ских потенциалов и электродвижущих сил, насколько мне известно, совершенно ново. Убеждение в возможности таких математических выражений я вынес из изучения трактата профессора В. Томсона о механическом представлении электрических, магнитных и гальванических сил [см. сноску на стр. 59] и его математической теории магнетизма [§ 78 и сл., см. сноску на стр. 45]. Чтобы привести пример пособия, которое могло бы быть привлечено из других физических исследований, я упомяну, что после разработки теорем настоящей статьи профессор Стокс указал мне, что он пользовался подобными выражениями в своей динамической теории диффракции (Cambridge Trans., т. IX, отд. 1). Приведет ли применение теории этих функций к учению об электричестве к новым полезным для физических исследований математическим идеям, покажет будущее. В последующем я рассмотрю несколько задач из учения об электричестве и магнетизме, относящихся к сферическим телам. Эти задачи должны служить лишь частными примерами применения методов данной теории. Детальную же разработку случаев, относящихся к специально предпринимаемым опытам, я отложу до тех пор, пока буду иметь в руках средства для постановки таких опытов.

ИЗ ПРИМЕЧАНИЙ Л. БОЛЬЦМАНА К РАБОТЕ МАКСВЕЛЛА «О ФАРАДЕЕВЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ»

Те замечания о стиле Максвелла, которые я сделал в моей ректорской речи в Граце, замечания, не подающие, конечно, ни малейшего повода сомневаться в признании мною высоких достоинств чисто лингвистической стороны его, пришли мне снова на ум при составлении настоящего перевода. В самом деле, кто мог бы с легким сердцем приступить к переводу языка Максвелла, оригинального и крайне интересного для знатока, но бесконечно трудного для начинающего, языка, восхваляемого, с одной стороны, как недосягаемый образец сжатого и остроумного изложения, и порицаемого—с другой, за трудности его понимания?

Есть три способа перевода: 1) можно переводить дословно; этим устраняется всякое искажение и изменение оригинала, но перевод по необходимости становится чуждым языку перевода; 2) можно прочесть оригинал и постараться как можно вернее передать его мысли своими словами, тогда место оригинала заступает уже нечто совершенно другое и, если переводчик не лишен дарования, даже нечто хорошее; 3) можно придерживаться оригинала настолько, чтобы отступления от него были не существенны и чтобы перевод вполне соответствовал духу языка, на который переводят, и удовлетворил вполне читателя. Этот третий способ только и пригоден для публики, а потому и применен в настоящем случае.

Немалую трудность представил перевод терминологии. Максвелл придерживается в этом труде терминологии Фарадея, которая теперь не употребляется и которая была нередко отвергаема самим Максвеллом в его позднейших сочинениях. Несмотря на это, я постарался по возможности сохранить ее, так как многие идеи этой книги неразрывно с нею связаны, например, параллелизм между электричеством и магнетизмом, выражающийся в обозначениях: количество и интенсивность как для электрического тока, так и для магнетизма.

Хотя в наше время под интенсивностью или силой тока и разумеют нечто совсем иное, однако эти обозначения все же нельзя совершенно устранить, не затруднив понимания идей Максвелла. Я прибавил к ним везде, где это было нужно, употребительные в наше время обозначения, заключив их в скобки, и дал, когда требовалось, дальнейшие разъяснения в примечаниях.

Максвелл определяет вначале (в параграфах 18, 21, 26, 27, 28, 29 и т. д.) величину k как «сопротивление», но часто (параграф 22) как «коэффициент сопротивления», тогда как в параграфе 31 он прилагает это название к совершенно другой величине R. Это пользование одним и тем же словом в различных смыслах едва ли удобно для читателя. Поэтому я уже с самого начала назвал k «коэффициентом сопротивления», а R—«коэффициентом полного сопротивления»...

Цитаты я пополнил и проверил.

Хотя я знал хорошо обо всех этих трудностях, я тем не менее счел себя не вправе уклониться от возложенного на меня поручения перевести именно эту работу Максвелла. Если историческая последовательность указывается часто как важный момент при изучении науки вообще, то то же должно иметь место и при изучении произведения одного какого-нибудь исследователя, тем более Максвелла, который не был бы так часто неверно понят, если бы изучение его не начинали прямо с его «Трактата», тогда как своеобразный метод Максвелла выступает гораздо ярче в его более ранних произведениях. Может быть, благодаря тому, что эти более ранние произведения его не были достаточно поняты, а также и потому, что Максвелл имел в виду преимущественно учащихся, он и решил впоследствии перемешать свои старые представления с новыми, чем и ввел в заблуждение читателей, начинающих прямо с его знаменитого «Трактата».

Эта первая большая работа Максвелла содержит уже в себе изумительно много. Уравнения между магнитными и электрическими величинами и напряжениями остались по существу без изменения; лишь диэлектрическая поляризация и электропроводность, а также индуктивное действие вследствие изменения первой во времени, и большая часть того, что относится к уравнениям для движущихся тел, было введено впоследствии...

1. (Стр. 12.) Это введение в первую более обширную работу Максвелла в высшей степени замечательно. Оно показывает, как мало обязан он был случайности в своих позднейших открытиях; более того, оно доказывает, что он работал по хорошо

обдуманному заранее плану. Подобный план грезился, может быть, и другим великим исследователям, но немногие из них сознавали его так ясно и имели достаточно искренности, чтобы заранее разъяснить его так просто. Важность разбираемых Максвеллом проблем была известна и на континенте, но пока она вызывала там одни лишь бесплодные дебаты о различных элементарных законах электродинамики. Максвелл давно уже сделал то единственное правильное, что можно было сделать, а именно—он создал новую теорию.

Введение Максвелла показывает далее, что он был столь же крупным творцом в теории познания, как и в области теоретической физики. Все пути, по которым двигалась первая в последующие 40 лет, ясно намечены в этих немногих страницах и иллюстрированы здесь теми же сравнениями. Позднейшие исследователи теории познания развили все это подробнее, но по большей части и гораздо одностороннее; они установили правила, по которым теория должна развиваться лишь после того, как само развитие ее совершилось; здесь же они даны еще до начала развития.

2. (Стр. 19.) Проходящая в данное время через две точки пространства A и B линия тока S именно и дает господствующее в это время в точках A и B направление течения. Частица жидкости F, которая в это время находится в A, двигается там как раз в направлении, указанном линией тока; однако она достигает гораздо позднее точки B, где линии тока (если движение не стационарно) имеют уже совершенно другой вид. Если бы частица жидкости случайно и дошла до B, чего вообще не бывает, то она ни в каком случае не будет уже больше двигаться по направлению прежней линии тока S, так как теперь через B будет проходить линия тока, вообще совершенно иначе направленная. Если движение не стационарно, то линия тока совпадает с путем частицы жидкости лишь в продолжение бесконечно малого промежутка времени.

3. (Стр. 21.) К совершенно такому же взгляду пришел и Риман, повидимому, вполне независимо от Максвелла (R i e m a n n, Gesamm. Werke, 2-е изд., стр. 529). Необходимо обратить внимание на различие между субъективным методом Римана, прибегающего даже к миру духов, и чисто объективным методом Максвелла. Который из них больше заслуживает наименования философского?

4. (Стр. 23.) До сих пор картина была чисто геометрическая, т. е. воображаемая жидкость служила лишь для олицетворения известных геометрических соотношений. Теперь Максвелл заимствует дальнейшие черты картины из аналитической механики и даже из предельного ее случая. Так как не существует механики для лишенных массы тел, то предварительно надо себе представить, что воображаемая жидкость имеет

очень незначительную плотность, в то время как «среда», необходимая в дальнейшем для Максвелла, действует на нее с очень значительными силами. Тот предельный случай, когда плотность жидкости делается бесконечно малой, а сила—бесконечно большой, и дает картину, созданную Максвеллом. Картина эта, конечно, не может уже более претендовать на геометрическую очевидность, а лишь на очевидность законов механики.

5. (Стр. 23.) «Среду» должно представлять себе покоящейся в пространстве, в то время как «жидкость» просачивается сквозь нее, как вода сквозь губку, причем каждая частица жидкости постоянно испытывает сопротивление, бесконечное по сравнению с произведением ее массы на ускорение.

6. (Стр. 24.) Так как плотность жидкости бесконечно мала, то для изменения скорости этой последней не требуется никакой силы, и равнодействующая всех сил давления, действующих на элемент объема, должна всегда равняться внешним силам, действующим на тот же элемент объема (в данном случае сопротивлению среды). Всякая слагающая скорости жидкости, которая производит сопротивление среды, не компенсированное разностью давлений, тотчас же исчезает вследствие бесконечно малой плотности жидкости.

7. (Стр. 25.) Это сопротивление, не уравновешенное разностью давлений, согласно сказанному в конце предшествовавшего примечания немедленно сводит к нулю слагающую скорости, касательную к поверхнотти одинакового давления.

8. (Стр. 29.) Если u, v, w суть слагающие скорости жидкости, то

$$u=-\frac{1}{k}\frac{dp}{dx},$$

$$v=-\frac{1}{k}\frac{dp}{dy},$$

$$w=-\frac{1}{k}\frac{dp}{dz}.$$

Далее, во всяком элементе объема $dx\,dy\,dz$ имеется источник напряжения

$$S=\rho\,dx\,dy\,dz=dx\,dy\,dz\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)=-\frac{dx\,dy\,dz}{k}\nabla^2 p.$$

Согласно (19)

$$p=\sum\frac{kS}{4\pi r}=\frac{k}{4\pi}\iiint\frac{\rho\,dx\,dy\,dz}{r}.$$

Если мы поэтому положим:

$$\iiint\frac{\rho\,dx\,dy\,dz}{r}=\frac{4\pi p}{k}=V,$$

то получим:

$$\nabla^2 V=-4\pi\rho.$$

Так Максвелл доказывает положения Лапласа и Пуассона теории потенциала, не прибегая к дифференциальному и интегральному исчислениям. Естественно, что по методу Максвелла можно также вывести и теоремы о потенциале поверхностей, которые покрыты конечными массами.

9. (Стр. 31.) Проведем ось z перпендикулярно к поверхности раздела, а в касательной к ней плоскости проведем ось x и ось y и обозначим через u, v, w, p слагающие скорости тока и давление на той стороне, где коэффициент сопротивления равен k, а штрихом обозначим числовые значения этих же величин на другой стороне; тогда на поверхности раздела получится:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dp}{dx}&=\frac{dp'}{dx},\\ \frac{dp}{dy}&=\frac{dp'}{dy},\\ k'\frac{dp}{dz}&=k\frac{dp'}{dz},\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

$$k'u=ku',\quad k'v=kv',\quad w=w'.$$

Так как $\frac{u}{u'}=\frac{v}{v'}$, то трубка тока остается в той же самой плоскости, которая определяется осью z (т. е. в нормальной).

Так как далее $\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{w}$ и $\frac{\sqrt{u'^2+v'^2}}{w'}$ суть тангенсы тех углов i и b, которые можно бы назвать углами падения и преломления, если подставить вместо линий тока лучи падающего и соответственно преломленного света, тогда окажется $\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} b}=\frac{k'}{k}$ (ср. Helmholtz, Über die Bewegungsgleich. der Electr. für ruhende leitende Körper, 17, Borch. Journal, 72, стр. 116, Ges. Abhandl., I, стр. 613). Впоследствии $\frac{dp}{dz}$ будет отождествлено с электрической или магнитной силой (на единицу количества электричества или магнетизма). Поэтому, если положить количество жидкости, протекающее через поперечное сечение трубки, прямо пропорциональным силе, а величину его сечения — обратно пропорциональной ей, благодаря чему и получаются силовые трубки, то поперечное сечение трубки должно внезапно измениться при переходе ее из одного вещества в другое; тогда во втором веществе трубки не будут уже заполнять всего пространства, как это имело место для первого вещества. Если же положить сечение трубки обратно пропорциональным магнитной или электрической индукции, т. е. величине $\frac{1}{k}\frac{dp}{dz}=w$ (трубки индукции), то указанное затруднение исчезает. Поэтому теперь пользуются всегда индукционными трубками. Для однородного тела и то и другое совпадает.

10. (Стр. 31.) На каждой стороне пограничной поверхности, где единичная трубка переходит из внутренней среды в наружную, следует добавить на наружной стороне источник $+1$, а на внутренней источник -1. Первый нужно умножить на k, а второй на k' так, чтобы оба вместе дали источник, сила которого равнялась бы $k-k'$. Обратно, в каждом месте, где единичная трубка вступает внутрь, будет источник, сила которого равняется $k'-k$.

11. (Стр. 32.) Из замкнутой поверхности может при этом вытекать жидкость, и так как внутри нее $k'=0$, то можно представлять себе источники безразлично лежащими внутри или на наружной поверхности. К этим источникам присоединяются тогда во втором случае ($k'=k$) только парные источники (т. е. такие, сумма интенсивностей которых равна нулю), которые вполне определены, если первые источники были избраны определенным образом.

12. (Стр. 36.) Новые оси, образующие специальную систему координат, суть оси эллипсоида, который по отношению к первоначальным осям координат имеет следующее уравнение:

$$P_1x^2+P_2y^2+P_3z^2+2S_1\,yz+2S_2\,xz+2S_3\,xy=1.$$

Что это должна быть замкнутая поверхность второго порядка, следует из того, что ни для какого положения осей координат ни один из коэффициентов P не может быть отрицательным. Если это эллипсоид вращения, то таких изменений координат возможно произвести, конечно, бесчисленное множество; если это шар, то мы получаем опять первоначальный случай одинаковых свойств по всем направлениям.

13. (Стр. 36.) Допустим, что давление, как в изотропной среде, одинаково по всем направлениям и что, следовательно, текущая *«жидкость»*, на которую действует это давление, остается изотропной после, равно как и до этого действия; *«среда»* же, которая находится в покое и через которую жидкость просачивается, как сквозь пористую губку, пусть будет анизотропна. Если α, β, γ суть слагающие той силы, с которой жидкость действует на среду, как это позднее предполагает Максвелл, считая $\alpha=ka$, а не $-ka$, то следует:

$$\alpha=-\frac{dp}{dx},\qquad \beta=-\frac{dp}{dy},\qquad \gamma=-\frac{dp}{dz}.$$

14. (Стр. 37.) Из уравнения

$$\frac{d^2p}{d\xi^2}+\frac{d^2p}{d\eta^2}+\frac{d^2p}{d\zeta^2}=0$$

и пограничных условий, на которые T также не влияет, p определяется однозначно.

15. (Стр. 38.) Максвелл полагает следующее: раз единичная трубка выходит из места возникновений (источника), где господствует положительное давление p, равного единице, и оканчивается в месте уничтожения (стоке), равном единице с отрицательным давлением $-p'$, то она имеет до места нулевого давления p и потом еще p', следовательно, в общем $p+p'$ единичных клеток. Таким образом, если место возникновения характеризуется числом $+1$, место уничтожения числом -1, то $\Sigma(Sp)=p+p'$. Если бы на месте уничтожения было положительное давление $+p'$, тогда было бы $\Sigma(Sp)=p-p'$, и это было бы также число единичных клеток. Та же формула справедлива и тогда, когда в месте возникновения господствует отрицательное давление; вообще источники любой интенсивности можно представить как совокупность единичных источников, лежащих непосредственно друг около друга. Для метода Максвелла характерно то обстоятельство, что он всегда представляет себе силы источников, соответствующих свободному электричеству, свободному магнетизму и т. п., выраженными непременно целым числом единиц и никогда числом иррациональным, а потому принимает всегда лишь целое число единичных трубок, единичных клеток и т. п.

16. (Стр. 39.) Так как жидкость не имеет инерции, а потому и живой силы, то эта работа, считаемая в единицу времени, идет на преодоление сопротивления, а потому должна быть равна числу единичных клеток, из которых каждая употребит в единицу времени единицу работы на преодоление сопротивления.

17. (Стр. 43.) Сила, действующая в каком-либо направлении на единицу электричества, равна числу единичных трубок, которые проходят через единицу поверхности нормального к рассматриваемому направлению элемента поверхности. В добавление к предыдущему положению следует заметить, что так называемый самопотенциал (Selbstpotential) электрической

системы $\Sigma(dm)$ имеет значение $\frac{k\omega}{8\pi}$, т. е. равен половине работы, потраченной жидкостью в единицу времени на преодоление сопротивления во всех единичных клетках. Это разделение потенциала системы на две части будет часто встречаться в дальнейших разделах статьи Максвелла.

18. (Стр. 44.) Все это непосредственно следует, если поставить в ранее найденных положениях «свободное электричество» вместо «источник», «линия силы» вместо «линия тока», «потенциал» вместо «отрицательное давление». Так как в диэлектрике, в котором $k'=0$, значение p постоянно, то необходимо, чтобы и вне его, в непосредственной близости, производная от p в направлении, касательном к поверхности диэлектрика, и, следовательно, электрическая сила в этом направлении исчезли бы. Вообще известные условия для поверхности раздела двух диэлектриков непосредственно следуют из уравнения (1) примечания 9.

19. (Стр. 45.) Соленоидальное, или трубчатое, распределение есть, как известно, такое, при котором $\nabla^2\varphi=0$, если φ обозначает ту функцию, частные производные которой по координатам дают слагающие магнитной силы (на единицу положительного магнетизма). Поэтому если распределение внутри какого-либо пространства соленоидально, то оно не содержит в себе вовсе свободного магнетизма, а следовательно, и никаких источников «жидкости».

20. (Стр. 50.) Максвелл не вводит разности потенциалов между различными металлами, находящимися в соприкосновении. Он рассматривает некоторый элемент, состоящий из цинка, платины и жидкости. Между платиной и жидкостью он не признает никакого скачка потенциала. Вся электродвижущая сила расположена поэтому только в одном сечении тока (а именно в месте соприкосновения цинка с жидкостью). Это сечение исполняет роль гальванического элемента с бесконечно малым сопротивлением, все же остальное есть лишь замыкающая цепь без электродвижущей силы, но с общим сопротивлением K. Поэтому разность потенциалов $p-p'$ на обеих сторонах означенного сечения всегда равна всей электродвижущей силе F; разность же потенциалов двух других поперечных сечений, между которыми находится сопротивление L, есть $\frac{FL}{K}$.

21. (Стр. 51.) Пусть dx есть линейный элемент какой-либо замкнутой или незамкнутой кривой, пусть магнитная сила f, которая действует здесь на единицу магнетизма, имеет в направлении dx слагающую f_x, тогда Максвелл принимает за полную интенсивность (напряженность) вдоль этой кривой интеграл $\int f_x\,dx$. Этот интеграл следует понимать в дальнейшем под F.

В предыдущем же уравнении F, наоборот, обозначает саму величину f или, если намагничивание неравномерно, ее среднее значение в данном сечении, которое берется нормально к силовым линиям; f называется иначе интенсивностью (напряженностью) в данной точке. Под магнитным соленоидом понимается здесь тонкая, прямая или кривая соленоидально намагниченная железная палочка. «Полная магнитная интенсивность» $F=\int f_x\,dx$ вдоль ее средней линии равна $p-p'$, т. е. разности магнитных потенциалов на обоих концах. Этот случай соответствует статической индукции в проволоке, в которой не действуют электродвижущие силы. Рассматриваемый затем Максвеллом случай «соленоидально намагниченного замкнутого на себя круга», который вполне соответствует замкнутому круговому току, представляет собой пример того случая, когда магнитная сила (как, например, сила, вызываемая током, обтекающим магнитный круг) не имеет однозначного потенциала.

22. (Стр. 52.) Будем сначала рассматривать замкнутую круговую цепь, которая может состоять из различных проволок с текущим по ним током.

Под общим количеством (силой) тока I Максвелл разумеет то количество электричества, которое протекает в единицу времени через какое-нибудь поперечное сечение, а под величиной i — плотность тока в данной точке. Следовательно, если какое-нибудь поперечное сечение S равномерно заполняется протекающим током, то

$$I=Si.$$

Интенсивность (напряженность) f в данной точке есть сила, действующая в ней на единицу положительного электричества. Полная интенсивность (напряженность) будет

$$F=\int f\,dx,$$

где dx есть элемент длины, и интеграл распространен на всю цепь. Буквой k Максвелл обозначает удельное сопротивление в данной точке. Следовательно,

$$f=ki=\frac{kI}{S}$$

(вместо чего Максвелл на стр. 51 не совсем последовательно пишет $F=\frac{kI}{S}$). Поэтому

$$F=\int ki\,dx=I\int\frac{k\,dx}{S}=IK$$

(что и совпадает с выражениями на стр. 50 и 51); $\frac{k\,dx}{S}$ есть сопротивление элемента длины dx проволоки, поэтому K есть полное сопротивление цепи.

Эти уравнения остаются без изменения и для того случая, когда кольцо, образованное из тонких сильно парамагнитных палочек (разного рода железа, никеля), намагничивается спирально обтекающим их током, раз только можно пренебречь рассеянием силовых линий из кольца наружу. Тогда f есть интенсивность магнетизма в данной точке (напряженность магнитного поля, сила на единицу магнетизма), F — полная магнитная интенсивность, i — количество магнетизма в данной точке (магнитный момент единицы объема), I — полное количество магнетизма и k — магнитная проницаемость *).

Рассмотрим теперь электрическую аналогию магнитного рассеяния. Одна из проводящих ток проволок проходит сквозь более широкую трубку, наполненную разведенной серной кислотой, или, что еще более общо, приводящая система образует некоторое кольцеобразное двусвязное пространство, где электричество течет по кругу. Электрическое действие тогда соленоидально, т. е. электрическая сила имеет (конечно, не однозначный) потенциал. Другими словами, ни одна линия тока (как A на рис. 1) не должна возвращаться на себя, не обойдя всего кольца, а напротив, всякая должна (подобно B) идти в кольце кругом. Тогда эквипотенциальная поверхность будет состоять из одних лишь поперечных сечений кольца. Количество электричества i и интенсивность f в некоторой точке будут соответственно плотностью тока и действующей на единицу положительного электричества силой. Полная электрическая интенсивность будет:

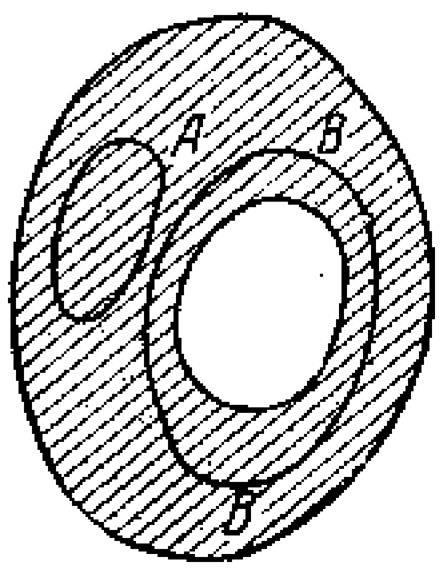

Рис. 1.

$$F = \int f\,dx,$$

причем dx означает теперь элемент длины некоторой линии тока I и интеграл должен быть распространён на всю замкнутую линию тока (Максвелл пишет на стр. 52: $F = \Sigma\,(f\,dx)$). Пусть будет $d\xi$ элемент длины некоторой другой линии тока II, лежащий между теми же эквипотенциальными поверхностями (1) и (2), и φ — интенсивность (сила электрического поля), тогда

$$\varphi : f = dx : d\xi,$$

*) Употребляемая здесь и в других местах Больцманом терминология не совсем соответствует современной. Если f — напряженность поля, i — магнитный момент единицы объема, то k — это не «магнитная проницаемость», а обратная величина «магнитной восприимчивости» $i = \frac{f}{k} = \varkappa f$. (*Прим. перев.*)

так как f есть производная потенциала, взятая по нормали. Но разность потенциалов для двух данных эквипотенциальных поверхностей одинакова всюду, тогда как дифференциалы нормалей тождественны с дифференциалами dx и $d\xi$ линии тока. Поэтому $f\,dx = \varphi\,d\xi$, и $\int f\,dx$ должен быть также одинаков для всякой замкнутой линии тока.

Пусть будет dS — элемент эквипотенциальной поверхности (1), φ — электрическая сила и $d\xi$ — расстояние между обеими эквипотенциальными поверхностями в том же месте, тогда как f и dx будут теми же величинами на том месте, принимаемом за исходное, где линия тока I пересекает эквипотенциальную поверхность. Тогда $dS\,d\xi$ будет объем цилиндра, стоящего перпендикулярно к dS и ограниченного эквипотенциальными поверхностями (1) и (2). Пусть k будет удельное сопротивление в этом месте, тогда

$$\frac{k\,d\xi}{dS} = \frac{kf}{\varphi}\,\frac{dx}{dS}$$

будет сопротивление этого цилиндра.

Во всем пространстве, лежащем между эквипотенциальными поверхностями (1) и (2), все подобные цилиндры нужно рассматривать как параллельные; отсюда сопротивление этого пространства будет:

$$dK = \frac{dx}{\int \frac{\varphi\,dS}{fk}} = \frac{f\,dx}{\int \frac{\varphi\,dS}{k}},$$

а полное сопротивление кольца будет:

$$K = \int \frac{f\,dx}{\int \frac{\varphi\,dS}{k}}.$$

Полное количество (полная сила тока) будет:

$$I = \int i\,dS = \int \frac{\varphi\,dS}{k},$$

так как $\varphi = ki$ (Максвелл пишет на стр. 51 $I = \Sigma i\,dy\,dz$).

Так как этот интеграл должен иметь одну и ту же величину для всякого поперечного сечения, то для K это уравнение можно написать так:

$$K = \frac{1}{I}\int f\,dx = \frac{F}{I}.$$

Мы представляем себе теперь все пространство наполненным проводящим веществом и обращенным в двусвязное тем, что любая открытая с обеих сторон поверхность, имеющая форму конечной трубки, должна быть абсолютно непроводящей. Когда в одном или нескольких поперечных сечениях этой трубки возникнут постоянные электродвижущие силы, то получатся электрические токи, которые протекут внутри трубок, а снаружи со всех сторон будут замкнуты. Ничто не мешает нам применить наши уравнения и к этому случаю. Хотя поперечные сечения кольца теперь частью уходят в бесконечность, все интегралы остаются, однако, конечными.

Если мы заменим теперь непроводящую трубкообразную поверхность совпадающей с ней поверхностью, обмотанной проволокой с током, и вместо электрических проводников возьмем парамагнитные тела, то мы получим соответствующую магнитную задачу, и прежние формулы останутся пригодными при соответственном изменении букв.

23. (Стр. 55.) Пусть a_1 будет количество магнетизма в некоторой точке (магнитная индукция, магнитный момент единицы объема, а не (как далее) слагающая этой величины в направлении x), α_1—магнитная интенсивность (магнитная сила, действующая на единицу количества магнетизма), λ—длина, q—поперечное сечение, откуда $q\lambda$—объем одной единичной клетки; тогда $a_1 q\lambda$ будет полное магнитное количество (магнитный момент элемента объема), $\alpha_1 a_1 q\lambda$ будет работа намагничения. Она должна быть одинакова для всех единичных клеток, так как здесь производится в единицу времени единица работы. Но всякая единичная клетка вырезана из единичной трубки, поэтому $a_1 q=1$, а следовательно, $\alpha_1\lambda$ постоянно. Так как, согласно примечанию 26, самопотенциал равен половине работы, производимой в единицу времени во всех единичных клетках, то и здесь работа намагничения $\alpha_1 a_1 q\lambda/2$ в одной единичной клетке равна $^1/_2$, т. е. $\alpha_1\lambda=1$. Верность следующего непосредственно за этим положения Максвелла подтверждается легко. Так как общее число единичных клеток одной единичной трубки пропорционально только общей силе тока, то общее число всех наличных единичных клеток во всех единичных трубках пропорционально произведению полной силы тока на число имеющихся единичных трубок (ср. также теорему III, стр. 71).

24. (Стр. 55.) Под этим словом разумеются те же линии, которые прежде всегда называли силовыми линиями, но которые было бы вообще целесообразнее называть линиями индукции.

25. (Стр. 55.) При этом следует обращать внимание также на знак и коэффициент пропорциональности. В электростатике число единичных клеток, а вследствие этого и энергия среды (эфира) прибывает тем более, чем более производят работы видимые силы, которые уравновешивают электростатические; когда два взаимно отталкивающихся, электростатически заряженных

тела действительно отдаляются друг от друга, то число клеток и энергия среды убывают, напротив, в электродинамике энергия среды убывает на столько, сколько работы производят видимые силы, уравновешивающие электродинамические; таким образом, энергия среды и число клеток увеличиваются, когда два взаимно отталкивающихся проводника действительно отдаляются или два взаимно притягивающихся сближаются.

26. (Стр. 57.) Эти два рода сил по почину проф. Карла Неймана отличаются как «электродвижущая» и «пондеромоторная». Известно также, что открытое потом явление Холла объясняется обыкновенно предположением, что пондеромоторные силы все же производят в проводнике небольшое смещение линий тока.

27. (Стр. 59.) Достойно внимания, как извиняется Максвелл в том, что он не строит никакой механической картины и переходит к описанию фактов при помощи чисто математических формул. В действительности следующая теперь часть сочинения явилась незаконченной и оставалась таковой до тех пор, пока Максвеллу не удалось найти в сочинении «О физических силовых линиях»*) механической аналогии, которую он искал уже и здесь.

28. (Стр. 64.) Индекс 2 в этом и следующих уравнениях опять опущен, так как те же уравнения годны и для магнетизма, где все величины имеют индекс 1. Впрочем, индекс 2 на том же самом основании следовало бы опустить и в уравнениях (A) и (B).

29. (Стр. 66.) То-есть если в решении задачи о стационарном электрическом токе в материальных проводах заменить термины «электрическая сила, плотность тока, удельное сопротивление» словами «магнитная сила, магнитная индукция (магнитный момент единицы объема), удельная индуктивная способность», то получится решение задачи о магнитной индукции.

30. (Стр. 69.) Это не та система координат, которая теперь употребляется в Англии, а французская, где для глаза, смотрящего с положительной z-стороны, часовая стрелка кратчайшим путем переходит от положительной x-оси к положительной y-оси; где обыкновенный винт, который повертывается по кратчайшему пути от положительной x-оси к положительной y-оси, в неподвижной муфте подвигается вперед в отрицательном z-направлении; где положительная z-ось обращена к голове, положительная x-ось к левой руке и положительная y-ось к передней стороне человеческой фигуры; благодаря этому зрителю, смотря-

*) См. стр. 107 настоящего издания. (*Ред.*)

щему на доску, представляется, что положительная z-ось обращена кверху, положительная x-ось вправо, положительная y-ось к аудитории. При такой системе координат для соленоида, среднюю линию которого образует ось z и по которому электрический ток течет так, как нужно для того, чтобы кратчайшим путем перейти от положительной оси x к положительной оси y, конец, соответствующий северному полюсу, обращен к отрицательной оси z. Поэтому, если ток течет в положительном направлении абсциссы через элемент плоскости $dy\,dz$, то им движется северный полюс по периферии элемента плоскости так, как это нужно, чтобы кратчайшим путем перейти от положительного x-направления к положительному y-направлению. Эта система лежит также в основании последующих вычислений Максвелла (рис. 2).

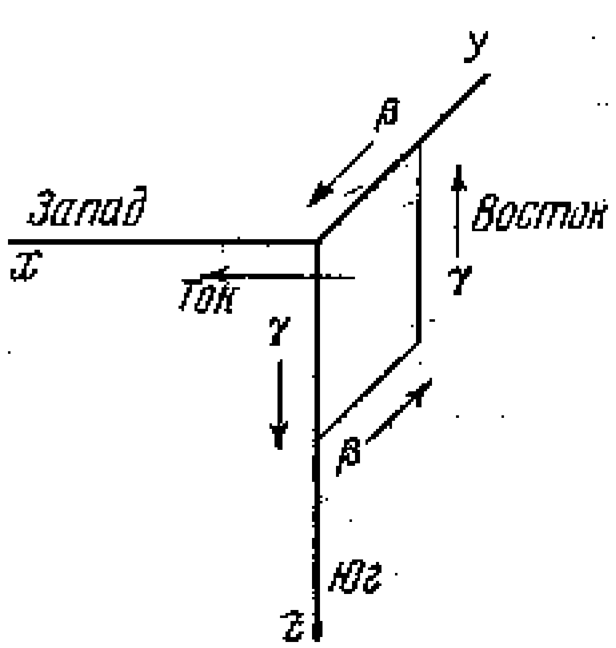

Рис. 2.

31. (Стр. 69.) Пусть замкнутый ток имеет ту интенсивность, которую мы теперь называем (электро-) магнитной единицей силы тока. Если по кривой, охватывающей ток, обойти ток в том направлении, по которому движется северный полюс, так, чтобы возвратиться на прежнее место, то, как известно, магнитный потенциал тока возрастает на 4π. Этот прирост есть то, что Максвелл называет полной напряженностью магнитной силы, распространенной на замкнутую кривую, охватывающую ток. Если эта интенсивность равна единице, то он считает в этом сочинении, что и ток равен единице. Ток, который в наших электромагнитных единицах имеет интенсивность, равную единице, имеет в этих единицах Максвелла интенсивность 4π. В позднейших своих трудах Максвелл употребляет наши обычные единицы.

32. (Стр. 71.) Потому что, когда U — потенциал первой, V — потенциал второй системы, то $\nabla^2 U$ пропорционально плотности электрического заряда первой системы, $\nabla^2 V$ — второй системы. Поэтому $\iiint V\nabla^2 U\,dx\,dy\,dz$ пропорционален потенциалу второй системы относительно первой, а $\iiint U\nabla^2 V\,dx\,dy\,dz$ — потенциалу первой системы относительно второй. Но перемещение первой системы относительно второй всегда, однако, противоположно перемещению второй системы относительно первой.

33. (Стр. 73.) Пусть источники первоначально находятся в среде с коэффициентом сопротивления, равным единице, а все среды с другими коэффициентами сопротивления находятся на таком большом расстоянии, что источники не могут сколько-нибудь заметно влиять на них. Следует представить себе работу, которая должна быть произведена для того, чтобы без изменения положения и силы источников привести различные среды в любое иное положение вблизи источников.

34. (Стр. 77.) Здесь α_0, β_0, γ_0 играют ту же роль, что и α, β, γ в теореме VI. Следовательно, соответственно первому уравнению теоремы VI

$$\frac{d\alpha_0}{dx}+\frac{d\beta_0}{dy}+\frac{d\gamma_0}{dz}=0.$$

35. (Стр. 78.) У Максвелла второй член в прямых скобках как в этом выражении, так и во всех других, имеющих подобные прямые скобки, имеет при Q обратный знак, что я считаю типографской ошибкой. Уравнения стр. 43 совпадают с этими, даже помимо знака, когда $k=1$, так как теперь p есть функция, отрицательные производные которой по координатам равны α, β, γ, тогда как положительные производные от V равны a, b, c. Вследствие этой разницы в знаках знак первого члена уравнения, к которому относится это примечание, делается сомнительным, равно как и знак предшествующего уравнения. На стр. 65 я заменил на обратные знаки правых сторон обоих последних уравнений.

36. (Стр. 79.) Раньше (см. примечание 30) α, β, γ представляли собой слагающие силы, действующей на единицу северного полюса. Не думал ли здесь Максвелл о винтообразной системе координат (Weinranken coordinatensystem), благодаря чему, конечно, рисунок примечания 30 должен быть обращен, и мы получим:

$$a_2=\frac{d\gamma_1}{dy}-\frac{d\beta_1}{dz} \quad \text{вместо} \quad a_2=\frac{d\beta_1}{dz}-\frac{d\gamma_1}{dy}.$$

В новейшей теории электричества Максвелла аналогичные этим уравнения для электричества, с одной стороны, и для магнетизма — с другой, имеют обратные знаки. Иначе было бы для электрического или магнитного вектора не

$$\frac{d^2u}{dt^2}=a^2\nabla^2 u,$$

$$\frac{d^2u}{dt^2}=-a^2\nabla^2 u.$$

37. (Стр. 82.) Это уравнение содержит основу электродинамики движущихся тел.

38. (Стр. 87.) Это, как известно, оспаривается; если силы содержат даже и вторые производные по времени, принцип сохранения энергии все же может оставаться в силе. Однако здесь не место для обсуждения вопроса о совместимости закона Вебера с принципом сохранения энергии.

О ФИЗИЧЕСКИХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ