

ГЛАВА XXI

ДЕЙСТВИЕ МАГНЕТИЗМА НА СВЕТ

806.] Наиболее важным шагом в установлении отношения между электрическими и магнитными явлениями и явлениями света должно быть открытие какого-то примера, когда один ряд явлений воздействует на другой. В поисках таких явлений мы должны руководствоваться результатами, которые мы уже получили в отношении математических или геометрических величин, которые мы хотим сравнивать. Так, если мы будем пытаться намагнитить стрелку при помощи света, как это пыталась сделать госпожа Соммервил, мы должны вспомнить, что различие между магнитным севером и югом есть просто вопрос направления, и если бы мы изменили известные условия в отношении использования математических знаков, они поменялись бы местами. В магнетизме нет ничего, что было бы аналогично явлениям электролиза, которые позволяют нам отличать положительное электричество от отрицательного, наблюдая, например, что кислород появляется на одном полюсе, а водород—на другом.

Поэтому мы не должны ожидать, что при освещении светом одного конца стрелки этот конец делается полюсом с определенным наименованием, так как два полюса не отличаются друг от друга в той мере, в которой свет отличается от темноты.

Мы могли бы ожидать лучшего результата, если бы заставили поляризованный по кругу свет падать на

стрелку так, чтобы правосторонний свет падал на один конец, а левосторонний—на другой конец, ибо в некоторых отношениях эти два рода света могут считаться относящимися друг к другу, как полюсы магнита. Аналогия, однако, порочна даже здесь, так как эти два луча, будучи сложены, не нейтрализуют друг друга, а производят плоскополяризованный луч.

Фарадей, который был знаком с методом изучения напряжений, вызываемых в прозрачных твердых телах поляризованным светом, делал много опытов в надежде открыть какое-то действие поляризованного света во время прохождения его через среду, в которой существует электролитическая проводимость, или диэлектрическая индукция*). Однако он не смог обнаружить какого-либо действия этого рода, хотя опыты были организованы наилучшим возможным образом, приспособленным для установления эффектов напряжения, когда электрическая сила или ток были перпендикулярны к направлению луча и под углом 45 градусов к плоскости поляризации. Фарадей варьировал эти опыты многими путями, но не смог открыть какого-либо действия на свет, которое относится к электролитическому току или статической электрической индукции.

Ему, однако, удалось установить отношение между светом и магнетизмом, и опыты, при помощи которых он это выполнил, описаны в XIX серии его «Экспериментальных исследований». Мы возьмем открытие Фарадея как исходную точку для дальнейшего исследования природы магнетизма и поэтому подробно опишем то явление, которое он наблюдал.

807.] Луч прямолинейно-поляризованного света передается через прозрачную диамагнитную среду, а плоскость его поляризации при его выходе из среды устанавливается путем наблюдения положения анализатора, когда он гасит этот луч. Тогда устанавливается действие магнитной силы таким образом, что направление силы в пределах прозрачной среды сов-

*) Experimental Researches (951—954) и (2216—2220).

падает с направлением луча. Луч тотчас же снова появляется, но если анализатор поворачивают на определенный угол, свет снова гасится. Это показывает, что эффект магнитной силы состоит во вращении плоскости поляризации около направления луча как оси на определенный угол, измеряемый углом, на который анализатор должен быть повернут для того, чтобы погасить свет.

808.] Угол, на который плоскость поляризации поворачивается, пропорционален:

(1) Расстоянию, которое луч проходит в пределах среды; благодаря этому положение плоскости поляризации изменяется непрерывно от ее положения при входе до ее положения при выходе луча из среды.

(2) Интенсивности составляющей магнитной силы в направлении луча.

(3) Величина вращения зависит от природы среды. До сего времени не было наблюждено какого-либо вращения, когда этой средой является воздух или какой-либо другой газ*). Эти три положения включены в одно более общее, а именно, что угловое вращение численно равно величине, на которую увеличивается магнитный потенциал от точки, в которой луч входит в среду, до той точки, в которой он покидает ее, помноженное на коэффициент, который для диамагнитных сред обычно положителен.

809.] Направление, в котором плоскость поляризации вращается в диамагнитных субстанциях, обычно является тем же самым, что и направление, в котором положительный ток должен циркулировать вокруг луча для того, чтобы произвести магнитную силу в том же направлении, в котором она фактически существует в среде.

*) (С тех пор, как это было написано, вращение плоскости поляризации в газах было наблюждено и измерено Беккерелем (H. Becquerel, Compt. Rendus, 88, стр. 709; 90, стр. 1407); Кундтом и Рентгеном (Kundt und Röntgen, Wied. Ann., 6, стр. 332; 8, стр. 278); Биша (Bichat, Compt. Rendus, 88, стр. 712; Journal de Physique, 9, стр. 275, 1880.)

Верде (Verdet), однако, открыл, что в определенных ферромагнитных средах, таких, как, например, крепкий раствор перхлорида железа в древесном спирту или эфире, вращение наблюдается в противоположном направлении тому току, который бы произвел соответствующую магнитную силу. Это показывает, что различие между ферромагнитными и диамагнитными веществами заключается не только в «магнитной проницаемости», которая в первом случае больше, а во втором случае меньше, чем в воздухе, но что свойства этих двух классов тел действительно противоположны.

Приобретенная веществом под действием магнитной силы способность вращения плоскости поляризации света не в точности пропорциональна его диамагнитной или ферромагнитной намагничиваемости. Действительно, имеются исключения из того правила, что вращение является положительным для магнитных и отрицательным для ферромагнитных веществ, так как, например, нейтральный хромистый калий является диамагнитным, но производит отрицательное вращение.

810.] Имеются другие вещества, которые и без наличия магнитной силы вращают плоскость поляризации вправо или влево, когда луч проходит через вещество. В некоторых из них эту способность следует отнести за счет существования некоторой оси, как, например, в случае кварца. В других эта способность не зависит от направления луча внутри среды, как, например, в скипидаре, растворе сахара и т. п. Во всех этих веществах, однако, если плоскость поляризации проходящего луча вращается в среде подобно винту с правосторонней нарезкой, она все-таки будет вращаться подобно правостороннему винту, если луч пропускается через среду в противоположном направлении. Направление, в котором наблюдатель должен повернуть свой анализатор для того, чтобы погасить луч после того, как он пропустил его через среду, одно и то же по отношению к наблюдателю вне зависимости от того, приходит ли луч к нему с севера или с юга. Иначе говоря, направление вращения обращается

в пространстве, когда обращается направление луча. Но когда вращение производится магнитным действием, его направление в пространстве одно и то же вне зависимости от того, направляется ли луч на север или на юг. Если среда принадлежит к положительному классу, то вращение всегда происходит в одном и том же направлении, именно, в направлении положительного электрического тока, который производит или произвел бы существующее магнитное состояние поля; вращение происходит в противоположном направлении, если среда принадлежит к отрицательному классу.

Из этого следует, что если луч света, пройдя через среду с севера на юг, отражается зеркалом с тем, чтобы вернуться обратно через среду в направлении с юга на север, вращение будет удвоено, если оно обусловлено магнитным действием. Когда вращение зависит от природы только среды, как, например, в скинцидаре и других веществах, луч, будучи отражен обратно через среду, выходит поляризованным в той же самой плоскости, в какой он вошел, так как поворот во время первого прохождения через среду в этом случае в точности нейтрализуется обратным поворотом во время второго прохождения.

811.] Физическое объяснение этого явления представляет собой значительные трудности, о которых нельзя сказать, чтобы они до сего времени были побеждены, будь то в отношении магнитного вращения или в отношении того вращения, которое отдельные среды обуславливают сами по себе. Мы, однако, можем подготовить путь для подобного объяснения путем анализа наблюдаемых фактов.

Хорошо известна теорема кинематики, согласно которой два равномерных круговых колебания той же самой амплитуды и того же самого периода, находящиеся в той же самой плоскости, но с противоположными направлениями вращения, будучи соединены вместе, эквивалентны прямолинейному колебанию. Период этого колебания равен периоду круговых колебаний, амплитуда же удвоенная и направлена по линии,

соединяющей точки, в которых встретились бы две частицы, совершающие круговые колебания в противоположных направлениях на той же самой окружности. Следовательно, если одно из круговых колебаний ускорит свою фазу, направление прямолинейного колебания повернется в направлении, в котором происходит это круговое колебание, на угол, равный половине угла ускорения фазы.

Таким образом, путем прямого оптического опыта может быть доказано, что два луча света, поляризованных по кругу в противоположных направлениях и имеющих ту же самую интенсивность, будучи объединены, превращаются в плоскополяризованный луч, и если каким бы то ни было способом ускорится фаза одного из циркулярно-поляризованных лучей, то плоскость поляризации результирующего луча поворачивается на половину угла ускорения фазы.

812.] Мы можем, следовательно, выразить явление вращения плоскости поляризации следующим образом.

Прямолинейно-поляризованный луч падает на среду. Это эквивалентно двум поляризованным по кругу лучам: одному правостороннему, а другому левостороннему (относительно наблюдателя). Пройдя через среду, луч остается прямолинейно-поляризованным, но плоскость поляризации поворачивается, скажем направо (как это видит наблюдатель). Отсюда делаем вывод, что из двух поляризованных по кругу лучей правосторонний поляризованный луч должен иметь измененную фазу по сравнению с другим во время прохождения через среду.

Другими словами, правосторонний луч совершил большее число колебаний и, следовательно, имел меньшую длину волны в пределах среды, чем левосторонний луч, который имеет тот же период обращения. Этот способ рассуждений совершенно независим от какой бы то ни было теории света, так как хотя мы и употребляем такие термины, как длина волны, круговая поляризация и т. п., которые могут быть в нашем мышлении ассоциированы со специальной формой волновой теории, наши рассуждения независимы от этой ассоциации

и зависят только от доказываемых экспериментом фактов.

813.] Рассмотрим теперь конфигурацию одного из этих лучей в некоторый момент времени. Волна, движение которой в каждой точке является круговым, может быть представлена как спираль или винт. Если винт лишь повернуть вокруг его оси без какого-либо продольного движения, каждая его точка будет описывать круг, и в то же время распространение волнового движения будет представлено кажущимся продольным движением аналогично расположенных частей нарезки винта. Легко видеть, что если винт имеет правостороннюю нарезку и наблюдатель помещен в том конце, по направлению к которому распространяется волна, движение винта будет представляться ему левосторонним, иначе говоря, в направлении, противоположном движению стрелок часов. Отсюда такой луч был назван впервые французскими учеными, а теперь всем научным миром—левосторонним поляризованным по кругу лучом.

Правосторонний поляризованный по кругу луч представлен подобным же образом левосторонним винтом. На рис. 20 правосторонний винт *A*, на правой стороне рисунка, представляет левосторонний луч, а левосторонний винт *B*, на левой стороне рисунка, представляет правосторонний луч.

814.] Рассмотрим теперь два таких луча, которые имеют в пределах среды ту же самую длину волны.

Они геометрически подобны во всех отношениях, за исключением того, что один из них является *обращенным* изображением другого подобно изображению в зеркале. Один из них, скажем *A*, имеет, однако, более короткий период вращения, чем другой. Если движение полностью обусловлено силами, появившимися в результате смещения, то большие силы вызываются тем же самым смещением, когда конфигурация подобна *A*, чем тогда, когда она подобна *B*. Отсюда в этом случае левосторонний луч будет ускорен по сравнению с правосторонним лучом, и это будет иметь

место как в том случае, когда лучи имеют направление с севера на юг, так и в том случае, когда они направлены с юга на север.

Эти рассуждения объясняют явление в том виде, как оно производится скипидаром и т. д. В этих средах смещение, обусловленное поляризованным по кругу лучом, вызывает большие противодействующие силы, когда конфигурация похожа на *A*, чем когда она похожа на *B*. Таким образом, эти силы зависят только от одной конфигурации, но не от направления движения.

Но в диамагнитной среде, на которую действует магнетизм в направлении *SN*, из двух винтов *A* и *B* с большей скоростью всегда вращается тот винт, чье движение, как оно видно наблюдателю, смотрящему по направлению от *S* на *N*, одинаково с направлением хода стрелок часов. Отсюда для лучей, идущих от *S* к *N*, правосторонний луч *B* будет проходить быстрее, а для лучей от *N* к *S* левосторонний луч *A* будет двигаться быстрее.

815.] Обратим теперь наше внимание только на один из обоих лучей. Винт *B* имеет в точности ту же самую конфигурацию, представляет ли он луч, направленный от *S* к *N* или от *N* к *S*. Но в первом случае луч проходит быстрее и по этой причине винт вращается тоже быстрее. Отсюда вывод, что когда винт вращается в одну сторону, порождаются большие силы, чем когда он вращается в другую сторону. Силы эти, следовательно, зависят не только от конфигурации луча,

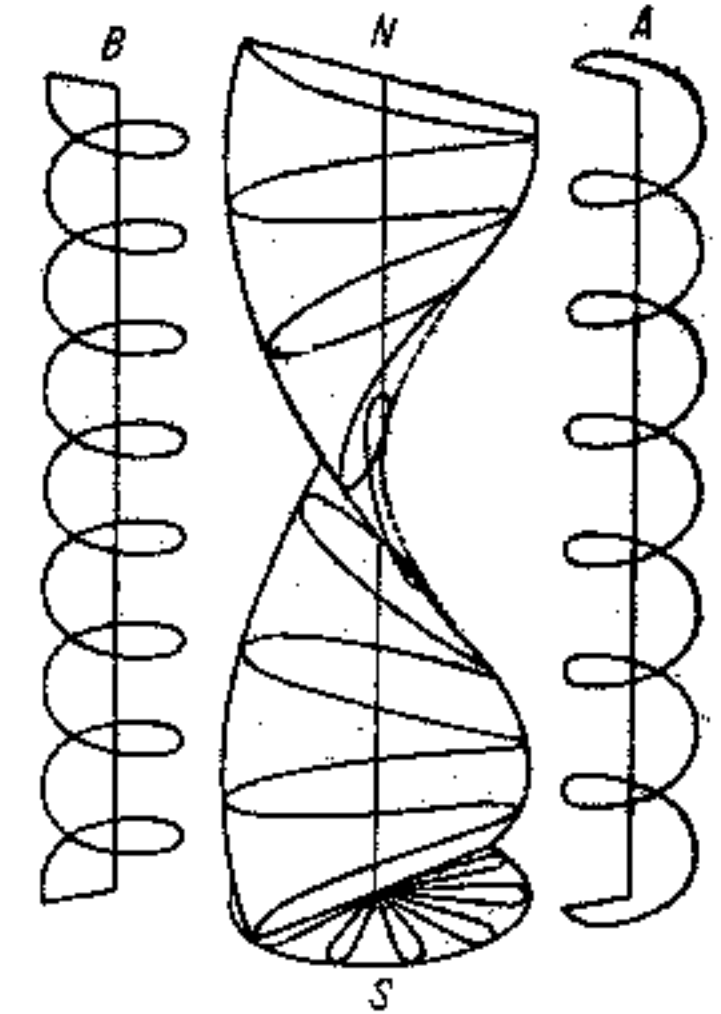


Рис. 20.

но также и от направления движения составляющих его частей.

816.] Возмущение, которое представляет собой свет, каким бы то ни была его физическая природа, имеет свойства вектора, перпендикулярного к направлению луча. Это доказывается фактом интерференции двух лучей света, которая при известных условиях дает темноту, а также фактом невозможности интерференции двух поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях лучей. Поскольку интерференция зависит от углового положения плоскостей поляризации, возмущение должно быть направленной величиной, или вектором, и так как интерференция невозможна, когда плоскости поляризации находятся под прямыми углами, вектор, представляющий это возмущение, должен быть перпендикулярным к линии пересечения этих плоскостей, т. е. к направлению луча.

817.] Это возмущение, будучи вектором, может быть разложено на составляющие, параллельные x и y , причем ось z параллельна направлению луча. Пусть ξ и η будут эти составляющие. Тогда в случае наличия луча однородного поляризованного по кругу света

$$\xi = r \cos \theta, \quad \eta = r \sin \theta, \quad (1)$$

где

$$\theta = nt - qz + \alpha. \quad (2)$$

В этих выражениях r обозначает величину вектора, а θ — угол, который он образует с направлением оси x .

Период τ возмущения таков, что

$$n\tau = 2\pi. \quad (3)$$

Длина волны λ возмущения такова, что

$$q\lambda = 2\pi. \quad (4)$$

Скорость распространения равна $\frac{n}{q}$. Фаза возмущения равна α , когда t и z оба равны нулю.

Поляризованный по кругу свет является правосторонним или левосторонним в зависимости от того, является ли q отрицательным или положительным.

Колебания его происходят в положительном или в отрицательном направлении вращения в плоскости (x, y) , в зависимости от того, является ли n положительным или отрицательным.

Свет распространяется в положительном или отрицательном направлении оси z , в зависимости от того, имеют ли n и q один и тот же или противоположные знаки.

Во всех средах n изменяется тогда, когда изменяется q , и $\frac{dn}{dq}$ имеет всегда тот самый знак, который имеет выражение $\frac{n}{q}$.

Если для данного численного значения n значение $\frac{n}{q}$ больше, когда n положительно, чем когда n отрицательно, то для некоторого значения q , данного по величине и по знаку, положительное значение n будет больше, чем отрицательное значение.

Таким образом, вот что {вообще говоря} наблюдается в диамагнитной среде, на которую действует магнитная сила γ в направлении z . Из двух поляризованных по кругу лучей с данным периодом ускоряется тот, направление вращения которого в плоскости (x, y) положительно. Отсюда из двух поляризованных по кругу левосторонних лучей, длина волны которых в пределах среды одинакова, тот имеет более короткий период, чье направление вращения в плоскости x, y представляется положительным, т. е. тот луч, который распространяется в положительном направлении оси z от юга к северу. Мы, следовательно, должны считаться с тем фактом, что когда в уравнениях системы величины q и r даны, то этим уравнениям будут удовлетворять два значения n : одно положительное и другое отрицательное, причем положительное значение будет численно больше отрицательного.

818.] Мы можем получить уравнения движения из рассмотрения потенциальной и кинетической энергий среды. Потенциальная энергия V системы зависит от ее конфигурации, т. е. от относительного положения

ее частей. Поскольку она зависит от возмущения, имеющего своей причиной поляризованный по кругу свет, она должна быть функцией только r —амплитуды и q —коэффициента кручения. Она может быть различной для положительных и отрицательных значений q , равной абсолютной величины, и, вероятно, это именно так и есть в случае сред, которые сами по себе вращают плоскость поляризации.

Кинетическая энергия T системы является однородной функцией второй степени скоростей системы, причем коэффициенты различных членов, являются функциями координат.

819.] Рассмотрим теперь динамическое условие, что луч должен иметь постоянную интенсивность, т. е. что r должно быть постоянным.

Уравнение Лагранжа для силы как функции r становится

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{dr} - \frac{dT}{dr} + \frac{dV}{dr} = 0. \quad (5)$$

Так как r постоянно, первое выражение исчезает. Мы, следовательно, получаем уравнение

$$-\frac{dT}{dr} + \frac{dV}{dr} = 0, \quad (6)$$

в котором q предполагается данным, и нам нужно определить значение угловой скорости $\dot{\theta}$, которую мы можем обозначить величиной n .

Кинетическая энергия T содержит один член, заключающий n^2 ; другие члены могут содержать произведения из n и других скоростей; остальные члены независимы от n . Потенциальная энергия V полностью независима от n . Уравнение (6), следовательно, принимает вид

$$An^2 + Bn + C = 0. \quad (7)$$

Будучи квадратным уравнением, оно дает два значения n . Из опыта вытекает, что оба значения действительны, что одно из них положительно, а другое отрицательно и что положительное значение больше по абсолютной величине.

Отсюда, если A положительно, то B и C отрицательны, так что если n_1 и n_2 являются корнями уравнения, то

$$A(n_1 + n_2) + B = 0. \quad (8)$$

Коэффициент B , следовательно, не равен нулю, по меньшей мере тогда, когда магнитная сила действует на среду. Поэтому мы должны рассмотреть выражение Bn , которое является той частью кинетической энергии, которая содержит первую степень n —угловой скорости возмущения.

820.] Что касается скорости, то каждый член T имеет два измерения. Отсюда члены, заключающие в себе n , должны заключать какую-то другую скорость.

Этой скоростью не может быть \dot{r} или \dot{q} , так как в рассматриваемом нами случае r и q являются постоянными.

Следовательно, это есть скорость, которая существует в среде независимо от того движения, которое составляет свет. Эта скорость должна находиться к n в таком отношении, что когда она помножается на n , результат должен быть скаляром. Действительно, члены, составляющие величину T , могут быть только скалярными величинами, так как сама величина T скалярна. Отсюда эта скорость должна иметь то же самое направление, что и n , или противоположное направление, т. е. это должна быть *угловая скорость* относительно оси z .

Эта скорость не может быть также независима от магнитной силы, так как если бы она имела отношение к какому-то определенному направлению в среде, то мы получили бы различные явления при повороте среды на 180° , чего не наблюдается.

Мы, следовательно, приходим к заключению, что эта скорость необходимо связана с магнитной силой в тех средах, которые обнаруживают магнитное вращение плоскости поляризации.

821.] До сего времени мы были вынуждены применять термины, которые, возможно, слишком напоминают обычную гипотезу движения в волновой теории.

Однако легко выразить наш результат в форме, свободной от этой гипотезы.

Чем бы свет ни был, в каждой точке пространства что-то происходит, будь то смещение или вращение, или что-либо другое, чего мы еще до сих пор не можем представить, но что безусловно имеет свойства вектора, направление которого нормально к направлению луча. Это полностью подтверждается явлениями интерференции.

В случае поляризованного по кругу света величина этого вектора всегда остается той же самой, но его направление вращается около направления луча так, чтобы завершить один оборот в течение периода волны. Мы не знаем, находится ли этот вектор в плоскости поляризации или в плоскости, перпендикулярной к ней, но это незнание не распространяется на направления вращения в правостороннем и левостороннем поляризованном по кругу свете. Направления вращения и угловая скорость этого вектора прекрасно известны, хотя физическая природа вектора и его абсолютное направление в данный момент неопределены.

Когда луч поляризованного по кругу света падает на среду, находящуюся под действием магнитной силы, его распространение в пределах среды обусловлено отношением направления вращения света к направлению магнитной силы. Из этого мы заключаем согласно соображениям, приведенным в параграфе 817, что в среде во время ее нахождения под действием магнитной силы происходит какое-то вращательное движение, причем ось вращения находится в направлении магнитной силы, и что поляризованный по кругу свет не распространяется с той же самой скоростью, когда его вращение одинаково по направлению с магнитным вращением или же ему противоположно.

Единственное сходство, которое мы можем обнаружить между средой, через которую распространяется поляризованный по кругу свет, и средой, через которую проходят магнитные силовые линии, состоит в том, что в обеих имеется движение вращения вокруг некоторой

оси. Но здесь сходство прекращается, так как вращение в оптическом явлении является вращением вектора, представляющего собой возмущение. Этот вектор всегда перпендикулярен к направлению луча и обращается около него известное количество раз в одну секунду.

В магнитном же явлении то, что вращается, не имеет свойств, на основании которых могли бы быть различены его стороны, так что мы не можем определить, сколько раз в секунду оно вращается.

Отсюда следует, что в магнитном явлении нет ничего, что соответствовало бы длине волны и распространению волны, наблюдаемому в оптическом явлении. Среда, в которой действует постоянная магнитная сила, вследствие этой силы не заполнена волнами, распространяющимися в одном направлении, как это бывает тогда, когда через нее распространяется свет. Единственное сходство между оптическим и магнитным явлениями заключается в том, что в каждой точке среды существует нечто, имеющее природу угловой скорости относительно некоторой оси, обладающей направлением магнитной силы.

О гипотезе молекулярных вихрей

822.] Рассмотрение действия магнетизма на поляризованный свет, как мы видели, приводит к тому заключению, что в среде, находящейся под действием магнитной силы, одну часть явления составляет нечто, относящееся к тому же самому математическому классу величин, что и угловая скорость, ось которой находится в направлении магнитной силы.

Эта угловая скорость не может быть скоростью какой-либо части среды заметных размеров, вращающейся как целое. Мы должны, следовательно, рассматривать вращение как вращение очень малых частиц среды, причем каждая вращается около своей собственной оси. Это есть гипотеза молекулярных вихрей.

Движение этих вихрей, хотя, как мы уже показали (параграф 575), не затрагивает заметным образом види-

мых движений больших тел, может быть, однако, таким, что оно влияет на то колебательное движение, от которого зависит распространение света согласно волновой теории.

Смещения в среде во время распространения света производят возмущение в вихрях, которые вследствие этого могут воздействовать на среду и влиять на характер распространения луча.

823.] Вследствие незнания природы вихрей в настоящее время нет возможности сформулировать закон, который связывал бы смещения в среде с изменениями вихрей. Поэтому мы допустим, что изменения вихрей, обусловленные смещениями в среде, подвержены тем же самым условиям, относительно которых Гельмгольц в его большой работе по вихревому движению*) показал, что они управляют изменениями вихрей в идеальной жидкости.

Закон Гельмгольца может быть высказан следующим образом. Пусть P и Q будут две соседние частицы на оси вихря; тогда, если в результате движения жидкости эти частицы попадают в точки P' , Q' , линия $P'Q'$ будет представлять новое направление оси вихря, и его сила будет изменена в отношении $P'Q'$ к PQ .

Отсюда, если α , β , γ обозначают составляющие силы вихря и если ξ , η , ζ обозначают смещения среды, тогда значения α' , β' , γ' будут:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \alpha \frac{d\xi}{dx} + \beta \frac{d\xi}{dy} + \gamma \frac{d\xi}{dz}, \\ \beta' &= \beta + \alpha \frac{d\eta}{dx} + \beta \frac{d\eta}{dy} + \gamma \frac{d\eta}{dz}, \\ \gamma' &= \gamma + \alpha \frac{d\zeta}{dx} + \beta \frac{d\zeta}{dy} + \gamma \frac{d\zeta}{dz}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Мы теперь допускаем, что то же самое условие удовлетворяется во время малых смещений среды, когда α , β , γ представляют не составляющие силы обыкно-

*) Crelle's Journal, т. IV (1858), стр. 25—55. В переводе на англ. язык Tait, Phil. Mag., июнь 1867 г., стр. 485—511.

венного вихря, но составляющие магнитной силы.

824.] Составляющие угловой скорости одного элемента среды суть:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\xi}{dy} - \frac{d\eta}{dz} \right), \\ \omega_2 &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx} \right), \\ \omega_3 &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\eta}{dx} - \frac{d\zeta}{dy} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Следующим шагом в нашей гипотезе является допущение, что кинетическая энергия среды содержит член, имеющий форму

$$2C (\alpha\omega_1 + \beta\omega_2 + \gamma\omega_3). \quad (3)$$

Это эквивалентно предположению о том, что угловая скорость, приобретенная элементом среды во время распространения света, является величиной, способной сочетаться с тем движением, которым объясняются магнитные явления.

Для того чтобы составить уравнения движения среды, мы должны выразить ее кинетическую энергию как функцию скорости ее частей, составляющими которой являются $\dot{\xi}$, $\dot{\eta}$, $\dot{\zeta}$. Далее, интегрируя по частям, находим:

$$\begin{aligned} 2C \iiint (\alpha\omega_1 + \beta\omega_2 + \gamma\omega_3) dx dy dz &= \\ &= C \iint (\gamma\dot{\eta} + \beta\dot{\zeta}) dy dz + C \iint (\alpha\dot{\zeta} - \gamma\dot{\xi}) dz dx + \\ &+ C \iint (\beta\dot{\xi} - \alpha\dot{\eta}) dx dy + C \iiint \left\{ \dot{\xi} \left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\eta} \left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \right) + \dot{\zeta} \left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right) \right\} dx dy dz. \quad (4) \end{aligned}$$

Двойные интегралы относятся к ограничивающей поверхности, которую можно предположить расположенной в бесконечности. Поэтому для изучения того, что имеет место внутри среды, достаточно обратить внимание лишь на тройной интеграл.

825.] Часть кинетической энергии единицы объема, выраженная этим тройным интегралом, может быть написана в виде

$$4\pi C (\dot{\xi}u + \dot{\eta}v + \dot{\zeta}w), \quad (5)$$

где u, v, w являются составляющими электрического тока в том виде, как они даны в уравнениях (E) параграфа 607.

Из этого вытекает, что наша гипотеза эквивалентна допущению, что скорость частицы среды, составляющие которой суть $\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$, есть величина, которую можно складывать с электрическим током, составляющими которого являются u, v, w .

826.] Возвращаясь к выражению, находящемуся под знаком тройного интеграла в (4), подставляя вместо значений α, β, γ значения α', β', γ' , как они даны уравнениями (1), и полагая

$$\frac{d}{dh} \text{ вместо } \alpha \frac{d}{dx} + \beta \frac{d}{dy} + \gamma \frac{d}{dz}, \quad (6)$$

получим для выражения под знаком интеграла:

$$C \left\{ \dot{\xi} \frac{d}{dh} \left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz} \right) + \dot{\eta} \frac{d}{dh} \left(\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx} \right) + \dot{\zeta} \frac{d}{dh} \left(\frac{d\eta}{dx} - \frac{d\xi}{dy} \right) \right\}. \quad (7)$$

В случае плоских волн, нормальных к оси z , смещения являются функциями только z и t , так что $\frac{d}{dh} = \gamma \frac{d}{dz}$,

и это выражение сводится к

$$C\gamma \left(\frac{d^2\dot{\xi}}{dz^2} \dot{\eta} - \frac{d^2\dot{\eta}}{dz^2} \dot{\xi} \right). \quad (8)$$

Кинетическая энергия на единицу объема, поскольку она зависит от скоростей смещения, может быть теперь написана в виде

$$T = \frac{1}{2} \rho (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2) + C\gamma \left(\frac{d^2\dot{\xi}}{dz^2} \dot{\eta} - \frac{d^2\dot{\eta}}{dz^2} \dot{\xi} \right), \quad (9)$$

где ρ есть плотность среды.

827.] Составляющие X и Y приложенной силы, отнесенные к единице объема, могут быть выведены отсюда при помощи уравнений Лагранжа параграфа 564.

Заметим, что двумя последовательными интегрированиями по частям по z и опусканием двойных интегралов на ограничивающей поверхности может быть показано, что

$$\iiint \frac{d^2\dot{\xi}}{dz^2} \dot{\eta} dx dy dz = \iint \int \xi \frac{d^3\dot{\eta}}{dz^2 dt} dx dy dz,$$

отсюда

$$\frac{dT}{d\xi} = C\gamma \frac{d^3\dot{\eta}}{dz^2 dt}.$$

Силы, следовательно, будут:

$$X = \rho \frac{d^2\dot{\xi}}{dt^2} - 2C\gamma \frac{d^3\dot{\eta}}{dz^2 dt}, \quad (10)$$

$$Y = \rho \frac{d^2\dot{\eta}}{dt^2} + 2C\gamma \frac{d^3\dot{\xi}}{dz^2 dt}. \quad (11)$$

Эти силы возникают от действия остальной части среды на рассматриваемый элемент и в случае изотропной среды они должны иметь форму, указанную Коши (Cauchy):

$$X = A_0 \frac{d^2\dot{\xi}}{dz^2} + A_1 \frac{d^4\dot{\xi}}{dz^4} + \dots, \quad (12)$$

$$Y = A_0 \frac{d^2\dot{\eta}}{dz^2} + A_1 \frac{d^4\dot{\eta}}{dz^4} + \dots \quad (13)$$

828.] Если мы теперь берем случай луча круговой поляризации, для которого

$$\xi = r \cos(nt - qz), \quad \eta = r \sin(nt - qz), \quad (14)$$

мы находим для кинетической энергии в единице объема

$$T = \frac{1}{2} \rho r^2 n^2 - C\gamma r^2 q^2 n \quad (15)$$

и для потенциальной энергии в единице объема

$$V = \frac{1}{2} r^2 (A_0 q^2 - A_1 q^4 + \dots) = \frac{1}{2} r^2 Q, \quad (16)$$

где Q есть функция от q^2 .

Условие свободного распространения луча (см. параграф 819, уравнение (6)), есть

$$\frac{dT}{dr} = \frac{dV}{dr}, \quad (17)$$

что дает

$$\rho n^2 - 2C\gamma q^2 n = Q, \quad (18)$$

откуда значение n может быть найдено как функция q .

Но в случае луча данной длины волны, подверженного действию магнитной силы, мы должны определить значение $\frac{dq}{d\gamma}$, где n постоянно, как функцию от $\frac{dq}{dn}$, когда γ постоянно.

Дифференцируя уравнение (18), получаем:

$$(2\rho n - 2C\gamma q^2) dn - \left(\frac{dQ}{dq} + 4C\gamma q n \right) dq - 2Cq^2 n \gamma = 0. \quad (19)$$

Мы, таким образом, находим:

$$\frac{dq}{d\gamma} = - \frac{Cq^2 n}{\rho n - C\gamma q^2} \frac{dq}{dn}. \quad (20)$$

829.] Если λ есть длина волны в воздухе, v — скорость в воздухе, а i — соответствующий показатель преломления среды,

$$q\lambda = 2\pi i, \quad n\lambda = 2\pi v \quad (21)$$

{ откуда $\frac{dq}{dn} = \frac{1}{v} \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right)$ }

Изменения в величине q благодаря магнитному действию во всяком случае являются чрезвычайно малой долей ее величины, так что мы можем написать:

$$q = q_0 + \frac{dq}{d\gamma} \gamma, \quad (22)$$

где q_0 есть величина q в том случае, когда магнитная сила равна нулю. Угол θ , на который плоскость поляризации поворачивается, проходя через толщину s среды, равняется полусумме положительного и отрицательного значений qs , причем знак результата изменяется, так как знак q отрицателен в уравнениях (14). Мы, таким образом, получаем:

$$\theta = -c\gamma \frac{dq}{dn} = \quad (23)$$

$$= \frac{4\pi C}{v\rho} c\gamma \frac{i^2}{\lambda^2} \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right) \frac{1}{1 - 2\pi C\gamma \frac{i^2}{v\rho\lambda}}. \quad (24)$$

Второй член знаменателя этой дроби приблизительно равен углу вращения плоскости поляризации во время прохождения света через толщину среды, равную {умноженной на $\frac{1}{\pi}$ } половине длины волны {в среде}. Поэтому во всех действительных случаях это — величина, которой мы можем пренебречь по сравнению с единицей.

Полагая

$$\frac{4\pi^2 C}{v\rho} = m, \quad (25)$$

можно назвать m коэффициентом магнитного вращения среды, значение которого должно быть определено наблюдением. Найдено, что оно положительно для большинства диамагнитных и отрицательно для некоторых парамагнитных сред. В качестве конечного результата нашей теории мы, следовательно, имеем:

$$\theta = mc\gamma \frac{i^2}{\lambda^2} \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right), \quad (26)$$

где θ есть угловое вращение плоскости поляризации, m — константа, определяемая экспериментально, γ — составляющая магнитной силы в направлении луча, s — длина пути луча в пределах среды, λ — длина волны света в воздухе и i — показатель преломления среды*).

830.] Единственная проверка, которой до сего времени подвергалась эта теория, является попытка сравнения значений θ для различных родов света, проходящих через ту же среду и подвергающихся воздействию одной и той же магнитной силы.

Это было сделано в отношении значительного количества сред Верде**), который пришел к следующим результатам:

*) {Роуланд (Rowland, Phil. Mag., XI, стр. 254, 1881, показал, что магнитное вращение плоскости поляризации происходило бы, если бы эффект Холла существовал в диэлектриках.)

**) Verdet, Recherches sur les propriétés optiques, développées dans les corps transparents par l'action du magnétisme, 4^{me} partie, Comptes Rendus, т. LVI, стр. 630 (6 апреля 1863 г.),

(1) Магнитное вращение плоскостей поляризации лучей различных цветов приблизительно следует закону обратных квадратов длин волн.

(2) Точный закон этих явлений всегда таков, что произведение вращений на квадрат длины волны увеличивается от наименее преломляемого до наиболее преломляемого конца спектра.

(3) Вещества, для которых это увеличение наиболее чувствительно, являются также теми, которые обладают наибольшей рассеивающей способностью.

Он также нашел, что в растворе винно-каменной кислоты, которая сама по себе производит вращение плоскости поляризации, магнитное вращение совершенно не пропорционально естественному вращению.

В дополнение к уже указанной работе Верде *) дал результаты весьма тщательных опытов с бисульфидом углерода и с креозотом, двумя веществами, в которых отклонение от закона обратной пропорциональности квадрату длины волны было весьма очевидно. Он также сравнил эти результаты с числами, даваемыми тремя различными формулами:

$$\theta = mc\gamma \frac{i^2}{\lambda^2} \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right); \quad (I)$$

$$\theta = mc\gamma \frac{1}{\lambda^3} \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right); \quad (II)$$

$$\theta = mc\gamma \left(i - \lambda \frac{di}{d\lambda} \right). \quad (III)$$

Первая из этих формул (I) — та, которую мы уже получили в параграфе 829, именно, уравнение (26).

Вторая формула (II) — та, которая получается от подстановки в уравнения движения (параграф 827,

уравнения (10) и (11)) членов, имеющих форму $\frac{d^3\eta}{dt^3}$

и $-\frac{d^3\xi}{dt^3}$ вместо $\frac{d^3\eta}{dz^2 dt}$ и $-\frac{d^3\xi}{dz^2 dt}$. Я не уверен, что эта

форма уравнения была обоснована какой-либо физиче-

ческой теорией. Третья формула (III) вытекает из физической теории Неймана *), в которой уравнения движения содержат члены формы $\frac{d\eta}{dt}$ и $-\frac{d\xi}{dt}$ **).

Очевидно, что значения θ , даваемые формулой (III), даже приблизительно не пропорциональны обратному квадрату длины волны. Значения, даваемые формулами (I) и (II), удовлетворяют этому условию и достаточно хорошо согласуются с наблюдениями для сред с умеренной рассеивающей способностью. Однако для бисульфида углерода и креозота значения, даваемые формулой (II), весьма отличаются от наблюдаемых.

Величины, даваемые формулой (I), лучше согласуются с данными наблюдений, но хотя это согласование достаточно хорошо в отношении бисульфида углерода, цифры, полученные для креозота, дают различия, которые значительно больше тех, которые можно было бы приписать ошибкам наблюдения.

Мы так мало знакомы с деталями молекулярного строения тел, что в настоящее время нельзя предполагать, что можно построить удовлетворительную теорию, касающуюся такого частного явления, как действие

*) M. C. Neumann, «Explicare tentatur quomodo fiat ut lucis planum polarizationis per vires electricas vel magneticas declinetur», Halis Saxonium, 1858.

***) Эти три формы уравнений движения были впервые предложены сэром Дж. Б. Эйри (G. B. Airy, Phil. Mag., июнь 1846 г., стр. 477) как средства для анализа явления, в то время недавно открытого Фарадеем. Мак Куллох (Mac Cullagh) до этого предлагал уравнения, содержащие члены

формы $\frac{d^3}{dz^3}$ для того, чтобы математически описать явления в кварце.

Эти уравнения были предложены Мак Куллохом и Эйри «не в качестве таких, которые дают механическое объяснение явлениям, но в качестве показывающих, что явления могут быть объяснены уравнениями такого рода, которые, возможно, могли бы быть выведены из некоторой правдоподобной механической гипотезы, хотя до сего времени такая гипотеза еще не была выдвинута».

*) Comptes Rendus, LVII, стр. 670 (19 октября 1863 г.).

Магнитное вращение плоскости поляризации (по Верде)

| Линии спектра | C | D | E | F | G |
|----------------------------------|-----|-----|------|------|------|
| Бисульфид углерода при 24,9° C | | | | | |
| Наблюдаемое вращение | 592 | 768 | 1000 | 1234 | 1704 |
| Вычисленное вращение по (I) | 589 | 760 | 1000 | 1234 | 1713 |
| Вычисленное вращение по (II) | 606 | 772 | 1000 | 1216 | 1640 |
| Вычисленное вращение по (III) | 943 | 967 | 1000 | 1034 | 1091 |
| Вращение линии $E=25^{\circ}28'$ | | | | | |
| Креозот при 24,3° C | | | | | |
| Наблюдаемое вращение | 573 | 758 | 1000 | 1241 | 1723 |
| Вычисленное вращение по (I) | 617 | 780 | 1000 | 1210 | 1603 |
| Вычисленное вращение по (II) | 623 | 789 | 1000 | 1200 | 1565 |
| Вычисленное вращение по (III) | 976 | 993 | 1000 | 1017 | 1041 |
| Вращение линии $E=21^{\circ}58'$ | | | | | |

магнетизма на свет. Необходимо индуктивно на ряде различных случаев изучить, каким образом наблюдаемые явления зависят от действий, в которых участвуют молекулы, и узнать что-либо более определенное относительно свойств, которые должны быть приписаны молекулам, чтобы удовлетворять условиям, вытекающим из наблюдаемых фактов.

Предложенная на предыдущих страницах теория, очевидно, носит предварительный характер, оставаясь на почве не подтвержденных еще гипотез, относящихся к природе молекулярных вихрей и характера того воздействия, которому они подвергаются благодаря смещениям среды. Следовательно, всякое совпадение с наблюдаемыми фактами мы должны рассматривать, как

имеющее значительно меньшее научное значение в теории магнитного вращении плоскости поляризации, чем в электромагнитной теории света, которая, хотя и включает гипотезы относительно электрических свойств среды, отнюдь не основывается на соображениях, касающихся структуры ее молекул.

831.] **Примечание.** Все содержание этой главы может рассматриваться как развитие следующего чрезвычайно существенного замечания сэра Вильяма Томсона в *Proceedings of the Royal Society*, июнь 1856 г.:

«Магнитное действие на свет, открытое Фарадеем, зависит от направления движения движущихся частиц. Так, например, в среде, обладающей этой способностью, частицы, первоначально расположенные на прямой линии, параллельно линиям магнитной силы, будучи смещены винтообразно относительно этой линии как оси, и затем отброшены тангенциально с такими скоростями, что они описывают круги, будут иметь различные скорости в зависимости от того, совершается ли их движение по одному направлению (такому, как условное направление гальванического тока в намагничивающей катушке) или в обратном направлении. Но удругая реакция среды должна быть той же самой для тех же самых смещений, каковыми бы ни были скорости и направления движения частиц, т. е. силы, уравновешенные центробежной силой круговых движений, равны, в то время как световые движения не равны. Абсолютные круговые движения вследствие этого или являются равными или такими, что они сообщают равные центробежные силы частицам, о которых речь шла в самом начале. Из этого следует, что световые движения являются только составляющими полного движения и что меньшей величины световая составляющая в каком-нибудь направлении, сложенная с движением, существующим в среде, когда в ней еще не распространяется никакой свет, дает результирующую, равную результирующей большего светового движения в обратном направлении, сложенного с тем же самым несветовым движением в среде.

Я полагаю, что не только нельзя дать какое-либо другое, чем это динамическое объяснение того факта, что поляризованный по кругу свет, проходящий через намагниченное стекло параллельно линиям магнитной силы, свет того же самого качества, всегда или правосторонний или левосторонний, распространяется с различными скоростями в зависимости от того, направлен ли он к северному магнитному полюсу или движется в обратном направлении; но я полагаю также, что может быть доказано, что никакое другое объяснение этого факта невозможно. Отсюда вытекает, что оптическое открытие Фарадея дает доказательство реальности объяснения Ампера первичной природы магнетизма; оно дает определение намагниченного состояния в динамической теории тепла. Введение принципа сохранения момента количества движения («сохранение площадей») в механическое рассмотрение гипотезы Ранкина о «молекулярных вихрях», повидимому, указывает на линию, перпендикулярную к плоскости («неизменяемая плоскость») результирующего вращательного количества движения всех тепловых движений, как на линию магнитной оси намагниченного тела. Отсюда также можно полагать, что результирующий момент этих количеств движения является, собственно говоря, мерой и определяем «магнитного момента». Объяснение всех явлений электромагнитного притяжения или отталкивания и электромагнитной индукции необходимо искать просто в инерции и давлении материи, движения которой образуют тепло. Является ли эта материя электричеством или не является; является ли она непрерывной жидкостью, заполняющей пространство между молекулярными ядрами, или она сама по себе состоит из молекул; или же всякая материя по существу непрерывна и молекулярная неоднородность заключается в ограниченных вихревых или других относительных движениях соприкасающихся частей тела, — все это пока что невозможно решить и, повидимому, напрасно ожидать решения при современном состоянии науки».

Теория молекулярных вихрей, которую я довольно долго разрабатывал, была опубликована в «Philosophical Magazine» за март, апрель и май 1861 г., январь и февраль 1862 г.

Я думаю, что мы имеем хорошее подтверждение того мнения, что некоторые явления вращения происходят в магнитном поле, что это вращение образуется большим числом весьма малых частиц материи, каждая из которых вращается вокруг своей собственной оси, причем эта ось параллельна направлению магнитной силы, и что вращения этих различных вихрей зависят одно от другого при посредстве некоторого механизма, связывающего их.

Попытка, которую я тогда сделал, чтобы представить действующую модель этого механизма, не должна приниматься за большее, чем она есть на самом деле, а именно, доказательство того, что может быть придуман механизм, способный установить связь, механически эквивалентную фактическому соединению частей электромагнитного поля. Проблема механизма, необходимого для установления данного рода связи между движениями частей системы, всегда допускает бесконечное число решений. Из этих решений некоторые могут быть более грубы или более тонки, чем другие, но все должны удовлетворять общим условиям механизма как целого.

Во всяком случае следующие результаты теории имеют большое значение:

- (1) Магнитная сила является эффектом центробежной силы вихрей.
- (2) Электромагнитная индукция токов является результатом действия сил, обусловленных изменением скоростей вихрей.
- (3) Электродвижущая сила возникает из напряжении в соединяющем механизме.
- (4) Электрическое смещение возникает из упругой деформации соединяющего механизма.

