

рицательного заряда — r , сконцентрированного в центре сферы (S). В силу этого вне (S) функция v может иметь лишь максимумы, и так как $U|_{(S)} = 0$, то вне (S) $U > 0$, т. е. $V_n(M) > \frac{r}{MC}$. Таким образом, вне (S) $\frac{r}{MC} < V_n \leq V < 1$, и при $M \rightarrow M_0$ будет $V(M) \rightarrow V(M_0) = 1$. Тем самым доказано существование функции, гармонической вне заданного проводника (σ) и обращающейся в 1 на поверхности этого проводника, т. е. установлено существование решения основной задачи электростатики для указанного класса поверхностей.

С помощью метода изображений Томсона эта задача дает возможность установить существование функции Грина, а значит, и решить внутреннюю задачу Дирихле.

Мы не станем останавливаться на некоторых остроумных усовершенствованиях метода выметания, сделанных Пуанкаре в этом же мемуаре. Укажем лишь, что Пуанкаре удается снять некоторые ограничения на рассматриваемые им поверхности и предложить такое видоизменение метода выметания, которое позволяет непосредственно (т. е. минуя построение функции Грина) доказать принцип Дирихле для указанного выше класса поверхностей при условии непрерывности функции, входящей в краевое условие задачи Дирихле.

Высказанные в связи с этим идеи Пуанкаре привели к глубокому проникновению в теорию потенциала методов теории функций, связанных с понятиями меры и емкости множеств, с теорией суб- и супергармонических функций, благодаря чему теория потенциала обогатилась новыми обобщениями в постановке и решении ее задач.

В третьем из упомянутых выше мемуаров, выпущенном в 1896 г., Пуанкаре определяет некоторый класс поверхностей, содержащий выпуклые поверхности, для которых методы Неймана и Робэна сохраняют еще свою силу. Для этих поверхностей Пуанкаре устанавливает следующее: если W — потенциал двойного слоя с непрерывной плотностью $v \neq \text{const}$, то отношение \int_J интегралов вида $\int (\Delta W)^2 d\sigma$, взятых соответственно по внутренности и внешности (S), заключено в конечных и отличных от нуля пределах, не зависящих от v . Опираясь на это предложение, Пуанкаре установил принцип Неймана для всех введенных им поверхностей.

Заслуга Пуанкаре в том, что он впервые обратил внимание на связь между принципом Неймана и существованием конечных и отличных от нуля пределов отношения \int_J . Именно эта связь послужила исходным пунктом в исследованиях Стеклова и Зарембы, которые, опираясь на основополагающие работы Ляпунова, смогли обосновать применимость методов Неймана и Робэна ко всем поверхностям Ляпунова. Метод Пуанкаре, как и многие другие методы решения электростатических задач, которыми Максвелл непосредственно не занимался, дополняли стройное здание электродинамики, понимаемой в широком смысле.

У. И. Франкфурт, М. Г. Шраер

Теория цветов в исследованиях Максвелла

В первые годы своей научной деятельности Д. К. Максвелл активно интересовался проблемами, связанными с теорией цветов.

Следует отметить, что в то время теория цветов только складывалась. Первые работы в этой области относятся, правда, еще к XVII в. и были выполнены в основном Ньютона. XVIII век не внес ничего существенного в изучение этой проблемы. И только в XIX в. возрождается интерес к ней и появляются многочисленные теоретико-экспериментальные работы. Еще короче была история вопросов, связанных с цветовой слепотой: она впервые была описана в XIX в. известным английским химиком Дальтоном, который обнаружил у себя недостаток в цветовом восприятии.

Основы теории цветов были заложены И. Ньютоном. Он поставил перед собой задачу создать математическую теорию цветов¹ и выполнил ее. Он показал на опыте, что «лучам с разной преломляемостью отвечают разные цвета»², что «цвет белый и черный, а также пепельный или более темные промежуточные цвета создаются беспорядочным смешением лучей всякого рода. Таким же образом прочие все цвета, не являющиеся первоначальными, производятся различными смесями этих лучей. Отсюда не удивительно, что при разъединении разнородных лучей неравным преломлением мы видим, что снова возникают из них различные цвета. ...Первоначальные цвета при смешении лучей одного с другим могут проявлять смежные цвета; так, зеленый — из желтого и синего, желтый — из прилежащего зеленого и лимонного и также из других. Под первоначальными цветами я разумею... какие угодно... проявляемые каким-либо однородным видом лучей»³. Ньютон от-

¹ И. Ньютон. Лекции по оптике (перевод, комментарии и редакция акад. С. И. Вавилова). Изд-во Академии наук СССР. М., 1946.

² Там же, стр. 146.

³ Там же, стр. 145.

мечает: «Свет [Солнца] состоит из лучей всех цветов не только при выходе из призмы, когда он ею разлагается на цвета, но даже тогда, когда он еще не дошел до призмы, до всякого преломления»¹.

Таким образом, в «Лекциях» он определяет основные положения, которые в последующих работах еще более подкрепляются опытами. Здесь мы видим и зачатки цветоведения, что в дальнейшем было разработано в «Оптике» (1704), и утверждение, что белый свет — более сложен в сравнении с «первоначальными» цветами: нет ни одного sorta лучей, который в отдельности мог бы проявлять белизну — белый свет всегда есть смесь находящихся в определенной пропорции лучей разной цветности.

«Лекции по оптике» читались Ньютоном в 1669—1671 гг. в Тринити-колледже небольшому числу студентов. В силу ряда причин «Лекции» не были опубликованы, и первой работой Ньютона по теории цветов, получившей известность, оказался мемуар 1672 г., направленный тогдашнему секретарю Королевского общества Ольденбургу. В нем Ньютон отстаивает те же положения. И в мемуаре 1675 г. и в завершающей его оптические изыскания «Оптике» Ньютон остается на этих позициях.

Ньютон первый четко провел грань между физическими характеристиками цвета и теми ощущениями, которые они могут вызывать у человека, что было не понято даже таким физиком, как Гюйгенс. По мнению Гюйгенса, гипотеза, объясняющая два цвета — желтый и голубой, — достаточна, так как из этих двух цветов можно составить красный и синий, а из этих четырех — все остальные цвета. И проще объяснить только два цвета, чем все разнообразие цветов. И белый свет можно попытаться составить из желтого и голубого. «Я думаю, что даже наиболее светлая часть желтого достаточно для получения белого»².

Ньютон писал, отвечая на критику Гюйгенса, что «белый, который получается из двух цветов (как у Гюйгенса), отличается от того белого, о котором я говорю в своей теории, т. е. от солнечного света. Противоречие, которое усматривает в этом Гюйгенс, кажущееся, так как этот белый отличается от других белых тем, что он не состоит только из двух цветов. И если Гюйгенс хотел бы доказать тождество его белого с другим белым, то необходимо доказать тождественность всех их свойств, а не только то, что для глаза они одинаковы»³.

Уже позднее, возвращаясь к этому же вопросу в «Оптике», Ньютон писал: «В самих лучах нет ничего иного, кроме предрасположения распространять то или иное движение в чувствующем; в последнем же проявляются ощущения этих движений в форме цветов». Отсюда видно, что Ньютон четко разделял физическое описание цветов и физиологическое восприятие их.

Но в математической теории цветов он не смог отказаться от семи основных цветов, на которые разлагается призмой солнечный свет, и причина здесь, видимо, та, на которую указывали мно-

гие исследователи: аналогия со звуковыми колебаниями — аналогия, которой широко пользовались и в XVII в.

Для определения цвета смеси нескольких цветов по известному «количество и качеству» первичных цветов Ньютон использует цветовой круг, вдоль окружности которого располагаются семь основных цветов, а в центре круга — белый свет. Переход между цветами на окружности постепенный, как и в солнечном спектре. Цвет смеси по известному спектральному составу ее Ньютон находил по аналогии с отысканием центра тяжести, но считал, что этот метод приближенный, а не точный. И, как отметил М. М. Гуревич, «сколько бы главных цветов не наметил бы Ньютон в спектре — семь, восемь или более, но, суммируя их по предложенному им правилу центра тяжести, он находит всегда один центр на плоскости графика, что... неизбежно ведет к трехмерности цвета»¹.

В XVIII в. проблемой цветов интересовался М. В. Ломоносов. В «Слове о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее» (1756)² он присоединяется к мнению Мариотта³, который занимался физиологической оптикой, о трех главных цветах в противоположность семи цветам Ньютона. Ломоносов придавал этим трем цветам объективное физическое значение: он считал, что существуют только три физически простых цвета — красный, желтый, голубой, которым соответствуют три рода эфирных частиц сферической формы, но разной величины. «Прочие цвета рождаются от смешения первых трех».

Дальнейшее развитие учения о цветах связано с именем Томаса Юнга. Первое изложение своей теории Юнг дал в «Лекции о теории света и цветов», прочитанной 12 ноября 1801 г.⁴ Единственный, на кого ссылается Юнг, и притом не только ссылается, но и подчеркивает преемственность взглядов⁵ — это Ньютон. Но Юнг идет дальше в анализе цветовых ощущений. «Теперь, когда почти невозможно представить, что каждая чувствительная точка сетчатки содержит бесконечное число частиц, каждая из которых способна колебаться в унисон с любым возможным волнобразным движением, возникает необходимость в предположении, что это число ограничивается, например, тремя основными цветами — красным, желтым и голубым». Однако уже в 1802 г. более точные измерения цветов призматического спектра Волластоном и собственные наблюдения последовательности цветов в тонких пластинах заставили Юнга отказаться от этих трех основных цветов, которые фигурировали во всех предшествовавших трехкомпонентных теориях и были взяты по примеру художников, и принять другую тройку цветов — красный, зеленый, фиолетовый⁶.

¹ М. М. Гуревич. Теория цветов Ньютона. УФН, 52, 1954, стр. 308.

² М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений, т. III. Изд-во Академии наук СССР. М.—Л., 1952, стр. 315.

³ E. Magiotte. De la nature des couleurs. Р., 1681.

⁴ «Philosophical Transactions», 92, 1802, стр. 12.

⁵ Это относится к учению о цветах, по не к взглядам на природу света.

⁶ «Philosophical Transactions», 92, 1802, стр. 387.

¹ И. Ньютон. Лекции по оптике, стр. 182.

² «The Correspondence of I. Newton». Cambridge, 1959, т. I, стр. 225.

³ Там же, стр. 291.

Юнг был первым, кто связал все разнообразие наблюдаемых цветов со строением глаза человека. Он высказал предположение, что окончание каждого глазного нерва состоит из трех видов нервных волокон: каждое для соответствующего основного цвета.

Для расчета цвета Юнг предложил пользоваться цветовым треугольником, в вершинах углов которого находятся основные цвета.

Но и после работ Юнга еще предпринимались попытки отстаивать теории, аналогичные теории Ломоносова, например Д. Брюстером.

Следующий этап в развитии учения о цветах приходится примерно на середину XIX в. и связан в основном с именами Гельмгольца, Грассмана и Максвелла. В это же время появляется ряд работ по изучению цветовой слепоты. Много ценных результатов было получено благодаря «слепым» к цвету. Этой группой вопросов занимались Дальтон, Д. Вильсон, Поль, Мейер, Максвелл, Гельмгольц.

Наиболее полная серия опытов по смешению цветов была проведена Гельмгольцем¹. Он принял как основные те же цвета, что были и у Юнга. Грассман проверил первые результаты Гельмгольца и, сравнив их с Ньютоновыми, показал ошибочность утверждения Гельмгольца о существовании только одной пары дополнительных цветов в спектре. Грассман тщательно изучил оптические работы Ньютона и смог из результатов последнего вывести три закона сложения цветов, известных сейчас как законы Грассмана: непрерывности, аддитивности, трехмерности.

Максвелл, независимо от Гельмгольца, во многом повторил его эксперименты². К изучению цветов Максвелл приступил в 1852 г.³. Первая работа его — письмо к доктору Вильсону, занимавшемуся вопросами, связанными с цветовой слепотой, — датирована 4 января 1855 г. и опубликована в «Transactions of the Royal Scottish Society of Arts». Само название статьи — «Теория цветов в связи с цветовой слепотой» — говорит о ее содержании. Из опытов Максвелл заключил, что у людей с обычным зрением цвет есть функция трех переменных, а у цветослепых — только двух.

О двух сериях исследований (ноябрь 1854 г. и март 1855 г.) Максвелл сообщает в следующей работе — «Опыты по восприятию цветов глазом и замечания о цветовой слепоте»⁴. Для смешения цветов он пользовался цветовым волчком⁵. Его применяли и рань-

ше, но только в руках Максвелла он стал прибором, дающим количественные результаты. Выводы, к которым приходит Максвелл, таковы:

а) глаз способен оценивать подобие цветов с точностью, в ряде случаев очень высокой;

б) заключения (о цвете) определяются не реальной идентичностью цветов, а причиной, присущей глазу наблюдателя, и,

в) несмотря на расхождения в точности, не остается сомнений в том, что закон цветового зрения одинаков для всех нормальных глаз.

Опыты по смешению цветов убедили Максвелла, что основные цвета — красный, зеленый и синий¹, как принято и сейчас. Максвелл провел серию экспериментов для того, чтобы получить более совершенные количественные доказательства теории трех основных цветов. Для смешения цветов он использует в более поздних работах построенный им цветовой ящик². В цветовом ящике различные части спектра можно смешивать и сравнивать их по цвету с белым, интенсивность которого может быть изменена. Из этих исследований были получены данные о комбинациях цветовых ощущений³.

Еще в 1855 г. Максвелл высказал мысль, что теория цветов Юнга может быть проиллюстрирована с помощью фотографии. «Эта иллюстрация покажет, как функции, которые Юнг относил к трем системам нервов, могут имитироваться оптическим устройством»⁴. Осуществить эту идею ему удалось лишь в 1861 г. Во время лекций в Королевском институте 17 мая 1861 г. Максвелл впервые в мире продемонстрировал цветную фотографию⁵.

Всего по теории цветов Максвеллом написано семь работ и прочитаны две лекции в Королевском институте. Он занимался этими вопросами с 1852 по 1872 г. После 1872 г. он к ним более не возвращался.

В данной области Максвелл получил ряд существенных результатов. Он во многом способствовал утверждению трехкомпонентной теории цвета, провел точные количественные изменения по смешению цветов, используя цветовой волчок и цветовой ящик, заложил основы цветной фотографии, дал методы измерения и количественного выражения цвета, которыми пользовались все последующие исследователи.

Е. И. Погребысская

¹ Необходимо отметить, что выбор основных цветов при цветовых измерениях в определенной степени произволен, чего нельзя сказать о трех цветовых ощущениях человека. В последнем случае такой выбор предопределен строением глаза.

² Цветовой ящик состоит из набора щелей, размеры которых можно менять, двояковыпуклой линзы, призмы и экрана.

³ J. C. Maxwell. Scientific papers, v. II, P., 1927, p. 96, 230, 267.

⁴ См. сноску 4 на стр. 389 в этом сборнике.

⁵ См. статью Р. М. Эванса в этом сборнике.