ЧАСТЬ IV

МЕХАНИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ В ПОЛЕ

Механическая сила, действующая на подвижной проводник

(76) Мы уже показали (параграфы 34 и 35), что работа электромагнитных сил при движении проводника равна произведению силы тока в проводнике на приращение электромагнитного количества движения, обусловленного движением.

Пусть короткий прямой проводник длины a движется параллельно самому себе в направлении x, а его концы—по двум параллельным проводникам. Тогда приращение электромагнитного количества движения, обусловленное перемещением проводника a, будет (37):

$$a\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{ds}+\frac{dG}{dx}\frac{dy}{ds}+\frac{dH}{dx}\frac{dz}{ds}\right)\delta x.$$

Его же приращение, обусловленное удлинением цепи вследствие увеличения длины параллельных проводников, будет:

$$-a\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{ds}+\frac{dF}{dy}\frac{dy}{ds}+\frac{dF}{dz}\frac{dz}{ds}\right)\delta x.$$

Полное приращение будет:

$$a\,\delta x\left\{\frac{dy}{ds}\left(\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}\right)-\frac{dz}{ds}\left(\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}\right)\right\},$$

что, принимая во внимание уравнения магнитной силы (B), равно:

$$a\,\delta x\left(\frac{dy}{ds}\mu\gamma-\frac{dz}{ds}\mu\beta\right).$$

Пусть X — сила, действующая по направлению x на единицу длины проводника. Тогда совершенная работа будет равна $Xa\,\delta x$. Пусть C — сила тока в проводнике и пусть p', q', r' — его составляющие, тогда

$$Xa\,\delta x=Ca\,\delta x\left(\frac{dy}{ds}\mu\gamma-\frac{dz}{ds}\mu\beta\right),$$

или

аналогично:

$$\left.\begin{aligned}X&=\mu\gamma q'-\mu\beta r';\\Y&=\mu\alpha r'-\mu\gamma p',\\Z&=\mu\beta p'-\mu\alpha q'.\end{aligned}\right\}\qquad(J)$$

Это суть уравнения, определяющие механическую силу, действующую на проводник, несущий ток. Эта сила перпендикулярна к току и к силовым линиям, измеряется площадью параллелограмма, образованного линиями, параллельными току и силовым линиям, и пропорциональна их интенсивностям.

Механическая сила, действующая на магнит

(77) В любой части поля, не пересекаемой электрическими токами, распределение магнитной напряженности может быть представлено производными функции, которую можно назвать магнитным потенциалом. Если в поле нет токов, эта функция однозначна в каждой точке. Если же в поле есть токи, то потенциал имеет ряд значений в каждой точке, но его производные имеют только одно значение, а именно:

$$\frac{d\varphi}{dx}=\alpha,\quad\frac{d\varphi}{dy}=\beta,\quad\frac{d\varphi}{dz}=\gamma.$$

Подставляя эти значения α, β, γ в выражение для внутренней энергии поля (уравнение (38)) и интегрируя по частям, получаем:

$$-\sum \left\{ \varphi \frac{1}{8\pi} \left(\frac{d\mu\alpha}{dx} + \frac{d\mu\beta}{dy} + \frac{d\mu\gamma}{dz} \right) \right\} dV.$$

Выражение

$$\sum \left(\frac{d\mu\alpha}{dx} + \frac{d\mu\beta}{dy} + \frac{d\mu\gamma}{dz} \right) dV = \Sigma m\, dV \tag{39}$$

указывает число магнитных силовых линий, имеющих свое начало внутри пространства V. Теперь магнитный полюс определяется как место начала или окончания магнитных силовых линий и единичным полюсом является тот, к которому относится 4π силовых линий, так как он обусловливает единицу магнитной напряженности на единице расстояния на сфере, поверхность которой равна 4π.

Отсюда если m является количеством свободного положительного магнетизма в единице объема, вышеуказанное выражение может быть написано как $4\pi m$, а выражение для энергии поля приобретает вид

$$E = -\sum \left(\frac{1}{2} \varphi m \right) dV. \tag{40}$$

Если имеются два магнитных полюса m_1 и m_2, создающих в поле потенциалы φ_1 и φ_2, то, если m_2 перемещается на расстояние dx под действием силы X, двигающей его в этом направлении, совершенная работа будет $X\,dx$, а уменьшение энергии в поле равно:

$$d \left\{ \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2)(m_1 + m_2) \right\}.$$

Эти выражения должны быть равны друг другу согласно принципу сохранения энергии.

Так как распределение φ_1 определяется m_1, а распределение φ_2 определяется m_2, то сумма $\varphi_1 m_1 + \varphi_2 m_2$ должна оставаться постоянной [38].

Кроме того, как это доказал Грин (Essay, стр. 10),

$$m_1 \varphi_2 = m_2 \varphi_1.$$

Следовательно:

$$X\,dx = d(m_2 \varphi_1),$$

или

$$\left. \begin{aligned} & X = m_2 \frac{d\varphi_1}{dx} = m_2 \alpha_1, \\ & \text{где } \alpha_1 \text{ представляет магнитную напряженность, обусловленную } m_1. \\ & \text{Точно так же:} \\ & Y = m_2 \beta_1, \\ & Z = m_2 \gamma_1. \end{aligned} \right\} \tag{K}$$

Таким образом, магнитный полюс перемещается в направлении магнитной силовой линии под действием силы, равной произведению силы полюса и магнитной напряженности.

(78) Если имеется один единственный магнитный полюс, т. е. полюс очень длинного магнита, помещенного в поле, то единственное решение есть:

$$\varphi_1 = -\frac{m_1}{\mu} \frac{1}{r}, \tag{41}$$

где m_1 является силой полюса и r — расстояние от него. Отталкивание между двумя полюсами, обладающими силами m_1 и m_2:

$$m_2 \frac{d\varphi_1}{dr} = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2}. \tag{42}$$

В воздухе или любой среде, в которой $\mu = 1$, мы имеем просто $\frac{m_1 m_2}{r^2}$, но в других средах сила, действующая между двумя данными магнитными полюсами, обратно пропорциональна коэффициенту магнитной индукции среды. Это может быть объяснено намагничиванием среды индуктирующим действием полюсов.

Механическая сила, действующая на наэлектризованное тело

(79) Если в поле нет движения или изменения силы токов или магнитов, электродвижущая сила полностью обусловлена изменением электрического потенциала,

и мы должны иметь (параграф 65)

$$P = -\frac{d\psi}{dx}, \quad Q = -\frac{d\psi}{dy}, \quad R = -\frac{d\psi}{dz}.$$

Интегрируя по частям выражение (I) для энергии, обусловленной электрическим смещением, и вспоминая, что P, Q, R исчезают в бесконечности, получаем следующее значение:

$$\frac{1}{2}\sum\left\{\psi\left(\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}\right)\right\}dV,$$

или согласно уравнению свободного электричества (G)

$$-\frac{1}{2}\sum(\psi e)\,dV.$$

Тем же способом доказательства, которое было применено в случае механического действия на магнит, может быть показано, что механическая сила, действующая на небольшое тело, содержащее количество свободного электричества e_2 и помещенное в поле, потенциал которого, возникший от других наэлектризованных тел, равен ψ_1, имеет компоненты:

$$\left.\begin{aligned} X &= e_2\frac{d\psi_1}{dx} = -P_1e_2, \\ Y &= e_2\frac{d\psi_1}{dy} = -Q_1e_2, \\ Z &= e_2\frac{d\psi_1}{dz} = -R_1e_2. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(D)}$$

Таким образом, наэлектризованное тело перемещается в направлении электродвижущей силы под действием силы, равной произведению количества свободного электричества на величину электродвижущей силы. Если электризация поля обусловлена наличием малого наэлектризованного тела, содержащего e_1 единиц свободного электричества, то единственным решением для ψ_1 является

$$\psi_1 = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1}{r}, \qquad (43)$$

где r — расстояние от наэлектризованного тела. Следовательно, взаимное отталкивание двух наэлектризованных тел e_1 и e_2 будет:

$$e_2\frac{d\psi_1}{dr} = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1e_2}{r^2}. \qquad (44)$$

Измерение электростатических эффектов

(80) Величины, с которыми мы до сих пор имели дело, были выражены в терминах электромагнитной системы мер, основанной на механическом взаимодействии токов. Электростатическая система мер, основанная на механическом взаимодействии наэлектризованных тел, является независимой системой, не совпадающей с электромагнитной. Таким образом, единицы различных величин имеют различное значение в зависимости от той системы, которую мы принимаем, и для того чтобы перейти от одной системы к другой, необходимо произвести соответствующий перевод всех величин.

Согласно электростатической системе отталкивание между двумя небольшими телами, заряженными количествами электричества η_1 и η_2, будет $\frac{\eta_1\eta_2}{r^2}$, где r — расстояние между телами.

Пусть отношение двух систем будет таково, что одна электромагнитная единица электричества содержит v электростатических единиц; тогда $\eta_1 = ve_1$ и $\eta_2 = ve_2$, и величина отталкивания приобретает вид

$$v^2\frac{e_1e_2}{r^2} = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1e_2}{r^2} \qquad (45)$$

согласно уравнению (44). Отсюда k — коэффициент «электрической упругости» среды, в которой производятся опыты (т. е. в обычном воздухе), — связан с v — числом электростатических единиц в одной электромагнитной единице согласно уравнению

$$k = 4\pi v^2. \qquad (46)$$

Величина v может быть определена экспериментально несколькими способами. Согласно опытам Вебера и Кольрауша [39])

$$v = 310\,740\,000 \text{ метров в секунду}.$$

(81) Из нашего исследования видно, что если мы допустим, что среда, образующая электромагнитное поле, способна в качестве диэлектрика приобретать в любой своей части электрическую поляризацию—состояние, при котором противоположные стороны любого элемента, на которые мы можем представить себе разделенной среду, электризуются противоположным образом, и если мы также допустим, что эта поляризация или электрическое смещение пропорционально электродвижущей силе, производящей или сохраняющей ее, то мы можем показать, что наэлектризованные тела в диэлектрической среде будут действовать друг на друга с силами, подчиняющимися тем же законам, как и те, которые установлены опытным путем.

Энергию, путем затраты которой производятся электрические притяжения и отталкивания, мы полагаем находящейся в диэлектрической среде, окружающей наэлектризованные тела, а не на поверхностях самих этих тел, которые согласно нашей теории являются лишь пограничными поверхностями воздуха или других диэлектриков, в которых и усматриваются истинные источники действия.

Замечание о действии силы тяготения

(82) После того как мы проследили действие окружающей среды как на магнитные, так и на электрические притяжения и отталкивания и нашли, что они обратно пропорциональны квадрату расстояний, мы, естественно, приходим к вопросу, нельзя ли свести притяжение гравитации, следующее такому же закону, к действию окружающей среды.

Тяготение отличается от магнетизма и электричества тем, что относящиеся к нему тела все одного и того же рода, вместо того чтобы обладать противоположными знаками подобно магнитным полюсам и наэлектризованным телам, и что действующая между этими телами сила является притяжением, а не отталкиванием, как это имеет место в случае одинаковых электрических и магнитных тел.

Линии силы тяготения вблизи двух плотных тел имеют в точности ту же самую форму, что и линии магнитной силы около двух одноименных полюсов; но в то время как полюсы отталкиваются, тела притягиваются. Пусть E будет внутренней энергией поля, окружающего два тяготеющих тела M_1 и M_2, пусть E' будет внутренней энергией поля, окружающего два магнитных полюса m_1 и m_2, равных по численному значению M_1 и M_2, и пусть X будет сила тяготения, действующая во время перемещения δx, а X'—магнитная сила. Имеем:

$$X\,\delta x = \delta E, \quad X'\,\delta x = \delta E'.$$

Так как X и X' равны по численному значению, но противоположны по знаку, то

$$\delta E = -\delta E',$$

или

$$E = C - E' = C - \sum \frac{1}{8\pi}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\,dV,$$

где α, β, γ—составляющие магнитной напряженности.

Если R представляет собой результирующую силу тяготения и R'—результирующую магнитную силу в соответствующей части поля, то

$$R = -R' \quad \text{и} \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = R^2 = R'^2;$$

отсюда

$$E = C - \sum \frac{1}{8\pi} R^2\,dV. \tag{47}$$

Следовательно, внутренняя энергия поля тяготения должна быть меньше там, где существует результирующая сила тяготения.

Так как всякая энергия по своему существу положительна, то невозможно, чтобы какая-либо часть пространства обладала отрицательной внутренней энергией.

Поэтому те части пространства, в которых нет результирующей силы, как, например, точки равновесия в пространстве между различными телами системы и внутри вещества каждого тела, должны обладать внутренней энергией на единицу объема, большей на

$$\frac{1}{8\pi}R^2,$$

где R—наибольшее возможное значение силы тяготения в любой части вселенной.

Следовательно, предположение, что тяготение возникает от действия окружающей среды указанным выше путем, приводит к заключению, что каждая часть этой среды обладает, будучи невозмущенной, громадной внутренней энергией и что присутствие плотных тел влияет на среду в сторону уменьшения этой энергии, где только имеется результирующее притяжение.

Поскольку я не могу понять, каким образом среда может обладать такими свойствами, я не могу идти дальше в этом направлении в поисках причины тяготения.

ЧАСТЬ V

ТЕОРИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

Емкость конденсатора

(83) Простейшей формы конденсатор состоит из равномерного слоя изолирующей материи, ограниченного двумя проводящими поверхностями, и его емкость измеряется количеством электричества на каждой из поверхностей, когда разность потенциалов равна единице.

Пусть S — площадь каждой из обкладок, a — толщина диэлектрика и k — его коэффициент электрической упругости; тогда на одной обкладке конденсатора потенциал будет равен ψ_1, на другой обкладке ψ_1+1, а внутри вещества конденсатора:

$$\frac{d\psi}{dx}=\frac{1}{a}=kf. \tag{48}$$

Поскольку $\frac{d\psi}{dx}$ и, следовательно, f равны нулю за пределами конденсатора, количество электричества на его первой поверхности будет равно $-Sf$, а на второй поверхности $+Sf$. Емкость конденсатора равна поэтому $Sf=\frac{S}{ak}$ в электромагнитных единицах.

Удельная емкость электрической индукции (D)

(84) Если диэлектриком конденсатора является воздух, то его емкость в электростатических единицах будет $\frac{S}{4\pi a}$ (пренебрегая поправкой, учитывающей усло-