как в максвелловом уравнении [1a], мы полагаем $C = \frac{1}{4}$. Затруднение состоит здесь в том, что μ почти во всех веществах приблизительно одинаково, а ρ должно быть обратно пропорционально i^2. При этом следовало бы все-таки полагать, что для различных веществ количество вихрей, проходящих через единицу поперечного сечения, различно, иначе говоря, неодинакова плотность расположения вихрей, а следовательно, и величина C.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

ЧАСТЬ I

ВВЕДЕНИЕ *) (1)

(1) Наиболее очевидным механическим явлением при электрических и магнитных опытах является взаимодействие, благодаря которому тела, находящиеся в определенных состояниях, приводят друг друга в движение, несмотря на наличие между ними довольно значительного расстояния.

Поэтому для научной трактовки этих явлений прежде всего необходимо установить величину и направление действующей между телами силы, и если найдено, что эта сила в какой-то мере зависит от относительного положения тел и от их электрического или магнитного состояния, то с первого взгляда кажется естественным объяснение этих фактов путем допущения существования чего-то другого, находящегося в покое или в движении в каждом теле, образующего его электрическое или магнитное состояние и способного действовать на расстоянии в соответствии с математическими законами.

Таким путем возникли математические теории статического электричества, магнетизма, механического действия между проводниками, несущими токи, и теория индукции токов.

В этих теориях сила, действующая между двумя телами, рассматривается лишь как зависящая от состоя-

*) Royal Society Transactions, т. CLV 1864.

ния тел и их относительного положения, окружающая среда не принимается во внимание.

Эти теории допускают более или менее явным образом существование субстанций, частицы которых обладают способностью действовать друг на друга на расстоянии. Наиболее полная разработка теории этого рода принадлежит В. Веберу *), который включил в нее как электростатические, так и электромагнитные явления.

Сделав это, он, однако, вынужден был допустить, что сила, действующая между двумя электрическими частичками, зависит не только от их взаимного расстояния, но и от их относительной скорости.

Эта теория, так как она была развита Вебером и Нейманом **), чрезвычайно остроумна и удивительно исчерпывающа в ее применении к явлениям статического электричества, электромагнитных притяжений, индукции токов и диамагнитных явлений; эта теория для нас тем более авторитетна, что она была руководящей идеей того, кто сделал столь большие успехи в практической части науки об электричестве как путем введения постоянной системы единиц в электрические измерения, так и путем фактического определения электрических величин с неизвестной до сих пор точностью ([2]).

(2) Однако механические трудности, связанные с допущением существования частиц, действующих на расстоянии с силами, зависящими от их скоростей, таковы, что они не дают мне возможности рассматривать эту теорию как окончательную, хотя возможно, что она и сейчас может быть полезной в отношении установления координации между явлениями.

Поэтому я предпочел искать объяснения фактов в другом направлении, предполагая, что они являются результатом процессов, которые происходят как

*) Elektrodynamische Maassbestimmungen, Leipzig. Trans., т. I, 1849, и Taylor's Scientific Memoirs, т. V, глава XIV.

**) «Explicare tentatur quomodo fiat ut lucis planum polarizationis per vires electricas vel magneticas declinetur», Halis Saxonum, 1858.

в окружающей тела среде, так и в самих возбужденных телах, и пытаясь объяснить взаимодействия между удаленными друг от друга телами без допущения существования сил, способных непосредственно действовать на заметных расстояниях.

(3) Та теория, которую я предлагаю, может быть названа теорией *электромагнитного поля*, потому что она имеет дело с пространством, окружающим электрические или магнитные тела, и она может быть названа также *динамической* теорией, поскольку она допускает, что в этом пространстве имеется материя, находящаяся в движении, посредством которой и производятся наблюдаемые электромагнитные явления.

(4) Электромагнитное поле—это та часть пространства, которая содержит в себе и окружает тела, находящиеся в электрическом или магнитном состоянии ([3]).

Это пространство может быть наполнено любым родом материи или мы можем попытаться удалить из нее всю плотную материю, как это имеет место в трубках Гейсслера или в других, так называемых вакуумных ([4]). Однако всегда имеется достаточное количество материи для того, чтобы воспринимать и передавать волновые движения света и тепла. И так как передача излучений не слишком сильно изменяется, если так называемый вакуум заменить прозрачными телами с заметной плотностью, то мы вынуждены допустить, что эти волновые движения относятся к эфирной субстанции, а не к плотной материи, присутствие которой только в какой-то мере изменяет движение эфира.

Мы поэтому имеем некоторое основание предполагать, исходя из явлений света и тепла, что имеется какая-то эфирная среда, заполняющая пространство и пронизывающая все тела, которая обладает способностью быть приводимой в движение, передавать это движение от одной своей части к другой и сообщать это движение плотной материи, нагревая ее и воздействуя на нее разнообразными способами.

(5) Энергия, сообщенная телу нагреванием, должна была ранее существовать в движущейся среде, ибо вол-

новые движения оставили источник тепла за некоторое время до того, как они достигли самого нагреваемого тела, и в течение этого времени энергия должна была существовать наполовину в форме движения среды и наполовину в форме упругого напряжения. Исходя из этих соображений, профессор В. Томсон *) доказывал, что эта среда должна обладать плотностью, сравнимой с плотностью обычной материи, и даже определил нижнюю границу этой плотности.

(6) Поэтому мы можем как данное, выведенное из отрасли науки, независимой от той, с которой мы (в рассматриваемом случае) имеем дело, принять существование проникающей среды, обладающей малой, но реальной плотностью, обладающей способностью быть приводимой в движение и передавать движения от одной части к другой с большой, но не бесконечной скоростью.

Следовательно, части этой среды должны быть так связаны, что движение одной части каким-то способом зависит от движения остальных частей, и в то же самое время эти связи должны быть способны к определенному роду упругого смещения, поскольку сообщение движения не является мгновенным, а требует времени.

Поэтому эта среда обладает способностью получать и сохранять два вида энергии, а именно «актуальную» энергию, зависящую от движения ее частей, и «потенциальную» энергию, представляющую собой работу, которую среда выполнит в силу своей упругости, возвращаясь к первоначальному состоянию, после того смещения, которое она испытала.

Распространение колебаний состоит в непрерывном преобразовании одной из этих форм энергии в другую попеременно, и в любой момент количество энергии во всей среде разделено поровну, так что половина энергии является энергией движения, а другая половина—энергией упругого напряжения.

*) W. Thomson, «On the Possible Density of the Luminiferous Medium and on the Mechanical Value of a Cubic Mile of Sunlight», Transactions of the Royal Society of Edinburgh, стр. 57, 1854.

(7) Среда, имеющая такого рода структуру, может быть способна к другим видам движения и смещения, чем те, которые обусловливают явления света и тепла; некоторые из них могут быть таковы, что они воспринимаются нашими чувствами при посредстве тех явлений, которые они производят.

(8) Сейчас мы знаем, что светоносная среда в отдельных случаях испытывает действие магнетизма, так как Фарадей *) открыл, что в тех случаях, когда плоско поляризованный луч проходит через прозрачную диамагнитную среду в направлении магнитных силовых линий, образуемых магнитами или токами, то плоскость поляризации начинает вращаться.

Это вращение всегда происходит в том направлении, в котором положительное электричество должно проходить вокруг диамагнитного тела для того, чтобы образовать действующее магнитное поле ([5]).

Верде **) с тех пор открыл, что если заменить диамагнитное тело парамагнитным, например раствором треххлористого железа в эфире, то вращение происходит в обратном направлении.

Профессор В. Томсон ***) указал, что никакое распределение сил, действующих между частями какой-либо среды, единственным движением которой является движение световых колебаний, недостаточно для объяснения этих явлений, но что мы должны допустить существование в среде движения, зависящего от намагничивания, в дополнение к тому колебательному движению, которое представляет собой свет.

Совершенно правильно, что вращение плоскости поляризации вследствие магнитного воздействия наблюдалось только в средах, обладающих заметной плотностью. Но свойства магнитного поля не так уже сильно изменяются при замене одной среды другой иливаку-

*) «Exp. Res.», серия XIX.

**) Verdet, Comptes rendus, 1856, второе полугодие, стр. 529 и 1857, первое полугодие, стр. 1209.

***) W. Thomson, Proceedings of the Royal Society, июнь 1856 г. и июнь 1861 г.

умом, чтобы позволить нам допустить, что плотная среда делает нечто большее, чем простое изменение движения эфира. Мы поэтому имеем законное основание поставить вопрос: не происходит ли движение эфирной среды везде, где бы ни наблюдались магнитные эффекты? Мы имеем некоторое основание предположить, что это движение является движением вращения, имеющим своей осью направление магнитной силы.

(9) Мы можем теперь обсудить другое явление, наблюдаемое в электромагнитном поле. Когда тело движется, пересекая линии магнитной силы, оно испытывает то, что называют электродвижущей силой; два противоположных конца тела электризуются противоположным образом, и электрический ток стремится пройти через тело. Когда электродвижущая сила достаточно велика и действует на некоторые химически сложные тела, она их разлагает и заставляет одну из компонент направляться к одному концу тела, а другую—в прямо противоположную сторону (6).

В данном случае мы имеем очевидное проявление силы, вызывающей электрический ток вопреки сопротивлению и электризующей концы тела противоположным образом; это особое состояние тела поддерживается только воздействием электродвижущей силы, и как только эта сила устраняется, оно стремится с равной и противоположно направленной силой вызывать обратный ток через тело и восстановить его первоначальное электрическое состояние. Наконец, если эта сила достаточно велика, она разлагает химические соединения и перемещает компоненты в двух противоположных направлениях, в то время как их естественной тенденцией является тенденция к взаимному соединению с такой силой, которая может породить электродвижущую силу обратного направления.

Эта сила, следовательно, является силой, воздействующей на тело по причине его движения через электромагнитное поле или вследствие изменений, возникающих в самом этом поле; действие этой силы проявляется или в порождении тока и нагревании тела или

в разложении тела, или если она не может сделать ни того, ни другого, то в приведении тела в состояние электрической поляризации—состояние вынужденное, при котором концы тела наэлектризованы противоположным образом и от которого тело стремится освободиться, как только будет удалена возмущающая сила.

(10) Согласно предлагаемой мною теории эта «электродвижущая сила» является силой, возникающей при передаче движения от одной части среды к другой, так что именно благодаря этой силе движение одной части вызывает движение другой. Когда электродвижущая сила действует вдоль проводящего контура, она производит ток, который в том случае, если он встречает сопротивление, вызывает постоянное превращение электрической энергии в тепло; последнее уже нельзя восстановить в форме электрической энергии каким-либо обращением процесса.

(11) Но когда электродвижущая сила действует на диэлектрик, она создает состояние поляризации его частей, которое аналогично поляризации частей массы железа под влиянием магнита и которое подобно магнитной поляризации может быть описано как состояние, в котором каждая частица имеет противоположные концы в противоположных состояниях *).

В диэлектрике, находящемся под действием электродвижущей силы, мы можем представлять, что электричество в каждой молекуле так смещено, что одна сторона молекулы делается положительно наэлектризованной, а другая—отрицательно наэлектризованной, однако электричество остается полностью связанным с молекулой и не переходит от одной молекулы к другой. Эффект этого воздействия на всю массу диэлектрика выражается в общем смещении электричества в определенном направлении. Это смещение не равноценно току, потому что, когда оно достигает определенной степени, оно остается неизмененным, но оно есть начало тока, и его

*) Faraday, «Exp. Res.», серия XI; Mossotti, Mem. della Soc. Italina (Modena), т. XXIV, часть 2, стр. 49.

изменения образуют токи в положительном или отрицательном направлениях сообразно тому, увеличивается или уменьшается смещение (7). Внутри диэлектрика нет признаков какой-либо электризации, так как электризация поверхности любой молекулы нейтрализуется противоположной электризацией поверхности молекулы, находящейся в соприкосновении с нею; но на граничной поверхности диэлектрика, где электризация не нейтрализуется, мы обнаруживаем явления, указывающие на положительную или отрицательную электризацию этой поверхности.

Отношение между электродвижущей силой и величиной электрического смещения, которое оно вызывает, зависит от природы диэлектрика, причем та же самая электродвижущая сила обычно производит бо́льшее электрическое смещение в твердых диэлектриках, как, например, в стекле или сере, чем в воздухе.

(12) Здесь, таким образом, мы усматриваем еще один эффект электродвижущей силы, а именно электрическое смещение, которое согласно нашей теории является некоторым родом упругой податливости действию силы, похожей на ту, которая имеет место в сооружениях и машинах по причине несовершенной жесткости связей.

(13) Практическое исследование индуктивной емкости диэлектриков (8) делается затруднительным вследствие двух мешающих явлений. Первое заключается в проводимости диэлектрика, которая, будучи во многих случаях исключительно малой, тем не менее не является совершенно неощутимой. Второе—явление, называемое электрической абсорбцией *) и состоящее в том, что когда диэлектрик подвергается воздействию электродвижущей силы, электрическое смещение постепенно увеличивается, а если электродвижущая сила устраняется, диэлектрик не возвращается моментально в свое первоначальное состояние, но разряжает только часть сообщенной ему электризации и, будучи предоставленным самому себе, постепенно приобретает электризацию

*) F a r a d a y, «Exp. Res.» (1233—1250) (см. русск. изд.).

на своей поверхности, тогда как внутренность диэлектрика постепенно деполяризуется. Почти все твердые диэлектрики обнаруживают это явление, которое объясняет остаточный заряд лейденской банки и некоторые явления в электрических кабелях, описанных Ф. Дженкиным *).

(14) Мы встречаемся здесь с двумя другими родами податливости, отличными от упругости идеального диэлектрика, который мы сравнивали с идеально упругим телом. Податливость, которая относится к проводимостям, можно сравнить с податливостью вязкой жидкости (иначе говоря, жидкости, имеющей большое внутреннее трение) или мягкого тела, в котором малейшая сила производит постоянное изменение формы, увеличивающееся вместе со временем действия силы. Податливость, связанная с явлением электрической абсорбции, может быть сравнена с податливостью упругого тела клеточной структуры, содержащего густую жидкость в своих полостях. Такое тело, будучи подвергнутым давлению, сжимается постепенно, а когда давление устраняется, тело не сразу принимает свою прежнюю форму, потому что упругость материи тела должна постепенно преодолеть вязкость жидкости, прежде чем восстановится полное равновесие. Некоторые твердые тела, хотя и не имеют той структуры, о которой мы говорили выше, обнаруживают механические свойства такого рода **), и вполне возможно, что эти же самые вещества в качестве диэлектриков обладают аналогичными электрическими свойствами, а если они являются магнитными веществами, то обладают соответствующими свойствами, относящимися к приобретению, удержанию и потере магнитной полярности.

*) F. J e n k i n, Reports of the British Association, 1859, стр. 248, а также Report of Committee of Board of Trade on Submarine Cables, стр. 136 и 464.

**) Как, например, состав из клея, патоки и т. п., из которого делаются небольшие пластические фигурки, которые, будучи деформированы, лишь постепенно приобретают свои первоначальные очертания.

(15) Поэтому кажется, что некоторые явления электричества и магнетизма приводят к тем же заключениям, как и оптические явления, а именно, что имеется эфирная среда, проникающая все тела и изменяемая только в некоторой степени их присутствием; что части этой среды обладают способностью быть приведенными в движение электрическими токами и магнитами; что это движение сообщается от одной части среды к другой при помощи сил, возникающих от связей этих частей; что под действием этих сил возникает определенное смещение, зависящее от упругости этих связей, и что вследствие этого энергия в среде может существовать в двух различных формах, одна из которых является актуальной энергией движения частей среды, а другая — потенциальной энергией, обусловленной связями частей в силу их упругости.

(16) Отсюда мы приходим к концепции сложного механизма, способного к обширному разнообразию движений, но в то же самое время связанного так, что движение одной части зависит согласно определенным отношениям от движения других частей причем эти движения сообщаются силами, возникающими из относительного смещения связанных между собой частей вследствие упругости связей. Такой механизм должен подчиняться общим законам динамики, и мы должны иметь возможность вывести все следствия этого движения, предполагая, что известна форма отношения между движениями частей (9).

(17) Мы знаем, что когда электрический ток течет в проводящей цепи, прилегающая часть поля характеризуется известными магнитными свойствами, и если в поле находятся две цепи, магнитные свойства поля, относящиеся к обоим токам, комбинируются. Таким образом, каждая часть поля находится в связи с обоими токами, а оба тока связываются друг с другом в силу их связи с намагничением поля. Первым результатом этой связи, который я предлагаю изучить, является индукция одного тока другим и индукция вследствие движения проводников в поле.

Другим, вытекающим отсюда результатом является механическое взаимодействие между проводниками, по которым текут токи. Явление индукции токов было выведено из механического взаимодействия проводников Гельмгольцем *) и Томсоном **). Я следовал обратному порядку и вывел механическое взаимодействие из законов индукции. Я затем описал экспериментальные методы определения величин L, M, N, от которых зависят эти явления.

(18) Затем я прилагаю явления индукции и притяжения токов к исследованию электромагнитного поля и к установлению системы магнитных силовых линий, указывающих на их магнитные свойства. Исследуя то же самое поле при помощи магнита, я показываю распределение его эквипотенциальных магнитных поверхностей, пересекающих силовые линии под прямыми углами.

Чтобы ввести эти результаты в сферу символического исчисления, я выражаю их в форме общих уравнений электромагнитного поля.

Эти уравнения выражают:

(A) Соотношение между электрическим смещением, током истинной проводимости и полным током, составленным из обоих.

(B) Соотношение между магнитными силовыми линиями и коэффициентами индукции цепи, как они уже выведены из законов индукции.

(C) Соотношение между силой тока и его магнитными действиями в соответствии с электромагнитной системой единиц.

(D) Значение электродвижущей силы в каком-либо теле, возникающей от движения тела в поле, изменения самого поля и изменения электрического потенциала от одной части поля к другой.

(E) Соотношение между электрическим смещением и электродвижущей силой, которая его производит.

---

*) См. сноску на стр. 80.

**) W. Thomson, Reports of the British Association, 1848; Phil. Mag., декабрь 1851 г.

(F) Соотношение между электрическим током и производящей его электродвижущей силой.

(G) Соотношение между количеством свободного электричества в любой точке и электрическими смещениями в окрестности ее.

(H) Соотношение между увеличением или уменьшением свободного электричества и электрическими токами поблизости.

Всего таких уравнений имеется 20, содержащих 20 переменных величин.

(19) Затем я выражаю через эти величины внутреннюю энергию электромагнитного поля, как зависящую частично от магнитной и частично от электрической поляризации в каждой точке ([10]).

Отсюда я определяю действующую механическую силу, во-первых, на подвижный проводник, по которому течет электрический ток; во-вторых,— на магнитный полюс; в-третьих,—на наэлектризованное тело.

Последний результат, а именно механическая сила, действующая на наэлектризованное тело, дает начало независимому методу электрического измерения, основанному на электростатических действиях. Отношение между единицами, применяемыми в этих двух методах, оказывается зависящим от того, что я назвал «электрической упругостью» среды, и является скоростью, которая была экспериментально определена Вебером и Кольраушем ([11]).

Затем я показываю, как рассчитывать электростатическую емкость конденсатора и удельную индуктивную емкость диэлектрика ([12]).

Случай с конденсатором, состоящим из параллельных слоев веществ, обладающих различными электрическими сопротивлениями и индуктивными емкостями, изучается в дальнейшем и показывается, что именуемое электрической абсорбцией явление, вообще говоря, будет иметь место, т. е. если конденсатор будет внезапно разряжен, то через короткое время он обнаружит наличие *остаточного* заряда.

(20) Общие уравнения в дальнейшем применяются к случаю магнитного возмущения, распространяющегося через непроводящее поле, и показывается, что единственные возмущения, которые могут распространяться таким образом, это возмущения, поперечные к направлению распространения, и что скорость распространения является скоростью v, определенной экспериментальным путем из опытов, подобных опыту Вебера, которая выражает количество электростатических единиц электричества, содержащихся в одной электромагнитной единице.

Эта скорость так близка к скорости света, что, повидимому, мы имеем серьезные основания сделать заключение, что сам по себе свет (включая лучистую теплоту и другие излучения) является электромагнитным возмущением в форме волн, распространяющихся через электромагнитное поле согласно законам электромагнетизма. Если это так, то совпадение между упругостью среды, вычисленной, с одной стороны, из быстрых световых колебаний и, с другой стороны, найденной медленным процессом электрических экспериментов, показывает, как совершенны и правильны должны быть упругие свойства среды, если она не заполнена какой-либо материей, более плотной, чем воздух. Если тот же самый характер упругости сохраняется в плотных прозрачных телах, то оказывается, что квадрат показателя преломления равен произведению удельной диэлектрической емкости и удельной магнитной емкости. Проводящие среды быстро поглощают такие излучения и поэтому обычно являются непрозрачными.

Концепция распространения поперечных магнитных возмущений с исключением продольных определенно проводится профессором Фарадеем*) в его «Мыслях о лучевых вибрациях». Электромагнитная теория света в том виде, в каком она предложена им, является такой же по существу, как и та, которую я развиваю в настоящем докладе, за исключением того, что в 1846 г.

*) Phil. Mag., май 1846 г. или «Exp. Res.», т. III.

не имелось данных для расчета скорости распространения ([13]).

(21) Общие уравнения затем применяются к расчету коэффициентов взаимной индукции двух круговых токов и коэффициента самоиндукции катушки.

Отсутствие равномерного распределения тока в различных частях сечения провода в момент начала течения тока, как я полагаю, исследуется впервые, и найдена соответствующая поправка для коэффициента самоиндукции.

Эти результаты применяются к расчету самоиндукции катушки, применяемой в опытах Комитета Британской ассоциации по стандартам электрического сопротивления, и полученные величины сравниваются с величинами, определенными опытным путем.

ЧАСТЬ II

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Электромагнитное количество движения тока

(22) Мы можем начать с рассмотрения состояния поля вблизи электрического тока. Мы знаем, что в поле возбуждаются магнитные силы, направление и величина которых зависят согласно известным законам от формы проводника, несущего ток. Когда сила тока увеличивается, магнитные действия также увеличиваются в том же самом отношении. Если магнитное состояние поля зависит от движения среды, определенная сила должна быть приложена для того, чтобы увеличить или уменьшить эти движения, и если эти движения, будучи возбуждены, продолжаются, то связь между током и окружающим его электромагнитным полем заключается в том, что ток наделен известным количеством движения совершенно таким же образом, как связь между точкой передачи машины и маховиком наделяет точку передачи добавочным количеством движения, которое может быть названо количеством движения маховика, приведенным к точке передачи ([14]). Неуравновешенная в машине сила, действующая на точку передачи, увеличивает это количество движения и может быть измерена степенью увеличения.

В случае электрических токов сопротивление внезапному возрастанию или уменьшению напряжения производит эффекты, совершенно подобные механическим, но величина этого количества движения зависит от формы проводника и от относительного положения его различных частей.

Взаимное действие двух токов

(23) Если в поле имеется два электрических тока, то магнитная сила ([15]) в любой точке складывается из сил, производимых каждым током в отдельности, а так как эти два тока находятся в связи с любой точкой поля, то они будут в связи друг с другом, так что любое увеличение или уменьшение одного тока произведет силу, действующую совместно или противоположно силе, обусловленной другим током.

Динамическая иллюстрация приведенного количества движения

(24) В качестве динамической иллюстрации предположим, что тело C так связано с двумя независимыми точками передачи A и B, что его скорость складывается из скорости, в p раз большей скорости A и в q раз большей скорости B. Пусть u будет скорость A, v — скорость B и w — скорость C и пусть δx, δy, δz обозначают их одновременные смещения. Тогда согласно общему уравнению динамики *):

$$C\frac{dw}{dt}\delta z = X\,\delta x + Y\,\delta y,$$

где X и Y — силы, действующие на A и B. Но

$$\frac{dw}{dt} = p\frac{du}{dt} + q\frac{dv}{dt}$$

и

$$\delta z = p\,\delta x + q\,\delta y.$$

*) Lagrange, Mec. Anal., II, 2, § 5 (Русский пер., Лагранж, Аналит. механика, т. I. Динамика, т. II, § 5, стр. 325—326, 1950).

Подставляя и имея в виду, что δx и δy независимы, получим:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{d}{dt}(Cp^2u + Cpqv), \\ Y &= \frac{d}{dt}(Cpqu + Cq^2v). \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Мы можем назвать $Cp^2u + Cpqv$ количеством движения C, отнесенным к A, а $Cpqu + Cq^2v$ количеством движения C, отнесенным к B; мы можем сказать, что действие силы X состоит в том, чтобы увеличить количество движения C, отнесенное к A, а действие силы Y — в увеличении количества движения, отнесенного к B.

Если имеется несколько тел, связанных с A и B подобным же образом, но с разными значениями величин p и q, то мы можем трактовать вопрос таким же образом, полагая

$$L = \sum(Cp^2), \quad M = \sum(Cpq) \quad \text{и} \quad N = \sum(Cq^2),$$

где суммирование распространяется на все тела с их собственными значениями C, p и q. Тогда количество движения системы, отнесенное к A, равно:

$$Lu + Mv,$$

а отнесенное к B:

$$Mu + Nv,$$

и мы будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{d}{dt}(Lu + Mv), \\ Y &= \frac{d}{dt}(Mu + Nv), \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где X и Y являются внешними силами, действующими на A и B.

(25) Чтобы сделать иллюстрацию более полной, мы должны только предположить, что движение A встречает сопротивление, пропорциональное его скорости, которое мы обозначим через Ru, и что на B дейст-

вует аналогичная сила, которую мы обозначим через Sv, где R и S — коэффициенты сопротивления. Отсюда, если ξ и η являются силами, действующими на A и B (16):

$$\left.\begin{aligned} \xi &= X + Ru = Ru + \frac{d}{dt}(Lu + Mv), \\ \eta &= Y + Sv = Sv + \frac{d}{dt}(Mu + Nv). \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Если скорость A увеличивается как $\frac{du}{dt}$, то, чтобы предотвратить движение B, должна быть приложена к B сила, равная

$$\eta = \frac{d}{dt}(Mu).$$

Это действие на B, производимое увеличением скорости A, соответствует электродвижущей силе в некоторой цепи, возникающей вследствие увеличения силы тока в соседней цепи.

Эта динамическая иллюстрация должна рассматриваться лишь как вспомогательная с целью помочь читателю понять, что подразумевается в механике под приведенным количеством. Явление индукции токов, как зависящее от вариаций величины, называемой электромагнитным количеством движения или электротоническим состоянием, основывается на опытах Фарадея *), Феличи **) и др.

Коэффициенты индукции для двух цепей

(26) В электромагнитном поле значения L, M, N зависят от распределения магнитных действий, обусловленных двумя контурами токов, и это распределение зависит только от формы и относительного положения контуров. Следовательно, L, M, N являются величинами, зависящими от формы и относительного положения контуров и могут изменяться с движением проводников.

*) Faraday, «Exp. Res.», серия I, IX (см. русск. изд.).
**) Felici, Annales de Chimie, серия 3, XXXIV, стр. 64, 1852.

Сейчас мы покажем, что L, M, N являются геометрическими величинами, имеющими характер линий, т. е. обладающими одним измерением в пространстве; L зависит от формы первого проводника, который мы назовем A, N — от формы второго проводника, который мы будем называть B, и M — от относительного положения A и B.

(27) Пусть ξ является электродвижущей силой, действующей в A, x — сила тока и R — сопротивление. Тогда Rx будет силой сопротивления. В случае постоянных токов электродвижущая сила как раз уравновешивается силой сопротивления, но в переменных токах результирующая сила $\xi - Rx$ расходуется на увеличение «электромагнитного количества движения», употребляя термин «количество движения» просто для того, чтобы выразить то, что порождается силой, действующей в течение некоторого промежутка времени, т. е. скорость, существующую в теле (17).

В случае электрических токов действующая сила не является обычной механической силой, по крайней мере, мы еще не в состоянии измерять ее как обычную силу, но мы будем называть ее электродвижущей силой, а движущимся телом является не только электричество в проводнике, но также и что-то за пределами проводника, способное подвергаться влиянию других соседних проводников, обтекаемых токами. В этом отношении оно скорее похоже на приведенное количество движения передаточной точки машины, на которую действуют ее механические связи, чем на количество движения обыкновенного движущегося тела, например пушечного ядра или воды в трубе.

Электромагнитные отношения двух проводящих цепей

(28) В случае двух проводящих цепей A и B мы должны допустить, что электромагнитное количество движения, относящееся к A, будет:

$$Lx + My,$$

а относящееся к B:

$$Mx+Ny,$$

где L, M, N соответствуют таким же величинам в динамической иллюстрации за исключением предположения, что они могут изменяться, когда проводники A или B приводятся в движение.

Тогда уравнение тока x в цепи A будет:

$$\xi=Rx+\frac{d}{dt}(Lx+My), \tag{4}$$

а уравнение тока y в цепи B

$$\eta=Sy+\frac{d}{dt}(Mx+Ny), \tag{5}$$

где ξ и η — электродвижущие силы, x и y — токи, а R и S — соответственно сопротивления A и B.

Индукция одного тока другим

(29) Первый случай. Пусть в цепи B нет электродвижущей силы за исключением той, которая возникает от действия цепи A, и пусть ток в A увеличивается от 0 до величины x, тогда

$$Sy+\frac{d}{dt}(Mx+Ny)=0,$$

откуда

$$Y=\int_0^t y\,dt=-\frac{M}{S}x, \tag{6}$$

т. е. количество электричества Y, будучи полным наведенным током, будет протекать через B, когда x увеличивается от 0 до x. Это — индукция вследствие изменения тока в первичном проводнике. Если M положительно, то наведенный ток, возникающий вследствие увеличения первичного тока, отрицателен.

Индукция при движении проводника

(30) Второй случай. Пусть x остается постоянным и пусть M изменяется от M до M', тогда

$$Y=-\frac{M'-M}{S}x, \tag{7}$$

так что если M увеличивается, что произойдет в том случае, если первичная и вторичная цепи приблизятся друг к другу, то возникнет отрицательный наведенный ток и все количество электричества, прошедшее через B, окажется равным Y. Это — индукция при относительном движении первичного и вторичного проводников.

Уравнение работы и энергии

(31) Чтобы составить уравнение между затраченной работой и полученной энергией, умножим (4) на x и (5) на y и сложим [18]:

$$\xi x+\eta y=$$
$$=Rx^2+Sy^2+x\frac{d}{dt}(Lx+My)+y\frac{d}{dt}(Mx+Ny). \tag{8}$$

Здесь ξx является работой, совершенной в единицу времени электродвижущей силой ξ, порождающей ток x и поддерживающей его, а ηy является работой, совершенной электродвижущей силой η.

Следовательно, левая сторона уравнения представляет собой работу, совершенную электродвижущими силами в единицу времени.

Тепло, производимое током

(32) В правой части уравнения мы имеем, во-первых,

$$Rx^2+Sy^2=H, \tag{9}$$

что представляет собой работу, затраченную для преодоления сопротивления цепей в единицу времени. Она превращается в тепло. Остающиеся члены представляют собой работу, не превращенную в тепло. Они могут быть написаны в виде

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(Lx^2+2Mxy+Ny^2)+\frac{1}{2}\frac{dL}{dt}x^2+\frac{dM}{dt}xy+\frac{1}{2}\frac{dN}{dt}y^2.$$

Внутренняя энергия токов

(33) Если L, M, N являются величинами постоянными, то вся работа электродвижущих сил, которая не растрачивается на преодоление сопротивления, будет направлена на развитие токов.

Вся внутренняя энергия токов поэтому равна:

$$\frac{1}{2}Lx^2+Mxy+\frac{1}{2}Ny^2=E. \tag{10}$$

Эта энергия существует в форме, не воспринимаемой нашими органами чувств, по всей вероятности, как актуальное движение, причем местом нахождения этого движения являются не только проводящие цепи, но и окружающее их пространство ([19]).

Механическое взаимодействие между проводниками

(34) Остающиеся члены

$$\frac{1}{2}\frac{dL}{dt}x^2+\frac{dM}{dt}xy+\frac{1}{2}\frac{dN}{dt}y^2=W \tag{11}$$

представляют собой произведенную в единицу времени работу, возникающую вследствие изменений L, M и N, или, что то же самое, вследствие изменений формы и положения проводящих цепей A и B.

Если во время движения какого-либо тела совершается работа, она должна быть результатом обычной механической силы, действующей на тело во время его движения. Следовательно, эта часть выражения работы показывает, что имеется налицо механическая сила, вынуждающая каждую часть самих проводников двигаться в том направлении, в котором L, M и N максимально увеличиваются.

Существование электромагнитной силы между проводниками, несущими токи, является прямым следствием совокупного и независимого действия каждого из токов на электромагнитное поле. Если A и B сближаются на расстояние ds, так что M увеличивается от M до M', в то время как токи равны x и y, тогда произведенная работа будет:

$$(M'-M)\,xy,$$

а сила в направлении ds:

$$\frac{dM}{ds}xy, \tag{12}$$

и она будет притяжением, если x и y имеют один и тот же знак и если M увеличивается по мере сближения A и B.

Отсюда, следовательно, вытекает, что если допустить, что часть электродвижущей силы, не преодолевающая сопротивления, существует и действует в течение некоторого времени, генерируя особое устойчивое состояние движения, связанное с током, которое мы можем назвать (по механической аналогии) электромагнитным количеством движения тока, зависящим от обстоятельств, являющихся внешними по отношению к проводнику, тогда индукция токов и электромагнитные притяжения могут быть объяснены из механических соображений.

То, что я назвал электромагнитным количеством движения, является той же самой величиной, которую Фарадей *) обозначил, как электротоническое состояние тока, любое изменение которого порождает действие электродвижущей силы, подобно тому как изменение механического количества движения влечет за собой действие механической силы ([20]).

Отсюда следует, что если бы описанные Фарадеем в девятой серии его «Экспериментальных исследований» явления были единственно известными фактами относительно электрических токов, то законы Ампера,

*) F a r a d a y, «Exp. Res.», серия I, 60 (см. русск. изд.).

касающиеся взаимодействия проводников, по которым текут токи, а также и законы Фарадея относительно взаимной индукции токов, могли бы быть выведены из механических соображений.

Для экспериментальной проверки этих выводов я ниже рассмотрю случаи с одним единственным током, с двумя токами и с шестью токами, находящимися в электрическом равновесии, с тем чтобы дать возможность экспериментатору определить значения L, M, N.

Случай одной цепи

(35) Уравнение тока x в цепи, сопротивление которой равно R, коэффициент самоиндукции равен L, и при наличии внешней электродвижущей силы ξ будет:

$$\xi - Rx = \frac{d}{dt} Lx. \tag{13}$$

Когда ξ постоянно, решение имеет форму

$$x = b + (a - b) e^{-\frac{R}{L} t},$$

где a есть начальная величина тока, а b — его конечное значение.

Полное количество электричества, которое в течение времени t проходит через цепь, когда t велико, будет:

$$\int_0^t x\,dt = bt + (a - b)\frac{L}{R}. \tag{14}$$

Значение временного интеграла от x^2 будет:

$$\int_0^t x^2\,dt = b^2 t + (a - b)\frac{L}{R}\left(\frac{3b + a}{2}\right). \tag{15}$$

Действительный ток меняется постепенно от начального значения a до конечного b, но значения интегралов от x и x^2 являются такими, как если бы постоянный ток силы $\frac{1}{2}(a + b)$ тек в течение времени $2\frac{L}{R}$ и был бы затем замещен постоянным током величины b. Время

$2\frac{L}{R}$ обычно является столь ничтожной долей секунды, что действия, оказываемые током на гальванометр и динамометр, могут рассчитываться так, как если бы импульс был мгновенным.

Если цепь состоит из батареи и катушки, при замыкании цепи действия являются такими, как если бы ток имел только половину своей конечной силы в течение времени $2\frac{L}{R}$. Это уменьшение силы тока, обусловленное индукцией, иногда называют контратоком.

(36) Если дополнительное сопротивление r внезапно включается в цепь, например, вследствие разрыва контакта, так что ток вынужден проходить через тонкую проволоку с сопротивлением r, то первоначальный ток равен $a = \frac{\xi}{R}$, а конечный $b = \frac{\xi}{R + r}$.

Наведенный ток тогда равен $\frac{1}{2}\xi\frac{2R + r}{R(R + r)}$ и продолжается в течение времени $2\frac{L}{R + r}$. Этот ток больше, чем тот, который батарея может поддерживать в двух проволоках R и r, и может оказаться столь значительной величины, что пережжет тонкую проволочку r.

Когда контакт прекращается вследствие разрыва проводов, дополнительное сопротивление представляет собой слой воздуха, и поскольку наведенная электродвижущая сила, преодолевающая новое сопротивление, очень велика, то через воздух проскакивает искра.

Если электродвижущая сила имеет форму $E \sin pt$, как, например, в случае катушки, вращающейся в магнитном поле, то

$$x = \frac{E}{\rho}\sin(pt - \alpha),$$

где

$$\rho^2 = R^2 + L^2 p^2 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{Lp}{R}.$$

Случай двух цепей

(37) Пусть R — первичный контур, а S — вторичный контур, тогда мы имеем случай, аналогичный случаю индукционной катушки.

Уравнения токов будут те, которые выведены выше для случая двух контуров, обозначенных через A и B, и мы можем здесь считать L, M, N постоянными, так как движение проводников отсутствует. Тогда получим уравнения:

$$\left.\begin{aligned} Rx + L\frac{dx}{dt} + M\frac{dy}{dt} &= \xi, \\ Sy + M\frac{dx}{dt} + N\frac{dy}{dt} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (13^*)$$

Чтобы определить полное количество проходящего электричества, мы должны только проинтегрировать эти уравнения по времени t. Если x_0, y_0 — силы токов в момент $t=0$, а x_1, y_1 — в момент t и если X, Y — полные количества электричества, прошедшие через обе цепи в течение времени t, то

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{R}\{\xi t + L(x_0 - x_1) + M(y_0 - y_1)\}, \\ Y &= \frac{1}{S}\{M(x_0 - x_1) + N(y_0 - y_1)\}. \end{aligned}\right\} \qquad (14^*)$$

Когда цепь R замыкается, тогда полные токи за достаточно большое время t находятся следующим образом:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \frac{\xi}{R}, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 0,$$

поэтому

$$X = x_1\left(t - \frac{L}{R}\right), \quad Y = -\frac{M}{S}x_1. \qquad (15^*)$$

Величина полного контратока в R поэтому независима от вторичной цепи, а индукционный ток во вторичной цепи зависит только от M — коэффициента взаимной индукции катушек, S — сопротивления вторичной катушки и x_1 — конечной силы тока в R.

Когда электродвижущая сила ξ прекращает свое действие, появляется экстраток в первичной цепи и положительный наведенный ток во вторичной, величины которых равны и противоположны тем, которые получаются при замыкании цепи.

(38) Все вопросы, относящиеся к полному количеству проходящих токов, измеренных по импульсу магнита гальванометра, могут быть разрешены этим способом без необходимости полного решения уравнений. Тепловой эффект тока и импульс, который он дает подвешенной катушке динамометра Вебера, зависят от квадрата силы тока в каждый момент в течение короткого периода времени. Поэтому получив предварительное решение уравнений, мы из этого решения можем найти действия, производимые как на гальванометр, так и на динамометр; тогда мы можем воспользоваться методом Вебера для оценки силы и длительности того постоянного тока, который произвел бы те же самые эффекты ([21]).

(39) Пусть n_1, n_2 будут корнями уравнения

$$(LN - M^2)n^2 + (RN + LS)n + RS = 0, \qquad (16)$$

и пусть первичная катушка возбуждается постоянной электродвижущей силой Rc, так что c является постоянным током, который она может поддерживать; тогда полное решение уравнений, соответствующих замыканию первичной цепи, будет:

$$x = \frac{c}{S}\frac{n_1 n_2}{n_1 - n_2}\left\{\left(\frac{S}{n_1} + N\right)e^{n_1 t} - \left(\frac{S}{n_2} + N\right)e^{n_2 t} + S\frac{n_1 - n_2}{n_1 n_2}\right\}, \qquad (17)$$

$$y = \frac{cM}{S}\frac{n_1 n_2}{n_1 - n_2}\{e^{n_1 t} - e^{n_2 t}\}. \qquad (18)$$

Отсюда мы можем получить для подсчета импульса в динамометре величины:

$$\int x^2\,dt = c^2\left\{t - \frac{3}{2}\frac{L}{R} - \frac{1}{2}\frac{M^2}{RN + LS}\right\}, \qquad (19)$$

$$\int y^2\,dt = c^2\frac{1}{2}\frac{M^2 R}{S(RN + LS)}. \qquad (20)$$

Действия тока вторичной катушки на гальванометр и динамометр такие же, как и действия постоянного тока величины

$$-\frac{1}{2}c\frac{MR}{RN+LS}$$

в течение времени $2\left(\frac{L}{R}+\frac{N}{S}\right)$.

(40) Уравнение между работой и энергией может быть легко проверено. Работа, совершенная электродвижущей силой, равна:

$$\xi\int x\,dt = c^2(Rt-L).$$

Работа, затраченная на преодоление сопротивления и выделение тепла, будет:

$$R\int x^2\,dt + S\int y^2\,dt = c^2\left(Rt-\frac{3}{2}L\right).$$

Энергия, остающаяся в системе, равна:

$$\frac{1}{2}c^2L.$$

(41) Если цепь R внезапно и полностью прерывается в то время, когда по ней проходит ток c, то уравнение тока во вторичной катушке будет:

$$y = c\frac{M}{N}e^{-\frac{S}{N}t}.$$

Этот ток начинается со значения $c\frac{M}{N}$ и постепенно исчезает. Полное количество электричества равно $c\frac{M}{S}$, и значение $\int y^2\,dt$ равно $c^2\frac{M^2}{2SN}$. Эффекты в гальванометре и динамометре равны эффектам постоянного тока силы $\frac{1}{2}c\frac{M}{N}$ в течение времени $2\frac{N}{S}$.

Тепловой эффект поэтому больше, чем эффект тока при замыкании.

(42) Если в цепи R действует электродвижущая сила, имеющая форму $\xi = E\cos pt$, тогда, если цепь S отсутствует, величина x будет равна:

$$x = \frac{E}{A}\sin(pt-\alpha),$$

$$A^2 = R^2 + L^2p^2,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Lp}{R}.$$

Эффект присутствия поблизости цепи S заключается, следовательно, в изменении значений величин A и α до таких, которые бы они имели, если бы R равнялось:

$$R + p^2\frac{MS}{S^2+p^2N^2},$$

а L равнялось:

$$L - p^2\frac{MN}{S^2+p^2N^2}.$$

Отсюда эффект присутствия цепи S заключается в увеличении кажущегося сопротивления и в уменьшении кажущейся самоиндукции цепи R.

Об определении коэффициентов индукции при помощи электрических весов

(43) Электрические весы [электрический мост] состоят из шести проводников, попарно соединяющих четыре точки: A, C, D, E.

Одна пара A, C этих точек соединена через батарею B. Противоположная пара D, E соединена через гальванометр G. Отсюда, если сопротивления четырех основных проводников соответственно равны P, Q, R, S и токи в них x, $x-z$, y и $y+z$, то ток, проходящий через G, оказывается равным z.

Пусть потенциалы в четырех точках будут A, C, D, E. Тогда условия для установившихся токов могут быть

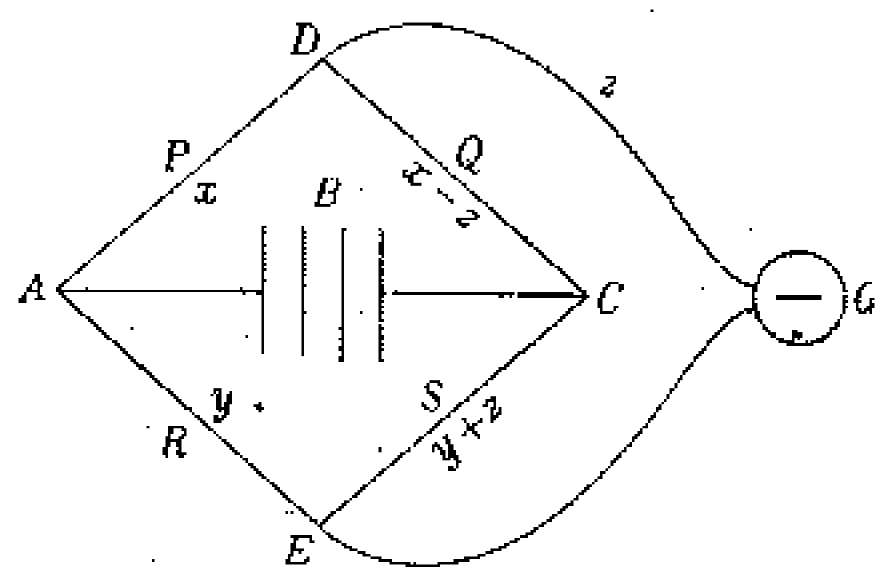

Рис. 1.

найдены из уравнений:

$$\left.\begin{aligned} Px &= A - D, & Q(x-z) &= D - C, \\ Ry &= A - E, & S(y+z) &= E - C, \\ Gz &= D - E, & B(x+y) &= -A + C + F. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Решая эти уравнения для z, мы находим:

$$z\left\{\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}+\frac{1}{R}+\frac{1}{S}+B\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{S}\right)+ G\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{S}\right)+\frac{BG}{PQRS}(P+Q+R+S)\right\} = F\left(\frac{1}{PS}-\frac{1}{QR}\right). \qquad (22)$$

В этом выражении F является электродвижущей силой батареи, z — ток через гальванометр, когда он установится, P, Q, R, S — сопротивления четырех плеч, B — сопротивление батареи и электродов, а G — сопротивление гальванометра.

(44) Если $PS = QR$, то $z = 0$, и в этом случае в гальванометре не будет установившегося тока, но преходящий ток может быть получен путем замыкания или размыкания цепи в результате индукции, а показания гальванометра могут быть использованы для определения коэффициентов индукции, если только мы поймем имеющие здесь место явления.

Мы предполагаем $PS = QR$, так что ток z исчезает, если будет дано для этого достаточно времени. Тогда

$$x(P+Q) = y(R+S) = \frac{F(P+Q)(R+S)}{(P+Q)(R+S)+B(P+Q)(R+S)}. \qquad (23)$$

Пусть коэффициенты индукции проводников P, Q, R, S даны в нижеследующей таблице, причем коэффициент индукции самого проводника P равен p, взаимной индукции между P и Q равен h и т. д. Пусть g будет коэффициент индукции гальванометра и пусть гальванометр будет находиться за пределами достижимости индуктивного влияния проводников P, Q, R, S (как это должно быть для того, чтобы избежать непосредственного действия P, Q, R, S на стрелку гальванометра). Пусть X, Y, Z будут интегралы от x, y, z по времени t. В момент замыкания цепи x, y, z равны нулю. По истечении некоторого времени z исчезает, а x и y достигают постоянных значений. Следовательно, уравнения для каждого из проводников будут:

	P	Q	R	S
P	p	h	k	l
Q	h	q	m	n
R	k	m	r	o
S	l	n	o	s

$$\left.\begin{aligned} PX + (p+h)x + (k+l)y &= \int A\,dt - \int D\,dt, \\ Q(X-Z) + (h+g)x + (m+n)y &= \int D\,dt - \int C\,dt, \\ RY + (k+m)x + (r+o)y &= \int A\,dt - \int E\,dt, \\ S(Y+Z) + (l+n)x + (o+S)y &= \int E\,dt - \int C\,dt, \\ GZ &= \int D\,dt - \int E\,dt. \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

Решая эти уравнения для Z, мы находим:

$$Z\left\{\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}+\frac{1}{R}+\frac{1}{S}+B\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{S}\right)+\right.$$
$$\left.+G\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{S}\right)+\frac{BG}{PQRS}(P+Q+R+S)\right\}=$$
$$=-F\frac{1}{PS}\left\{\frac{p}{P}-\frac{q}{Q}-\frac{r}{R}+\frac{s}{S}+h\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{Q}\right)+\right.$$
$$+k\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{P}\right)+l\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{Q}\right)-m\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{S}\right)+$$
$$\left.+n\left(\frac{1}{Q}-\frac{1}{S}\right)+o\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{R}\right)\right\}. \quad (25)$$

(45) Пусть теперь отклонение стрелки гальванометра мгновенным током интенсивности Z будет α. Пусть θ будет постоянное отклонение, получающееся вследствие того, что отношение PS к QR полагается равным ρ вместо 1. Пусть, наконец, время колебания стрелки гальванометра от точки равновесия до точки равновесия будет равно T.

Тогда, обозначая через τ величину

$$\frac{p}{P}-\frac{q}{Q}-\frac{r}{R}+\frac{s}{S}+h\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{Q}\right)+k\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{P}\right)+$$
$$+l\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right)-m\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{S}\right)+$$
$$+n\left(\frac{1}{Q}-\frac{1}{S}\right)+o\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{P}\right)=\tau, \quad (26)$$

мы находим:

$$\frac{Z}{z}=\frac{2\sin\frac{1}{2}\alpha}{\operatorname{tg}\theta}\,\frac{T}{\pi}=\frac{\tau}{1-\rho}. \quad (27)$$

Чтобы определить на опыте τ, лучше всего производить изменение сопротивления одного из плеч при помощи приспособления, описанного Дженкиным (Report of the

British Association, 1863 г.), при котором любое значение ρ от 1 до 1,01 может быть точно измеренным.

Мы наблюдаем α — наибольшее отклонение, обусловленное импульсом индукции, когда гальванометр находится в цепи, когда сделаны соединения и когда сопротивления подогнаны так, что не получается постоянного тока в гальванометре.

Затем мы наблюдаем β — наибольшее отклонение, даваемое постоянным током, когда сопротивление одного из плеч увеличивается в отношении единицы к ρ, а гальванометр включается в цепь спустя короткий промежуток времени после того, как сделано соединение с батареей.

Чтобы исключить эффекты сопротивления воздуха, лучше всего изменять ρ таким образом, чтобы получалось приблизительно $\beta=2\alpha$. Тогда

$$\tau=T\frac{1}{\pi}(1-\rho)\frac{2\sin\frac{1}{2}\alpha}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta}. \quad (28)$$

Если все плечи моста, исключая P, состоят из катушек сопротивления, сделанных из очень тонкой проволоки, не слишком большой длины, сдвоенной при наматывании [бифилярная намотка], то коэффициенты индукции, относящиеся к таким катушкам, будут незначительны и τ будет сведено к величине $\frac{p}{P}$. Электрические весы дают поэтому возможность измерять коэффициент самоиндукции любой цепи, сопротивление которой известно.

(46) Электрические весы могут быть также использованы для определения коэффициента взаимной индукции между двумя цепями, например, между P и S, который мы назвали m; но более удобно находить его путем прямого измерения тока, как это указано в параграфе (37) без применения весов. Мы можем также получить равенство $\frac{p}{P}$ и $\frac{q}{Q}$ путем установления

нулевого тока индукции и отсюда, если мы знаем величину p, можем определить величину q более совершенным методом, чем метод сравнения отклонений.

Исследование электромагнитного поля

(47) Предположим теперь, что форма первичной цепи A не изменяется, и будем исследовать электромагнитное поле при помощи вторичной цепи B, которую мы должны представлять себе изменяемой как по форме, так и по положению.

Предположим сначала, что B состоит из короткого прямого проводника, концы которого скользят по двум параллельным проводящим рельсам, соединенным между собой на некотором расстоянии от места скольжения.

Если передвижение подвижного проводника в данном направлении увеличивает значение M, то в цепи B будет действовать отрицательная электродвижущая сила, стремящаяся производить отрицательный ток в B во время движения скользящей части.

Если в контуре B поддерживать ток, то скользящая часть будет стремиться двигаться сама в том направлении, которое ведет к возрастанию M. Во всякой точке поля всегда, однако, имеется такое определенное направление, что движущийся в этом направлении проводник не испытывает действия какой-либо электродвижущей силы, в какую бы сторону ни были обращены его концы. Проводник, по которому течет ток, не будет испытывать действия какой-либо механической силы, понуждающей его двигаться в этом направлении или противоположном.

Это направление называется направлением линии магнитной силы, проходящей через данную точку.

Движение проводника поперек такой линии приводит к возникновению электродвижущей силы, направление которой перпендикулярно к магнитной силовой линии и к направлению движения; проводник с током продвигается в направлении, перпендикулярном к этой магнитной линии и к направлению тока.

(48) Предположим теперь, что B является очень маленькой плоской цепью, которую можно помещать в любое положение, плоскость которой можно поворачивать в любом направлении. Значение M будет наибольшим, когда плоскость цепи будет перпендикулярна к направлению магнитной силовой линии. Следовательно, если в цепи B поддерживается ток, то он стремится сам установиться в этом положении и указывать подобно магниту направление магнитной силовой линии ([22]).

О магнитных силовых линиях

(49) Пусть вычерчена некоторая поверхность, пересекающая магнитные силовые линии, и на этой поверхности пусть будет некоторая система линий, начерченных с малыми интервалами, так что они прилегают друг к другу, не пересекая друг друга. Затем пусть будет на этой поверхности вычерчена некоторая линия, пересекающая все эти линии, и пусть рядом с ней будет другая линия, причем ее расстояние от первой линии будет таким, что значение M для каждой из маленьких площадок, заключенных между этими двумя линиями и линиями первой системы, будет равно единице.

Таким же способом пусть будут начерчены еще другие линии, образующие вторую систему, так что значение M для каждой ячейки, образованной взаимным пересечением этих двух систем линий, будет равно единице.

Наконец, из каждой точки взаимного пересечения линий этой сетки пусть будет вычерчена линия через все поле, повсюду совпадающая по направлению с направлением магнитной силовой линии.

(50) Таким путем все поле будет заполнено магнитными силовыми линиями с одинаковыми интервалами между ними, и свойства электромагнитного поля будут полностью выражаться ими. Так, во-первых, если в поле провести любую замкнутую кривую, величина M для этой кривой будет выражаться *числом* силовых

линий, которые *проходят через* пространство, охватываемое замкнутой кривой.

Во-вторых, если эта кривая представляет собой проводящий контур и будет двигаться через поле, в ней будет действовать электродвижущая сила, величина которой может быть выражена степенью изменения числа силовых линий, проходящих через пространство, охватываемое кривой.

В-третьих, если в контуре поддерживается ток, то на проводник будут действовать силы, стремящиеся двигать его таким образом, чтобы увеличить число силовых линий, проходящих через пространство, охватываемое контуром, и величина работы, совершенной этими силами, равна силе тока в контуре, умноженной на число этих дополнительных силовых линий.

В-четвертых, если небольшой плоский контур, имеющий возможность свободно поворачиваться, будет помещен в поле, то его плоскость расположится перпендикулярно к силовым линиям. Маленький магнит расположится так, чтобы его ось имела направление магнитных силовых линий.

В-пятых, если поместить в поле длинный равномерно намагниченный стержень, то на каждый полюс будет действовать сила в направлении силовой линии. Число силовых линий, проходящих через единицу площади, равно силе, действующей на единичный полюс, умноженной на коэффициент, зависящий от магнитных свойств среды и называемый коэффициентом магнитной индукции.

В жидкостях и в изотропных твердых телах величина этого коэффициента μ одна и та же, в каком бы направлении ни проходили силовые линии, но в кристаллических, упруго-напряженных и органических телах величина μ может зависеть от направления силовых линий относительно осей кристаллизации, направления натяжения или роста. Во всех телах μ зависит от температуры, а в железе оно, повидимому, уменьшается по мере увеличения интенсивности намагничения ([23]).

О магнитных эквипотенциальных поверхностях

(51) Если мы будем исследовать поле равномерно намагниченным стержнем, имеющим такую длину, что один из его полюсов находится в очень слабой части магнитного поля, то магнитные силы будут совершать работу, когда другой полюс двигается в поле.

Если, исходя от данной точки, мы будем двигать этот полюс до некоторой другой точки, то произведенная работа не будет зависеть от пути полюса между этими двумя точками при условии, что между различными путями следования полюса не проходят токи.

Отсюда, если в поле нет электрических токов, а имеются только магниты, мы можем начертить ряд поверхностей такого рода, что работа, совершенная при переходе от одной поверхности к другой, будет постоянной и не зависящей от того пути, по которому мы следуем. Такие поверхности называются эквипотенциальными поверхностями и в обычных случаях они перпендикулярны к магнитным силовым линиям.

Если эти поверхности начерчены таким образом, что единичный полюс, переходя от любой из них к следующей, производит единицу работы, то работа, производимая при любом движении магнитного полюса, будет измеряться силой полюса, помноженной на число поверхностей, которые он пересек в положительном направлении.

(52) Если в поле имеются контуры, по которым текут электрические токи, тогда все же будут существовать эквипотенциальные поверхности в частях поля, внешних по отношению к проводникам, несущим эти токи, но работа, соответствующая единичному полюсу при его переходе от одной поверхности к другой, будет зависеть от того, сколько раз путь полюса охватывает некоторые из этих токов. Отсюда потенциал каждой поверхности будет обладать целым рядом значений, возрастающих в арифметической прогрессии и различающихся работой, произведенной при полном обходе одного из токов в поле.

Эквипотенциальные поверхности уже не будут непрерывными замкнутыми поверхностями, некоторые из них будут ограниченными листами, причем электрический контур будет их общим краем или границей. Число таких поверхностей будет равно величине работы, соответствующей единичному полюсу при его обходе вокруг тока, и по обычному измерению равно $4\pi\gamma$, где γ—значение силы тока.

Эти поверхности, следовательно, связаны с электрическим током, как мыльные пузыри соединены с кольцом в опытах Плато. Любой ток γ имеет $4\pi\gamma$ поверхностей, связанных с ним. Эти поверхности имеют контур токов в качестве общей границы и связаны с ним под равными углами между собой. Форма эквипотенциальных поверхностей в других частях поля зависит как от присутствия других токов или магнитов, так и от внешней формы контура тока, к которому они относятся.

ЧАСТЬ III

ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

(53) Введем три взаимно перпендикулярные направления в пространстве в качестве координатных осей x, y и z и допустим, что все направленные величины выражаются их составляющими по этим трем направлениям.

Электрические токи $(p,\ q,\ r)$

(54) Электрический ток заключается в передаче электричества от одной части тела к другой. Пусть количество электричества, проходящее в единицу времени через единицу площади, перпендикулярную к оси x, будет обозначено через p; тогда p является составляющей тока в данной точке по направлению x.

Мы будем пользоваться обозначениями p, q, r для выражения составляющих тока через единицу площади по направлениям x, y, z.

Электрические смещения $(f,\ g,\ h)$

(55) Электрическое смещение заключается в противоположной электризации сторон молекулы или частицы тела, которая может сопровождаться или не сопровождаться прохождением [электричества] через тело. Пусть количество электричества, которое обнаружится на грани $dy\,dz$ элемента $dx\,dy\,dz$, выделенного в теле,

будет равно $f\,dy\,dz$; тогда f является составляющей электрического смещения, параллельной x. Мы будем пользоваться обозначениями f, g, h для выражения электрических смещений, соответственно параллельных x, y, z.

Изменения электрического смещения должны быть прибавлены к токам p, q, r, чтобы получить общее движение электричества, которое мы будем обозначать через p', q', r', так что ([24])

$$\left.\begin{aligned} p' &= p + \frac{df}{dt}, \\ q' &= q + \frac{dg}{dt}, \\ r' &= r + \frac{dh}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{A}$$

Электродвижущая сила (P, Q, R)

(56) Пусть P, Q, R обозначают составляющие электродвижущей силы в некоторой точке ([25]). Тогда P представляет разность потенциалов на единицу длины проводника, помещенного в направлении x в данной точке. Мы можем представить себе бесконечно короткую проволоку, помещенную праллельно x в данной точке, до которой во время действия электродвижущей силы P дотронулись два маленьких проводника, которые затем изолируются и удаляются за пределы действия электродвижущей силы. Значение P может тогда быть установлено путем измерения величин зарядов этих проводников.

Таким образом, если l—длина проволоки, разность потенциалов на ее концах будет равна Pl, и если C—емкость каждого из маленьких проводников, то заряд на каждом из них будет $^1/_2\,CPl$. Так как емкости умеренной величины проводников, измеренные в электромагнитной системе единиц, весьма малы, то обычные электродвижущие силы, возникающие от электромагнитных действий, едва ли можно было бы измерить указанным способом. На практике подобные измерения всегда выполняются длинными проводниками, образующими замкнутые или почти замкнутые цепи.

Электромагнитное количество движения (F, G, H)

(57) Пусть F, G, H обозначают составляющие электромагнитного количества движения в некоторой точке поля, обусловленного некоторой системой магнитов или токов.

Тогда F является общим импульсом электродвижущей силы в направлении x, которая получилась бы при удалении магнитов или токов из поля, т. е. если P является электродвижущей силой, образующейся в некоторый момент во время удаления системы магнитов или токов, то

$$F = \int P\,dt.$$

Отсюда часть электродвижущей силы, зависящая от движения магнитов или токов в поле или от изменения их интенсивности, дается сотношениями:

$$P = -\frac{dF}{dt}, \quad Q = -\frac{dG}{dt}, \quad R = -\frac{dH}{dt}. \tag{29}$$

Электромагнитное количество движения контура ([26])

(58) Пусть s будет длина контура, тогда, если мы проинтегрируем

$$\int\left(F\frac{dx}{ds} + G\frac{dy}{ds} + H\frac{dz}{ds}\right)ds \tag{30}$$

вдоль контура, то получим полное электромагнитное количество движения контура или число магнитных силовых линий, им охватываемых; изменения этого числа дают полную электродвижущую силу в контуре. Это электромагнитное количество движения является тем же самым понятием, которое профессор Фарадей называл электротоническим состоянием. Если контур ограничивает элементарную площадку $dy\,dz$, то электромагнитное количество движения будет:

$$\left(\frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}\right)dy\,dz,$$

а это есть число магнитных силовых линий, проходящих через площадку $dy\,dz$.

Магнитная сила (α, β, γ)

(59) Пусть α, β, γ представляют составляющие по направлениям x, y и z силы, действующей на единицу магнетизма в данной точке [напряженности магнитного поля] ([27]).

Коэффициент магнитной индукции (μ)

(60) Пусть μ будет отношение магнитной индукции в данной среде к магнитной индукции в воздухе при равной намагничивающей силе [магнитная проницаемость]. Тогда число силовых линий, проходящих через единицу площади, перпендикулярной к x, будет равно $\mu\alpha$, где μ—величина, зависящая от природы среды, ее температуры, величины уже произведенного намагничения, а в кристаллических телах изменяющаяся в зависимости от направления.

(61) Выражая в приведенных обозначениях электромагнитное количество движения элементарных контуров, перпендикулярных к трем осям, мы получаем следующие

Уравнения магнитной силы

$$\left.\begin{aligned}\mu\alpha &= \frac{dH}{dy}-\frac{dG}{dz}\,,\\ \mu\beta &= \frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}\,,\\ \mu\gamma &= \frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}\,.\end{aligned}\right\} \qquad (B)$$

Уравнения токов

(62) Как известно из опыта, движение магнитного полюса в электромагнитном поле по замкнутому пути не может порождать работы, если только путь, описываемый полюсом, не охватывает электрического тока. Следовательно, всюду, исключая пространство, занимаемое электрическими токами,

$$\alpha\,dx+\beta\,dy+\gamma\,dz=d\varphi \qquad (31)$$

есть полный дифференциал φ магнитного потенциала. Величина φ может допускать бесконечное множество различных значений в зависимости от числа обходов электрических токов движущейся точкой на ее пути [многозначная функция], причем разность между последовательными значениями φ, соответствующая однократному охвату линии тока, равна $4\pi c$, где c—сила тока.

Отсюда в том случае, если нет электрических токов:

$$\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}=0.$$

Но если имеется ток p', то

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}=4\pi p',\\ &\text{и аналогично:}\\ &\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}=4\pi q',\\ &\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}=4\pi r'.\end{aligned}\right\} \qquad (C)$$

Мы будем называть эти уравнения *уравнениями токов* ([28]).

Электродвижущая сила в контуре

(63) Пусть ξ будет электродвижущая сила, действующая в контуре A, тогда

$$\xi=\int\left(P\frac{dx}{ds}+Q\frac{dy}{ds}+R\frac{dz}{ds}\right)ds, \qquad (32)$$

где ds является элементом длины, а интегрирование производится по контуру тока.

Пусть силы в поле обусловлены контурами A и B. Тогда электромагнитное количество движения контура A будет:

$$\int\left(F\frac{dx}{ds}+G\frac{dy}{ds}+H\frac{dz}{ds}\right)ds=Lu+Mv, \qquad (33)$$

где u и v — токи в A и B, и

$$\xi = -\frac{d}{dt}(Lu + Mv). \tag{34}$$

Отсюда, если цепь A неподвижна,

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ Q &= -\frac{dG}{dt} - \frac{d\psi}{dy}, \\ R &= -\frac{dH}{dt} - \frac{d\psi}{dz}, \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

где ψ является функцией от x, y, z и t, которая остается неопределенной, поскольку это относится к решению вышеуказанных уравнений, так как члены, зависящие от нее, исчезают при интегрировании по всему контуру тока. Однако величина ψ может быть всегда определена в любом частном случае, если мы знаем фактические условия. Физическая интерпретация ψ состоит в том, что эта функция представляет собой *электрический потенциал* в каждой точке пространства.

Электродвижущая сила в движущемся проводнике

(64) Пусть короткий прямой проводник длиной a, параллельный оси x, движется со скоростью, составляющие которой равны $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, и пусть его концы скользят вдоль двух параллельных проводников со скоростью $\frac{ds}{dt}$. Найдем изменение электромагнитного количества движения контура, частью которого является вышеописанное приспособление. В единицу времени движущийся проводник пройдет расстояния

$$\frac{dx}{dt}, \quad \frac{dy}{dt}, \quad \frac{dz}{dt}$$

вдоль направлений трех координатных осей, и в то же самое время длины параллельных проводников, входящих в цепь, увеличиваются каждая на $\frac{ds}{dt}$.

Следовательно, величина

$$\int\left(F\frac{dx}{ds} + G\frac{dy}{ds} + H\frac{dz}{ds}\right)ds$$

получит следующие приращения:

$$a\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{dt} + \frac{dF}{dy}\frac{dy}{dt} + \frac{dF}{dz}\frac{dz}{dt}\right)$$

вследствие движения проводника,

$$-a\frac{ds}{dt}\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{ds} + \frac{dG}{dx}\frac{dy}{ds} + \frac{dH}{dx}\frac{dz}{ds}\right)$$

вследствие удлинения контура. Общий прирост отсюда будет:

$$a\left(\frac{dF}{dy} - \frac{dG}{dx}\right)\frac{dy}{dt} - a\left(\frac{dH}{dx} - \frac{dF}{dz}\right)\frac{dz}{dt},$$

или согласно уравнениям магнитной силы (B)

$$-a\left(\mu\gamma\frac{dy}{dt} - \mu\beta\frac{dz}{dt}\right).$$

Если P — электродвижущая сила в движущемся проводнике, параллельном x, отнесенная к единице длины, то действующая электродвижущая сила будет Pa, и так как она измеряется уменьшением электромагнитного количества движения контура, то электродвижущая сила, обусловленная движением, будет:

$$P = \mu\gamma\frac{dy}{dt} - \mu\beta\frac{dz}{dt}. \tag{36}$$

(65) Полные уравнения электродвижущей силы в движущемся проводнике могут быть теперь написаны следующим образом:

Уравнения электродвижущей силы

$$\left.\begin{aligned} P &= \mu\left(\gamma\frac{dy}{dt} - \beta\frac{dz}{dt}\right) - \frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ Q &= \mu\left(\alpha\frac{dz}{dt} - \gamma\frac{dx}{dt}\right) - \frac{dG}{dt} - \frac{d\psi}{dy}, \\ R &= \mu\left(\beta\frac{dx}{dt} - \alpha\frac{dy}{dt}\right) - \frac{dH}{dt} - \frac{d\psi}{dz}. \end{aligned}\right\} \tag{D}$$

Первый член в правой стороне каждого уравнения представляет собой электродвижущую силу, возникающую от движения самого проводника. Эта электродвижущая сила перпендикулярна к направлению движения и к магнитным силовым линиям. Если начертить параллелограмм, стороны которого по направлению и величине изображают скорость проводника и магнитную индукцию в этой точке поля, то площадь параллелограмма будет изображать электродвижущую силу, обусловленную движением проводника, и направление этой силы перпендикулярно к плоскости параллелограмма.

Второй член в каждом уравнении указывает действие изменений в положении или в силе магнитов или токов в поле.

Третий член показывает действие электрического потенциала ψ. Последний не вызывает тока, циркулирующего в замкнутой цепи. Он указывает лишь на существование силы, которая проталкивает электричество по направлению к некоторым определенным точкам в поле ([29]).

Электрическая упругость

(66) Когда электродвижущая сила действует на диэлектрик, она приводит каждую часть диэлектрика в поляризованное состояние, при котором его противоположные стороны электризуются противоположным образом. Величина этой электризации зависит от величины электродвижущей силы, от природы вещества и в твердых телах, имеющих структуру, определенную осями, от направления электродвижущей силы по отношению к этим осям. Для изотропных веществ, если через k обозначить отношение электродвижущей силы к диэлектрическому смещению, мы можем написать:

Уравнения электрической упругости ([30])

$$\left.\begin{aligned} P &= kf, \\ Q &= kg, \\ R &= kh. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(E)}$$

Электрическое сопротивление

(67) Когда электродвижущая сила действует на проводник, она производит электрический ток. Этот эффект является дополнительным к уже рассмотренному нами диэлектрическому смещению.

В твердых телах сложной структуры отношение между электродвижущей силой и током зависит от их направления в теле. В изотропных веществах, которые мы здесь только и будем рассматривать, если ρ является удельным сопротивлением, относящимся к единице объема, мы можем написать:

Уравнения электрического сопротивления ([31])

$$\left.\begin{aligned} P &= -\rho p, \\ Q &= -\rho q, \\ R &= -\rho r. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(F)}$$

Количество электричества

(68) Пусть e представляет количество свободного положительного электричества, содержащегося в единице объема в любой части поля, тогда, поскольку оно является результатом электризации различных частей поля, не нейтрализующих друг друга, мы можем написать:

Уравнение свободного электричества ([32])

$$e + \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} = 0. \qquad \text{(G)}$$

(69) Если среда проводит электричество, то мы будем иметь другое условие (используя термин гидродинамики):

Уравнение непрерывности

$$\frac{de}{dt} + \frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0. \qquad \text{(H)}$$

(70) В эти уравнения электромагнитного поля входят 20 переменных величин, а именно ([33]):

для электромагнитного количества движения	F, G, H;
для магнитной интенсивности [напряженности]	α, β, γ;
для электродвижущей силы	P, Q, R;
для тока, обусловленного (истинной) проводимостью	p, q, r;
для электрического смещения	f, g, h;
для полного тока (включая изменения смещения)	p', q', r';
для количества свободного электричества	e;
для электрического потенциала	ψ.

Между этими 20 переменными величинами мы нашли 20 уравнений, а именно:

три уравнения магнитной силы	(B);
» » электрических токов	(C);
» » электродвижущей силы . . .	(D);
» » электрической упругости . . .	(E);
» » электрического сопротивления	(F);
» » полных токов	(A);
одно уравнение свободного электричества . .	(G);
» » непрерывности	(H).

Эти уравнения, следовательно, достаточны, чтобы определить все величины, встречающиеся в них, если только мы знаем условия задачи. Во многих вопросах, однако, требуются только некоторые из этих уравнений ([34]).

Внутренняя энергия электромагнитного поля

(71) Мы уже видели (33), что внутренняя энергия любой системы токов находится умножением половины силы тока в каждом контуре на его электромагнитное количество движения. Это эквивалентно нахождению интеграла

$$E = \frac{1}{2}\sum (Fp' + Gq' + Hr')\, dV \qquad (37)$$

по всему пространству, занимаемому токами, где p', q', r' — компоненты токов, а F, G, H — компоненты электромагнитного количества движения. Подставляя значения p', q', r' из уравнений токов (C), получим:

$$\frac{1}{8\pi}\sum \left\{ F\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) + G\left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx}\right) + H\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}\right) \right\} dV.$$

Интегрируя по частям и вспоминая, что α, β, γ исчезают в бесконечности, получаем выражение

$$\frac{1}{8\pi}\sum \left\{ \alpha\left(\frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}\right) + \beta\left(\frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx}\right) + \gamma\left(\frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy}\right) \right\} dV,$$

где интегрирование должно быть распространено на все пространство. Принимая во внимание уравнения магнитной силы (B), будем иметь ([35]):

$$E = \frac{1}{8\pi}\sum \left\{ \alpha\mu\alpha + \beta\mu\beta + \gamma\mu\gamma \right\} dV, \qquad (38)$$

где α, β, γ являются составляющими магнитной напряженности или силы, действующей на единицу магнитного полюса, а $\mu\alpha$, $\mu\beta$, $\mu\gamma$ — компоненты величины магнитной индукции или числа силовых линий на единицу площади.

В изотропных средах величина μ одинакова во всех направлениях, и мы можем выразить результат более просто, говоря, что внутренняя энергия любой части магнитного поля, обусловленная его намагничением, равна:

$$\frac{\mu}{8\pi} I^2$$

на единицу объема, где I — величина магнитной напряженности.

(72) Энергия может быть записана в поле различными способами, например действием электродвижущей силы, вызывающей электрическое смещение. Работа, произведенная переменной электродвижущей силой P, дающей переменное смещение f, получается

интегрированием

$$\int P\,df$$

от $P=0$ до данного значения P.

Так как $P=kf$ (см. уравнение (E)), то

$$\int kf\,df=\frac{1}{2}kf^2=\frac{1}{2}Pf.$$

Отсюда внутренняя энергия каждой части поля, существующая в форме электрического смещения, равна:

$$\frac{1}{2}\sum(Pf+Qg+Rh)\,dV.$$

Полная энергия в поле, следовательно, будет:

$$E=\sum\left\{\frac{1}{8\pi}(\alpha\mu\alpha+\beta\mu\beta+\gamma\mu\gamma)+\frac{1}{2}(Pf+Qg+Rh)\right\}dV. \quad \text{(I)}$$

Первый член этого выражения зависит от намагничивания поля и объясняется в нашей теории актуальным движением какого-то рода. Второй член зависит от электрической поляризации и объясняется по нашей теории напряжением какого-то рода в упругой среде.

(73) Я имел уже прежде случай *) попытаться описать особый вид движения и особый вид напряжения, приспособленных для объяснения этих явлений. В настоящем докладе я избегаю какой-либо гипотезы такого рода и, пользуясь такими словами, как электромагнитное количество движения и электрическая упругость в отношении известных явлений индукции токов и поляризации диэлектриков, я хочу только направить мысль читателя на механические явления, которые могут помочь ему понять электрические явления. Все подобные выражения в настоящей статье должны рассматриваться как иллюстративные, а не как объясняющие.

*) См. «О физических силовых линиях» (стр. 107 настоящего издания.—*Ред.*).

(74) Однако, говоря об энергии поля, я хочу быть понятым буквально. Всякая энергия есть то же, что механическая энергия, существует ли она в форме обычного движения или в форме упругости, или в какой-нибудь другой форме. Энергия в электромагнитных явлениях—это механическая энергия. Единственный вопрос заключается в том, где она находится?(36)

Согласно старым теориям она находится в наэлектризованных телах, проводящих цепях и магнитах в форме неизвестного качества, называемого потенциальной энергией или способностью производить определенные действия на расстоянии. По нашей теории она находится в электромагнитном поле, в пространстве, окружающем наэлектризованные и намагниченные тела, а также и в самых этих телах и проявляется в двух различных формах, которые могут быть описаны без гипотез как магнитная поляризация и электрическая поляризация, или согласно весьма вероятной гипотезе как движение и напряжение одной и той же среды.

(75) Заключения, к которым мы пришли в настоящем докладе, независимы от этой гипотезы, так как они выведены из экспериментальных фактов троякого рода:

1) индукция электрических токов путем увеличения или уменьшения силы соседних токов сообразно изменениям в силовых линиях, пронизывающих контур,

2) распределение магнитной напряженности сообразно изменениям магнитного потенциала,

3) индукция (или влияние) статического электричества через диэлектрики.

Теперь, исходя из этих принципов, мы можем приступить к доказательству существования и нахождению законов механических сил, действующих на электрические токи, магниты и наэлектризованные тела, помещенные в электромагнитное поле.

ЧАСТЬ IV

МЕХАНИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ В ПОЛЕ

Механическая сила, действующая на подвижной проводник

(76) Мы уже показали (параграфы 34 и 35), что работа электромагнитных сил при движении проводника равна произведению силы тока в проводнике на приращение электромагнитного количества движения, обусловленного движением.

Пусть короткий прямой проводник длины a движется параллельно самому себе в направлении x, а его концы—по двум параллельным проводникам. Тогда приращение электромагнитного количества движения, обусловленное перемещением проводника a, будет ([37]):

$$a\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{ds}+\frac{dG}{dx}\frac{dy}{ds}+\frac{dH}{dx}\frac{dz}{ds}\right)\delta x.$$

Его же приращение, обусловленное удлинением цепи вследствие увеличения длины параллельных проводников, будет:

$$-a\left(\frac{dF}{dx}\frac{dx}{ds}+\frac{dF}{dy}\frac{dy}{ds}+\frac{dF}{dz}\frac{dz}{ds}\right)\delta x.$$

Полное приращение будет:

$$a\,\delta x\left\{\frac{dy}{ds}\left(\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}\right)-\frac{dz}{ds}\left(\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}\right)\right\},$$

что, принимая во внимание уравнения магнитной силы (B), равно:

$$a\,\delta x\left(\frac{dy}{ds}\mu\gamma-\frac{dz}{ds}\mu\beta\right).$$

Пусть X — сила, действующая по направлению x на единицу длины проводника. Тогда совершенная работа будет равна $Xa\,\delta x$. Пусть C — сила тока в проводнике и пусть p', q', r' — его составляющие, тогда

$$Xa\,\delta x=Ca\,\delta x\left(\frac{dy}{ds}\mu\gamma-\frac{dz}{ds}\mu\beta\right),$$

или

$$X=\mu\gamma q'-\mu\beta r';$$

аналогично:

$$\left.\begin{aligned}X&=\mu\gamma q'-\mu\beta r';\\Y&=\mu\alpha r'-\mu\gamma p',\\Z&=\mu\beta p'-\mu\alpha q'.\end{aligned}\right\}\qquad (J)$$

Это суть уравнения, определяющие механическую силу, действующую на проводник, несущий ток. Эта сила перпендикулярна к току и к силовым линиям, измеряется площадью параллелограмма, образованного линиями, параллельными току и силовым линиям, и пропорциональна их интенсивностям.

Механическая сила, действующая на магнит

(77) В любой части поля, не пересекаемой электрическими токами, распределение магнитной напряженности может быть представлено производными функции, которую можно назвать магнитным потенциалом. Если в поле нет токов, эта функция однозначна в каждой точке. Если же в поле есть токи, то потенциал имеет ряд значений в каждой точке, но его производные имеют только одно значение, а именно:

$$\frac{d\varphi}{dx}=\alpha,\quad \frac{d\varphi}{dy}=\beta,\quad \frac{d\varphi}{dz}=\gamma.$$

Подставляя эти значения α, β, γ в выражение для внутренней энергии поля (уравнение (38)) и интегрируя по частям, получаем:

$$-\sum\left\{\varphi\frac{1}{8\pi}\left(\frac{d\mu\alpha}{dx}+\frac{d\mu\beta}{dy}+\frac{d\mu\gamma}{dz}\right)\right\}dV.$$

Выражение

$$\sum\left(\frac{d\mu\alpha}{dx}+\frac{d\mu\beta}{dy}+\frac{d\mu\gamma}{dz}\right)dV=\Sigma m\,dV \tag{39}$$

указывает число магнитных силовых линий, имеющих свое начало внутри пространства V. Теперь магнитный полюс определяется как место начала или окончания магнитных силовых линий и единичным полюсом является тот, к которому относится 4π силовых линий, так как он обусловливает единицу магнитной напряженности на единице расстояния на сфере, поверхность которой равна 4π.

Отсюда если m является количеством свободного положительного магнетизма в единице объема, вышеуказанное выражение может быть написано как $4\pi m$, а выражение для энергии поля приобретает вид

$$E=-\sum\left(\frac{1}{2}\varphi m\right)dV. \tag{40}$$

Если имеются два магнитных полюса m_1 и m_2, создающих в поле потенциалы φ_1 и φ_2, то, если m_2 перемещается на расстояние dx под действием силы X, двигающей его в этом направлении, совершенная работа будет $X\,dx$, а уменьшение энергии в поле равно:

$$d\left\{\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)(m_1+m_2)\right\}.$$

Эти выражения должны быть равны друг другу согласно принципу сохранения энергии.

Так как распределение φ_1 определяется m_1, а распределение φ_2 определяется m_2, то сумма $\varphi_1 m_1+\varphi_2 m_2$ должна оставаться постоянной ([38]).

Кроме того, как это доказал Грин (Essay, стр. 10),

$$m_1\varphi_2=m_2\varphi_1.$$

Следовательно:

$$X\,dx=d\,(m_2\varphi_1),$$

или

$$\left.\begin{array}{l} X=m_2\dfrac{d\varphi_1}{dx}=m_2\alpha_1, \\ \text{где } \alpha_1 \text{ представляет магнитную} \\ \text{напряженность, обусловленную } m_1. \\ \text{Точно так же:} \\ Y=m_2\beta_1, \\ Z=m_2\gamma_1. \end{array}\right\} \tag{K}$$

Таким образом, магнитный полюс перемещается в направлении магнитной силовой линии под действием силы, равной произведению силы полюса и магнитной напряженности.

(78) Если имеется один единственный магнитный полюс, т. е. полюс очень длинного магнита, помещенного в поле, то единственное решение есть:

$$\varphi_1=-\frac{m_1}{\mu}\,\frac{1}{r}, \tag{41}$$

где m_1 является силой полюса и r — расстояние от него. Отталкивание между двумя полюсами, обладающими силами m_1 и m_2:

$$m_2\frac{d\varphi_1}{dr}=\frac{m_1m_2}{\mu r^2}. \tag{42}$$

В воздухе или любой среде, в которой $\mu=1$, мы имеем просто $\frac{m_1m_2}{r^2}$, но в других средах сила, действующая между двумя данными магнитными полюсами, обратно пропорциональна коэффициенту магнитной индукции среды. Это может быть объяснено намагничиванием среды индуктирующим действием полюсов.

Механическая сила, действующая на наэлектризованное тело

(79) Если в поле нет движения или изменения силы токов или магнитов, электродвижущая сила полностью обусловлена изменением электрического потенциала,

и мы должны иметь (параграф 65)

$$P = -\frac{d\psi}{dx}, \quad Q = -\frac{d\psi}{dy}, \quad R = -\frac{d\psi}{dz}.$$

Интегрируя по частям выражение (I) для энергии, обусловленной электрическим смещением, и вспоминая, что P, Q, R исчезают в бесконечности, получаем следующее значение:

$$\frac{1}{2}\sum\left\{\psi\left(\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}\right)\right\}dV,$$

или согласно уравнению свободного электричества (G)

$$-\frac{1}{2}\sum(\psi e)\,dV.$$

Тем же способом доказательства, которое было применено в случае механического действия на магнит, может быть показано, что механическая сила, действующая на небольшое тело, содержащее количество свободного электричества e_2 и помещенное в поле, потенциал которого, возникший от других наэлектризованных тел, равен ψ_1, имеет компоненты:

$$\left.\begin{aligned} X &= e_2\frac{d\psi_1}{dx} = -P_1e_2, \\ Y &= e_2\frac{d\psi_1}{dy} = -Q_1e_2, \\ Z &= e_2\frac{d\psi_1}{dz} = -R_1e_2. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(D)}$$

Таким образом, наэлектризованное тело перемещается в направлении электродвижущей силы под действием силы, равной произведению количества свободного электричества на величину электродвижущей силы. Если электризация поля обусловлена наличием малого наэлектризованного тела, содержащего e_1 единиц свободного электричества, то единственным решением для ψ_1 является

$$\psi_1 = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1}{r}, \qquad (43)$$

где r — расстояние от наэлектризованного тела. Следовательно, взаимное отталкивание двух наэлектризованных тел e_1 и e_2 будет:

$$e_2\frac{d\psi_1}{dr} = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1e_2}{r^2}. \qquad (44)$$

Измерение электростатических эффектов

(80) Величины, с которыми мы до сих пор имели дело, были выражены в терминах электромагнитной системы мер, основанной на механическом взаимодействии токов. Электростатическая система мер, основанная на механическом взаимодействии наэлектризованных тел, является независимой системой, не совпадающей с электромагнитной. Таким образом, единицы различных величин имеют различное значение в зависимости от той системы, которую мы принимаем, и для того чтобы перейти от одной системы к другой, необходимо произвести соответствующий перевод всех величин.

Согласно электростатической системе отталкивание между двумя небольшими телами, заряженными количествами электричества η_1 и η_2, будет $\frac{\eta_1\eta_2}{r^2}$, где r — расстояние между телами.

Пусть отношение двух систем будет таково, что одна электромагнитная единица электричества содержит v электростатических единиц; тогда $\eta_1 = ve_1$ и $\eta_2 = ve_2$, и величина отталкивания приобретает вид

$$v^2\frac{e_1e_2}{r^2} = \frac{k}{4\pi}\frac{e_1e_2}{r^2} \qquad (45)$$

согласно уравнению (44). Отсюда k — коэффициент «электрической упругости» среды, в которой производятся опыты (т. е. в обычном воздухе), — связан с v — числом электростатических единиц в одной электромагнитной единице согласно уравнению

$$k = 4\pi v^2. \qquad (46)$$

Величина v может быть определена экспериментально несколькими способами. Согласно опытам Вебера и Кольрауша [39]

$$v = 310\,740\,000 \text{ метров в секунду}.$$

(81) Из нашего исследования видно, что если мы допустим, что среда, образующая электромагнитное поле, способна в качестве диэлектрика приобретать в любой своей части электрическую поляризацию—состояние, при котором противоположные стороны любого элемента, на которые мы можем представить себе разделенной среду, электризуются противоположным образом, и если мы также допустим, что эта поляризация или электрическое смещение пропорционально электродвижущей силе, производящей или сохраняющей ее, то мы можем показать, что наэлектризованные тела в диэлектрической среде будут действовать друг на друга с силами, подчиняющимися тем же законам, как и те, которые установлены опытным путем.

Энергию, путем затраты которой производятся электрические притяжения и отталкивания, мы полагаем находящейся в диэлектрической среде, окружающей наэлектризованные тела, а не на поверхностях самих этих тел, которые согласно нашей теории являются лишь пограничными поверхностями воздуха или других диэлектриков, в которых и усматриваются истинные источники действия.

Замечание о действии силы тяготения

(82) После того как мы проследили действие окружающей среды как на магнитные, так и на электрические притяжения и отталкивания и нашли, что они обратно пропорциональны квадрату расстояний, мы, естественно, приходим к вопросу, нельзя ли свести притяжение гравитации, следующее такому же закону, к действию окружающей среды.

Тяготение отличается от магнетизма и электричества тем, что относящиеся к нему тела все одного и того же рода, вместо того чтобы обладать противоположными знаками подобно магнитным полюсам и наэлектризованным телам, и что действующая между этими телами сила является притяжением, а не отталкиванием, как это имеет место в случае одинаковых электрических и магнитных тел.

Линии силы тяготения вблизи двух плотных тел имеют в точности ту же самую форму, что и линии магнитной силы около двух одноименных полюсов; но в то время как полюсы отталкиваются, тела притягиваются. Пусть E будет внутренней энергией поля, окружающего два тяготеющих тела M_1 и M_2, пусть E' будет внутренней энергией поля, окружающего два магнитных полюса m_1 и m_2, равных по численному значению M_1 и M_2, и пусть X будет сила тяготения, действующая во время перемещения δx, а X'—магнитная сила. Имеем:

$$X\,\delta x = \delta E, \quad X'\,\delta x = \delta E'.$$

Так как X и X' равны по численному значению, но противоположны по знаку, то

$$\delta E = -\delta E',$$

или

$$E = C - E' = C - \sum \frac{1}{8\pi}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\,dV,$$

где α, β, γ—составляющие магнитной напряженности.

Если R представляет собой результирующую силу тяготения и R'—результирующую магнитную силу в соответствующей части поля, то

$$R = -R' \quad \text{и} \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = R^2 = R'^2;$$

отсюда

$$E = C - \sum \frac{1}{8\pi} R^2\,dV. \qquad (47)$$

Следовательно, внутренняя энергия поля тяготения должна быть меньше там, где существует результирующая сила тяготения.

Так как всякая энергия по своему существу положительна, то невозможно, чтобы какая-либо часть пространства обладала отрицательной внутренней энергией.

Поэтому те части пространства, в которых нет результирующей силы, как, например, точки равновесия в пространстве между различными телами системы и внутри вещества каждого тела, должны обладать внутренней энергией на единицу объема, большей на

$$\frac{1}{8\pi} R^2,$$

где R—наибольшее возможное значение силы тяготения в любой части вселенной.

Следовательно, предположение, что тяготение возникает от действия окружающей среды указанным выше путем, приводит к заключению, что каждая часть этой среды обладает, будучи невозмущенной, громадной внутренней энергией и что присутствие плотных тел влияет на среду в сторону уменьшения этой энергии, где только имеется результирующее притяжение.

Поскольку я не могу понять, каким образом среда может обладать такими свойствами, я не могу идти дальше в этом направлении в поисках причины тяготения.

ЧАСТЬ V

ТЕОРИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

Емкость конденсатора

(83) Простейшей формы конденсатор состоит из равномерного слоя изолирующей материи, ограниченного двумя проводящими поверхностями, и его емкость измеряется количеством электричества на каждой из поверхностей, когда разность потенциалов равна единице.

Пусть S — площадь каждой из обкладок, a — толщина диэлектрика и k — его коэффициент электрической упругости; тогда на одной обкладке конденсатора потенциал будет равен ψ_1, на другой обкладке $\psi_1 + 1$, а внутри вещества конденсатора:

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{a} = kf. \tag{48}$$

Поскольку $\frac{d\psi}{dx}$ и, следовательно, f равны нулю за пределами конденсатора, количество электричества на его первой поверхности будет равно $-Sf$, а на второй поверхности $+Sf$. Емкость конденсатора равна поэтому $Sf = \frac{S}{ak}$ в электромагнитных единицах.

Удельная емкость электрической индукции (D)

(84) Если диэлектриком конденсатора является воздух, то его емкость в электростатических единицах будет $\frac{S}{4\pi a}$ (пренебрегая поправкой, учитывающей усло-

вия, которые должны быть выполнены на краях обкладок). Если диэлектрик имеет емкость, отношение которой к емкости воздуха равно D, тогда емкость конденсатора будет равна $\frac{DS}{4\pi a}$.

Отсюда

$$D = \frac{k_0}{k}, \qquad (49)$$

где k_0 является значением коэффициента k в воздухе, которое принимается равным единице.

Электрическая абсорбция

(85) Когда диэлектрик конденсатора не является совершенным изолятором, явления проводимости комбинируются с явлениями электрического смещения. Конденсатор, будучи оставлен заряженным, постепенно теряет свой заряд, и в некоторых случаях, после того как он разрядился совершенно, он постепенно приобретает новый заряд того же самого знака, как и первоначальный заряд, и в конце концов и этот заряд также исчезает. Эти явления были описаны профессором Фарадеем (Experimental Researches, серия XI) и Ф. Дженкином (Report of Committee of Board of Trade on Submarine Cables) и могут быть классифицированы под названием «электрической абсорбции».

(86) Возьмем случай конденсатора, составленного из некоторого числа параллельных слоев различных материалов. Если постоянная разность потенциалов между его обкладками сохраняется в течение достаточного времени до тех пор, пока не устанавливается постоянный и устойчивый ток, тогда каждая ограничивающая поверхность будет иметь заряд электричества, зависящий от природы веществ, находящихся на каждой из ее сторон. Если обкладки будут теперь разряжены, то эти внутренние заряды начнут постепенно рассеиваться, и может вновь появиться некоторый заряд на обкладках, если они изолированы, или, если они соединены проводником, известное количество электричества может пройти через проводник во время повторного установления равновесия.

Пусть толщина отдельных слоев конденсатора будет a_1, a_2 и т. д. Пусть значения k для этих слоев соответственно равны k_1, k_2, k_3, ... и пусть

$$a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots = ak, \qquad (50)$$

где k — «электрическая упругость» воздуха, a — толщина эквивалентного воздушного конденсатора.

Пусть сопротивления слоев будут соответственно r_1, r_2, ... и пусть $r_1 + r_2 + \ldots = r$ будет сопротивление всего конденсатора постоянному току, протекающему через единицу поверхности.

Пусть электрическое смещение в каждом слое будет f_1, f_2, ..., а электрический ток в каждом слое — p_1, p_2, ... Пусть потенциал на первой поверхности будет равен ψ_1 и электричество на единицу поверхности e_1. Пусть соответствующие количества на границах первой и второй поверхностей будут ψ_2 и e_2 и т. д.

Тогда согласно уравнениям (G) и (H)

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= -f_1, & \frac{de_1}{dt} &= -p_1, \\ e_2 &= f_1 - f_2, & \frac{de_2}{dt} &= p_1 - p_2, \\ &\ldots\ldots & &\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (51)$$

Но согласно уравнениям (E) и (F)

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 - \psi_2 &= a_1k_1f_1 = -r_1p_1, \\ \psi_2 - \psi_3 &= a_2k_2f_2 = -r_2p_2, \\ &\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

После того как электродвижущая сила поддерживалась достаточное время, ток становится тем же самым в каждом слое и

$$p_1 = p_2 = \ldots = p = \frac{\psi}{r},$$

где ψ является полной разностью потенциалов между крайними слоями. Мы тогда имеем:

$$\left.\begin{array}{r} f_1 = -\frac{\psi}{r}\frac{r_1}{a_1k_1}, \quad f_2 = -\frac{\psi}{r}\frac{r_2}{a_2k_2}, \ \ldots \\ e_1 = \frac{\psi}{r}\frac{r}{a_1k_1}, \qquad e_2 = \frac{\psi}{r}\left(\frac{r_2}{a_2k_2} - \frac{r_1}{a_1k_1}\right), \ \ldots \end{array}\right\} \tag{53}$$

Эти выражения являются количествами электричества на различных поверхностях.

(87) Пусть теперь конденсатор будет разряжен путем соединения обкладок через идеальный проводник так, что их потенциалы моментально становятся равными. Тогда заряды на обкладках изменятся, но заряды на внутренних поверхностях еще не успеют исчезнуть. Полная разность потенциалов теперь равняется:

$$\psi = a_1k_1e_1' + a_2k_2(e_1' + e_2) + a_3k_3(e_1' + e_2 + e_3) + \ldots = 0, \tag{54}$$

откуда, если e_1' есть то, во что превращается e_1 в момент разряда:

$$e_1' = \frac{\psi}{r}\frac{r_1}{a_1k_1} - \frac{\psi}{ak} = e_1 - \frac{\psi}{ak}. \tag{55}$$

Моментальный разряд поэтому равен $\frac{\psi}{ak}$ или тому количеству электричества, которое было бы разряжено воздушным конденсатором эквивалентной толщины a; этот разряд не изменяется вследствие отсутствия идеальной изоляции.

(88) Теперь предположим, что соединение между обкладками прервано и конденсатор предоставлен самому себе. Рассмотрим постепенное рассеивание внутренних зарядов.

Пусть ψ' будет разностью потенциалов между обкладками в некоторый момент времени t, тогда

$$\psi' = a_1k_1f_1 + a_2k_2f_2 + \ldots \tag{56}$$

Но

$$a_1k_1f_1 = -r_1\frac{df_1}{dt},$$

$$a_2k_2f_2 = -r_2\frac{df_2}{dt}.$$

Отсюда $f_1 = A_1e^{-\frac{a_1k_1}{r_1}t}$, $f_2 = A_2e^{-\frac{a_2k_2}{r_2}t}$, ...; относя эти выражения к значениям e_1', e_2, ..., получим:

$$\left.\begin{array}{l} A_1 = \frac{\psi}{r}\frac{r_1}{a_1k_1} - \frac{\psi}{ak}, \\ A_2 = \frac{\psi}{r}\frac{r_2}{a_2k_2} - \frac{\psi}{ak}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \tag{57}$$

Таким образом, для разностей потенциалов обкладок в любой момент времени будем иметь:

$$\psi' = \psi\left\{\left(\frac{r_1}{r} - \frac{a_1k_1}{ak}\right)e^{-\frac{a_1k_1}{r_1}t} + \left(\frac{r_2}{r} - \frac{a_2k_2}{ak}\right)e^{-\frac{a_2k_2}{r_2}t} + \ldots\right. \tag{58}$$

(89) Из этого результата вытекает, что если все слои будут сделаны из одного и того же самого вещества, потенциал ψ' будет всегда равен нулю. Если же они сделаны из различных веществ, то порядок, в котором они расположены, безразличен и конечный эффект будет одинаков вне зависимости от того, состоит ли каждая субстанция из одного слоя или она разделена на любое количество тонких слоев и расположена в любом порядке между тонкими слоями других веществ. Любое вещество, части которого не являются математически однородными, хотя они могут с виду быть таковыми, может поэтому обнаруживать явления абсорбции. Поскольку порядок величины коэффициентов тот же самый, что и порядок показателей, значение ψ' никогда не может изменить своего знака, но должно начинаться с нуля, делаться положительным и, наконец, исчезать.

(90) Найдем теперь полное количество электричества, которое могло бы пройти от первой обкладки ко второй, если бы обкладки конденсатора, после того

как он тщательно насыщен током и затем разряжен, были соединены между собой проводником, обладающим сопротивлением R. Пусть p будет током в этом проводнике; тогда во время разряда

$$\psi' = p_1 r_1 + p_2 r_2 + \ldots = pR. \tag{59}$$

Интегрируя по времени и обозначая через q_1, q_2, q количества электричества, протекающие через сопротивления, получаем:

$$q_1 r_1 + q_2 r_2 + \ldots = qR. \tag{60}$$

Количества электричества на отдельных поверхностях будут:

$$e_1' - q - q_1,$$
$$e_2 + q_1 - q_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots;$$

и так как в конце концов все эти количества исчезают, мы находим:

$$q_1 = e_1' - q,$$
$$q_2 = e_1' + e_2 - q,$$

откуда

$$qR = \frac{\psi}{r}\left(\frac{r_1^2}{a_1 k_1} + \frac{r_2^2}{a_2 k_2} + \ldots\right) - \frac{\psi r}{ak},$$

или

$$q = \frac{\psi}{akrR}\left\{a_1 k_1 a_2 k_2 \left(\frac{r_1}{a_1 k_1} - \frac{r_2}{a_2 k_2}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + a_2 k_2 a_3 k_3 \left(\frac{r_2}{a_2 k_2} - \frac{r_3}{a_3 k_3}\right)^2 + \ldots\right\}. \tag{61}$$

Величина q по существу положительна, так что, когда первоначальная зарядка производится в каком-нибудь направлении, вторичный разряд происходит всегда в том же направлении, что и первичный разряд*).

*) После того как этот доклад был сообщен Королевскому обществу, я ознакомился с докладом Гогена (Gaugain) в Annales de Chimie за 1864 г., в котором он выводил явления электрической абсорбции и вторичного разряда из теории сложных конденсаторов.

ЧАСТЬ VI

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА

(91) В начале этого доклада мы пользовались оптической гипотезой упругой среды, через которую распространяются колебания света, чтобы показать, что мы имеем серьезные основания искать в этой же среде причину других явлений в той же мере, как и причину световых явлений. Мы рассмотрели электромагнитные явления, пытаясь их объяснить свойствами поля, окружающего наэлектризованные или намагниченные тела. Таким путем мы пришли к определенным уравнениям, выражающим определенные свойства электромагнитного поля. Мы исследуем теперь, являются ли свойства того, что составляет электромагнитное поле, которые выведены только из электромагнитных явлений, достаточными для объяснения распространения света через ту же самую субстанцию.

(92) Предположим, что плоская волна, направляющие косинусы которой равны l, m, n, распространяется через поле со скоростью V. Тогда все электромагнитные функции будут функциями от

$$w = lx + my + nz - Vt.$$

Уравнения магнитной силы (B) стр. 292 примут вид

$$\mu\alpha = m\frac{dH}{dw} - n\frac{dG}{dw},$$
$$\mu\beta = n\frac{dF}{dw} - l\frac{dH}{dw},$$
$$\mu\gamma = l\frac{dG}{dw} - m\frac{dF}{dw}.$$

Если мы умножим эти уравнения соответственно на l, m, n и сложим, мы найдем:

$$l\mu\alpha + m\mu\beta + n\mu\gamma = 0, \tag{62}$$

что показывает, что направление намагничения должно находиться в плоскости волны.

(93) Если мы скомбинируем уравнения магнитной силы (B) с уравнениями электрических токов (C) и положим для краткости

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} = J \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla^2, \tag{63}$$

то получим:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu p' &= \frac{dJ}{dx} - \nabla^2 F, \\ 4\pi\mu q' &= \frac{dJ}{dy} - \nabla^2 G, \\ 4\pi\mu r' &= \frac{dJ}{dz} - \nabla^2 H. \end{aligned}\right\} \tag{64}$$

Если среда в поле является идеальным диэлектриком, то там не может быть истинной проводимости, и токи p', q', r' являются только изменениями электрического смещения, или согласно уравнениям полных токов (A)

$$p' = \frac{df}{dt}, \quad q' = \frac{dg}{dt}, \quad r' = \frac{dh}{dt}. \tag{65}$$

Но эти электрические смещения производятся электродвижущими силами, и по уравнениям электрической упругости (E)

$$P = kf, \quad Q = kg, \quad R = kh. \tag{66}$$

Эти электродвижущие силы обусловлены изменениями электромагнитных или электростатических функций, так как в поле нет движущихся проводников. Таким

образом, уравнения электродвижущей силы (D) будут:

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ Q &= -\frac{dG}{dt} - \frac{d\psi}{dy}, \\ R &= -\frac{dH}{dt} - \frac{d\psi}{dz}. \end{aligned}\right\} \tag{67}$$

(94) Комбинируя эти уравнения, мы получаем:

$$\left.\begin{aligned} k\left(\frac{dJ}{dx} - \nabla^2 F\right) + 4\pi\mu\left(\frac{d^2F}{dt^2} + \frac{d^2\psi}{dx\,dt}\right) &= 0, \\ k\left(\frac{dJ}{dy} - \nabla^2 G\right) + 4\pi\mu\left(\frac{d^2G}{dt^2} + \frac{d^2\psi}{dy\,dt}\right) &= 0, \\ k\left(\frac{dJ}{dz} - \nabla^2 H\right) + 4\pi\mu\left(\frac{d^2H}{dt^2} + \frac{d^2\psi}{dz\,dt}\right) &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{68}$$

Если продифференцировать третье из этих уравнений по y, а второе по z и вычесть, J и ψ исчезнут, и, принимая во внимание уравнения (B) магнитной силы, результат можно написать следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} k\nabla^2\mu\alpha &= 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\alpha, \\ k\nabla^2\mu\beta &= 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\beta, \\ k\nabla^2\mu\gamma &= 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\gamma. \end{aligned}\right\} \tag{69}$$

(95) Если мы допустим, что α, β, γ являются функциями $lx + my + nz - Vt = w$, первое уравнение примет вид

$$k\mu\frac{d^2\alpha}{dw^2} = 4\pi\mu^2 V^2 \frac{d^2\alpha}{dw^2}, \tag{70}$$

или

$$V = \pm\sqrt{\frac{k}{4\pi\mu}}. \tag{71}$$

Другие уравнения дадут то же самое значение для V, так что волна будет распространяться в любом направлении со скоростью V ([40]).

Эта волна состоит полностью из магнитных возмущений, причем направление намагничения находится в плоскости волны. Никакое магнитное возмущение, направление намагничения которого не находится в плоскости волны, вообще не может распространяться как плоская волна.

Отсюда магнитные возмущения, распространяющиеся через электромагнитное поле, сходятся со светом в том отношении, что возмущения в любой точке поперечны к направлению распространения, и такие волны могут обладать всеми свойствами поляризованного света.

(96) Единственной средой, в которой производились опыты для определения значения k, был воздух, в котором μ равно единице, откуда по уравнению (46)

$$V = v. \tag{72}$$

Согласно электромагнитным опытам Вебера и Кольрауша *)

$$v = 310\,740\,000 \text{ метров в секунду}$$

является количеством электростатических единиц в одной электромагнитной единице электричества, и это согласно нашему результату должно быть равно скорости света в воздухе или вакууме.

Скорость света в воздухе по опытам Физо **) равна:

$$V = 314\,858\,000,$$

а согласно более точным опытам Фуко ***)

$$V = 298\,000\,000.$$

Скорость света в пространстве, окружающем Землю, выведенная из коэффициента аберрации и из величины

*) Pogg. Ann., стр. 10, август 1856 г. (русск. изд. в сборнике «Из предистории радио», Изд. АН СССР, 1948 г.)
**) Comptes Rendus, т. XXIX, стр. 90, 1849.
***) Там же, т. LV, стр. 501, 792, 1862.

радиуса земной орбиты, равна:

$$V = 308\,000\,000.$$

(97) Следовательно, скорость света, определенная экспериментально, достаточно хорошо совпадает с величиной v, выведенной из единственного ряда экспериментов, которыми мы до сих пор располагаем. Значение v было определено путем измерения электродвижущей силы, при помощи которой заряжается конденсатор известной емкости, разряжая конденсатор через гальванометр, чтобы измерить количество электричества в нем в электромагнитных единицах. Единственным применением света в этих опытах было использование его для того, чтобы видеть инструменты. Значение V, найденное Фуко, было получено путем определения угла, на который поворачивается вращающееся зеркало, пока отраженный им свет прошел туда и обратно вдоль измеренного пути. При этом не пользовались каким-либо образом электричеством и магнетизмом. Совпадение результатов, повидимому, показывает, что свет и магнетизм являются проявлениями свойств одной и той же субстанции и что свет является электромагнитным возмущением, распространяющимся через поле в соответствии с законами электромагнетизма.

(98) Возвратимся теперь к уравнениям, приведенным в параграфе (94), в которых встречаются величины J и ψ, и рассмотрим, может ли распространяться через среду какой-либо другой род возмущений, зависящий от этих величин, которые исчезли из окончательных уравнений.

Если мы определим χ из уравнения

$$\nabla^2\chi = \frac{d^2\chi}{dx^2} + \frac{d^2\chi}{dy^2} + \frac{d^2\chi}{dz^2} = J \tag{73}$$

и F', G', H' из уравнений

$$F' = F - \frac{d\chi}{dx}, \quad G' = G - \frac{d\chi}{dy}, \quad H' = H - \frac{d\chi}{dz}, \tag{74}$$

то

$$\frac{dF'}{dx} + \frac{dG'}{dy} + \frac{dH'}{dz} = 0, \tag{75}$$

и уравнения, приведенные в параграфе (94), примут вид

$$k\nabla^2 F' = 4\pi\mu\left[\frac{d^2F'}{dt^2} + \frac{d^2}{dx\,dt}\left(\psi + \frac{d\chi}{dt}\right)\right]. \tag{76}$$

Дифференцируя эти три уравнения по x, y, z и складывая, мы находим, что

$$\psi = -\frac{d\chi}{dt} + \varphi(x, y, z) \tag{77}$$

и что

$$\left.\begin{aligned} k\nabla^2 F' &= 4\pi\mu\frac{d^2F'}{dt^2},\\ k\nabla^2 G' &= 4\pi\mu\frac{d^2G'}{dt^2},\\ k\nabla^2 H' &= 4\pi\mu\frac{d^2H'}{dt^2}. \end{aligned}\right\} \tag{78}$$

Отсюда возмущения, выражаемые величинами F', G', H', распространяются со скоростью $V = \sqrt{\frac{k}{4\pi\mu}}$ через поле, и так как

$$\frac{dF'}{dx} + \frac{dG'}{dy} + \frac{dH'}{dz} = 0,$$

то результирующая этих возмущений находится в плоскости волны.

(99) Остающаяся часть полных возмущений F, G, H является частью, зависящей только от χ, и не подчинена никаким другим условиям кроме условия, выраженного уравнением

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{d^2\chi}{dt^2} = 0.$$

Если мы применим операцию ∇^2 к этому уравнению, оно приобретет вид

$$ke = \frac{dJ}{dt} - k\nabla^2\varphi(x, y, z). \tag{79}$$

Так как среда является идеальным изолятором, то e — свободное электричество — не может перемещаться и, следовательно, $\frac{dJ}{dt}$ является функцией лишь x, y, z, а величина J остается или постоянной, или равна нулю, или равномерно изменяется во времени. Таким образом, никакое возмущение, зависящее от J, не может распространяться в виде волны.

(100) Уравнения электромагнитного поля, выведенные из чисто экспериментальных фактов, показывают, что могут распространяться только поперечные колебания. Если выйти за пределы нашего экспериментального знания и предположить определенную плотность субстанции, которую мы могли бы назвать электрической жидкостью, и выбрать стеклянное или смоляное электричество в качестве представителей этой жидкости, тогда мы могли бы иметь продольные колебания, распространяющиеся со скоростью, зависящей от этой плотности. Однако мы не имеем никаких данных, относящихся к плотности электричества, и мы даже не знаем, считать ли нам стеклянное электричество субстанцией или отсутствием субстанции.

Следовательно, наука об электромагнетизме ведет к совершенно таким же заключениям, как и оптика в отношении направления возмущений, которые могут распространяться через поле; обе эти науки утверждают поперечность этих колебаний, и обе дают ту же самую скорость распространения. С другой стороны, обе науки бессильны, когда к ним обращаются с вопросом о подтверждении или отрицании существования продольных колебаний ([41]).

Отношение между показателем преломления и электромагнитной природой материи

(101) Скорость света в некоторой среде согласно волновой теории равна:

$$\frac{1}{i}V_0,$$

где i — показатель преломления, а V_0 — скорость в вакууме. Скорость согласно электромагнитной теории равна:

$$\sqrt{\frac{k}{4\pi\mu}},$$

где по уравнениям (49) и (71)

$$k=\frac{1}{D}k_0, \quad k_0=4\pi V_0^2.$$

Следовательно,

$$D=\frac{i^2}{\mu}, \tag{80}$$

или удельная индуктивная емкость среды равна квадрату ее показателя преломления, деленному на коэффициент магнитной индукции.

Распространение электромагнитных возмущений в кристаллической среде

(102) Вычислим теперь условия распространения плоской волны в среде, для которой значения k и μ различны в различных направлениях. Так как мы не предполагаем дать полного исследования вопроса в настоящем несовершенном состоянии теории, относящейся к возмущениям коротких периодов, мы можем допустить, что оси магнитной индукции совпадают по направлению с осями электрической упругости.

(103) Пусть значения магнитных коэффициентов для трех осей будут λ, μ, ν, тогда уравнения магнитной силы (B) будут:

$$\left.\begin{aligned}\lambda\alpha&=\frac{dH}{dy}-\frac{dG}{dz},\\ \mu\beta&=\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx},\\ \nu\gamma&=\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}.\end{aligned}\right\} \tag{81}$$

Уравнения электрических токов (C) остаются прежними. Уравнения электрической упругости (E) будут:

$$\left.\begin{aligned}P&=4\pi a^2 f,\\ Q&=4\pi b^2 g,\\ R&=4\pi c^2 h,\end{aligned}\right\} \tag{82}$$

где $4\pi a^2$, $4\pi b^2$ и $4\pi c^2$ являются значениями k для осей x, y, z.

Комбинируя эти уравнения с (A) и (D), мы получим уравнения вида

$$\frac{1}{\mu\nu}\left(\lambda\frac{d^2F}{dx^2}+\mu\frac{d^2F}{dy^2}+\nu\frac{d^2F}{dz^2}\right)-\frac{1}{\mu\nu}\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{dF}{dx}+\mu\frac{dG}{dy}+\nu\frac{dH}{dz}\right)=$$
$$=\frac{1}{a^2}\left(\frac{d^2F}{dt^2}+\frac{d^2\psi}{dx\,dt}\right). \tag{83}$$

(104) Если l, m, n являются направляющими косинусами волны, а V — ее скоростью и если

$$lx+my+nz-Vt=w, \tag{84}$$

то F, G, H и ψ будут функциями w, и если мы обозначим через F', G', H', ψ' вторые производные этих величин по w, то уравнения примут вид

$$\left.\begin{aligned}&\left[V^2-a^2\left(\frac{m^2}{\nu}+\frac{n^2}{\mu}\right)\right]F'+\\ &\qquad+\frac{a^2lm}{\nu}G'+\frac{a^2ln}{\mu}H'-lV\psi'=0,\\ &\left[V^2-b^2\left(\frac{n^2}{\lambda}+\frac{l^2}{\nu}\right)\right]G'+\\ &\qquad+\frac{b^2mn}{\lambda}H'+\frac{b^2ml}{\nu}F-mV\psi'=0,\\ &\left[V^2-c^2\left(\frac{l^2}{\mu}+\frac{m^2}{\lambda}\right)\right]H'+\\ &\qquad+\frac{c^2nl}{\mu}F'+\frac{c^2nm}{\lambda}G'-nV\psi'=0.\end{aligned}\right\} \tag{85}$$

Если мы теперь положим:

$$V^4-V^2\frac{1}{\lambda\mu\nu}\{l^2\lambda(b^2\mu+c^2\nu)+m^2\mu(c^2\nu+a^2\lambda)+$$
$$+n^2\nu(a^2\lambda+b^2\mu)\}+\frac{a^2b^2c^2}{\lambda\mu\nu}\left(\frac{l^2}{a^2}+\frac{m^2}{b^2}+\frac{n^2}{c^2}\right)\times$$
$$\times(l^2\lambda+m^2\mu+n^2\nu)=U, \quad (86)$$

то найдем:

$$F'V^2U-l\psi'VU=0 \quad (87)$$

и два аналогичных уравнения для G' и H'. Отсюда или

$$V=0, \quad (88)$$

$$U=0, \quad (89)$$

или

$$VF'=l\psi', \quad VG'=m\psi', \quad VH'=n\psi'. \quad (90)$$

Третье предположение указывает, что результирующая F', G', H' находится в направлении, нормальном к плоскости волны, но уравнения не указывают, что такое возмущение, если оно возможно, должно распространяться, так как мы не имеем никаких других отношений между ψ' и F', G', H'.

Решение $V=0$ относится к случаю, когда нет распространения. Решение $U=0$ дает два значения для V^2, соответствующих значениям F', G', H', которые даны уравнениями:

$$\frac{l}{a^2}F'+\frac{m}{b^2}G'+\frac{n}{c^2}H'=0, \quad (91)$$

$$\frac{a^2l\lambda}{F'}(b^2\mu-c^2\nu)+\frac{b^2m\mu}{G'}(c^2\nu-a^2\lambda)+\frac{c^2n\nu}{H'}(a^2\lambda-b^2\mu)=0. \quad (92)$$

(105) Скорости вдоль осей следующие:

		Направление распространения		
		x	y	z
Направление электрического смещения	x		$\frac{a^2}{\nu}$	$\frac{a^2}{\mu}$
	y	$\frac{b^2}{\nu}$		$\frac{b^2}{\lambda}$
	z	$\frac{c^2}{\mu}$	$\frac{c^2}{\lambda}$	

Теперь мы знаем, что в каждой главной плоскости кристалла луч, поляризованный в этой плоскости, подчиняется обычному закону преломления и, следовательно, его скорость та же самая, в каком бы направлении в этой плоскости он ни распространялся.

Если поляризованный свет состоит из электромагнитных возмущений, в которых электрическое смещение находится в плоскости поляризации, то

$$a^2=b^2=c^2. \quad (93)$$

Если же, напротив, электрические смещения перпендикулярны к плоскости поляризации, то

$$\lambda=\mu=\nu. \quad (94)$$

Из магнитных опытов Фарадея, Плюккера и других мы знаем, что во многих кристаллах λ, μ, ν не равны.

Опыты Кноблауха *) по электрической индукции через кристаллы, повидимому, показывают, что a, b и c могут быть различны. Однако неравенство коэффициентов λ, μ, ν столь мало, что слишком большие магнитные силы требуются для обнаружения их различий.

*) Knoblauch, Phil. Mag. (1852).

Эти различия, повидимому, не имеют достаточной величины, чтобы за их счет можно было бы отнести двойное преломление в кристаллах. С другой стороны, эксперименты по электрической индукции подвержены ошибкам из-за наличия мелких недостатков в кристалле.

Необходимы дальнейшие эксперименты, касающиеся магнитных и диэлектрических свойств кристаллов, прежде чем мы могли бы решить, является ли отношение этих тел к магнитным и электрическим силам одним и тем же, когда эти силы постоянны, так и тогда, когда они меняются с частотой световых колебаний.

Отношение между электрическим сопротивлением и прозрачностью

(106) Если среда не идеальный изолятор, а проводник, сопротивление которого на единицу объема равно ρ, то будут иметь место не только электрические смещения, но и действительные токи проводимости, благодаря которым электрическая энергия превращается в тепло, что ведет к затуханию волн. Для определения коэффициента поглощения рассмотрим распространение вдоль оси x поперечного возмущения G. Согласно вышеуказанным уравнениям

$$\frac{d^2G}{dx^2} = -4\pi\mu\,(q') = -4\pi\mu\left(\frac{dg}{dt}+q\right) \text{ на основании (A)},$$

$$\frac{d^2G}{dx^2} = +4\pi\mu\left(\frac{1}{k}\frac{d^2G}{dt^2} - \frac{1}{\rho}\frac{dG}{dt}\right) \text{ на основании (E) и (F)}. \tag{95}$$

Если G имеет вид

$$G = e^{-px}\cos(qx + nt), \tag{96}$$

то

$$p = \frac{2\pi\mu}{\rho}\frac{n}{q} = \frac{2\pi\mu}{\rho}\frac{V}{i}, \tag{97}$$

где V является скоростью света в воздухе, а i — показателем преломления. Количество падающего света, проходящего через толщину x, пропорционально

$$e^{-2px}. \tag{98}$$

Пусть R будет сопротивление в электромагнитных единицах вещества пластинки, толщина которой равна x, ширина b и длина l, тогда

$$R = \frac{l\rho}{bx},$$

$$2px = 4\pi\mu\frac{V}{i}\frac{l}{bR}. \tag{99}$$

(107) Бóльшая часть прозрачных твердых тел является хорошими изоляторами, в то время как все хорошие проводники весьма непрозрачны.

Электролиты легко пропускают через себя токи и тем не менее часто бывают очень прозрачными. Мы можем, однако, предположить, что в быстро меняющихся колебаниях света электродвижущие силы действуют в течение столь короткого времени, что они не в состоянии вызвать полного отделения частиц, находящихся в соединении, так что, когда сила действует в обратную сторону, частицы колеблются в их прежнем положении без потери энергии.

Золото, серебро и платина являются хорошими проводниками, несмотря на то, что, будучи раскатаны в достаточно тонкие листочки, они пропускают через себя свет.

Если сопротивление золота является таким же для электродвижущих сил с коротким периодом, что и для сил, с которыми мы производим опыты, то количество света, проходящее через кусок золотого листа, сопротивление которого было определено Хокиным (Hockin), составило бы только 10^{-50} от количества падающего света — величина, совершенно ничтожная. Я нашел, что через такой золотой листок проходит от $^1/_{500}$ до $^1/_{1000}$ зеленого света. Большая часть его проходит через отверстия и трещины. Однако значительное количество его проходит через самое золото, что придает сильную зеленую окраску пропускаемому свету. Этот результат не может быть примирен с электромагнитной теорией света, если только не предположить, что имеется меньшая потеря энергии, когда электродвижущие силы меняются с частотой колебания света, чем когда они изменяются в течение заметных промежутков времени, как это имеет место в наших опытах.

Абсолютные значения электродвижущих и магнитных сил при распространении света

(108) Если уравнение распространения света имеет вид

$$F = A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(z - Vt),$$

то электродвижущая сила будет:

$$P = -A\frac{2\pi}{\lambda}V\sin\frac{2\pi}{\lambda}(z - Vt)$$

а энергия на единицу объема равна:

$$\frac{P^2}{8\pi\mu V^2},$$

где P обозначает наибольшее значение электродвижущей силы. Половина энергии является магнитной и половина — электрической.

Энергия, проходящая через единицу площади, равна:

$$W = \frac{P^2}{8\pi\mu V},$$

так что

$$P = \sqrt{8\pi\mu VW},$$

где V — скорость света, а W — энергия, сообщенная светом единице площади в течение одной секунды.

Согласно данным Пулье (Pouillet), по расчетам профессора Томсона *), механическая энергия прямого солнечного света на Земле равна:

83,4 футо-фунта в секунду на кв. фут.

Это дает максимальное значение P в прямом солнечном свете на расстоянии, равном расстоянию Земли от Солнца:

$$P = 60\,000\,000,$$

или около 600 элементов Даниэля на метр.

На поверхности Солнца величина P будет около

13 000 элементов Даниэля на метр.

На Земле максимальная магнитная сила будет 0,193 **). На Солнце она будет равна 4,13. Электродвижущие и магнитные силы могут рассматриваться как меняющиеся дважды при каждом колебании света; это значит более, чем тысяча миллионов миллионов раз в секунду.

*) Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1854 («Mechanical Energies of the Solar System»).

**) Горизонтальная магнитная сила в Кью (Kew) примерно равна 1,76 в метрических единицах.

ЧАСТЬ VII

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Общие методы

(109) Электромагнитные отношения между двумя проводящими цепями A и B зависят от функции M, обусловленной их формой и относительным положением, как было уже показано выше. M может быть вычислено несколькими различными путями, которые, конечно, должны привести к одному и тому же результату.

Первый метод. M — электромагнитное количество движения цепи B, когда по цепи A проходит единица силы тока, или

$$M = \int \left(F \frac{dx}{ds'} + G \frac{dy}{ds'} + H \frac{dz}{ds'} \right) ds',$$

где F, G, H — компоненты электромагнитного количества движения, обусловленного единичным током в A, а ds' — элемент длины B, и интегрирование производится по контуру B. Чтобы определить F, G, H, заметим, что согласно уравнениям (B) и (C) имеем:

$$\frac{d^2F}{dx^2} + \frac{d^2F}{dy^2} + \frac{d^2F}{dz^2} = -4\pi\mu p',$$

и аналогичные уравнения для G и H, причем p', q', r' являются компонентами тока в A. Теперь, если мы

рассмотрим только один элемент ds контура A, мы будем иметь:

$$p' = \frac{dx}{ds} ds, \quad q' = \frac{dy}{ds} ds, \quad r' = \frac{dz}{ds} ds,$$

и решение уравнений даст:

$$F = \frac{\mu}{\rho} \frac{dx}{ds} ds, \quad G = \frac{\mu}{\rho} \frac{dy}{ds} ds, \quad H = \frac{\mu}{\rho} \frac{dz}{ds} ds,$$

где ρ — расстояние некоторой точки от ds.

Отсюда

$$M = \iint \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{dx}{ds} \frac{dx}{ds'} + \frac{dy}{ds} \frac{dy}{ds'} + \frac{dz}{ds} \frac{dz}{ds'} \right) ds\, ds' = \\ = \iint \frac{\mu}{\rho} \cos\theta \, ds\, ds',$$

где θ — угол между направлениями двух элементов ds, ds', ρ есть расстояние между ними, а интегрирование производится по обоим контурам. В этом методе мы сосредоточиваем наше внимание в процессе интегрирования только на двух линейных контурах.

(110) Второй метод. M есть число магнитных силовых линий, проходящих сквозь контур B, когда в A течет единичный ток, или

$$M = \sum (\mu\alpha l + \mu\beta m + \mu\gamma n)\, dS',$$

где $\mu\alpha$, $\mu\beta$, $\mu\gamma$ — компоненты магнитной индукции, обусловленной единичным током в A, S' — поверхность, ограниченная током B, и l, m, n — направляющие косинусы нормалей к поверхности, причем интегрирование распространяется по всей поверхности.

Мы можем представить это в виде

$$M = \mu \sum \frac{1}{\rho^2} \sin\theta \sin\theta' \sin\varphi \, dS'\, ds,$$

где dS' — элемент поверхности, ограниченной контуром B, ds — элемент контура A, ρ — расстояние между ними, θ и θ' — углы между ρ и ds и между ρ

и нормалью к dS' соответственно, а φ — угол между плоскостями, в которых измеряются θ и θ'. Интегрирование производится по контуру A и по поверхности, ограниченной B.

Этот метод наиболее подходит в том случае, когда контуры расположены в одной плоскости, т. е. когда $\sin\theta = 1$ и $\sin\varphi = 1$.

(111) Третий метод. M есть та часть внутренней магнитной энергии всего поля, которая зависит от произведения сил токов в обеих цепях при условии, что каждый ток равен единице.

Пусть α, β, γ — компоненты магнитной напряженности, обусловленной первым контуром в некоторой точке; α', β', γ' — те же величины для второй цепи; тогда внутренняя энергия элемента объема dV поля будет:

$$\frac{\mu}{8\pi}\{(\alpha+\alpha')^2+(\beta+\beta')^2+(\gamma+\gamma')^2\}\,dV.$$

Часть, зависящая от произведения сил токов, будет:

$$\frac{\mu}{4\pi}(\alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma')\,dV;$$

Отсюда, если мы знаем магнитные напряженности I и I', обусловленные единицей тока в каждой цепи, мы можем получить M путем интегрирования

$$\frac{\mu}{4\pi}\sum \mu I I' \cos\theta\,dV$$

по всей поверхности, где θ — угол между направлениями I и I'.

Применение к катушке

(112) Определим коэффициент M взаимной индукции между двумя круговыми линейными проводниками в параллельных плоскостях при условии, что расстояние между кругами везде одно и то же и мало по сравнению с радиусами кругов.

Если r — расстояние между контурами и a — радиус каждого круга, то, если r мало по сравнению с a, мы найдем при помощи второго метода в качестве первого приближения

$$M = 4\pi a\left(\ln\frac{8a}{r}-2\right).$$

Чтобы получить более точное значение M, допустим, что a и a_1 — радиусы кругов, а b — расстояние между их плоскостями; тогда

$$r^2=(a-a_1)^2+b^2.$$

Мы найдем M, рассматривая следующие условия.

Во-первых, M должно удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2M}{da^2}+\frac{d^2M}{db^2}+\frac{1}{a}\frac{dM}{da}=0.$$

Это уравнение, будучи верным для любого магнитного поля, симметричного относительно общей оси окружностей, не может само по себе привести к определению M как функции a, a_1 и b. Мы воспользуемся поэтому другими условиями.

Во-вторых, значение M должно остаться тем же самым, если a и a_1 взаимно заменятся.

В-третьих, первые два члена M должны быть такими же, как указано выше.

Таким образом, M должно иметь форму следующего ряда:

$$\begin{aligned} M = 4\pi a \ln\frac{8a}{r}\Big\{1+\frac{1}{2}\frac{a-a_1}{a}+ \\ +\frac{1}{16}\frac{3b^2+(a_1-a)^2}{a^2}-\frac{1}{32}\frac{(3b^2+(a-a_1)^2)(a-a_1)}{a^3}-\dots\Big\}- \\ -4\pi a\Big\{2+\frac{1}{2}\frac{a-a_1}{a}+\frac{1}{16}\frac{b^2-3(a-a_1^2)}{a^2}- \\ -\frac{1}{48}\frac{(6b^2-(a-a_1)^2)(a-a_1)}{a^3}+\dots\Big\}.\end{aligned}$$

(113) Мы можем приложить этот результат к нахождению коэффициента самоиндукции L круглой катушки, сечение которой невелико по сравнению с радиусом круга.

Пусть сечение катушки — прямоугольник, ширина которого в плоскости круга равна c, а глубина, перпендикулярная к плоскости круга, равна b.

Пусть средний радиус катушки будет a, а число витков равно n; тогда, интегрируя, мы найдем:

$$L = \frac{n^2}{b^2c^2} \iiiint M(x, y; x', y')\, dx\, dy\, dx'\, dy',$$

где $M(x, y; x', y')$ представляет значение M для двух витков, координаты которых соответственно равны x, y и x', y', а интегрирование производится сначала по x и y по прямоугольному сечению, а затем по x' и y' по той же самой площади.

$$\begin{aligned} L = 4\pi n^2 a \Big\{ & \ln\frac{8a}{r} + \frac{1}{12} - \frac{4}{3}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)\operatorname{ctg} 2\theta - \frac{\pi}{3}\cos 2\theta - \\ & - \frac{1}{6}\operatorname{ctg}^2\theta \ln\cos\theta - \frac{1}{6}\operatorname{tg}^2\theta\ln\sin\theta \Big\} + \\ & + \frac{\pi n^2 r^2}{24a}\Big\{\ln\frac{8a}{r}(2\sin^2\theta + 1) + \\ & + 3{,}45 + 27{,}475\cos^2\theta - 3{,}2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\frac{\sin^3\theta}{\cos\theta} + \\ & + \frac{1}{5}\frac{\cos^4\theta}{\sin^2\theta}\ln\cos\theta + \frac{13}{3}\frac{\sin^4\theta}{\cos^2\theta}\ln\sin\theta\Big\} + \ldots \end{aligned}$$

Здесь a равно среднему радиусу катушки, r — диагонали прямоугольного сечения, равной $\sqrt{b^2+c^2}$, θ — углу между r и плоскостью круга, n — числу витков. Логарифмы неперовы, а углы измерены в радианах. В опытах, проведенных Комитетом Британской ассоциации по определению стандарта электрического сопротивления, применялась двойная катушка, состоящая из двух приблизительно одинаковых катушек прямоугольного сечения, помещенных параллельно друг другу с небольшим промежутком между ними.

Значение L для этой катушки было найдено следующим путем.

Величина L была рассчитана по предыдущей формуле для шести различных случаев, в которых рассматриваемые прямоугольные сечения имели всегда ту же самую ширину, в то время как глубина была A, B, C, $A+B$, $B+C$, $A+B+C$ и $n=1$ в каждом случае.

Зная результаты $L(A)$, $L(B)$, $L(C)$ и т. д., мы вычисляем коэффициент взаимной индукции $M\,(AC)$ обеих катушек следующим образом:

$$\begin{aligned} 2ACM\,(AC) = {} & (A+B+C)^2 L\,(A+B+C) - \\ & - (A+B)^2 L\,(A+B) - (B+C)^2 L\,(B+C) + B^2 L\,(B). \end{aligned}$$

Отсюда, если n_1 — число витков в катушке A и n_2 — в катушке B, коэффициент самоиндукции обеих катушек вместе будет:

$$L = n_1^2 L\,(A) + 2n_1 n_2 M\,(AC) + n_2^2 L\,(C).$$

(114). Эти значения L рассчитаны в предположении, что витки проволоки равномерно расположены так, что они заполняют в точности все сечение. Однако обычно этого не бывает, поскольку проволока чаще всего имеет круглое сечение и покрыта изолирующим материалом.

Поэтому ток в проволоке более концентрирован, чем это было бы, если бы он был распространен равномерно по сечению, и токи в близлежащих проволоках не действуют на него в точности так, как действовал бы равномерный ток.

Поправки, возникающие из этих соображений, могут быть выражены как цифровые величины, на которые мы должны помножить длину проволоки, причем они будут одинаковыми, какова бы ни была форма катушки.

Пусть расстояние между каждой проволокой и следующей за ней в предположении, что они расположены в квадратном порядке, будет равно D и пусть диаметр проволоки будет d. Тогда поправка на диаметр проволоки будет:

$$+2\left(\ln\frac{D}{d}+\frac{4}{3}\ln 2+\frac{\pi}{3}-\frac{11}{6}\right).$$

Поправка для восьми ближайших проволок будет $+0{,}0236$; для 16 проволок в следующем ряду $+0{,}00083$. Эти поправки, будучи помножены на длину проволоки и прибавлены к предыдущему результату, дадут истинное значение L, рассматриваемое как мера потенциала катушки на саму себя для единицы тока в проволоке, когда этот ток устанавливается в течение некоторого времени и равномерно распределен по сечению проволоки.

(115) Но в момент возникновения тока и во время его изменения ток не будет равномерным во всем сечении проволоки из-за индуктивного действия между различными частями тока, стремящегося сделать ток в одной части сечения больше, чем в другой. Когда равномерная электродвижущая сила P, возникающая от любой причины, действует на цилиндрическую проволоку с удельным сопротивлением ρ, мы имеем:

$$p\rho=P-\frac{dF}{dt},$$

где F удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2F}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dF}{dr}=-4\pi\mu p,$$

причем r — расстояние от оси цилиндра.

Пусть один из членов величины F будет иметь вид Tr^n, где T — функция времени, тогда член p, соответствующий произведению Tr^n, имеет вид

$$-\frac{1}{4\pi\mu}n^2Tr^{n-2}.$$

Отсюда имеем:

$$F=T+\frac{\mu\pi}{\rho}\left(-P+\frac{dT}{dt}\right)r^2+\left(\frac{\mu\pi}{\rho}\right)^2\frac{1}{1^2\cdot 2^2}\frac{d^2T}{dt^2}r^4+\ldots,$$

$$p\rho=\left(P+\frac{dT}{dt}\right)-\frac{\mu\pi}{\rho}\frac{d^2T}{dt^2}r^2-\left(\frac{\mu\pi}{\rho}\right)^2\frac{1}{1^2\cdot 2^2}\frac{d^3T}{dt^3}r^4-\ldots$$

Общий контрток самоиндукции в какой-либо точке будет:

$$\int\left(\frac{P}{\rho}-p\right)dt=\frac{1}{\rho}T+\frac{\mu\pi}{\rho^2}\frac{dT}{dt}r^2+\frac{\mu^2\pi^2}{\rho^3}\frac{1}{1^2\cdot 2^2}\frac{d^2T}{dt^2}r^4+\ldots$$

от $t=0$ до $t=\infty$.

Если $t=0$, $p=0$, то $\left(\frac{dT}{dt}\right)_0=P$, $\left(\frac{d^2T}{dt^2}\right)_0=0$, ...

Если $t=\infty$, $p=\frac{P}{\rho}$, то $\left(\frac{dT}{dt}\right)_\infty=0$, $\left(\frac{d^2T}{dt^2}\right)_\infty=0$, ...,

$$\int\limits_0^\infty\int\limits_0^r 2\pi\left(\frac{P}{\rho}-p\right)r\,dr\,dt=\frac{1}{\rho}T\pi r^2+\frac{1}{2}\frac{\mu\pi^2}{\rho^2}\frac{dT}{dt}r^4+$$

$$+\frac{\mu^2\pi^3}{\rho^3}\frac{1}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2}\frac{d^2T}{dt^2}r^6+\ldots$$

от $t=0$ до $t=\infty$.

Если $t=0$, $p=0$ по всему сечению, то

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_0=P,\quad \left(\frac{d^2T}{dt^2}\right)_0=0,\ \ldots$$

Если $t=\infty$, $p=0$ повсюду, то

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_\infty=0,\quad \left(\frac{d^2T}{dt^2}\right)_\infty=0,\ \ldots$$

Если l — длина проволоки и R — ее сопротивление, то

$$R=\frac{\rho l}{\pi r^2}.$$

Если C — величина установившегося в проволоке тока:

$$C=\frac{Pl}{R},$$

то полный контрток может быть записан в виде

$$\frac{l}{R}(T_\infty-T_0)-\frac{1}{2}\mu\frac{l}{R}C=-\frac{LC}{R},$$

согласно (35).

Если ток, вместо того чтобы меняться от центра к окружности сечения проволоки, был бы во всем сечении одинаков, то значение F было бы

$$F = T + \mu\gamma\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right),$$

где γ — ток в проволоке в некоторый момент, а весь контрток был бы

$$\int_0^\infty \int_0^r \frac{1}{\rho} \frac{dF}{dt} 2\pi r\, dr = \frac{l}{R}(T_\infty - T_0) - \frac{3}{4}\mu \frac{l}{R} C = -\frac{L'C}{R}.$$

Отсюда

$$L = L' - \frac{1}{4}\mu l,$$

т. е. значение L, которое должно быть использовано при вычислении самоиндукции проволоки для переменных токов, меньше, чем то, которое выводится из предположения, что ток одинаков по всему сечению проволоки, на $\frac{1}{4}\mu l$, где l — длина проволоки, а μ — коэффициент магнитной индукции вещества проволоки.

(116) Размеры катушки, примененной Комитетом Британской ассоциации в экспериментах в Королевском колледже в 1864 г., были следующие (в метрах):

Средний радиус	$a = 0{,}158194$.
Глубина каждой катушки	$b = 0{,}01608$.
Ширина каждой катушки	$c = 0{,}01841$.
Расстояние между катушками	$0{,}02010$.
Количество витков	$n = 313$.
Диаметр проволоки	$0{,}00126$.

Значение L, полученное из первого члена выражения, равно 437 440 метров.

Поправка, зависящая от радиуса, не являющегося бесконечно большим по сравнению с сечением катушки, как оно было найдено из второго члена, оказалась равной —7345 метров.

Поправка, зависящая от диаметра проволоки, на единицу длины	0,44997
Поправка на восемь соседних проволок	0,0236
На 16 соседних проволок	0,0008
Поправка на вариацию тока в различных частях сечения	—0,2500
Общая поправка на единицу длины	0,22437
Длина	311,236 метра
Сумма поправок этого рода	70 »
Окончательное значение L, найденное из вычислений	430 165 »

Это значение L было использовано для внесения изменений в наблюдения согласно методу, объясненному в отчете Комитета *). Поправка, зависящая от L, изменяется как квадрат скорости. Результаты 16 экспериментов, к которым эта поправка была применена и в которых скорость изменялась от 100 оборотов в 17 секунд до 100 оборотов в 77 секунд, были сравнены при помощи метода наименьших квадратов для определения того, какая дальнейшая поправка, зависящая от квадрата скорости, должна быть применена для того, чтобы сделать минимальными возможные ошибки

Результат этого изучения показал, что вычисленная величина L должна быть помножена на 1,0618, для того чтобы получить величину L, которая дает наиболее правильный результат.

Таким образом, мы имеем L согласно вычислению	430 165 метров
Вероятная величина L методом наименьших квадратов	456 748 »
Результат неточных опытов с электрическими весами (см. параграф 46)	410 000 »

Величина L, рассчитанная из размеров катушки, повидимому, значительно более точна, чем любая из определенных другим способом.

*) British Association Reports, стр. 169, 1863.

Но если механические аналогии и модель Максвелла были и не безупречными, важность полученного им результата была сразу оценена современниками. Точные измерения электрических и магнитных констант с целью проверки соотношения $n=\sqrt{\varepsilon\mu}$, с одной стороны, и отношения единиц—с другой, стали программой работ ряда выдающихся физиков и до опытов Герца и Лебедева служили обоснованием электромагнитной теории света. О фундаментальном вкладе русской физики в обосновании и развитии этой теории смотри примечания к «Динамической теории поля» и «Трактату». (*Ред.*)

25. (Стр. 178.) Явление магнитного вращения плоскости поляризации, открытое Фарадеем в 1845 г., было первым экспериментальным указанием на наличие связи между оптическими и магнитными явлениями, и понятно, что Максвелл придавал теоретическому истолкованию этого явления особо важное значение в обосновании электромагнитной теории света. Как видно из последующего изложения этой части труда Максвелла, он связывал вращение плоскости поляризации с вращением вокруг силовых линий, предположенных им в его вихревой теории. Но вращения плоскости поляризации в эфире не наблюдается, и теоретическое объяснение вращения плоскости поляризации удалось только электронной теории на основе связи явления Фарадея с явлением Зеемана. (*Ред.*)

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

1. (Стр. 251.) «Динамическая теория поля» является первым трудом Максвелла, в котором полностью изложены основы его теории. С этого по выражению Джинса «наиболее важного и имевшего наибольшее влияние мемуара из всех написанных им (Максвеллом) вообще» датирует электромагнитная теория света. Выводы Максвелла дали возможность Энгельсу, с большим сочувствием следившему за появлением новых «эфирных» теорий электричества, отметить «один бесспорный успех» теории Максвелла: «Клерк Максвелл... вычислил, что удельная диэлектрическая постоянная какого-нибудь тела равна квадрату его показателя преломления света» («Диалектика природы», стр. 90, 1946). Энгельс отмечает и подтверждение этого вывода экспериментами Больцмана 1872—1874 гг.

Можно указать на следующие факты, относящиеся к предыстории электромагнитной теории света. Еще Ломоносов был убежден в существовании связи между светом и электричеством. Он предлагал осуществить опыт для определения влияния электризации тела на его показатель преломления. Разбирая вопрос о природе электрических явлений, Ломоносов писал: «Так как эти явления имеют место в пространстве, лишенном воздуха, а свет и огонь происходят в пустоте и зависят от эфира, то кажется правдоподобным, что *эта электрическая материя тождественна с эфиром*» (*курсив мой.—П. К.*). Ломоносов безоговорочно принимал волновую эфирную теорию света, но считал, что для объяснения электрических явлений необходимо ближе изучить природу эфира.

Эйлер вполне определенно высказал эфирную концепцию электрических явлений, одновременно считая свет волнами в эфире. Взгляды Эйлера были известны Фарадею, который прямо указывал, что в своей попытке объединить магнитные и световые явления, исходя из представлений о магнитных силовых линиях, он исходил, в частности, из следующих соображений: «4. Идея Эйлера о магнитных эфирах или циркулирующих флюидах»... «6. Пример борьбы между двумя теориями света и разрешение этого вопроса экспериментальным путем». В параграфе 3301 своих исследований он опять ссылается на эфирную теорию магнетизма Эйлера, изложенную последним в «Письмах к немецкой принцессе», и указывает, что его теория приближается к теории Эйлера. Открытие Фарадеем в 1845 г. связи между магнетизмом и светом укрепило его идею о единстве сил природы и концепцию близкодействия.

В 1846 г. в «Мыслях о лучевых вибрациях» Фарадей высказывает положение об электромагнитных излучениях, распространяющихся посредством некоторых поперечных вибраций линий сил с конечной скоростью, которую он, опираясь на ошибочные опыты Уитстона, полагал близкой к скорости света. Эти мысли Фарадея Максвелл и рассматривает как первичный очерк электромагнитной теории света. В записке, найденной В. Бреггом в библиотеке Королевского общества, Максвелл прямо пишет: «Электромагнитная теория света, предложенная им (Фарадеем) в „Мыслях о лучевых колебаниях" (Phil. Mag. май 1846 г.) или „Экспериментальных исследованиях" (Exp. Res., стр. 447),—это по существу то же, что я начал развивать в этой статье („Динамическая теория электромагнитного поля", Phil. Mag., 1865) за исключением того, что в 1846 г. не было данных для вычисления скорости распространения. Дж. К. М.»*)

Очень существенно отметить, что Фарадея в указанной статье чрезвычайно заботит мысль о необходимости совместить свою гипотезу с *поперечным характером* волн, что он справедливо считал несовместимым с гипотезой о тонком «жидком» эфире. Поэтому он подчеркивает, что его идея «освободит нас от эфира». Он полагает, что его концепция пространства, заполненного силовыми линиями, «находится в подходящих условиях для действия, которое может считаться эквивалентным поперечному колебанию, в то время как однородная среда, подобная эфиру, не кажется для этого подходящей или более подходящей, чем воздух или вода» **).

Действительно, факт поперечности волн, который вынуждены были признать Юнг и Френель, причинил огромные трудности механической теории света. Теория Максвелла, сводя свет к электромагнитным волнам, вывела теорию света из тупика, о котором уже думал Фарадей. Чрезвычайно поучительно привести конец его статьи «О физических линиях магнитной силы», в котором он говорит о физическом состоянии пространства, заполненного магнитным полем.

«Что это за состояние или чем оно обусловлено, еще невозможно сказать. Оно может быть связано с эфиром, как связан

*) В. Брегг, История электромагнетизма, стр. 32, 1947.
**) Сб. «Из предистории радио», Изд. АН СССР, стр. 56, 1948.

с ним луч света, а связь между светом и магнетизмом уже была показана. Оно может зависеть от состояния натяжения или состояния колебания или может быть от некоторого другого состояния, аналогичного электрическому току, с которым магнитные линии так тесно связаны. *Ответ на вопрос: требует ли оно обязательно для своего существования наличия материи, будет зависеть от того, что понимается под термином материя.* Если этот термин ограничить весомыми или тяготеющими субстанциями, материя будет для физических линий магнитной силы существенна не в большей мере, чем для лучей света или тепла. Но если, предполагая существование эфира, мы будем считать его видом материи, то линии силы могут зависеть от некоторой его функции. *Экспериментально пустое пространство является магнитом.* Но тогда идея о таком пустом пространстве должна включать представление об эфире, если, говоря о нем, верить в его существование. Или, если даже возникнет какое-либо другое представление о состоянии или свойстве пространства, то оно должно будет учесть то, что в настоящее время в соответствии с опытом называется пустым пространством. С другой стороны, я думаю, является установленным фактом, что весомая материя не является безусловно необходимой для существования линий магнитной силы» *) (*курсив мой.—П. К.*).

А вот высказывания современного автора: «Существование нулевых колебаний электромагнитного поля и поляризационных колебаний (флуктуаций) позитронно-электронного *поля* приводит к заключению, что *поле существует постоянно, и в этом смысле нет никакой пустоты.* Поэтому эту «пустоту» теперь называют более осторожным словом «вакуум». Как мы видим, *«вакуум» обладает физическими свойствами и притом такими*, которые хорошо знакомы нам из явлений в твердых телах: нулевые колебания и поляризация **) (*подчеркнуто автором*).

Максвелл имел и других предшественников. В 1848 г. была опубликована работа *Мак-Куллоха* (написанная в 1839 г.) «Опыт динамической теории отражения и преломления». Мак-Куллох делает предположение, что упругий потенциал среды, в которой распространяются волны, может быть выражен квадратичной функцией *вектора вращения:*

$$V=a^2\left(\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+b\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+c^2\left(\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

Отсюда Мак-Куллох без дополнительных предположений вывел формулы Френеля, как известно, автоматически получающиеся из уравнений Максвелла. Фитцджеральдом в 1880 г.

*) «Из предистории радио», Изд. АН СССР, 1948, стр. 62.
**) Д. И. Блохинцев, Элементарные частицы и поле, УФН, сентябрь 1950 г.

было показано, что уравнения Мак-Куллоха непосредственно связаны с уравнениями Максвелла. Если обозначить составляющие вектора вращения Мак-Куллоха через ξ, η, ζ:

$$\xi=\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}, \quad \eta=\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial z}, \quad \zeta=\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}$$

и ввести, далее,

$$u_1=c\int \xi\, dt, \quad v_1=c\int \eta\, dt, \quad w_1=c\int \xi\, dt,$$

то, применяя принцип Гамильтона, можно притти к уравнениям:

$$\frac{1}{c}(\dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{w}_1)=-\operatorname{rot}(u, v, w),$$

$$\frac{1}{c}(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w})=\operatorname{rot}(u_1, v_1, w_1),$$

из которых вместе с дополнительными условиями

$$\operatorname{div}(u, v, w)=0, \quad \operatorname{div}(u_1, v_1, w_1)=0$$

вытекают волновые уравнения:

$$\frac{\ddot{u}}{c^2}=\Delta u, \quad \frac{\ddot{v}}{c^2}=\Delta v, \quad \frac{\ddot{w}}{c^2}=\Delta w.$$

В 1858 г. *Риман* представил Геттингенскому научному обществу мемуар, в котором он «приводит в тесную связь теорию электричества и магнетизма с теорией света и лучистой теплоты». Риман обобщает уравнение Пуассона для электрического потенциала

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-4\pi\rho=0$$

в уравнение типа Даламбера

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\alpha^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\alpha^2 4\pi\rho=0,$$

который имеет частный интеграл вида $\dfrac{f\left(t-\dfrac{2}{\alpha}\right)}{2}$. Константа Римана

$$\alpha^2=\frac{c^2}{2},$$

где c^2 — обращенная константа Вебера. Риман приводит данные Вебера и Кольрауша

$$c=439\,450\cdot 10^6 \text{ мм/сек},$$

отсюда

$$\alpha=41\,949\ \frac{\text{геогр. миля}}{\text{сек}}.$$

«Тогда как, — замечает Риман, — для скорости света из наблюдений Буша и Брадлея над аберрацией было получено число 41 994, а из прямых наблюдений Физо — число 41 882» *).

Эта работа Римана была опубликована уже после его смерти, т. е. после 1866 г., и Максвеллу не была знакома во время его работы над «Динамической теорией поля». Однако чрезвычайно важно подчеркнуть тот факт, что и Максвелл опирался на согласие электрических и оптических измерений константы c. В письме к Фарадею 19 октября 1861 г. Максвелл пишет: «Из определенного Кольраушем и Вебером численного отношения между статическим и магнитным действием электричества я определил упругость среды в воздухе и, считая, что она тождественна с упругостью светового эфира, определил скорость распространения поперечных колебаний. Результат — 193 088 миль в секунду. Физо определил скорость света в 193 118 миль в секунду прямым опытом».

Таковы предпосылки теории Максвелла. Как и во времена открытия Ньютоном закона тяготения, «идея носится в воздухе». (*Ред.*)

2. (Стр. 252.) Кроме В. Вебера теорию электродинамики, базирующуюся на принципе дальнодействия в Ампера, пытались разработать Г. Грассман, Ф. Нейман, Гаусс, Риман, К. Нейман, Клаузиус и др. Краткую характеристику различных теорий дальнодействия см. в примечаниях к последней главе «Трактата». (*Перев.*)

3. (Стр. 253.) Здесь впервые дается определение понятия электромагнитного поля. (*Ред.*)

4. (Стр. 253.) Максвелл, как и многие его предшественники и современники, различает два вида материи: обычную, которую он именует «грубой материей» (gross matter) и «тонкую материю», или эфир, наполняющий как промежутки между частицами обычной материи, так и все мировое пространство. Термин «gross matter» можно было бы перевести как «сгущенная» или «конденсированная материя». (*Ред.*)

*) **Риман**, Сочинения, 1948.

5. (Стр. 255.) Магнитное вращение плоскости поляризации было открыто Фарадеем в 1846 г., им же было установлено правило знаков для направлений вращения на основе известного закона Ленца. Подробную теорию магнитного вращения плоскости поляризации Максвелл дает в томе II «Трактата», гл. XXI; см. стр. 578 настоящего издания. (*Перев.*)

6. (Стр. 256.) Из текста Максвелла видно, что Максвелл придерживается еще старой точки зрения о разложении электролитов электрическим полем, которая была подвергнута критике Клаузиусом в 1857 г. (*Перев.*)

7. (Стр. 258.) В этом месте работы Максвелл вводит фундаментальное понятие тока смещения, которое выкристаллизовалось уже в его предыдущих работах. (*Ред.*)

8. (Стр. 258.) Терминами «specific inductive capacity» и «specific dielectric capacity»—удельная «индуктивная» или «диэлектрическая» емкость—Максвелл обозначает то, что ныне называют *диэлектрической проницаемостью диэлектрика*. Если напряженность поля обозначить через $\boldsymbol{E}$, то индукция будет $\boldsymbol{B}=\varepsilon\boldsymbol{E}$, где ε—диэлектрическая проницаемость. Под диэлектрическим смещением Максвелл разумеет величину $\boldsymbol{D}=k\boldsymbol{E}$, где $k=\frac{\varepsilon}{4\pi}$, т. е. $\boldsymbol{D}=\frac{\varepsilon}{4\pi}\boldsymbol{E}$. (*Перев.*)

9. (Стр. 260.) Эта особенность метода Максвелла, на которую мы указывали и раньше (механические модели для уяснения электромагнитных взаимосвязей), нередко вызывала осуждение в первую очередь среди сторонников «чистого описания». Как было уже указано, метод построения моделей вполне законен и широко применялся и применяется в теоретической физике, помогая глубже раскрыть природу изучаемых взаимосвязей. Напомним (это ясно понимал и Максвелл), что модель отнюдь не исчерпывает всех сторон изучаемых соотношений, а только приблизительно верно отражает их и в большинстве случаев носит чисто иллюстративный характер. (*Ред.*)

10. (Стр. 262.) Под магнитной и электрической поляризацией Максвелл разумеет здесь магнитную и электростатическую индукцию, выражаемые соответственно известными формулами

$$B_m=\mu\boldsymbol{H} \quad \text{и} \quad B_e=\varepsilon\boldsymbol{E},$$

где $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{E}$—напряженности полей, μ и ε—магнитная и диэлектрическая проницаемости. (*Перев.*)

11. (Стр. 262.) Гораздо более точный метод определения указанного отношения был разработан А. Г. Столетовым. Смотри Собр. соч., т. I, краткое описание смотри в «Очерках по истории физики в России», статья А. К. Тимирязева, стр. 96. (*Перев.*)

12. (Стр. 262.) См. примечание 8. (*Перев.*)

13. (Стр. 263.) Опыты Вебера и Кольрауша датируют 1856 г., более точные определения скорости света Физо и Фуко—1849 и 1862 гг., (*Перев.*)

14. (Стр. 265.) Точное определение приведенного количества движения см. в примечании 34 Больцмана к «Физическим силовым линиям», стр. 219 настоящего издания. (*Перев.*)

15. (Стр. 266.) Термином «магнитная сила» (magnetic force) Максвелл обычно обозначает магнитную индукцию ($B_m=\mu H$), именуя напряженность поля (H) «магнитной интенсивностью» (magnetic intensity), а магнитный потенциал—«магнитным напряжением» (magnetic tension) аналогично «электрическому напряжению»—потенциалу (electric tension). (*Перев.*)

16. (Стр. 268.) Уравнение (3)—аналог обобщенных уравнений Кирхгофа для системы квазистационарных токов. (*Ред.*)

17. (Стр. 269.) Подробно приведенное соотношение излагается Максвеллом в «Трактате» (т. II, параграф 579, стр. 444 настоящего издания). (*Перев.*)

18. (Стр. 271.) В тексте Максвелла опечатка: вместо умножения уравнений (4) и (5) говорится об умножении уравнений (1) и (2). (*Перев.*)

19. (Стр. 272.) Таким образом, магнитную энергию токов Максвелл рассматривает как особую форму кинетической энергии внутреннего скрытого движения среды, не воспринимаемого нами; это движение названо им «actual motion», что мы переводим термином «актуальное движение». (*Ред.*)

20. (Стр. 273.) Гипотеза электротонического состояния сыграла значительную роль в развитии взглядов Фарадея и Максвелла. Значение этой гипотезы характеризуется Фарадеем в письме к Филлипсу от 24 ноября 1831 г. (см. М. Фарадей, Избранные работы по электричеству, ГТТИ, стр. 58, 1939). Генезис этой гипотезы следующий: основываясь на явлении статической индукции, Фарадей первоначально предположил, что при протекании тока по проводу в соседнем проводе должен обнаружиться индукционный эффект, аналогичный эффекту статической индукции. Однако попытки обнаружить такого рода эффект не увенчались успехом, но зато привели к открытию эффекта электродинамической индукции. Тем не менее Фарадей и вслед за ним Максвелл

были твердо убеждены, что наличие тока создает в окружающей среде и в помещенных в ней проводниках или диэлектриках особое «электротоническое состояние материи», изменения которого и обусловливают эффект электродинамической индукции. В разделе II работы «О фарадеевых силовых линиях» Максвелл дает предварительную физико-математическую характеристику электротонического состояния, а в исследовании «О физических силовых линиях» он пытается построить механическую модель этого состояния. В настоящей работе, а также в «Трактате» Максвелл ограничивается общей концепцией электромагнитного количества движения среды, которую он характеризует при помощи вектора-потенциала. (*Перев.*)

21. (Стр. 277.) Метод, о котором здесь говорит Максвелл, разъясняется им в следующем параграфе (39), именно, полагая в уравнениях (13) $\xi = RC = \text{const}$, получаем значения x и y, выраженные через корни уравнения (16) n_1 и n_2, которые исключаются при вычислении интегралов $\int x^2\,dt$ и $\int y^2\,dt$ (см. формулы (17), (18), (19) и (20)). (*Перев.*)

22. (Стр. 285.) Это—известный прием исследования электромагнитного поля, приводящий к определению $\boldsymbol{B}$ (вектора магнитной индукции), а не $\boldsymbol{H}$, как то имеет место в случае исследования поля магнитной стрелкой. (*Ред.*)

23. (Стр. 286.) Термином «коэффициент магнитной индукции» Максвелл называет коэффициент магнитной проницаемости. Впервые основательное исследование этого коэффициента было выполнено А. Г. Столетовым в работе 1872 г. «Исследование о функции намагничения мягкого железа». Смотри об этом «Очерки по истории физики в России», 1949, статья А. К. Тимирязева о Столетове. (*Перев.*)

24. (Стр. 290.) В современной форме (A)—не уравнение, а определение вектора плотности полного тока:

$$j_{\text{полн}} = j_{\text{пров}} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}. \quad (\textit{Ред.})$$

25. (Стр. 290.) Ясно, что под «электродвижущей силой в точке» Максвелл понимает вектор напряженности электрического поля, компоненты которого он обозначает через P, Q, R. В дальнейшем, однако, он пользуется понятием электродвижущей силы контура (стр. 293), совпадающим с обычным. (*Ред.*)

26. (Стр. 291.) В этом параграфе содержится, опирающийся на теорему Стокса, вывод выражения вектора индукции через вектор-потенциал: $\boldsymbol{B} = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}$. Вместе с тем Максвелл вводит новое понятие электромагнитного количества движения контура, которое есть не что иное, как магнитный поток, пронизывающий контур. (*Ред.*)

27. (Стр. 292.) Здесь под магнитной силой (α, β, γ) Максвелл понимает вектор напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$. (*Ред.*)

28. (Стр. 293.) Уравнения (C) представляют так называемое первое уравнение Максвелла, или, как раньше выражались, первый триплет уравнений Максвелла. В современных обозначениях и в электромагнитной системе единиц эти уравнения принимают вид

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = 4\pi j_{\text{пр}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}. \quad (\textit{Ред.})$$

29. (Стр. 296.) В этом параграфе Максвелл касается вопросов электродинамики движущихся сред. Полученное им выражение для электрического поля, обусловленного движением проводника, совпадает с уравнением Герца для движущихся сред, которое, как известно, не является правильным. Теория Герца предполагает полное увлечение эфира движущимися телами.

Вывод Максвелла основан на подсчете изменения потока, обусловленного движением и деформацией контура. Дадим более современный вывод (см. Л. И. Мандельштам, Сочинения, т. V, стр. 128), исходя из второго уравнения Максвелла

$$E = \oint E_l\,dl = -\frac{d\Phi}{dt}$$

и предполагая вместе с Герцем, что контур интегрирования неподвижно связан с движущимся телом. Поток Φ будет меняться как вследствие явной зависимости его от времени, так и вследствие перемещения:

$$\frac{d}{dt}\int_S B_n\,dS = \frac{\partial}{\partial t}\int_S B_n\,dS + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\int_{S_1} B_{N_1}\,dS + \int_{S_2} B_{N_2}\,dS}{\Delta t}.$$

Поверхность S при переходе из S_1 в S_2 образует вместе с боковой поверхностью, прочерченной при перемещении контура L за время Δt, замкнутую поверхность; внешняя нормаль N_2 к поверхности S_2 антипараллельна нормали N_1, сопряженной направлению обхода контура L.

Вычисляем поток через замкнутую поверхность, ограниченную основаниями S_1 и S_2 и боковой поверхностью с образующей $\boldsymbol{u}\,dt$, который для замкнутой поверхности всегда равен нулю:

$$\Phi = \int\limits_{S_1} B_{N_1}\,dS + \int\limits_{S_2} B_{N_2}\,dS + \int\limits_{S_1} B_n\,dS$$

(S — боковая поверхность, $\boldsymbol{n}$ — нормаль к этой поверхности), но

$$\int\limits_{S'} B_n\,dS' = \int\limits_{S'} (\boldsymbol{B}\,[d\boldsymbol{l}\,\boldsymbol{u}]\,\Delta t = -\Delta t \oint\limits_L [\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]\,d\boldsymbol{l}$$

(так как $\boldsymbol{n}\,dS' = [d\boldsymbol{l}\,\boldsymbol{u}]\,\Delta t$), следовательно.

$$\int\limits_{S_1} B_{N_1}\,dS + \int\limits_{S_2} B_{N_2}\,dS = \Delta t \oint\limits_L [\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]\,d\boldsymbol{l}.$$

Таким образом,

$$\oint\limits_L E_l\,dl = -\int\limits_S \frac{\partial B_n}{\partial t}\,dS - \int\limits_L [\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]\,d\boldsymbol{l} = -\int \left\{\frac{\partial B_n}{\partial t} + \mathrm{rot}_n\,[\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]\right\} dS,$$

$$\oint\limits_L E_l\,dl = \int\limits_S \mathrm{rot}_n\,\boldsymbol{E}\,dS,$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\left\{\frac{\partial B}{\partial t} + \mathrm{rot}\,[\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]\right\}.$$

Для стационарного поля $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = \mathrm{rot}\,[\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]$, $\boldsymbol{E} = [\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}]$ и в обозначениях Максвелла

$$P = \mu\gamma\frac{dy}{dt} - \mu\beta\frac{dz}{dt}.$$

30. (Стр. 296.) Из основного максвелловского соотношения для диэлектрического смещения $D(f,\ g,\ h) = \frac{\varepsilon}{4\pi}E(P,\ Q,\ R)$ видно, что фигурирующий в «уравнениях электрической упругости» коэффициент $k = \frac{4\pi}{\varepsilon}$, где ε — диэлектрическая проницаемость. (*Перев.*)

31. (Стр. 297.) Уравнения (F) представляют собой закон Ома для тока. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что Максвелл стремится выразить этот закон в форме своеобразной силы вязкости: электрическое поле уравновешивает силу сопротивления, пропорциональную скорости, причем роль скорости играет вектор полного тока. Отсюда и отрицательный знак в формуле. (*Ред.*)

32. (Стр. 297.) Это известное уравнение Пуассона $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = 4\pi\rho$, где ρ (у Максвелла обозначенное через e) — объемная плотность электричества. В примечаниях к «Фарадеевым силовым линиям» (стр. 103 настоящего издания) Больцман справедливо отмечает путаницу в начертаниях некоторых формул в работах Максвелла. Так, в английском оригинале «Фарадеевых силовых линий» (Scient. Pap., стр. 192) Максвелл пишет уравнение Пуассона в форме $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = 4\pi\rho$, но Больцман вынужден был в своем переводе переменить знак правой части на обратный для согласования формулы с остальным текстом. В «Динамической теории электромагнитного поля» уравнение Пуассона фигурирует, как мы видим, в начертании $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = -e$, в первом томе «Трактата», параграфе 77, в начертании $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = 4\pi\rho$, но во втором томе, параграфе 610, в виде $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \rho$. Заметим, однако, что, повидимому, в начертании уравнения (G) допущена просто опечатка и вместо e должно быть $(-e)$, что видно из максвелловской записи уравнения непрерывности (H). Это уравнение получается дифференцированием по x, y, z и складыванием уравнений токов (C), принимая во внимание значения величин p', q', r' согласно формулам (A) и значение $e = \mathrm{div}\,\boldsymbol{D}$ согласно уравнению (G). (*Перев.*)

33. (Стр. 298.) Максвелл не дает отдельно уравнения $\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0$, так как оно автоматически следует из уравнений (B). Уравнения электромагнитного поля (B)—(H) не совпадают полностью с современной их формой, которая была дана впервые Герцем (1884 г.) и независимо от него Хевисайдом (1885 г.).

34. (Стр. 298.) Таким образом, в современных обозначениях система уравнений, установленная здесь Максвеллом, имеет вид

$$\boldsymbol{B} = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}, \tag{B}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = 4\pi\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{C}$$

$$\boldsymbol{E} = -[\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}] - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \mathrm{grad}\,\psi, \tag{D}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\boldsymbol{D}, \tag{E}$$

$$\sigma\boldsymbol{E} = \boldsymbol{j}, \tag{F}$$

$$\boldsymbol{j}_{\text{полн}} = \boldsymbol{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{A}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = 4\pi\rho, \tag{G}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (\textit{Ред.}) \tag{H}$$

35. (Стр. 299.) Поясним вывод Максвелла. Энергия

$$E=\frac{1}{2}\int A j_{\text{полн}}\, dV,$$

$$j_{\text{полн}}=\frac{1}{4\pi}\operatorname{rot}\boldsymbol{H}.$$

Далее,

$$A\operatorname{rot}\boldsymbol{H}=-\operatorname{div}[A\boldsymbol{H}]+\boldsymbol{H}\operatorname{rot}A,$$

поэтому

$$E=\frac{1}{8\pi}\int \operatorname{div}[A\boldsymbol{H}]\,dV+\frac{1}{8\pi}\int \boldsymbol{H}\operatorname{rot}A\,dV;$$

первый интеграл преобразуется по теореме Остроградского-Гаусса и на границе исчезает. Следовательно,

$$E=\frac{1}{8\pi}\boldsymbol{HB}\,dV,$$

что и совпадает с уравнением (38). (*Ред*).

36. (Стр. 301.) Максвелл, указывая на вспомогательный, иллюстративный характер механических образов в электродинамике, настаивает, однако, на полной применимости понятия энергии как кинетической, так и потенциальной, к электромагнитному полю, причем эта энергия по Максвеллу в отличие от старых теорий локализована в поле.

Идею локализации энергии в среде и закон ее движения в среде разрабатывал Н. А. Умов в своей диссертации «Уравнения движения энергии в среде» 1873 г. (*Ред.*)

37. (Стр. 302.) Вычисления в этом параграфе аналогичны вычислениям параграфа 64 с различием, относящимся к характеру расположения и движения проводника. Более подробное вычисление значения электромагнитной силы см. «Трактат», параграфы 583, 602 и 603. Результат соответствует известной формуле Ампера. (*Перев.*)

38. (Стр. 304.) В тексте Максвелла опечатка: вместо «сумма количеств $\varphi_1\varphi_1+\varphi_2\varphi_2$ должна оставаться постоянной» сказано: «количества $\varphi_1\varphi_1$ и $\varphi_2\varphi_2$ должны оставаться постоянными». (*Перев.*)

39. (Стр. 308.) Описание метода и результаты опытов Вебера и Кольрауша даны в их статье, переведенной в сборнике «Из предистории радио», Изд. АН СССР, стр. 209—217, 1948. (*Ред.*)

40. (Стр. 320.) Уравнения магнитной силы:

$$\boldsymbol{B}=\operatorname{rot}A. \qquad \text{(B)}$$

Уравнения токов:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H}=4\pi j+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}. \qquad \text{(C)}$$

Считая μ постоянной, имеем:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{B}=4\pi\mu j_{\text{полн}},$$

или

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}A=\operatorname{grad}\operatorname{div}A-\Delta A=4\pi\mu j_{\text{полн}}.$$

В диэлектрике

$$j_{\text{полн}}=\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}=k\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}=-k\left(\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\operatorname{grad}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right).$$

Следовательно,

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}A-\Delta A+4\pi\mu k\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+4\pi\mu k\operatorname{grad}\frac{\partial\psi}{\partial t}=0.$$

Отсюда, если положить дополнительно

$$\operatorname{div}A+4\pi\mu k\frac{\partial\psi}{\partial t}=0,$$

получается волновое уравнение

$$\Delta A=4\pi\mu k\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\varepsilon\mu\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}.$$

Отсюда волновое уравнение для $\boldsymbol{B}$

$$\Delta\boldsymbol{B}=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2},$$

с выводом

$$v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\ (c=1). \qquad (\textit{Ред.})$$

41. (Стр. 323.) Электромагнитная теория света Максвелла и вообще максвелловская теория электромагнетизма как ее основа долго не находили себе признания.

Решительную победу этой теории обеспечили открытие Герцем электромагнитных волн и экспериментальное установление

Лебедевым давления света; последнее открытие устранило всякие сомнения в правильности максвелловской теории.

А. К. Тимирязев (см. его «Введение в теоретическую физику», стр. 168) рассказывает, со слов П. Н. Лебедева, следующий интересный эпизод, связанный с электромагнитной теорией света Максвелла.

В 1888 г., т. е. за год до знаменитых опытов Герца, видный теоретик проф. Э. Кон читал в Страсбурге курс теоретической оптики на основе классической теории Юнга-Френеля, причем взгляды Максвелла в этом курсе передавались как курьез на одной из заключительных лекций. В 1889 г. тот же проф. Кон читал курс теоретической оптики уже полностью на основе теории Максвелла. (*Перев.*)

ТРАКТАТ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ

1. (Стр. 345.) Знаменитый «Трактат» Максвелла, вышедший в 1873 г., завершает круг его работ, посвященных теории электромагнитного поля. Максвелл подводит в нем итоги развития учения об электромагнитных явлениях, как в трудах своих предшественников и современников (Остроградского, Гаусса, Ампера, Фарадея, Ленца, Грина, Вебера, Неймана, Кирхгофа, Томсона, Гельмгольца и др.), так и итоги своих собственных исследований.

Понятно, что этот труд стал настольной книгой для всякого, занимающегося электричеством. Однако труд Максвелла, несмотря на все усилия автора выполнить задачу, сформулированную им в его «Предисловии»: перевести идеи Фарадея на язык математики, оставался по выражению Больцмана «книгой за семью печатями» для профессионалов физиков. Причина этого обстоятельства заключалась безусловно в глубине и новизне идей Максвелла, но справедливо также и то, что Максвелл уделил в «Трактате» обоснованию и развитию этих идей значительно меньше места, чем в своих предыдущих работах.

С другой стороны, Максвелл в своем «Трактате» стремился последовательно провести концепцию близкодействия и противопоставить ее господствующим формальным теориям дальнодействия, и эту задачу он безусловно разрешил.

«Трактат» разбит на два тома и четыре части. Первый том состоит из двух частей: «Электростатики» и «Электрокинематики» (т. е. учения о постоянном токе). Второй том содержит также две части: третью часть трактата «Магнетизм», содержащую восемь глав, и последнюю, четвертую, часть, посвященную электромагнетизму и содержащую двадцать три главы.

Всем этим четырем частям предпосланы «Предисловие» и вводная глава, содержащая учение о размерностях, измерениях и основы векторного анализа. В настоящем издании переведены главы, представляющие наиболее существенное принципиальное значение. Это, во-первых, «Предисловие» и затем главы I,