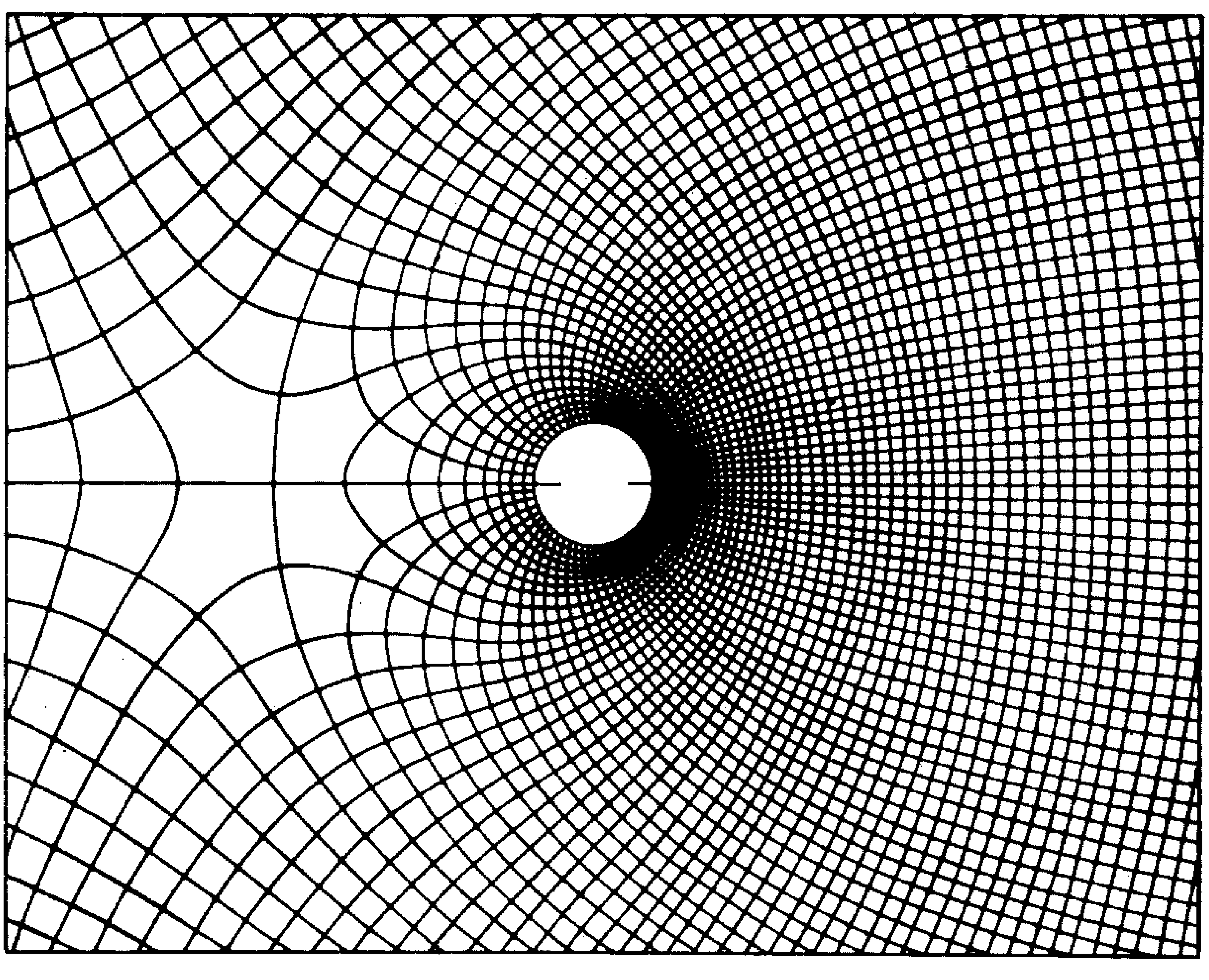


Рис. XVII (п. 496). Однородное магнитное поле, возмущенное электрическим током в прямом проводнике

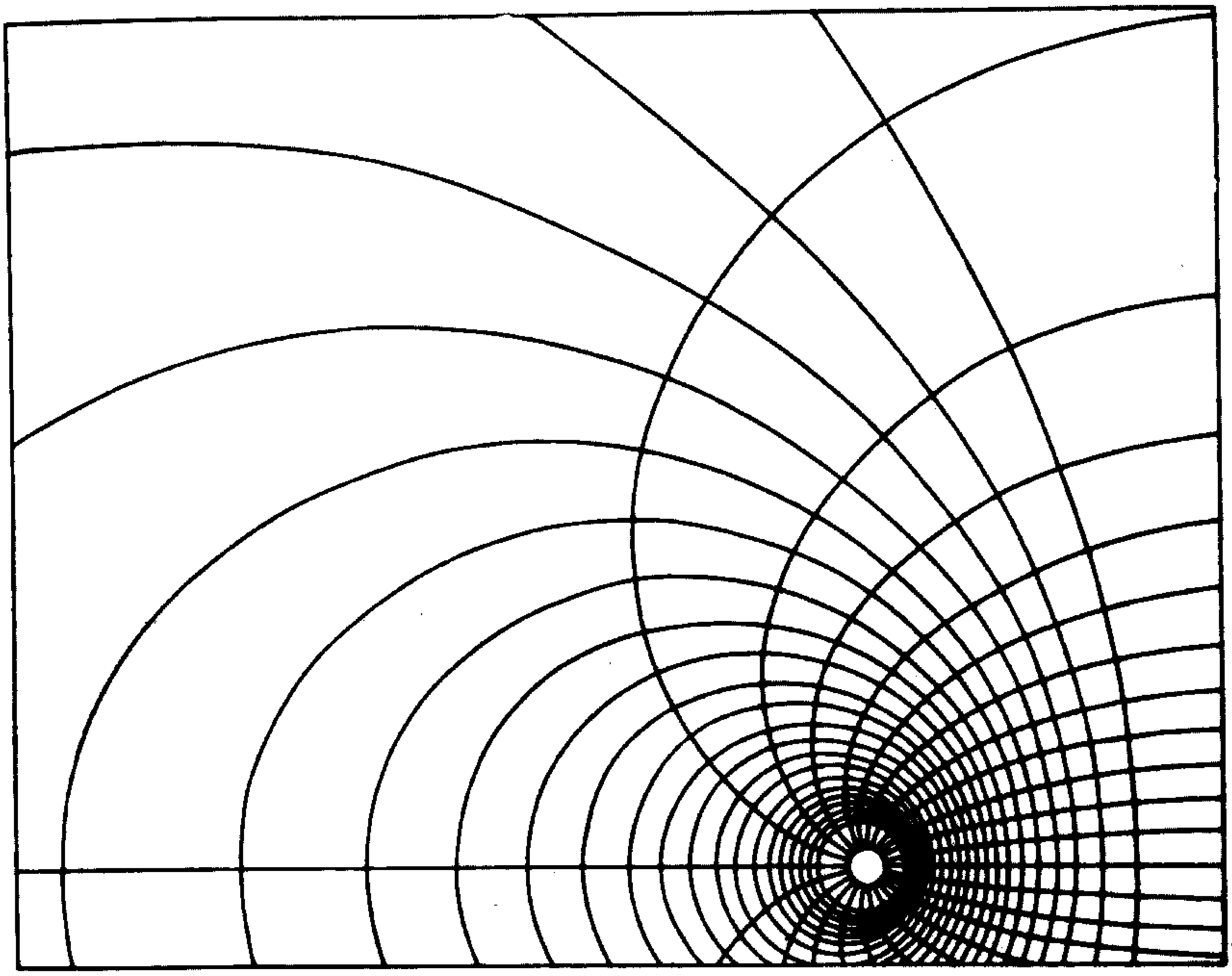


Рис. XVIII (п. 487, 702). Круговой ток

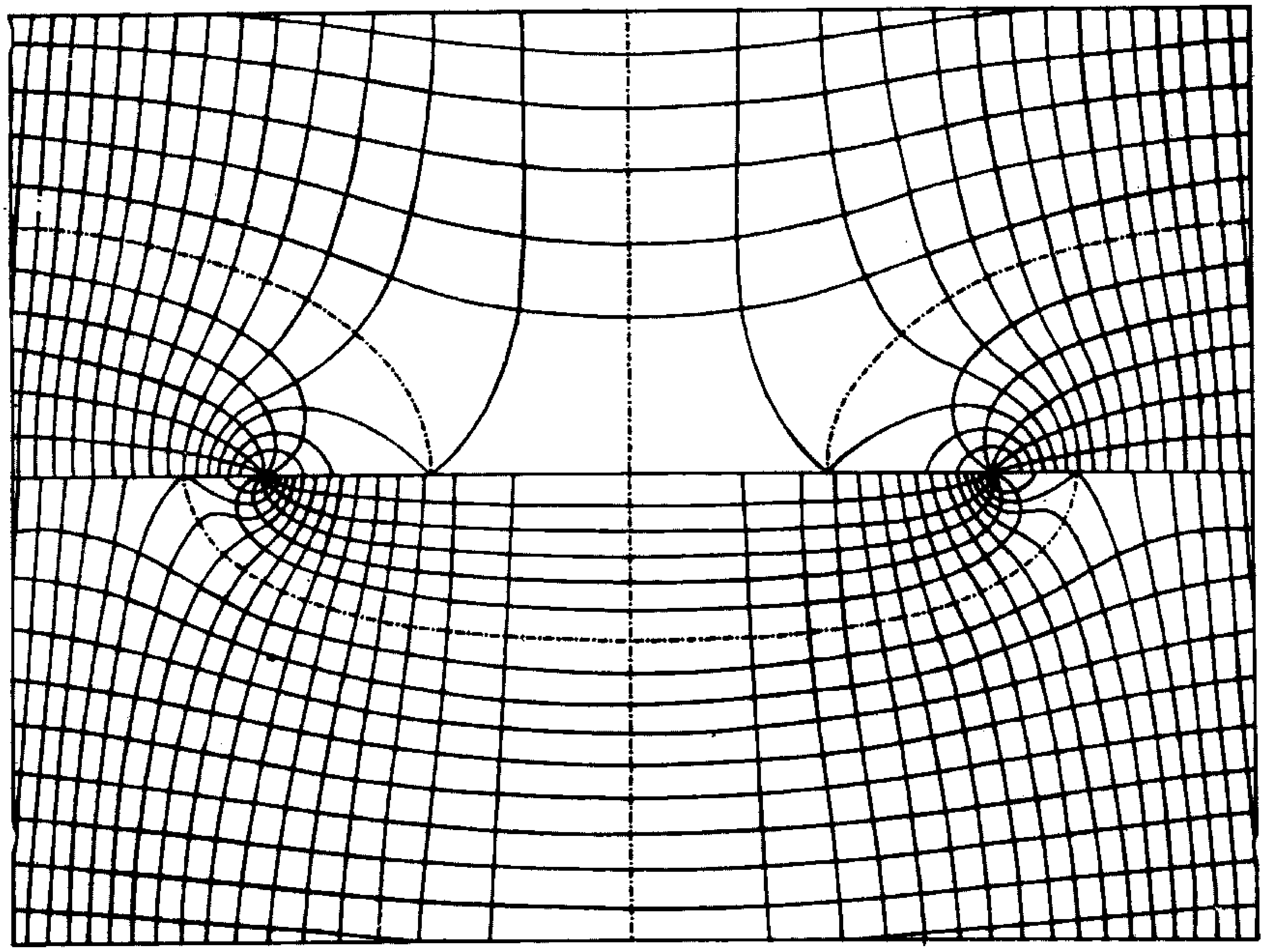


Рис. XX (п. 225). Круговой ток в однородном поле силы

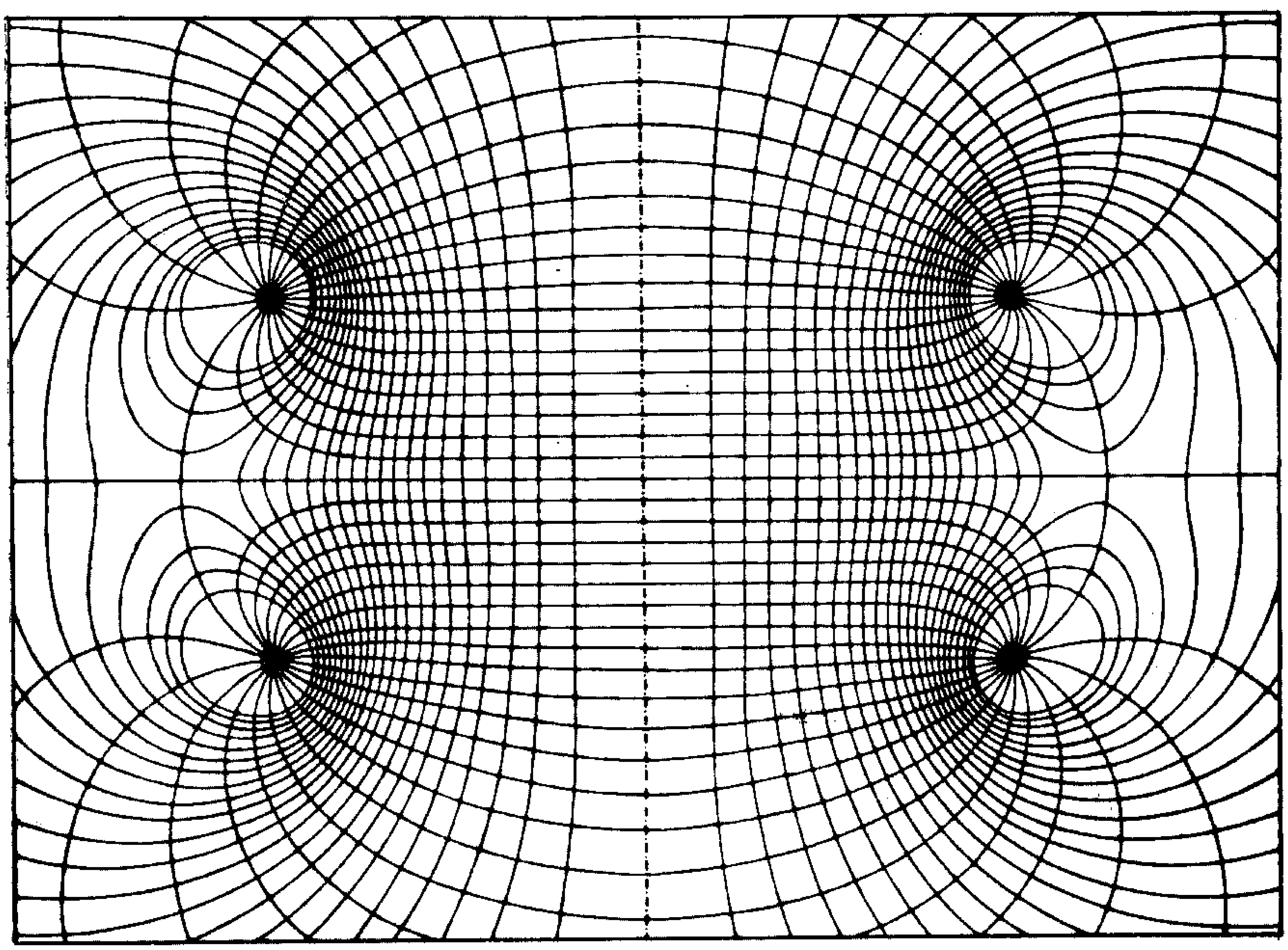


Рис. XIX (п. 713). Два круговых тока

ПРИЛОЖЕНИЯ

I
ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Когда меня попросили прочитать корректуру второго издания «Электричества и Магнетизма», работа по его печатанию продвинулась до девятой главы, большая часть которой уже была переработана автором.

Те, кто знаком с первым изданием, сравнивая его с этим, увидят, какие обширные изменения были внесены Профессором Максвеллом и по существу предмета, и по форме изложения, и насколько сильно пострадало настоящее издание от его преждевременной смерти. Первые девять глав в некоторых случаях были полностью переписаны и дополнены многими новыми материалами, а их прежнее содержание было перестроено и упрощено.

С девятой главы и далее настоящее издание лишь немногим отличается от простой перепечатки предыдущего. Единственная вольность, которую я позволил себе, состояла во внесении в разных местах, где это казалось полезным для читателя, промежуточных математических обоснований, а также нескольких сносок по разделам, которые, как показал мой собственный опыт и опыт учеников, посещавших мои занятия, требуют дальнейшего освещения. Эти сноски заключены в квадратные скобки. *

Я знаю, что Профессор намеревался значительно изменить изложение двух мест, а именно математическую теорию электрической проводимости в проволочных цепях и определение коэффициентов индуктивности проволочных катушек. Однако по этим вопросам я не счел себя вправе добавить что-либо существенное из его заметок, поэтому текст оставлен неизменным в соответствии с прежним изданием, исключение составляет численная таблица, напечатанная во втором томе: она оказалась очень полезной для расчета коэффициентов индукции в кольцевых проволочных витках.

Для столь оригинальной, содержащей такое большое количество подробностей, относящихся к новым результатам, работы вряд ли было возможным избежать в первом издании кое-каких ошибок. Но я думаю, что в этом издании большая часть их будет выявлена для дальнейшего исправления. Моя высокая уверенность при выражении этой надежды основана на том, что в чтении корректуры мне помогали разные друзья, хорошо знакомые с этим трудом, среди которых я могу особенно отметить моего брата Профессора Чарльза Нивена и г-на Дж. Дж. Томсона, члена Тринити Колледжа в Кембридже.

У. Д. Нивен
W. D. (Niven)

Тринити Колледж, Кембридж,
Окт. 1, 1881 г.

---

* Некоторые примечания У. Нивена вынесены в комментарии.— *Примеч. пер.*

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Я взял на себя труд по прочтению корректуры этого издания по просьбе представителей Кларендон Пресс, от которых я узнал, к своему глубокому сожалению, что г-н У. Д. Нивен под бременем своих официальных обязанностей не счел возможным просмотреть текст следующего издания Трактата.

Читатели максвелловских произведений весьма обязаны той неустанной работе, которую проделал над ними г-н Нивен, и я уверен, что они столь же остро, как и я, будут сожалеть о том, что какие-то обстоятельства лишили третье издание преимуществ его опеки.

Сейчас прошло уже около двадцати лет с тех пор, как была написана эта книга; за это время науки об Электричестве и Магнетизме развивались с быстротой, почти не имеющей параллелей в их предыдущей истории, в немалой степени благодаря взглядам, введенным в них этой книгой: многие ее параграфы послужили отправными точками для важных исследований. Когда я начал пересматривать это издание, я имел намерение дать в комментариях некоторые сведения об успехах, достигнутых после опубликования первого издания, не только потому, что считал это полезным для студентов-электриков, но и потому, что все недавние исследования подтверждают наиболее примечательным образом представления, развитые Максвеллом. Вскоре, однако, я увидел, что прогресс в этой науке столь велик, что выполнить мое намерение невозможно, не обезобразив книгу непропорционально большим количеством комментариев. Тогда я решил придать этим комментариям несколько более последовательную форму и издать их отдельно. Они уже почти готовы для публикации и увидят свет, я надеюсь, через несколько месяцев [1]. Ссылки на эти комментарии даются как на «Дополнительный том». Несколько сносок, относящихся к отдельным изолированным пунктам, которые можно было прокомментировать кратко, помещены в книге. Все тексты, добавленные к этому изданию, вставлены в фигурные скобки [2].

Я попытался кое-что дополнить в пояснениях аргументации тех разделов, где, как показал мой преподавательский опыт, почти все студенты испытывали значительные трудности, но, чтобы снабдить пояснениями все выкладки, в которых, насколько я знаю, студенты испытывают затруднения, потребовалось бы значительно большее увеличение объема, чем это было в моем распоряжении.

Я попытался подтвердить результаты, даваемые Максвеллом без доказательств,

---

[1] Этот дополнительный том был издан в 1893 г.: J. J. Thomson, Notes on Recent Researches in Electricity and Magnetism, The Clarendon Press, Oxford, 1893; в русском переводе не появлялся.— *Примеч. пер.*

[2] Так же, как и комментарии, сделанные Нивеном, некоторые из замечаний Дж. Дж. Томсона вынесены в Приложения (II).— *Примеч. пер.*

но не во всех случаях получил приводимые им ответы. Тогда различие указывалось мною в примечаниях.

Я перепечатал из работы Максвелла «Динамическая Теория Электромагнитного Поля» его метод определения самоиндукции катушки. Из-за того что он был опущен в предыдущих изданиях, этот метод часто приписывают другим авторам.

При подготовке этого издания максимально возможную помощь мне оказал г-н Чарльз Чри, член Кингз Колледжа в Кембридже. Он прочитал все листы корректуры, и его советы были бесценными. Мне помогали также г-н Лармор, член Колледжа Св. Джона, г-н Уилберфорс, демонстратор Кавендишской Лаборатории и г-н Уокер, член Тринити Колледжа.

Дж. Дж. Томсон
(*J. J. Thomson*)

Кавендишская Лаборатория
Дек. 5, 1891 г.

II
КОММЕНТАРИИ *

45. Максвелл различает полную электродвижущую силу, которая совпадает с современным понятием ЭДС, и электродвижущую силу в точке, или интенсивность (напряженность) электродвижущей силы, которая на современном языке есть просто напряженность электрического поля и совпадает с только что введенной (в п. 44) результирующей электродвижущей напряженностью.

51. Здесь и во многих местах далее Максвелл приводит экспериментальные данные без достаточно подробных оговорок условий или обстоятельств, при которых они получены. Наверное, он не преследовал при этом справочных целей, а хотел пояснить некоторые тенденции. Почти все данные о численных значениях физических величин можно почерпнуть, например, из «Таблиц физических величин» (Справочник под ред. акад. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976). Что же касается недоговоренностей, содержащихся в тексте, они оставлены в неприкосновенности.

52. К этому времени Максвелл уже приступил к подготовке к печати трудов Кавендиша, которые затем были изданы под его редакцией. (The Electrical Researches of Henry Cavendish/ Ed. J. C. Maxwell. Cambridge: Cambr. University Press, 1879.)

52. Здесь приходится сталкиваться с очень многозначной терминологией, оттенки которой трудно передать по-русски. Маквелл вводит термин Specific Inductive Capacity — удельную индуктивную емкость диэлектрика, которую потом совмещает с диэлектрической проницаемостью или диэлектрической постоянной. Одновременно он оперирует с емкостью (capacity) конденсатора, которая в точности совпадает с нашим понятием емкости. Далее, однако, он будет употреблять аналогичные понятия и для магнитных полей, где возникает Specific Magnetic Inductive Capacity, которую уже невозможно перевести как «магнитная емкость среды», так как это создавало бы у современного читателя ассоциации, на которые Максвелл вряд ли мог рассчитывать. Поэтому здесь и далее слово capacity в значении проницаемость переводится как «способность», а термин «емкость» употребляется только в современном его значении.

59. Д. Д. Томсон обратил внимание на то, что утверждение Максвелла о единственности распределения должно быть видоизменено,— распределение, указанное Максвеллом, является одним из многих, приводящих к нужному механическому воздействию.

80. Максвелл часто направление действия силы ставит в соответствие с выбранным знаком заряда, не делая специальных оговорок. Так, фраза «напряженность должна быть направлена по нормали к поверхности, равняться $4\pi\sigma$ и действовать в наружном направлении» подразумевает, что $\sigma>0$, а при $\sigma<0$ отрицательная напряженность действует в наружном направлении, т. е. напряженность направлена внутрь.

82. Максвелл не различает здесь силовую трубку (образованную линиями напряженности поля) и трубку индукции (образованную линиями электрической индукции), но фактически далее он говорит о последней, см. конец п. 82.

82. В формуле $R=-4\pi\sigma$, в отличие от п. 80, напряженность считается направленной из трубки, т. е. внутрь проводника.

87. Величины $q_{rs}=de_r/dV_s$, называемые в современной литературе емкостными коэффициентами, Максвелл разделяет на собственные емкостные коэффициенты q_{rr}, называя их емкостями, и на взаимные емкостные коэффициенты $q_{rs}\,(r\neq s)$, называя их коэффициентами взаимной индукции. Эта терминология здесь сохранена, хотя было бы правильнее говорить об электростатической индукции, тем самым избегая терминологического совпадения с коэффициентами взаимной индукции контуров с токами.

96 г. Как заметил Д. Д. Томсон, стоящий в правой части (4b) интеграл $\iiint \Phi\nabla^2\Psi\, d\varsigma$ не должен распространяться на объем малой сферы, внутри которой Φ имеет особенность; это уже учтено последним членом в левой части (4b).

97 а. В формулах (10), (11) и далее нормаль ν' направлена внутрь, а нормаль ν — наружу.

98. Раздел этот, посвященный функции Грина, снабжен отдельной нумерацией формул (1) — (6); далее, в п. 99а, продолжается нумерация формул п. 97.

102 в. Приводим комментарий Д. Д. Томсона: «Полученные выражения для поверхностных плотностей заряда не очень строгие и не совпадают с результатами, полученными

* Комментарии приведены к параграфам I и II томов «Трактата».— *Примеч. ред.*

точными методами для случая двух сфер, двух цилиндров, сферы и плоскости, цилиндра и плоскости, расположенных близко друг к другу. Выражения для поверхностной плотности заряда могут быть найдены следующим образом. Обозначим ось симметрии через z, она пересечет эквипотенциальные поверхности под прямыми углами. Пусть R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны эквипотенциальной поверхности в точке пересечения ее с осью z, тогда условие соленоидальности в проекции на z, как нетрудно показать, будет таким:

$$\frac{d^2V}{dz^2}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\frac{dV}{dz}=0.$$

Если V_A и V_B — соответственно потенциалы двух поверхностей, а t — расстояние между ними вдоль z, то

$$V_B=V_A+t\left(\frac{dV}{dz}\right)_A+\frac{1}{2}t^2\left(\frac{d^2V}{dz^2}\right)_A+\ldots .$$

Обозначив через R_{A_1} и R_{A_2} главные радиусы кривизны первой поверхности и подставив d^2V/dz^2 из дифференциального уравнения, получим

$$V_B-V_A=t\left(\frac{dV}{dz}\right)_A\left\{1-\frac{1}{2}t\left(\frac{1}{R_{A_1}}+\frac{1}{R_{A_2}}\right)\right\}+\ldots,$$

но

$$\left(\frac{dV}{dz}\right)_A=-4\pi\sigma_A,$$

где σ_A — поверхностная плотность заряда в точке пересечения осью z первой поверхности, следовательно,

$$\sigma_A\simeq\frac{1}{4\pi}\frac{(V_A-V_B)}{t}\left\{1+\frac{1}{2}t\left(\frac{1}{R_{A_1}}+\frac{1}{R_{A_2}}\right)\right\},$$

аналогично

$$\sigma_B\simeq\frac{1}{4\pi}\frac{(V_B-V_A)}{t}\left\{1+\frac{1}{2}t\left(\frac{1}{R_{B_1}}+\frac{1}{R_{B_2}}\right)\right\}.$$

Эти выражения уже согласуются в упомянутых выше случаях с выражениями, полученными строгими методами».

110. Д. Д. Томсон обратил внимание на то, что задача отыскания системы напряжений, обеспечивающих заданные значения силы, неоднозначна. Действительно, к любому тензору напряжений можно добавить произвольный тензор, дивергенция которого равна нулю.

140 а. При $\sigma=0$ в выражение (74) для $Y_n^{(\sigma)}$ следует ввести коэффициент 1/2.— *Коммент. Д. Д. Томсона.*

143. На рис. V, помещенном в конце тома, непривычно выглядят силовые линии однородного поля внутри сферы (при удалении от центра сферы силовые линии сгущаются). Это связано со своеобразным способом нанесения силовых линий на рисунок, принятым Максвеллом для полей с аксиальной симметрией. Процедура эта подробно описана им в п. 123.

154. Приводим комментарий Д. Д. Томсона, касающийся вывода соотношений (53): «Результаты п. 154 могут быть получены следующим образом. После перехода от переменных x, y, z к λ, μ, ν уравнение Лапласа принимает вид

$$\frac{d}{d\lambda}\left\{\frac{(\mu-\nu)(b-\lambda)^{1/2}(c-\lambda)^{1/2}}{(\mu-b)^{1/2}(c-\mu)^{1/2}(\nu-b)^{1/2}(\nu-c)^{1/2}}\frac{d\varphi}{d\lambda}\right\}+\ldots=0,$$

или

$$(\nu-\mu)(b-\lambda)^{1/2}(c-\lambda)^{1/2}\frac{d}{d\lambda}\left\{(b-\lambda)^{1/2}(c-\lambda)^{1/2}\frac{d\varphi}{d\lambda}\right\}+$$
$$+(\nu-\lambda)(\mu-b)^{1/2}(c-\mu)^{1/2}\frac{d}{d\mu}\left\{(\mu-b)^{1/2}(c-\mu)^{1/2}\frac{d\varphi}{d\mu}\right\}+$$
$$+(\mu-\lambda)(\nu-b)^{1/2}(\nu-c)^{1/2}\frac{d}{d\nu}\left\{(\nu-b)^{1/2}(\nu-c)^{1/2}\frac{d\varphi}{d\nu}\right\}=0.$$

После введения величин α, β, γ

$$\frac{d\alpha}{d\lambda}=\frac{1}{(b-\lambda)^{1/2}(c-\lambda)^{1/2}},\quad \frac{d\beta}{d\mu}=\frac{1}{(\mu-b)^{1/2}(c-\mu)^{1/2}},\quad \frac{d\gamma}{d\nu}=\frac{1}{(\nu-b)^{1/2}(\nu-c)^{1/2}}$$

уравнение Лапласа принимает вид

$$(\nu-\mu)\frac{d^2\varphi}{d\alpha^2}+(\nu-\lambda)\frac{d^2\varphi}{d\beta^2}+(\mu-\lambda)\frac{d^2\varphi}{d\gamma^2}=0,$$

так что любые линейные функции α, β, γ удовлетворяют уравнению Лапласа.

При $b=c$ мы можем положить

$$\alpha=-\int_0^\lambda\frac{d\lambda}{b-\lambda},\qquad \gamma=\int_{2b}^\nu\frac{d\nu}{\nu-b},\qquad \lambda=b\{1-e^\alpha\},\qquad \nu=b\{1+e^\gamma\}.$$

Из (51) имеем

$$(\mu-b)=\frac{1}{2}(c-b)\{1-\cos\beta\},\qquad (c-\mu)=\frac{1}{2}(c-b)\{1+\cos\beta\},$$

следовательно, из (50)

$$x=b+b\left(e^\gamma-e^\alpha\right),\qquad y^2=4b^2e^{\gamma+\alpha}\sin^2\frac{\beta}{2},\qquad z^2=4b^2e^{\gamma+\alpha}\cos^2\frac{\beta}{2}.$$

И если мы выберем начало координат в фокусе $x=b$ и обозначим β через $2\beta'$, be^γ через $\alpha e^{2\gamma'}$, be^α через $\alpha e^{2\beta}$, то получим

$$x=e^{2\gamma'}-e^{2\alpha'},\quad y=2\alpha e^{\alpha'+\gamma'}\sin\beta',\quad z=2\alpha\varepsilon^{\alpha'+\gamma'}\cos\beta',$$

откуда легко выводятся уравнения в форме (54).

Поскольку из этих уравнений следует, что радиальная составляющая электрической силы меняется как $1/r$, нормальная составляющая и, следовательно, поверхностная плотность будут меняться как $(1/r)\cdot(r/p)$, где p — перпендикуляр из фокуса на касательную плоскость; таким образом, поверхностная плотность меняется как $1/p$ и, следовательно, как корень квадратный из r».

164. Для более наглядного понимания утверждения Максвелла полезно пояснить его при помощи следующей иллюстрации. Пусть точки A, C и B' являются центрами трех сфер, причем сферы с центрами в точках B' и C являются взаимно инверсными относительно сферы с центром в точке A. Тогда, если точка B является инверсной для A относительно сферы C, а C' — инверсна для A относительно сферы B_1, то B и B', так же как C и C', взаимно инверсны относительно сферы A.

170. Весь текст п. 170 после выражений для α', β', γ', δ' принадлежит Нивену; он сохранен здесь, поскольку, возможно, написан по тем дополнениям в черновиках или в лекционной записи, которые остались после Максвелла.

193. Текст п. 193 после формулы (10) также принадлежит Нивену и сохранен по той же причине, что и текст в п. 170.

200. Как отметил Д. Д. Томсон, поправка на кривизну равна $\left(1+\frac{1}{4}\frac{B}{R}\right)$, а не $\left(1+\frac{1}{2}\frac{B}{R}\right)$, как это приведено в тексте; однако расхождение снимается, если под R понимать не радиус серединной окружности, а радиус малого диска (цилиндра), что, по-видимому, имел в виду Максвелл.

200. Выражение (38) является приблизительным. Как указал Нивен, точный ответ имеет вид

$$\frac{R^2}{B}+\frac{2}{\pi}R\ln 2+\frac{B}{4}+\frac{B}{2\pi^2}(\ln 2)^2-\frac{B}{\pi^2}\sum_1^\infty\frac{1}{2^n}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{12}-\frac{1}{2}\left(\ln 2\right)^2.$$

что отличается от (38) приближенно на 0,28 B.

350. Последний абзац п. 350 отсутствует в первом издании.

357. «В журнале «Phil. Mag.» за 1877 г., т. 1, с. 515—525 г-н Оливер Лодж указал на существование недостатка в методе Манса. Поскольку электродвижущая сила батареи зависит от проходящего через нее тока, отклонение стрелки гальванометра не может быть одинаковым при обоих положениях переключателя, если справедливо, конечно, уравнение $a\alpha=c\gamma$. Г-н Лодж описывает некоторую удачно использованную им модификацию метода Манса».— *Примеч. У. Нивена.*

388. «В случае (3) говорят, что первый магнит ориентирован по направлению ко второму магниту, а второй ориентирован «боком» по отношению к первому. С помощью формул (6), (7) легко доказать, что если бы первый магнит был ориентирован боком по отношению ко второму, то момент сил, действующих на второй магнит, был бы равен m_1m_2/r^3. Таким образом, момент сил в случае, когда отклоняющий магнит ориентирован по направлению к отклоняемому, вдвое больше, чем в случае, когда он ориентирован боком по отношению к последнему. Гаусс показал, что если бы сила менялась обратно пропорционально p-й степени расстояния между полюсами, то момент при ориентации отклоняющего магнита по направлению к отклоняемому был бы в p раз больше, чем в случае ориентации отклоняющего магнита боком по отношению к отклоняемому. Сравнивая моменты сил в этих двух положениях, можно проверить закон обратных квадратов более точно, чем это возможно при помощи крутильных весов».— *Коммент. Д. Д. Томсона.*

404. У Фарадея термин «сфондилоид» (sphondiloid) введен в п. 3271 (т. III, с. 586) в статье «О физическом характере линий магнитной силы» (см. также п. 82). В дальнейшем этот термин не прижился.

426. Значение $\varkappa=1600$ вставлено в текст Д. Д. Томсоном, что несколько противоречит максвелловским данным $\varkappa=32$; 45 (см. п. 425).

443. Здесь Максвелл без оговорок рассматривает внешнюю силу x, как непосредственно воздействующую на отдельную молекулу магнита. В действительности же действующая сила может отличаться от внешней, что особенно существенно для таких веществ, как железо, где намагниченность $I\gg x_0$. На это обстоятельство обратил внимание Д. Д. Томсон.

444. Здесь Максвелл не очень четко сформулировал свое предположение, что привело к появлению нескольких разъясняющих комментариев Д. Д. Томсона и У. Нивена. Максвелл, по-видимому, имел в виду следующую модель, в рамках которой получаются приводимые им теоретические результаты:

если внешняя сила отклоняет молекулу на угол, меньший β_0, то после снятия силы молекула возвращается в исходное состояние равновесия; если внешняя сила вызывает отклонение на угол, больший β_0, то это вызывает смещение положения равновесия молекулы до тех пор, пока отклонение от нового (смещенного) положения равновесия не станет равно β_0; после снятия намагничивающей силы такая молекула «вернется» в новое положение равновесия.

454. Комментарий Д. Д. Томсона, поясняющий оптимальный выбор расстояния, на котором получается минимальная ошибка при однократном измерении, сводится к следующему: при однократном измерении $Q=2M/H=Dr^3$, ошибка $\delta Q=\delta Dr^3+3Dr^2\delta r$, если ошибки измерений δD и δr независимы, то $(\delta Q)^2=r^6(\delta D)^2+9D^2r^4(\delta r)^2=r^6(\delta D)^2+9(Q^2/r^2)(\delta r)^2$. Эта величина минимальна, когда $(\delta D/D)=\sqrt{3}(\delta r/r)$.

486. Максвелл не приводит вывода формулы для работы, совершаемой магнитом при полном обороте вокруг оси; это место независимо комментировалось и Нивеном, и Томсоном. Мы приводим здесь некоторое объединенное рассуждение.

Как ясно из рис. 23 п. 491, при движении вокруг оси O южный полюс (над плоскостью рисунка) и северный полюс (под плоскостью рисунка) совершают разные работы над полем. Последнее складывается из поля, создаваемого неизменным током i, текущим по подводящим проводам и вдоль оси O, и изменяющимися токами $i-x$ и $i-y$, текущими по контурам $BQPO$ и $BRPO$. При движении магнитного полюса по замкнутому контуру в постоянном магнитном поле работа отлична от нуля только в том случае, когда контур охватывает ток; следовательно, южный полюс никакой работы не совершает, а работа северного полюса (направление Север → Восток → Юг → Запад соответствует движению по часовой стрелке в плоскости рисунка) равна $4\pi mi$. Поле от изменяющихся токов вычисляется как градиент скалярного потенциала; потенциал же пропорционален телесному углу, под которым виден контур с током из точки нахождения магнитного полюса. Обозначим через Ω_x и Ω_y телесные углы, под которыми видны контуры $BQPOZ$ и $BRPOZ$ из южного полюса магнита, а через Ω_x' и Ω_y' — из северного. Ясно, что при этом можно условно считать возвратную ветвь OZ находящейся в плоскости рисунка — это сдвинет потенциал только на постоянную величину. Более того, нетрудно убедиться, что вклад в результирующую работу при движении полюсов по окружности вокруг оси O дает только поле тока, текущего по перемещающемуся отрезку PO, поскольку созданное кольцевым током магнитное поле перпендикулярно направлению движения. В результате работа в поле меняющихся токов будет определяться соотношением

$$m\int\limits_0^{2\pi}\left[(i-x)\frac{d}{d\theta}(\Omega_x+\Omega_x')+(i-y)\frac{d}{d\theta}(\Omega_y+\Omega_y')\right]d\theta=-mi2\pi(\Omega+\Omega'),$$

что и дает формулу, приводимую Максвеллом.

487. Приводим изложение комментария Д. Д. Томсона, относящегося к выводу формулы для угла, под которым пересекаются на контуре две эквипотенциальные поверхности.

Для определения угла пересечения двух эквипотенциальных поверхностей, опирающихся на общий контур, рассмотрим вспомогательную сферу бесконечно малого (в масштабах контура) радиуса, касательную к кромке контура. Введем сферическую систему координат, отсчитывая полярный угол θ от оси, проходящей через центр сферы параллельно касательной к контуру в месте его пересечения со сферой, а азимутальный угол φ — от этой касательной. Тогда телесный угол, под которым виден контур из центра сферы, будет равен

$$\omega_1=\int\limits_0^{\alpha_1}d\varphi\int\limits_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta=2\alpha.$$

Отсюда ясно, что угол между двумя эквипотенциальными поверхностями дается формулой, приводимой в тексте:

$$\alpha_1-\alpha_2=(\omega_1-\omega_2)/2.$$

Это соотношение нарушается в точках излома и самопересечения контура.

497. Максвелл считает правой стороной тока ту, которая находится справа от наблюдателя, стоящего на горизонтальной плоскости и смотрящего вдоль тока.— *Коммент. Д. Д. Томсона.*

536. Д. Д. Томсон обратил внимание, что независимость электромагнитной силы индукции от материала проводника предполагает, что этот материал немагнитный.

584. В конце п. 584 Д. Д. Томсоном сделано дополнение, которое ниже приводится без сокращений.

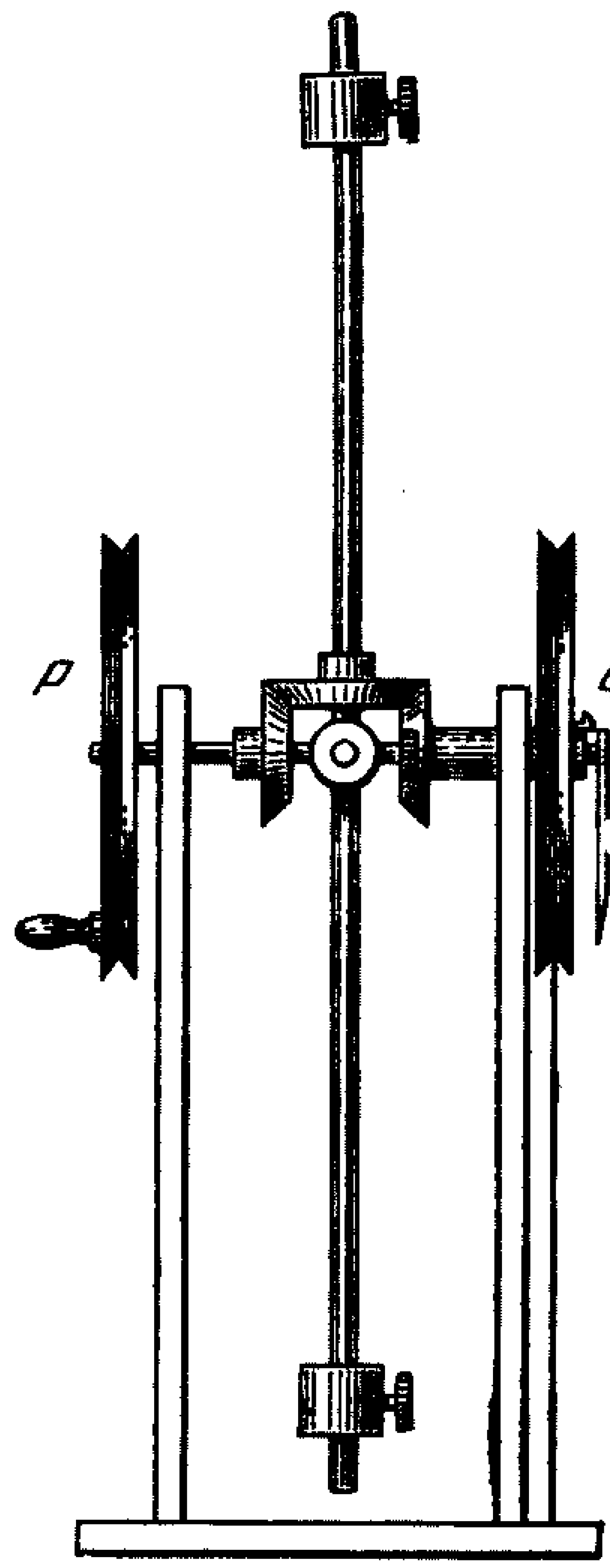


Рис. 34а

«Замечание. В Кавендишской лаборатории есть спроектированное Максвеллом устройство (модель), очень наглядно иллюстрирующее законы индукции токов. Оно воспроизведено на рис. 34, *а*. Буквами P и Q отмечены диски; вращение диска P моделирует первичный ток, вращение диска Q — вторичный. Эти диски связаны между собой шестеренчатым дифференциалом. Промежуточная шестеренка несет на себе маховик, момент инерции которого можно регулировать, перемещая грузы к центру или на периферию. Сопротивление во вторичном контуре моделируется с помощью струны, перекинутой через диск Q и накрепко привязанной к эластичной ленте. Когда диск P начинают вращать (т. е. ток начинает течь в первичной цепи), диск Q будет поворачиваться в противоположную сторону (что эквивалентно появлению обратного тока при включении первичного). Когда же скорость вращения P установится постоянной, диск Q будет неподвижен (при постоянном токе в первичной цепи ток во вторичной отсутствует); при остановке диска P диск Q начинает вращаться в том же направлении, в котором раньше вращался диск P (возникновение прямого тока во вторичной цепи при размыкании первичной). Влияние железного сердечника, приводящего к увеличению индукции, может быть продемонстрировано путем увеличения момента инерции маховика».

603. К п. 603 имеется важное дополнение Д. Д. Томсона. Как известно, Максвелл не написал в трактате всех уравнений электромагнитного поля (которые в наше время известны как уравнения Максвелла), см. более подробно послесловие. Добавление Д. Д. Томсона (сделанное со ссылкой на Хевисайда) сводится к тому, что можно записать замкнутую систему уравнений для полей **E**, **H** и **B**; на полусовременном языке это добавление можно сформулировать следующим образом.

Для замкнутых «истинных» токов (под «истинным» током понимается сумма токов проводимости и смещения) можно описать электрическое поле уравнением $\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, которое вместе с уравнением $\operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_{\text{ист}}$, материальными связями $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$ и $\mathbf{j}_{\text{ист}}=\left(\sigma+\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{d}{dt}\right)\mathbf{E}$ и граничными условиями полностью определяет «состояние электромагнитного поля».

604. Максвелл считает, что сила со стороны магнитного поля действует на «истинный» ток, складывающийся из тока проводимости и тока смещения. Подробное разъяснение по этому вопросу приведено в послесловии.

631. При выводе выражения (5) для энергии электрического поля Максвелл исходит из соответствующих представлений в электростатике, где электрическая напряженность потенциальна. Однако, как известно, этот результат сохраняется и для переменных вихревых полей. В этом месте в 3-м издании есть замечание Д. Д. Томсона, аргументирующее справедливость такого обобщения. Оно опущено нами, поскольку окончательное установление выражения для энергии опирается на закон сохранения ее (теорему Пойнтинга), т. е. в известной мере содержит элемент постулирования.

632. Приводим комментарий проф. Нивена, извлеченный им из письма Максвелла профессору Кристалу (Chrystal). «В п. 389 энергия, обусловленная магнитом, имеющим составляющие намагниченности A_1, B_1, C_1 и помещенным в магнитное поле с составляющими магнитной силы α_2, β_2, γ_2, принята равной

$$-\iiint(A_1\alpha_2+B_1\beta_2+C_1\gamma_2)dxdydz,$$

где интегрирование ограничено областью магнита в предположении, что A_1, B_1, C_1 обращаются в нуль всюду вне ее.

Однако полная энергия записывается в виде

$$-\frac{1}{2}\iiint\{(A_1+A_2)(\alpha_1+\alpha_2)+\ldots\}\,dx\,dy\,dz,$$

причем интегрирование распространяется на все части пространства, где находятся намагниченные тела, и A_2, B_2, C_2 обозначают составляющие намагниченности в произвольной точке вне магнита.

Таким образом, полная энергия состоит из четырех частей:

$$-\frac{1}{2}\iiint(A_1\alpha_1+\ldots)\,dx\,dy\,dz, \tag{1}$$

эта часть постоянна, если намагниченность магнита неизменна;

$$-\frac{1}{2}\iiint(A_2\alpha_1+\ldots)\,dx\,dy\,dz, \tag{2}$$

эта часть, согласно теореме Грина, равна

$$-\frac{1}{2}\iiint(A_1\alpha_2+\ldots)\,dx\,dy\,dz \tag{3}$$

и
$$-\frac{1}{2}\iiint (A_2\alpha_2+\ldots)\,dx\,dy\,dz. \qquad (4)$$

Последнюю часть мы также можем считать возникающей от жесткой намагниченности и поэтому предполагать постоянной.

Следовательно, изменяемая часть энергии перемещаемого магнита с жесткой намагниченностью является суммой выражений (2) и (3), а именно

$$-\iiint (A_1\alpha_2+B_1\beta_2+C_1\gamma_2)dxdydz.$$

Помня, что смещение магнита изменяет значения α_2, β_2, γ_2, но не изменяет A_1, B_1, C_1, для составляющих силы, действующей на магнит в произвольном направлении φ, найдем

$$\iiint \left(A_1\frac{d\alpha_2}{d\varphi}+B_1\frac{d\beta_2}{d\varphi}+C_1\frac{d\gamma_2}{d\varphi}\right)dx\,dy\,dz.$$

Если же вместо магнита мы имеем тело, намагниченное через индукцию, выражение для силы должно быть таким же; поэтому, подставляя $A_1=k\alpha$, . . ., получим

$$\iiint k\left(\alpha\frac{d\alpha_2}{d\varphi}+\beta\frac{d\beta_2}{d\varphi}+\gamma\frac{d\gamma_2}{d\varphi}\right)dx\,dy\,dz.$$

В этом выражении нужно положить $\alpha=\alpha_1, \alpha_2, \ldots$, но, если намагниченное тело мало или мала величина k, мы можем пренебречь α_1 по сравнению с α_2 и получить выражение для силы, совпадающее с приведенным в п. 440:

$$\frac{d}{d\varphi}\frac{1}{2}\iiint k(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\,dx\,dy\,dz.$$

Работа, совершаемая магнитными силами при уносе тела в бесконечность в случае, когда оно обладает небольшой индуктивной способностью и является намагниченным по индукции, равна только половине работы в случае такого же тела с такой же, но заданной жесткой намагниченностью, поскольку индуцированный магнит теряет свою намагниченность по мере уноса его в бесконечность».

659. Со ссылкой на статью Максвелла (Royal Soc. Proc., XX, p. 160—168, см. также The Scientific Papers of J. C. Maxwell, vol. II, art. XLIX, p. 294) Нивен поясняет, что любое другое решение задачи отличается от приведенного в тексте системой замкнутых токов, зависящей от начальных условий, а не от каких-то внешних причин. Эта система токов быстро затухает; поэтому, если постулировать достаточную удаленность в прошлое начальных условий, приведенное в тексте решение будет единственным.

685. Как заметил Д. Д. Томсон, соотношения (22), (23) строго верны только в случае $\mu=\mu'=\mu_0$, в противном случае надо учитывать искажения, вносимые в поле неоднородностями μ.

696. Как указал Д. Д. Томсон, это легко доказывается, если зональную гармонику $P_i(\vartheta)$ в выражении (6) для ω_1 представить в виде суммы ряда по зональным и тессеральным гармоникам относительно оси C_a, при этом следует воспользоваться формулой

$$\mu=\int_{\mu_2}^{1}\frac{d\omega_1}{dr}2\pi c_2^2\,d\mu_2.$$

711. Д. Д. Томсон отмечает, что в поправочном множителе вместо численного коэффициента 3/2 необходимо использовать 3/4.

755. В конце п. 755 помещено следующее дополнение профессора Нивена:

«Приведенные далее исследования заимствованы из записей лекций Профессора Клерка Максвелла, сделанных господином Флемингом; они грустны тем, что составляют часть последней лекции, прочитанной Профессором. В записях г-на Флеминга схема эксперимента отличается от той, которая приведена в тексте книги,— там батарея и гальванометр поменяны местами».

«Выражение (8) может быть доказано следующим образом: обозначим через L_1, L_2, N и Γ соответственно коэффициенты самоиндукции катушек A, B, ab и гальванометра. Тогда кинетическая энергия системы T будет приближенно равна

$$\frac{1}{2} L_1\dot{x}^2+\frac{1}{2} L_2\dot{y}^2+\frac{1}{2} \Gamma (\dot{x}-\dot{y})^2+\frac{1}{2} N\gamma^2+M_1\dot{x}\gamma+M_2\dot{y}\gamma.$$

Диссипативная функция F, т. е. половина скорости изменения энергии, затрачиваемой на нагрев катушек, равна (см. книгу лорда Рэлея «Теория звука», т. I, с. 78)

$$\frac{1}{2} \dot{x}^2R+\frac{1}{2} \dot{y}^2S+\frac{1}{2} (\dot{x}-\dot{y})^2 K+\frac{1}{2} \gamma^2Q,$$

где Q — сопротивление батареи вместе с принадлежащей ей катушкой.

Уравнение для токов относительно какой угодно переменной x имеет вид

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{x}}-\frac{dT}{dx}+\frac{dF}{d\dot{x}}=\xi,$$

где ξ — соответствующая электродвижущая сила. Следовательно, мы имеем

$$L_1\ddot{x}+\Gamma (\ddot{x}-\ddot{y})+M_1\dot{\gamma}+R\dot{x}+K(\dot{x}-\dot{y})=0, \qquad L_2\ddot{y}-\Gamma (\ddot{x}-\ddot{y})+M_2\dot{\gamma}+S\dot{y}- K (\dot{x}-\dot{y})=0.$$

Эти уравнения могут быть проинтегрированы сразу же по t. Замечая, что x, $\dot{x}$, y, $\dot{y}$, γ в начальный момент времени равнялись нулю, и полагая $x-y=z$, мы придадим (после исключения y) уравнению следующий вид:

$$A\ddot{z}+B\dot{z}+Cz=D\dot{\gamma}+E\gamma. \tag{8'}$$

Через небольшой промежуток времени после присоединения батареи ток γ сделается стационарным, а ток $\dot{z}$ затухнет. Поэтому $Cz=E\gamma$.

Это приводит к выражению (8), написанному выше; оно показывает, что, когда полное количество электричества, протекающее через гальванометр, равно нулю, мы должны иметь $E=0$ или $M_2R-M_1S=0$. Далее, уравнение (8′) показывает, что если в гальванометре вообще нет тока, мы должны иметь $D=0$, или $M_2L_1-M_1L_2=0$».

Здесь Д. Д. Томсон счел уместным добавить: «Пока условие $M_2L_1=M_1L_2=0$ не выполнено (хотя бы приближенно) непостоянство нуля гальванометра, обусловленное переходными токами, мешает точно установить, происходит или нет «подскок» показаний гальванометра при замыкании цепи батареи».

756. В третьем издании «Трактата» помещено приложение к главе XVII, сделанное при редактировании Д. Д. Томсоном. Оно полностью совпадает с разделом статьи Максвелла «Динамическая теория электромагнитного поля», Dynamical Theory of the Electromagnetic field, *Phil. Trans.*, 155, p. 475, имеющейся в русском переводе (см.: Джеймс Клерк Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М.: ГИТТЛ, 1952, п. 43).

770. Как указал Д. Д. Томсон, описываемый искровой разряд заряженной поверхности в воздух был обнаружен Тоулменом в 1876 г.

778—779. Здесь сохранен термин Максвелла «Электромагнитная емкость самоиндукции катушки» (electromagnetic capacity of selfinduction of a coil), поскольку в тексте проводится сопоставление с электрической емкостью конденсатора (electrostatic capacity of condenser). В принятых сейчас терминах емкость самоиндукции соответствует индуктивности или коэффициенту самоиндукции. Ранее Максвелл прибегал и к таким обозначениям.

793. Еще Д. Д. Томсон обратил внимание на противоречивость приводимых здесь цифровых данных. Он прокомментировал это так: «Мне не удалось подтвердить эти цифры. Если принять $v=3\cdot 10^{10}$, то для средней энергии в одном кубическом сантиметре солнечного света, согласно данным Пуйе (Pouillet), приводимым Томсоном, получим $3{,}92\cdot 10^{-5}$ эрг, и соответствующие значения P и β, определяемые соотношением (24), будут в единицах CGS равны: $P=9{,}42\cdot 10^8$ или 9,42 вольт на сантиметр, $\beta=0{,}0314$ или значительно больше, чем одна шестая часть горизонтальной магнитной силы Земли».

858. «В первом и во втором изданиях члены $2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}+2v'\frac{d}{ds'}\frac{dr}{dt}$ пропущены; поскольку, однако, $\frac{\partial^2}{\partial t}=\left\{v\frac{d}{ds}+v'\frac{d}{ds'}+\frac{d}{dt}\right\}^2$, их, по-видимому, следует включить; тем не менее они не влияют на результат в случае замкнутых контуров». — *Коммент. Д. Д. Томсон.*

ПОСЛЕСЛОВИЕ[1]
(редакторов перевода)

1. Принципы перевода

Перевод любого текста, художественного или научного, обычно представляет собой компромисс между двумя крайностями — смысловым и буквальным соответствием оригиналу. Наш перевод максвелловского «Трактата об электричестве и магнетизме» ближе ко второй. Это результат преднамеренного решения. Поэтому прежде всего постараемся пояснить его мотивы и рассказать о тех принципах, которых мы придерживались в процессе работы над переводом.

Первый из них — нечто вроде *принципа стилистического соответствия*. Мы стремились не изменять максвелловскую манеру письма, не улучшать, не приближать ее к современной, не трактовать «Трактат», останавливаясь в этом стремлении лишь перед неизбежными различиями языковых норм. Сохранялась не только крупномасштабная архитектоника текста, но и конструкция фразы почти всюду, где англоподобность еще не должна была, по нашему мнению, отторгать русского читателя от более или менее непринужденного ее восприятия.

Язык Максвелла своеобразен. За кажущейся простотой, частыми повторами равносмысловых утверждений, отступлениями, перескоками видится и логическая, и эмоциональная направленность, так что определенная доля аллитераций и стилистических сбоев должна восприниматься не как косноязычие, а как средство литературного воздействия, и было бы досадно выгладить это при переводе.

В своем первоначальном назначении «Трактат» имел целью изложение новых взглядов на свойства (а отчасти и на природу) электромагнетизма, и читатель тех времен следил за ходом повествования, еще не зная правильного ответа, вернее, еще не будучи уверенным в правильности его. Поэтому как сама аргументация, так и форма представления ее также поддерживала совсем иные, чем сейчас, отношения между автором и читателем.

Сохранение таких нюансов является, наверное, заповедным правилом любого перевода и уж тем паче перевода исторически значимого материала, но оно заведомо требует высокого лингвистического мастерства; потому-то мы, опасаясь промахов, тяготели — при отсутствии явных противопоказаний — в сторону пунктуального переноса стилистики. Этому отчасти благоприятствовало изменение функций «Трактата», происшедшее за столетие. Первоначально они были не только чисто научные, но и учебные. Как учебное пособие «Трактат» был необычен, ибо в нем много места отводилось «неокончательным утверждениям», а потому он казался многословным, допускал возможность методических улучшений и разъяснений и т. д. Вполне вероятно, что перевод его на русский язык в те време-

---

[1] В послесловие включены фрагменты обзора [1], выпущенного в связи со 150-летием со дня рождения Максвелла. Некоторые ссылки на литературу даются через этот обзор.

Наиболее полный (из известных нам) перечень работ, посвященных истории максвелловской электродинамики, приведен в [2]. Мы признательны Б. В. Булюбашу за эту справку.

на (к сожалению, не случившийся) поощрял бы большее предпочтение смысла над формой [2].

Современный читатель знакомится с «Трактатом» с иными намерениями: им руководит — насколько мы вправе судить — скорее историческая любознательность, реже — желание получить фактическую справку и почти как исключение — потребность пополнить свое предметное образование. Снятие образовательных обязанностей как раз и позволяет оставить в неприкосновенности повторы, длинноты, кажущиеся или фактические непоследовательности, загадочности и т. п. и, главное, не вносить оживляющего грамматического разнообразия там, где оно отсутствует у самого Максвелла. Например, Максвелл довольно часто, повторяясь от фразы к фразе, постепенно развивает тот или иной тезис, словно разглядывая его под разными углами. И при этом отдает предпочтение условным оборотам: «если предположить», «если допустить», «если взять» и даже «если обозначить», как бы дозволяя при этом свободу и другим возможностям. Мы практически нигде не изменяли этих наклонений, хотя и понимали, что по-английски они несут на себе отпечаток меньшей осторожности, чем по-русски.

Второй принцип следовало бы назвать «*принципом наименьшего вмешательства*» или даже категоричнее — «*принципом невмешательства*» в авторский текст. Сам по себе он вроде бы очевиден, но предусматривает текстологическую ясность, т. е. знание того, чтó есть аторский текст, а как раз в этом мы испытывали некоторые затруднения.

Перевод «Трактата» выполнен с третьего издания 1891 г., которое было подготовлено к печати Дж. Дж. Томсоном. А всего на английском языке выпущено три независимых издания: первое, 1873 г.,— самим Максвеллом; второе издание 1881 г., которое только начал готовить Максвелл, а докончил — в редакторском плане — проф. У. Нивен уже после смерти Максвелла; наконец, третье — томсоновское издание. Все последующие перепечатки «Трактата» на английском языке повторяют третье издание. Правда, с текста нивенского издания успели появиться переводы на немецкий (1883 г.), французский язык (1889 г.), но после 1891 г. за английским текстом третьего издания укрепилась репутация канонического.

Мы держали для контроля перед собой исходное издание 1873 г., но это не всегда помогало нам восстановить истину. Доподлинно известно, что Максвелл успел подготовить ко второму изданию лишь д е в я т ь глав, подвергнув их заметной переработке. Сюда же вошла и предварительная глава (Предварение, Preliminary), где изложены общие взгляды на поведение физических и математических величин, вовлекаемых в теорию электромагнетизма. Из сличения этих разделов в первом и втором издании можно строить догадки о том, каковы были намерения Максвелла по усовершенствованию и продолжению «Трактата», но не более того. Похоже, что он не намечал внесение кардинальных структурных изменений, но хотел навести определенный смысловой порядок и терминологическую чистоту. Об этом свидетельствуют не только переписанные им главы, но рукопис-

---

[2] Ранее на русском языке были изданы лишь избранные отрывки из публикаций Максвелла, в том числе и из «Трактата» [3], с сопроводительными заметками Дж. Дж. Томсона и очень выразительными комментариями Л. Больцмана. Предисловие к «Трактату» было также переведено в сборнике [4]. Сейчас эти книги за давностью лет стали мало доступными. Во избежание стилистического разнобоя в настоящем издании все уже известные ранее места «Трактата» переведены заново.

ные заметки и фрагменты его лекций, где были переизложены отдельные места «Трактата», по-видимому, показавшиеся ему недостаточно совершенными или завершенными.

Редакторы второго и третьего изданий (Нивен и Томсон), имея в своем распоряжении кое-какие следы замыслов Максвелла, постарались познакомить с ними читателей. Для этого ими были использованы три вида редакторских вставок: комментаторские сноски (помещенные внизу соответствующих страниц), прямые врезки в текст, отграниченные от максвелловского прямыми (Нивен) или фигурными (Томсон) скобками, и, наконец, изменения без указаний на авторство. При переводе на русский язык всякий раз приходилось принимать индивидуальные решения, отдавая предпочтение, естественно, самому Максвеллу всюду, где имелась возможность отделить «деяния от толкования». В случае расхождения текстов первого и третьего изданий, когда установление причин несовпадения было безнадежным, мы принимали версию третьего издания. Наш подход к комментариям Нивена и Томсона будет пояснен чуть позже. Что же касается опечаток или описок, то большая часть их была обнаружена и устранена Нивеном и Томсоном, хотя кое-что осталось и для нас. Впрочем, вполне возможно, что и наша внимательность тоже сработала не везде. Только в совершенно очевидных случаях исправления опечаток или недопечаток производились негласно. Никаких посягательств на места, казавшиеся нам странными или даже неточными, не делалось. Более того, мы старались переводить их строже, указывая при необходимости на неоднозначности оборотов. Даже комментирование таких мест могло иногда граничить с нарушением исторического такта, т. е. с использованием разности времен и знаний на предмет снисходительного поучения.

Так мы пришли к принятию третьего *принципа — сдержанности* в *комментариях*, распространив это и на замечания предшествующих редакторов. Последние преследовали несколько целей. Прежде всего, указания на фактические неточности. Эти комментарии, разумеется, сохранены — иногда в дословном переводе, иногда в переизложении, иногда с нашими дополнениями. Однако все это вынесено в конец второго тома, дабы не отвлекать читателя от чисто максвелловского течения мыслей. Нивен и особенно Томсон уделили много внимания методическим улучшениям — они наводили строгости в некоторых доказательствах, иллюстрировали максвелловские утверждения более удачными, на их взгляд примерами, а порой и не пропускали возможности обобщений.

Мы не сочли нужным приводить все это довольно объемистое хозяйство, созданное в те времена в связи с потребностью усвоения и освоения максвелловской электродинамики, тем более что оно далеко не исчерпывало сути дела. Впрочем, некоторые комментарии этого типа были все-таки оставлены в тех случаях, когда возникали сомнения, не инициированы ли они какими-либо максвелловскими указаниями.

Третий вид комментариев Нивена — Томсона включал сведения о результатах, опубликованных после выхода в свет первого издания «Трактата». Они нами убраны без колебаний, ибо вряд ли сейчас представляется интересным перечисление этих небольших и разрозненных успехов первого десятилетия, к тому же и не полное, а извлеченное лишь из той части текущей литературы, которая оказалась доступной редакторам. Восполнение этих пробелов и естественное продолжение перечня на последующие периоды вовлекло бы нас в занятие составления истории развития максвелловской электродинамики, неуместное в рамках дополнений к «Трактату», хотя и несомненно интересное.

Не меньшая сдержанность была проявлена нами и в отношении собственных комментариев, хотя к пониманию разумности таковой мы пришли не сразу. Сначала нам казалось, что многие вычисления и доказательства было бы полезно повторить в современной манере, привычнее воспринимаемой и легче сопоставляемой с известными методами. Хотя максвелловская электродинамика являет собой пример физической теории, надолго сохраняющей свой первоначальный облик в неприкосновенности, все же за прошедшее столетие был достигнут значительный прогресс в ее интерпретации и методике изложения. Множество разноплановых монографий и учебников появилось за это время и находятся в активном обращении. Возросла культура и техника работы с уравнениями Максвелла, и это позволило извлекать из них результаты, на которые Максвелл вышел «независимо и много раньше», весьма экономными средствами и с большим пониманием их подчиненности общим законам и принципам. Следовательно, эти книги вполне могут сойти за развернутые комментарии к «Трактату», хотя их авторы, как правило, и не ведут свои исчисления непосредственно от «Трактата» [3].

С другой стороны, именно методическое оснащение позволяет нам сейчас легче понимать максвелловский язык, чем его современникам. Более того, он эмоционально воспринимается как первозданный, его архаизмы не раздражают, а те трудности, на которые сетовали некоторые «логически настроенные» первые читатели «Трактата», преодолеваются нами более непринужденно, поскольку мы приучены к полевому мышлению, обладаем обогащенной интуицией и, главное, уверенно знаем, что уравнения Максвелла правильно описывают **все** макроэлектродинамические явления. Так что даже выдающиеся по тем временам комментарии Больцмана (частично переведенные на русский язык [3]) сейчас уже, по нашему разумению, не могут сопровождать «Трактат». Они принадлежат к истории преодоления недоверия, очищения здания от строительных лесов.

Последний оборот идет от самого Максвелла, который сознательно, следуя воодушевляющему примеру Фарадея, не избегал вводить читателя в свою (как сказали бы сейчас) творческую лабораторию. Да и многие другие прямые комментаторы «Трактата» фактически исполняли агитационные и очистительные функции, с которыми успешно справилась сама жизнь. И мы не сочли нужным собирать их под одним переплетом, ограничившись только ссылками. Соответственно и свое собственное отношение мы старались выражать редко и ненавязчиво, преодолев опасения быть заподозренными в нерадивости. Есть, правда, по крайней мере один изъян в тактике скупого комментирования: не раскрыты именные ссылки, даваемые Максвеллом, подобно тому, как это было сделано, например, при переводе трудов Фарадея [5].

Наконец, четвертый принцип работы над переводом относится к терминологии и может быть назван *принципом непосягательства на старинные слова.*

Далее в п. 2 мы вкратце поясним максвелловскую систему обозначений, принятую в «Трактате», довольно многоплановую и многозначимую. Пока же сосредоточимся на чисто переводческих загвоздках. Создавая электродинамику, Мак

[3] В конце обзора [1] приведена разветвленная схема возникновения нескольких поколений таких учебников, генетически прослеженная от максвелловского «Трактата».

свелл естественно вводил множество новых терминов, которые обычно отпочковывались от образных пояснений определенных физических событий и, как многие первые обозначения, понятий, были в своей эмбриональной стадии метафоричны [4]. Установление связей между ранее, казалось бы, независимыми величинами сопровождалось совмещениями соответствующих терминов; при этом, как правило, рождалось и новое понимание их физической сущности. Значит, одновременно с эволюцией понятий происходила эволюция слов. Но, к сожалению, в английском и русском языках однозначной связи между этими лингвистическими процессами не существовало. У нас совершался свой — слегка смещенный по времени — процесс формирования электродинамического словаря. Когда речь шла о промежуточных обозначениях, играющих роль неформальных разъяснительных образов, то, поскольку они не получили в русском языке даже временного употребления, мы осмелились вставлять их в историю электродинамики ретроспективно.

Так возникли слегка непривычные нам словообразования «индуктивная способность», «магнитная индуктивная емкость» и т. п. Но в большинстве других случаев приходилось сталкиваться с уже укоренившимися словами, посягательство на которые потребовало бы переучения людей; поневоле следовало держаться старинных обычаев, несмотря на то, что их создатели распоряжались ими не очень удачно, поскольку было (и будет!) не так-то просто предугадывать смысловое обогащение понятий, подстерегающее их по ходу развития науки. Действительно, многие обозначения возникли из ассоциаций с первыми, обычно экспериментальными, проявлениями: магнит, электрон, поле и т. п., а затем их содержание углублялось и утрачивало связь с происхождением.

Иногда возникает искушение (наивное, как всякое преобразование методом распоряжений сверху) взять и, собравшись с духом, провести всеобщую реформу перевведения всех обозначений взамен старых, исторически сложившихся, но, увы, не отразивших окончательного назначения своего. Если такое и произойдет, то, скорее всего, при изобретении нового языка, не обремененного увесистыми традициями, языка изолированного, кастового, слова которого не будут диффундировать по живым языкам, подобно старой латыни. А пока приходиться приноравливаться.

Вот несколько примеров. В максвелловские времена довольно часто слово electrification употреблялось и для обозначения *процесса* заряжения, и как характеристика *состояния* наэлектризованности. В русском языке его функции распределились по разным словам, хотя можно было бы ввести *заряжение* и *заряженность*, *электризация* и *наэлектризованность*... Далее, Максвелл часто использует абстрактный образ electrified point (заряженная точка), а мы его вынуждены переводить как точечный заряд (point charge), придавая сему более модельный оттенок. То же самое несоответствие наличествует и в случае заряженного объема и, строго говоря, не тождественного с объемным зарядом. И вдруг в двумерном случае русский язык разрешает эти два понятия — геометрическое (заряженная поверхность) и модельное (поверхностный заряд) — употреблять раздельно и независимо.

[4] Сейчас у нас появилась приятная возможность отослать читателя, интересующегося неисповедимостью законов появления терминов, к научно-показательной статье Е. Л. Фейнберга [6], откуда следует, в частности, что трудности прошлых лет не померкнут, а усугубятся в будущем.

Другой, еще более выразительный пример принудительного следования традициям связан с запутанным использованием слова *сила*. Даже в физическом словаре оно испытало *сильные* перегрузки. Это, прежде всего, обычная механическая сила (иногда говорят пондеромоторная, но как разнообразящий синоним — без альтернатив). Ему соответствует английское слово force. Значит, слово «сила» ассоциируется с размерной физической величиной. Однако мы часто прибегаем к «силе» в безразмерном значении: сила тока, сила магнитного полюса и т. п. В английской лексике это уже не force, а strength, т. е. скорее напряженность или даже с и л ь н о с т ь, но не сила; с другой стороны, «напряженность» приходится приберечь для перевода английского «intensity», потому что «интенсивность» в русском языке выглядит как скалярное понятие, тогда как напряженность может смотреться и как векторное тоже... Перечень этих пересечений можно было бы продлить. До сих пор в ходу понятие «*живая сила*», которая имеет размерность *энергии*, или лошадиной *силы*, имеющей размерность *мощности* (horse power)... В общем, основания к преобразованию обозначений вполне аргументируемы, и в принципе их следовало бы начать с переписывания исходных монографий, но это задержало бы перевод «Трактата» на неопределенный срок, ибо человечеству пока еще не суждено договориться даже и по более важным вопросам.

2. Терминология, обозначения

Как уже упоминалось, Максвелл предполагал в дальнейших переизданиях «Трактата» провести пересмотр обозначений и терминологии. Видимо, он испытывал тут известное беспокойство. И в какой-то мере оно оправдано: в нашем современном представлении «Трактат» схож с книгой, миновавшей процедуру внутрииздательского редактирования. Правда, сейчас, когда он перешел в ранг исторических памятников, это обстоятельство имеет и благоприятные стороны, поскольку его с большим основанием можно воспринимать как истинно максвелловский, почти «рукописный» документ и изучать с его помощью даже некоторые психологические аспекты творчества (что, кстати, часто затрудняется в наши дни из-за возрастающего вмешательства в текст «теневых соавторов»). Символика и терминология «Трактата» тоже показательны. Максвелл порой необычно многообразен в словесных наименованиях сходных или даже одинаковых физических величин. Некоторые его понятия живут, развиваются, а затем исчезают вовсе, другим он остается верен до конца, иногда чередуя две или три их разновидности. Например, диэлектрическая проницаемость сначала появляется как электрическая индуктивная способность (емкость, capacity), потом—как диэлектрическая постоянная, потом — как проницаемость.

Это отражает действительную картину разнобоя, имевшего место до максвелловского объединения статического и переменного электромагнетизма с оптикой. Аналогичные многоликости свойственны и электромагнитным полям: они обретают разные имена почти при всяком своем независимом появлении на свет. Если речь идет об электрическом поле, то это и электрическая сила (electric force), когда оно определяет воздействие одного заряда на другой, это и электрическая интенсивность (electric intensity), когда оно — самостоятельное (оторванное от источников) поле в среде (оставаясь, однако, по-прежнему величиной векторной, направленной вдоль линии силы), это напряженность ЭДС или даже просто

ЭДС в точке (electromotive intensity, electromotive force at a point), т. е. плотность ЭДС (at a point density), прежде всего, когда электрическое поле возникает в результате изменения магнитного потока.

А вот с напряженностью магнитного поля никакого разнословия нет — она всегда фигурирует как магнитная сила (magnetic force), хотя, заметим, и не обладает размерностью механической силы. Конечно, метания не случайны: они отражают изменения взглядов на понятия и то состояние поиска, в котором пребывал Максвелл при написании «Трактата» и даже после. Некоторые из терминов (displacement, flux, current) носят следы аналогий, моделей. Как мы знаем, впоследствии разные по происхождению поля E слились в одно электрическое поле, а поле **H** так и осталось самим собой (т. е. магнитным полем), утратив лишь отвлекающую «силовую часть». Что же касается векторов **D** и **B**, то здесь терминология и вовсе не претерпела изменений: и у Максвелла, и в наши дни употребляются на равных правах термины электрическое смещение и электрическая индукция (это **D**), и всюду без исключений — магнитная индукция (это **B**). При этом иногда Максвелл придает этим понятиям и смысл векторной плотности соответственно электрических и магнитных потоков, но слово «плотность» опускает, называя все это просто потоками (flux), а то, что сейчас называется потоком, он обозначает как полный (интегральный) поток (total flux).

Здесь мы были вынуждены отступиться от «принципа сохранения устаревших слов» и следовать поздней терминологии. Иначе современный читатель вконец запутался бы или же текст был бы испещрен назойливыми пометками. Обратим внимание, что в наше время некоторые часто встречающиеся термины дублируются привычно закрепленными за ними буквами, приобретающими тем самым функции и обозначений, и наименований. Но такая стандартизация электромагнитной символики (в ряде случаев интернациональная) пришла позже, в «Трактате» почти для всех векторных величин Максвелл прибегает к заглавным готическим буквам, непривычным для глаза многих пользователей даже из латино-алфавитных стран, поэтому первоначальные максвелловские обозначения не получили никакого распространения, что, между прочим, не так уж часто бывает в физике.

Впрочем, «непризнанию» максвелловских обозначений способствовало также еще и отсутствие внутритрактатной однозначности. Только когда все эти развивающиеся и сливающиеся величины достигали наивысшего положения , так сказать в обществе себе подобных, символика за ними закреплялась окончательно. Может быть поэтому «Трактату» и не предпослан список принятых в нем обозначений, а систематизация главнейших из них приведена лишь в п. 618, непосредственно перед п. 619, где собраны все основополагающие уравнения поля (уравнения Максвелла). К этому разделу читатели могут обращаться по части обозначений как к справочному, все-таки проявляя при этом известную бди тельность.

В конце позволим себе сделать небольшое замечание о переводе формульного материала. Максвелл не различает в обозначениях полной производной от частной: у него всюду знак дифференцирования выглядит как $\frac{d}{d}$. Верно, в ряде случаев дифференцирования по времени он пользуется развернутым выражением, которое в привычном нам представлении имеет вид $\frac{d}{dt} \to \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)$, но и тут сохраняет $\frac{d}{dt}$ вместо $\frac{\partial}{\partial t}$. Мы оставили эти формы в неприкосновенности, обнаружив, что в контексте недоразумения почти исключаются, а некоторые двусмыслен ности, на которые Максвелл шел с пониманием, иначе нельзя было бы и передать. Во всех других отклонениях от наших формульных стандартов (если только они не могли привести к путанице) мы выбирали обозначения, принятые у нас сейчас, например, вместо log вводили ln, вместо $\tan^{-1}$ — arc tg и т. п.

3. Структура

Вряд ли уместно рассказывать о схеме устройства книги в Послесловии к ней- т. е. после того, как она предстала перед глазами читателей. Однако полезно, по, видимому, обратить внимание на некоторые ее необычности. Сначала о внешних признаках. «Трактат» состоит из частей (их 4), глав (их 56) и параграфов — пунктов (их 866). Последние пронумерованы непрерывно и имеют внутреннюю нумерацию формул. Примерно так же, как «Труды» Фарадея [5]. Это облегчает библиографическое взаимодействие с текстом — все ссылки можно производить попунктно, а не постранично, и поэтому они инвариантны к любым изданиям на любых языках. Многие пункты не имеют заголовков, но какое-то словесное упоминание о них обязательно присутствует в сводном Содержании «Трактата». Этот атрибут книги вообще выполнен весьма оригинально — в нем даны не заглавия, а характеристики (ключевые фразы) параграфа. Некоторые даже неожиданны, и поэтому сводное Содержание представляет, как говорится, вполне самостоятельный интерес: туда полезно заглядывать не только с общепринятыми намерениями — поиска нужного места, но и с целью ознакомления с максвелловскими акцентами.

Однородность структуры «Трактата» иногда нарушается отступлениями, отдельными техническими экскурсами, и это часто не отражено в *формальном содержании*, хотя играет важную роль для понимания *содержания фактического*.

Особых слов заслуживает предметно-именной указатель. В переводе он воспроизведен аутентично, тем более что нам не удалось уловить, чем руководствовался Максвелл при его составлении. Имена, физические объекты, явления, величины приведены там вкупе, подряд, неполно, выборочно, иногда даже применены другие, слова, чем в пунктах, куда дается ссылка. Проще всего предположить, что это результат недоработки, но не исключены и другие, более уважительные мотивы.

Теперь несколько слов о внутренних, методических особенностях структуры «Трактата». Сейчас сложился прочный стереотип изложения основ макроэлектродинамики. Он состоит в двухэтапном подходе. На первом этапе осуществляется собирание экспериментальных фактов и ступенчатое обобщение охватывающих эти факты законов. Это стадия индуктивных догадок и обобщений, стадия восхождения к уравнениям Максвелла. Они постулируются как исходные, первоначальные законы Природы, затем изучаются результаты последовательного дедуктивного приложения этих законов к разным, в той или иной степени упрощенным моделям и сопоставляются с доступными наблюдению фактами. Эта стадия исследования решений уравнений относится сейчас в основном к теоретической физике — разделу, посвященному теории электромагнитного поля.

Не будем стремиться понять, почему первая — восходящая ветвь — считается более общей (точнее — более экспериментальной) физикой, чем вторая. Важно иное. Ведь обучение многим знаниям, не только физике и не только электромагнетизму, происходит, как правило, двухзаходно, причем индуктивная цепочка предшествует дедуктивной (этими словами здесь и далее мы оперируем несколько упрощенно и скорее в целях обозначений, а не характеризования, т. е. отнюдь не утверждая, что индуктивные и дедуктивные приемы так категорично разнесены по стадиям). Наверное считается, что воспроизведение в целях обучения этого естественного хода познания законов природы (а ведь именно так мы осваиваем окружающий мир по мере своего взросления) адекватен психоневрологической сущности людей. Исторически впервые такой прием был испробован на механике. Там, отправляясь от законов равновесия и движения простейших тел под воздействием на них внешних сил, постепенно наращивались обобщения с выходом на аналитическую динамику сплошных (непрерывных) сред, вершинные уравнения которой могли быть извлечены из принципа наименьшего действия.

В середине XIX в., когда у Максвелла созрели намерения привести в систему многочисленные разрозненные факты и законы, относящиеся к электромагнетизму, эта программа построения Великой Науки Динамики (мы употребляем здесь максвелловские эпитеты и максвелловский способ придания патетичности высказываниям путем привлечения заглавных букв к заглавным словам [5]) была во многих своих частях завершена. Но Максвелл, опоздав стать ее создателем, несомненно являлся ее знатоком и воплотителем. На опыте динамики можно было основывать методику создания и других динамико-подобных (тоже максвелловский оборот) наук: наикратчайшими путями выходить на наиобщайшие законы, которые затем анализировать и сопоставлять с наблюдениями во всех наивозможнейших частных ситуациях. И вот эту работу Максвелл проделал, можно сказать, в одиночку, тогда как в Динамике она соединила усилия нескольких поколений разнохарактерных созидателей (Ньютон, Эйлер., Лагранж, Гамильтон...).

Конечно, и у Максвелла были Великие и Проницательные Предшественники, в первую очередь Фарадей, но функции обобщения, объединения и анализа Максвелл исполнил сам. В этом смысле «Трактат» можно квалифицировать как первый в истории физики образец научного произведения (мы не знаем, есть ли второй), соединившего в себе основполагающую монографию, т. е. фолиант, систематизирующий старые и устанавливающий новые связи в природе явлений, и учебно-методическое пособие, педагогически последовательно, двухэтапно вводящее обучающегося читателя (у Максвелла неоднократно прорываются прямые обращения — «учащийся», «обучающийся», «студент»(в курс нового знания и понимания. Наверное, мы несколько утрируем картину, но намеренно, чтобы контрастнее выставить максвелловский замысел «Трактата» — в едином сочинении провести охват всего электромагнетизма по восходящим и нисходящим путям. Эта программа раскрывается в самом начале «Трактата».

Вот что пишет Максвелл в Предисловии: «Я полагал бы, что будет полезен трактат, который имел бы главной своей задачей охват всего предмета в целом, с

[5] Максвелл привлекает несколько разных способов акцентирования: курсивы, разрядки, а также красные, прописные буквы в начале слов. По-английски это выглядит менее торжественно, чем по-русски, поскольку частично еще не утрачена немецкая традиция, где все существительные начинаются с прописных букв.

общей методической точки зрения...». Кстати сказать, Предисловие к «Трактату» заслуживает отдельного изучения, это самостоятельное *произведение науки* (и науковедения). Затем Максвелл возвращается к вопросу о структуре книги по мере продвижения вперед. У него есть даже специальный пункт 59 (сохранившийся и при подготовке второго издания!) — «План Трактата и сводка его результатов». И допустимо предположить, что он вернулся бы к обсуждению этих вопросов в Заключении к последующим изданиям, если бы жизнь предоставила ему такую возможность.

4. Основные идеи

Казалось бы, не должно возникать трудностей выявления основополагающих идей, на которые опирался Максвелл при создании общей теории электромагнетизма: он неоднократно и подробно (местами, как считалось некоторыми его современниками, даже излишне пространно) пишет о них сам. Мы выделим их примерно в том же порядке, в котором они развиваются в «Трактате». Прежде всего, это понятие физического поля; затем — скалярных и векторных величин, описывающих поля математически; далее — принцип близкодействия, как-то естественно проистекающий из принятия существования полей, непрерывно распределенных в пространстве и изменяющихся во времени; наконец, введение тока смещения на равных правах с током проводимости (и током конвекции), благодаря чему упрочивался вывод об универсальном соблюдении закона сохранения заряда (уравнение непрерывности для тока аналогично соответствующему уравнению в гидродинамике).

Однако помимо этих идей «Трактат» содержит и другие, столь открыто не провозглашаемые, но тоже весьма значимые. В некоторых случаях это стало понятно лишь впоследствии, через поколения.

В историческом плане сюда же примыкает и вопрос о предшественниках, особенно близких, непосредственных, тех, кто своими результатами, предсказаниями и т. п. инициировал максвелловские раздумья над явлениями электромагнетизма, и тех, кто, по существу, снабдил его удобным для описания этих явлений инструментарием.

Максвелла — за редчайшими исключениями — отличала тактичность и уважительность ко всем предшественникам. Но одного он выделял особо как образец Научного Величия и Научного Ясновидения. Речь идет, конечно же, о Фарадее. Вряд ли в те времена существовал какой-либо другой ученый, кроме Максвелла, проштудировавший «Труды» Фарадея так тщательно, так проникновенно и так благожелательно к ним. А ведь многим ревнителям строгих правил некоторые содержащиеся в них умозаключения казались, мягко говоря, не совсем вразумительными. Это какой-то парадоксальный стереотип «непризнания признанного». Человек, уже прослывший Великим Исследователем Природы, казалось бы, должен был хотя бы настораживать людей каждым своим размышлением, намерением, поступком. А они, как завороженные, отметают их, не вникнув, будто руководствуются какими-то тягостными соображениями типа «он так долго был прав, что когда-то должен начать быть неправым».

Фарадей был, по-видимому, человеком, которому нет и не может быть объяснений, если под таковыми понимать логические доводы. Он соединял в себе дотошную приверженность фактам, подкорковую бдительность к отвлекающим случайностям с симфоническим воображением, позволявшим ему составлять правильное представление о свойствах ответов без решения задач и без умения решать их в общепринятом понимании. По-видимому, он действительно приводил в состояние раздражения немалое число «аналитиков» (Максвелл называет их «professed mathematicians», возможно, используя двусмысленность слова «professed» — профессиональный и считающий себя таковым), вынужденных признавать его Великие Открытия и не признавать свою неспособность проникнуться его образным мышлением. А ведь такие люди, как Фарадей, принадлежа сами к странным («аномальным») явлениям природы, именно потому и могли столь непринужденно просто углядывать не менее странные явления в Природе вообще. Вероятно, кое-что свойственное Фарадею, относится и к самому Максвеллу, открывшему *этого* Фарадея, т. е. прочитавшему и расшифровавшему фарадеевские «письмена» с доверием к ним. Максвелл скромно сводит свою заслугу к переизложению идей Фарадея на язык математических соотношений. Но его показания не должны нас дезориентировать: мы понимаем, что само по себе открытие *этого* Фарадея потребовало от Максвелла неменьшего преодоления инерционности мышления, чем когда дело касалось явлений, причисляемых к неодушевленным.

Главнейшей концепцией Фарадея была концепция континуума, непрерывно распределенного в пространстве действия, поля,— сначала поля электрических и магнитных сил, а потом уже и единого электромагнитного поля. Она не воспринималась всерьез его современниками, скорее всего, из-за того, что аналогия с механикой требовала введения какой-то особой эфирной среды, наделенной вымороченными свойствами. Максвелл не сразу, но сумел преодолеть этот «страх среды». Сначала он придумал механико-подобную электродинамику [6], затем фактически устроил механические подкрепления фарадеевской концепции поля и построил теорию этого поля, как потом стали говорить, феноменологически, оперируя с полями как с первоначальными физическими сущностями. Именно таким образом обстоит дело в «Трактате», в чем заключается его первостепенная научно-методическая значимость. Мы уже настолько привыкли к неизбежности обращения на том или ином иерархическом уровне описания к феноменологическим постулатам, что нам нелегко оценить то идеологическое мужество, которое нужно было проявить Максвеллу для принятия столь нетривиального решения. Это ведь не только про электродинамику, это про познание окружающего мира вообще.

Фактически еще ранее в теории гравитации (не говоря уже прямо об электростатике), развиваемой Лапласом, Пуассоном, Грином, было использовано понятие поля, в частности, поля скалярного потенциала и градиента от него, дающего силу, и все работали с этими понятиями, не подводя под них никаких несущих сред, но почему-то считали их не более чем математическими абстракциями. Мак-

[6] Именно с таких позиций были изложены идеи Максвелла в его первых работах [7]; где фактически уже содержались все черты новой электродинамики. Отчасти это надолго отпугнуло многих соисследователей. А некоторые даже и «Трактат» восприняли (по-видимому из-за невнимательного с ним знакомства) не более как систематизацию «механистического подхода». Напомним часто цитируемую сентенцию А. Пуанкаре: «Система Максвелла была странно и малопривлекательна, так как он предполагал весьма сложное строение эфира; можно было подумать, что читаешь описание завода с целой системой зубчатых колес, рычагами, передающими движение, и сгибающимися от усилия центробежными регуляторами и передаточными ремнями» [8]. А ведь в «Трактате» уже ничего этого и не было!

свелл неоднократно взывает к данному примеру как к иллюстрации удивительного взаимонепонимания между математически и физически мыслящими людьми, ибо полевая концепция Фарадея по существу состояла лишь в придании этим и аналогичным им решениям смысла наблюдаемых величин.

Приняв концепцию поля, Максвелл прежде всего предпринял пересмотр (и этому посвящена изрядная часть «Трактата») всех доселе известных и сравнительно хорошо разработанных разделов электричества, магнетизма и проводимости («conductance» — снова трудности перевода, по-русски это делается с помощью длинного оборота — «процесс прохождения токов по проводящим средам»). При этом Максвелл столь же непринужденно, сколь это делается в гидродинамике, вводит, кроме потенциальных векторных полей (обычных, но, заметим, отнюдь не обязательных даже в электростатике), поля вихревые. И хотя он нигде не дает явного доказательства простой, но определяющей многие топологические особенности векторных полей теоремы о представлении произвольного векторного поля в виде суперпозиции потенциального и вихревого, он широко пользуется таким разбиением как очевидным.

Следующий шаг должен был состоять в развитии аппарата векторной алгебры и анализа. Аппарат в том виде, в котором мы владеем им сейчас, как известно, был отработан чуть позже, но можно сказать, что это произошло в основном по заказу теории электромагнитного поля [7]. Не следует, однако, принижать и прямой максвелловский вклад: Максвеллу принадлежит понимание адекватности векторного анализа, не говоря уже об инициативе его использования. Бытует мнение, что будто бы он предпочитал работать только с декартовыми компонентами векторов. Действительно, при решении многих конкретных задач (да еще при извлечении преимуществ от разделения переменных) он широко пользовался записью уравнений через проекции (не обязательно декартовы, разумеется). Но он не пропускал почти ни одной возможности — по крайней мере в «Трактате» — написания общих уравнений в инвариантном векторном представлении. Правда, максвелловские обозначения не совсем привычны нашему глазу. Следуя Гамильтону и Тэту (а в те времена больше и некому было следовать), он стал работать со скалярами и векторами как с компонентами кватернионов.

Напомним, что кватернионом называется объект, состоящий из четырех компонент: одного действительного скаляра и трех мнимых составляющих вектора, причем каждой декартовой координате приписывается своя мнимая единица. Таким образом, вместо одной обычной мнимой единицы i, характеризуемой свойством $i^2=-1$, вводится три i, j, k ($i^2=j^2=k^2=-1$), их различие между собой определяется попарной некоммутируемостью, а именно $ij=k=-ji$, $jk=i=-kj$, $ik=-j=-ki$ [11].

Сейчас мы понимаем, что привлечение кватернионов удобно упрощает вычисления, связанные с некоммутирующими величинами, например, при трехмерных вращениях, теория которых была заложена еще Эйлером. Но в максвелловские времена люди не обращали внимания на такие тонкости, и кватернионика Гамильтона считалась нечто вроде символа обособления гордой ирландской самобытности. А Максвелл принял ее в качестве рабочего инст-

[7] Описание послетрактатной истории максвелловской электродинамики в той ее части, которая связана с именем Хевисайда, приведено в книге Б. М. Болотовского [9], к которой мы отсылаем читателя.

румента и приспособил обслуживать фарадеевские поля, ибо кватернионика позволяла установить правила не только сложения, но и умножения векторов, а следовательно, открывала путь к построению векторного дифференциального исчисления. Действительно, если рассматривать векторное поле **A** (A_α, $\alpha = 1, 2, 3$ — индексы соответствуют номерам координатных осей) как векторную *часть* кватерниона $\mathfrak{A}$ (следуя Максвеллу, снабжаем кватернионы готическими обозначениями), то произведение двух чисто векторных кватернионов (их иногда называют ассоциированными) $\mathfrak{A}\cdot\mathfrak{B}$, выполненное с учетом правил коммутации i, j, k, будет содержать векторную *часть* (Максвелл обозначает ее $V\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{B}$) и скалярную *часть* ($S\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{B}$), и ничего более. Судя по воспоминаниям [10], Гамильтон очень гордился этим результатом и имел к тому основания.

В современном представлении через действительные проекции произведение векторов A_α и B_β в общем случае выглядит как симметричный диадный тензор $A_\alpha B_\beta$. По известной теореме приведения он может быть разложен на три «элементарных» (неприводимых) группы: группу скаляров $A_\alpha B_\alpha$ $\left(\text{по дважды встречающимся индексам производится суммирование } \widehat{\alpha,\alpha} \equiv \sum_{\alpha=1}^{3}\right)$, группу векторов (псевдовекторов) $e_{\alpha\beta\gamma}AB_{\beta\gamma}$ ($e_{\alpha\beta\gamma}$ — единичный антисимметричный тензор) и группу симметричных тензоров с нулевым следом $\left(A_\alpha B_\beta + A_\beta B_\alpha - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}A_\alpha B_\beta\right)$; $\delta_{\alpha\beta}$ — единичный симметричный тензор; последняя группа повышает ранг описания *векторных* полей и потому «не задействована» в формулировке скалярных и векторных уравнений электродинамики (во всяком случае применительно к неэкзотическим ситуациям). Кватернионная операция умножения векторов производит это отметание тензоров второго ранга автоматически.

Этими несколько подробными сопоставлениями векторных действительных и векторных кватернионных манипуляций мы, с одной стороны, дополняем информацию п. 2 об обозначениях «Трактата», а с другой — хотим отметить высокое качество принятой в нем терминологии, в определенном смысле более адекватной существу дела, чем наша. В самом деле, скалярная *часть* произведения векторов

$$S\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{B} \to \mathbf{AB} = A_\alpha B_\beta$$

и векторная *часть* произведения векторов

$$V\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{B} \Rightarrow \mathbf{A}\times\mathbf{B} \to e_{\alpha\beta\gamma}A_\beta B_\gamma$$

лингвистически последовательнее отражают существо теоремы приведения, чем наши в общем-то жаргонные обороты «*скалярное* и *векторное произведения*».

Конечно, сейчас большинство из нас является приверженцами описания скалярных и векторных полей в действительных переменных, считая его нагляднее кватернионного. Но ведь наглядность — свойство человеческое — прививаемое и воспитываемое. А по строгости оба подхода равноправны.

Далее Максвелл, тоже вслед за Гамильтоном, вводит оператор дифференцирования $\nabla = i\frac{\partial}{\partial x_1} + j\frac{\partial}{\partial x_2} + k\frac{\partial}{\partial x_3}$. Собственно говоря, это и есть истинный оператор Гамильтона, а наш модифицированный вариант «набла» приспособлен к действительным переменным и не содержит комплексных факторов i, j, k. С помощью этого оператора образуются три новых математических образа: градиент скаляра $(\nabla\cdot\varphi)$, ротор или вихрь вектора

$$V\cdot\nabla\mathfrak{A}=\operatorname{rot}\mathbf{A}=\nabla\times\mathbf{A}\rightarrow e_{\alpha\beta\gamma}\nabla_\beta A_\gamma$$

и конвергенция (равная дивергенции с обратным знаком)

$$-S\cdot\nabla\mathfrak{A}=-\operatorname{div}\mathbf{A}=\nabla\cdot\mathbf{A}=\nabla_\alpha A_\alpha,$$

а также соответствующие операции второго порядка, важнейшая из которых

$$\nabla\cdot\nabla\varphi=-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_\alpha\,\partial x_\alpha},$$

эквивалентна «нашему» лапласиану с противоположным знаком.

Важность этого математического языка несомненна. Без него уравнениям поля не удалось придать бы столь универсального охвата. Так что второе открытие Максвелла в «одушевленной части» природы было связано с кватернионикой Гамильтона, и оно произошло тоже, как и в случае Фарадея, вопреки общепринятым мнениям профессионалов. Конечно, Максвелл не довел этот аппарат до современного автоматизма, базирующегося на небольшом числе векторных тождеств, с которыми сейчас быстро осваиваются студенты, но это не умаляет его общей заслуги. Тем более что он пошел в определенном смысле дальше. Ведь его цель состояла в придании аналитического представления идеям Фарадея, а тот видел поля, как целостные электрические и магнитные «пейзажи», что было адекватно лишь крупномасштабной топологии. И в этом случае Максвеллу опять «повезло»: его снова «поджидал» практически завершенный аппарат интегральных теорем, известных нам как теоремы Гаусса — Остроградского и Стокса, который позволил написать уравнения электромагнитного поля в интегральной форме. Правда, в отличие от дифференциальных, эти уравнения не собраны воедино в «Трактате», а разбросаны по специализированным главам. Но, как следует из Предварительной главы, Максвелл намеревался систематизировать свои топологические идеи на базе критериев перифрактичности, характеризующих трехмерные многосвязные области.

К сожалению, нам не дано восстановить ход его замыслов. И поэтому, вероятно, некоторые фрагменты рассуждений на эти темы мы принимаем скептически. Например, Максвелл различает векторные поля двух типов — потоковые (пронизывающие поверхности, «ассоциируемые» с ними) и силовые (направленные вдоль линий , «ассоциируемые» с линиями). Такая классификация кажется нам отчасти ситуационной: она, с нашей точки зрения, выполняла функцию наведения, т. е. помогла Максвеллу связать между собой изменения электрических и магнитных полей в пространстве и во времени, но не более того. Формулируя закон индукции Фарадея в интегральной форме

$$\oint_l \mathbf{E}\,d\mathbf{l}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{S}}\mathbf{B}\,d\mathbf{S}$$

(всюду, где не оговорено иное, мы пользуемся в Послесловии гауссовыми единицами и стандартной современной символикой), Максвелл различал общетопологические свойства конфигураций, образованных полями E, H (работает только их вихревая часть, закручиваемая вдоль замкнутых линий) и полями, пронизывающими поверхность, ограничиваемую этим контуром. Отсюда вытекала максвелловская классификация, касающаяся потоковых и силовых векторов. К числу линиеподобных векторов Максвелл относил $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, вектор-потенциал $\mathbf{A}$ и т. п., а к потоковым векторам — $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, плотность электрического тока $\mathbf{j}$ и т. п. Но, уже придя к уравнениям материальных связей в виде $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$, $\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}$, он признал равноправие векторных полей обоих типов, в том числе и топологическое равноправие.

Следующий этап состоял в использовании всего перечисленного выше идейного и технического оснащения для установления наиболее общих закономерностей электромагнетизма. Сотни, а может быть, и более работ посвящены изучению фактических и предполагаемых путей, которым следовал или мог следовать Максвелл при продвижении к своим Великим Уравнениям [8].

Прежде всего у него на вооружении был принцип близкодействия, в согласии с которым все возмущения (а значит, и электрические — магнитные — тоже) должны передаваться в пространстве с конечной скоростью и территориально последовательно — от одного элемента пространства (среды) к другому, прилегающему к нему (adjacent). Это означало, что соответствующий математический аппарат должен был опираться на дифференциальные (а не на разностные или дифференциально-разностные) уравнения в *частных* производных по координатам и времени.

После этого он записал все известные до него законы электромагнетизма в форме таких уравнений. И сделал решающий шаг, дополнив их током смещения. Что же побудило его к этому? Вопрос становится уже отчасти «легендарным» в том смысле, что ответ на него обрастает историческими легендами. Совсем непросто вжиться в предыдущую эпоху из последующих: невольно прокрадывается стремление придать ходу истории большую целеустремленность и последовательность, чем она может себе позволить сама. В итоге возникают различные реконструкции, использующие методику и логику уверенного в своей правоте будущего. Вполне возможно, что Максвелл привлекал все доводы, какие были вскрыты или допридуманы потом в научно-исторических исследованиях, но одни из них играли роль первичных догадок, а другие — проверок на внутреннюю непротиворечивость и на внешнюю совместимость с общими законами природы.

Вероятно, его внимание привлекало простейшее модельное рассуждение, опирающееся на аналогию с «верной» Динамикой. Оно состояло в необходимости возникновения реального смещения «зарядоносителей» под действием силовых полей. Отсюда и эта терминология из теории упругости: вектор электрического

[8] Во время подготовки русского перевода «Трактата» вышел сборник статей «Максвелл и развитие физики XIX—XX веков» [15], где содержится обильный материал, связанный с историей максвелловских открытий в электродинамике. В частности, в статье Б. И. Спасского разбираются различные варианты рассуждений, к которым фактически или предполагаемо прибегал Максвелл. Далее мы придерживаемся при обсуждении этих вопросов только «Трактата», хотя исторически вполне вероятно, что введение тока смещения было первоначально инициировано аналогиями с механическими упругими деформациями среды в духе первых максвелловских работ. Об этом Б. И. Спасский пишет очень убедительно.

смещения, ток смещения (тоже электрического, ибо соответствующая ему величина в магнетизме оставлена безымянной). Затем допустимо думать, что были привлечены размышления о прохождении электрического тока по последовательной цепи проводник — емкость, когда условия непрерывности изменения окружающего магнитного поля вдоль цепи вынуждают ввести какое-то продолжение тока проводимости внутри конденсатора.

Далее, может быть, уже на уровне контроля возникла формально математическая потребность привести нововведение в непротиворечие с уравнением непрерывности для тока, что тоже удачно сочеталось с модельной картинкой, заимствованной из аналогии с механикой непрерывных сред. Был еще один путь получения правильных уравнений — их симметризация. Максвелл тщательным образом сделал все необходимые для этого заготовки, фактически сформулировав принцип дуальности (двойственности) электрических и магнитных полей в статическом приближении, но никаких слов о распространении этого принципа на изменяющиеся во времени поля в «Трактате» нет. Возможно, это чисто случайный пробел, и тогда он был бы наверняка восполнен при следующей правке «Трактата», но возможно и другое — Максвелл не пошел на введение каких-то фиктивных магнитных токов, поскольку они не укладывались ни в какие модельные представления. А ведь он был поборником модельной физики и, по-видимому, должен был представить себе модельно все, что умел понять.

Наконец, если не держаться только явных свидетельств, содержащихся в «Трактате», то следует иметь в виду и такие поступательно-возвратные поисковые движения мысли, как подгонка исходных положений теории для получения законов, ведущих к разумным толкованиям наблюдаемых эффектов. Действительно, историческое реконструирование сходно с составлением сценария по законченному и отснятому фильму, а творческий процесс может включать в себя фрагменты, не попавшие в итоговые кадры. Скажем, стремясь соединить (по программе Фарадея) электромагнетизм с волновой оптикой, можно было отправляться от волнового уравнения для полей (или потенциалов) и надлежащим образом подправить систему уравнений первого порядка.

И все же аналоговый подход был для Максвелла, наверное, самым важным подкреплением чувства правоты. Как уже говорилось выше, «Трактат» являет собой произведение, почти очищенное от динамического оснащения, хотя и с ярко выраженным динамическим прошлым. В нем просматриваются две функции, исполненные Великой Наукой Динамикой. Первая состоит в установлении взаимных аналогий между гидродинамикой и электродинамикой, что не только не утратило, но и повысило свое значение впоследствии. В современном понимании Максвелл предложил принципиальные схемы построения аналоговых машин, причем сделал это не так, как обычно делается сейчас на основе общности математического описания, а наоборот — в предварении составления уравнений, как раз и получая свои уравнения из соображений физического сродства явлений. Привычность нашего обращения с аналогами, возможно, притупляет неочевидность максвелловского достижения. Тем более что потом направление этой аналогии изменило знак: для понимания и интерпретации явлений различной природы (в том числе и явлений динамических) теперь обычно уже используются электродинамические системы благодаря их доступной осуществимости и простоте интуитивных представлений.

С другой стороны, ориентация на Динамику выполняла еще одну функцию — функцию установления единства взглядов на устройство мира. В те времена Динамика была единственной областью физики с логически замкнутым описанием (постулаты → измерения — правила → измерения → выводы → измерения → постулаты) и сопоставление с ней давало некоторую страховку в том, что новая теория не войдет в противоречие с некоторыми общими физическими принципами (например, и прежде всего, законами сохранения), а это на начальном этапе было еще не так-то просто сделать напрямик. В таком объединении взглядов на гидродинамику и электродинамику Максвелла поджидал еще один успех. По аналогии с механикой он построил функцию Лагранжа для электромагнитных процессов [9] (которая в случае электромеханических систем получила известность потом как функция Лагранжа — Максвелла). Похоже на то, что он и сам недооценил общефизического значения этого достижения. Ведь фактически этим был проторен путь познания любого вида взаимодействия, для осторожности скажем, неживой природы.

Руководствуясь разумными доводами (например, поведениями представительных моделей в представительных условиях или соображениями симметрии, инвариантности и т. п.), можно попытаться угадать вид функции Лагранжа, а затем испытать ее на верность по стандартной схеме: уравнения движения — интерпретация — сравнение с экспериментом. Эта схема позволила, в частности, проникнуть в физику калибровочных полей. Она выглядит настолько естественной, что даже не ассоциируется с именем Максвелла,— предельный случай полного признания, когда авторство утрачивается в силу общечеловеческой значимости, как при изобретении колеса.

5. Уравнения поля

«Теория Максвелла — это уравнения Максвелла». Эта часто цитируемая оценка принадлежит Герцу [4]. В ней есть лозунговая экстремальность — она выставляет независимость ценности правильного результата от поисковых блужданий. Конечно, в «Трактате» обсуждается еще и множество разнообразнейших проблем разной степени важности и общности, но уравнения электродинамики, сосредоточенные в п. 591—603, несомненно являют собой их кульминацию. Фактически уравнения были найдены задолго до первого издания «Трактата» и опубликованы в 1861—1862 гг. Но это не ослабляет волнения, охватывающего при знакомстве с ними в «Трактате», наверное, из-за возможности следовать шаг за шагом максвелловским путем приближения к ним.

К счастью, Максвелл избежал участи некоторых других первооткрывателей— ему не пришлось бороться за приоритет. Уравнения были неожиданны и не сразу поняты. Многие другие исследователи, занятые аналогичными делами, т. е. разви-

[9] Как обычно, Максвелл в своих рассуждениях отправляется от модели. Здесь это была модель квазистационарного LC-контура с пространственно разделенными полями. Но найденная им функция Лагранжа в выражении через поля правильна в самом общем случае, т. е. максвелловская модель дала верный ответ даже вне предела своей пригодности. Это произошло потому, что в ней фактически соблюдено уравнение непрерывности тока (ток в L-ветви равен производной от заряда в C-ветви), что, как известно, почти автоматически дополняет уравнения электродинамики током смещения.

вающие свои варианты теории, не восприняли достижения Максвелла как решающие и тем более как завершающие. Одной из причин, наверное, было привлечение образной, фарадеевского толка аргументации, о чем уже несколько раз говорилось выше. Это отпугивало, по крайней мере, некоторых континентальных физиков. Как ни странно, но такая территориальная поляризация наблюдалась на самом деле: немецкая и французская наука была более привержена рассудочному, аналитическому способу познания, чем британская,— тяготевшая к образным, геометрическим методам. И шло это традиционно еще со времен Великого Противостояния дифференциалов Лейбница и флюксий Ньютона. Вообще написанные Максвеллом уравнения показались «конкурентам» неубедительными и неубедительно обоснованными. И они не приняли их за фундаментальные исходные законы, по существу не нуждающиеся в почленной аргументации и не подлежащие выводу из иерархически более элементарных (такая потребность возникла позже в процессе создания квантовой теории поля).

Другими причинами были, видимо, изобилие этих уравнений, непривычный их облик и еще неполная очищенность от некоторых частностей (подробности — чуть позже). Максвелл писал: «Эти соотношения можно считать основополагающими. Их можно было бы скомбинировать так, чтобы исключить некоторые из величин. Однако наша задача сейчас состоит не в получении компактных математических формул, а в написании выражения для каждого соотношения, о котором мы что-либо знаем. На этой стадии исследования исключение любой величины, отражающей полезную идею, было бы скорее потерей, чем выигрышем» («Трактат», п. 615).

Представленная Максвеллом итоговая система уравнений (а в ней присутствовали уравнения и для полей, и для потенциалов, и материальные связи, и выражения для сил) была внутренне непротиворечива, так что решение вопроса об излишествах действительно отступало пока на второй план: все это уладилось позже при формулировке и доказательстве теорем единственности (и существования, конечно). Первостепеннее стояла проблема полноты и замкнутости (и достоверности, конечно). По этому поводу Максвелл не позволил себе высказывать какие-либо общие сентенции, но привел несколько простейших решений для предъявления экспериментаторам. Как мы знаем, все контрольные эффекты, предложенные самим Максвеллом (а также несколькими поколениями исследователей позже), прошли обоснованную экспериментальную экспертизу, в том смысле, что были подтверждены в пределах точности, с которой макроскопическая электродинамика оказалась вообще справедливой.

Далее мы проведем сопоставление сводных уравнений электродинамики, содержащихся в «Трактате», с уравнениями Максвелла в их современном представлении. Для этого воспроизведем формульную часть п. 618 (этот параграф имеет название «Кватернионные выражения для электромагнитных уравнений») и рядом с каждой трактатной формой поместим соответствующее ей выражение в обозначениях, принятых теперь с использованием гауссовой системы единиц [10].

[10] В «Трактате» сводные уравнения помечены не цифрами, а прописными буквами латинского алфавита и тем выделены от рядовых формул. Правда, три уравнения вообще никак не означены: для них мы ввели малые греческие буквы (α), (β), (γ).

Уравнение для магнитной индукции

$$\mathfrak{B} = V \cdot \nabla \mathfrak{A}, \qquad \text{(A)}$$
$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \operatorname{rot} \mathbf{A},$$

B — магнитная индукция, **A** — вектор-потенциал (электрический)

Уравнения для электродвижущей напряженности

$$\mathfrak{E} = V \cdot \mathfrak{G}\mathfrak{B} - \dot{\mathfrak{A}} - \nabla \Psi, \qquad \text{(B)}$$
$$\mathbf{E} = \frac{1}{c}\, \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi,$$

E — напряженность электрического поля, φ — скалярный потенциал (электрический), **u** — скорость контура или системы отсчета, c — скорость света в вакууме.

Уравнение для механической силы

$$\mathfrak{F} = V \cdot \mathfrak{C}\mathfrak{B} + e\mathfrak{E} - m\nabla\Omega, \qquad \text{(C)}$$
$$\mathbf{f} = \frac{1}{c}\, \mathbf{j}^e_{\text{пол}} \times \mathbf{B} + \rho^e \mathbf{E} - \rho^m \nabla \Psi,$$

f — объемная плотность силы, $\mathbf{j}^e_{\text{пол}} = \mathbf{j}^e_{\text{пр}} + \mathbf{j}^e_{\text{см}}$ — плотность полного (истинного электрического тока, $\mathbf{j}^e_{\text{пр}}$ — плотность тока проводимости, $\mathbf{j}^e_{\text{см}}$ — плотность тока смещения, ρ^e — плотность электрического заряда, ρ^m — плотность магнитного заряда, Ψ — скалярный потенциал (магнитный).

Уравнение для намагничения

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}, \qquad \text{(D)}$$
$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M},$$

B — магнитная индукция, **H** — напряженность магнитного поля, **M** — вектор намагничения.

Уравнение для электрических токов

$$4\pi\mathfrak{C} = V \cdot \nabla \mathfrak{H}, \qquad \text{(E)}$$
$$\frac{4\pi}{c}\, \mathbf{j}^e_{\text{пол}} = \nabla \times \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{H}.$$

Уравнение для токов проводимости

$$\mathfrak{K} = c\mathfrak{E}, \qquad \text{(G)}$$
$$\mathbf{j}^e_{\text{пр}} = \sigma \mathbf{E},$$

σ — проводимость среды.

Уравнение для электрического смещения

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{4\pi} k \mathfrak{E}, \qquad (\alpha)$$
$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E},$$

ε — диэлектрическая проницаемость.

Уравнение для истинного тока

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{K} + \dot{\mathfrak{D}} = \left(c + \frac{1}{4\pi} k\right)\mathfrak{E}, \qquad (H),\ (I)$$
$$\mathbf{j}^e_{\text{пол}} = \mathbf{j}^e_{\text{пр}} + \mathbf{j}^e_{\text{см}} = \left(\sigma + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\right)\mathbf{E}.$$

Уравнение для электрической объемной плотности

$$\mathfrak{e} = S \cdot \nabla \mathfrak{D}, \qquad (J)$$
$$4\pi\rho^e = \nabla \cdot \mathbf{D} = \operatorname{div} \mathbf{D}.$$

Уравнение для электрической поверхностной плотности $\rho^e_{\text{пов}}$

$$4\pi\rho^e_{\text{пов}} = \mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1), \qquad (K)$$

$\mathbf{n}_{1,2}$— нормаль к поверхности из среды 1 в среду 2.

Уравнение для намагничения

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}, \qquad (L)$$
$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H},$$

μ — магнитная проницаемость.

Уравнение для магнитной плотности

$$\mathfrak{m} = S \cdot \nabla \mathfrak{J}, \qquad (\beta)$$
$$\rho^m = -\operatorname{div} \mathbf{M} = -\nabla \cdot \mathbf{M}.$$

Уравнение для магнитной силы (когда $\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$)

$$\mathfrak{H} = -\nabla\Omega, \qquad (\gamma)$$
$$\mathbf{H} = -\nabla\Psi.$$

Итак, перед нами совокупность сводных уравнений (A) — (γ), и мы в состоянии оценить их совершенство и правильность с позиций нашего понимания. Вообще говоря, она отличается от системы, впоследствии канонизированной как система уравнений Максвелла. Но за малыми исключениями отличия скорее методические, а не принципиальные. Прежде всего совокупность (A) — (γ) по-другому организована; и в этом, и в некоторых ее деталях еще проглядываются следы моделей, принимавших участие в процессе поиска. Это те самые строительные леса, отмеченные ранее Максвеллом — с признательностью за оставление их — в трудах Фарадея, и выходит, что не по недосмотру сохраненные теперь им самим. Кроме того, при перегруженности системы (A) — (γ) в ней есть известная незавершенность: в частности, не проведено несколько «напрашивающихся» обобщений, даже из числа уже подготовленных и обсужденных в тексте. И мы обязаны Дж. Дж. Томсону, Г. Герцу, О. Хевисайду и X. Лоренцу тем, что именно они оказались доброжелательно вдумчивыми последователями, сумевшими первыми осознать непреходящее значение этих уравнений и довести их до того общего по смыслу и изящного по форме состояния, которое в наше время принимается за образец физической теории.

Опуская промежуточные этапы и мотивировки действий, приведем систему уравнений Максвелла в ее усовершенствованном представлении. Потом были предложены, возможно, более удачные (в отношении компоновки, объединения, обобщений, классификации по типам симметрии и инвариантности и т. п.) варианты записи [12], но данная форма (лишь слегка подправленная позже) остается и по сей день одной из наиболее употребительных:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{пр}} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \tag{3}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho^e, \tag{4}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}, \qquad \mathbf{j}^e = \sigma\mathbf{E}^e, \tag{5}$$

$$\mathbf{f}_{\text{мех}} = \rho^e\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{пр}}\times\mathbf{B}. \tag{6}$$

Причем даже порядок расстановки уравнений настолько прижился, что в «определенных кругах» (кастовость тут тоже регламентируется научным происхождением) часто говорят, «как следует из первого, второго и т. д. уравнения Максвелла», считая, видимо, перенумерацию отступничеством от Заветов Учителя, хотя легко усмотреть из сравнения (A) — (γ) с (1) — (6), что все это дело рук Апостолов, а не Его самого.

Сейчас принимается такая классификация. Уравнения (1) — (4) — собственно уравнения электромагнитного поля. Уравнения (5) — материальные уравнения (в их простейшей разновидности — линейная изотропная среда с локальными и мгновенными взаимодействиями — без дисперсии). Сторонние поля $\mathbf{E}_{\text{стор}}$ могут быть включены в (5) или вставлены прямо в (1) — (4). Уравнение (6) выражает силу, действующую на свободные заряды и токи; через него осуществляется метрологическая связь с полями другой природы (механикой, гравитацией). Иногда (6) заменяется законом сохранения энергии, но тогда приходится делать оговорки, преждевременные на стадии постулирования общих законов движения.

Уравнения для полей (1) — (4) разбиваются на две пары: (1) и (4) выражают поля через их источники — электрические заряды и токи, а (2) и (3) источников не содержат, это автономная пара уравнений, определяющая связь между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, причем универсально, вне зависимости от материальных соотношений и от свойств источников. Так вот, источниковые уравнения (1) и (4) написаны Максвеллом сразу в «окончательном виде», принятом потом. Это соответственно (E) и (J). В них скрыто содержится и уравнение непрерывности для токов проводимости (или конвекции)

$$\operatorname{div} \mathbf{j}^e + \frac{\partial \rho^e}{\partial t} = 0. \tag{7}$$

Его Максвелл не вставляет в эту совокупность, что не означает, однако, что он не относит его к числу основополагающих. Более того, отсутствие в системе (А) — (γ) уравнения непрерывности, возможно, даже обусловлено вполне последовательными доводами: Максвелл считал его более общим, так сказать, надэлектродинамическим законом природы.

Другая автономная пара (2) и (3) представлена в «Трактате» иначе. Во-первых, Максвелл ввел в (В) проводящий контур, движущийся со скоростью $\mathbf{u}$ относительно других неподвижных элементов системы (среды), что позволило ему установить (так сказать, попутно, заодно) закон преобразования полей при переходе в движущуюся (инерциальную) систему отсчета (в нерелятивистском приближении, однако). Это и есть остаточный след модели. Его легко устранить, положив $\mathbf{u}=0$ (редкая ситуация, когда частный случай инициирует более общие соотношения!). Во-вторых, Максвелл не прибегнул к форме (2), (3), а как бы, опустив ее (возможно, даже и не заметив этого), сразу выдал решение: уравнения (2), (3) тождественно удовлетворяются, если представить $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ через потенциалы $\mathbf{A}$, φ, рассматриваемые пока как произвольные функции координат и времени:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\varphi, \\ \mathbf{B} &= \operatorname{rot} \mathbf{A}. \end{aligned} \tag{8}$$

При $\mathbf{u}=0$ (8) точно совпадает с (А) и (В). Фактически Максвелл вышел на соотношения (8) путем последовательных обобщений разных модельных ситуаций. Но тем сильнее, как нам кажется, мы должны проникнуться чувством преклонения перед таинственной силой (в смысле мощи интуиции) Великого Ума: Максвелл нашел функциональное решение уравнений, минуя сами уравнения [11], причем нашел в самом общем виде, и вдобавок в таком, который подсказал еще один, иной и по-иному содержательный подход к описанию электромагнитных полей вообще. Уравнения (2), (3) были явно выписаны О. Хевисайдом, и Дж. Дж. Томсон успел вставить их в примечания к 3-му изданию «Трактата» (см. примеч. к п. 598).

Конечно, уравнения (1) — (4) и их прообразы в «Трактате» предполагают дифференцируемость всех встречающихся в них полей. Правда, каждому дифференциальному уравнению может быть поставлено в соответствие интегральное уравнение, где это ограничение на поля снимается. Максвелл отводил такому описанию (как уже отмечалось, обладающему большим сродством с полевыми представлениями Фарадея) важную роль в формировании науки, посвященной топо-

[11] Впрочем, вопрос этот не решается однозначно. В «Трактате» решения (8) и в самом деле написаны без уравнений (2), (3), однако в одной из ранних своих работ [7] Максвелл выписал второе уравнение в явном виде, а потом почему-то отнес его к производным, а не основным уравнениям. В сборнике [15] имеется очень содержательная статья Н. Т. Маркчева, где дается сводка и сравнение всех разновидностей систем уравнений электродинамики в их исторической последовательности от трех максвелловских до многочисленных (хотя и тоже не всех) после.

логии векторных (а затем уже и тензорных любого ранга) полей (в отношении полей электромагнитных в этом деле еще и сейчас есть изрядные недоработки). Но, несмотря на большую общность, в сводном перечне уравнений в «Трактате» интегральная запись не фигурирует, а должные замечания по этому поводу рассеяны по разным разделам текста. Пока еще Максвелл искал принципиально правильные связи и только после получения доказательств их правильности должен был возникнуть следующий вопрос — установление *наиболее общих* правильных связей. А аппарат для решения этого вопроса был уже наготове. Более того, он включил в основную совокупность уравнений (K), которое мы интерпретируем сейчас как граничное условие — условие, определяющее закон перехода полей (в данном случае нормальных компонент D) через границу раздела сред (в данном случае через заряженную поверхность) и которое, строго говоря, вытекает из интегрального соотношения, обобщающего (4):

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = 4\pi \int_V \rho\, dV,$$

где замкнутая поверхность S охватывает весь объем V. Таким образом, можно думать, что Максвелл временно отложил обсуждение вопроса о справедливости общих интегральных уравнений для электромагнитных полей и соответственно об общих условиях скачкообразного или непрерывного перехода разных компонент разных полей через резкие границы раздела сред [12].

Вторая группа уравнений, представляющая материальные связи, фактически не подвергалась никаким изменениям и выглядит вполне по-современному: (5) совпадает с (α), (L), (G) с точностью до обозначений. При этом Максвелл не ставил целью установление каких-то общих связей, ограничившись простейшими. Чуть позже, в главах XX—XXI, он расширит возможные свойства сред, включив анизотропию (зависимость от направления) и оговорив дисперсию (зависимость от частоты). Важно отметить, что в этом простейшем наборе связей не сделано ни опущений, ни излишеств, а названо ровно столько соотношений, сколько необходимо для замыкания всей системы уравнений. Проблема замыкания и в наше время доставляет кое-какие беспокойства [13], так как для различных способов описания электромагнитных полей требуются разные независимые функции, причем одни из них могут быть вспомогательными («скрытыми от измерений»), а другие физически адекватными измеряемым величинам. Система (1) — (4) содержит $3\times5=15$ скалярных величин, подлежащих определению; это компоненты векторов **E**, **D**, **H**, **B** и $\mathbf{j}^e$ (заряд ρ^e всюду, кроме идеальной электростатики, находится по известному распределению токов $\mathbf{j}^e$). Попарные подсистемы (2), (3) и (1), (4) налагают каждая только по три (а не четыре!) связи на искомые вектора. В самом деле: из (2) — (3) шесть компонент векторов **E** и **B** выражаются

[12] В переписанной Максвеллом для второго издания Предварительной главе (именно в таком виде она фигурирует в данном переводе) вопросу о свойствах разрывных функций уделено специальное внимание. А эта глава — подготовительная, в какой-то мере способствующая раскрытию замыслов автора. Более того, и в электростатике, и в магнитостатике, и в теории стационарных токов постановка краевых задач для потенциалов (и полей) обсуждается на самом строгом уровне, так что гипотеза, по которой Максвелл не упустил из виду, а отложил написание сводных интегральных уравнений и краевых условий, имеет достаточные основания.

через три компоненты **A** и скаляр φ, но последние благодаря градиентной инвариантности еще допускают введение одной скалярной функции f, которой можно распорядиться произвольным образом. Напомним, что градиентной (или калибровочной) инвариантностью называется независимость векторов **E** и **B** относительно преобразования потенциалов

$$\mathbf{A}' \to \mathbf{A} - \nabla f, \qquad \varphi' \to \varphi + \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}. \tag{9}$$

В результате система (1) — (4), содержащая 15 скалярных величин, фактически производит только шесть независимых ограничений первого порядка. И следовательно, для ее замыкания требуется еще девять связей; как раз именно столько выдают материальные соотношения (5).

Обращение к потенциалам, заметим, оказалось и здесь — при оценке условий замыкания системы уравнений поля — продуктивной необходимостью, так как без максвелловского представления (8) вряд ли возможно было установить инвариантное преобразование (9). В таком явном окончательно оформленном виде оно не встречается в «Трактате», хотя в процессе выхода на уравнения (8) Максвелл неоднократно обсуждает вопросы о неоднозначности введения скалярного и векторных потенциалов порознь.

Осталось обсудить наиболее трудное место, связанное с выводом выражения для механической силы (C). То, что в (C) наряду с членом, описывающим силу, действующую на токи, входит одновременно еще и член, соответствующий силе, действующей на фиктивные магнитные заряды, с помощью которых можно заменить (с известными оговорками) действие замкнутых токов, не должно приводить к недоразумениям: нужные пояснения сделаны в соответствующих параграфах «Трактата», относящихся к магнитостатике. Но обобщение равноправности такого подхода на произвольно текущие во времени процессы требует все же некоторых дополнений.

Постольку поскольку магнитные заряды рассматриваются как вспомогательные величины, вводимые ради методических удобств, то не имеет смысла говорить и о плотности механической силы, действующей на них со стороны поля, как о величине физически измеряемой, однако можно утверждать, что суммарная (интегральная) сила на всю систему токов проводимости будет совпадать с силой на эквивалентные им магнитные листы. Причем если в силе, действующей на токи, фигурирует вектор магнитной индукции, то в силе на магнитные заряды «занят» вектор напряженности магнитного поля **H**. По существу, это равносильно тому, что, так сказать, «будущий» принцип двойственности, т. е. принцип инвариантности уравнений поля относительно дуальной замены $\mathbf{E} \to \mathbf{H}$, $\mathbf{H} \to -\mathbf{E}$, $\rho^e \to \rho^m$, $\mathbf{j}^e \to \mathbf{j}^m$, $\rho^m \to -\rho^e$, $\mathbf{j}^m \to -\mathbf{j}^e$, справедлив также и в своем силовом проявлении. Останется ли такая дуальность справедливой при воздействии на «реальные» магнитные монополи, если таковые все-таки будут найдены в природе, по-видимому, нельзя разрешить внутри собственно максвелловской электродинамики, а в прогностических теориях неоспариваемой ясности нет вплоть до настоящего времени [14].

Однако дуальность заведомо должно быть соблюдена при чисто абстрактном использовании магнитных зарядов, основанном на переопределении токовых источников поля по правилам (β): $\rho^m = -\operatorname{div}\mathbf{M}$, где **M** — вектор намагничения, отыскиваемый как одно из возможных решений интегрального уравнения вида

$$\mathbf{m}=\frac{1}{2c}\int\limits_V \mathbf{j}^e_{\text{пр}}\times\mathbf{r}\,dV=\int\limits_V \mathbf{M}\,dV,$$

что отвечает двум рецептам введения магнитного момента: для системы токов и для системы зарядов.

Таким образом, в выражении (С) нет излишеств, но приведено одновременно два выражения для силы, действующей на токи или на магнитные заряды в зависимости от предпочитаемого описания фактических источников магнитного поля. Однако, строго говоря, при зарядовом описании в уравнение (С) должен быть введен еще один член, связанный с появлением магнитных токов. Действительно, по смыслу введения магнитных зарядов в уравнения поля как источников этого поля (фиктивных или реальных) они должны удовлетворять закону сохранения, и, значит, любое изменение во времени плотности ρ^m сопровождается подтеканием или оттеканием магнитного тока (фиктивного или реального) с плотностью $\mathbf{j}^m$:

$$\operatorname{div}\mathbf{j}^m=-\frac{\partial\rho^m}{\partial t}. \tag{10}$$

Уравнение непрерывности (10) двойственно ($\mathbf{j}^e\to\mathbf{j}^m$, $\rho^e\to\rho^m$) уравнению непрерывности (7). И потому последовательный учет принципа двойственности в задаче о механическом действии электромагнитного поля на источники (строго говоря, конечно, на «носители источников») должен в общем случае дополнить (С) членом $\frac{1}{c}\mathbf{j}^m\times\mathbf{D}$.

И, наконец, последнее замечание, также относящееся к выражению (С). В той части силы, которая определяет воздействие поля на токи (строго говоря, конечно, на носители токов), Максвелл оперирует не с током проводимости, а с истинным током, дополнительно содержащим еще и ток смещения. Это отличает соотношение (С) от используемого нами теперь. Разница обусловлена несколько иным определением понятия силы (во-первых) и отсутствием еще одного члена, двойственного члену с электрическим током смещения (во-вторых). Поскольку вопрос представляет не только исторический интерес, остановимся на нем подробнее. Без ущемления сути дела в целях сокращения формул положим сразу $\varepsilon=1$, $\mu=1$, т. е. будем рассматривать силы, действующие на заряды и токи в вакууме.

Закон сохранения импульса в этом случае принимает вид

$$\operatorname{div}\overleftrightarrow{T}-\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial t}=\mathbf{f}_{\text{мех}}, \tag{11}$$

где

$$\mathbf{f}_{\text{мех}}=\rho^e\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{j}^e_{\text{пр}}\times\mathbf{H},\quad \mathbf{g}=\frac{1}{4\pi c}\mathbf{E}\times\mathbf{H},$$

$$\overleftrightarrow{T}\to T_{\alpha\beta}=\frac{1}{4\pi}(E_\alpha E_\beta+H_\alpha H_\beta)-\frac{1}{8\pi}\delta_{\alpha\beta}(E^2+H^2).$$

Здесь $\mathbf{g}$ — плотность электромагнитного импульса, $T_{\alpha\beta}$ — тензор напряжения, дающий поток импульса (втекающий, а не вытекающий, внутрь объема, где находятся источники — отсюда и различие в знаках по сравнению с обычной записью законов сохранения). Соотношение (11) может быть переписано в несколько ином виде, если ввести понятие «обобщенной» силы, включающей в себя наряду с обычной механической (по нашей терминологии — лоренцовой) силой еще и изменение электромагнитного импульса

$$\operatorname{div}\overleftrightarrow{T}=\mathbf{f}_\Sigma=\mathbf{f}_{\text{мех}}+\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial t}=$$
$$=\rho^e\mathbf{E}+\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{пр}}\times\mathbf{H}+\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{см}}\times\mathbf{H}+\frac{1}{4\pi c}\,\mathbf{E}\times\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}. \tag{12}$$

Сравнивая выражение для $\mathbf{f}_\Sigma$ в (12) с максвелловской формулой (С) (где для однозначности подхода нужно сразу же положить $\rho^m=0$), нетрудно обнаружить, что они отличаются только наличием дополнительного члена в (12)

$$\frac{1}{4\pi c}\,\mathbf{E}\times\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}=-\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^m_{\text{см}}\times\mathbf{E}, \tag{13}$$

которому может быть придан вид, сходный с лоренцовым, если ввести условно «магнитный ток смещения»:

$$\mathbf{j}^m_{\text{см}}=\frac{1}{4\pi}\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}.$$

Следовательно, формулы (11) или (12) допускают такую дуально симметричную запись:

$$\operatorname{div}\overleftrightarrow{T}=\mathbf{f}_\Sigma=\rho^e\mathbf{E}+\rho^m\mathbf{H}+\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^m_{\text{пол}}\times\mathbf{H}-\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{пол}}\times\mathbf{E}.$$

Причина отсутствия у Максвелла добавочного члена (13) отчасти раскрывается в п. 641—643, где он выводит выражение для механической силы, дифференцируя тензор напряжений (его магнитную часть), и проводит соответствующие обобщения на переменные во времени процессы. Воспроизведем это вычисление в наших обозначениях. Если в магнитостатике задан тензор $T^m_{\alpha\beta}=\frac{1}{4\pi}H_\alpha H_\beta-\frac{1}{8\pi}\delta_{\alpha\beta}H^2$, то его дивергенция равна

$$\frac{\partial T^m_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}=\frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x_\beta}H_\alpha H_\beta-\frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\delta_{\alpha\beta}\mathbf{H}^2=$$
$$=\frac{1}{4\pi}H_\beta\frac{\partial H_\alpha}{\partial x_\beta}+\frac{1}{4\pi}H_\alpha\frac{\partial H_\beta}{\partial x_\beta}-\frac{1}{8\pi}\nabla_\alpha\mathbf{H}^2=$$
$$=\frac{1}{4\pi}(\mathbf{H}\nabla)H_\alpha+\frac{1}{4\pi}H_\alpha\operatorname{div}\mathbf{H}-\frac{1}{8\pi}\nabla_\alpha\mathbf{H}^2. \tag{14}$$

Здесь по дважды встречающимся индексам проводится суммирование $\widehat{\beta\beta}\rightarrow\sum\limits_{\beta=1}^{3}$. Приняв во внимание тождество

$$\nabla\mathbf{H}^2=2(\mathbf{H}\nabla)\mathbf{H}+2\mathbf{H}\times\operatorname{rot}\mathbf{H},$$

можно соотношению (14) придать окончательный (для случая магнитостатики) вид:

$$\operatorname{div}\overleftrightarrow{T^m}=-\frac{1}{4\pi}\,\mathbf{H}\times\operatorname{rot}\mathbf{H}+\frac{1}{4\pi}\,\mathbf{H}\operatorname{div}\mathbf{H}=\frac{1}{c}\,\mathbf{j}^e_{\text{пр}}\times\mathbf{H}. \tag{15}$$

Именно эта формула и приводится Максвеллом в п. 642—644. Обобщение состоит в замене $\mathbf{j}^e_{\text{пр}} \to \mathbf{j}^e_{\text{пр}} + \mathbf{j}^e_{\text{см}}$. Таким образом, уравнение (22) п. 644 подтверждает итоговое уравнение (С).

Однако в переменных полях соотношение (15) следует сложить с двойственным ему соотношением для электрической части тензора напряжений

$$\operatorname{div} \overset{\leftrightarrow}{T^e} = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \operatorname{div} \mathbf{E} - \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \times \operatorname{rot} \mathbf{E} = \rho^e \mathbf{E} + \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \tag{16}$$

и в результате взамен максвелловской формулы (С) получить выражение (12).

Конечно, с помощью современного оперативного формализма, следуя Хевисайду, восстановление дуальной симметрии в выражении для силы (15) и (16) выглядит почти как очевидное. Но следует напомнить, что в «Трактате» вопрос о симметрии не обсуждался в столь общей постановке и, более того, его выяснение было отчасти затруднено отсутствием выписанного в явном виде уравнения (2). Вполне возможно, что это было причиной ненаписания последнего члена в (12) и (16).

Заметим в конце, что мы ограничились здесь комментированием только основных уравнений в их «итоговом» приведении (А) — (γ). Однако в тексте «Трактата» имеется несколько важных разбросанных замечаний, позволивших впоследствии обобщить эти уравнения на случай движущихся сред при наличии конвективных токов и т. д.

6. Незавершенность

Когда выстраивается новая система взглядов, охватывающая все явления ранее считавшиеся независимыми, разрозненными, как-то несправедливо говорить о незавершенности монографии, где впервые дано последовательное изложение основ теории и где не только установлены ее общие уравнения, но и приоткрыты тайны «феномена осенения» — скачка мысли в направлении, показавшемся сначала просто правильным, а потом оказавшемся единственно правильным. И все же в отличие от «Начал» Ньютона — а максвелловский «Трактат» может быть отнесен по некоторым критериям к следующей за ними вехе в истории познания мира (заметим, кстати, что по-латыни они не «Начала», а «Принципы», т. е. главные положения) — в «Трактате» нет такого широкого панорамного разворота применений найденных уравнений. Максвелл прожил недолгую жизнь (1831—1879) и до самой кончины, даже в последней болезни продолжал работать над «Трактатом», так что при других, более благоприятных, стечениях обстоятельств мы могли бы унаследовать от него второе издание «Трактата», как принято сейчас писать, полностью переработанное и улучшенное. Он, конечно же, не успел воспользоваться всеми плодами своих уравнений и в продвижении по «дедуктивному спуску» ограничился лишь некоторыми демонстрациями. Но это были впечатляющие примеры.

Прежде всего, уравнениям подчинились все законы электростатических, магнитостатических, стационарно-токовых и квазистационарных полей и стало возможным понять точность соответствующих приближений. Далее, Максвелл извлек из найденных им уравнений несомненно наиболее представительное решение для произвольно быстрого изменения полей во времени и пространстве — плоские электромагнитные волны в однородной среде, распространяющиеся со скоростью света и способные переносить энергию и импульс. Это был Триумф Великого Объединения — электричества, магнетизма и оптики, предсказанного еще Фарадеем. И, как мы понимаем теперь, гакие решения можно воспринимать как фундаментальные: их суперпозиция (в линейном случае) дает любое распределение поля, удовлетворяющее уравнениям Максвелла, так что в известном смысле оба описания — через уравнения или через совокупность фундаментальных решений — эквивалентны. Наконец, Максвелл наметил схему объяснения «воздействия магнетизма на свет», т. е. фарадеевского эффекта вращения плоскости поляризации в замагниченной среде — прообраза будущих параметрических и нелинейных электромагнитных эффектов.

Среди максвелловедов (людей, изучающих не только особенности творения, но и свойства Творца) бытует несколько очевидных «эвристических недоумений» типа «странно, что Максвелл не обратил внимание на...». И ведь действительно странно, что он, получив электромагнитную волну для свободного значения частоты, ограничился только оптическими приложениями, ни словом не упомянув о возможности существования электромагнитных волн в более низкочастотных диапазонах. По-видимому, и не нужно искать всему этому каких-либо особых объяснений. Прошло более 115 лет со времени выхода первого издания «Трактата», а исследования содержательности максвелловских уравнений не ослабевают. Максвеллу удалось проникнуть в одну из самых емких сокровищниц Природы, оценить масштабы богатств которой люди смогли только за несколько поколений. Освоить их одному смертному, даже такому великому и радивому, как Максвелл, было не по силам; тем более еще не спало «волнение достижения» и еще оставалась известная неуверенность в исчерпывающей полноте найденных законов.

Поэтому если и имеет смысл обсуждать какую-то незавершенность «Трактата», то только в узком смысле, рабочую незавершенность, касающуюся некоторых вопросов, которые Максвелл по характеру предшествующего материала, казалось, должен был затронуть и замкнуть. Выше указывалось на них. Так, сходство структур электростатических и магнитостатических полей позволило Максвеллу подробнейшим образом проследить, как сопоставляются их математические описания и тем самым установить статический вариант принципа двойственности (иногда говорят, перестановочной двойственности, чтобы отойти от терминологического совпадения с дифракционным принципом Бабине). Естественно было бы завершить это сопоставление формулировкой общего принципа, что относительно быстро и случилось потом (Хевисайд, 1885—1891 гг.), но, понятно, что это произошло лишь после «восстановления» уравнения (2).

Вторая рабочая незаконченность относится к законам сохранения энергии, импульса и момента импульса. И здесь Маквелл еще в статических разделах «Трактата» отрабатывает многие тонкие моменты, связанные с этими понятиями, опираясь на них потом в обобщениях на быстропеременные поля, но все же последний шаг остался не сделанным, хотя математически любые законы сохранения могли быть сформулированы по типу уравнения непрерывности ($\operatorname{div} \mathbf{u}\rho + (\partial\rho/\partial t) = 0$), так всесторонне (и модельно, и отвлеченно) разработанному в «Трактате» на примере закона сохранения электрического (7) и магнитного (10) зарядов.

Наконец, несколько слов о полях и потенциалах. Максвелл тщательно продумывал измерительную (метрологическую) сторону вопроса, связанного с введением электромагнитных полей (см. Предварительную главу), и мог высказаться по этому поводу в главах X и XI части IV после обсуждения уравнения электродинамики. Недаром же у него уравнение (С) для механической силы записано через поля, а не через потенциалы. Таким образом, он должен был выйти на утверждение об измеримости полей и вспомогательности потенциалов в общем случае, тем более что опять же в статике и квазистатике эти моменты им не были опущены.

Возможно, что к перечню сему можно присоединить еще несколько обоснованных домыслов, например, об описаниях полей в движущихся системах отсчета, об обобщениях материальных уравнений и т. п. Однако и без того эти рассуждения выглядят несколько спекулятивно, т. е. основываются скорее не на доводах, а на отсутствии контрдоводов.

И все же особого замечания заслуживает вопрос об инвариантности уравнений относительно преобразований координат и времени. Максвелл был первым человеком, который придал установленным им законам Природы релятивистски инвариантный облик; однако он не акцентировал свое достижение, предоставив это сделать впоследствии другим (Фитцжеральд, Лоренц, Пуанкаре, Эйнштейн). Вообще говоря, преобразования, которые мы называем лоренцовыми, могли бы быть написаны еще в XVIII в. при изучении одномерного волнового уравнения (уравнения струны, например), но они наверняка рассматривались бы тогда, как некое забавное, чисто формальное, свойство уравнения.

Поскольку максвелловские уравнения тоже приводят к волновым уравнениям для полей (или для потенциалов), то они в этом ограниченном смысле не дают фактического продвижения. Оно наступило после понимания того, что законы природы должны быть одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, т. е. после упрочения убежденности в справедливости принципа относительности. И максвелловской электродинамике «повезло» в том смысле, что электродинамическая постоянная, совпавшая со скоростью света в вакууме, оказалась элитарно выделенной, предельно возможной среди всех других скоростей движения тел, и тем самым волновое уравнение для электромагнитных полей в вакууме тоже обрело свойство элитарной уникальности.

Этим замечанием мы решаем закончить Послесловие. В конце списка цитированной литературы приведен систематизированный перечень некоторых известных нам монографий по максвелловской электродинамике на русском языке, где в той или иной степени восполнены еще и образовательные функции.

Перевод I тома «Трактата» выполнен И. Л. Бурштейном и Б. М. Болотовским, второго тома, а также Введения, Предварительной главы и вспомогательных материалов — М. А. Миллером и Е. В. Суворовым. Большую помощь в просмотре и подготовке рукописи оказала С. Д. Жерносек. Общее редактирование «Трактата» осуществлено М. Л. Левиным, М. А. Миллером и Е. В. Суворовым. В процессе работы весьма полезными были советы В. С. Багоцкого.

ЛИТЕРАТУРА*

1. *Левин М. Л., Миллер М. А.* Максвелловский Трактат об электричестве и магнетизме // УФН. 1981. Т. 135, вып. 3.
2. *Wise M. N.* The Maxwell literature and British dynamic theory. Reviews and Bibl. Essays // Historical Study in Phys. Science. 1982. Vol. 13, part 1. P. 175—205.
3. *Максвелл Дж. Клерк.* Избранные сочинения по теории электромагнитного поля/Под ред. П. С. Кудрявцева. М.: Гостехиздат, 1950.
4. Из предыстории радио: Сборник оригинальных статей и материалов/Сост. С. М. Рытов, под ред. Л. И. Мандельштама. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948. Вып. 1.
5. *Фарадей М.* Экспериментальные исследования по электричеству/Под ред. Т. П. Кравца. М.: Изд-во АН СССР, 1947—1959. Т. 1—3.
6. *Фейнберг Е. Л.* Перевод и культура// Природа. 1958. № 8.
7. The Scientific paper of James Clerc Maxwell/Ed. W. D. Niven. London — Dover, 1890.
8. *Пуанкаре А.* Теория Максвелла и герцовы колебания. СПб., 1900.
9. *Болотовский Б. М.* Оливер Хевисайд. М.: Наука, 1985.
10. *Мищенко А. С., Соловьев Ю. П.* Кватернионы // Квант. 1983. № 9.
11. *Кантор И. Л., Солодовников А. С.* Гиперкомплексные числа. М.: Наука, 1973.
12. *Раман П.* Теория поля. М.: Мир, 1984.
13. *Игнатов А. М., Рухадзе А. А.* О неоднозначности определения магнитной проницаемости материальных сред // УФН. 1981. Т. 135, вып. 1.
14. *Коулмен С.* Магнитный монополь пятьдесят лет спустя // УФН, 1984. Т. 144, вып. 2.
15. Максвелл и развитие физики XIX—XX веков. Сб. статей/Под ред. Л. С. Полака. М.: Наука, 1985.

* Литература 1—15 цитирована в Послесловии.— *Примеч. ред.*

МОНОГРАФИИ ПО МАКСВЕЛЛОВСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

1. *Лорентц Г. А.* Теория электромагнитного поля. М.: Гостехиздат, 1933.
2. *Лорентц Г. А.* Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. М.: Гостехиздат, 1956.
3. *Абрагам М., Беккер Р.* Введение в теорию электричества Максвелла.// Теория электричества. М.: Гостехиздат, 1939.
4. *Беккер Р.* Электронная теория // Теория электричества. М.: Гостехиздат, 1941. Т. II.
5. *Планк М.* Теория электричества и магнетизма // Введение в теоретическую физику. М.: ГТТИ, 1933. Ч. III.
6. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М.: ИЛ, 1958.
7. *Стрэттон Дж.* Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948.
8. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. М.: ИЛ, 1954.
9. *Поль Р. В.* Учение об электричестве. М.: Физматгиз, 1962.
10. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Электричество и магнетизм. Физика сплошных сред // Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1966. Т. 5—7,
11. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм// Берклеевский курс физики. М.: Наука, 1983. Т. II.
12. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
13. *Пановский В., Филипс М.* Классическая электродинамика. М.: Физматгиз, 1963.
14. *Рамо С., Уиннери Дж.* Поля и волны в современной радиотехнике. М.: Гостехиздат, 1950.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. Электродинамика сплошных сред// Теоретическая физика. М.: Наука, 1973. Т. II; 1982. Т. VIII.
16. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976.
17. *Власов А. А.* Макроскопическая электродинамика. М.: Гостехиздат, 1955.
18. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. Второе изд. М.: Радио и связь, 1988.
19. *Семенов А. А.* Теория электромагнитных волн. М.. Изд-во МГУ, 1962.
20. *Говорков В. А.* Электрические и магнитные поля. М.: Госэнергоиздат, 1960.
21. *Никольский В. В.* Теория электромагнитного поля. М.: Высш. шк., 1964.
22. *Федоров Н. Н.* Основы электродинамики. М.: Высш. шк., 1965.
23. *Кацелененбаум Б. З.* Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966.
24. *Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971.
25. *Вольман В. И., Пименов Ю. З.* Техническая электродинамика. М.: Связь, 1971.
26. *Баскаков С. И.* Основы электродинамики. М.: Сов. радио, 1973.
27. *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973.
28. *Иваненко Д. Д., Соколов А. А.* Классическая теория поля. М.: Гостехиздат, 1951.
29. *Гринберг Г. А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.: Изд-во АН СССР, 1948.
30. *Ампер А. М.* Электродинамика. Сб. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1948.
31. де *Гроот С. Р., Сатторп Л. Г.* Электродинамика. М.: Наука, 1982.
32. *Тонелла М. А.* Основы электромагнетизма и теория относительности. М.: ИЛ, 1962.
33. *Новаку В.* Введение в электродинамику. М.: ИЛ, 1963.
34. *Скиллинг Г. Г.* Введение в теорию электромагнитных волн. М.: Связьиздат, 1947.
35. *Френкель И. Я.* Электродинамика: (Общая теория) // Собр. избр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. Т. 1.
36. *Савельев И. В.* Механика. Электродинамика // Основы теоретической физики. М.: Наука, 1975. Т. 1.
37. *Семенов А. А.* Введение в электродинамику излучающих систем. М.: Изд-во МГУ, 1963.
38. *Марков Г. Т.* и др. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979.

39. *Матвеев А. Н.* Электродинамика. М.: Высш. шк., 1980.
40. *Матвеев А. Н.* Электродинамика и теория относительности. М.: Высш. шк., 1964.
41. *Хайкин С. Э.* Электромагнитные колебания и волны. М.: Госэнергоиздат, 1959.
42. *Новожилов Ю. В., Яппа Ю. А.* Электродинамика. М.: Наука, 1978.
43. *Семенов Н. А.* Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973.
44. *Терлецкий Я. П., Рыбаков Ю. П.* Электродинамика. М.: Высш. шк., 1980.
45. *Кузнецов Б. Г.* Эволюция основных идей электродинамики. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
46. *Поливанов К. М.* Электродинамика движущихся тел. М.: Энергоиздат, 1982.
47. *Иродов И. Е.* Основные законы электромагнетизма. М.: Высш. шк., 1983.
48. *Красюк Н. П., Дымовин Н. Д.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высш. шк., 1974.
49. *Туров Е. А.* Материальные уравнения электродинамики. М.: Наука, 1983.
50. *Покрсвский С. И.* Электричество и магнетизм. М.: ГТТИ, 1933. Ч. I.; 1935. Ч. II.
51. *Стражев В. И., Томильчик Л. М.* Электродинамика с магнитным зарядом // Наука и техника, 1975.
52. *Дучков В. М.* Электродинамика: История и методология макроскопической электродинамики. М.: Высш. шк. 1975.
53. Вычислительные методы в электродинамике/Под ред. Р. Митры. Мир, 1977.
54. *Фрадкина Э. М.* Лекции по курсу «Теория Максвелла и электромагнитные волны». М.: МАИ, 1971.
55. *Фредерикс В. К.* Электродинамика и введение в теорию света. Л. Кубуч, 1934.
56. *Рудаков В. Н.* Теория электромагнитного поля. (в III ч.). Л.: Электротехн. ин-т им. В. И. Ульянова (Ленина), 1971.
57. *Фальковский О. И.* Техническая электродинамика. М. Связь, 1978.
58. *Бейтмен Г.* Математическая теория распространения электромагнитных волн. М.: Физматгиз, 1958.
59. *Медведев В. В.* Начала теоретической физики. М.: Наука, 1977.
60. *Ахиезер А. И., Ахиезер И. А.* Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высш. шк., 1985.
61. *Фущич В. И., Никитин А. Г.* Симметрия уравнений Максвелла. Киев: Наук. думка, 1983.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Содержание 7

ЧАСТЬ III

МАГНЕТИЗМ

Глава I. Элементарная теория магнетизма 23
Глава II. Магнитная сила и магнитная индукция 39
Глава III. Магнитные соленоиды и магнитные оболочки 47
Глава IV. Индуцированная намагниченность. 57
Глава V. Частные задачи магнитной индукции 67
Глава VI. Веберовская теория индуцированного магнетизма 82
Глава VII. Магнитные измерения 93
Глава VIII. О земном магнетизме 119

ЧАСТЬ IV

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава I. Электромагнитная сила 126
Глава II. Исследования Ампера по взаимодействию электрических токов 139
Глава III. Об индукции электрических токов 153
Глава IV. О самоиндукции тока 167
Глава V. Об уравнениях движения систем со связями 170
Глава VI. Динамическая теория электромагнетизма 179
Глава VII. Теория электрических контуров 188
Глава VIII. Исследование поля с помощью вторичного контура . . . 191
Глава IX. Общие уравнения электромагнитного поля 205
Глава X. Размерности электрических единиц 215
Глава XI. Об энергии и напряжении в электромагнитном поле . . . 221
Глава XII. Токовые листы 231
Глава XIII. Параллельные токи 254
Глава XIV. Круговые токи 265
Глава XV. Электромагнитные приборы 278
Глава XVI. Электромагнитные измерения 295
Глава XVII. Сравнение катушек 309
Глава XVIII. Электромагнитная единица сопротивления 314

Глава XIX. Сравнение электростатических единиц с электромагнитными 323
Глава XX. Электромагнитная теория света 334
Глава XXI. Магнитное действие на свет 348
Глава XXII. Объяснение ферромагнетизма и диамагнетизма молекулярными токами 363
Глава XXIII. Теория действия на расстоянии 370
Алфавитный указатель 381
Иллюстрации 388

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Предисловие ко второму изданию 392
Предисловие к третьему изданию 393
II. Комментарии 395
III. Послесловие (редакторов перевода) 403
Литература 432

ДЖЕЙМС КЛЕРК МАКСВЕЛЛ

ТРАКТАТ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ

II

Утверждено к печати
Редакционной коллегией серии
«Классики науки»

Редактор издательства Г. Г. Гуськов
Художественный редактор М. Л. Храмцов
Технические редакторы М. Ю. Соловьева, Л. И. Куприянова
Корректоры Н. Б. Габасова, Л. А. Стойкина

ИБ № 39868

Сдано в набор 17.11.88.
Подписано к печати 15.05.89.
Формат $70\times90^{1}/_{16}$
Бумага типографская № 2
Гарнитура литературная
Печать высокая
Усл. печ. л. 34. Усл. кр.-отт. 33,64. Уч.-изд. л. 32,6
Тираж 3100 экз. Заказ 3683
Цена 3 р. 70 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90

Набрано в ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первой Образцовой типографии»
Государственного комитета СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли
113054, Москва, Валовая, 28

Отпечатано во 2-й типографии издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6

УИЛЬЯМ ГАМИЛЬТОН

Избранные труды
Оптика
Механика
Кватернионы

36 л. 4 р.

В сборнике избранных трудов известного английского физика, математика и механика У. Р. Гамильтона (1805—1865) включены его основополагающие труды по геометрической оптике (законы распространения, отражения и преломления света, открытие конической рефракции), физической оптике (открытие различия между групповой и волновой скоростями света), оптико-механической аналогии, аналитической механике (вариационный принцип, гамильтониан и т. д.), теории кватернионов (гиперкомплексные числа, исчисление векторов и т. д.). Многие работы переведены на русский язык впервые. В приложении помещены статьи о жизни и научном творчестве ученого, комментарии, библиография.

Издание рассчитано на физиков, математиков, механиков и историков науки.

630076 НОВОСИБИРСК, Красный проспект, 51;
630090 НОВОСИБИРСК, Морской проспект, 22 («Книга — почтой»);
142284 ПРОТВИНО Московской обл., ул. Победы, 8;
142292 ПУЩИНО Московской обл., МР, «В», 1 («Книга — почтой»)
620151 СВЕРДЛОВСК, ул. Мамина-Сибиряка, 137 («Книга — почтой»);
700000 ТАШКЕНТ, ул. Ю. Фучика, 1;
700029 ТАШКЕНТ, ул. Ленина, 73;
700070 ТАШКЕНТ, ул. Шота Руставели, 43;
700185 ТАШКЕНТ, ул. Дружбы народов, 6 («Книга — почтой»);
634050 ТОМСК, наб. реки Ушайки, 18;
634050 ТОМСК, Академический проспект, 5;
450059 УФА, ул. Р. Зорге, 10 («Книга — почтой»);
450025 УФА, ул. Коммунистическая, 49;
720000 ФРУНЗЕ, бульвар Дзержинского, 42 («Книга — почтой»);
310078 ХАРЬКОВ, ул. Чернышевского, 87 («Книга — почтой»).