не имелось данных для расчета скорости распространения [13].

(21) Общие уравнения затем применяются к расчету коэффициентов взаимной индукции двух круговых токов и коэффициента самоиндукции катушки.

Отсутствие равномерного распределения тока в различных частях сечения провода в момент начала течения тока, как я полагаю, исследуется впервые, и найдена соответствующая поправка для коэффициента самоиндукции.

Эти результаты применяются к расчету самоиндукции катушки, применяемой в опытах Комитета Британской ассоциации по стандартам электрического сопротивления, и полученные величины сравниваются с величинами, определенными опытным путем.

ЧАСТЬ II

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Электромагнитное количество движения тока

(22) Мы можем начать с рассмотрения состояния поля вблизи электрического тока. Мы знаем, что в поле возбуждаются магнитные силы, направление и величина которых зависят согласно известным законам от формы проводника, несущего ток. Когда сила тока увеличивается, магнитные действия также увеличиваются в том же самом отношении. Если магнитное состояние поля зависит от движения среды, определенная сила должна быть приложена для того, чтобы увеличить или уменьшить эти движения, и если эти движения, будучи возбуждены, продолжаются, то связь между током и окружающим его электромагнитным полем заключается в том, что ток наделен известным количеством движения совершенно таким же образом, как связь между точкой передачи машины и маховиком наделяет точку передачи добавочным количеством движения, которое может быть названо количеством движения маховика, приведенным к точке передачи [14]. Неуравновешенная в машине сила, действующая на точку передачи, увеличивает это количество движения и может быть измерена степенью увеличения.

В случае электрических токов сопротивление внезапному возрастанию или уменьшению напряжения производит эффекты, совершенно подобные механическим, но величина этого количества движения зависит от формы проводника и от относительного положения его различных частей.

Взаимное действие двух токов

(23) Если в поле имеется два электрических тока, то магнитная сила ([15]) в любой точке складывается из сил, производимых каждым током в отдельности, а так как эти два тока находятся в связи с любой точкой поля, то они будут в связи друг с другом, так что любое увеличение или уменьшение одного тока произведет силу, действующую совместно или противоположно силе, обусловленной другим током.

Динамическая иллюстрация приведенного количества движения

(24) В качестве динамической иллюстрации предположим, что тело C так связано с двумя независимыми точками передачи A и B, что его скорость складывается из скорости, в p раз большей скорости A и в q раз большей скорости B. Пусть u будет скорость A, v — скорость B и w — скорость C и пусть δx, δy, δz обозначают их одновременные смещения. Тогда согласно общему уравнению динамики *):

$$C\frac{dw}{dt}\delta z = X\,\delta x + Y\,\delta y,$$

где X и Y — силы, действующие на A и B. Но

$$\frac{dw}{dt} = p\frac{du}{dt} + q\frac{dv}{dt}$$

и

$$\delta z = p\,\delta x + q\,\delta y.$$

*) Lagrange, Mec. Anal., II, 2, § 5 (Русский пер., Лагранж, Аналит. механика, т. 1. Динамика, т. II, § 5, стр. 325—326, 1950).

Подставляя и имея в виду, что δx и δy независимы, получим:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{d}{dt}(Cp^2u + Cpqv), \\ Y &= \frac{d}{dt}(Cpqu + Cq^2v). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Мы можем назвать $Cp^2u + Cpqv$ количеством движения C, отнесенным к A, а $Cpqu + Cq^2v$ количеством движения C, отнесенным к B; мы можем сказать, что действие силы X состоит в том, чтобы увеличить количество движения C, отнесенное к A, а действие силы Y — в увеличении количества движения, отнесенного к B.

Если имеется несколько тел, связанных с A и B подобным же образом, но с разными значениями величин p и q, то мы можем трактовать вопрос таким же образом, полагая

$$L = \sum(Cp^2), \quad M = \sum(Cpq) \quad \text{и} \quad N = \sum(Cq^2),$$

где суммирование распространяется на все тела с их собственными значениями C, p и q. Тогда количество движения системы, отнесенное к A, равно:

$$Lu + Mv,$$

а отнесенное к B:

$$Mu + Nv,$$

и мы будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{d}{dt}(Lu + Mv), \\ Y &= \frac{d}{dt}(Mu + Nv), \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где X и Y являются внешними силами, действующими на A и B.

(25) Чтобы сделать иллюстрацию более полной, мы должны только предположить, что движение A встречает сопротивление, пропорциональное его скорости, которое мы обозначим через Ru, и что на B дейст-

вует аналогичная сила, которую мы обозначим через Sv, где R и S — коэффициенты сопротивления. Отсюда, если ξ и η являются силами, действующими на A и B (16):

$$\left.\begin{aligned}\xi = X + Ru = Ru + \frac{d}{dt}(Lu + Mv),\\ \eta = Y + Sv = Sv + \frac{d}{dt}(Mu + Nv).\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Если скорость A увеличивается как $\frac{du}{dt}$, то, чтобы предотвратить движение B, должна быть приложена к B сила, равная

$$\eta = \frac{d}{dt}(Mu).$$

Это действие на B, производимое увеличением скорости A, соответствует электродвижущей силе в некоторой цепи, возникающей вследствие увеличения силы тока в соседней цепи.

Эта динамическая иллюстрация должна рассматриваться лишь как вспомогательная с целью помочь читателю понять, что подразумевается в механике под приведенным количеством. Явление индукции токов, как зависящее от вариаций величины, называемой электромагнитным количеством движения или электротоническим состоянием, основывается на опытах Фарадея *), Феличи **) и др.

Коэффициенты индукции для двух цепей

(26) В электромагнитном поле значения L, M, N зависят от распределения магнитных действий, обусловленных двумя контурами токов, и это распределение зависит только от формы и относительного положения контуров. Следовательно, L, M, N являются величинами, зависящими от формы и относительного положения контуров и могут изменяться с движением проводников.

*) Faraday, «Exp. Res.», серия I, IX (см. русск. изд.).
**) Felici, Annales de Chimie, серия 3, XXXIV, стр. 64, 1852.

Сейчас мы покажем, что L, M, N являются геометрическими величинами, имеющими характер линий, т. е. обладающими одним измерением в пространстве; L зависит от формы первого проводника, который мы назовем A, N — от формы второго проводника, который мы будем называть B, и M — от относительного положения A и B.

(27) Пусть ξ является электродвижущей силой, действующей в A, x — сила тока и R — сопротивление. Тогда Rx будет силой сопротивления. В случае постоянных токов электродвижущая сила как раз уравновешивается силой сопротивления, но в переменных токах результирующая сила $\xi - Rx$ расходуется на увеличение «электромагнитного количества движения», употребляя термин «количество движения» просто для того, чтобы выразить то, что порождается силой, действующей в течение некоторого промежутка времени, т. е. скорость, существующую в теле (17).

В случае электрических токов действующая сила не является обычной механической силой, по крайней мере, мы еще не в состоянии измерять ее как обычную силу, но мы будем называть ее электродвижущей силой, а движущимся телом является не только электричество в проводнике, но также и что-то за пределами проводника, способное подвергаться влиянию других соседних проводников, обтекаемых токами. В этом отношении оно скорее похоже на приведенное количество движения передаточной точки машины, на которую действуют ее механические связи, чем на количество движения обыкновенного движущегося тела, например пушечного ядра или воды в трубе.

Электромагнитные отношения двух проводящих цепей

(28) В случае двух проводящих цепей A и B мы должны допустить, что электромагнитное количество движения, относящееся к A, будет:

$$Lx + My,$$

а относящееся к B:

$$Mx+Ny,$$

где L, M, N соответствуют таким же величинам в динамической иллюстрации за исключением предположения, что они могут изменяться, когда проводники A или B приводятся в движение.

Тогда уравнение тока x в цепи A будет:

$$\xi = Rx + \frac{d}{dt}(Lx+My), \tag{4}$$

а уравнение тока y в цепи B

$$\eta = Sy + \frac{d}{dt}(Mx+Ny), \tag{5}$$

где ξ и η — электродвижущие силы, x и y — токи, а R и S — соответственно сопротивления A и B.

Индукция одного тока другим

(29) Первый случай. Пусть в цепи B нет электродвижущей силы за исключением той, которая возникает от действия цепи A, и пусть ток в A увеличивается от 0 до величины x, тогда

$$Sy + \frac{d}{dt}(Mx+Ny) = 0,$$

откуда

$$Y = \int_0^t y\,dt = -\frac{M}{S}x, \tag{6}$$

т. е. количество электричества Y, будучи полным наведенным током, будет протекать через B, когда x увеличивается от 0 до x. Это — индукция вследствие изменения тока в первичном проводнике. Если M положительно, то наведенный ток, возникающий вследствие увеличения первичного тока, отрицателен.

Индукция при движении проводника

(30) Второй случай. Пусть x остается постоянным и пусть M изменяется от M до M', тогда

$$Y = -\frac{M'-M}{S}x, \tag{7}$$

так что если M увеличивается, что произойдет в том случае, если первичная и вторичная цепи приблизятся друг к другу, то возникнет отрицательный наведенный ток и все количество электричества, прошедшее через B, окажется равным Y. Это — индукция при относительном движении первичного и вторичного проводников.

Уравнение работы и энергии

(31) Чтобы составить уравнение между затраченной работой и полученной энергией, умножим (4) на x и (5) на y и сложим ([18]):

$$\xi x + \eta y = Rx^2 + Sy^2 + x\frac{d}{dt}(Lx+My) + y\frac{d}{dt}(Mx+Ny). \tag{8}$$

Здесь ξx является работой, совершенной в единицу времени электродвижущей силой ξ, порождающей ток x и поддерживающей его, а ηy является работой, совершенной электродвижущей силой η.

Следовательно, левая сторона уравнения представляет собой работу, совершенную электродвижущими силами в единицу времени.

Тепло, производимое током

(32) В правой части уравнения мы имеем, во-первых,

$$Rx^2 + Sy^2 = H, \tag{9}$$

что представляет собой работу, затраченную для преодоления сопротивления цепей в единицу времени. Она превращается в тепло. Остающиеся члены представляют собой работу, не превращенную в тепло. Они могут быть написаны в виде

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(Lx^2+2Mxy+Ny^2)+\frac{1}{2}\frac{dL}{dt}x^2+\frac{dM}{dt}xy+\frac{1}{2}\frac{dN}{dt}y^2.$$

Внутренняя энергия токов

(33) Если L, M, N являются величинами постоянными, то вся работа электродвижущих сил, которая не растрачивается на преодоление сопротивления, будет направлена на развитие токов.

Вся внутренняя энергия токов поэтому равна:

$$\frac{1}{2}Lx^2+Mxy+\frac{1}{2}Ny^2=E. \qquad (10)$$

Эта энергия существует в форме, не воспринимаемой нашими органами чувств, по всей вероятности, как актуальное движение, причем местом нахождения этого движения являются не только проводящие цепи, но и окружающее их пространство ([19]).

Механическое взаимодействие между проводниками

(34) Остающиеся члены

$$\frac{1}{2}\frac{dL}{dt}x^2+\frac{dM}{dt}xy+\frac{1}{2}\frac{dN}{dt}y^2=W \qquad (11)$$

представляют собой произведенную в единицу времени работу, возникающую вследствие изменений L, M и N, или, что то же самое, вследствие изменений формы и положения проводящих цепей A и B.

Если во время движения какого-либо тела совершается работа, она должна быть результатом обычной механической силы, действующей на тело во время его движения. Следовательно, эта часть выражения работы показывает, что имеется налицо механическая сила, вынуждающая каждую часть самих проводников двигаться в том направлении, в котором L, M и N максимально увеличиваются.

Существование электромагнитной силы между проводниками, несущими токи, является прямым следствием совокупного и независимого действия каждого из токов на электромагнитное поле. Если A и B сближаются на расстояние ds, так что M увеличивается от M до M', в то время как токи равны x и y, тогда произведенная работа будет:

$$(M'-M)xy,$$

а сила в направлении ds:

$$\frac{dM}{ds}xy, \qquad (12)$$

и она будет притяжением, если x и y имеют один и тот же знак и если M увеличивается по мере сближения A и B.

Отсюда, следовательно, вытекает, что если допустить, что часть электродвижущей силы, не преодолевающая сопротивления, существует и действует в течение некоторого времени, генерируя особое устойчивое состояние движения, связанное с током, которое мы можем назвать (по механической аналогии) электромагнитным количеством движения тока, зависящим от обстоятельств, являющихся внешними по отношению к проводнику, тогда индукция токов и электромагнитные притяжения могут быть объяснены из механических соображений.

То, что я назвал электромагнитным количеством движения, является той же самой величиной, которую Фарадей *) обозначил, как электротоническое состояние тока, любое изменение которого порождает действие электродвижущей силы, подобно тому как изменение механического количества движения влечет за собой действие механической силы ([20]).

Отсюда следует, что если бы описанные Фарадеем в девятой серии его «Экспериментальных исследований» явления были единственно известными фактами относительно электрических токов, то законы Ампера,

*) Faraday, «Exp. Res.», серия I, 60 (см. русск. изд.).

касающиеся взаимодействия проводников, по которым текут токи, а также и законы Фарадея относительно взаимной индукции токов, могли бы быть выведены из механических соображений.

Для экспериментальной проверки этих выводов я ниже рассмотрю случаи с одним единственным током, с двумя токами и с шестью токами, находящимися в электрическом равновесии, с тем чтобы дать возможность экспериментатору определить значения L, M, N.

Случай одной цепи

(35) Уравнение тока x в цепи, сопротивление которой равно R, коэффициент самоиндукции равен L, и при наличии внешней электродвижущей силы ξ будет:

$$\xi - Rx = \frac{d}{dt} Lx. \qquad (13)$$

Когда ξ постоянно, решение имеет форму

$$x = b + (a-b)\, e^{-\frac{R}{L}t},$$

где a есть начальная величина тока, а b — его конечное значение.

Полное количество электричества, которое в течение времени t проходит через цепь, когда t велико, будет:

$$\int_0^t x\,dt = bt + (a-b)\frac{L}{R}. \qquad (14)$$

Значение временного интеграла от x^2 будет:

$$\int_0^t x^2\,dt = b^2 t + (a-b)\frac{L}{R}\left(\frac{3b+a}{2}\right). \qquad (15)$$

Действительный ток меняется постепенно от начального значения a до конечного b, но значения интегралов от x и x^2 являются такими, как если бы постоянный ток силы $\frac{1}{2}(a+b)$ тек в течение времени $2\frac{L}{R}$ и был бы затем замещен постоянным током величины b. Время

$2\frac{L}{R}$ обычно является столь ничтожной долей секунды, что действия, оказываемые током на гальванометр и динамометр, могут рассчитываться так, как если бы импульс был мгновенным.

Если цепь состоит из батареи и катушки, при замыкании цепи действия являются такими, как если бы ток имел только половину своей конечной силы в течение времени $2\frac{L}{R}$. Это уменьшение силы тока, обусловленное индукцией, иногда называют контратоком.

(36) Если дополнительное сопротивление r внезапно включается в цепь, например, вследствие разрыва контакта, так что ток вынужден проходить через тонкую проволоку с сопротивлением r, то первоначальный ток равен $a = \frac{\xi}{R}$, а конечный $b = \frac{\xi}{R+r}$.

Наведенный ток тогда равен $\frac{1}{2}\xi\frac{2R+r}{R(R+r)}$ и продолжается в течение времени $2\frac{L}{R+r}$. Этот ток больше, чем тот, который батарея может поддерживать в двух проволоках R и r, и может оказаться столь значительной величины, что пережжет тонкую проволочку r.

Когда контакт прекращается вследствие разрыва проводов, дополнительное сопротивление представляет собой слой воздуха, и поскольку наведенная электродвижущая сила, преодолевающая новое сопротивление, очень велика, то через воздух проскакивает искра.

Если электродвижущая сила имеет форму $E\sin pt$, как, например, в случае катушки, вращающейся в магнитном поле, то

$$x = \frac{E}{\rho}\sin(pt - \alpha),$$

где

$$\rho^2 = R^2 + L^2 p^2 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{Lp}{R}.$$

Случай двух цепей

(37) Пусть R — первичный контур, а S — вторичный контур, тогда мы имеем случай, аналогичный случаю индукционной катушки.

Уравнения токов будут те, которые выведены выше для случая двух контуров, обозначенных через A и B, и мы можем здесь считать L, M, N постоянными, так как движение проводников отсутствует. Тогда получим уравнения:

$$\left.\begin{aligned} Rx + L\frac{dx}{dt} + M\frac{dy}{dt} &= \xi, \\ Sy + M\frac{dx}{dt} + N\frac{dy}{dt} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{13*}$$

Чтобы определить полное количество проходящего электричества, мы должны только проинтегрировать эти уравнения по времени t. Если x_0, y_0 — силы токов в момент $t = 0$, а x_1, y_1 — в момент t и если X, Y — полные количества электричества, прошедшие через обе цепи в течение времени t, то

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{R}\{\xi t + L(x_0 - x_1) + M(y_0 - y_1)\}, \\ Y &= \frac{1}{S}\{M(x_0 - x_1) + N(y_0 - y_1)\}. \end{aligned}\right\} \tag{14*}$$

Когда цепь R замыкается, тогда полные токи за достаточно большое время t находятся следующим образом:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \frac{\xi}{R}, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 0,$$

поэтому

$$X = x_1\left(t - \frac{L}{R}\right), \quad Y = -\frac{M}{S}x_1. \tag{15*}$$

Величина полного контратока в R поэтому независима от вторичной цепи, а индукционный ток во вторичной цепи зависит только от M — коэффициента взаимной индукции катушек, S — сопротивления вторичной катушки и x_1 — конечной силы тока в R.

Когда электродвижущая сила ξ прекращает свое действие, появляется экстраток в первичной цепи и положительный наведенный ток во вторичной, величины которых равны и противоположны тем, которые получаются при замыкании цепи.

(38) Все вопросы, относящиеся к полному количеству проходящих токов, измеренных по импульсу магнита гальванометра, могут быть разрешены этим способом без необходимости полного решения уравнений. Тепловой эффект тока и импульс, который он дает подвешенной катушке динамометра Вебера, зависят от квадрата силы тока в каждый момент в течение короткого периода времени. Поэтому получив предварительное решение уравнений, мы из этого решения можем найти действия, производимые как на гальванометр, так и на динамометр; тогда мы можем воспользоваться методом Вебера для оценки силы и длительности того постоянного тока, который произвел бы те же самые эффекты ([21]).

(39) Пусть n_1, n_2 будут корнями уравнения

$$(LN - M^2)n^2 + (RN + LS)n + RS = 0, \tag{16}$$

и пусть первичная катушка возбуждается постоянной электродвижущей силой Rc, так что c является постоянным током, который она может поддерживать; тогда полное решение уравнений, соответствующих замыканию первичной цепи, будет:

$$x = \frac{c}{S}\frac{n_1 n_2}{n_1 - n_2}\left\{\left(\frac{S}{n_1} + N\right)e^{n_1 t} - \left(\frac{S}{n_2} + N\right)e^{n_2 t} + S\frac{n_1 - n_2}{n_1 n_2}\right\}, \tag{17}$$

$$y = \frac{cM}{S}\frac{n_1 n_2}{n_1 - n_2}\{e^{n_1 t} - e^{n_2 t}\}. \tag{18}$$

Отсюда мы можем получить для подсчета импульса в динамометре величины:

$$\int x^2\,dt = c^2\left\{t - \frac{3}{2}\frac{L}{R} - \frac{1}{2}\frac{M^2}{RN + LS}\right\}, \tag{19}$$

$$\int y^2\,dt = c^2\frac{1}{2}\frac{M^2 R}{S(RN + LS)}. \tag{20}$$

Действия тока вторичной катушки на гальванометр и динамометр такие же, как и действия постоянного тока величины

$$-\frac{1}{2}c\frac{MR}{RN+LS}$$

в течение времени $2\left(\frac{L}{R}+\frac{N}{S}\right)$.

(40) Уравнение между работой и энергией может быть легко проверено. Работа, совершенная электродвижущей силой, равна:

$$\xi\int x\,dt = c^2(Rt-L).$$

Работа, затраченная на преодоление сопротивления и выделение тепла, будет:

$$R\int x^2\,dt + S\int y^2\,dt = c^2\left(Rt-\frac{3}{2}L\right).$$

Энергия, остающаяся в системе, равна:

$$\frac{1}{2}c^2L.$$

(41) Если цепь R внезапно и полностью прерывается в то время, когда по ней проходит ток c, то уравнение тока во вторичной катушке будет:

$$y = c\frac{M}{N}e^{-\frac{S}{N}t}.$$

Этот ток начинается со значения $c\frac{M}{N}$ и постепенно исчезает. Полное количество электричества равно $c\frac{M}{S}$, и значение $\int y^2\,dt$ равно $c^2\frac{M^2}{2SN}$. Эффекты в гальванометре и динамометре равны эффектам постоянного тока силы $\frac{1}{2}c\frac{M}{N}$ в течение времени $2\frac{N}{S}$.

Тепловой эффект поэтому больше, чем эффект тока при замыкании.

(42) Если в цепи R действует электродвижущая сила, имеющая форму $\xi = E\cos pt$, тогда, если цепь S отсутствует, величина x будет равна:

$$x = \frac{E}{A}\sin(pt-\alpha),$$

$$A^2 = R^2 + L^2p^2,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Lp}{R}.$$

Эффект присутствия поблизости цепи S заключается, следовательно, в изменении значений величин A и α до таких, которые бы они имели, если бы R равнялось:

$$R + p^2\frac{MS}{S^2+p^2N^2},$$

а L равнялось:

$$L - p^2\frac{MN}{S^2+p^2N^2}.$$

Отсюда эффект присутствия цепи S заключается в увеличении кажущегося сопротивления и в уменьшении кажущейся самоиндукции цепи R.

Об определении коэффициентов индукции при помощи электрических весов

(43) Электрические весы [электрический мост] состоят из шести проводников, попарно соединяющих четыре точки: A, C, D, E.

Одна пара A, C этих точек соединена через батарею B. Противоположная пара D, E соединена через гальванометр G. Отсюда, если сопротивления четырех основных проводников соответственно равны P, Q, R, S и токи в них x, $x-z$, y и $y+z$, то ток, проходящий через G, оказывается равным z.

Пусть потенциалы в четырех точках будут A, C, D, E. Тогда условия для установившихся токов могут быть

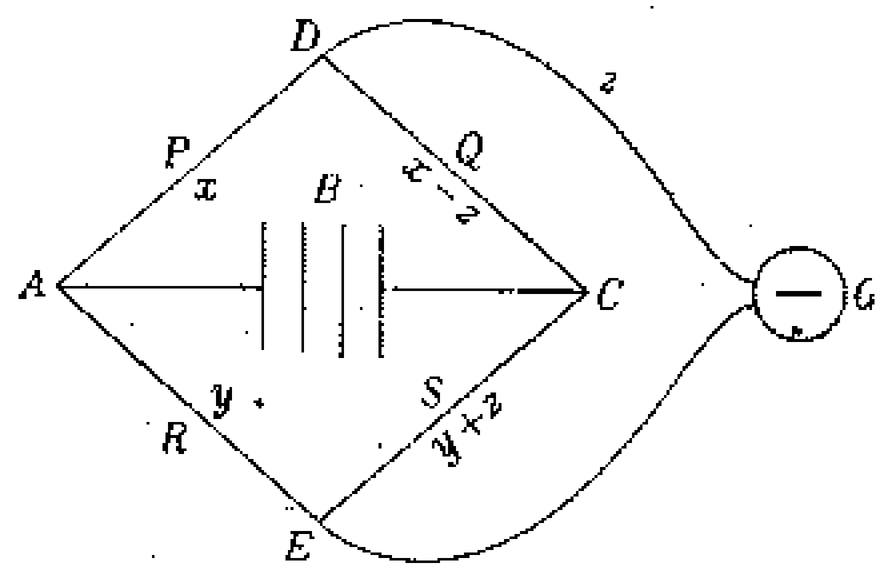

Рис. 1.

найдены из уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &Px = A - D, \quad Q(x-z) = D - C, \\ &Ry = A - E, \quad S(y+z) = E - C, \\ &Gz = D - E, \quad B(x+y) = -A + C + F. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Решая эти уравнения для z, мы находим:

$$z\left\{\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}+\frac{1}{R}+\frac{1}{S}+B\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{S}\right)+\right.$$
$$\left.+G\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{S}\right)+\frac{BG}{PQRS}(P+Q+R+S)\right\}=$$
$$=F\left(\frac{1}{PS}-\frac{1}{QR}\right). \qquad (22)$$

В этом выражении F является электродвижущей силой батареи, z — ток через гальванометр, когда он установится, P, Q, R, S — сопротивления четырех плеч, B — сопротивление батареи и электродов, а G — сопротивление гальванометра.

(44) Если $PS = QR$, то $z = 0$, и в этом случае в гальванометре не будет установившегося тока, но преходящий ток может быть получен путем замыкания или размыкания цепи в результате индукции, а показания гальванометра могут быть использованы для определения коэффициентов индукции, если только мы поймем имеющие здесь место явления.

Мы предполагаем $PS = QR$, так что ток z исчезает, если будет дано для этого достаточно времени. Тогда

$$x(P+Q) = y(R+S) = \frac{F(P+Q)(R+S)}{(P+Q)(R+S)+B(P+Q)(R+S)}. \qquad (23)$$

Пусть коэффициенты индукции проводников P, Q, R, S даны в нижеследующей таблице, причем коэффициент индукции самого проводника P равен p, взаимной индукции между P и Q равен h и т. д.

	P	Q	R	S
P	p	h	k	l
Q	h	q	m	n
R	k	m	r	o
S	l	n	o	s

Пусть g будет коэффициент индукции гальванометра и пусть гальванометр будет находиться за пределами достижимости индуктивного влияния проводников P, Q, R, S (как это должно быть для того, чтобы избежать непосредственного действия P, Q, R, S на стрелку гальванометра). Пусть X, Y, Z будут интегралы от x, y, z по времени t. В момент замыкания цепи x, y, z равны нулю. По истечении некоторого времени z исчезает, а x и y достигают постоянных значений. Следовательно, уравнения для каждого из проводников будут:

$$\left.\begin{aligned} PX+(p+h)x+(k+l)y &= \int A\,dt-\int D\,dt, \\ Q(X-Z)+(h+q)x+(m+n)y &= \int D\,dt-\int C\,dt, \\ RY+(k+m)x+(r+o)y &= \int A\,dt-\int E\,dt, \\ S(Y+Z)+(l+n)x+(o+S)y &= \int E\,dt-\int C\,dt, \\ GZ &= \int D\,dt-\int E\,dt. \end{aligned}\right\}(24)$$

Решая эти уравнения для Z, мы находим:

$$Z\left\{\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}+\frac{1}{R}+\frac{1}{S}+B\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{S}\right)+\right.$$
$$\left.+G\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{S}\right)+\frac{BG}{PQRS}(P+Q+R+S)\right\}=$$
$$=-F\frac{1}{PS}\left\{\frac{p}{P}-\frac{q}{Q}-\frac{r}{R}+\frac{s}{S}+h\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{Q}\right)+\right.$$
$$+k\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{P}\right)+l\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{Q}\right)-m\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{S}\right)+$$
$$\left.+n\left(\frac{1}{Q}-\frac{1}{S}\right)+o\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{R}\right)\right\}. \quad (25)$$

(45) Пусть теперь отклонение стрелки гальванометра мгновенным током интенсивности Z будет α. Пусть θ будет постоянное отклонение, получающееся вследствие того, что отношение PS к QR полагается равным ρ вместо 1. Пусть, наконец, время колебания стрелки гальванометра от точки равновесия до точки равновесия будет равно T.

Тогда, обозначая через τ величину

$$\frac{p}{P}-\frac{q}{Q}-\frac{r}{R}+\frac{s}{S}+h\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{Q}\right)+k\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{P}\right)+$$
$$+l\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)-m\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{S}\right)+$$
$$+n\left(\frac{1}{Q}-\frac{1}{S}\right)+o\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{P}\right)=\tau, \quad (26)$$

мы находим:

$$\frac{Z}{z}=\frac{2\sin\frac{1}{2}\alpha}{\operatorname{tg}\theta}\,\frac{T}{\pi}=\frac{\tau}{1-\rho}. \quad (27)$$

Чтобы определить на опыте τ, лучше всего производить изменение сопротивления одного из плеч при помощи приспособления, описанного Дженкиным (Report of the British Association, 1863 г.), при котором любое значение ρ от 1 до 1,01 может быть точно измеренным.

Мы наблюдаем α — наибольшее отклонение, обусловленное импульсом индукции, когда гальванометр находится в цепи, когда сделаны соединения и когда сопротивления подогнаны так, что не получается постоянного тока в гальванометре.

Затем мы наблюдаем β — наибольшее отклонение, даваемое постоянным током, когда сопротивление одного из плеч увеличивается в отношении единицы к ρ, а гальванометр включается в цепь спустя короткий промежуток времени после того, как сделано соединение с батареей.

Чтобы исключить эффекты сопротивления воздуха, лучше всего изменять ρ таким образом, чтобы получалось приблизительно $\beta=2\alpha$. Тогда

$$\tau=T\frac{1}{\pi}(1-\rho)\frac{2\sin\frac{1}{2}\alpha}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta}. \quad (28)$$

Если все плечи моста, исключая P, состоят из катушек сопротивления, сделанных из очень тонкой проволоки, не слишком большой длины, сдвоенной при наматывании [бифилярная намотка], то коэффициенты индукции, относящиеся к таким катушкам, будут незначительны и τ будет сведено к величине $\frac{p}{P}$. Электрические весы дают поэтому возможность измерять коэффициент самоиндукции любой цепи, сопротивление которой известно.

(46) Электрические весы могут быть также использованы для определения коэффициента взаимной индукции между двумя цепями, например, между P и S, который мы назвали m; но более удобно находить его путем прямого измерения тока, как это указано в параграфе (37) без применения весов. Мы можем также получить равенство $\frac{p}{P}$ и $\frac{q}{Q}$ путем установления

нулевого тока индукции и отсюда, если мы знаем величину p, можем определить величину q более совершенным методом, чем метод сравнения отклонений.

Исследование электромагнитного поля

(47) Предположим теперь, что форма первичной цепи A не изменяется, и будем исследовать электромагнитное поле при помощи вторичной цепи B, которую мы должны представлять себе изменяемой как по форме, так и по положению.

Предположим сначала, что B состоит из короткого прямого проводника, концы которого скользят по двум параллельным проводящим рельсам, соединенным между собой на некотором расстоянии от места скольжения.

Если передвижение подвижного проводника в данном направлении увеличивает значение M, то в цепи B будет действовать отрицательная электродвижущая сила, стремящаяся производить отрицательный ток в B во время движения скользящей части.

Если в контуре B поддерживать ток, то скользящая часть будет стремиться двигаться сама в том направлении, которое ведет к возрастанию M. Во всякой точке поля всегда, однако, имеется такое определенное направление, что движущийся в этом направлении проводник не испытывает действия какой-либо электродвижущей силы, в какую бы сторону ни были обращены его концы. Проводник, по которому течет ток, не будет испытывать действия какой-либо механической силы, понуждающей его двигаться в этом направлении или противоположном.

Это направление называется направлением линии магнитной силы, проходящей через данную точку.

Движение проводника поперек такой линии приводит к возникновению электродвижущей силы, направление которой перпендикулярно к магнитной силовой линии и к направлению движения; проводник с током продвигается в направлении, перпендикулярном к этой магнитной линии и к направлению тока.

(48) Предположим теперь, что B является очень маленькой плоской цепью, которую можно помещать в любое положение, плоскость которой можно поворачивать в любом направлении. Значение M будет наибольшим, когда плоскость цепи будет перпендикулярна к направлению магнитной силовой линии. Следовательно, если в цепи B поддерживается ток, то он стремится сам установиться в этом положении и указывать подобно магниту направление магнитной силовой линии [22].

О магнитных силовых линиях

(49) Пусть вычерчена некоторая поверхность, пересекающая магнитные силовые линии, и на этой поверхности пусть будет некоторая система линий, начерченных с малыми интервалами, так что они прилегают друг к другу, не пересекая друг друга. Затем пусть будет на этой поверхности вычерчена некоторая линия, пересекающая все эти линии, и пусть рядом с ней будет другая линия, причем ее расстояние от первой линии будет таким, что значение M для каждой из маленьких площадок, заключенных между этими двумя линиями и линиями первой системы, будет равно единице.

Таким же способом пусть будут начерчены еще другие линии, образующие вторую систему, так что значение M для каждой ячейки, образованной взаимным пересечением этих двух систем линий, будет равно единице.

Наконец, из каждой точки взаимного пересечения линий этой сетки пусть будет вычерчена линия через все поле, повсюду совпадающая по направлению с направлением магнитной силовой линии.

(50) Таким путем все поле будет заполнено магнитными силовыми линиями с одинаковыми интервалами между ними, и свойства электромагнитного поля будут полностью выражаться ими. Так, во-первых, если в поле провести любую замкнутую кривую, величина M для этой кривой будет выражаться *числом* силовых

линий, которые *проходят через* пространство, охватываемое замкнутой кривой.

Во-вторых, если эта кривая представляет собой проводящий контур и будет двигаться через поле, в ней будет действовать электродвижущая сила, величина которой может быть выражена степенью изменения числа силовых линий, проходящих через пространство, охватываемое кривой.

В-третьих, если в контуре поддерживается ток, то на проводник будут действовать силы, стремящиеся двигать его таким образом, чтобы увеличить число силовых линий, проходящих через пространство, охватываемое контуром, и величина работы, совершенной этими силами, равна силе тока в контуре, умноженной на число этих дополнительных силовых линий.

В-четвертых, если небольшой плоский контур, имеющий возможность свободно поворачиваться, будет помещен в поле, то его плоскость расположится перпендикулярно к силовым линиям. Маленький магнит расположится так, чтобы его ось имела направление магнитных силовых линий.

В-пятых, если поместить в поле длинный равномерно намагниченный стержень, то на каждый полюс будет действовать сила в направлении силовой линии. Число силовых линий, проходящих через единицу площади, равно силе, действующей на единичный полюс, умноженной на коэффициент, зависящий от магнитных свойств среды и называемый коэффициентом магнитной индукции.

В жидкостях и в изотропных твердых телах величина этого коэффициента μ одна и та же, в каком бы направлении ни проходили силовые линии, но в кристаллических, упруго-напряженных и органических телах величина μ может зависеть от направления силовых линий относительно осей кристаллизации, направления натяжения или роста. Во всех телах μ зависит от температуры, а в железе оно, повидимому, уменьшается по мере увеличения интенсивности намагничения ([23]).

О магнитных эквипотенциальных поверхностях

(51) Если мы будем исследовать поле равномерно намагниченным стержнем, имеющим такую длину, что один из его полюсов находится в очень слабой части магнитного поля, то магнитные силы будут совершать работу, когда другой полюс двигается в поле.

Если, исходя от данной точки, мы будем двигать этот полюс до некоторой другой точки, то произведенная работа не будет зависеть от пути полюса между этими двумя точками при условии, что между различными путями следования полюса не проходят токи.

Отсюда, если в поле нет электрических токов, а имеются только магниты, мы можем начертить ряд поверхностей такого рода, что работа, совершенная при переходе от одной поверхности к другой, будет постоянной и не зависящей от того пути, по которому мы следуем. Такие поверхности называются эквипотенциальными поверхностями и в обычных случаях они перпендикулярны к магнитным силовым линиям.

Если эти поверхности начерчены таким образом, что единичный полюс, переходя от любой из них к следующей, производит единицу работы, то работа, производимая при любом движении магнитного полюса, будет измеряться силой полюса, помноженной на число поверхностей, которые он пересек в положительном направлении.

(52) Если в поле имеются контуры, по которым текут электрические токи, тогда все же будут существовать эквипотенциальные поверхности в частях поля, внешних по отношению к проводникам, несущим эти токи, но работа, соответствующая единичному полюсу при его переходе от одной поверхности к другой, будет зависеть от того, сколько раз путь полюса охватывает некоторые из этих токов. Отсюда потенциал каждой поверхности будет обладать целым рядом значений, возрастающих в арифметической прогрессии и различающихся работой, произведенной при полном обходе одного из токов в поле.

Эквипотенциальные поверхности уже не будут непрерывными замкнутыми поверхностями, некоторые из них будут ограниченными листами, причем электрический контур будет их общим краем или границей. Число таких поверхностей будет равно величине работы, соответствующей единичному полюсу при его обходе вокруг тока, и по обычному измерению равно $4\pi\gamma$, где γ—значение силы тока.

Эти поверхности, следовательно, связаны с электрическим током, как мыльные пузыри соединены с кольцом в опытах Плато. Любой ток γ имеет $4\pi\gamma$ поверхностей, связанных с ним. Эти поверхности имеют контур токов в качестве общей границы и связаны с ним под равными углами между собой. Форма эквипотенциальных поверхностей в других частях поля зависит как от присутствия других токов или магнитов, так и от внешней формы контура тока, к которому они относятся.

ЧАСТЬ III

ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

(53) Введем три взаимно перпендикулярные направления в пространстве в качестве координатных осей x, y и z и допустим, что все направленные величины выражаются их составляющими по этим трем направлениям.

Электрические токи $(p,\ q,\ r)$

(54) Электрический ток заключается в передаче электричества от одной части тела к другой. Пусть количество электричества, проходящее в единицу времени через единицу площади, перпендикулярную к оси x, будет обозначено через p; тогда p является составляющей тока в данной точке по направлению x.

Мы будем пользоваться обозначениями p, q, r для выражения составляющих тока через единицу площади по направлениям x, y, z.

Электрические смещения $(f,\ g,\ h)$

(55) Электрическое смещение заключается в противоположной электризации сторон молекулы или частицы тела, которая может сопровождаться или не сопровождаться прохождением [электричества] через тело. Пусть количество электричества, которое обнаружится на грани $dy\,dz$ элемента $dx\,dy\,dz$, выделенного в теле,