Если когда-либо будет экспериментально доказано, что временное намагничение какого-нибудь вещества сначала увеличивается, а затем уменьшается по мере непрерывного увеличения намагничивающей силы, очевидность существования этих молекулярных токов будет, я думаю, доведена почти до степени настоящего доказательства *).

845.] Если молекулярные токи в диамагнитных веществах ограничены определенными путями и если молекулы способны быть отклоненными подобно молекулам магнитной субстанции, тогда по мере увеличения намагничивающей силы диамагнитная полярность будет всегда увеличиваться, однако не в такой степени, как намагничивающая сила, если последняя велика. Малая абсолютная величина диамагнитного коэффициента показывает, что отклоняющая сила, действующая на каждую диамагнитную молекулу, должна быть малой по сравнению с силой, действующей на магнитную молекулу, так что любой результат, имеющий своим основанием это отклонение, не имеет шансов быть замеченным. Если, с другой стороны, молекулярные токи в диамагнитных телах могут свободно течь через все вещество молекул, то диамагнитная полярность должна быть строго пропорциональна намагничивающей силе, и ее величина дает возможность определить объем всего пространства, занятого идеально проводящими массами, а если мы знаем число молекул, то и размер каждой из них.

*) {До сего времени не было найдено никаких указаний на этот эффект, хотя профессор Юинг (Ewing) искал подтверждения в весьма сильных магнитных полях. См. Ewing and Low, On the Magnetisation of Iron and other Magnetic Metals in very Strong Fields, Phil. Trans., 1889, A, стр. 221.}

ГЛАВА XXIII

ТЕОРИИ ДЕЙСТВИЯ НА РАССТОЯНИИ

Объяснение формул Ампера, данное Гауссом и Вебером

846.] Притяжение между элементами ds и ds' двух цепей, по которым проходят электрические токи силы i и i', будет согласно формуле Ампера

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(2\cos\varepsilon+3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right), \tag{1}$$

или

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(2r\frac{d^2r}{ds\,ds'}-\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right). \tag{2}$$

Силы токов даны в электромагнитных единицах (см. параграф 526).

Мы должны истолковать смысл следующих величин:

$$\cos\varepsilon,\quad \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\quad \text{и}\quad \frac{d^2r}{ds\,ds'}.$$

Наиболее очевидное явление, основанное на прямом отношении между токами, в котором мы должны искать истолкование, есть относительная скорость электричества в обоих элементах.

847.] Рассмотрим поэтому относительное движение двух частиц, имеющих постоянные скорости v и v', вдоль элементов ds и ds' соответственно. Квадрат относительной скорости этих частиц есть:

$$u^2 = v^2 - 2vv' \cos\varepsilon + v'^2, \tag{3}$$

и если мы через r обозначим расстояние между частицами, то

$$\frac{\partial r}{\partial t} = v\frac{dr}{ds} + v'\frac{dr}{ds'}, \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 = v^2\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + 2vv'\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + v'^2\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2, \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = v^2\frac{d^2r}{ds^2} + 2vv'\frac{d^2r}{ds\,ds'} + v'^2\frac{d^2r}{ds'^2}, \tag{6}$$

где символ ∂ указывает, что в дифференцируемой величине координаты частиц должны быть выражены как функции времени.

Отсюда вытекает, что члены, заключающие произведение vv' в уравнениях (3), (5) и (6), содержат величины, встречающиеся в (1) и (2), которые мы должны истолковать. Мы, следовательно, попытаемся выразить (1) и (2) через u^2, $\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2$ и $\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$. Но для того чтобы это сделать, мы должны освободиться от первого и третьего членов каждого из этих выражений, так как они содержат величины, которые не входят в формулу Ампера. Поэтому мы не можем объяснить электрический ток, как перенос электричества только в одном направлении, а должны сочетать два противоположных потока в каждом токе, так что комбинированный эффект членов, содержащих v^2 и v'^2, может стать нулем.

848.] Поэтому предположим, что в первом элементе ds мы имеем электрическую частичку e, движущуюся со скоростью v, и другую частичку e_1, движущуюся со скоростью v_1, и аналогично две частички e' и e_1' в ds' движутся со скоростями v' и v_1' соответственно.

Член, содержащий v^2 для комбинированного действия этих частиц, есть:

$$\sum(v^2ee') = (v^2e + v_1^2e_1)(e' + e_1'). \tag{7}$$

Аналогично

$$\sum(v'^2ee') = (v'^2e' + v_1'^2e_1')(e + e_1) \tag{8}$$

и

$$\sum(vv'ee') = (ve + v_1e_1)(v'e' + v_1'e_1'). \tag{9}$$

Для того чтобы $\sum(v^2ee')$ могло бы быть нулем, мы должны иметь

$$\text{или} \quad e' + e_1' = 0, \quad \text{или} \quad v^2e + v_1^2e_1 = 0. \tag{10}$$

Согласно гипотезе Фехнера (Fechner) электрический ток состоит из тока положительного электричества в положительном направлении, сочетающегося с током отрицательного электричества в отрицательном направлении, причем оба тока в точности равны по своей числовой величине как в отношении количества электричества, находящегося в движении, так и скорости, с которой оно движется. Таким образом, гипотеза Фехнера удовлетворяет обоим условиям (10).

Для нашей цели достаточно допустить, что или количество положительного электричества в каждом элементе численно равно количеству отрицательного электричества, или количества обоих родов электричества обратно пропорциональны квадратам их скоростей.

Мы знаем, что, заряжая второй проводник как целое, мы можем сделать $e' + e_1'$ или положительным или отрицательным. Такая заряженная проволока, даже без тока, действовала бы согласно этой формуле на первую проволоку, несущую ток, в которой $v^2e + v_1^2e_1$ имеет величину, отличающуюся от нуля. Такое действие никогда не наблюдалось.

Отсюда, так как может быть показано экспериментально, что величина $e' + e_1'$ не всегда является нулем, и так как величина $v^2e + v_1^2e_1$ не может быть экспериментально проверена, для нашей теории лучше допустить, что именно последняя величина является такой, которая всегда аннулируется.

849.] Какую бы гипотезу мы ни приняли, не может быть сомнения, что общее количество электричества, переданное вдоль элемента ds первой цепи, будет представлено алгебраически через

$$ve + v_1 e_1 = ci\, ds,$$

где c есть количество единиц статического электричества, которое передается единицей электрического тока в единицу времени; мы можем, следовательно, написать уравнение (9) в форме

$$\sum (vv'ee') = c^2 ii'\, ds\, ds'. \tag{11}$$

Отсюда суммы для значений (3), (5) и (6) становятся такими:

$$\sum (ee'u^2) = -2c^2 ii'\, ds\, ds' \cos\varepsilon, \tag{12}$$

$$\sum \left(ee'\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right) = 2c^2 ii'\, ds\, ds' \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}, \tag{13}$$

$$\sum \left(ee' r\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}\right) = 2c^2 ii'\, ds\, ds' \frac{d^2 r}{ds\, ds'}, \tag{14}$$

и мы можем написать два выражения (1) и (2) для притяжения между ds и ds':

$$-\frac{1}{c^2}\sum \left[\frac{ee'}{r^2}\left(u^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right] \tag{15}$$

и

$$-\frac{1}{c^2}\sum \left[\frac{ee'}{r^2}\left(r\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right]. \tag{16}$$

850.] Обычное выражение в теории статического электричества для отталкивания двух электрических частиц e и e' есть $\frac{ee'}{r}$ и

$$\sum \left(\frac{ee'}{r^2}\right) = \frac{(e+e_1)(e'+e_1')}{r^2}, \tag{17}$$

что дает электрическое отталкивание между двумя элементами, если они заряжены, как целое.

Отсюда, если мы примем для отталкивания двух частиц любое из двух выражений

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(u^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right], \tag{18}$$

или

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(r\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right)\right] \text{*)}, \tag{19}$$

мы можем вывести из них обе обычные электростатические силы и силы, действующие между токами в той форме, как они определены Ампером.

851.] Первое из этих выражений (18) было открыто Гауссом в июле 1835 г. **) и интерпретировано им как основной закон электрического действия, именно, что «два элемента электричества в состоянии относительного движения притягивают или отталкивают друг друга, но не тем же самым образом, как если бы они были в состоянии относительного покоя». Это открытие, насколько я знаю, не было опубликовано при жизни Гаусса, так что второе выражение, которое было открыто независимо Вебером и опубликовано в первой части его знаменитых «Elektrodynamische Maassbestimmungen» ***), было первым результатом, сделавшимся известным научному миру.

852.] Оба выражения приводят к точно тому же результату, когда они применяются к определению механической силы между двумя электрическими токами, и этот результат идентичен с результатом, полученным Ампером. Но если они рассматриваются как выражение физического закона действия между двумя электрическими частицами, мы приходим к вопросу, совпадают ли они с другими известными фактами природы. Оба эти выражения содержат относительную скорость частиц. Но, устанавливая путем математических рассуждений хорошо известный принцип сохранения энергии, вообще принимают, что сила, действующая между двумя частицами, есть функция только расстояния, и обычно указывается, что если

*) {В части других теорий этого же рода см. J. J. Thomson, «Report on Electrical Theories», Br. Ass. Report, 1885, стр. 97—155.}

**) «Werke», т. V, стр. 616 (геттингенское издание, 1867).

***) Abh. Leibnizens Ges., Лейпциг, 1846, стр. 316.

она является функцией чего-либо другого, как, например, времени или скорости частиц, доказательство не имеет силы.

Отсюда иногда предполагают, что закон электрического взаимодействия, содержащий скорость частиц, не согласуется с принципом сохранения энергии.

853.] Формула Гаусса действительно не согласуется с этим принципом и поэтому должна быть отброшена, так как она приводит к заключению, что энергия могла бы бесконечно порождаться физическими средствами в конечной системе. Это возражение неприложимо к формуле Вебера, так как он показал *), что если мы допустим, что потенциальная энергия системы, состоящей из двух электрических частиц, имеет форму

$$\psi=\frac{ee'}{r}\left[1-\frac{1}{2c^2}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2\right], \qquad (20)$$

то отталкивание между ними, которое мы можем найти, дифференцируя это количество по r и изменяя знак, является той величиной, которая дана в формуле (19). Отсюда произведенная работа вследствие отталкивания движущейся частицы неподвижной есть $\psi_0-\psi_1$, где ψ_0 и ψ_1 являются значениями ψ в начале и в конце пути. Но ψ зависит только от расстояния r и от составляющей скорости в направлении r. Если, следовательно, частица описывает какой-нибудь замкнутый путь, так что ее положение, скорость и направление движения те же самые в конце, как и в начале, ψ будет равно ψ_0 и в целом никакой работы не будет совершено в течение всего цикла операций.

Следовательно, бесконечное количество работы не может порождаться частицей, движущейся периодически под действием силы, допущенной Вебером.

854.] Гельмгольц в его весьма важной работе «Об уравнениях движения электричества в покоящихся проводниках» **) показывает, что если формула

*) Pogg. Ann., LXXIII, стр. 229 (1848).

**) «Equations of Motion of Electricity in Conductors at Rest», Crelle's Journal, 72, стр. 57—129 (1870).

Вебера совместима с принципом сохранения энергии в отношении работы, выполненной в течение полного цикла, она все же приводит к заключению, что две наэлектризованные частицы, движущиеся в соответствии с законом Вебера, имея сначала конечную скорость и даже будучи еще на конечном расстоянии друг от друга, могут приобрести бесконечную кинетическую энергию и производить бесконечное количество работы.

На это Вебер *) отвечает, что начальная и относительная скорость частиц в примере, приводимом Гельмгольцем, хотя и является конечной, но она больше, чем скорость света, и что расстояние, на котором кинетическая энергия становится бесконечной, хотя и является конечным, но оно меньше, чем любая величина, которую мы в состоянии воспринять, так что может оказаться физически невозможным настолько сблизить две молекулы. Приведенный пример не может быть поэтому проверен каким бы то они было экспериментальным методом.

Гельмгольц **) рассмотрел случай, в котором расстояния не являются слишком малыми и скорости не являются слишком большими для экспериментальной проверки. Неподвижная непроводящая сферическая поверхность радиуса a равномерно заряжена электричеством до поверхностной плотности σ. Частица, имеющая массу m и несущая заряд e электричества, движется внутри сферы со скоростью v. Электродинамический потенциал, исчисленный из формулы (20), есть:

$$4\pi a\sigma e\left(1-\frac{v^2}{6c^2}\right), \qquad (21)$$

и он независим от положения частички внутри сферы. Прибавляя к этому V—часть потенциальной энергии, возникающую от действия других сил, и $\frac{1}{2}mv^2$ — ки-

*) См. «Elektr. Maassbestim. inbesondere über d. Prinzip d. Erhaltung d. Energie».

**) Berlin. Monatsbericht, апрель 1872 г., стр. 247—256; Phil. Mag., декабрь 1872 г.; приложение, стр. 530—537.

нетическую энергию частицы, мы находим в качестве уравнения энергии

$$\frac{1}{2}\left(m-\frac{4}{3}\frac{\pi a\sigma e}{c^2}\right)v^2+4\pi a\sigma e+V=\mathrm{const}. \tag{22}$$

Так как второй член коэффициента при v^2 может быть бесконечно увеличен путем увеличения a—радиуса сферы, в то время как поверхностная плотность σ остается постоянной, коэффициент при v^2 может быть сделан отрицательным. Ускорение движения частицы тогда бы соответствовало уменьшению ее живой силы, и тело, движущееся по замкнутому пути, на которое действует сила, подобная трению, всегда противоположная направлению движения, могло бы непрестанно, безгранично увеличивать свою скорость. Этот невозможный результат является необходимым следствием принятия какой-нибудь формулы для потенциала, которая вводит отрицательные члены в коэффициент при v^2.

855.] Рассмотрим, однако, применение теории Вебера к явлениям, которые могут быть осуществлены. Мы видели, как веберовская теория дает выражение Ампера для силы притяжения между двумя элементами электрических токов. Потенциал одного из этих элементов относительно другого находится путем суммирования значений потенциала ψ для четырех комбинаций положительного и отрицательного токов в двух элементах. Результат согласно уравнению (20), если взять сумму четырех значений $\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2$, есть:

$$-ii'\,ds\,ds'\,\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}, \tag{23}$$

и потенциал замкнутого тока относительно другого есть:

$$-ii'\iint\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds\,ds'=ii'M, \tag{24}$$

где $M=\iint\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds\,ds'$, как в параграфах 423, 524. В случае замкнутых токов это выражение согласуется с тем, которое мы уже получили (в параграфе 524) *).

Теория Вебера индукции электрических токов

856.] Выведя из формулы Ампера взаимодействия между элементами токов свою собственную формулу взаимодействия движущихся электрических частиц, Вебер приступил к приложению своей формулы к объяснению получения электрических токов при помощи магнитно-электрической индукции. В этом он достиг исключительного успеха, и мы охарактеризуем здесь метод, которым законы индуктированных токов могут быть выведены из формулы Вебера. Заметим, однако, что то обстоятельство, что закон, выведенный из явлений, открытых Ампером, может также объяснять явления, открытые позднее Фарадеем, не дает слишком большого дополнительного веса очевидности физической истинности закона, как это можно было бы предположить с первого взгляда.

Действительно, Гельмгольцем и Томсоном было уже показано (см. параграф 543), что если явления Ампера истинны и если допускается принцип сохранения энергии, тогда явления индукции, открытые Фарадеем, становятся необходимыми следствиями. Но закон Вебера с различными входящими в него допущениями, касающимися природы электрических токов, приводит путем ряда математических преобразований к формуле Ампера. Закон Вебера также совместим с принципом сохранения энергии, если существует потенциал, а это все, что требуется Гельмгольцем и Томсоном для при-

*) Во всем этом исследовании Вебер принимает электродинамическую систему единиц. В этом трактате мы всегда пользуемся электромагнитной системой. Электромагнитная единица тока относится к электродинамической единице, как $\sqrt{2}$ относится к единице (параграф 526).

менения принципа. Отсюда мы можем утверждать даже до того, как мы сделаем какие-либо вычисления по этому вопросу, что закон Вебера будет объяснять явление индукции электрических токов. Следовательно, тот факт, что вычислениями показано, что он объясняет индукцию электрических токов, оставляет доказательство физической истины закона в точности на том же месте, где оно было.

С другой стороны, формула Гаусса, хотя она и объясняет явление притяжения токов, не совпадает с принципом сохранения энергии, и следовательно, мы не можем утверждать, что она объяснит все явления индукции. Так оно в действительности и получается, как мы это увидим в параграфе 859.

857.] Мы должны теперь рассмотреть электродвижущую силу, стремящуюся произвести ток в элементе ds', вызываемую током в ds, когда ds находится в движении или когда ток в нем изменяется.

Согласно Веберу действие на материал проводника, одним из элементов которого является ds', есть *сумма* всех действий на электричество, которое проходит по проводнику. С другой стороны, электродвижущая сила, действующая на электричество в ds, есть *разность* электрических сил, действующих на положительное и отрицательное электричество в нем. Так как все эти силы действуют по линии, соединяющей элементы, электродвижущая сила в ds' также находится на этой линии, и для того чтобы получить электродвижущую силу в направлении ds', мы должны найти составляющую в этом направлении. Для того чтобы применить формулу Вебера, мы должны вычислить различные члены, которые в ней встречаются, в предположении, что элемент ds движется относительно ds' и что токи в обоих элементах изменяются со временем. Таким образом, найденные выражения будут заключать члены, содержащие v^2, vv', v'^2, v и v', и члены, не содержащие v или v', которые все умножаются на ee'. Рассматривая, как мы это делали раньше, четыре значения каждого члена и прежде всего механическую силу, которая получается из

суммы четырех значений, мы находим, что единственный член, который мы должны принять во внимание, есть член, который содержит произведение $vv'ee'$.

Если мы далее рассмотрим силу, стремящуюся производить ток во втором элементе, возникающую из разницы в действии первого элемента на положительное и отрицательное электричество второго элемента, мы найдем, что единственным членом, который мы должны рассмотреть, является тот, который содержит vee'.

Четыре члена, содержащихся в $\sum(vee')$, мы можем написать следующим образом:

$$e'(ve+v_1e_1) \text{ и } e'_1(ve+v_1e_1).$$

Так как $e'+e'_1=0$, механическая сила, обусловленная этими членами, равна нулю, но электродвижущая сила, действующая на положительное электричество e', есть $(ve+v_1e_1)$, а электродвижущая сила, действующая на отрицательное электричество e'_1, равна и противоположна первой.

858.] Предположим теперь, что первый элемент ds двигается относительно ds' со скоростью V в некотором направлении, и обозначим через $\widehat{Vds}$ и $\widehat{Vds'}$ углы между направлением V и направлениями ds и ds' соответственно; тогда квадрат относительной скорости u двух электрических частичек будет:

$$u^2=v^2+v'^2+V^2-2vv'\cos\varepsilon+$$
$$+2Vv\cos\widehat{V\,ds}-2Vv'\cos\widehat{V\,ds'}. \tag{25}$$

Член с vv' тот же самый, как и в уравнении (3). Член с v, от которого зависит электродвижущая сила, есть:

$$2Vv\cos\widehat{V\,ds}.$$

Мы также имеем в этом случае для значения производной от r по t:

$$\frac{\partial r}{\partial t}=v\frac{dr}{ds}+v'\frac{dr}{ds'}+\frac{dr}{dt}, \tag{26}$$

где $\frac{\partial r}{\partial t}$ относится к движению электрических частиц и $\frac{dr}{dt}$ — к движению материального проводника. Если мы образуем квадрат этой величины, член, содержащий vv', от которого зависит механическая сила, остается таким же, как указано в уравнении (5), а член, содержащий v, от которого зависит электродвижущая сила, есть:

$$2v\frac{dr}{ds}\frac{dr}{dt}.$$

Дифференцируя (26) по t, находим:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}=v^2\frac{d^2r}{ds^2}+2vv'\frac{d^2r}{ds\,ds'}+v'^2\frac{d^2r}{ds'^2}+\frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds}+\frac{dv'}{dt}\frac{dr}{ds'}+$$
$$+v\frac{dv}{ds}\frac{dr}{ds}+v'\frac{dv'}{ds}\frac{dr}{ds'}+2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{d}+2v'\frac{d}{ds'}\frac{dr}{dt}+\frac{d^2r}{dt^2}\text{*)}. \quad (27)$$

Мы находим, что член, содержащий vv', тот же самый, что и в уравнении (6).

Члены, знаки которых меняются с изменением знака v, суть $\frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds}$ и $2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}$.

859.] Если мы теперь по формуле Гаусса (уравнение (18)) вычислим результирующую электрическую силу в направлении второго элемента ds', обусловленную действием первого элемента ds, то получим

$$\frac{1}{r^2}\,ds\,ds'\,iV\,(2\cos\widehat{V\,ds}-3\cos\widehat{Vr}\cos\widehat{r\,ds})\cos\widehat{r\,ds'}. \quad (28)$$

Так как в этом выражении нет члена, содержащего изменение тока i, и так как мы знаем, что изменение первичного тока производит индуктивное действие на вторичную цепь, то мы не можем считать формулу Гаусса истинным выражением взаимодействия между электрическими частицами.

*) (В первом и втором изданиях члены $2v\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}+2v'\frac{d}{ds'}\frac{dr}{dt}$ были опущены; так как $\frac{\partial^2}{\partial t^2}=\left\{v\frac{d}{ds}+v'\frac{d}{ds'}+\frac{d}{dt}\right\}^2$, то, повидимому, они должны быть включены, однако они не влияют на результат, когда цепи замкнуты.)

860.] Если, однако, мы применим формулу Вебера (19), мы получим:

$$\frac{1}{r^2}\,ds\,ds'\left(r\frac{dr}{ds}\frac{di}{dt}+2i\frac{d}{ds}\frac{dr}{dt}-i\frac{dr}{ds}\frac{dr}{dt}\right)\frac{dr}{ds'}, \quad (29)$$

или

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{i}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)ds\,ds'+\frac{i}{r}\left(\frac{d^2r}{ds\,dt}\frac{dr}{ds'}-\frac{d^2r}{ds'\,dt}\frac{dr}{ds}\right)ds\,ds'. \quad (30)$$

Если мы проинтегрируем это выражение по s и s', то получим для электродвижущей силы во второй цепи

$$\frac{d}{dt}i\iint\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds\,ds'+$$
$$+i\iint\frac{1}{r}\left(\frac{d^2r}{ds\,dt}\frac{dr}{ds'}-\frac{d^2r}{ds'\,dt}\frac{dr}{ds}\right)ds\,ds'. \quad (31)$$

Когда первая цепь замкнута,

$$\int\frac{d^2r}{ds\,ds'}\,ds=0,$$

откуда

$$\int\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\,ds=$$
$$=\int\left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}+\frac{d^2r}{ds\,ds'}\right)ds=-\int\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds. \quad (32)$$

Но

$$\iint\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds\,ds'=M \quad (33)$$

согласно параграфам 423, 524.

Так как второй член в уравнении (31) исчезает, если обе цепи замкнуты, мы можем написать электродвижущую силу во второй цепи в виде

$$-\frac{d}{dt}(iM), \quad (34)$$

что совпадает с тем, что мы уже установили ранее опытным путем (см. параграф 539).

Формула Вебера, как вытекающая из принципа действия, передаваемого от одной электрической частицы к другой с постоянной скоростью

861.] В очень интересном письме Гаусса к Веберу *) Гаусс ссылается на теоретические электродинамические изыскания, которыми он долго занимался и которые он хотел бы опубликовать, если бы мог твердо установить то, что он рассматривал как подлинный ключ электродинамики, а именно, выведение силы, действующей между движущимися электрическими частицами, рассматривая эту силу не в качестве мгновенного действия на расстоянии, но действия, распространяющегося во времени, таким же образом, как распространяется свет. Ему не удалось сделать этот вывод, когда он оставил свои электродинамические исследования, но он был глубоко убежден, что в первую очередь следовало бы составить надлежащее рациональное представление о том, каким образом это распространение происходит.

Три выдающихся математика занялись тем, чтобы дать этот основной принцип электродинамики.

862.] В представленной Королевскому обществу в Геттингене в 1858 г. записке, но в дальнейшем взятой обратно и опубликованной только в 1867 г. в «Анналах Поггендорффа» (Pogg. Ann., т. CXXXI, стр. 237—263) после смерти автора, Бернгард Риман (Riemann) выводит явление индукции электрических токов из модифицированной формы уравнения Пуассона

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}+4\pi\rho=\frac{1}{a^2}\frac{d^2V}{dt^2},$$

где V есть электростатический потенциал и a—скорость. Это уравнение имеет ту же форму, как и уравнения, которые изображают распространение волн и других возмущений в упругих средах. Автор, повидимому, избегает явным образом упоминать о среде, через которую происходит распространение.

*) Март 19, 1845. См. «Werke», т. V, 629.

Математическое исследование Римана было рассмотрено Клаузиусом (Clausius) *), который отметил неясность математических выкладок Римана и показал, что гипотеза распространяющегося подобно свету потенциала не приводит ни к формуле Вебера, ни к известным законам электродинамики.

863.] Клаузиус также изучил значительно более разработанное исследование К. Неймана (C. Neumann) «О принципах электродинамики» **). Нейман, однако, подчеркнул ***), что его теория передачи потенциала от одной частицы к другой совершенно отлична от теории, предложенной Гауссом, принятой Риманом и обсуждавшейся Клаузиусом, в которой распространение принимается аналогичным распространению света. Согласно Нейману между передачей потенциала и распространением света имеется огромная разница.

Светящееся тело посылает свет во всех направлениях, сила этого света зависит только от светящегося тела, а не от присутствия тела, освещаемого им.

Напротив, электрическая частица испускает потенциал, величина которого $\frac{ee'}{r}$ зависит не только от e—испускающей частицы, но и от e'—воспринимающей частицы и от расстояния между частицами *в момент испускания*.

В случае света сила света уменьшается по мере того, как свет все дальше и дальше распространяется от светящегося тела; испущенный потенциал приходит к телу, на которое он действует, без малейшего изменения своей первоначальной величины.

Свет, полученный освещаемым телом, обычно является только дробной частью того света, которая на него падает; потенциал, полученный притягиваемым телом, тождественен или равен потенциалу, который прибывает к нему.

*) Pogg. Ann., т. CXXXI, стр. 612.
**) Tübingen, 1868.
***) Mathematische Annalen, I, 317.

Кроме того, скорость передачи потенциала не является подобно скорости распространения света постоянной относительно эфира или пространства, эта скорость более похожа на скорость снаряда, являясь постоянной относительно скорости испускающей частицы в момент испускания.

Отсюда вытекает, что, для того чтобы понять теорию Неймана, мы должны составить себе представление о процессе передачи потенциала, весьма отличное от того представления, к которому мы привыкли, рассматривая распространение света. Можно ли будет это представление когда-либо принять в качестве «конструктивного представления» процесса передачи, который казался необходимым Гауссу, я сказать не могу; но я сам оказался не в состоянии составить себе рациональное представление о неймановской теории.

864.] Профессор Бетти (Betti) из Пизы *) рассматривал этот вопрос другим путем. Он предполагает, что замкнутые цепи, по которым текут электрические токи, состоят из элементов, каждый из которых периодически, т. е. через равные промежутки времени, поляризуется.

Эти поляризованные элементы действуют один на другой, как если бы они были маленькими магнитами, оси которых имеют направления касательных к цепям. Период поляризации одинаков во всех электрических цепях. Бетти предполагает, что действие одного поляризованного элемента на другой возникает не мгновенно, но через промежуток времени, пропорциональный расстоянию между элементами. Таким путем он получает выражения для взаимодействия токов, которые совпадают с теми, которые нам известны как истинные. Однако и в этом случае Клаузиус критиковал некоторые части математических расчетов Бетти, на чем мы останавливаться не будем.

865.] Повидимому, в умах этих выдающихся людей имеется некоторое *предвзятое* мнение или априорное

*) Nuovo Cimento, XXVII (1868).

возражение против гипотезы среды, в которой имеют место явления излучения света и тепла и электрических действий на расстоянии. Верно то, что было время, когда занимавшиеся спекуляциями о причинах физических явлений имели обыкновение объяснять каждый вид действия на расстоянии при помощи специального эфирного флюида, функцией и свойством которого было производство этих действий. Они заполняли все пространство тремя или четырьмя, перекрывавшими друг друга эфирами различных сортов. Свойства этих эфиров изобретались, главным образом, для того, чтобы «спасти благопристойность», так что более разумно настроенные исследователи были скорее согласны принять не только несомненный закон Ньютона о явлении притяжения на расстоянии, но даже догму Котса *), что действие на расстоянии является одним из первичных свойств материи и что никакое объяснение не может быть более понятным, чем сам этот факт. Отсюда волновая теория света встретила большую оппозицию, направленную не против ее неспособности объяснять явления, но против допущения существования среды, в которой свет распространяется.

866.] Мы видели, что математические выражения электродинамического действия привели Гаусса к убеждению, что теория распространения электрического действия во времени могла бы оказаться подлинным основным принципом электродинамики.

Но мы не в состоянии понимать распространение во времени иначе, как только двумя способами: или как полет материальной субстанции через пространство или как распространение состояния движения или напряжения в среде, уже существующей в пространстве. В теории Неймана фигурирует математическая концепция, называемая потенциалом. Потенциал мы не можем рассматривать как материальную субстанцию. Однако предполагается, что он передается от одной частицы к другой. Эта передача происходит способом, который

*) Предисловие к «Principia» Ньютона, 2-е издание.

совершенно независим от среды и который, как Нейман сам подчеркивает, чрезвычайно отличен от способа распространения света. В теориях Римана и Бетти, как будто, предполагается, что действие распространяется каким-то способом, более похожим на распространение света.

Как бы там ни было, но все эти теории естественным образом вызывают вопрос: если нечто передается от одной частицы к другой на расстояние, каково состояние этого нечто после того, как оно покинуло одну частицу и еще не достигло другой? Если это нечто есть потенциальная энергия двух частиц, как в теории Неймана, должны ли мы рассматривать эту энергию, как существующую в какой-то точке пространства, не совпадающей ни с той, ни с другой частицей? Действительно, каким бы способом энергия ни передавалась от одного тела к другому во времени, должна быть среда или субстанция, в которой энергия существует после того, как она оставила одно тело и еще не достигла другого, ибо энергия, как заметил Торричелли *), «есть квинтэссенция такой тонкой природы, что она не может содержаться ни в каком другом сосуде, как только в самой сокровенной субстанции материальных вещей». Таким образом, все эти теории приводят к концепции среды, в которой имеет место распространение. И если мы примем эту среду в качестве гипотезы, я считаю, что она должна занимать выдающееся место в наших исследованиях и что нам следовало бы попытаться сконструировать рациональное представление о всех деталях ее действия, что и было моей постоянной целью в этом трактате.

*) Lezioni Accademiche (Firenze, 1715), стр. 25.

ПРИМЕЧАНИЯ РЕДАКТОРА И ПЕРЕВОДЧИКА