ГЛАВА XX

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА ([22])

781.] В различных частях этого трактата делалась попытка объяснения электромагнитных явлений при помощи механического действия, передаваемого от одного тела к другому при посредстве среды, занимающей пространство между этими телами. Волновая теория света также допускает существование какой-то среды. Мы должны теперь показать, что свойства электромагнитной среды идентичны со свойствами светоносной среды.

Заполнять пространство новой средой всякий раз, когда следует объяснить какое-либо новое явление, никоим образом не является истинно философской процедурой. Однако если изучение двух различных отраслей науки независимо друг от друга выдвинуло идею среды и если свойства, которые должны быть приписаны этой среде, исходя из электромагнитных явлений, имеют тот же самый характер, как и свойства, которые мы приписываем светоносной среде для объяснения явлений света, то очевидность физического существования такой среды серьезно укрепляется.

Но свойства тел могут быть измерены количественно. Мы, таким образом, получаем численное значение некоторых свойств среды, таких, как скорость, с которой возмущение распространяется через нее, которая может быть вычислена из электромагнитных опытов, а также наблюдена непосредственно в случае света.

Если бы было найдено, что скорость распространения электромагнитных возмущений такова же, как и скорость света не только в воздухе, но и других прозрачных средах, мы получили бы серьезное основание для того, чтобы считать свет электромагнитным явлением, и тогда сочетание оптической и электрической очевидности даст такое же доказательство реальности среды, какое мы получаем в случае других форм материи на основании совокупного свидетельства наших органов чувств.

782.] При испускании света известное количество энергии затрачивается светящимся телом; если свет поглощается другим телом, это тело нагревается, а это показывает, что оно получило извне какую-то энергию. В течение промежутка времени, после того, как свет был испущен первым телом, и до того, как он достиг второго тела, энергия должна была существовать в промежуточном пространстве.

Согласно эмиссионной теории передача света от светящегося к освещаемому телу производится посредством световых частиц, которые несут с собой свою кинетическую энергию совместо с любым другим видом энергии, который может быть им присущ.

Согласно волновой теории имеется материальная среда, заполняющая пространство между двумя телами, и энергия передается путем действия прилегающих частей этой среды, так что энергия перемещается от одной части к следующей до тех пор, пока не достигает освещаемого тела.

Светоносная среда, следовательно, во время прохождения света через нее является вместилищем энергии. В волновой теории в том виде, как она разработана Гюйгенсом, Френелем, Юнгом, Грином и др., предполагается, что эта энергия частично потенциальная и частично кинетическая. Происхождение потенциальной энергии обусловлено деформацией элементарных частей среды.

Мы, следовательно, должны рассматривать среду как упругую.

Кинетическая энергия предполагается обусловленной колебательным движением частей среды. Мы, следовательно, должны рассматривать среду, как имеющую конечную плотность.

В теории электричества и магнетизма, принятой в этом трактате, рассматриваются две формы энергии: электростатическая и электрокинетическая (см. параграфы 630 и 636), и эти формы энергии предполагаются находящимися не только в наэлектризованных или намагниченных телах, но в любой части окружающего пространства, где наблюдается действие электрической или магнитной силы. Таким образом, наша теория сходится с волновой теорией в допущении существования среды, которая способна стать вместилищем двух форм энергии *).

783.] Определим теперь условия распространения электромагнитного возмущения через однородную среду, которую мы будем предполагать в состоянии покоя, т. е. не имеющей другого движения за исключением того, которое может иметь место при элекромагнитных возмущениях. Пусть C будет удельная проводимость среды, K—ее удельная емкость по отношению к электростатической индукции и μ—ее магнитная «проницаемость».

Для того чтобы получить общее уравнение электромагнитного возмущения, мы должны выразить истинный ток $\mathfrak{C}$ как функцию вектора потенциала $\mathfrak{A}$ и электрического потенциала Ψ.

Истинный ток $\mathfrak{C}$ состоит из тока проводимости $\mathfrak{K}$ и изменения электрического смещения $\mathfrak{D}$, а так как

*) «По моему мнению, рассматривая отношения вакуума к магнитной силе и общий характер магнитных явлений, внешних по отношению к магниту, я более склоняюсь к тому, что в передаче силы существует некоторое действие, внешнее по отношению к магниту и отличное от простого притяжения и отталкивания на расстоянии. Такое действие может быть функцией эфира; так как вовсе не невозможно, что в том случае, если эфир действительно существует, он может иметь и другое применение, кроме как быть только посредником для передачи излучений». Faraday, Exp. Res. (3075).

оба эти элемента зависят от электродвижущей интенсивности $\mathfrak{E}$, мы находим, как в параграфе 611,

$$\mathfrak{C} = \left(C + \frac{1}{4\pi} K \frac{d}{dt}\right) \mathfrak{E}. \tag{1}$$

При отсутствии движения среды мы можем выразить электродвижущую интенсивность, как в параграфе 599, через

$$\mathfrak{E} = -\dot{\mathfrak{A}} - \nabla\Psi, \tag{2}$$

откуда

$$\mathfrak{C} = -\left(C + \frac{1}{4\pi} K \frac{d}{dt}\right)\left(\frac{d\mathfrak{A}}{dt} + \nabla\Psi\right). \tag{3}$$

Но мы можем и другим путем определить отношение между $\mathfrak{C}$ и $\mathfrak{A}$, как это показано в параграфе 616, уравнения (4) которого могут быть написаны в форме

$$4\pi\mu\mathfrak{C} = \nabla^2\mathfrak{A} + \nabla J, \tag{4}$$

где

$$J = \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz}. \tag{5}$$

Комбинируя уравнения (3) и (4), мы получаем:

$$\mu\left(4\pi C + K \frac{d}{dt}\right)\left(\frac{d\mathfrak{A}}{dt} + \nabla\Psi\right) + \nabla^2\mathfrak{A} + \nabla J = 0, \tag{6}$$

что можно выразить в форме следующих трёх уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu\left(4\pi C + K \frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dF}{dt} + \frac{d\Psi}{dx}\right) + \nabla^2 F + \frac{dJ}{dx} = 0,\\
&\mu\left(4\pi C + K \frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dG}{dt} + \frac{d\Psi}{dy}\right) + \nabla^2 G + \frac{dJ}{dy} = 0,\\
&\mu\left(4\pi C + K \frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dH}{dt} + \frac{d\Psi}{dz}\right) + \nabla^2 H + \frac{dJ}{dz} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Это—общие уравнения электромагнитных возмущений. Если мы продифференцируем эти уравнения по

x, y и z соответственно и сложим, то получим:

$$\mu\left(4\pi C + K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dJ}{dt} - \nabla^2\Psi\right) = 0. \qquad (8)$$

Если среда не является проводником, C равняется нулю, и $\nabla^2\Psi$, которое пропорционально объемной плотности свободного электричества, не зависит от t. Отсюда J должно быть линейной функцией t, постоянной или же нулем. Поэтому при рассмотрении периодических возмущений мы можем не учитывать величин J и Ψ.

Распространение волновых движений в среде, являющейся непроводником

784.] В этом случае $C = 0$, и уравнения принимают форму:

$$\left.\begin{aligned} K\mu\frac{d^2F}{dt^2} + \nabla^2F &= 0,\\ K\mu\frac{d^2G}{dt^2} + \nabla^2G &= 0,\\ K\mu\frac{d^2H}{dt^2} + \nabla^2H &= 0.\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Уравнения в этой форме похожи на уравнения движения упругого твердого тела, и когда даны начальные условия, решение может быть выражено в форме, данной Пуассоном *) и примененной Стоксом к теории диффракции **).

Напишем:

$$V = \frac{1}{\sqrt{K\mu}}. \qquad (10)$$

Если значения F, G, H и $\frac{dF}{dt}$, $\frac{dG}{dt}$, $\frac{dH}{dt}$ даны в каждой точке пространства в момент $t = 0$, тогда мы можем определить их значения в любой последующий момент t таким образом.

*) Mem. de l'Acad., т. III, стр. 130 и след.

**) Cambridge Transactions, т. IX, стр. 1—62 (1849).

Пусть O будет точка, для которой мы хотим определить значение F во время t. Беря O в качестве центра, опишем сферу радиусом Vt. Найдем начальную величину F в каждой точке сферической поверхности и возьмем *среднее* $\overline{F}$ из всех этих значений. Найдем также начальные значения $\frac{dF}{dt}$ в каждой точке сферической поверхности, и пусть среднее всех этих значений будет $\frac{d\overline{F}}{dt}$.

Тогда значение F в точке O в момент t будет:

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{d}{dt}(\overline{F}t) + t\frac{d\overline{F}}{dt}.\\ \text{Аналогично:}\qquad G &= \frac{d}{dt}(\overline{G}t) + t\frac{d\overline{G}}{dt},\\ H &= \frac{d}{dt}(\overline{H}t) + t\frac{d\overline{H}}{dt}.\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

785.] Мы видим, таким образом, что состояние в точке O в каждый момент времени зависит от состояний, существовавших на расстоянии Vt во время, предшествовавшее моменту t, т. е. что возмущение распространяется через среду со скоростью V.

Предположим, что когда $t = 0$, количества $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{A}$ повсюду равны нулю за исключением объема некоторого пространства S. Тогда их значения в точке O в момент t будут равны нулю, если только сферическая поверхность, описанная вокруг O, как центра с радиусом Vt, не лежит целиком или частью в пределах пространства S. Если точка O находится за пределами пространства S, не будет никакого возмущения в точке O до тех пор, пока Vt не сделается равным кратчайшему расстоянию между O и пространством S. Тогда начнется возмущение в точке O, и оно будет продолжаться до тех пор, пока Vt станет равным наибольшему расстоянию от O до некоторой точки пространства S. В этот момент возмущение в точке O прекратится навсегда.

786.] Величина V, выражающая в параграфе 784 скорость распространения электромагнитных возмущений в непроводящей среде, по уравнению (10) будет равна $\frac{1}{\sqrt{K\mu}}$.

Если этой средой является воздух и если мы примем электростатическую систему измерения, в которой $K=1$ и $\mu=\frac{1}{v^2}$, тогда $V=v$, или скорость распространения численно равна количеству электростатических единиц электричества в одной электромагнитной единице. Если мы примем электромагнитную систему, тогда $K=\frac{1}{v^2}$ и $\mu=1$, следовательно, уравнение $V=v$ остается верным.

В теории, признающей, что свет есть электромагнитное возмущение, распространяющееся в той же самой среде, через которую передаются другие электромагнитные действия, V должно быть скоростью света, величиной, значение которой определялось различными методами. С другой стороны, v есть число электростатических единиц электричества в одной электромагнитной единице, и методы определения этой величины были описаны в последней главе. Они совершенно независимы от метода нахождения скорости света. Отсюда совпадение или несовпадение значений V и v является пробным камнем для электромагнитной теории света.

787.] В следующей таблице главные результаты непосредственного наблюдения скорости света при прохождении как через воздух, так и через межпланетное пространство сопоставляются с основными результатами сравнения электрических единиц:

Скорость света (в метрах в секунду)		Отношение электрических единиц (в метрах в секунду)	
Физо	314 000 000	Вебер	310 740 000
Аберрация и т. п., параллакс Солнца	308 000 000	Максвелл	288 000 000
Фуко	298 360 000	Томсон	282 000 000

Очевидно, что скорость света и отношение единиц являются величинами одного и того же порядка. Ни об одном из них нельзя сказать, что она до сих пор определена с такой степенью точности, которая позволила бы нам утверждать, что одна величина больше или меньше другой. Следует надеятся, что в результате дальнейших опытов отношение между размерами этих двух величин будет установлено более точно.

В то же время наша теория, утверждающая, что эти две величины равны, и выдвигающая физические основания этого равенства, безусловно не опровергается сравнением имеющихся результатов *).

788.] В других средах, кроме воздуха, скорость обратно пропорциональна квадратному корню из произведения диэлектрической и магнитной индуктивных емкостей. Согласно волновой теории скорость света в различных средах обратно пропорциональна их показателям преломления.

---

*) {В нижеследующей таблице, взятой из работы Роза (E. B. Rosa), Phil. Mag., 28, стр. 315, 1889, даются определения v, скорректированные на ошибку в единице сопротивления Британской ассоциации:

1856	Вебер и Кольрауш	$3{,}107 \times 10^{10}$ (*см в секунду*)
1868	Максвелл	$2{,}842 \times 10^{10}$
1869	В. Томсон и Кинг	$2{,}808 \times 10^{10}$
1872	Маккичан	$2{,}896 \times 10^{10}$
1879	Айртон и Перри	$2{,}960 \times 10^{10}$
1880	Шида	$2{,}955 \times 10^{10}$
1883	Дж. Дж. Томсон	$2{,}963 \times 10^{10}$
1884	Клеменчич	$3{,}019 \times 10^{10}$
1888	Химстедт	$3{,}009 \times 10^{10}$
1889	В. Томсон	$3{,}004 \times 10^{10}$
1889	Е. Б. Роза	$2{,}9993 \times 10^{10}$
1890	Дж. Дж. Томсон и Сирл	$2{,}9955 \times 10^{10}$

Скорость света в воздухе

Корню (1878)	$3{,}003 \times 10^{10}$
Майкельсон (1879)	$2{,}9982 \times 10^{10}$
Майкельсон (1882)	$2{,}9976 \times 10^{10}$
Ньюкомб (1885)	$\left\{\begin{matrix}2{,}99615\\2{,}99682\\2{,}99766\end{matrix}\right\} \times 10^{10}$

}

Отсутствие прозрачных тел, для которых магнитная емкость отличалась бы от магнитной емкости воздуха более чем на весьма малую величину, наводит на мысль, что основная разница между этими средами должна быть обусловлена их диэлектрической емкостью. Согласно нашей теории, следовательно, диэлектрическая емкость прозрачной среды должна быть равна квадрату показателя преломления.

Но значение показателя преломления различно для света различного рода, будучи бо́льшим для света большей частоты колебаний. Мы, следовательно, должны избрать показатель преломления, который соответствует волнам наибольших периодов, потому что они являются единственными волнами, движение которых может быть сравнено с медленными процессами, с помощью которых мы определяем емкость диэлектрика.

789.] Единственный диэлектрик, емкость которого до сих пор была определена с достаточной точностью, — это парафин, для которого в его твердой форме Гибсон и Барклай *) нашли

$$K = 1{,}975 \qquad (12)$$

Д-р Гладстон нашел следующее значение показателя преломления расплавленного парафина, удельного веса 0,779, для линий A, D и H:

Температура	A	D	H
54° C	1,4306	1,4357	1,4499
57° C	1,4294	1,4343	1,4493

из которых я вывожу, что показатель преломления для волн бесконечной длины был бы приблизительно равен 1,422. Квадратный корень из K равен 1,405.

Разница между этими числами больше, чем ее можно было бы отнести за счет ошибок наблюдения; она показывает, что наши теории структуры тел должны быть значительно улучшены, прежде чем мы сможем выводить оптические свойства тел из их электрических свойств. В то же самое время я думаю, что совпадение чисел таково, что если не будет найдено бо́льших расхождений между числами, выведенными из оптических и электрических свойств значительного количества веществ, мы могли бы обоснованно заключить, что квадратный корень из K, хотя он, может быть, и не является полным выражением показателя преломления, по меньшей мере является наиболее важным членом в нем *).

*) Phil. Trans., стр. 573, 1871.

Плоские волны

790.] Обратим теперь наше внимание на плоские волны, фронт которых мы предположим нормальным по отношению к оси z. Все физические величины, изменения которых приводят к образованию таких волн, являются функциями только z и t и не зависят от x и y. Отсюда уравнения магнитной индукции (А) параграфа 591 сводятся к

$$a = -\frac{dG}{dz}, \quad b = \frac{dF}{dz}, \quad c = 0, \qquad (13)$$

или магнитное возмущение находится в плоскости волны. Это соответствует тому, что мы знаем о возмущении, составляющем свет.

Если положить $\mu\alpha$, $\mu\beta$ и $\mu\gamma$ соответственно вместо a, b и c, то уравнения электрических токов (пара-

*) [В докладе, читанном 14 июня 1877 г. в Королевском обществе, д-р Дж. Гопкинсон дает результаты опытов, сделанных с целью определения удельной индуктивной емкости различных сортов стекла. Эти результаты не подтверждают теоретических заключений, которые приводятся в настоящей работе, так как значение K в каждом случае превышает значение квадрата показателя преломления. В последующем докладе Королевскому обществу, зачитанном 6 января 1881 г., д-р Гопкинсон находит, что если μ_∞ обозначает показатель

граф 607) становятся такими:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu u &= -\frac{db}{dz} = -\frac{d^2F}{dz^2}, \\ 4\pi\mu v &= \frac{da}{dz} = -\frac{d^2G}{dz^2}, \\ 4\pi\mu w &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Таким образом, электрическое возмущение также находится в плоскости волны, и если магнитное возмущение образуется в одном направлении, скажем в направлении x, то электрическое возмущение находится в перпендикулярном к нему направлении, или направлении y.

Но мы можем вычислить электрическое возмущение другим путем, положив, что f, g, h являются составляющими электрического смещения в непроводящей среде:

$$u = \frac{df}{dt}, \quad v = \frac{dg}{dt}, \quad w = \frac{dh}{dt}. \tag{15}$$

Если P, Q, R являются составляющими электродвижущей напряженности

$$f = \frac{K}{4\pi}P, \quad g = \frac{K}{4\pi}Q, \quad h = \frac{K}{4\pi}R \tag{16}$$

и если среда неподвижна, то уравнения (B) параграфа 598 становятся такими:

$$P = -\frac{dF}{dt}, \quad Q = -\frac{dG}{dt}, \quad R = -\frac{dH}{dt}. \tag{17}$$

преломления для волн бесконечной длины, то $K = \mu_\infty^2$ для углеводородов, но для животных и растительных жиров $K > \mu_\infty^2$.]

{При электрических колебаниях с частотой около 25 млн. в секунду K — удельная индуктивная емкость стекла — согласно опытам Дж. Дж. Томсона (J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc., 20 июня 1889 г.) и Блондло (Blondlot, Comptes Rendus, 11 мая 1891 г., стр. 1058) приближается к μ^2. Лехер (Lecher, Wied. Ann., 42, стр. 142) пришел к противоположному заключению, именно, что отклонения при таких обстоятельствах больше, чем для постоянных сил.}

Отсюда

$$u = -\frac{K}{4\pi}\frac{d^2F}{dt^2}, \quad v = -\frac{K}{4\pi}\frac{d^2G}{dt^2}, \quad w = -\frac{K}{4\pi}\frac{d^2H}{dt^2}. \tag{18}$$

Сравнивая эти значения со значениями, данными в уравнении (14), мы находим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2F}{dz^2} &= K\mu\frac{d^2F}{dt^2}, \\ \frac{d^2G}{dz^2} &= K\mu\frac{d^2G}{dt^2}, \\ 0 &= K\mu\frac{d^2H}{dt^2}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Первое и второе из этих уравнений являются уравнениями распространения плоской волны и их решение имеет хорошо известную форму:

$$\left.\begin{aligned} F &= f_1(z-Vt) + f_2(z+Vt), \\ G &= f_3(z-Vt) + f_4(z+Vt). \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Решение третьего уравнения таково:

$$H = A + Bt, \tag{21}$$

где A и B являются функциями z. Величина H, следовательно, есть или постоянная или же изменяется пропорционально времени; она не участвует в распространении волн.

791.] Из этого вытекает, что направления как магнитного, так и электрического возмущения лежат в плоскости фронта волны. Математическая форма возмущения, следовательно, совпадает с формой возмущения, составляющего собой свет, будучи поперечным к направлению распространения.

Если мы предположим, что $G = 0$, то возмущение будет соответствовать плоскополяризованному лучу света.

Магнитная сила в этом случае параллельна оси y и равна $\frac{1}{\mu}\frac{dF}{dt}$, а электродвижущая интенсивность параллельна оси x и равна $-\frac{dF}{dt}$. Магнитная сила, следовательно, находится в плоскости, перпендикулярной к той, которая содержит электрическую интенсивность.

Значения магнитной силы и электродвижущей интенсивности в некоторый момент в различных точках луча представлены на рис. 19 для случая простого гармонического возмущения в одной плоскости. Это соответствует лучу плоскополяризованного света, но соответствует ли плоскость поляризации плоскости магнитного возмущения или плоскости электрического возмущения, этот вопрос должен быть еще рассмотрен (см. параграф 797).

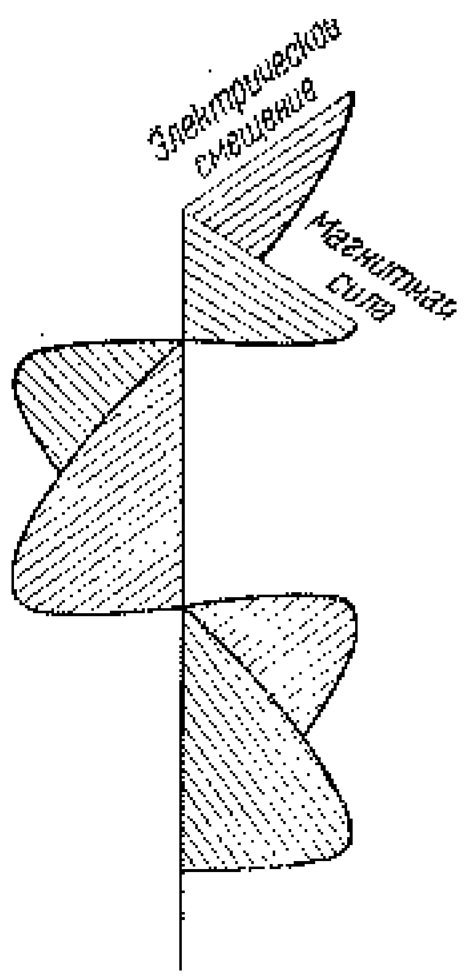

Рис. 19.

Энергия и напряжение излучения

792.] Электростатическая энергия на единицу объема в некоторой точке волны в непроводящей среде равна:

$$\frac{1}{2} fP = \frac{K}{8\pi} P^2 = \frac{K}{8\pi}\left(\frac{dF}{dt}\right)^2. \quad (22)$$

Электрокинетическая энергия в той же самой точке равна:

$$\frac{1}{8\pi} b\beta = \frac{1}{8\pi\mu} b^2 = \frac{1}{8\pi\mu}\left(\frac{dF}{dz}\right)^2. \quad (23)$$

В силу уравнения (20) эти два выражения равны для единичной волны, так что в любой точке волны внутренняя энергия среды является наполовину электростатической и наполовину электрокинетической.

Пусть p будет значение любой из этих величин, т. е. или электростатической или электрокинетической энергии, на единицу объема.

Тогда в силу электростатического состояния в среде имеется натяжение величины p в направлении, параллельном оси x, соединенное с давлением, также равным p, параллельном осям y и z (см. параграф 107).

В силу электрокинетического состояния в среде имеется натяжение, равное p, в направлении, параллельном оси y, соединенное с давлением, равным p, в направлениях, параллельных осям x и z (см. параграф 643).

Отсюда комбинированный эффект электростатических и электрокинетических напряжений есть *давление*, равное $2p$, в направлении распространения волны. С другой стороны, $2p$ также выражает полную энергию в единице объема (23).

Поэтому в среде, в которой распространяются волны, существует давление в направлении, нормальном к волнам, численно равное энергии в единице объема.

793.] Таким образом, если при ярком солнечном свете энергия света, падающего на один квадратный фут, равна 83,4 футо-фунта в секунду, то средняя энергия, заключенная в одном кубическом футе солнечного света, примерно равна 0,0000000882 футо-фунта, а среднее давление на квадратный фут равно 0,0000000882 весового фунта. Плоское тело, подвергающееся действию солнечного света, будет испытывать это давление только на своей освещенной стороне и, следовательно, будет отталкиваться от той стороны, на которую падает свет. Возможно, что значительно бо́льшая энергия излучения могла бы быть получена при помощи концентрированных лучей электрической лампы. Такие лучи, падая на тонкий металлический диск, весьма чувствительным образом подвешенный в вакууме, возможно, произвели бы могущий быть наблюдаемым механический эффект. Если возмущение любого рода состоит из членов, заключающих синусы или косинусы углов, изменяющихся во времени, то максимальная энергия вдвое больше средней энергии. Следовательно, если P есть максимальная электродвижущая напряженность, а β—максимальная магнитная сила, которая участвует в распространении света, то

$$\frac{K}{8\pi} P^2 = \frac{\mu}{8\pi} \beta^2 = \text{средней энергии в единице объема}. \quad (24)$$

Согласно данным Пуйе (Pouillet) для энергии солнечного света, приведенным Томсоном (Trans. R.S.E., 1854), это дает в электромагнитном измерении:

$P = 60\,000\,000$, или около 600 элементов Даниэля на метр *).

$\beta = 0{,}193$, или больше чем одна десятая горизонтальной слагающей магнитной силы, наблюдаемой в Англии **).

---

*) {Я не имел возможности проверить эти числа. Если мы примем $v = 3 \times 10^{10}$, среднюю энергию в одном кубическом сантиметре солнечного света, согласно данным Пуйе, приведенным Томсоном, $3{,}92 \times 10^{-5}$ эрга, то соответствующие значения P и β в том виде, как они даны в уравнении (24), будут в единицах CGS:

$P = 9{,}42 \times 10^8$, или 9,42 вольта на сантиметр,

$\beta = 0{,}0314$, или больше чем одна шестая горизонтальной слагающей магнитной силы земли.}

**) {Мы можем рассматривать силы, обусловленные светом, падающим на отражающую поверхность, и с другой точки зрения. Предположим, что отражающая поверхность металлическая. Тогда, если свет падает на поверхность, то изменение магнитной силы наводит токи в металле, и эти токи производят индуктивные действия, противоположные тем, которые вызываются падающим светом, так что индуктивная сила отражается от внутренности металлической пластинки; отсюда токи в пластинке, а следовательно, и интенсивность света быстро уменьшаются по мере удаления от поверхности пластинки. Токи в пластинке сопровождаются магнитными силами, перпендикулярными к ним, соответствующая механическая сила перпендикулярна и к току и к магнитной силе и, следовательно, параллельна направлению распространения света. Если бы свет проходил через непоглощающую среду, эта механическая сила была бы обращена после прохождения половины длины волны, и если бы она была проинтегрирована по конечному времени и расстоянию, то не дала бы никакого результирующего действия. Однако когда токи быстро уменьшаются по мере удаления от поверхности, эффекты, производимые токами, близкими к поверхности, не уравновешиваются эффектами на некотором расстоянии от нее, так что результирующий эффект не исчезает.

Величину этого эффекта мы можем вычислить следующим образом. Рассмотрим случай света, падающего нормально на ме-

Распространение плоской волны в кристаллической среде

794.] Вычисляя на основе данных, доставляемых обычными электромагнитными опытами, электрические эффекты, которые должны быть следствием периодических возмущений, миллионы миллионов которых происходят в течение одной секунды, мы уже подвергли

таллическую пластинку, которую мы будем считать плоскостью xy. Пусть σ будет удельное сопротивление материала. Пусть вектор-потенциал падающего луча будет дан уравнением

$$F = Ae^{i\,(pt - az)};$$

отраженного луча—уравнением

$$F' = A'e^{i\,(pt + az)};$$

преломленного луча—уравнением

$$F'' = A''e^{i\,(pt - a'z)};$$

тогда в воздухе

$$\frac{d^2F}{dz^2} = \frac{1}{V^2}\frac{d^2F}{dt^2},$$

где V есть скорость света в воздухе, откуда

$$a = \frac{p}{V};$$

в металле

$$\frac{d^2F}{dz^2} = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{dF}{dt}$$

и, следовательно,

$$a'^2 = -\frac{4\pi\mu i p}{\sigma} = -2in^2,$$

но так как

$$a' = n(1 - i),$$

то

$$F'' = A''e^{-nz}\,e^{i(pt - nz)}.$$

Вектор-потенциал на поверхности непрерывен, отсюда

$$A + A' = A''.$$

Магнитная сила, параллельная поверхности, также непренашу теорию очень строгому испытанию, даже при предположении, что средой является воздух или вакуум. Однако если мы попытаемся распространить нашу теорию на случай плотных сред, мы не только наталкиваемся на все обычные затруднения молекулярных

рывна и отсюда

$$a(A-A')=\frac{a'A''}{\mu},$$

или

$$A''=\frac{2A}{1+\frac{a'}{a\mu}},$$

или, так как $\frac{a'}{a}$ очень велико, мы можем написать:

$$A''=2A\frac{a\mu}{a'}=\frac{2A\mu p}{V\sqrt{2n}}e^{i\frac{\pi}{4}},$$

так что в металле действительная часть вектор-потенциала есть:

$$F''=\frac{2A\mu p}{V\sqrt{2n}}e^{-nz}\cos\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right).$$

Сила тока равна $-\frac{1}{\sigma}\frac{dF''}{dt}$, т. е.

$$\frac{2A\mu p^2}{\sigma V\sqrt{2n}}e^{-nz}\sin\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right).$$

Магнитная индукция $\frac{dF''}{dz}$ есть:

$$-\frac{2A\mu p}{V\sqrt{2}}e^{-nz}\left\{\cos\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right)\right\}.$$

Механическая сила на единицу объема, параллельная l, является произведением этих двух величин:

$$-\frac{2A^2\mu^2p^3}{\sigma V^2n}e^{-2nz}\left\{\frac{1}{2}\sin 2\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\left[1-\cos 2\left(pt-nz+\frac{\pi}{4}\right)\right]\right\}.$$

Среднее значение этого выражения дается непериодиче-

теорий, но и на еще более глубокую тайну отношений молекул к электромагнитной среде.

Для того чтобы избежать этих затруднений, мы допустим, что в некоторых средах удельная емкость электростатической индукции различна в различных направлениях, или, иными словами, что электрическое смещение, вместо того чтобы иметь то же направление, что и электродвижущая напряженность, и быть про-

---

ским членом и равно:

$$\frac{A^2\mu^2p^3}{\sigma V^2n}e^{-2nz}.$$

Интегрируя это выражение по z от $z=0$ до $z=\infty$, мы находим, что сила, действующая на единицу площади пластинки, равна:

$$\frac{1}{2}\frac{A^2\mu^2p^3}{\sigma V^2n^2}=\frac{A^2\mu p^2}{4\pi V^2}.$$

Подобное же исследование покажет, что в тех случаях, когда мы имеем поглощаемую среду, то на нее действуют силы от мест с большей интенсивностью света по направлению к местам с меньшей интенсивностью. В случае солнечного света эффект, повидимому, мал, но если поглощение было бы обусловлено очень разреженным газом, то градиент давления мог бы быть настолько большим, что производил бы весьма значительные эффекты. Было высказано предположение, что эта причина является одним из действующих факторов, обусловливающих отталкивание солнцем кометных хвостов. Когда электрические колебания подобны тем, которые имеют место в опытах Герца, магнитные силы значительно больше, чем магнитные силы в солнечном свете, и производимый ими эффект можно было бы обнаружить, если каким-либо способом поддерживать действие вибраторов непрерывным.

Мы также получаем механические силы, среднее значение которых в точке не является равным нулю, когда имеем стационарные колебания. В качестве примера стационарных колебаний мы можем взять отраженные и падающие волны в вышеприведенном примере.

В воздухе вектор-потенциал, помня, что $\frac{a}{a'}$ мало, есть:

$$Ae^{i(pt-az)}+A'e^{i(pt+az)},$$

или взяв действительную часть, так как $A+A'=0$ приблипорциональным ей, связано с ней системой линейных уравнений, подобных тем, которые приведены в параграфе 297*). Может быть показано, как в параграфе 436*), что система коэффициентов должна быть симметричной, так что при надлежащем выборе осей уравнения становятся такими:

$$f=\frac{1}{4\pi}K_1P,\quad g=\frac{1}{4\pi}K_2Q,\quad h=\frac{1}{4\pi}K_3R, \tag{1}$$

где K_1, K_2, K_3 являются главными индуктивными емкостями среды. Уравнения распространения возмущений, следовательно, будут:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2F}{dy^2}+\frac{d^2F}{dz^2}-\frac{d^2G}{dx\,dy}-\frac{d^2H}{dz\,dx}=K_1\mu\left(\frac{d^2F}{dt^2}+\frac{d^2\Psi}{dx\,dt}\right),\\
&\frac{d^2G}{dz^2}+\frac{d^2G}{dx^2}-\frac{d^2H}{dy\,dz}-\frac{d^2F}{dx\,dy}=K_2\mu\left(\frac{d^2G}{dt^2}+\frac{d^2\Psi}{dy\,dt}\right),\\
&\frac{d^2H}{dx^2}+\frac{d^2H}{dy^2}-\frac{d^2F}{dz\,dx}-\frac{d^2G}{dy\,dz}=K_3\mu\left(\frac{d^2H}{dt^2}+\frac{d^2\Psi}{dz\,dt}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

795.] Если l, m, n являются направляющими косинусами нормали к фронту волны, а V—скорость волны, то

$$lx+my+nz-Vt=w. \tag{3}$$

вительно

$$2A\sin pt\sin az.$$

Ток есть:

$$\frac{1}{4\pi\mu}\frac{d^2F}{dz^2}=\frac{a^2A}{2\pi\mu}\sin pt\cos az;$$

магнитная индукция есть:

$$2Aa\sin pt\cos az;$$

механическая сила, следовательно, равна:

$$\frac{A^2a^3}{2\pi\mu}(1-\cos 2pt)\sin az\cos az,$$

а средняя величина ее есть:

$$\frac{A^2a^3}{2\pi\mu}\sin az\cos az.\}$$

*) Этот параграф в настоящее издание не вошел. (Ред.)

Если мы обозначим через F'', G'', H'', Ψ'' вторые производные от коэффициентов F, G, H, Ψ соответственно по w и положим:

$$K_1\mu=\frac{1}{a^2},\qquad K_2\mu=\frac{1}{b^2},\qquad K_3\mu=\frac{1}{c^2}, \tag{4}$$

где a, b, c являются тремя главными скоростями распространения, уравнения становятся следующими:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(m^2+n^2-\frac{V^2}{a^2}\right)F''-lmG''-nlH''+V\Psi''\frac{l}{a^2}=0,\\
&-lmF''+\left(n^2+l^2-\frac{V^2}{b^2}\right)G''-mnH''+V\Psi''\frac{m}{b^2}=0,\\
&-nlF''-mnG''+\left(l^2+m^2-\frac{V^2}{c^2}\right)H^2+V\Psi''\frac{n}{c^2}=0.
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

796.] Если мы положим:

$$\frac{l^2}{V^2-a^2}+\frac{m^2}{V^2-b^2}+\frac{n^2}{V^2-c^2}=U, \tag{6}$$

то из этих уравнений получим:

$$\left.\begin{aligned}
&VU(VF''-l\Psi'')=0,\\
&VU(VG''-m\Psi'')=0,\\
&VU(VH''-n\Psi'')=0.
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Отсюда или $V=0$, в таком случае волна вообще не распространяется, или $U=0$, что приводит к уравнению для V, данному Френелем, или величины, находящиеся внутри скобок, исчезают, в таком случае вектор, составляющими которого являются F'', G'', H'', нормален к фронту волны и пропорционален объемной плотности электричества.

Поскольку среда является непроводником, электрическая плотность в любой данной точке постоянна, и поэтому возмущение, выражаемое этими уравнениями, не периодическое и не может образовать волну. Поэтому мы должны при исследовании волны считать $\Psi''=0$

797.] Скорость распространения волны, следовательно, полностью определяется уравнением $U=0$, или

$$\frac{l^2}{V^2-a^2}+\frac{m^2}{V^2-b^2}+\frac{n^2}{V^2-c^2}=0. \tag{8}$$

Таким образом, имеются два и только два значения V^2 для данного направления фронта волны.

Если λ, μ, ν являются направляющими косинусами электрического тока, составляющие которого суть u, v, w, то

$$\lambda : \mu : \nu = \frac{1}{a^2}F'' : \frac{1}{b^2}G'' : \frac{1}{c^2}H'', \tag{9}$$

откуда

$$l\lambda + m\mu + n\nu = 0, \tag{10}$$

т. е. ток находится в плоскости фронта волны и направление этой плоскости определяется уравнением

$$\frac{l}{\lambda}(b^2-c^2)+\frac{m}{\mu}(c^2-a^2)+\frac{n}{\nu}(a^2-b^2)=0. \tag{11}$$

Эти уравнения идентичны уравнениям Френеля, если определить плоскость поляризации как плоскость, проходящую через луч и перпендикулярную к плоскости электрического возмущения.

Согласно этой электромагнитной теории двойного преломления волн продольного возмущения, которое представляет собой одно из главных затруднений для обычной теории, вообще не существует, и не требуется никакого нового допущения для того, чтобы согласовать теорию с тем фактом, что луч, поляризованный в главной плоскости кристалла, отражается обычным образом *).

*) Stokes, «Report on double refraction», Brit. Ass. Report, 1862, стр. 253.

Связь между электрической проводимостью и непрозрачностью

798.] Если среда, вместо того чтобы быть идеальным изолятором, является проводником, проводимость которого на единицу объема равна C, возмущение будет состоять не только из электрических смещений, но и из токов проводимости, в результате которых электрическая энергия преобразуется в тепло, так что волновое движение поглощается средой.

Если возмущение выражается периодической функцией, мы можем написать:

$$F = e^{-pz}\cos(nt-qz), \tag{1}$$

так как это будет удовлетворять уравнению

$$\frac{d^2F}{dz^2}=\mu K\frac{d^2F}{dt^2}+4\pi\mu C\frac{dF}{dt} \tag{2}$$

при условии, что

$$q^2-p^2=\mu K n^2 \tag{3}$$

и

$$2pq=4\pi\mu C n. \tag{4}$$

Скорость распространения будет:

$$V=\frac{n}{q} \tag{5}$$

и коэффициент поглощения

$$p=2\pi\mu CV. \tag{6}$$

Пусть R будет в электромагнитном измерении сопротивлением току вдоль длины l пластинки, ширина которой равняется b и толщина z:

$$R=\frac{l}{bzC}. \tag{7}$$

Часть падающего света, переданная этой пластинкой, будет:

$$e^{-2pz}=e^{-4\pi\mu\frac{l}{b}\frac{V}{R}}. \tag{8}$$

799.] Большинство прозрачных твердых тел является хорошими изоляторами, а все хорошие проводники весьма непрозрачны. Однако имеется много исключений из закона, согласно которому чем больше непрозрачность тела, тем больше его проводимость.

Электролиты пропускают электрический ток, а все же многие из них прозрачны. Однако мы можем предположить, что в случае быстро изменяющихся сил, которые имеют место при распространении света, электродвижущая интенсивность действует в одном направлении в течение столь короткого времени, что она не способна вызвать полного разделения соединенных молекул. Когда в течение другой половины колебания электродвижущая интенсивность действует в противоположном направлении, она просто обращает то, что она сделала в течение первой половины. Таким образом, в электролите нет истинной проводимости, нет потери электрической энергии и, следовательно, нет поглощения света.

800.] Золото, серебро и платина являются хорошими проводниками и все же, будучи прокатаны в очень тонкие пластинки, они пропускают через себя свет *). Из опытов, произведенных мною с куском золотого листа, сопротивление которого определил Хоккин (Hockin) вытекает, что его прозрачность значительно больше, чем это согласуется с нашей теорией, если только мы не предположим, что имеется меньше потери энергии, когда электродвижущие силы действуют в обратном направлении в течение каждого полуколебания света, чем когда они действуют в течение больших промежутков времени, как в наших обычных опытах.

*) {Вин (Wien, Wied. Ann., 35, стр. 48) проверил заключение о том, что прозрачность тонких металлических пленок значительно больше той, которая указана в предыдущих теоретических рассуждениях.}

801.] Рассмотрим теперь случай среды, проводимость которой велика сравнительно с индуктивной емкостью. В этом случае мы можем опустить члены, заключающие K, в уравнениях параграфа 783, и тогда они примут вид

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2F+4\pi\mu C\frac{dF}{dt}=0,\\ \nabla^2G+4\pi\mu C\frac{dG}{dt}=0,\\ \nabla^2H+4\pi\mu C\frac{dH}{dt}=0.\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Каждое из этих уравнений имеет ту же самую форму, что и уравнение теплопроводности, данное в «Traité de la Chaleur» Фурье.

802.] Если взять в качестве примера первое уравнение, составляющая F вектора-потенциала будет изменяться во времени и по положению совершенно так же, как температура однородного твердого тела изменяется в зависимости от времени и положения, причем начальные и граничные условия таковы, что они соответствуют друг другу в обоих случаях, и количество $4\pi\mu C$ численно равно обратной величине термической проводимости вещества, т. е. *количеству единиц объема вещества, которые были бы нагреты на один градус теплом, проходящим через единицу объема вещества, температуры двух противоположных сторон которого разнятся на один градус, в то время как другие стороны непроницаемы для тепла* *).

Различные задачи термической проводимости, решения которых даны Фурье, могут быть превращены в задачи проводимости электромагнитных величин, учитывая, однако, что F, G, H являются составляющими вектора, в то время как температура в задачах Фурье является скалярной величиной.

*) См. Maxwell, «Theory of Heat», стр. 235 первого издания; стр. 255 четвертого издания.

Возьмем один из случаев, которому Фурье дал полное решение *), случай бесконечной среды, начальное состояние которой известно.

Состояние некоторой точки среды в момент времени t получается путем определения среднего значения состояний в каждой части среды, причем значение каждой части при определении средней величины равно $e^{-\frac{\pi\mu C r^2}{t}}$, где r есть расстояние от этой части до рассматриваемой точки. Это среднее в случае векторных величин наиболее удобно вычисляется путем учета каждой составляющей вектора в отдельности.

803.] Мы в первую очередь должны заметить, что в этой проблеме термическая проводимость среды Фурье должна быть взята обратно пропорциональной электрической проводимости нашей среды, так что время, потребное для того, чтобы достигнуть намеченной стадии в процессе диффузии, тем больше, чем выше электрическая проводимость. Это утверждение не покажется парадоксальным, если мы вспомним результаты параграфа 655, согласно которым среда с бесконечной проводимостью образует непреодолимый барьер для процесса распространения магнитной силы.

Далее, промежуток времени для достижения намеченной стадии в процессе диффузии пропорционален квадрату линейных размеров системы.

Нет определенной скорости, которая могла бы быть указана как скорость диффузии. Если мы попытаемся измерить эту скорость путем определения времени, потребного для производства возмущения данной вели-

---

*) Traité de la Chaleur, параграф 384. Уравнение, которое определяет температуру v в точке (x, y, z) по истечении времени t как функцию от $f(\alpha, \beta, \gamma)$ — начальной температуры в точке (α, β, γ), есть:

$$v = \iiint \frac{d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{2^3\sqrt{k^3\pi^3 t^3}}\, e^{-\left(\frac{(\alpha-x)^2+(\beta-y)^2+(\gamma-z)^2}{4kt}\right)} f(\alpha, \beta, \gamma),$$

где k есть термическая проводимость.

чины на данном расстоянии от начала возмущения, мы найдем, что чем меньше выбранное значение возмущения, тем большей представляется скорость; таким образом, как бы ни было велико расстояние и как бы ни было мало время, величина возмущения будет математически отличаться от нуля.

Эта особенность диффузии отличает ее от распространения при помощи волн, которое происходит с определенной скоростью. Никакое нарушение равновесия не имеет места в данной точке до тех пор, пока волна не достигнет этой точки, но когда волна прошла, тогда возмущение прекращается навсегда.

804.] Исследуем теперь процесс, который имеет место в том случае, когда электрический ток начинается и продолжает течь через линейную цепь, причем среда, окружающая цепь, имеет конечную электрическую проводимость (ср. с параграфом 660).

Когда начинается ток, то первым эффектом является образование тока индукции в частях среды, прилегающих к проводнику. Направление этого тока противоположно направлению первоначального тока, и в первый момент его полная величина равна полной величине первоначального тока, так что электромагнитный эффект в более удаленных частях среды сначала равен нулю; он увеличивается до конечной величины по мере затухания наведенного тока из-за электрического сопротивления среды. Но по мере того как индуктированный ток, близко расположенный к проволоке, затухает, в более удаленных частях среды возникает новый индуктированный ток, так что пространство, занимаемое индуктированным током, все время расширяется, в то время как его сила все время уменьшается.

Эта диффузия и затухание индуктированного тока — явление, в точности аналогичное диффузии тепла от части среды, более горячей или более холодной, чем остальные части среды. Мы, однако, должны помнить, что ток есть векторная величина; он направлен в противоположные стороны в противоположных точках цепи. Поэтому, вычисляя данную составляющую индуктированного тока, мы должны проводить сравнение с задачей, в которой равные количества тепла и холода распространяются из соседних мест, а в этом случае действие на отдаленные точки будет иметь меньший порядок величины.

805.] Если ток в линейной цепи поддерживается постоянным, наведенные токи, зависящие от начального изменения состояния, будут постепенно распространяться и затухать, оставляя среду в ее перманентном состоянии, которое аналогично перманентному состоянию потока тепла. В этом состоянии мы имеем:

$$\nabla^2 F = \nabla^2 G = \nabla^2 H = 0 \tag{2}$$

во всех точках среды, за исключением тех, которые заняты цепью, для которой {при $\mu = 1$} будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 F &= 4\pi u, \\ \nabla^2 G &= 4\pi v, \\ \nabla^2 H &= 4\pi w. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Эти уравнения достаточны для определения величин F, G, H во всех точках среды. Они указывают, что нет никаких токов, за исключением токов в цепи, и что магнитные силы—просто те силы, которые обусловлены наличием тока в цепи согласно обычной теории. Скорость, с которой это перманентное состояние устанавливается, столь велика, что она не могла бы быть измеренной нашими экспериментальными методами, за исключением, пожалуй, случаев очень большой массы высокопроводящей среды, такой, как, например, медь.

Примечание. В докладе, опубликованном в «Анналах» Поггендорффа (Poggendorff's «Annalen») за июль 1867 г., стр. 243—263, М. Лоренц вывел из уравнений электрических токов Кирхгофа (Pogg. Annal. CII, 1857) путем добавления некоторых членов, которые не влияют на какой-либо экспериментальный результат, новый ряд уравнений, указывающих, что распределение силы в электромагнитном поле может рассматриваться как возникающее от взаимодействия соприкасающихся элементов и что

волны, состоящие из поперечных электрических токов, могут распространяться в непроводящих средах со скоростью, сравнимой со скоростью света. Отсюда он рассматривает возмущение, которое представляет собой свет, как идентичное этим электрическим токам и показывает, что проводящие среды должны быть непрозрачны для подобных излучений.

Эти выводы аналогичны выводам этой главы, хотя они получены совершенно отличным методом. Теория, излагаемая в этой главе, была впервые опубликована в Phil. Trans. за 1865 г., стр. 459—512.