

Фарадея. Там он найдет строго современное историческое изложение многих из величайших открытий и исследований в области электричества в последовательности и порядке, которые едва ли могли быть улучшены, если бы конечные результаты были бы известны с самого начала, и выраженные языком человека, посвятившего большую долю своего внимания методам точного описания научных операций и их результатов \*). Для изучающего любой предмет чтение оригинальных трудов представляет собой большое преимущество, так как наука всегда наиболее полно усваивается при своем появлении на свет, а в том, что касается «Исследований» Фарадея, это сравнительно легко, поскольку они изданы по частям и могут читаться в последовательном порядке. Если чем-либо из написанного здесь я окажу любому изучающему содействие в понимании способов мышления и выражений Фарадея, я буду считать, что одна из моих основных целей, а именно, передать другим то восхищение, которое я испытал сам, читая «Исследования» Фарадея, будет выполнена.

Описание явлений и составных частей теории каждого предмета дается в первых главах каждой из четырех частей, на которые разделен этот трактат. В этих главах читатель найдет достаточно для элементарного знакомства со всем предметом науки.

Остальные главы каждой части содержат в себе высшие разделы теории, численные расчеты и описание инструментов и методов экспериментального исследования.

Отношения между электромагнитными явлениями и явлениями излучения, теория молекулярных электрических токов и результаты соображений о природе действия на расстоянии трактуются в последних четырех главах второго тома.

1 февраля 1873 г.

Джемс Клерк Максвелл

\*) Life and letters of Faraday, I, стр. 395.

## ЧАСТЬ IV

### ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

#### ГЛАВА I

#### ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СИЛА

475.) Радиальными наблюдателями было замечено, что в некоторых случаях магнетизм вызывается или разрушается в стрелках в результате электрических разрядов, проходящих через стрелки или поблизости от них. В связи с этим делались разного рода предположения, касающиеся отношения между магнетизмом и электричеством, но законы этих явлений и форма этих отношений оставались абсолютно неизвестными до тех пор, пока Ганс Христиан Эрстед \*) на частной лекции для немногих успевающих студентов в Копенгагене не отметил, что провод, соединяющий полюсы нольтовой батареи, влияет на находящийся поблизости магнит. Это открытие было опубликовано в трактате, озаглавленном «Experimenta circa effectum Conflictus Electrici in Aëris Magneticam», датированном 21 июля 1820 г.

Опыты, касающиеся отношения магнита к телам, заряженным электричеством, проводились без какого-

\*) См. другой отчет об открытии Эрстеда в письме профессора Ганстена (Hansteen) в «Life of Faraday» by Bence Jones, т. II, стр. 395.

либо результата до тех пор, пока Эрстед не догадался выяснить действие провода, нагреветого электрическим током. Он, однако, открыл, что причиной этого действия был сам по себе ток, а не тепло провода и что «электрический конфликт действует вращательным образом», т. е. что магнит, помещенный около провода, по которому течет электрический ток, стремится расположиться перпендикулярно к проводу и всегда при перемещении магнита вокруг провода направлен одним и тем же концом вперед.

476.] Отсюда вытекает, что в окружающем провод, по которому течет электрический ток, пространстве на магнит действуют силы, зависящие от положения провода и от силы тока. Пространство, в котором действуют эти силы, может поэтому рассматриваться как магнитное поле, и мы можем его изучить таким же путем, как мы уже изучили поле по соседству с обычными магнитами, прослеживая направление линий магнитной силы и измеряя интенсивность силы в каждой точке.

477.] Начнем со случая бесконечно длинного прямого провода, по которому течет электрический ток. Если бы человек мысленно поместил себя на место провода так, чтобы ток тек от головы к его ногам, тогда свободно подвешенный перед ним магнит установился бы таким образом, что тот его конец, который указывает на север, под влиянием действия этого тока стал бы указывать по направлению его правой руки.

Везде линии магнитной силы находятся под прямыми углами к плоскостям, проведенным через провод, и поэтому являются окружностями, каждая из которых находится в плоскости, перпендикулярной к проводу, проходящему через его центр. Если по окружности одного из этих кругов в направлении слева направо передвигать указывающий на север полюс магнита, то этот полюс испытает действие силы, всегда направленной в сторону его движения. Другой полюс того же самого магнита испытает действие силы в противоположном направлении.

478.] Для того чтобы сравнить эти силы, предположим, что провод находится в вертикальном положении, а ток имеет направление сверху вниз и пусть магнит будет помещен на приспособление, которое может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, совпадающей с направлением провода (рис. 1). Установлено, что при этих условиях ток не вызывает какого-либо эффекта вращения указанного приспособления как целого около оси. Отсюда делается вывод, что действие вертикального тока на два полюса магнита таково, что статические моменты двух сил относительно оси равны по величине и противоположны по направлению. Пусть  $m_1$  и  $m_2$  будут силы двух полюсов,  $r_1$  и  $r_2$  — их расстояния от оси провода,  $T_1$  и  $T_2$  — интенсивности магнитной силы, обусловленной током, соответственно около обоих полюсов; тогда сила, действующая на  $m_1$ , есть  $m_1 T_1$ , и так как она направлена под прямым углом к оси, то момент этой силы есть  $m_1 T_1 r_1$ . Подобно этому момент силы на другом полюсе будет  $m_2 T_2 r_2$ , и так как никакого движения не наблюдается, то

$$m_1 T_1 r_1 + m_2 T_2 r_2 = 0.$$

Но мы знаем, что во всех магнитах

$$m_1 + m_2 = 0,$$

отсюда

$$T_1 r_1 = T_2 r_2,$$

или электромагнитная сила, образуемая прямым током бесконечной длины, перпендикулярна к току и ее величина изменяется обратно пропорционально расстоянию.

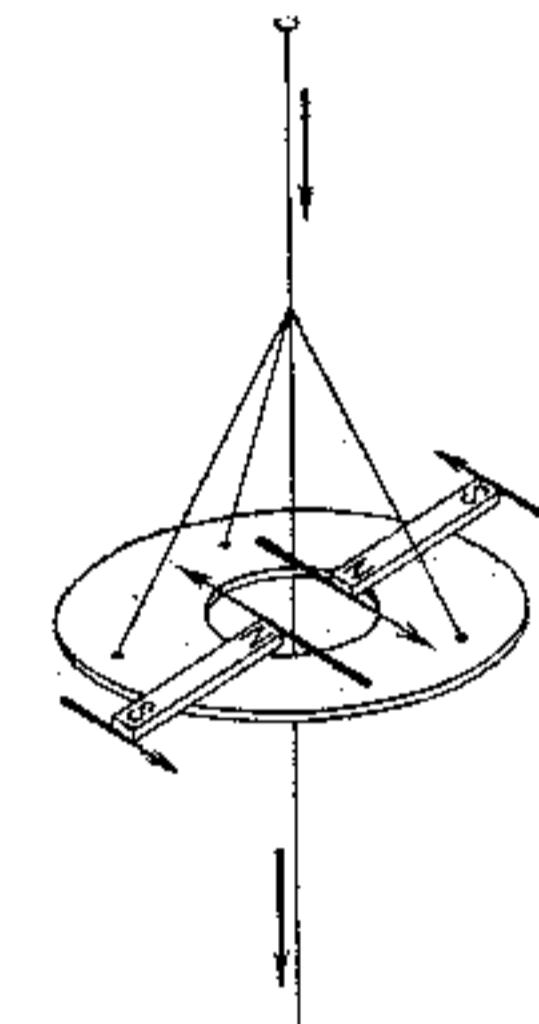


Рис. 1.

479.] Так как произведение  $T r$  зависит от силы тока, оно может быть использовано в качестве меры этого тока. Этот метод измерения отличен от другого, основанного на электростатических явлениях, и поскольку он зависит от магнитных явлений, производимых электрическими токами, то может быть назван электромагнитной системой измерения. Если в электромагнитной системе через  $i$  обозначается ток, то

$$Tr = 2i.$$

480.] Если принять провод за ось  $z$ , тогда прямоугольные компоненты  $T$  будут:

$$X = -2i \frac{y}{r^2}, \quad Y = 2i \frac{x}{r^2}, \quad Z = 0.$$

Здесь  $X dx + Y dy + Z dz$  есть полный дифференциал от

$$2i \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + C.$$

Таким образом, магнитная сила поля может быть выведена из потенциальной функции, как и в различных прежних случаях; но потенциал в этом случае является функцией, имеющей бесконечный ряд значений, общая разность между которыми равна  $4\pi i$ \*). Производные потенциала по координатам, однако, имеют определенное и единственное значение в каждой точке.

Существование потенциальной функции в поле, окружающем электрический ток, не является самоочевидным результатом принципа сохранения энергии, так как во всех действительных токах имеется непрерывный расход электрической энергии батареи на преодоление сопротивления проволоки; таким образом, если только величина этого расхода не является совершенно точно известной, можно предполагать, что часть энергии батареи используется на работу, совершающую при движении магнита по окружности. Действительно, если магнитный полюс  $m$  движется по замкнутой кривой, охватывающей провод, то фактически произведенная работа равна  $4\pi m i$ . Линейный интеграл силы исчезает только для замкнутых, не охватывающих

\*) То-есть потенциал магнитного поля токов является многозначной функцией с периодом  $4\pi i$ . (Ред.)

провод, путей. Поэтому мы должны пока что считать закон силы и существование потенциала основанными лишь на опыте, который нами выше описан.

481.] Рассматривая окружающее бесконечную прямую линию пространство, мы видим, что это пространство циклическое, потому что оно при вращении переходит само в себя. Если мы теперь представим себе плоскость или любую другую поверхность, начинающуюся у прямой линии и простирающуюся с одной ее стороны в бесконечность, то эта поверхность может рассматриваться как диафрагма, которая сводит циклическое пространство к ациклическому. Если из какой-нибудь фиксированной точки провести к какой-нибудь другой точке линии, не пересекающие эту диафрагму, и определить потенциал как линейный интеграл силы, взятый вдоль одной из этих линий, то потенциал в любой точке будет иметь одно единственное, определенное значение.

Теперь магнитное поле во всех отношениях идентично с полем магнитного листка силы  $i$ , совпадающим с этой поверхностью. Этот магнитный листок ограничен с одной стороны бесконечной прямой линией. Другие ограничивающие его части находятся на бесконечном расстоянии от рассматриваемой части поля.

482.] Во всех действительных опытах ток образует замкнутый контур конечных размеров. Мы поэтому будем сравнивать магнитное действие замкнутой цепи с действием магнитного листка, ограниченного контуром цепи.

Многочисленными опытами было показано (из этих опытов самыми первыми являются опыты Ампера, а наиболее точными опыты Вебера), что магнитное действие малого плоского контура на расстояниях, больших по сравнению с размерами контура, одинаково с действием магнита, ось которого расположена нормально к плоскости контура и магнитный момент которого равен площади контура, помноженной на силу тока\*).

\*) (A m p è r e, Théorie des phénomènes électrodynamiques, 1826; W e b e r, Elektrodynamische Maasbestimmungen (Abhandlungen der königlich Sächs. Gesellschaft zu Leipzig, 1850—1852).)

Если предположить, что контур затанут (filled up) поверхностью, границы которой совпадают с контуром и которая таким образом образует диафрагму, и если магнитным листком силы  $i$ , совпадающим с этой поверхностью, заменить данный электрический ток, то магнитное действие листка во всех удаленных точках будет идентичным с действием тока.

483.] До сих пор мы предполагали, что размеры контура малы по сравнению с расстоянием какой-нибудь части его от точек исследуемого поля. Мы теперь должны предположить, что контур может иметь любую форму и размеры и изучить его действие в любой точке  $P$ , не находящейся в самом проводнике. Для этой цели Ампер ввел следующий, имеющий важные геометрические применения метод.

Представим себе, какую-нибудь поверхность  $S$ , ограниченную некоторым током и не проходящую через точку  $P$ . На этой поверхности проведем два ряда линий, пересекающих друг друга так, что они делят поверхность на элементарные части, размеры которых малы по сравнению с их расстоянием от  $P$  и которые обладают радиусами кривизны поверхности.

Вокруг контура каждого из этих элементов представим себе текущий ток силы  $i$ , причем направление его движения одинаково во всех элементах и такое же, как и в первоначальном токе.

Вдоль какой-нибудь линии, отделяющей два соприкасающихся элемента, два одинаковых тока силы  $i$  текут в противоположных направлениях.

Эффект двух одинаковых и противоположных токов в том же самом месте равен нулю, с какой бы точки зрения мы ни рассматривали эти токи. Следовательно, их магнитное действие равно нулю. Единственными частями элементарных токов, которые не нейтрализуются таким путем, являются те части, которые совпадают с первоначальным током. Отсюда общий эффект элементарных токов эквивалентен общему эффекту первоначального тока.

484.] Теперь, поскольку каждый из этих элементарных токов может рассматриваться, как маленький плоский ток, расстояние которого от  $P$  велико по сравнению с его размерами, мы можем вместо него представить элементарный магнитный листок силы  $i$ , граница которого совпадает с контуром элементарного тока. Магнитное действие этого элементарного листка в  $P$  эквивалентно действию, производимому элементарным током. Все элементарные листки вместе составляют магнитный листок силы  $i$ , совпадающий с поверхностью  $S$  и ограниченный первоначальным током, а магнитная сила всего листка в  $P$  эквивалентна магнитной силе контура.

Очевидно, что действие цепи не зависит от формы поверхности  $S$ , которая была взята совершенно произвольным образом. Отсюда мы видим, что действие магнитного листка зависит исключительно от формы его контура, а не от формы самого листка. Этот результат мы получили уже раньше в параграфе 410, но весьма поучительно видеть, как этот же результат может быть выведен из рассуждений электромагнитного характера.

Магнитная сила, порождаемая током в какой-нибудь точке, по величине и направлению равна магнитной силе от магнитного листка, ограниченного контуром тока, поверхность которого не проходит через эту точку, причем сила листка численно равна силе тока. Направление тока в цепи связано с направлением намагничивания в листке так, что если человек встанет на ту сторону листка, которую мы называем положительной стороной и которая стремится указывать на север, ток, протекающий перед ним, будет иметь направление справа налево.

485.] Магнитный потенциал цепи, однако, отличается от потенциала магнитного листка для тех точек, которые находятся внутри магнитного листка.

Если  $\phi$ —телесный угол, образуемый в точке  $P$  магнитным листком, который считается положительным, когда положительная или южная сторона листка при-

легает к  $P$ , то магнитный потенциал в какой-нибудь точке, находящейся вне самого листка, будет равняться  $\phi$ , где  $\phi$  есть сила листка. Для какой-нибудь точки самого листка мы можем предположить, что листок разделен на две части, силы которых равны  $\phi_1$  и  $\phi_2$ , где  $\phi_1 + \phi_2 = \phi$ , так что эта точка находится на положительной стороне  $\phi_1$  и на отрицательной стороне  $\phi_2$ . Потенциал в этой точке будет:

$$\omega(\phi_1 + \phi_2) - 4\pi\phi_2.$$

На отрицательной стороне листка потенциал делается равным  $\phi(\omega - 4\pi)$ . Следовательно, в этом случае потенциал является непрерывным и в каждой точке имеет одно единственное, определенное значение. С другой стороны, в случае электрического тока магнитный потенциал в какой-нибудь точке, не находящейся в самой проводящей проволоке, равен  $i\omega$ , где  $i$  есть сила тока, а  $\omega$ —тесный угол, образуемый цепью в этой точке, считающейся положительным, когда ток, будучи рассматриваем из  $P$ , циркулирует в направлении, обратном направлению движения часовых стрелок.

Количество  $i\omega$  является функцией, имеющей бесконечный ряд значений, общая разность которых равна  $4\pi i$ . Производные от  $i\omega$  по координатам имеют, однако, единственное и определенное значение для каждой точки пространства.

486.] Если по соседству с электрическим током поместить длинный тонкий гнувшийся соленоидальный магнит, то северный и южный концы соленоида будут стремиться двигаться в противоположных направлениях вокруг проволоки, и если бы они могли свободно подчиняться магнитной силе, то магнит в конце концов оказался бы обвитым вокруг проволоки в виде замкнутой катушки. Если бы было возможно получить магнит, имеющий только один полюс или полюсы неравной силы, то такой магнит двигался бы непрерывно вокруг проволоки в одном направлении, но так как полюсы каждого магнита равны и противоположны, этого результата получить никогда нельзя. Фарадей,

однако, показал, каким способом можно получить непрерывное вращение полюса магнита около электрического тока, предоставив одному полюсу возможность свободно обращаться вокруг тока, в то время как другой полюс этой возможности не имеет. Для того чтобы этот процесс мог повторяться беспрестанно, тело магнита должно перемещаться с одной стороны тока на другую один раз за каждый оборот. Для того чтобы достигнуть этого без прерывания потока электричества, ток разделяется на две ветви, так что когда одна ветвь прерывается, для того чтобы пропустить магнит, ток продолжает течь по другой ветви. Для этого Фарадей использовал кругообразное корытце, заполненное ртутью, как это показано на рис. 4 п. 491. Ток входит в корытце через проводник  $AB$ , разделяется у  $B$  и, пройдя через дуги  $BQP$  и  $BRP$ , соединяется в  $P$  и выходит из корытца через проводник  $PO$ , чашу с ртутью  $O$  и вертикальный провод ниже  $O$ , по которому направляется к полюсу батареи.

Магнит (не показанный на этом рисунке) установлен так, чтобы он мог вращаться около вертикальной оси, проходящей через  $O$ , вместе с подвижной проволокой  $OP$ . Тело магнита проходит через отверстие корытца, причем один полюс, пусть это будет северный полюс, расположен ниже плоскости корытца, а другой—выше него. Так как магнит и проволока  $OP$  врачаются около вертикальной оси, ток постепенно переходит из той ветви установки, которая находится перед магнитом, к той ветви, которая находится за магнитом, так что при каждом полном обороте магнит переходит с одной стороны тока на другую. Северный полюс магнита обращается вокруг текущего вниз тока в направлении север—восток—юг—запад, и если  $\omega$ ,  $\omega'$  являются тесными углами (без зависимости от их знака), под которыми видно круговое корытце из двух полюсов, то работа, произведенная электромагнитной силой за время одного полного оборота, равна:

$$mi(4\pi - \omega - \omega'),$$

где  $m$  есть сила каждого из полюсов, а  $i$  — сила тока \*).

\*) [Эта задача может быть рассмотрена следующим образом: обратимся к рис. 4, возьмем  $OP$  в любом положении и введем воображаемые взаимно уравновешивающиеся токи:  $i$  вдоль  $BO$ ,  $x$  и  $y$  вдоль  $OB$ . Когда магнит, прикрепленный к  $OP$ , делает полный оборот, то на южном полюсе током не производится никакой работы, так как ток  $i$  проходит вдоль  $ABOZ$ , а полюс описывает замкнутую кривую, которая не охватывает тока.

Северный полюс, однако, описывает замкнутую кривую, которая охватывает ток  $i$ , и произведенная работа равна  $4\pi mi$ . Мы теперь еще должны оценить эффекты токов  $x$  и  $y$  в цепи  $BPOB$  и  $y$  в цепи  $BRPOB$ . Потенциал северного полюса, находящегося ниже плоскостей этих цепей, будет:

$$-mx\omega_0 + my(\omega - \omega_0),$$

а южного полюса

$$-mx\omega'_0 - my(-\omega' + \omega'_0),$$

где  $\omega_0$  и  $\omega'_0$  обозначают телесные углы, под которыми контур  $BOP$  виден из двух полюсов, а  $\omega$ ,  $\omega'$  — телесные углы, образуемые круговым корытцем. Результирующий потенциал будет:

$$my(\omega + \omega') - mi(\omega_0 + \omega'_0).$$

Поэтому, поскольку  $OP$  вращается от  $OP$  в направлении север—восток—юг—запад и обратно к  $OP$ , потенциал будет изменяться на  $-mi(\omega + \omega')$ . Отсюда работа, произведенная токами, будет той, которая указана в тексте.]

{Нижеследующее представляет собой несколько отличный путь получения того же результата: токи, проходящие через провода и ртутное корытце, эквивалентны круговому току  $i$  —  $x$  вдоль корытца, току  $i$  вдоль цепи  $POB$  и току  $i$  через  $AB$ ,  $BO$  и вертикальную проволоку  $OZ$ . Круговой ток, очевидно, не создает какой-либо силы, стремящейся двигать каждый из полюсов вдоль окружности, коаксимальной с контуром тока. Северный полюс охватывает цепь  $AB$ ,  $BO$  и  $OZ$  один раз за каждый оборот, следовательно, работа, произведенная над ним, равна  $4\pi im$ . Если  $\Omega$  и  $\Omega'$  являются численными значениями телесных углов, образуемых цепью  $POB$  у северного и южного полюсов магнита соответственно, тогда потенциальная энергия магнита и цепи будет  $-mi(\Omega + \Omega')$ . Отсюда, если  $\theta$  есть угол  $POB$ , работа, произведенная на магните при полном обороте, будет:

$$-\int_0^{2\pi} mi \frac{d}{d\theta} (\Omega + \Omega') d\theta = -mi(\omega + \omega').$$

Отсюда вся работа, выполненная на магните, равна

$$mi \{4\pi - (\omega + \omega')\}.$$

487.] Попробуем теперь составить себе представление о состоянии магнитного поля вблизи линейного электрического контура.

Пусть значение  $\omega$  телесного угла, образуемого цепью, известно для каждой точки пространства и пусть будут начертаны поверхности, для которых  $\omega$  является постоянным. Эти поверхности будут эквилиптенциальными поверхностями. Каждая из этих поверхностей будет ограничена контуром и любые две поверхности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  встречаются в контуре под углом

$$\frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2)^*.$$

Рис. 2 представляет сечение эквилиптенциальных поверхностей, образуемых круговым током. Маленький круг представляет сечение проводника, а горизонтальная линия внизу рисунка есть перпендикуляр к плоскости кругового тока, проведенный через его центр. Эклиптенциальные поверхности, из которых 24 изображены соответственно ряду значений  $\omega$ , отличающихся одно от другого на  $\frac{\pi}{6}$ , являются поверхностями вращения,

\*) [Это может быть получено следующим образом. Рассмотрим точку  $P$  на поверхности  $\omega_1$  около линии пересечения двух эквилиптенциальных поверхностей; пусть  $O$  будет точкой на линии пересечения около  $P$ ; опишем сферу с радиусом, равным единице, и с центром в точке  $O$ . Телесный угол, образуемый в  $P$  цепью, будет измеряться площадью, отрезанной от единичной сферы плоскостью, касательной к поверхности  $\omega_1$  в точке  $O$ , и имеющим неправильную форму конусом, определяемым очертаниями цепи на некотором расстоянии от  $O$ . Рассмотрим теперь точку  $Q$  на второй поверхности  $\omega_2$ , близкую к  $O$ , причем телесный угол, образуемый цепью в этой точке, будет измеряться площадью, отрезанной от единичной сферы с центром в  $O$  плоскостью, касательной к  $\omega_2$  в точке  $O$ , и имеющим неправильную форму конусом, который, если  $P$  и  $Q$  расположены весьма близко друг к другу, будет тем же, что и выше упомянутый. Таким образом, разность между телесными углами равна площади лукочки между касательными плоскостями, а эта площадь равна удвоенному углу между касательными плоскостями, т. е. удвоенному углу, под которым пересекаются  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ; следовательно, угол между поверхностями равен  $\frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2)$ .]

имеющими эту линию в качестве их общей оси. Они, очевидно, представляют собой вытянутые фигуры, бу-

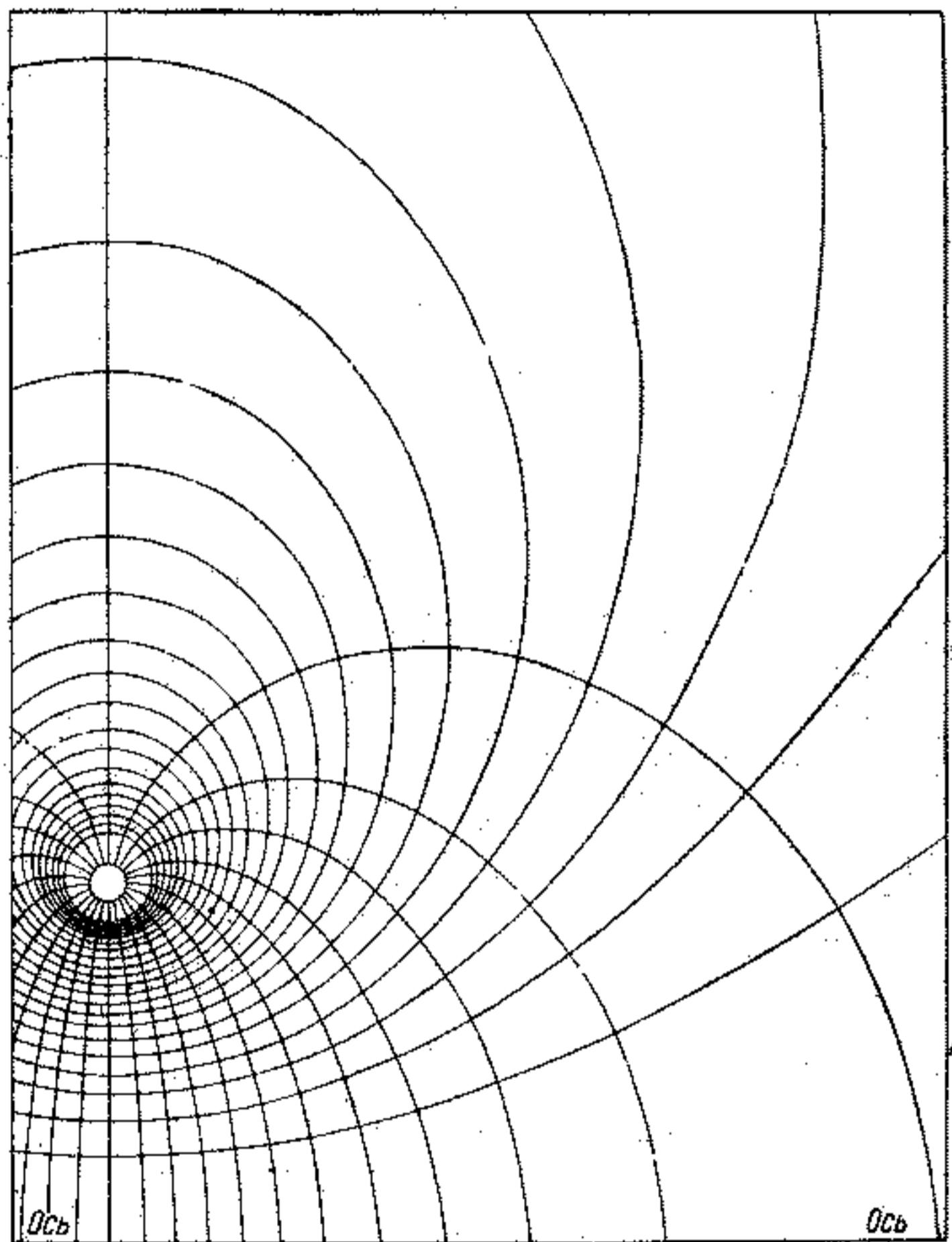


Рис. 2.

дучи более плоскими в направлении оси. Они пересекаются друг с другом на линии контура под углами в 15 градусов.

Сила, действующая на магнитный полюс, помещенный в любой точке эквипотенциальной поверхности, перпендикулярна к этой поверхности и изменяется обратно пропорционально расстоянию между последовательными эквипотенциальными поверхностями. Замкнутые кривые, окружающие сечение проводника на рисунке,—это линии силы. Они взяты из работы сэра Вильяма Томсона «О вихревом движении» \*). Смотри также параграф 702.

#### Действие электрической цепи на магнитную систему

488.] Мы теперь можем вывести из теории магнитных листков действие электрического контура на какую-нибудь магнитную систему, находящуюся вблизи него. Действительно, построим магнитный листок, сила которого численно равна силе тока, контур которого совпадает по своему положению с контуром цепи и который не проходит ни через одну часть магнитной системы. Тогда действие листка на магнитную систему будет тождественно с действием электрического тока.

#### Реакция магнитной системы на электрическую цепь

489.] Отсюда, применяя тот принцип, что действие и противодействие равны и противоположны, мы заключаем, что механическое действие магнитной системы на электрическую цепь идентично действию этой системы на магнитный листок, имеющий цепь в качестве своего контура.

Потенциальная энергия магнитного листка силы  $\varphi$ , помещенного в поле магнитной силы, потенциал которой равен  $V$ , будет согласно параграфу 410 \*\*)

$$M = \varphi \iint \left( l \frac{dV}{dx} + m \frac{dV}{dy} + n \frac{dV}{dz} \right) dS,$$

\*) Trans. R. S. Edin., т. XXV., стр. 217, 1869.

\*\*) Эта формула вытекает из выражения потенциальной энергии диполя в поле  $H$ , равной  $-pH$ , если иметь в виду, что  $p = \int \varphi dS$  и  $H = -\text{grad } V$ . (Ред.)

где  $l, m, n$  являются направляющими косинусами нормали, проведенной к положительной стороне элемента  $dS$ , причем интегрирование распространено по всей поверхности.

Поверхностный интеграл

$$N = \iint (la + mb + nc) dS,$$

где  $a, b, c$  являются компонентами магнитной индукции, представляет собой величину магнитной индукции через листок, или, на языке Фарадея, подсчитанное алгебраически число линий магнитной индукции, проходящих через листок от отрицательной к положительному стороне, причем линии, которые проходят через листок в противоположном направлении, считаются отрицательными. Вспоминая, что листок не принадлежит к магнитной системе, к которой относится потенциал  $V$ , и что магнитная сила, следовательно, равна магнитной индукции, мы имеем:

$$a = -\frac{dV}{dx}; \quad b = -\frac{dV}{dy}; \quad c = -\frac{dV}{dz},$$

и мы можем написать значение  $M$ :

$$M = -\phi N.$$

Если  $\delta x_1$  представляет какое-нибудь смещение листка, а  $X_1$  — силу, действующую на листок так, что она способствует этому смещению, тогда по принципу сохранения энергии

$$X_1 \delta x_1 + \delta M = 0,$$

или

$$X_1 = \phi \frac{dN}{dx_1}.$$

Таким образом, мы определили свойства силы, возникающей при данном смещении листка. Она способствует или противодействует этому смещению в зависимости от того, увеличивает или уменьшает это смещение величину  $N$  — число линий индукции, проходящих через листок.

То же самое справедливо и по отношению к эквивалентному электрическому току. Какому-нибудь сме-

щению цепи будет оказано содействие или сопротивление в зависимости от того, увеличивает или уменьшает оно количество линий индукции, проходящих через цепь в положительном направлении.

Мы должны иметь в виду, что положительным направлением линий магнитной индукции является направление, по которому будет двигаться северный полюс магнита, и что линия индукции проходит через цепь в положительном направлении тогда, когда направление линии индукции относится к направлению тока «стеклянного» электричества цепи, как поступательное и вращательное движение правостороннего винта.

490.] Очевидно, что сила, соответствующая какому-нибудь смещению цепи как целого, может быть сразу выведена из теории магнитного листка. Однако это не все. Если часть цепи гибкая, так что она может быть смещена независимо от остатка, мы можем сделать контур листка способным к тому же самому роду смещения путем разрезания поверхности листка на достаточное количество частей, связанных гибкими соединениями. Отсюда мы заключаем, что если путем смещения какой-нибудь части цепи в данном направлении число линий индукции, проходящих через цепь, может быть увеличено, этому смещению будет содействовать электромагнитная сила, действующая на цепь.

Следовательно, всякая часть цепи подвергается воздействию силы, перемещающей ее наперерез линиям магнитной индукции, так, чтобы охватить контуром цепи большее количество этих линий, и работа, произведенная силой во время этого смещения, равна числу дополнительных линий индукции, помноженному на силу тока.

Пусть элемент  $ds$  цепи, по которой течет ток силы  $i$ , перемещается параллельно самому себе на расстояние  $\delta x$ ; он описывает площадь, имеющую форму параллелограмма, стороны которого параллельны и соответственно равны  $ds$  и  $\delta x$ .

Если магнитную индукцию обозначить через  $\mathfrak{B}$  и если ее направление образует угол  $\varphi$  с нормалью

к площади параллелограмма, то значение прироста  $N$ , соответствующего смещению, находится путем умножения площади параллелограмма на  $\mathfrak{B} \cos \epsilon$ . Результат этой операции представлен геометрическим объемом параллелепипеда, ребра которого по величине и направлению представляют  $\delta x$ ,  $ds$  и  $\mathfrak{B}$ ; он должен считаться положительным; если наблюдатель, перемещаясь в этих трех направлениях в указанном здесь порядке, будет двигаться вокруг диагонали параллелепипеда в направлении часовых стрелок \*). Объем этого параллелепипеда равен  $X \delta x$ .

Если  $\theta$  есть угол между  $ds$  и  $\mathfrak{B}$ , площадь параллелограмма, стороны которого равны  $ds$  и  $\mathfrak{B}$ , будет равна  $ds \mathfrak{B} \sin \theta$ , и если  $\eta$  есть угол, который образует смещение  $\delta x$  с нормалью к этому параллелограмму, то объем параллелепипеда будет:

$$ds \mathfrak{B} \sin \theta \delta x \cos \eta = \delta N.$$

Но

$$X \delta x = i \delta N = i ds \mathfrak{B} \sin \theta \delta x \cos \eta$$

и

$$X = i ds \mathfrak{B} \sin \theta \cos \eta$$

есть составляющая в направлении  $ox$  силы, действующей на  $ds$ .

Направление этой силы, следовательно, перпендикулярно к параллелограмму, и ее величина равна

$$i ds \mathfrak{B} \sin \theta.$$

Это есть площадь параллелограмма, стороны которого равны по величине и направлению  $i ds$  и  $\mathfrak{B}$ . Следовательно, сила, действующая на  $ds$ , представлена по величине площадью этого параллелограмма и по направлению нормалью к его плоскости, проведенной в направлении продольного движения правостороннего винта,

\*) (В этом правиле  $ds$  изображается в направлении  $i$  и предполагается, что наблюдатель находится в том углу параллелепипеда, из которого проведены  $dx$ ,  $ds$  и  $\mathfrak{B}$ .)

головка которого поворачивается от направления тока  $i ds$  к направлению магнитной индукции  $\mathfrak{B}$ .

Направление и величину этой силы мы можем выразить на языке кватернионов, говоря, что это есть векторная часть результата, полученного при умножении вектора  $i ds$  — элемента тока на вектор  $\mathfrak{B}$  — магнитную индукцию.

491.] Мы, таким образом, полностью определили силу, действующую на любую часть электрической цепи, помещенной в магнитном поле. Если цепь движется каким-нибудь образом так, что, после того как она приняла различные формы и положения, она возвращается к своему первоначальному месту, а сила тока все время постоянна, общее количество работы, выполненной электромагнитными силами, будет равно нулю. Так как это правильно в отношении любого цикла движений цепи, то отсюда следует, что при помощи электромагнитных сил невозможно поддерживать движение непрерывного вращения в какой-нибудь части линейной цепи с постоянной силой тока против сопротивления трения и т. д.

Однако непрерывное вращение можно получить при том условии, что в какой-то части своего пути электрический ток переходит с одного проводника на другой, которые скользят друг относительно друга.

Когда в цепи имеется скользящий контакт проводника по поверхности гладкого твердого или жидкого тела, эта цепь не может более рассматриваться как простой линейный ток постоянной силы, но должна рассматриваться как система двух или большего числа цепей переменной силы, причем ток так распределяется среди них, что в тех, для которых  $N$  увеличивается, проходит токи в положительном направлении, в то время как в тех, для которых  $N$  уменьшается, проходят токи в отрицательном направлении.

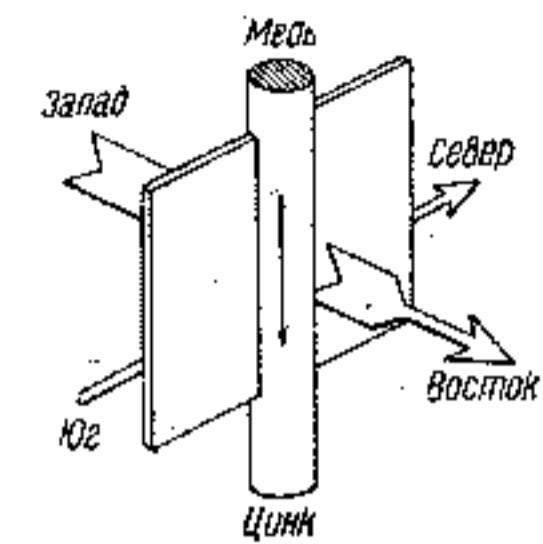


Рис. 3.

Соответственно этому в аппарате, изображенном на рис. 4,  $OP$  есть подвижный проводник, один конец которого погружен в чашу с ртутью  $O$ , в то время как другой конец погружен в кругообразное корытое, заполненное ртутью и концентрически расположенное по отношению к  $O$ .

Ток  $i$  входит вдоль  $AB$  и разделяется в круговом корыте на две части, одна из которых  $x$  течет вдоль дуги  $BQP$ , в то время как другая  $y$  течет вдоль дуги  $BRP$ .

Эти токи, соединяющиеся в  $P$ , текут вдоль подвижного проводника  $PO$  и электрода  $OZ$  к цепевому концу батареи. Сила тока вдоль  $PO$  и  $OZ$  равна  $x + y$ , или  $i$ .

Здесь мы имеем две цепи:  $ABQPOZ$ , сила тока в которой (текущего в положительном направлении) равна  $x$ , и  $ABRPOZ$ , сила тока в которой (текущего в отрицательном направлении) равна  $y$ .

Пусть  $\mathfrak{B}$  будет магнитная индукция и пусть она направлена кверху, нормально к плоскости круга.

В то время как  $OP$  перемещается на угол  $\theta$  в направлении, обратном движению часовых стрелок, площадь, охватываемая контуром первой цепи, увеличивается на  $\frac{1}{2}(OP)^2\theta$ , а площадь, охватываемая контуром второй цепи, уменьшается на ту же самую величину. Так как сила тока в первой цепи равна  $x$ , работа, произведенная им, равна  $\frac{1}{2}x(OP)^2\theta\mathfrak{B}$ , и так как сила тока во второй цепи равна  $-y$ , работа, произведенная им, равна  $\frac{1}{2}y(OP)^2\theta\mathfrak{B}$ .

Следовательно, полная работа равна:

$$\frac{1}{2}(x+y)(OP)^2\theta\mathfrak{B}, \text{ или } \frac{1}{2}i(OP)^2\theta\mathfrak{B}.$$

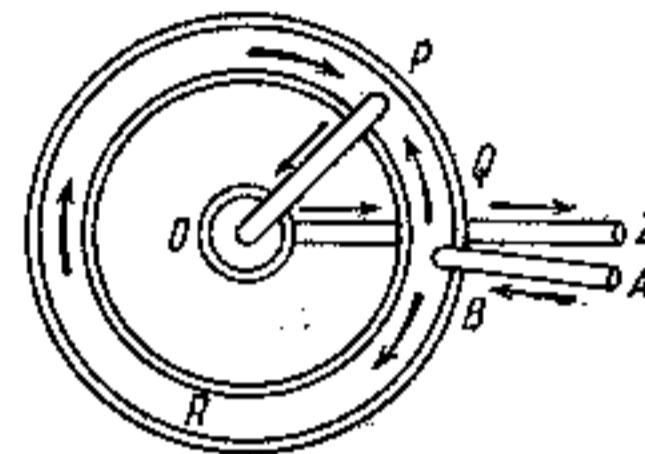


Рис. 4.

Как мы видим, она зависит только от силы тока в  $PO$ . Отсюда, если  $i$  поддерживается постоянным, стержень  $OP$  будет все время вращаться по кругу под действием постоянной силы, момент которой равен  $\frac{1}{2}i(OP)^2\mathfrak{B}$ . Если, как в северных широтах,  $\mathfrak{B}$  действует вниз и если ток направлен внутрь круга, вращение будет происходить в отрицательном направлении, т. е. в направлении  $PQBR$ .

492.] Мы теперь имеем возможность перейти от взаимного действия магнитов и токов к действию одной цепи на другую. Действительно, мы знаем, что магнитные свойства электрического контура  $C_1$  по отношению к любой магнитной системе  $M_2$  тождественны с магнитными свойствами магнитного листка  $S_1$ , контур которого совпадает с контуром тока и сила которого численно равна силе электрического тока. Пусть магнитная система  $M_2$  будет магнитным листком  $S_2$ . Тогда взаимодействие между  $S_1$  и  $S_2$  будет идентично взаимодействию между  $S_1$  и цепью  $C_2$  с контуром, совпадающим с контуром  $S_2$ , и силой тока, равной по величине силе листка  $S_2$ . Это последнее действие идентично действию между  $C_1$  и  $C_2$ .

Поэтому взаимодействие между двумя цепями  $C_1$  и  $C_2$  идентично с взаимодействием между соответствующими магнитными листками  $S_1$  и  $S_2$ .

В параграфе 423\*) мы уже исследовали взаимодействие двух магнитных листков, контуры которых представляют собой замкнутые кривые  $s_1$  и  $s_2$ . Если мы положим:

$$M = \int_0^{s_2} \int_0^{s_1} \frac{\cos \epsilon}{r} ds_1 ds_2,$$

где  $\epsilon$  есть угол между направлениями элементов  $ds_1$  и  $ds_2$ , а  $r$ —расстояние между ними, причем одно интегрирование распространяется вдоль  $s_2$ , а другое—вдоль  $s_1$ , и если мы назовем  $M$  потенциалом двух замкнутых

\*) Этот параграф в данном издании не приводится. (Ред.)

кривых  $s_1$  и  $s_2$ , тогда потенциальная энергия, связанная со взаимодействием двух магнитных листков, ограниченных двумя контурами токов, силы которых равны  $i_1$  и  $i_2$ , будет:

$$-i_1 i_2 M,$$

а сила  $X$ , которая содействует какому-нибудь смещению  $\delta x$ , будет:

$$i_1 i_2 \frac{dM}{dx}.$$

Вся теория силы, действующей на какую-нибудь часть электрической цепи и обусловленной другой электрической цепью, может быть выведена из этого результата.

493.] В этой главе мы всюду придерживались метода Фарадея. Вместо того чтобы начать, как мы это делаем, следя Амперу, в следующей главе, с прямого действия части цепи на часть другой цепи, мы прежде всего показываем, что контур тока производит то же самое действие на магнит, что и магнитный листок, или, другими словами, мы определяем природу магнитного поля, образуемого контуром тока. Во-вторых, мы показываем, что контур тока, будучи помещен в какое-нибудь магнитное поле, испытывает ту же самую силу, что и магнитный листок. Мы, таким образом, определяем силу, действующую на контур тока, помещенный в какое-нибудь магнитное поле. Наконец, предполагая, что магнитное поле произведено второй электрической цепью, мы определяем действие одного контура тока на всю или какую-нибудь часть другого контура.

494.] Применим этот метод к случаю прямолинейного тока бесконечной длины, действующего на отрезок параллельного ему прямолинейного проводника.

Предположим, что ток  $i$  в первом проводнике течет вертикально вниз. В этом случае северный конец магнита должен показывать в сторону правой руки человека (ноги которого направлены вниз), который смотрит на этот магнит в направлении от оси тока.

Линии магнитной индукции поэтому представляют собой горизонтальные круги, центры которых расположены вдоль оси тока с положительным направлением вращения: север — восток — юг — запад.

Пусть другой, направленный вниз вертикальный ток находится к западу от первого тока. Линии магнитной индукции, образуемые первым током, здесь направлены к северу. Направление силы, действующей на вторую цепь, может быть определено путем поворачивания головки правостороннего винта от навида, куда направлен ток, к северу — направлению магнитной индукции. Винт тогда будет перемещаться по направлению к востоку, т. е. сила, действующая на второй ток, окажется направленной к первому току. Вообще говоря, поскольку это явление зависит только от относительного положения токов, два параллельных контура, по которым токи текут в одинаковом направлении, притягивают друг друга.

Тем же самым путем мы можем показать, что два параллельных контура, по которым текут токи в противоположных направлениях, отталкиваются.

495.] Интенсивность магнитной индукции на расстоянии  $r$  от прямолинейного тока силы  $i$ , как мы показали в параграфе 479, равна

$$2 \frac{i}{r}.$$

Отсюда отрезок второго проводника, параллельного первому и несущего ток  $i'$  в том же самом направлении, будет притягиваться к первому с силой

$$F = 2ii' \frac{a}{r},$$

где  $a$  есть длина рассматриваемого отрезка, а  $r$  — его расстояние от первого проводника.

Так как отношение  $a$  к  $r$  есть численная величина, независимая от абсолютной величины любой из этих линий, произведение двух токов, измеренных по электромагнитной системе, должно иметь размерность

силы, отсюда размерности единицы тока будут:

$$[i] = [F^{\frac{1}{2}}] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

496.] Другой способ определения направления силы, действующей на контур тока, состоит в рассмотрении отношения между магнитным действием тока и действием других токов и магнитов.

Если с одной стороны провода, по которому течет ток, магнитное действие, имеющее своей причиной этот ток, происходит в том же или почти в том же направлении, как и то, которое происходит по причине других токов, тогда на другой стороне провода эти силы будут направлены в противоположном или почти противоположном направлении, и сила, действующая на провод, будет направлена от той стороны, где силы усиливают друг друга, к той стороне, где они противодействуют друг другу.

Таким образом, если текущий сверху вниз ток помещается в поле магнитной силы, направленном к северу, его магнитное действие будет направлено к северу на западной стороне и к югу на восточной стороне. Силы складываются на западной стороне и противостоят друг другу на восточной стороне, и контур, следовательно, будет испытывать действие силы с запада на восток (см. рис. 3, стр. 369).

На рис. 5 маленький круг представляет собой сечение провода, по которому сверху вниз течет ток и которыймещен в равномерное поле магнитной силы, действующей в направлении левой стороны рисунка. Магнитная сила больше внизу провода, чем над проводом. Следовательно, провод будет двигаться по направлению снизу вверх.

497.] Этот принцип мы можем применять, когда два тока расположены в одной и той же плоскости, но не параллельны. Пусть один из проводников представляет собой бесконечную прямую проволоку в плоскости бумаги, которую предполагают горизонтальной,

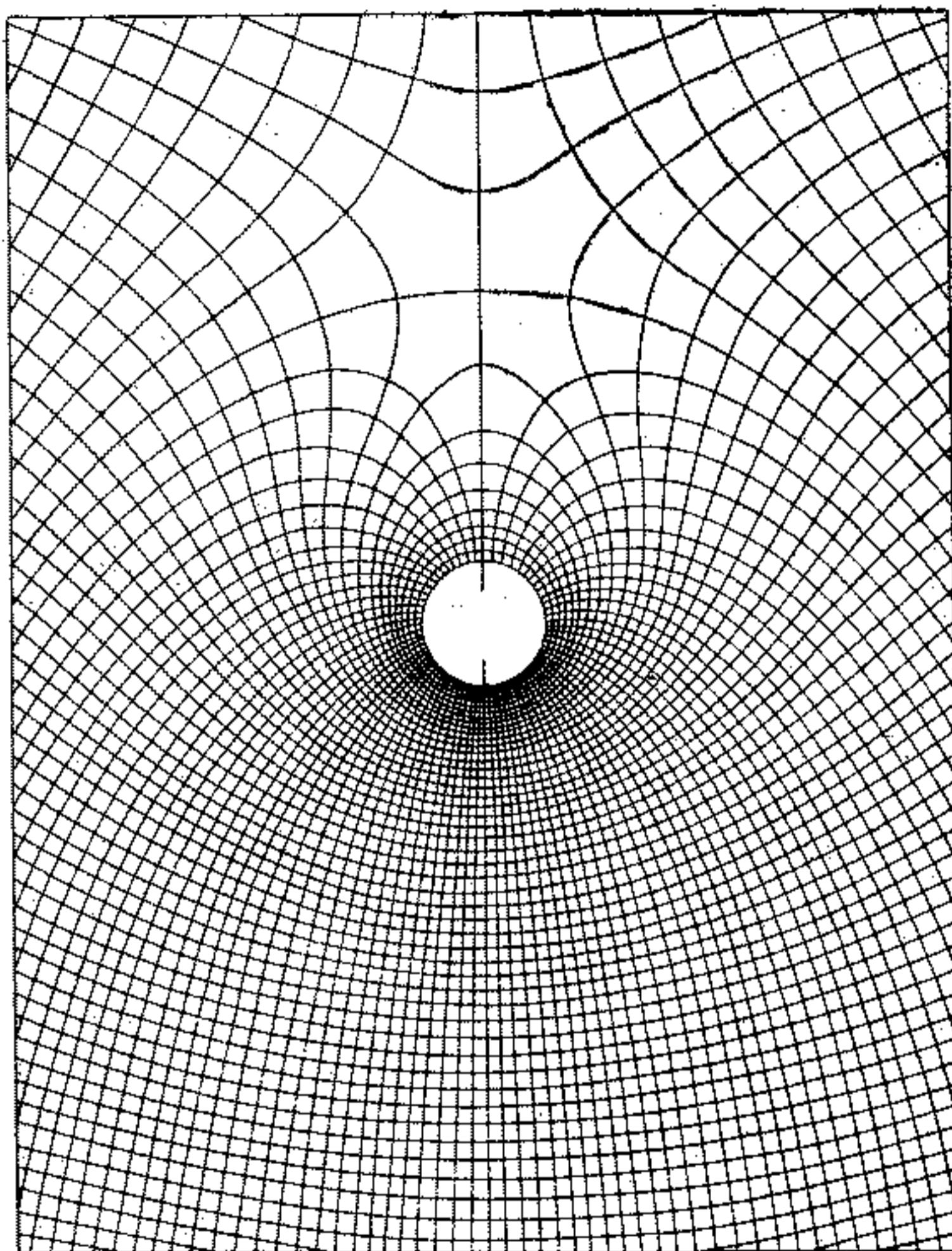


Рис. 5.

На правой стороне тока \*) магнитная сила действует вниз, а на левой стороне она действует вверх. То же самое правильно в отношении магнитной силы, относящейся к любому маленькому отрезку второго проводника, находящемуся в той же самой плоскости. Если второй ток находится на правой стороне первого, магнитные силы будут усиливать друг друга на правой стороне и противостоять друг другу на левой стороне. Поэтому цепь, несущая второй ток, будет подвергаться действию силы,двигающей ее по направлению от правой стороны к левой. Величина этой силы зависит исключительно от положения второго тока, а не от его направления. Если второй ток находится на левой стороне первого, он будет испытывать действие силы слева направо.

Отсюда, если второй ток имеет то же самое направление, что и первый, его цепь притягивается; если же направление противоположно—она отталкивается; если второй ток течет перпендикулярно к первому и направлен от него, он притягивается в направлении течения первого тока, а если он течет по направлению к первому току, то он движется в направлении, противоположном тому, в котором течет первый ток.

Рассматривая взаимодействие двух токов, не обязательно иметь в виду связь между электричеством и магнетизмом, которую мы пытались иллюстрировать при помощи правостороннего винта. Если бы мы даже забыли эту связь, мы всегда пришли бы к правильным результатам при том условии, что мы неизменно придерживались бы одной из двух возможных форм связи.

498.) Рассмотрим теперь в их совокупности магнитные свойства электрического контура в той мере, в какой мы их изучили.

Мы можем представить, что электрическая цепь состоит из вольтовой батареи и проволоки, соединяю-

\*) (Правой стороной тока является правая сторона наблюдателя, расположенного спиной к бумаге так, что ток поступает в его голову и уходит через ноги.)

щей ее полюсы, или термоэлектрического устройства, или же заряженной лейденской банки с проводом, соединяющим ее положительную и отрицательную обкладки, или из любого другого приспособления для получения электрического тока вдоль определенного пути.

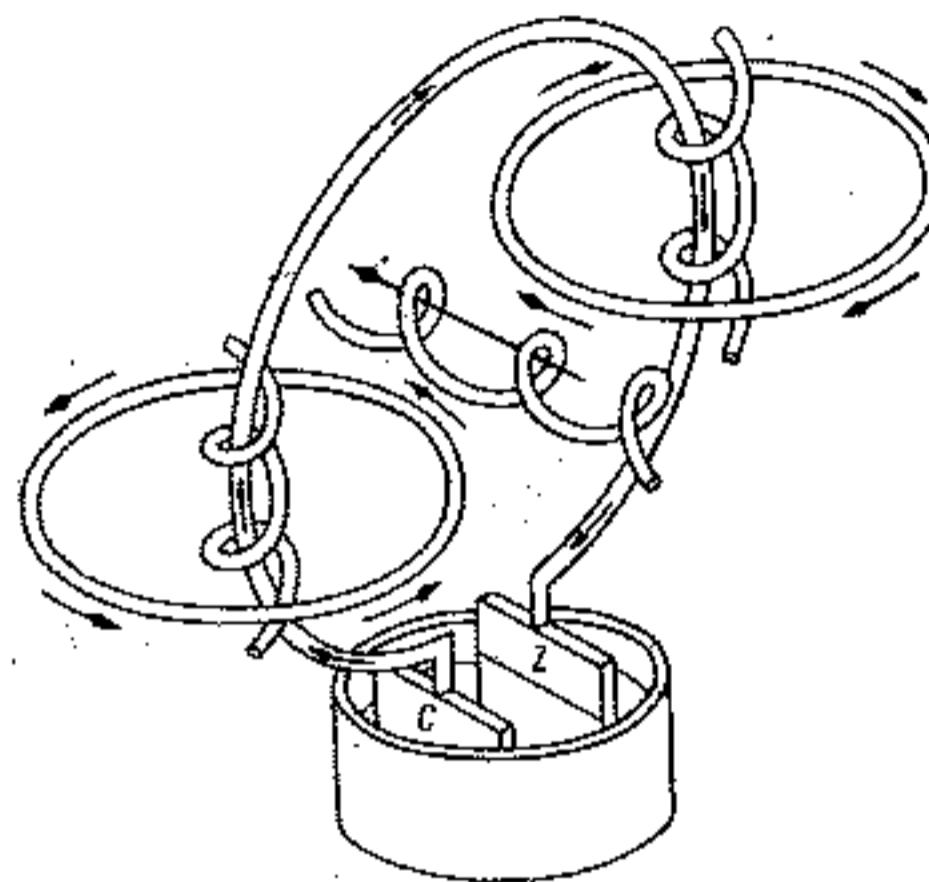


Рис. 6. Связь между электрическим током и линиями магнитной индукции показана с помощью правого винта.

Ток вызывает по соседству с собой магнитные явления.

Если нарисовать замкнутую кривую и линейный интеграл магнитной силы брать вдоль всей замкнутой кривой, тогда, если эта кривая не сцеплена с контуром, линейный интеграл равен нулю, а если она связана с контуром, так что ток  $i$  охватывается этой замкнутой кривой, линейный интеграл будет равен  $4\pi i$ , и он будет положительным, если направление интегрирования вдоль замкнутой кривой будет совпадать с направлением движения часовых стрелок, как они видны наблюдателю, идущему в направлении течения электрического тока. Наблюдателю, двигающемуся

вдоль замкнутой кривой в направлении интегрирования и обходящему электрическую цепь, ток представится текущим в направлении движения часовых стрелок. Мы можем выразить это иначе, говоря, что отношение между направлениями двух замкнутых кривых может быть выражено вращением правостороннего винта по направлению электрического контура и такого же винта по направлению замкнутой кривой. Если направление вращения нарезки первого винта, по мере того как мы проходим вдоль нее, совпадает с положительным направлением нарезки второго винта, тогда линейный интеграл будет положительным, в противоположном случае он будет отрицательным.

499.] *П р и м е ч а н и е.* Линейный интеграл  $4\pi i$  зависит исключительно от величины тока, а не от чего-либо другого. Он не зависит от природы проводника, через который проходит ток, будет ли он металлическим проводником или электролитом или же несовершенным проводником. Мы имеем основания полагать, что даже когда нет собственно проводимости, а в наличии только изменение электрического смещения, как это, например, имеет место в стекле лейденской банки во время зарядения или разряжения, магнитный эффект электрического движения в точности такой же.

Далее, величина линейного интеграла  $4\pi i$  не зависит от природы среды, в которой проходят замкнутые кривые. Она остается той же самой, независимо от того, проходят ли замкнутые кривые целиком через воздух или через магнит, или мягкое железо, или через другое парамагнитное или диамагнитное вещество.

500.] Когда цепь помещается в магнитное поле, взаимодействие между током и другими элементами поля зависит от поверхностного интеграла магнитной индукции на какой-либо поверхности, ограниченной контуром. Если благодаря какому-нибудь движению цепи или части ее этот поверхностный интеграл может быть увеличен, тогда налицо будет механическая сила, стремящаяся двигать проводник или часть проводника данным образом. Движение проводника,

которое увеличивает поверхностный интеграл, есть движение, перпендикулярное к направлению тока и пересекающее линии индукции.

Если нарисовать параллелограмм, стороны которого параллельны и пропорциональны силе тока в какой-нибудь точке и магнитной силе в той же самой точке,

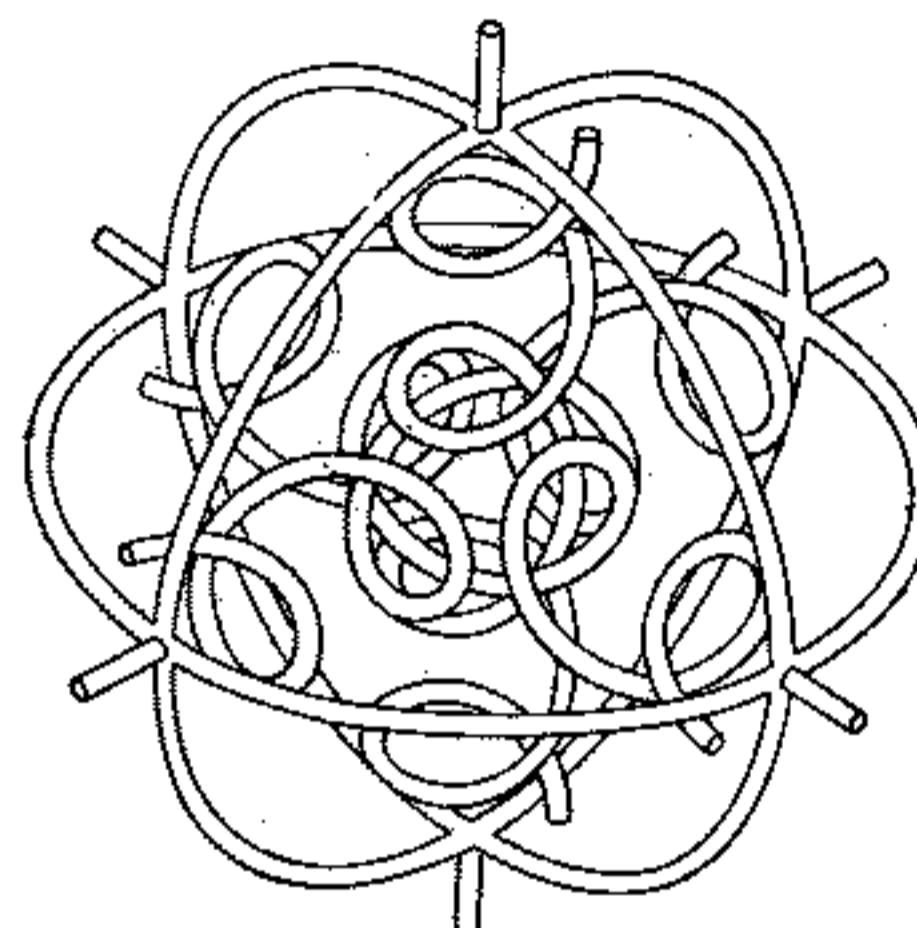


Рис. 7. Связи между положительным направлением движения и вращением показаны с помощью трех правых винтов.

тогда сила, действующая на единицу длины проводника, численно равна площади параллелограмма, перпендикулярна к его плоскости и действует в направлении, в котором перемещается правосторонний винт при вращении его головки от направления тока к направлению магнитной индукции.

Отсюда мы имеем новое электромагнитное определение линии магнитной индукции. Это—та линия, к которой всегда перпендикулярна сила, действующая на проводник.

Она может быть также определена как такая линия, что движущийся вдоль нее проводник с электрическим

током не будет испытывать воздействия какой-либо силы.

501.] Необходимо особенно иметь в виду, что механическая сила, которая перемещает проводник с током наперерез линиям магнитной силы, действует не на электрический ток, но на проводник, который его несет. Если проводник представляет собой вращающийся диск или жидкость, он будет перемещаться, повинувясь этой силе, и это движение может сопровождаться или не сопровождаться изменением положения электрического тока, который он несет. [Но если ток сам по себе свободен избрать любой путь через неподвижный плотный проводник или сеть проводов, тогда, если постоянная магнитная сила действует на систему, путь тока через проводники не меняется устойчивым образом. После того как известные преходящие явления, называемые токами индукции, прекратились, распределение тока оказывается таким же, как будто бы не было никакой магнитной силы.] \*)

Единственная сила, которая действует на электрические токи, это—электродвижущая сила, которую необходимо отличать от механической силы, являющейся предметом настоящей главы.

\*) {Холл (Hall) открыл (Phil. Mag., т. IX, стр. 225; т. X, стр. 301, 1880), что постоянное магнитное поле слегка изменяет распределение токов в большинстве проводников, так что утверждение, поставленное в тексте в скобках, должно рассматриваться лишь как приблизительно верное.}



### ГЛАВА III

## ОБ ИНДУКЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ

528.] Открытие Эрстедом магнитного действия электрического тока привело путем непосредственных умозаключений к открытию намагничения при помощи электрических токов и к установлению механического взаимодействия между электрическими токами. Однако только в 1831 г. Фарадей, который в течение длительного времени пытался получить электрические токи при помощи магнитных или электрических воздействий, открыл условия магнитно-электрической индукции. Примененный Фарадеем в его исследованиях метод состоял в постоянном обращении к эксперименту в качестве средства проверки правильности его идей и к постоянному развитию идей под прямым влиянием эксперимента. В опубликованных им исследованиях мы находим, что эти идеи выражены языком, наилучшим образом приспособленным для целей рождающейся науки, так как этот язык весьма отличается от стиля физиков, привыкших к пользованию обычными математическими формами мышления.

Экспериментальные исследования, которыми Ампер установил законы механического взаимодействия между электрическими токами, являются одним из наиболее блестящих достижений науки.

Все в совокупности, и теория и эксперимент, как будто появилось в полной зрелости и в полном вооружении из головы «Ньютона электричества». Эти иссле-