

димости, доказывает, что за промежуток времени, в течение которого электрическая сила имеет одно направление, — иначе говоря, за половину периода, — происходит весьма большое число отдельных столкновений.

63. В § 51 мы рассматривали излучение, распространяющееся от тела M через две бесконечно малые площадки ω и ω' . Предположим теперь, что первая из этих площадок расположена на передней поверхности тонкой металлической пластинки, и займемся вопросом об излучении, которое исходит из соответствующей части пластинки $\omega\Delta$ и направлено к элементу площади ω' . Будем считать, что этот элемент расположен параллельно ω в точке P на прямой, проведенной нормально к пластинке из центра O элемента ω . Для начала мы примем во внимание только электрические колебания, происходящие в некотором направлении h , перпендикулярном к OP .

Возьмем за начало координат точку O , причем ось z направим по OP , ось x — по направлению h ; расстояние OP обозначим через r . На основании сказанного в § 39 отдельный электрон, движущийся в рассматриваемой части пластинки со скоростью v , вызовет в точке P диэлектрическое смещение, первая составляющая которого дается выражением

$$-\frac{e}{4\pi c^2 r} \frac{d v_x}{dt},$$

если мы возьмем значение производной для соответственно выбранного момента.

На основании нашего допущения о толщине пластинки этот момент времени для всех электронов части $\omega\Delta$ может быть представлен выражением $t - \frac{r}{c}$, где t есть момент времени, для которого мы хотим знать состояние в точке P . Мы можем поэтому написать для первой составляющей диэлектрического смещения в P

$$d_x = -\frac{1}{4\pi c^2 r} \left(\sum e \frac{d v_x}{dt} \right)_{t - \frac{r}{c}}. \quad (134)$$

Поток энергии через ω' в единицу времени будет:

$$c \overline{d_x^2} \omega'.$$

Так как движение электронов между атомами металла является в высшей степени неправильным, мы получим для ряда быстро сменяющихся друг друга моментов времени большое число столкновений, при которых изменения скорости будут отличаться друг от друга в весьма широких пределах. Эта неправильность отразится и на состоянии в точке P , обусловленном всеми этими столкновениями. Несмотря на это, мы должны постараться извлечь из относящихся к этому состоянию формул такие выводы, которые относились бы к величинам, наблюдаемым в действительных опытах.

Такие выводы можно получить, если рассматривать *средние* значения переменных, вычисленные для достаточно больших промежутков времени. Допустим, что такой промежуток времени простирается от $t=0$ до $t=\vartheta$. Если среднее значение d_x^2 обозначить через $\overline{d_x^2}$, то для потока энергии через ω' (поток этот доступен нашим наблюдениям) мы получим выражение

$$c \overline{d_x^2} \omega' = c \omega' \frac{1}{\vartheta} \int_0^{\vartheta} d_x^2 dt. \quad (135)$$

64. Введение этого большого промежутка времени является весьма полезным также и при применении теоремы Фурье. Каким бы путем ни изменялась от одного момента времени к другому величина d_x , мы всегда можем разложить ее в ряд по формуле

$$d_x = \sum_{s=1}^{s=\infty} a_s \sin \frac{s\pi t}{\vartheta}, \quad (136)$$

где s есть целое положительное число и каждый из коэффициентов a_s определяется выражением

$$a_s = \frac{2}{\vartheta} \int_0^{\vartheta} \sin \frac{s\pi t}{\vartheta} d_x dt. \quad (137)$$

Из (136) вытекает, что частота, соответствующая члену с индексом s , определяется формулой

$$n = \frac{s\pi}{\vartheta};$$

соответствующая длина волны дается выражением

$$\lambda = \frac{2\pi c}{n} = \frac{2c\vartheta}{s}. \quad (138)$$

Так как интервал ϑ весьма велик, значения λ , относящиеся к малым значениям s , тоже велики; впрочем, нам не придется говорить об этих весьма длинных волнах, так как можно ожидать, что они будут составлять только незначительную часть всего излучения. Длины волн, с которыми мы будем иметь дело, будут иметь своим верхним пределом некоторую длину волны λ_0 ; поэтому, если только промежуток времени ϑ (который мы можем выбрать сколь угодно большим) достаточно велик, они будут соответствовать весьма большим значениям числа s . Далее, если λ_s и λ_{s+1} суть две последовательные длины волны, получим:

$$\frac{\lambda_s - \lambda_{s+1}}{\lambda_s} = 1 - \frac{s}{s+1} = \frac{1}{s+1},$$

что является весьма малым числом. Мы видим, таким образом, что длины волн, соответствующие последовательным членам нашего ряда, убывают чрезвычайно медленно. Это значит, что при разложении излучения, представляемого формулой (136), в спектр мы получим весьма большое число линий, расположенных очень близко друг к другу. Увеличивая величину промежутка времени ϑ и значение s , соответствующее интересующей нас части спектра, можно уменьшать расстояние между отдельными линиями до бесконечности. Таким именно путем мы можем вывести из наших формул самый факт существования сплошного спектра и относящиеся к нему законы.

Пусть λ и $\lambda + d\lambda$ будут две длины волны, про которые можно сказать, что они, с физической точки зрения, лежат друг к другу бесконечно близко. Если в нужной степени увеличивать ϑ , то часть спектра, соответствующая $d\lambda$,

будет содержать большое число спектральных линий, а именно

$$\frac{2c\vartheta}{\lambda^2} d\lambda.$$

Это станет ясным, если, написав (138) в виде

$$s = \frac{2c\vartheta}{\lambda},$$

мы заметим, что число линий равно числу целых чисел, лежащих в пределах

$$\frac{2c\vartheta}{\lambda + d\lambda} \quad \text{и} \quad \frac{2c\vartheta}{\lambda};$$

за это число мы можем взять разность

$$\frac{2c\vartheta}{\lambda^2} d\lambda,$$

так как в силу нашего допущения эта разность много больше чем единица.

Мы должны теперь подставить значение (136) в уравнение (135). Легко видеть, что произведение двух членов в ряде для \bar{a}_x дает нуль, если произвести интегрирование по времени в пределах от нуля до ϑ . Далее,

$$\int_0^{\vartheta} \sin^2 \frac{s\pi t}{\vartheta} dt = \frac{1}{2} \vartheta,$$

и (135) приобретает вид

$$c \bar{a}_x^2 \omega' = \frac{1}{2} c \omega' \sum_{s=1}^{s=\infty} a_s^2. \quad (139)$$

Это есть выражение для полного потока энергии через ω' . Чтобы найти ту часть этого потока, которая соответствует длинам волн в пределах от λ до $\lambda + d\lambda$, нам нужно только заметить, что $\frac{2c\vartheta}{\lambda^2} d\lambda$ спектральным линиям, лежащим внутри этого интервала, можно приписать одинаковую интенсивность ¹⁾.

¹⁾ Примечание 34.

Другими словами, можно принять, что величина a_s имеет для каждой из них одно и то же значение, так что в сумму в выражении (139) они приносят следующую величину:

$$\frac{2c\vartheta}{\lambda^2} a_s^2 d\lambda.$$

Следовательно, та часть потока энергии, которая относится к интервалу длин волн $d\lambda$, дается выражением

$$\frac{c^2\vartheta\omega'}{\lambda^2} a_s^2 d\lambda. \quad (140)$$

Если теперь нам удастся вычислить a_s^2 , мы тем самым решим нашу задачу.

65. Нижеследующие математические выкладки являются несколько более строгими, чем те, которые приведены в моей статье по этому вопросу. Дело в том, что я введу теперь для распределения скоростей между электронами закон Максвелла и приведу во внимание, что свободные пути имеют различную длину. В то же время я введу упрощение, которым я обязан Ланжевону¹⁾; благодаря ему мы будем в состоянии представить существо наших вычислений в очень сжатом виде.

На основании (134) и (137) мы видим, что

$$a_s = -\frac{1}{2\pi\vartheta c^2 r} \sum \left\{ e \int_0^{\vartheta} \sin \frac{s\pi t}{\vartheta} \frac{d[v_x]}{dt} dt \right\}. \quad (141)$$

Здесь квадратные скобки указывают, что значение v_x берется для момента времени $t - \frac{r}{c}$.

Смысл этого уравнения заключается в том, что мы должны прежде всего для одного определенного электрона вычислить интеграл, принимая во внимание все значения ускорения за промежуток времени от $-\frac{r}{c}$ до $\vartheta - \frac{r}{c}$.

1) См. сделанный Ланжевеном перевод моей статьи в книге Н. Abraham et P. Langevin, Les quantités élémentaires d'électricité, ions, électrons, corpuscules, Paris (1905), 1, стр. 507.

После этого нам надлежит взять сумму всех значений, полученных таким путем для всех свободных электронов, которые содержатся в части пластинки $\omega\Delta$.

Интегрируя по частям, мы, имея в виду, что $\sin \frac{s\pi t}{\vartheta}$ пропадает на пределах, находим, что

$$a_s = \frac{se}{2\vartheta^2 c^2 r} \sum \left\{ \int_0^{\vartheta} [v_x] \cos \frac{s\pi t}{\vartheta} dt \right\}; \quad (142)$$

иначе, понимая под v_x значение в момент времени t , можем написать также:

$$a_s = \frac{se}{2\vartheta^2 c^2 r} \sum \left\{ \int_{-\frac{r}{c}}^{\vartheta - \frac{r}{c}} v_x \cos \frac{s\pi}{\vartheta} \left(t + \frac{r}{c} \right) dt \right\}.$$

Догадавшись воспользоваться приемом интегрирования по частям, мы сводим нашу задачу к другой, гораздо более простой. Если бы мы вычисляли интеграл (141) непосредственно, мы должны были бы особо учесть те промежутки времени, в течение которых электрон подвергается действию силы, заставляющей его отскакивать от атома, с которым он сталкивается; действительно, электрон обладает ускорением только в течение этих промежутков времени. С другой стороны, интеграл (142) состоит из частей, которые относятся не только к моментам столкновений, но также и ко всем промежуточным интервалам. Если мы примем, что продолжительность столкновения много меньше, чем промежуток времени между двумя последовательными столкновениями электрона, мы можем смело ограничиться только теми промежутками, которые соответствуют свободным пробегам между этими соударениями.

Пока электрон пробегает один из этих свободных путей, его скорость имеет постоянную величину v_x . Мы можем также пренебречь изменением множителя

$$\cos \frac{s\pi}{\vartheta} \left(t + \frac{r}{c} \right),$$

так как, по предположению, время между двумя столкновениями гораздо меньше, чем период колебания, соответствующего s . Поэтому та часть a_s , которая соответствует одному электрону и времени, в течение которого он пробегает один из своих свободных путей, дается выражением

$$\frac{se}{2\theta^2 c^2 r} \tau v_x \cos \frac{s\pi}{\vartheta} \left(t + \frac{r}{c} \right),$$

где под τ мы понимаем время пробега по этому пути. В последнем множителе мы можем взять за t значение, соответствующее середине промежутка τ .

Теперь мы должны принять во внимание все отдельные пробеги всех электронов за время ϑ . Если мы обозначим сумму, относящуюся ко всем этим свободным пробегам, через S , то получим:

$$a_s = \frac{se}{2\theta^2 c^2 r} S \left\{ \tau v_x \cos \frac{s\pi}{\vartheta} \left(t + \frac{r}{c} \right) \right\}. \quad (143)$$

66. Нам нужно теперь определить квадрат суммы S . Это сделать довольно легко, так как произведения двух членов

$$\tau v_x \cos \frac{s\pi}{\vartheta} \left(t + \frac{r}{c} \right),$$

взятые все вместе, дадут нуль независимо от того, чему они соответствуют: двум различным свободным путям одного и того же электрона или двум путям, описываемым различными электронами. Действительно, скорости двух электронов совершенно не зависят друг от друга; то же относится и к скоростям одного определенного электрона в два момента времени, между которыми он испытал одно или несколько столкновений¹⁾. А так как положительные и отрицательные значения v_x распределены между членами (143) вполне случайно, то положительные и отрицательные знаки в произведении двух членов будут одинаково вероятны.

1) Примечание 35.

Итак, мы видим, что нам остается только вычислить сумму квадратов отдельных членов, так что получаем:

$$a_s^2 = \frac{s^2 e^2}{4\theta^4 c^4 r^2} S \left\{ \tau^2 v_x^2 \cos^2 \frac{s\pi}{\theta} \left(t + \frac{r}{c} \right) \right\}.$$

Далее, так как неправильное движение электронов происходит в различных направлениях с одной и той же интенсивностью, мы можем v_x^2 заменить через $\frac{1}{3} v^2$. Поэтому, обозначая длину свободного пути $\tau |v|$ буквой l , получаем:

$$a_s^2 = \frac{s^2 e^2}{12\theta^4 c^4 r^2} S \left\{ l^2 \cos^2 \frac{s\pi}{\theta} \left(t + \frac{r}{c} \right) \right\}.$$

В том громадном числе членов, из которых состоит сумма, длина l имеет весьма различные значения; поэтому, чтобы произвести суммирование, мы можем начать с рассмотрения только таких членов, в которых она имеет некоторое определенное значение. В этих членах, тоже очень многочисленных, угол

$$\frac{s\pi}{\theta} \left(t + \frac{r}{c} \right)$$

приобретает значения, которые распределены в интервале от нуля до $s\pi$ по закону случайности. Квадрат косинуса можно поэтому заменить его средним значением $\frac{1}{2}$, так что

$$a_s^2 = \frac{s^2 e^2}{24\theta^4 c^4 r^2} S (l^2). \quad (144)$$

67. Так как атомы металла предполагаются неподвижными, скорость электрона при столкновении не меняется. Мы можем поэтому остановиться на некоторой определенной группе электронов, которые движутся по своим ломаным траекториям с определенной скоростью u . За время θ одна какая-нибудь из этих частичек успевает пробежать по большому числу свободных путей; если l_m есть средняя длина пути, это число равно

$$\frac{u\theta}{l_m}.$$

Можно показать ¹⁾, что число пробегов, длина которых лежит в пределах от l до $l + dl$, равно

$$\frac{u\vartheta}{l_m^2} e^{-\frac{l}{l_m}} dl,$$

так что

$$\frac{u\vartheta}{l_m^2} l^2 e^{-\frac{l}{l_m}} dl$$

представляет собой часть суммы $S(l^2)$, приносимую этими отрезками пути. Интегрируя по l от нуля до ∞ , получаем для значения $S(l^2)$, поскольку оно вызывается одним электроном:

$$2\vartheta ul_m. \quad (145)$$

Общее число электронов, находящихся в рассматриваемой части металлической пластинки, равно $N\omega\Delta$, и по закону Максвелла из них

$$4\pi N\omega\Delta \sqrt{\frac{q^3}{\pi^3}} e^{-qu^2} u^2 du \quad (146)$$

имеют скорости от u до $u + du$, причем постоянная q связана со скоростью u_m , квадрат которой равен среднему значению u^2 , выражением

$$q = \frac{3}{2u_m^2}.$$

Чтобы найти полное значение $S(l^2)$, мы должны перемножить (145) и (146) и проинтегрировать произведение от $u = 0$ до $u = \infty$. Предполагая, что l_m имеет одно и то же значение для всех значений u ²⁾, получаем:

$$S(l^2) = \frac{4\vartheta}{\sqrt{\pi q}} l_m N\omega\Delta = 4 \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \vartheta l_m N u_m \omega\Delta.$$

В конце концов уравнение (144) можно написать так:

$$a_s^2 = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{s^3 e^2 l_m N u_m}{6\vartheta^3 c^4 r^2} \omega\Delta,$$

1) Примечание 36.

2) Примечание 37.

а выражение (140) для излучения через элемент ω' приобретает вид

$$\sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{s^2 e^2 l_m N u_m}{6\theta^2 c^2 r^2 \lambda^2} \omega \omega' \Delta d\lambda,$$

или в силу (138), если вместо l_m , u_m мы напишем просто l , u :

$$\sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{2}{3} \frac{e^2 l N u}{r^2 \lambda^4} \omega \omega' \Delta d\lambda.$$

Это есть выражение для энергии, излучаемой в единицу времени, поскольку она обусловлена длинами волн от λ до $\lambda + d\lambda$ и составляющими колебаний по направлению h . Следовательно, величина, которую мы вычислили, есть та самая величина, которая представлена в выражении (121); сравнивая оба выражения, получаем для испускательной способности пластинки:

$$E = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{2}{3} \frac{e^2 l N u}{\lambda^4} \Delta. \quad (147)$$

68. Нам нужно теперь комбинировать эту величину с выведенным нами выше значением (133) для поглощения. Если закон Кирхгофа имеет место, отношение $\frac{E}{A}$ не должно зависеть от тех величин, которые отличают одну металлическую пластинку от другой. Мы видели, что это действительно так, так как число электронов в единице объема N , средняя длина их свободных путей l и толщина пластинки Δ в отношение не входят. Мы действительно получаем для $\frac{E}{A}$ и для $F(\lambda, T)$ значения, которые не зависят от индивидуальных свойств рассматриваемого весомого тела. Я должен, впрочем, повторить, что все наши рассуждения справедливы только по отношению к длинным волнам.

Пользуясь формулами (125), (133) и (147), получаем:

$$F(\lambda, T) = \frac{16\pi\alpha T^3}{3\lambda^4}. \quad (148)$$

1) Эта формула принадлежит лорду Рэлею [Phil. Mag. 49 (1900), стр. 539]. См. § 69.

Весьма замечательно, что эта функция имеет тот же вид, что и в уравнении (129), и что наш результат находится в точном согласии с результатом Планка. Это легко видеть, если предположить, что произведение λT в (132) имеет весьма большое значение, так что показатель степени весьма мал. Тогда мы можем положить:

$$e^{\frac{ch}{k\lambda T}} = 1 + \frac{ch}{k\lambda T},$$

и выражение (132) превращается в

$$F(\lambda, T) = \frac{8\pi k T}{\lambda^4} [19].$$

Это выражение совпадает с (148), так как наш коэффициент α соответствует $\frac{3}{2} k$ в обозначениях Планка. Как уже было установлено, средняя кинетическая энергия молекулы газа равна $\frac{3}{2} kT$, а мы обозначили ее через αT ¹⁾.

69. Совершенно другая теория излучения черного тела была предложена Рэлеем и Джинсом ²⁾. Она основана на теореме так называемой экvipартиции (равномерного распределения) энергии; теорема эта имеет большое значение в кинетической теории газов и вообще в молекулярных теориях. В ее наиболее простой форме она была открыта Максвеллом в 1860 г.; впоследствии она была значительно расширена Больцманом, а Джинс подверг ее подробному рассмотрению в своей книге по кинетической теории газов.

Максвелла привели к этой теореме его теоретические исследования, касающиеся движения систем, состоящих из большого числа молекул. Если бы мы могли выделять из массы газа отдельные молекулы, мы нашли бы, что они движутся с весьма разнообразными скоростями и обладают весьма различными кинетическими энергиями. Средняя кинетическая энергия поступательного движения, взятая для достаточно большого числа молекул, будет, однако,

¹⁾ Примечание 38.

²⁾ J. H. Jeans, On the partition of energy between matter and aether, Phil. Mag. (6), 10 (1905), стр. 91.

в прилегающих друг к другу частях газа иметь одно и то же значение, если температура везде одна и та же, так что можно сказать, что эти участки находятся в равновесии. Это будет справедливо и в том случае, если газ находится под действием внешних сил, — например, силы тяжести, благодаря которой плотность изменяется от точки к точке. Точно так же, если у нас есть смесь двух газов, можно показать, что средняя кинетическая энергия молекулы для обеих составляющих имеет одно и то же значение, и мы можем совершенно уверенно утверждать, что и для газов, которые не смешаны, но помещены отдельно, это равенство средних кинетических энергий молекулы тоже является условием для температурного равновесия.

Можно выразить это положение иначе, если сказать, что кинетическую энергию газа в той части, которая обусловлена поступательным движением молекул, можно вычислить, если приписать каждой молекуле некоторое вполне определенное количество энергии, независимое от природы газа. Это количество энергии пропорционально абсолютной температуре T ; поэтому его можно представить, как я уже неоднократно и делал, в виде αT , где α есть универсальная постоянная.

Мы можем дать этому результату и другое выражение. Предположим, что молекулы газа представляют собой идеально упругие и твердые гладкие шары; тогда единственный род движения, с которым мы имеем дело в этих вопросах, это — движение поступательное; положение частичек может поэтому быть определено координатами их центров x, y, z . Если N есть число молекул, для определения конфигурации всей системы потребуется $3N$ координат, или, как часто говорят, система имеет $3N$ степеней свободы. Каждой степени свободы, или каждой координате x, y или z , соответствуют определенная скорость \dot{x}, \dot{y} или \dot{z} и кинетическая энергия $\frac{1}{2} m \dot{x}^2, \frac{1}{2} m \dot{y}^2, \frac{1}{2} m \dot{z}^2$. Полную энергию газа можно вычислить, если для кинетической энергии, соответствующей каждой степени свободы, приписать $\frac{1}{3} \alpha T$. Множитель $\frac{1}{3}$ вводится здесь потому, что пол-

ная кинетическая энергия молекулы, среднее значение которой есть αT , является суммой величин $\frac{1}{2} m\dot{x}^2$, $\frac{1}{2} m\dot{y}^2$, $\frac{1}{2} m\dot{z}^2$, соответствующих ее трем степеням свободы.

70. Этих замечаний достаточно, чтобы уяснить себе, что следует понимать под словами «эквипартиция» или «равномерное распределение» энергии в менее простых случаях. Конфигурация любого тела, т. е. положения тех мельчайших частичек, из которых оно, по предположению, построено, всегда может быть определена, каковы бы ни были связи между этими частичками, при помощи некоторого числа координат p в том обобщенном смысле, в каком этот термин употребляется Лагранжем; эти координаты часто могут быть выбраны таким образом, что кинетическая энергия равна сумме членов, каждый из которых пропорционален квадрату одной из скоростей \dot{p} , так что можно сказать, что она состоит из частей, соответствующих различным степеням свободы системы. Теорема равномерного распределения энергии говорит нам, что если температура есть T , кинетическую энергию системы, имеющей весьма большое число степеней свободы, как это имеет место для всех тел, мы найдем, если каждой степени свободы припишем кинетическую энергию, равную $\frac{1}{3} \alpha T$.

Следует отметить, что таким путем можно вычислить только кинетическую энергию. Если мы хотим узнать полную энергию, мы должны добавить ее потенциальную часть. Но есть, впрочем, один случай, — он как раз является для нас особенно важным, — в котором величина потенциальной энергии тоже может быть определена весьма простым способом.

Рассмотрим систему, способную созершать малые колебания около положения устойчивого равновесия, и пусть координаты p_1, p_2, \dots, p_n равны нулю в этом положении, так что они измеряют смещение системы от этого положения равновесия. Эти координаты могут быть выбраны таким образом, что не только кинетическая энергия

является суммой некоторого числа членов, каждый из которых содержит квадрат скорости \dot{p} , — это требование мы уже ставили ранее, — но что, кроме этого, и потенциальная энергия выражается такого же вида суммой членов ap^2 , где a есть некоторая постоянная величина.

Наиболее общее движение системы складывается из колебаний, которые мы назовем главными, или фундаментальными. Колебания этого вида отличаются тем характерным свойством, что при первом фундаментальном колебании переменной является одна координата p_1 , при втором — одна p_2 и т. д., причем переменная координата в каждом случае является простой гармонической функцией времени t и обладает частотой, которая, вообще говоря, различна для различных фундаментальных колебаний. Основным свойством этих главных колебаний является то, что в каждом из них среднее значение потенциальной энергии за полный период или за промежуток времени, который весьма велик по сравнению с периодом, равно среднему значению кинетической энергии. Далее, если система совершает одновременно несколько главных колебаний, полную энергию мы найдем, если сложим значения энергии, которыми система обладала бы в каждом из главных колебаний в отдельности¹⁾.

71. Предположим теперь, что такая система с весьма большим числом степеней свободы соединена с обыкновенной системой молекул, например с газом, так что она может быть приведена в движение силами, с которыми на нее действуют молекулы, и в свою очередь может отдавать молекулам часть своей колебательной энергии. Тогда может установиться состояние равновесия между тепловым движением молекул и колебательным движением системы. Мы можем даже говорить про колебания системы, как про ее тепловое движение, и можем утверждать, что система обладает определенной температурой — такой же, какой обладает система молекул, с которой она находится в равновесии.

1) Примечание 39.

Теорема равномерного распределения энергии требует, чтобы, каким бы путем колеблющаяся система ни получала или теряла энергию, кинетическая энергия для каждой из ее координат была равна $\frac{1}{3} \alpha T$. Сумма кинетической и потенциальной энергии должна быть равна $\frac{2}{3} \alpha T$ для каждого из фундаментальных колебаний, и задача определения полной энергии является в конце концов весьма простой. Нам не нужно даже уточнять выбор координат, которыми определяется конфигурация системы. Все, что нам нужно знать, — это число фундаментальных колебаний; умножая это число на $\frac{2}{3} \alpha T$, мы получим энергию системы, соответствующую температуре T .

72. Очень счастливой была мысль Джинса применить этот метод к проблеме излучения. Он дает нам возможность вычислить энергию излучения эфира для некоторой температуры T , не заботясь о механизме излучения и поглощения и не вводя в рассмотрение даже везомого тела. Единственный возникающий здесь вопрос касается числа степеней свободы для некоторого объема эфира. Для удобства ограничим этот объем идеально отражающими стенками и на первый раз вообразим себе две такие стенки в виде двух безграничных параллельных плоскостей, расположенных на расстоянии q друг от друга. Эфир между ними может быть носителем стоячих волн, которые мы можем сравнить с волнами, существующими в органной трубе; мы можем представить себе, что они возникают в результате наложения систем поступательно движущихся волн.

Условие для идеально отражающей поверхности заключается в том, что поток энергии Пойнтинга должен быть к ней касателен. Так будет, например, в том случае, когда поверхность является идеальным проводником, так как при этом тангенциальные составляющие электрической силы равны нулю. Допустим, что обе пограничные плоскости именно таковы. Если они нормальны к оси x и их уравнения суть $x = 0$ и $x = q$, условие для электрической

силы может быть выполнено, если между плоскостями имеют место два ряда поступательных волн, выражаемых уравнением (7) и уравнениями § 46. Полное диэлектрическое смещение

$$d_y = a \cos n \left(t - \frac{x}{c} \right) - a \cos n \left(t + \frac{x}{c} \right) = 2a \sin nt \sin \frac{nx}{c}$$

будет равно нулю для $x = 0$ и для $x = q$, если $\frac{nq}{c}$ есть кратное π , или, что то же самое, если расстояние q есть кратное половины длины волны. Поэтому возможными колебательными движениями будут такие, у которых длины волн будут равны $2q$, q , $\frac{2}{3}q$ и т. д.

73. Рассмотрим теперь колебания, которые могут происходить в эфире, заключенном в ящик, стенки которого изнутри являются идеально отражающими и который имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Пусть оси координат будут параллельны ребрам, длины которых пусть будут q_1 , q_2 , q_3 .

Мы можем представить себе *восемь* таких прямых, что косинусы углов их направления будут иметь одинаковую абсолютную величину, но все возможные алгебраические знаки; в самом деле, обозначая через μ_1 , μ_2 , μ_3 абсолютные значения косинусов, мы получим восемь комбинаций

$$\begin{aligned} & (\mu_1, \mu_2, \mu_3), \quad (-\mu_1, \mu_2, \mu_3), \quad (\mu_1, -\mu_2, \mu_3), \quad (\mu_1, \mu_2, -\mu_3), \\ & (\mu_1, -\mu_2, -\mu_3), \quad (-\mu_1, \mu_2, -\mu_3), \quad (-\mu_1, -\mu_2, \mu_3), \\ & \quad \quad \quad (-\mu_1, -\mu_2, -\mu_3). \end{aligned} \quad (149)$$

Если пучок параллельных лучей, идущий внутри прямоугольного ящика, направлен по одной из этих прямых, отражение на стенках даст ряд пучков, параллельных другим семи прямым, и если величины μ_1 , μ_2 , μ_3 и длина волны λ выбраны соответственным образом, пограничные условия на стенках могут быть удовлетворены наложением восьми систем поступательных волн, распространяющихся в указанных восьми направлениях. Чтобы выразить условие, которому должны удовлетворять μ_1 , μ_2 , μ_3 , λ , вооб-

разим три прямые P_1Q_1 , P_2Q_2 и P_3Q_3 , параллельные стенкам ящика и соединяющие точки двух противоположных сторон, так что

$$P_1Q_1 = q_1, \quad P_2Q_2 = q_2, \quad P_3Q_3 = q_3.$$

В системе поступательных волн, распространяющихся в направлении, определяемом величинами μ_1 , μ_2 , μ_3 , разность фаз между P_1 и Q_1 измеряется расстоянием μ_1q_1 , разность фаз между P_2 и Q_2 — расстоянием μ_2q_2 , а между P_3 и Q_3 — расстоянием μ_3q_3 . Условие для μ_1 , μ_2 , μ_3 , λ сводится к тому¹⁾, что каждый из этих трех отрезков должен быть кратным $\frac{1}{2}\lambda$. Поэтому, если мы положим:

$$\frac{2\mu_1q_1}{\lambda} = k_1, \quad \frac{2\mu_2q_2}{\lambda} = k_2, \quad \frac{2\mu_3q_3}{\lambda} = k_3, \quad (150)$$

k_1 , k_2 , k_3 должны быть целыми положительными числами. Принимая во внимание соотношение

$$\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 = 1,$$

мы имеем:

$$\frac{k_1^2}{q_1^2} + \frac{k_2^2}{q_2^2} + \frac{k_3^2}{q_3^2} = \frac{4}{\lambda^2}. \quad (151)$$

Таким образом, мы видим, что для любых трех целых чисел k_1 , k_2 и k_3 имеется соответствующий ряд стоячих волн. Длина волны дается выражением (151), а косинусы углов направления нормалей к поступательным волнам (их нам предстоит комбинировать) — выражениями (149) и (150). Так как эти поступательные волны могут быть поляризованы²⁾ двойко, каждый ряд чисел k_1 , k_2 , k_3 приведет нас к двум фундаментальным колебаниям эфира в прямоугольном ящике, и энергия, соответствующая каждой комбинации (k_1, k_2, k_3) , будет не $\frac{2}{3}\alpha T$, а $\frac{4}{3}\alpha T$.

Предметом нашего исследования является количество энергии в эфире, поскольку оно соответствует колебаниям,

1) Примечание 40.

2) Примечание 41.

длины волн которых лежат в пределах от λ до $\lambda + d\lambda$. Это количество энергии равно

$$\nu \cdot \frac{4}{3} \alpha T,$$

где ν есть число комбинаций положительных целых чисел k_1, k_2, k_3 , для которых значение λ , даваемое (151), лежит между λ и $\lambda + d\lambda$.

74. Число ν легко определить, если мы ограничимся (а это, конечно, мы вправе сделать) длинами волн, весьма малыми по сравнению с размерами ящика q_1, q_2, q_3 .

Примем k_1, k_2, k_3 за прямоугольные координаты точки. Тогда (151) представляет собой уравнение эллипсоида с полуосями

$$\frac{2q_1}{\lambda}, \quad \frac{2q_2}{\lambda}, \quad \frac{2q_3}{\lambda}. \quad (152)$$

Заменяя λ через $\lambda + d\lambda$, мы получим второй эллипсоид, и ν будет число точек (k_1, k_2, k_3) , лежащих между этими двумя поверхностями, соответственные полуоси которых отличаются на величины

$$\frac{2q_1}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad \frac{2q_2}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad \frac{2q_3}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (153)$$

В силу допущения, сделанного нами относительно длин волн, выражения (152) представляют собой весьма большие числа, и мы можем даже предположить, что, несмотря на малость $d\lambda$, числа (153) тоже весьма велики. Это означает, что все размеры эллипсоидального слоя, включая толщину, весьма велики по сравнению с единицей длины.

Число точек, координаты которых даются целыми числами и которые лежат в части пространства, размеры которого много больше, чем единица длины, можно приравнять к числу, выражающему объем этой части пространства. Следует помнить, что мы имеем дело только с положительными значениями k_1, k_2, k_3 ; тогда мы найдем, что ν равно одной восьмой численного значения объема эллипсоидального слоя. Отсюда имеем:

$$\nu = \frac{4\pi q_1 q_2 q_3}{\lambda^4} d\lambda,$$

а для энергии, которую мы должны были вычислить, получаем:

$$\nu \cdot \frac{4}{3} aT = \frac{16\pi a T q_1 q_2 q_3}{3\lambda^4} d\lambda.$$

Это и есть энергия, содержащаяся в объеме, занятом нашим прямоугольным ящиком. Деля на $q_1 q_2 q_3$, получаем для энергии излучения на единицу объема эфира, поскольку это излучение вызвано колебаниями длин волн, лежащих в пределах от λ до $\lambda + d\lambda$, следующее выражение:

$$\frac{16\pi a T}{3\lambda^4} d\lambda.$$

Этот результат в точности совпадает с (148).

75. Теория излучения, приведенная в §§ 60—68, ограничивается системами, содержащими свободные электроны, и относится только к случаю весьма длинных волн. Необходимо особое рассмотрение вопроса, как распространить ее на такие тела, как, например, кусок стекла, где мы вряд ли можем допустить наличие свободных электронов, а также на более короткие волны. Если мы примем законы Больцмана и Вина и будем считать доказанным, что кривая, подобная рис. 2, действительно выражает состояние излучения, которое может быть в равновесии с весомым телом данной температуры, мы должны постараться дать объяснение этой форме кривой и найти причину постоянства произведения $\lambda_m T$. Если это нам удастся, мы можем надеяться обнаружить, каким образом значение этой постоянной определяется некоторой числовой величиной, одинаковой для весоных тел.

Теория этих явлений принимает совершенно другой облик, если мы будем смотреть на закон равномерного распределения энергии как на правило без исключений, рассматривая в то же самое время эфир как непрерывную среду, не обладающую молекулярной структурой. Мы можем сказать тогда, что совершенно так же, как любое другое непрерывное распределение материи (вроде, скажем, однородной струны), конечная часть эфира будет иметь бесконечное число степеней свободы; в эфире, заключенном

в прямоугольный ящик, о котором мы говорили, не будет верхнего предела для частот фундаментальных колебаний.

Напротив, число степеней свободы весоного тела есть, несомненно, конечная величина, если мельчайшие частички, из которых оно состоит, рассматривать как твердые. Поэтому, как это заметил Джинс, теория равномерного распределения энергии требует, чтобы в системе, состоящей из весоного тела и эфира, как бы велика ни была часть пространства, занятая телом, часть полной энергии, заключающаяся в нем по достижении равновесия, должна быть ничтожно мала. В самом деле, по теории Джинса формула (148) должна иметь место для *всех* длин волн, так что для данной температуры мы получим бесконечную величину, если при вычислении общего количества энергии выражение это интегрировать вплоть до предела $\lambda = 0$. Это означает, что если эфир получит конечное количество энергии, — например такое, какое может быть запасено в теле конечных размеров, — температура эфира не сможет заметно повыситься, так как энергия тратится на возбуждение исключительно малой электромагнитной «ряби».

Чтобы примирить эти результаты с наблюдаемыми фактами, Джинс подчеркивает, что испускание лучей, длины волн которых лежат ниже известного предела, должно происходить весьма медленно — настолько медленно, что настоящее равновесие в наших опытах никогда не может быть достигнуто. При этих обстоятельствах легко можно себе представить, что, хотя с течением времени вся энергия тела рассеется, все же можно достигнуть некоторого состояния, при котором не будет заметных изменений и при котором, следовательно, мы будем иметь нечто вроде состояния равновесия.

76. Заключение Джинса является, конечно, весьма существенными и заслуживают тщательного рассмотрения. Представляются три пути, которыми, казалось бы, можно их избежать. Во-первых, можно представить себе, что и число степеней свободы весоного тела тоже бесконечно или по причине изменчивости мельчайших частичек, или вследствие содержания эфира в теле; но это представление

привело бы нас к противоречию с опытом, так как потребовало бы такого значения удельной теплоты, которое сильно превышало бы то, к которому мы приходим, принимая во внимание только поступательное движение молекул. Во-вторых, мы можем вообразить, что эфир имеет такое строение, вследствие которого конечный участок его будет иметь конечное число степеней свободы. Наконец, мы можем вообще отказаться от закона равномерного распределения энергии (эквипартиции) как общего закона. Но тогда нам придется объяснять, почему этот закон оказывается правильным для случая достаточно больших длин волн.

Если мы присоединимся к взглядам Джинса, возникают вопросы такой же степени важности и не менее сложные. Весьма трудно представить себе, что, устанавливая законы Больцмана и Вина, которые так блестяще подтверждаются на опыте, физики были на совершенно ложном пути. Необходимо поэтому выяснить, по какой причине эти состояния «равновесия», о которых я говорил, подчиняются законам термодинамики; а тогда нам опять придется доискиваться, каково физическое значение постоянной ¹⁾ $\lambda_m T$.

В заключение я замечу, что закон равномерного распределения энергии, который для системы молекул может быть выведен из принципов статистической механики, не может в настоящее время считаться доказанным для систем, содержащих эфир ²⁾.

¹⁾ Примечание 42.

²⁾ Примечание 42*.

ГЛАВА III

ТЕОРИЯ ЯВЛЕНИЯ ЗЕЕМАНА

77. Явление магнитного вращения плоскости поляризации, открытое Фарадеем в 1845 г., было первым доказательством внутренней связи между оптическими и электромагнитными явлениями. Долгое время это явление оставалось единственным примером оптического действия, производимого магнитным полем, но в 1877 г. Керр показал, что поляризация лучей, отраженных от железного зеркала, изменяется при намагничивании металла, а в 1896 г. Зееман¹⁾ обнаружил влияние магнитного поля на излучение света: если источник света, дающий одну или несколько резких спектральных линий, поместить между полюсами сильного электромагнита, каждая линия расщепляется на некоторое число составляющих, взаимное расстояние которых определяется силой внешнего магнитного поля.

Разбирая эти магнитооптические явления (теории явления Керра я, впрочем, касаться не буду), я возьму сначала наиболее простой случай. Это — явление Зеемана в том виде, в каком оно обнаружилось в первых опытах, а именно как расщепление первоначальной спектральной линии на три

¹⁾ P. Zeeman, Over den invloed eener magnetisatie op den aard van het door een stof uitgezonden licht, Zittingsversl. Amsterdam 5 (1896), стр. 181, 242 [переведено в Phil. Mag. (5), 43 (1897), стр. 226]; Doublets and triplets in the Spectrum produced by external magnetic forces, Phil. Mag. (5), 44 (1897), стр. 55, 255; Measurements concerning radiation phenomena in the magnetic field там же 45 (1898), стр. 197. См. также: Zeeman, Researches in magneto-optics, London, 1913.

или две составляющие; число это зависит от направления испускания лучей.

78. Я дам вам сначала то элементарное объяснение расщепления линий, которое получается из теории электронов и при помощи которого оказалось возможным даже предсказать некоторые подробности этого явления.

Мы уже знаем, что по современным взглядам [20] излучение света вызывается колебательными движениями электрических зарядов, содержащихся в атомах весоных тел, — например, пламени натровой горелки или светящегося газа пустотной трубки. Распределение этих зарядов и их колебания могут быть весьма сложными, но, если мы хотим объяснить появление одной спектральной линии, мы можем удовлетвориться весьма простой гипотезой. Пусть в каждом атоме (или молекуле) содержится только один электрон, имеющий некоторое определенное положение равновесия, к которому он возвращается действием «упругой» силы, как мы ее будем называть, всякий раз, как он по той или иной причине испытал смещение. Нужно думать, что эта упругая сила вызывается другими частичками в атоме; однако природа ее для нас совершенно темна. Предположим только, что она пропорциональна смещению. По этой гипотезе, которую нужно принять, если мы желаем получить простые гармонические колебания, составляющие упругой силы, которая возникает при смещении из положения равновесия, могут быть представлены выражениями

$$-f\xi, \quad -f\eta, \quad -f\zeta,$$

где f есть некоторая положительная постоянная, определяемая свойствами атома, а ξ , η , ζ — составляющие смещения.

Если m есть масса подвижного электрона, получаем уравнения движения

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} = -f\xi, \quad m \frac{d^2\eta}{dt^2} = -f\eta, \quad m \frac{d^2\zeta}{dt^2} = -f\zeta.$$

Общее решение этих уравнений есть

$$\begin{aligned} \xi &= a \cos(n_0 t + p), & \eta &= a' \cos(n_0 t + p'), \\ \zeta &= a'' \cos(n_0 t + p''), \end{aligned} \quad (154)$$

где a, a', a'', p, p', p'' суть произвольные постоянные, а частота n_0 колебаний определяется выражением

$$n_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}. \quad (155)$$

Рассмотрим, далее, влияние внешнего магнитного поля H . Оно дает силу

$$\frac{e}{c} [\mathbf{v}H], \quad (156)$$

где e обозначает заряд электрона, а \mathbf{v} — его скорость. Если магнитная сила H параллельна оси OZ , составляющие (156) будут:

$$\frac{eH_z}{c} \frac{d\eta}{dt}, \quad -\frac{eH_z}{c} \frac{d\xi}{dt}, \quad 0.$$

Тогда уравнения движения приобретают следующий вид:

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} = -f\xi + \frac{eH_z}{c} \frac{d\eta}{dt}, \quad (157)$$

$$m \frac{d^2\eta}{dt^2} = -f\eta - \frac{eH_z}{c} \frac{d\xi}{dt}, \quad (158)$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = -fz. \quad (159)$$

79. Последнее уравнение показывает, что магнитное поле не влияет на колебания в направлении OZ ; этого следовало ожидать, так как сила (156) равна нулю, если направление \mathbf{v} совпадает с направлением H . Здесь попрежнему окажется применимым частное решение (154). Что касается двух уравнений (157) и (158), они допускают два частных решения, выражаемых формулами

$$\xi = a_1 \cos(n_1 t + p_1), \quad \eta = -a_1 \sin(n_1 t + p_1) \quad (160)$$

и

$$\xi = a_2 \cos(n_2 t + p_2), \quad \eta = a_2 \sin(n_2 t + p_2), \quad (161)$$

в которых частоты n_1 и n_2 определяются выражениями

$$n_1^2 - \frac{eH_z}{mc} n_1 = n_0^2 \quad (162)$$

$$n_2^2 + \frac{eH_z}{mc} n_2 = n_0^2; \quad (163)$$

здесь a_1 , a_2 , p_1 и p_2 суть произвольные постоянные. Комбинируя (154), (160) и (161), получаем решение, которое содержит шесть постоянных и является поэтому общим решением.

Два решения (160) и (161) представляют круговые колебания, происходящие в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, и направленные в противоположные стороны. Частота n_1 одного из них больше (если eH_z положительно), а частота другого — меньше, чем частота первоначального колебания n_0 . Легко уяснить себе возможность таких круговых колебаний при помощи весьма простого рассуждения. Если электрон описывает круговую орбиту с радиусом r в плоскости, нормальной H_z , и в направлении, противоположном тому, которое соответствует этой силе, то в добавление к упругой силе fr появится электромагнитная сила

$$\frac{e|\mathbf{v}|H_z}{c},$$

направленная к центру. Так как обе силы являются постоянными, то действительно может описываться круговая орбита, и мы получаем, применяя известный закон центростремительной силы, выражение

$$fr + \frac{e|\mathbf{v}|H_z}{c} = \frac{mv^2}{r},$$

или, так как $|\mathbf{v}| = nr$,

$$f + \frac{enH_z}{c} = mn^2,$$

откуда непосредственно следует (162). Уравнение (163) можно получить совершенно таким же путем.

Во всех тех случаях, которые осуществляются на самом деле, изменение частоты оказывается весьма малым по сравнению с самой частотой. Это показывает, что даже в наиболее мощных полях $\frac{eH_z}{mc}$ весьма мало по сравнению

с n_0 . Поэтому (162) и (163) можно заменить выражениями

$$n_1 = n_0 + \frac{eH_x}{2mc}, \quad n_2 = n_0 - \frac{eH_x}{2mc}. \quad (164)$$

Точки спектра, соответствующие этим частотам, лежат на равных весьма малых расстояниях направо и налево от первоначальной линии.

80. Рассмотрим теперь природу света, испускаемого колеблющимся электроном. Полное излучение складывается из отдельных частей соответственно полученным нами частным решениям; мы их будем рассматривать каждое в отдельности.

Исследуя (§§ 39—41) излучение электрона, мы видели, что если такая частичка колеблется около точки O вдоль прямой линии L , диэлектрическое смещение в удаленной точке P направлено перпендикулярно OP , в плоскости LOP , и что для данного расстояния OP его амплитуда пропорциональна синусу угла LOP . Излучение будет равно нулю вдоль прямой, по которой направлены колебания, и будет иметь наибольшую величину вдоль прямых, перпендикулярных ей; далее, свет будет вдоль каждой прямой, проведенной из O , плоско-поляризован.

Что касается круговых колебаний, таких, какие выражаются формулой (160), их действие является результирующим тех прямолинейных колебаний вдоль OX и OY , на которые это круговое колебание может быть разложено. Нам нужно рассматривать только то состояние, которое устанавливается или в плоскости этого движения, или вдоль прямой, проходящей через центр, под прямым углом к плоскости. В удаленной точке плоскости P свет, приходящий от вращающегося электрона, является плоско-поляризованным, так как электрические колебания лежат в плоскости круговой орбиты и перпендикулярны OP ; если, например, P расположено на OY , колебание вдоль этой прямой не произведет никакого действия, и мы получим только то поле, которое вызывается движением вдоль OX .

Но в точке на оси круговой орбиты, т. е. на OZ , поле вызывается обеими составляющими (160), так как первая составляющая вызывает электрическое колебание, парал-

лельное OX , а вторая — параллельное OY . Непосредственно видно, что между этими колебаниями имеется такая же разность фаз, как и между самими составляющими (160), т. е. разность в четверть периода, и что амплитуды их равны друг другу. Свет, испускаемый вдоль OZ , является поэтому поляризованным по кругу, и направление диэлектрического смещения вращается в ту же сторону, как электроны в своем круговом движении. Формулы (160) показывают, что для наблюдателя, помещенного на положительной части оси OZ , вращение электрона происходит в направлении часовой стрелки. Отсюда можно заключить, что лучи, испускаемые вдоль положительной оси при движении (160), поляризованы по кругу вправо.

Подобные же рассуждения можно применить к тому движению частички, которое соответствует выражению (161). Излучение, даваемое им в упомянутом направлении, является поляризованным по кругу влево. Если, далее, принять во внимание, что частота лучей в каждом случае равна частоте порождающего их движения, можно вывести следующее заключение, которое было всецело подтверждено опытами Зеемана¹⁾.

Пусть источник света помещен в магнитное поле, линии сил которого идут в горизонтальном направлении; будем исследовать с помощью спектроскопа или решетки свет, исходящий в горизонтальном направлении под прямым углом к линиям сил. Тогда мы увидим триплет, средняя линия которого находится на месте первоначальной линии. Каждая линия образована плоско-поляризованным светом, причем электрические колебания горизонтальны для средней линии и вертикальны для двух внешних.

Если, однако, у электромагнита, которым мы будем пользоваться, полюсные наконечники просверлены вдоль оси, и мы будем с его помощью исследовать свет, который идет вдоль линий сил, мы увидим только дублет, соответствующий положению наружных линий триплета. Обе его линии образованы светом, поляризованным по кругу,

1) Примечание 43.

причем в одном случае мы имеем правополяризованный луч, а в другом — левополяризованный.

81. Когда Зееман подтвердил все эти рассуждения, у него оказались в руках все данные, чтобы получить еще два весьма замечательных результата. Во-первых, он нашел, что когда свет распространялся в направлении, совпадающем с направлением магнитной силы, т. е., если H_z положительно, вдоль оси OZ , то составляющая дублета с меньшей частотой колебаний вдоль оси была поляризована по кругу вправо. Это доказывает, что для положительных значений H_z первая из частот, даваемых уравнением (164), имеет меньшее значение. Поэтому заряд электрона, движению которого приписывается излучение, должен быть отрицательным. Это совпадает с общим результатом других исследований, по которым отрицательные заряды вообще обладают большей подвижностью, чем положительные.

Другой результат относится к вопросу об отношении между численными значениями электрического заряда и массы подвижных электронов. Это отношение можно вычислить при помощи формулы (164), если только измерить силу магнитного поля и расстояние между двумя составляющими; из последнего мы можем вывести величину $n_1 - n_0$; число, полученное Зееманом из промеров расстояния между составляющими линий D натрия, или, вернее, расширения этих линий, составляющие которых частично налагались друг на друга, было одним из первых опубликованных в печати значений $\frac{e}{m}$. Порядок величины его сходится с порядком величины чисел, полученных для отрицательных электронов катодных лучей и β -лучей.

К сожалению, удовлетворение, вызванное этим успехом теории электронов при объяснении новых явлений, оказалось непродолжительным. Очень скоро было обнаружено, что многие спектральные линии расщепляются не на три составляющие, а на большее число — четыре, шесть и даже больше¹⁾, и до настоящего времени мы не имеем еще

1) В позднейших исследованиях наблюдалось расщепление даже на 17 составляющих.

вполне удовлетворительного объяснения этих более сложных форм явления Зеемана [21].

Все, что я поэтому могу сделать, — это высказать несколько предположений относительно тех путей, которые могли бы привести к объяснению этих явлений.

82. Прежде чем приступить к этому, я позволю себе вкратце коснуться некоторых важных результатов, которые были получены при рассмотрении распределения спектральных линий в отсутствие магнитного поля. В спектрах многих элементов линии располагаются в серии таким образом, что для каждой серии частоты всех линий, принадлежащих к этой серии, могут быть выражены одной математической формулой. Первая такая формула была дана Бальмером ¹⁾ для спектра водорода. После него другие физики установили еще несколько уравнений для других спектров; здесь следует отметить Ридберга ²⁾, Кайзера и Рунге ³⁾.

Для наших целей будет достаточно привести лишь несколько примеров.

В спектре натрия были обнаружены три серии двойных линий; их называют так: главная серия, первая побочная, или диффузная, серия, вторая побочная, или резкая, серия. Иначе можно сказать, что каждая из трех серий распадается на две серии одиночных линий, из которых одна состоит из более преломляемых линий дублетов, а другая — из менее преломляемых.

Частоты этих шести серий, выраженные в числах n , где n есть число длин волн, укладывающихся в сантиметре длины, были представлены Ридбергом при помощи следующих формул.

¹⁾ J. J. Balmer, Notiz über die Spektrallinien des Wasserstoffs, Ann. Phys. Chem. 25 (1885), стр. 80.

²⁾ J. R. Rydberg, Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques, Svenska Vetensk. Akad. Handl. 23 (1889), No 11; La distribution des raies spectrales, Rapports prés. au Congrès de physique, 1900, 2, стр. 200.

³⁾ H. Kayser u. C. Runge, Über die Spektren der Alkalien, Ann. Phys. Chem. 41 (1890), стр. 302; Über die Spektren der Elemente der zweiten Mendeljeff'schen Gruppe, там же, 43 (1891), стр. 385.

Главная серия I:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \sigma)^2} - \frac{1}{(m + \mu_1)^2}. \quad (165)$$

Главная серия II:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \sigma)^2} - \frac{1}{(m + \mu_2)^2}. \quad (166)$$

Первая побочная (диффузная) серия I:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_1)^2} - \frac{1}{(m + \delta)^2}. \quad (167)$$

Первая побочная (диффузная) серия II:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_2)^2} - \frac{1}{(m + \delta)^2}. \quad (168)$$

Вторая побочная (резкая) серия I:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_1)^2} - \frac{1}{(m + \sigma)^2}. \quad (169)$$

Вторая побочная (резкая) серия II:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_2)^2} - \frac{1}{(m + \sigma)^2}. \quad (170)$$

В этих уравнениях N_0 , μ_1 , μ_2 , δ и σ суть постоянные, имеющие следующие значения:

$$N_0 = 109\,675,$$

$$\mu_1 = 1,1171, \quad \mu_2 = 1,1163, \quad \delta = 0,9884, \quad \sigma = 0,6498.$$

Подставляя для m последовательные целые числа, получим частоты последовательных линий в каждой серии. Если при этом мы получим для n отрицательное число $-n'$, это значит, что мы имеем линию частоты n' .

83. Я хочу особенно обратить ваше внимание на следующие замечательные результаты, которые вытекают из вышеприведенных формул.

1. Если увеличивать m , n тоже будет увеличиваться, стремясь, однако, к некоторому конечному пределу, соот-

ветствующему $m = \infty$; этот предел для разных серий дается выражением

$$\frac{N_0}{(1 + \sigma)^2}, \quad \frac{N_0}{(1 + \mu_1)^2} \text{ и т. д.}$$

Отдельные линии серий расположены не на одинаковых расстояниях друг от друга; по мере продвижения к ультрафиолетовой части спектра линии все более и более сгущаются; — серия, если так можно выразиться, обнаруживает неспособность перешагнуть за крайнее положение, даваемое одним из вышеприведенных чисел.

Что касается общего числа наблюдаемых линий, оно изменяется от одной серии к другой. Если вышеприведенные формулы (или другие уравнения того же рода) выражают нечто соответствующее действительности, нужно считать, что число линий бесконечно велико.

2. Частоты дублета первой побочной серии (I, II) получаются, если в (167) и (168) подставлять для m одно и то же число. Эти частоты отличаются на величину

$$\frac{N_0}{(1 + \mu_2)^2} - \frac{N_0}{(1 + \mu_1)^2}$$

при каком угодно m . То же значение для разности получается, если мы вычислим частоты дублета второй побочной серии (I, II). Поэтому, если расстояние между двумя линиями измерять разностью их частот, интервал между двумя составляющими имеет одно и то же значение для всех дублетов первой и второй побочных серий.

Иначе обстоит дело с дублетами главной серии (I, II). Расстояние между двумя составляющими дается выражением

$$\frac{N_0}{(m + \mu_2)^2} - \frac{N_0}{(m + \mu_1)^2},$$

которое уменьшается с увеличением m и приближается к пределу нуль для $m = \infty$.

В связи с этим следует отметить, что предельная частота имеет для членов I и II главной серии одно и то же

значение $\frac{N_0}{(1 + \sigma)^2}$.

3. Связь между различными сериями заключается не только в этом. Формулы показывают, что для обеих побочных серий (I, II) предельные частоты одинаково суть $\frac{N_0}{(1 + \mu_1)^2}$ и $\frac{N_0}{(1 + \mu_2)^2}$. Наконец, еще одно важное замечание: если в (165) и (166) положить $m = 1$, мы получим те же самые значения частот, которые получили бы из (169) и (170), подставляя то же значение m . Дублет с этими частотами можно поэтому считать первым в главной серии и одновременно с этим первым во второй побочной серии.

Мы можем, далее, сказать, что главная серия I и резкая серия I, взятые в целом, соответствуют друг другу, так как обе характеризуются постоянными μ_1 и σ , и что подобное же соотношение существует между главной серией II и резкой серией II. В связи с этим следует заметить, что более преломляемые линии главных дублетов соответствуют менее преломляемым линиям резких дублетов и наоборот. Если, например, μ_1 больше чем μ_2 , первая постоянная даст большее значение частоты в главной серии и меньшее значение во второй побочной серии.

4. Подобные же результаты были получены и для других щелочных металлов, в спектре которых тоже видны серии дублетов, а также для магния, кальция, стронция, цинка, кадмия и ртути, но только в спектрах последних металлов серии состоят не из дублетов, а из триплетов. Поэтому в этом случае к схеме, приведенной в формулах (165) — (170), мы должны добавить следующие члены:

главную серию III:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \sigma)^2} - \frac{1}{(m + \mu_3)^2},$$

первую побочную серию III:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_3)^2} - \frac{1}{(m + \delta)^2},$$

вторую побочную серию III:

$$\frac{n}{N_0} = \frac{1}{(1 + \mu_3)^2} - \frac{1}{(m + \sigma)^2}.$$

Впрочем, даже и эта схема оказывается неполной. В спектре ртути, например, имеется некоторое число добавочных линий, расположенных очень близко к тем линиям, о которых мы только что говорили; их часто поэтому называют спутниками.

Эти спутники в свою очередь тоже обнаруживают некоторые замечательные закономерности. Они встречаются в главной побочной серии (I, II, III), но не встречаются во второй побочной серии. В каждом триплете первой серии имеются три спутника, сопровождающие первую линию триплета, два спутника, относящиеся ко второй линии, и один, относящийся к третьей, так что триплет в действительности представляет собой группу из девяти линий.

Что касается главной серии последних названных мною элементов, то я добавил их только в целях соблюдения аналогии. Главных серий триплетов здесь еще не наблюдалось.

84. Только для небольшого числа химических элементов удалось разложить систему их спектральных линий — или по крайней мере большую их часть — на серии того типа, которые мы только что рассматривали. В спектрах таких элементов, как золото, медь и железо, были открыты некоторые изолированные серии, но в большинстве линий до сих пор еще не удалось разобраться. Несмотря на это, нельзя отрицать, что мы сильно подвинулись вперед в понимании спектров, которые на первый взгляд представляются ужасающе запутанными. Не может быть сомнения в том, что линии одной и той же серии действительно как-то связаны друг с другом, имея одну общую причину, и что существует большое сходство и между теми движениями, которые вызывают различные серии.

Весьма замечательным представляется также то, что элементы, подобные по своим химическим свойствам, обнаруживают близкое строение в своих спектрах. Все металлы, в спектрах которых линии комбинируются в дублеты, являются одновалентными, тогда как вышеприведенные серии триплетов принадлежат двухвалентным элементам. Пожалуй, наиболее замечательным из всего является то обстоятельство, что Ридбергу удалось выразить все серии,

каким бы элементам они ни принадлежали, при помощи формул, в которые входит одно и то же число N_0 . Это равенство — точное или приближенное — значения постоянной в формулах для различных элементов должно, очевидно, иметь своей причиной соответственную одинаковость свойств тех мельчайших частичек, из которых состоят эти элементы, но в настоящее время мы совершенно не можем составить себе представления о природе этого сходства свойств¹⁾ или о физическом значении промежутка времени, соответствующего²⁾ $\frac{1}{N_0}$.

85. Исследование явления Зеемана для большого числа спектральных линий, которому в последние годы посвятили себя многие физики, полностью подтвердило гипотезу о внутренней, тесной связи между различными спектральными линиями одного и того же вещества; эти опыты дали богатый материал для будущих исследований, но при настоящем положении теории мы можем истолковать его далеко не полностью.

Прежде чем сказать несколько слов о полученных результатах, я должен еще раз обратиться к элементарной теории триплетов и к формулам (164), которые мы из нее вывели. Эти уравнения показывают, что если бы все спектральные линии расщеплялись согласно элементарной теории и если бы во всех случаях отношение $\frac{e}{m}$ имело одно и то же значение, мы всегда получали бы триплеты с одинаковой разностью частот между их составляющими. Для сокращения буду называть это *одинаковым* расщеплением линий.

Но вот измерения Рунге и Пашена³⁾ и других физиков привели к весьма замечательному результату. Мы знаем,

1) Некоторые авторы пытались установить формулы, которые выражали бы закон распределения спектральных линий по сериям еще точнее, чем формулы Ридберга. См., напр., W. Ritz, Ann. Phys. 12 (1903), стр. 264, и E. E. Mogenдорф, Amsterdam Proc. 9 (1906), стр. 434.

2) См., впрочем, N. Bohr, Phil. Mag. 26 (1913), стр. 1 (1915).

3) C. Runge, Über den Zeeman-Effekt der Serienlinien, Phys. Zeitschr. 3 (1902), стр. 441; C. Runge u. F. Paschen, Über die Strahlung des Quecksilbers im magnetischen Felde, Anhang z. d. Abhandl. Akad. Berlin, 1902, стр. 1.

правда, большое число спектральных линий, которые расщепляются на более чем три составляющие; при этом даже те триплеты, которые наблюдались на деле, не являются одинаковыми в вышеприведенном смысле, но все линии, составляющие серию, т. е. все линии, которые могут быть представлены одной и той же формулой, расщепляются совершенно одинаковым образом и в точности на одну и ту же величину. Повидимому, относительно общности этого закона не возникает никаких сомнений.

В тех сериях, которые состоят из триплетов или дублетов, способ расщепления линий, вообще говоря, различен для линий одного и того же триплета или дублета, но в каждом триплете или дублете повторяется один и тот же способ расщепления согласно тому закону, который мы только что упоминали. Так, в каждом триплете второй побочной серии

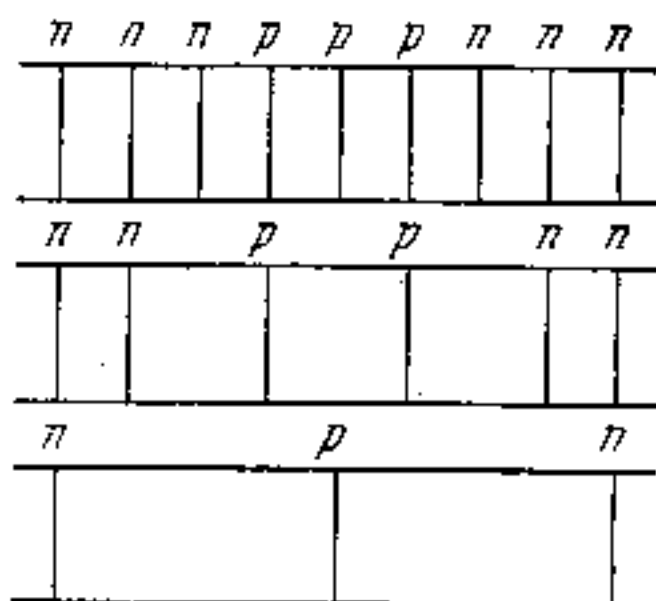


Рис. 3.

ртути менее преломляемая линия расщепляется на девять составляющих, средняя линия — на шесть, а наиболее преломляемая линия — на три. Эти расщепления показаны на рис. 3, на котором буквы *p* и *n*

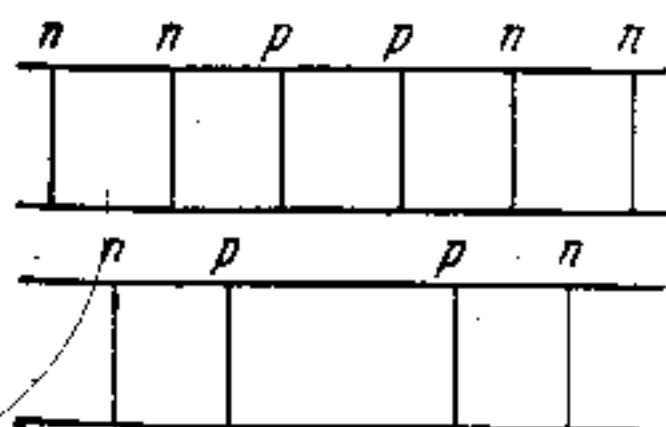


Рис. 4.

означают, что электрические колебания линии параллельны или перпендикулярны линиям сил.

Одинаковое расщепление обнаруживается не только в различных линиях одной и той же серии, но также и в соответствующих сериях различных элементов. Так, например, линии

натрия D_1 и D_2 , которые образуют первый член главной серии, превращаются в квадруплет (квадруплет Корню) и в секступлет (рис. 4), и первые члены главной серии меди и серебра дают точно такое же расщепление.

86. Из всего этого вы видите, что эти явления представляются весьма сложными и что мы имели бы безнадежную путаницу, если бы не тот закон, о котором я только что вам говорил, — закон, раскрывающийся нам при расщеплении линий одной и той же серии или различных соответствующих друг другу серий. И это не единственный случай, в котором можно обнаружить связь между явлением Зеемана для различных линий. На рис. 3 мы видим другую, не менее замечательную закономерность. Оказывается, что расстояния, представленные на этом рисунке, являются кратными одного и того же числа; то же самое можно сказать про ряд смещений, обнаруженных Рунге и Пашеном в спектре ртути. Подобное же замечание относится и к случаю, изображенному на рис. 4¹⁾.

Я должен также заметить, что интересная связь между главными и вторыми побочными сериями, о которой я уже говорил, прекрасно подтверждается наблюдениями над явлением Зеемана. Более преломляемые составляющие дублетов одной из этих серий расщепляются совершенно таким же образом, как менее преломляемые составляющие дублетов другой серии.

Наконец, не следует забывать и о том, что хотя весьма большое число линий обнаруживает очень сложное явление Зеемана, — в особенности это относится к тем сериям, о которых мы говорили, — все же имеется большое число линий, которые под действием магнитного поля превращаются в триплеты. Так, в работе Пурвиса было обнаружено не менее пятидесяти случаев такого рода в спектре валадия. Я должен, однако, добавить, что гораздо большее число линий этого элемента расщепляется иным образом.

87. Мы уже упоминали, что первое численное значение отношения $\frac{e}{m}$, найденное Зееманом, имеет тот же порядок величины, что и те значения, которые были получены для электронов катодных лучей и β -лучей радия. Позднейшие

1) По этому вопросу о соизмеримости магнитных разложений в различных случаях см. C. Runge, Über die Zerlegung von Spektrallinien im magnetischen Felde, Phys. Zeitschrift 8 (1907), стр. 232.

измерения показали, однако, что расстояние между составляющими в различных триплетях имеет различную величину и что поэтому, если во всех случаях принять одну и ту же формулу (164), будут получаться различные значения $\frac{e}{m}$. Хотя некоторые триплеты и дают значение $\frac{e}{m}$,

равное тому числу, которое получается для свободных отрицательных электронов, все же в большинстве случаев результат получается другой. Это можно приписать или действительному различию между значениями $\frac{e}{m}$, или не-

совершенству элементарной теории. Я думаю, что многое говорит в пользу последней альтернативы. После всего сказанного выше мы не можем слишком доверять формуле (164); с другой стороны, имеются веские причины верить в тождество всех отрицательных электронов.

88. Если бы позволило время, было бы чрезвычайно интересно рассмотреть некоторые гипотезы, которые были предложены для объяснения структуры спектров и более сложных форм явления Зеемана. Не может быть двух мнений как относительно важности этой проблемы, так, я думаю, и относительно направления, в котором мы должны ожидать ее разрешения. Свойство спектральных линий изменяться под действием магнитных сил, несомненно, показывает, что испускание света есть электромагнитное явление, вызываемое движением электричества в светящихся частичках (мы пришли к этому представлению на основании других соображений), и наша задача будет заключаться в том, чтобы объяснить наблюдаемые явления, делая подходящие предположения относительно распределения зарядов и относительно сил, определяющих колебания этих зарядов.

Хотя и было предложено много остроумных гипотез относительно строения лучеиспускающих частичек, мы, к сожалению, все же весьма далеки от удовлетворительного решения этого вопроса. Я должен поэтому ограничиться некоторыми общими соображениями относительно теории явления Зеемана и остановлюсь только на одном примере, который может послужить для их иллюстрации.

89. Прежде всего мы можем оставить нашу первоначальную гипотезу о единственном движущемся электроде и заменить ее более общими представлениями о строении и свойствах излучающих частичек. Пусть каждая из них представляет собой материальную систему, способную совершать малые колебания около некоторого положения устойчивого равновесия, и пусть конфигурация этой системы определяется некоторым числом обобщенных координат p_1, p_2, \dots, p_μ . Предположим, что последние выбраны таким образом, что обращаются в нуль в положении равновесия, и что потенциальная и кинетическая энергии выражаются в следующем виде:

$$\frac{1}{2} (f_1 p_1^2 + f_2 p_2^2 + \dots + f_\mu p_\mu^2),$$

$$\frac{1}{2} (m_1 \dot{p}_1^2 + m_2 \dot{p}_2^2 + \dots + m_\mu \dot{p}_\mu^2).$$

Тогда уравнения движения Лагранжа изобразятся в таком виде:

$$m_1 \ddot{p}_1 = -f_1 p_1, \quad m_2 \ddot{p}_2 = -f_2 p_2, \quad \dots, \quad m_\mu \ddot{p}_\mu = -f_\mu p_\mu. \quad (171)$$

Так как в каждую из этих формул входит только одна координата, то изменения какой-нибудь координаты происходят совершенно независимо от изменений других координат, так что каждое уравнение определяет одно из фундаментальных колебаний системы. Частоты фундаментальных колебаний и положения соответствующих спектральных линий даются выражениями

$$n_1 = \sqrt{\frac{f_1}{m_1}}, \quad n_2 = \sqrt{\frac{f_2}{m_2}}, \quad \dots, \quad n_\mu = \sqrt{\frac{f_\mu}{m_\mu}}. \quad (172)$$

Мы введем теперь внешнюю магнитную силу H , которую, конечно, можно считать одинаковой во всех точках нашей малой материальной системы. Чтобы заставить эту силу влиять на колебания, мы допустим, что все части системы обладают электрическими зарядами, жестко с ними связанными, так что положение зарядов определяется координатами p .

Как только система придет в колебательное движение, на заряды начинают действовать силы, вызываемые внешним магнитным полем. Эти действия могут быть математически описаны путем введения в уравнения некоторых сил в обобщенном смысле этого слова. Обозначая эти силы через P_1, P_2, \dots, P_μ , получим вместо (171):

$$m_i \ddot{p}_1 = -f_1 p_1 + P_1 \text{ и т. д.}$$

Без знания строения колеблющейся системы и распределения ее зарядов не представляется, конечно, возможным полностью определить P_1, P_2, \dots . Можно показать, однако, что выражения для этих величин должны иметь вид

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= c_{12} \dot{p}_2 + c_{13} \dot{p}_3 + \dots + c_{1\mu} \dot{p}_\mu \\ P_2 &= c_{21} \dot{p}_1 + c_{23} \dot{p}_3 + \dots + c_{2\mu} \dot{p}_\mu \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

и т. д., где постоянные c пропорциональны интенсивности магнитного поля¹⁾. Между этими коэффициентами имеют место следующие соотношения:

$$c_{21} = -c_{12}, \quad c_{32} = -c_{23} \text{ и т. д.} \quad (174)$$

Все это легко доказать, если мы вспомним основное выражение $\frac{1}{c} [v\hbar]$ для действия поля на движущийся заряд. Составляющие этого действия по осям координат являются линейными и однородными функциями составляющих скорости v . Следовательно, все прямоугольные составляющие сил, действующих на колеблющуюся частичку, должны быть такими же функциями $\dot{p}_1, \dot{p}_2, \dots, \dot{p}_\mu$, так как скорость в какой-нибудь точке системы является линейной и однородной функцией этих величин. То же должно иметь место по отношению к лагранжевым силам P_1, P_2, \dots, P_μ , так как они являются линейными и однородными функциями прямоугольных составляющих сил.

Чтобы найти соотношения между коэффициентами c , вам нужно заметить только, что работа добавочных сил P_1, P_2 и т. д. равна нулю, так как сила, с которой магнитное

¹⁾ Примечание 44.

поле действует на движущийся заряд, всегда перпендикулярна направлению движения. Условие

$$P_1 \dot{p}_1 + P_2 \dot{p}_2 + \dots + P_\mu \dot{p}_\mu = 0,$$

к которому мы приходим таким путем, лежит в основе уравнений (174); благодаря ему в первом уравнении (173) отсутствует член с \dot{p}_1 , во втором — член с \dot{p}_2 и т. д.

90. Уравнения движения

$$m_1 \ddot{p}_1 + f_1 p_1 = c_{12} \dot{p}_2 + c_{13} \dot{p}_3 + \dots + c_{1\mu} \dot{p}_\mu,$$

$$m_2 \ddot{p}_2 + f_2 p_2 = c_{21} \dot{p}_1 + c_{23} \dot{p}_3 + \dots + c_{2\mu} \dot{p}_\mu$$

и т. д. решаются общеизвестным приемом. Полагая

$$p_1 = q_1 e^{int}, \quad p_2 = q_2 e^{int}, \quad \dots, \quad p_\mu = q_\mu e^{int}, \quad (175)$$

где n , q_1 , q_2 , \dots , q_μ суть постоянные, мы получаем μ уравнений

$$\left. \begin{aligned} (f_1 - m_1 n^2) q_1 - inc_{12} q_2 - inc_{13} q_3 - \dots - inc_{1\mu} q_\mu &= 0, \\ - inc_{21} q_1 + (f_2 - m_2 n^2) q_2 - inc_{23} q_3 - \dots - inc_{2\mu} q_\mu &= 0 \end{aligned} \right\} (176)$$

и т. д. Если из этих уравнений исключить величины

$$q_1, q_2, \dots, q_\mu,$$

в результате получается уравнение, которое определяет коэффициент n . В силу соотношений (174) и малости членов, содержащих c_{12} , c_{13} и т. д., можно показать, что это уравнение содержит только n^2 и что оно дает μ действительных положительных значений этой величины. Следовательно, имеется μ таких положительных чисел n'_1, n'_2, \dots , которыми результирующее уравнение удовлетворяется:

$$n = \pm n'_1, \quad n = \pm n'_2, \quad \dots, \quad n = \pm n'_\mu.$$

Для каждого из этих значений n можно из (176) вывести отношение между q_1, q_2, \dots, q_μ . Наконец, если мы возьмем действительные части выражений (175), мы получим μ фундаментальных колебаний с частотами

$$n'_1, n'_2, \dots, n'_\mu.$$

Отсюда легко видеть, что, если мы не зададимся никакими особыми соотношениями между постоянными, входящими в нашу задачу, мы не получим ни намека на явление Зеемана. В отсутствии магнитного поля мы имели μ спектральных линий, соответствующих частотам $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_\mu$. Действие поля сказывается в том, что они заменяются слегка отличными значениями $\nu'_1, \nu'_2, \dots, \nu'_\mu$, так что линии немного смещаются в ту или другую сторону, не испытывая при этом никакого расщепления на три или более составляющих ¹⁾).

91. Можно без всяких вычислений прийти к тем условиям, которые необходимы для объяснения наличия явления Зеемана. Для этого представим себе источник света, помещенный в магнитное поле и дающий в спектре вместо первоначальной спектральной линии триплет. Составляющие этого триплета без сомнения вызываются тремя фундаментальными движениями, имеющими место внутри излучающих частичек, причем эти движения должны отличаться друг от друга, так как в противном случае их частоты имели бы одно и то же значение. Будем теперь уменьшать силу поля. Вследствие этого составляющие будут приближаться друг к другу, может быть, настолько, что мы уже не будем в состоянии их различать, но три различных движения от этого не перестанут существовать. Разница в том, что теперь их частоты будут отличаться друг от друга меньше, чем это имело место в сильном поле. Постепенно ослабляя поле, мы в конце концов придем к тому, что поля не будет вовсе, но даже и тогда все же будут существовать три различных движения. Они попрежнему будут отличаться друг от друга, но частоты их сделаются равными.

Как мы видим, необходимым условием для появления магнитного триплета является то, что в отсутствии магнитного поля три частоты, $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_\mu$, соответствующие трем различным степеням свободы, должны быть равны друг другу, или, короче, должны существовать три эквивалентные степени свободы. Тогда магнитное поле, которое

¹⁾ Примечание 45.

слегка изменяет все частоты, вызывает небольшое различие между тремя частотами, которые вначале были равны. Мы можем выразить это же самое другими словами, а именно, что в триплет может быть обращена только такая спектральная линия, которая состоит из трех совпадающих линий, так как магнитное поле не образует новых линий, но только изменяет положение линий, существующих уже ранее.

92. Эти заключения, которые можно распространить на квадруплеты, квинтуплеты и т. д., полностью подтверждаются математической теорией. Если первоначально

$$n_1 = n_2 = n_3,$$

мы получим под действием магнитного поля три составляющие

$$n_1 \text{ и } n_1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_{12}^2}{m_1 m_2} + \frac{c_{23}^2}{m_2 m_3} + \frac{c_{31}^2}{m_3 m_1}}, \quad (177)$$

указывающие на существование симметричного триплета, в котором средняя линия имеет положение первоначальной спектральной линии. Подобным же образом можно показать, что мы будем наблюдать квадруплет, квинтуплет и т. д. в зависимости от того, сколько эквивалентных степеней свободы имеет система: четыре, пять или больше. Оказалось, что все эти более сложные формы расщепления спектральной линии симметричны по отношению к первоначальной линии, так что, если число составляющих есть число нечетное, положение средней линии всегда совпадает с положением первоначальной линии¹⁾.

93. Наличие известного числа эквивалентных степеней свободы не есть единственное условие, которому мы должны подчинить излучающие частички. Тот факт, что магнитные составляющие спектральных линий имеют такую же резкость, что и первоначальные линии, требует дополнительной гипотезы. Это легко понять, если мы на время вернемся к выражению (177). В этом выражении коэффициенты c_{12} , c_{23} , c_{31} являются линейными и однородными функциями составляющих H_x , H_y , H_z внешнего магнитного поля.

1) Примечание 46.

Поэтому расстояние между внешними составляющими триплета и средней составляющей дается выражением вида

$$\sqrt{q_{11}H_x^2 + q_{22}H_y^2 + q_{33}H_z^2 + 2q_{12}H_xH_y + 2q_{23}H_yH_z + 2q_{31}H_zH_x}, \quad (178)$$

в котором $q_{11}, q_{22}, \dots, q_{12}, \dots$ — постоянные, зависящие от природы колеблющейся частички. Если, не изменяя направления поля, удвоить его интенсивность, расстояние между линиями увеличится в том же отношении. До сих пор наша формула совпадает с результатами опыта ¹⁾.

Рассмотрим теперь влияние изменения направления магнитного поля при неизменной его интенсивности $|H|$. Изменяя направление поля на противоположное, мы тем самым дадим другие значения величинам H_x, H_y, H_z , а также и выражению (178). Ясно, что если мы, оставив поле неизменным, повернем вместо этого излучающую частичку, произойдет такое же изменение. Поэтому, если в источнике света заключается большое число частичек, имеющих самую различную ориентацию, расстояние (178) будет в известных пределах изменяться, так что внешние линии наблюдаемого триплета, вызываемые излучением всех частичек, вместе взятых, должны быть более или менее размытыми.

Так как весьма трудно допустить, чтобы частички светящегося газа, находящегося в магнитном поле, удерживались в определенном положении, единственный возможный путь для объяснения триплетов с резкими внешними составляющими заключается в том, чтобы сделать определенное предположение ²⁾ относительно коэффициентов в (178), а именно, допустить, что квадратичная функция имеет вид

$$q_{11}(H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) = q_{11}H^2.$$

В этом случае влияние магнитного поля на частоты не зависит от того, как магнитная сила направлена по отношению к частичке. Поскольку дело касается этого влияния, частичку можно тогда назвать изотропной.

1) Примечание 47.

2) См., впрочем, примечание 64.

Простой механизм, который мы приняли в элементарной теории явления Зеемана, очевидно, удовлетворяет тем условиям, к которым приводят предыдущие рассуждения. В самом деле, если мы имеем всего один электрон, который может смещаться из своего положения равновесия во всех направлениях, и если сила, которая возвращает его в это положение, не зависит от направления смещения, то он изотропен как раз в том смысле, какой мы только что имели в виду. В то же время он обладает тремя степенями свободы соответственно смещениям в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

§4. Теперь возникает вопрос, можем ли мы вообразить другие, более сложные системы, которые удовлетворяли бы условиям, необходимым для получения магнитных квадруплетов, квинтуплетов и т. д. В качестве примера системы такого рода я могу указать на ту модель, при помощи которой А. А. Робб¹⁾ объяснил появление квинтуплета. Для этой цели он принимает, что излучающая частица содержит два подвижных электрона; положения равновесия обоих электронов совпадают друг с другом; они притягиваются к этому положению упругими силами, пропорциональными смещению; коэффициенты пропорциональности одинаковы для обоих электронов. Заряды и массы тоже принимаются одинаковыми. Робб не говорит о взаимодействии электронов, но вводит известные связи между их положениями и движениями. Если r_1 и r_2 суть два вектора, проведенных из положения равновесия к двум электронам, и r_{12} — вектор, проведенный от первого электрона ко второму, эти связи выразятся уравнениями:

$$r_{12}^2 = k (r_1^2 + r_2^2),$$

$$\dot{r}_{12}^2 = k (\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2),$$

$$\ddot{r}_{12}^2 = k (\ddot{r}_1^2 + \ddot{r}_2^2),$$

где k — некоторая постоянная. Совершенно ясно, что во всех этих предположениях нет ничего, что выделяло бы

¹⁾ А. А. Robb, Beiträge zur Theorie des Zeeman-Effektes, Ann. Phys. 15 (1904), стр. 107.

среди других какое-нибудь определенное направление в пространстве. В силу этого же пять различных частот, которые обнаруживаются под действием магнитной силы, не зависят от направления этой силы, и может существовать большое число систем описанного типа, которые дают квинтуплет с резкими линиями.

Робб разработал свою теорию гораздо дальше, чем это может показаться из тех немногих слов, которые я сказал по этому поводу; она безусловно весьма остроумна. Но все же его гипотеза о связях между двумя электронами кажется мне очень искусственной, и я боюсь, что он дал нам лишь отдаленное изображение того, что происходит на самом деле.

95. То же самое следует сказать про гипотезу, которую выставлял много лет тому назад я сам. Уяснив себе, что колеблющиеся частички должны быть изотропными, я рассмотрел движения таких систем, которые заведомо обладают этим свойством, а именно: движения равномерно заряженных сферических слоев, обладающих упругостью того или иного рода и колеблющихся в магнитном поле. При помощи сферических функций легко определить различные фундаментальные движения, соответствующие, если так можно выразиться, различным тонам слоя; я нашел, что каждый из этих тонов может возникать как следствие нескольких фундаментальных колебаний, так что мы можем действительно сказать, что каждая спектральная линия (если колебания могут вызывать свет) состоит из известного числа совпадающих линий, причем это число увеличивается по мере того, как мы переходим к более высоким тонам слоя. Вычисление влияния внешнего магнитного поля подтвердило предсказание общей теории; если некоторая частота может быть осуществлена тремя, пятью или семью независимыми способами, соответствующая ей спектральная линия расщепляется на 3, 5 или 7 составляющих.

Но по целому ряду причин эту теорию колеблющихся сферических слоев вряд ли можно рассматривать как нечто большее, чем иллюстрацию общей динамической проблемы; нельзя сказать, чтобы она дала нам удовлетворительное представление о процессе излучения. Во-первых, если бы

ряд тонов слоя вызывал ряд последовательных членов в спектральной серии, то число составляющих, на которые эта линия расщепляется в магнитном поле, должно было бы возрастать по мере продвижения к более преломляемому концу спектра. Это находится в противоречии с результатами позднейших опытов, которые, как я уже упоминал, показали, что все линии одной серии расщепляются совершенно одинаковым образом.

Во-вторых, я обнаружил, что сферические слои, колеблющиеся в более высоких тонах, являются весьма плохими излучателями. В колебаниях этого вида поверхность слоя делится узловыми линиями на участки, колеблющиеся в различных фазах, так что с двух сторон узловой линии колебания находятся в противоположных фазах. Колебания, исходящие из этих участков, необходимо должны вследствие интерференции в значительной степени взаимно уничтожаться [22].

96. В свете современных знаний возникает еще третье, весьма серьезное возражение. Хотя расщепление составляющих в явлении Зеемана не является в точности таким, каким оно должно было бы быть, если бы отношение $\frac{e}{m}$ в формуле (164) имело значение, выведенное из опытов с катодными лучами, все же оно, по крайней мере по порядку величины, совпадает с тем значением, которое мы получили бы в этом случае. Поэтому, если мы обозначим через $\left(\frac{e}{m}\right)_c$ отношение, полученное из наблюдений над катодными лучами, и если мы воспользуемся символом (\equiv) для обозначения того, что мы имеем две величины одного и того же порядка, мы получим для расстояния между двумя «магнитными» составляющими общую формулу

$$\delta_n (\equiv) \left(\frac{e}{m}\right)_c \frac{|H|}{c}. \quad (179)$$

С другой стороны, теория колеблющихся слоев приводит к уравнению вида

$$\delta_n (\equiv) \frac{e_s}{m_s} \frac{|H|}{c}, \quad (180)$$

где e_s есть заряд, а m_s — масса слоя.

Из (179) и (180) мы можем заключить, что

$$\frac{e_g}{m_g} (=) \left(\frac{e}{m}\right)_e.$$

Это уравнение показывает, что свойства заряженной сферической поверхности не могут слишком сильно отличаться от свойств свободного электрона. Поэтому, раз мы знаем, что масса m_e такого электрона является чисто электромагнитной, мы должны допустить, что и масса слоя m_g имеет тот же характер. Но это приводит нас к затруднению, когда мы подходим к рассмотрению частот колебаний. Относительные движения частей слоя зависят отчасти от электрических взаимодействий между этими частями; если предположить даже, что они определяются ими всецело, т. е. если не существует никакой «упругости» другого рода, длины волн, соответствующие различным тонам (как я их назвал), будут в силу вышеприведенного предположения относительно массы весьма малы; они будут того же порядка малости, что и радиус R_g . Они будут еще меньше, если существует еще добавочная упругость. И так как радиус R_g , разумеется, должен быть гораздо меньше длины световой волны, то нет никакой надежды, чтобы нам удалось свести процесс испускания света к упругим колебаниям шаров с такими зарядами и радиусами, какие требуются порядком величины явления Зеемана.

97. Ясно, каким образом можно избежать только что указанного затруднения. Мы должны приписать излучение не упругим колебаниям при деформации электронного слоя, но таким колебаниям, при которых они перемещаются на некоторое небольшое расстояние как целое. Движения такого рода могут возникать в атоме, содержащем известное число отрицательных электронов; при этом последние должны быть расположены таким образом, чтобы находиться в состоянии устойчивого равновесия под влиянием сил своего взаимодействия и тех сил, которые вызываются положительными зарядами в атоме. Эта картина весьма напоминает то представление, которое было в больших

подробностях разработано Дж. Дж. Томсоном¹⁾ и по которому атом состоит из положительного заряда, равномерно распределенного по объему сферы, и из известного числа отрицательных электронов, находящихся внутри этого шара и расположенных в определенные геометрические конфигурации [23].

В дальнейшем будет удобно давать имя «электрон» только этим отрицательным частичкам, или, как их называет Томсон, «корпускулам».

Если атом как целое является незаряженным, общий положительный заряд шара должен быть равен сумме зарядов отрицательных электронов; мы можем, впрочем, представить себе и такие случаи, когда это условие не будет соблюдено.

Интересно исследовать размеры, которые следует приписать такой системе. Пусть взаимные расстояния электронов будут того же порядка величины, как некоторый отрезок l , и пусть e будет заряд каждого электрона. Тогда отталкивание между двумя электронами будет порядка $\frac{e^2}{4\pi l^2}$, а изменение, которое эта сила испытывает при весьма малом смещении δ одной из корпускул, порядка

$$\frac{e^2\delta}{4\pi l^3}.$$

Можно рассматривать это изменение как некоторую добавочную силу, которая начинает действовать благодаря смещению δ . Мы исключим из рассмотрения такие случаи, в которых добавочные силы вызываются большим количеством электронов, действующих в одном и том же направлении, а также и такие, в которых добавочные силы, вызываемые отрицательными электронами, компенсируются или сильно превышаются силами, обусловленными положительными зарядами; тогда порядок величины общей силы, которая тянет электрон назад к его положению равновесия, дается вышеприведенным выражением.

¹⁾ J. J. Thomson, The corpuscular theory of matter, London, 1907, гл. 6 и 7.

Я буду предполагать, что электроны обладают тем же самым радиусом R , зарядом e и массой m , как свободные отрицательные электроны; длины волн, соответствующие их колебаниям, я обозначу через λ . Но по предыдущему для частоты мы имеем:

$$n^2 (=) \frac{e^2}{4\pi m l^3},$$

или в силу (72):

$$n^2 (=) \frac{3}{2} \frac{Rc^2}{l^3}.$$

Но

$$n = \frac{2\pi c}{\lambda},$$

так что

$$l (=) \sqrt[3]{\frac{3R\lambda^2}{8\pi^2}}.$$

Полагая $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см и вводя значение R (§ 35) получаем уравнение

$$l (=) 2,4 \cdot 10^{-8} \text{ см } (=) 1,6 \cdot 10^5 R.$$

Это значит, что электроны должны быть расположены на таких расстояниях друг от друга, которые гораздо больше их собственных размеров, так что атом сравнительно с отдельными электронами весьма велик. Несмотря на это, он весьма мал по сравнению с длиной волны, так как по вышеприведенным данным мы имеем:

$$l (=) 5 \cdot 10^{-4} \lambda.$$

Одним из последствий большого значения, получающегося для $l:R$, является то, что электромагнитные поля электронов не накладываются друг на друга в заметной степени. Это — очень важное обстоятельство, так как в силу его мы можем приписать каждому электрону ту электромагнитную массу, которой он обладал бы, если бы был совершенно свободным.

Величина, которую мы получили для l , — того же порядка, как и те приближенные значения, которые приписываются молекулярным размерам. Мы можем поэтому надеяться, что не сойдем с правильного пути, если

продолжим нашу попытку объяснить возникновение света колебаниями электронов под действием *электрических сил*.

98. Легко видеть, что несколько собранных вместе отрицательных электронов никак не могут образовать устойчивой системы, если они не будут связаны какими-нибудь внешними силами. Такое действие предусмотрено в модели Дж. Дж. Томсона, где мы имеем положительную сферу, притягивающую электроны к центру O ; мы должны предположить, что она распространяется за электроны, так как иначе не было бы настоящего статического равновесия. Как уже сказано, я буду пользоваться таким же представлением, но несколько отойду от идей Томсона, поскольку я не буду рассматривать плотность ρ как величину, постоянную по всей сфере; я, напротив, буду принимать ее за некоторую неизвестную функцию расстояния r до центра. Как мы увидим, большая общность, достигаемая таким путем, представит некоторый интерес. С небольшими изменениями наши формулы могут быть применены и к случаю, когда электроны притягиваются к центру O вообще некоторой силой $f(r)$ неизвестного происхождения, так как любое поле сил, симметричное относительно центра O , может быть заменено электрическим полем, образующимся внутри сферы, в которой плотность является соответственным образом подобранной функцией от r .

Я, впрочем, буду предполагать, что плотность ρ положительна для всех слоев сферы и что она уменьшается по мере удаления от центра.

Как известно, на основании исследований в области α -лучей радиоактивных тел и каналовых лучей физики пришли к выводу, что положительное электричество всегда связано с массой атома¹⁾. В соответствии с этим выводом мы примем, что в положительной сфере сосредоточена почти вся масса атома, причем ввиду больших размеров этой массы по сравнению с массой отрицательных электронов шар остается неподвижным, в то время как электроны внутри него движутся. Вопрос о том, является ли

¹⁾ См., впрочем, примечание 64.

масса положительного шара материальной или электромагнитной, мы оставим в стороне. Конечно, последнюю возможность нужно откинуть, если мы приложим к положительному электричеству формулу вроде той, которую мы раньше прилагали к электромагнитной массе электрона; ввиду большого радиуса шара масса, вычисленная по формуле, будет представлять собой лишь незначительную часть массы отрицательных электронов. Может, впрочем, быть и так, что часть заряда будет сосредоточена в большом числе небольших частичек, паходящихся на неизменных расстояниях; в этом случае полная электромагнитная масса положительных зарядов может достигать весьма значительной величины.

99. Прежде чем переходить к частному случаю, следует сделать еще несколько замечаний.

Во-первых, атом, который содержит N подвижных отрицательных электронов, будет иметь $3N$ степеней свободы. Следовательно, если его колебаниями объяснять существование одной или нескольких спектральных серий, число электронов должно быть весьма велико. Оно должно даже было бы быть бесконечным, если серия действительно состоит из бесконечного числа линий, как это вытекает из уравнений Ридберга. Однако, так как эти формулы только приближенные и ввиду того, что фактически мы наблюдаем только конечное число линий, я думаю, что это соображение не мешает нам приписать испускание света атомам, содержащим конечное, хотя, вероятно, и весьма большое, число отрицательных электронов.

Во-вторых, мы введем условие, что колеблющаяся система должна быть изотропна. Истинной изотропии, т. е. полной одинаковости свойств во всех направлениях, никоим образом нельзя достигнуть при конечном числе отдельных частичек. Это обстоятельство не вызовет никаких недоразумений только в том случае если мы ограничимся объяснением существования триплетов, так как в этом случае нам будет достаточно, чтобы свойства были одинаковы по *трем* взаимно перпендикулярным направлениям. Можно легко представить себе для различного числа корпускул ряд расположений, обладающих изотропией такого

ограниченного вида, при том условии, однако, что число корпускул будет не меньше четырех. Электроны могут быть расположены в вершинах какого-либо правильного многогранника или нескольких таких многогранников, центры которых совпадают с центром положительного шара и относительное расположение которых отличается достаточной правильностью.

Наше последнее замечание будет относиться к излучению атома. Когда мы рассматривали излучение одного электрона, мы нашли, что оно определяется ускорением. Отсюда можно заключить, что излучение, вызываемое в удаленной точке атомом, в котором содержится несколько одинаково колеблющихся электронов и размеры которого весьма малы по сравнению с длиной волны, является тождественным с тем, которое имело бы место при наличии только одного электрона, движущегося с ускорением, равным сумме всех отдельных ускорений. В некоторых случаях — в особенности они легко могут встретиться в системах, представляющих весьма правильную геометрическую конфигурацию, — это результирующее ускорение равно нулю, так что вообще не наблюдается сколько-нибудь заметного излучения или в лучшем случае наблюдается весьма малое остаточное излучение, вызываемое тем обстоятельством, что расстояние различных электронов от рассматриваемой внешней точки не в точности одинаково; тогда мы должны складывать ускорения, относящиеся не к одному и тому же моменту, а к нескольким различным моментам времени. Колебания, отличающиеся этой особенностью, могут быть названы неэффективными.

100. Мы займемся теперь одним частным случаем — самым простым, какой можно себе представить, — а именно случаем четырех одинаковых электронов A, B, C, D , которые, разумеется, находятся в состоянии равновесия и расположены в вершинах правильного тетраэдра, центр которого совпадает с центром O положительного шара¹⁾.

1) Явление Зеемана в такой системе было уже рассмотрено Дж. Дж. Томсоном, который, впрочем, предполагал, что положительно заряженный шар имеет равномерную объемную плотность.

Легко определить фундаментальные колебания такой системы¹⁾. Чтобы получить простые формулы для частот, я представляю себе, что через A, B, C, D проходит сферическая поверхность; я обозначу через ρ значение плотности положительного заряда на этой поверхности и через ρ_0 — среднюю плотность внутри нее.

Я введу, далее, некоторый коэффициент ω , который может быть мерилем для явления Зеемана в тех случаях, когда оно имеется налицо. Мы будем заниматься только триплетами; тогда значение ω таково: действительную величину расстояния составляющих можно найти, если умножить на ω расстояние, которое получается для того же значения $\frac{e}{m}$ из элементарной теории.

При первом фундаментальном колебании все четыре электрона совершают одинаковые колебания вдоль прямых OA, OB, OC, OD таким образом, что в каждый момент времени они находятся на равных расстояниях от центра O . Частота такого движения, которое является неэффективным и на которое магнитное поле не действует, определяется выражением

$$n^2 = -\frac{\rho e}{m};$$

эта формула дает для n действительное значение, так как ρ положительно, а e отрицательно.

Другие фундаментальные колебания можно представить себе лучше всего, если за оси координат выбрать прямые, соединяющие средние точки противоположных ребер тетраэдра, и остановиться на двух таких ребрах, например на тех, которые перпендикулярны OX . Пусть это будут ребра AB и CD , причем x положительно для первого и отрицательно для второго.

Корпускулы могут колебаться таким образом, что в каждый момент времени смещение любой из них из положения равновесия можно рассматривать как слагающееся из составляющей p , параллельной OX , и составляющей, ей перпендикулярной, которая для A и B направлена

1) Примечание 48.

вдоль AB , а для C и D — вдоль CD . Будем называть составляющую p положительной или отрицательной, смотря по ее направлению, которое может совпадать с направлением OX или быть ему противоположным, и будем придавать поперечному смещению положительный знак, если оно направлено от OX , и отрицательный знак, если оно направлено к этой прямой; тогда получаем для всех электронов

$$p = a \cos nt,$$

для поперечного смещения точек A и B

$$g = sp,$$

и для точек C и D

$$-g = -sp,$$

причем постоянная s определяется уравнением

$$s = v \sqrt{2 \pm \sqrt{1 + 2v^2}}, \quad (181)$$

где

$$v = \frac{2p - p_0}{8(p - p_0)}. \quad (182)$$

Двойной знак в (181) показывает, что мы имеем два колебания рассматриваемого рода. Частоты их неодинаковы; для них имеем формулу

$$n^2 = -\frac{e}{12m} \{6p - p_0 \pm 4(p - p_0) \sqrt{2(1 + 2v^2)}\}; \quad (183)$$

они оба являются эффективными в смысле их излучения в силу того ускорения, которое имеется у электронов в направлении OX . Система вызовет поэтому в спектре две линии L_1 и L_2 .

Далее, очевидно без дальнейших объяснений, что в дополнение к этим двум колебаниям, которые связаны, если можно так выразиться, с направлением OX , имеются подобные же колебания, связанные совершенно таким же образом с OY и OZ , так что L_1 и L_2 являются тройными линиями, которые в магнитном поле могут расщепиться на три составляющие. Для L_1 расстояние между внешними

составляющими и средней линией определяется выражением

$$\omega = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{6\nu}{\sqrt{2(1+2\nu^2)}} \right], \quad (184)$$

а для L_2 имеем:

$$\omega = \frac{1}{4} \left[1 + \frac{6\nu}{\sqrt{2(1+2\nu^2)}} \right]. \quad (185)$$

Кроме того, можно показать, что составляющие этих триплетов поляризованы совершенно так же, как это вытекает из элементарной теории; излучение вдоль линий сил опять состоит из двух поляризованных по кругу лучей различных частот; колебания в одном луче правые, а в другом — левые.

Следующее движение, на которое я должен теперь обратить ваше внимание, можно описать как закручивание системы вокруг одной из осей OX , OY или OZ . Первый из этих видов характеризуется малыми вращениями прямых AB и CD вокруг оси OX , причем направление вращения для каждой из этих прямых изменяется периодически и в каждый данный момент времени для указанных двух прямых вращение направлено в противоположные стороны. Ввиду того, что такое вращение вокруг OZ может быть разложено на вращение вокруг OX и вокруг OY , эти движения образуют только два фундаментальных колебания. Они являются неэффективными и их частота, которая дается формулой

$$n^2 = -\frac{1}{4} \frac{\rho n e}{m}, \quad (186)$$

не изменяется в магнитном поле.

Мы нашли теперь в общей сложности девять фундаментальных колебаний. Остаются вращения вокруг одной из осей OX , OY , OZ , но они производятся не теми внутренними силами, существование которых мы наперед приняли, и не могут быть названы колебаниями около положения равновесия.

101. Следует отметить, что (186) всегда дает действительное значение для n и что обе частоты, определяемые

(183), тоже являются действительными, если только значение ρ больше чем $\frac{4}{7}\rho_0$. Когда это условие соблюдено, первоначальное состояние системы есть состояние устойчивого равновесия.

Если мы примем гипотезу Дж. Дж. Томсона об однородно заряженном шаре, получаем $\rho = \rho_0$. В этом случае мы можем вместо (183), (184) и (185)¹⁾ написать:

$$n^2 = -\frac{1}{2} \frac{\rho_0 e}{m} \quad \text{или} \quad -\frac{1}{3} \frac{\rho_0 e}{m},$$

$$\omega = -\frac{1}{2} \quad \text{или} \quad 1.$$

102. Другие случаи, когда некоторое определенное число электронов расположено внутри положительного шара в правильной геометрической конфигурации, могут быть разобраны подобным же образом, хотя для большого числа частичек вычисления становятся весьма утомительными. Насколько я вижу, направление мыслей, которому мы следуем, не обещает нам возможности объяснить квадруплеты или квинтуплеты, так что в конце концов наш успех вряд ли можно назвать значительным. Главный интерес только что изложенной теории заключается в том, что она дает возможность объяснения таких магнитных триплетов, в которых расстояние между составляющими отличается от расстояния, получающегося в элементарной теории; на это указывает получение для ω величин, отличных от единицы. По нашим формулам ω может иметь даже отрицательное значение. В вышеприведенных примерах это имеет тот смысл, что в лучах, направленных вдоль линий сил, круговая поляризация внешних составляющих дублета может иметь знак, противоположный тому, который она имела бы по элементарной теории²⁾.

Замечательно то, что отрицательные электроны могут, оказывается, производить явление Зеемана такого вида, что элементарная теория должна была бы приписать его существованию легкоподвижных положительных частичек.

1) Примечание 49.

2) Примечание 50.

103. Вскоре после открытия Зеемана некоторые физики указали, что, как и магнитное вращение плоскости поляризации, новое явление наводит на мысль о каком-то вращении вокруг линий сил, происходящем в магнитном поле. Несомненно, в пользу этой теории можно сказать очень многое. Если, однако, понимать под этим скрытые вращения, которые, по некоторым теориям, имеются в эфире, заполняющем магнитное поле (таким вращениям эти теории и должны приписать все действия магнитного поля), тогда развитие этого представления будет лежать за пределами теории электронов в том виде, как я ее излагаю, так как в этой теории мы принимаем за основу без всяких дальнейших обсуждений свойства эфира, которые нашли выражение в наших основных уравнениях. Имеется, однако, вращение другого рода, к которому мы в наших попытках объяснить явление Зеемана, можем прибегнуть.

Рассмотрим промежуток времени, в течение которого магнитное поле устанавливается в некоторой части эфира. Во время изменения магнитного поля H возникают электрические силы d , распределение и величина которых определяются нашими основными уравнениями (2) и (5). Это те силы, которые вызывают индукционный ток, появляющийся в металлической проволоке; их можно считать модернизированными силами В. Вебера, которыми он объяснял явления диамагнетизма; это объяснение можно без труда изложить заново на языке теории электронов. Я рассмотрю теперь вращение, вызываемое этими силами в системе отрицательных электронов, с которой мы имели дело в предыдущих параграфах. При этом я введу предположение, что положительно заряженная сфера обладает такой большой массой, что ее можно считать неподвижной; я буду прилагать к системе отрицательных электронов законы, имеющие место для твердых тел; это не приведет к заметной ошибке, если время, в течение которого устанавливается магнитное поле, весьма велико по сравнению с периодами колебаний отдельных электронов.

104. Я опять ограничусь такими распределениями электронов, которые являются изотропными по отношению

к трем взаимно перпендикулярным направлениям. Тогда, если провести оси координат через центр O в произвольном направлении и распространить суммирование на все отрицательные электроны системы, мы получим:

$$\sum x = \sum y = \sum z = 0.$$

Равным образом момент инерции будет иметь одинаковое значение по отношению к любой оси, проведенной через O . Мы можем написать для него выражение

$$Q = 2mK,$$

если

$$\left. \begin{aligned} K = \sum x^2 = \sum y^2 = \sum z^2. \\ \sum xy = \sum yz = \sum zx = 0. \end{aligned} \right\} \quad (187)$$

Сила, действующая на один из электронов, дается выражениями

$$ed_x, \quad ed_y, \quad ed_z;$$

поэтому для составляющих результирующей пары по отношению к точке O мы найдем:

$$e \sum (yd_z - zd_y), \quad e \sum (zd_x - xd_z), \quad e \sum (xd_y - yd_x). \quad (188)$$

Под d мы будем разумеать электрическую силу, вызываемую причинами, лежащими вне системы. Ввиду малых размеров этой системы примем, что эта сила на всем протяжении системы будет иметь почти постоянное значение; тогда, обозначая через d_0 электрическую силу в центре, мы можем написать:

$$d_x = d_{0x} + x \frac{\partial d_x}{\partial x} + y \frac{\partial d_x}{\partial y} + z \frac{\partial d_x}{\partial z},$$

$$d_y = d_{0y} + x \frac{\partial d_y}{\partial x} + y \frac{\partial d_y}{\partial y} + z \frac{\partial d_y}{\partial z},$$

$$d_z = d_{0z} + x \frac{\partial d_z}{\partial x} + y \frac{\partial d_z}{\partial y} + z \frac{\partial d_z}{\partial z}.$$

Подставляя эти значения в выражения (188) и имея в виду уравнения (187), получаем:

$$eK\left(\frac{\partial d_z}{\partial y} - \frac{\partial d_y}{\partial z}\right), \quad eK\left(\frac{\partial d_x}{\partial z} - \frac{\partial d_z}{\partial x}\right), \quad eK\left(\frac{\partial d_y}{\partial x} - \frac{\partial d_x}{\partial y}\right),$$

или в силу основного уравнения (5)

$$-\frac{e}{c} K \dot{h}_x, \quad -\frac{e}{c} K \dot{h}_y, \quad -\frac{e}{c} K \dot{h}_z.$$

Чтобы найти составляющие углового ускорения, мы должны разделить эти выражения на $Q = 2mK$. В результате имеем:

$$-\frac{e}{2mc} \dot{h}_x, \quad -\frac{e}{2mc} \dot{h}_y, \quad -\frac{e}{2mc} \dot{h}_z,$$

откуда сразу видно, что после того, как установилось некоторое поле H , система, которая вначале была в покое, приобретает вращательную скорость

$$k = -\frac{e}{2mc} H. \quad (189)$$

Ось вращения совпадает по направлению с магнитным полем, и если e отрицательно, направление вращения совпадает с направлением поля. Интересно, что скорость вращения не зависит от распределения электронов и что частота вращения, т. е. число обращений за время 2π , равна изменению частоты, которое мы вычислили по элементарной теории явления Зеемана.

Такое же вращение получилось бы и в том случае, если бы после того, как поле установилось, система была внесена в него посредством поступательного перемещения извне. Раз начавшись, вращение будет продолжаться в течение всего времени, пока поле будет поддерживаться постоянным; его скорость может изменяться только вследствие вызываемого им излучения; изменение это будет происходить медленно¹⁾).

105. Мы обратим теперь наше внимание на те малые колебания, которые могут иметь место в системе во время

¹⁾ Примечание 51.

ее вращения. Для этого мы введем оси координат, имеющие неподвижное положение в системе, и будем различать между движением по отношению к этим осям — относительным движением — и движением по отношению к осям, неподвижным в пространстве, которое мы можем назвать абсолютным.

Пусть \boldsymbol{v} будет абсолютная скорость некоторого электрона, \boldsymbol{q} — абсолютное ускорение, \boldsymbol{q}_1 — та его часть, которая вызывается внутренними силами системы, и \boldsymbol{q}_2 — часть, вызываемая магнитным полем. Мы получим тогда для ускорения \boldsymbol{q}' относительного движения, если пренебрежем членами, зависящими от квадрата угловой скорости \boldsymbol{k} и, следовательно, от квадрата магнитной силы \boldsymbol{H} , выражение

$$\boldsymbol{q}' = \boldsymbol{q} - 2 [\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}] = \boldsymbol{q}_1 + \boldsymbol{q}_2 - 2 [\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}],$$

или в силу (189)

$$\boldsymbol{q}' = \boldsymbol{q}_1 + \boldsymbol{q}_2 + \frac{e}{mc} [\boldsymbol{H}\boldsymbol{v}].$$

На основании того, что

$$\boldsymbol{q}_2 = \frac{e}{mc} [\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}],$$

получаем¹⁾:

$$\boldsymbol{q}' = \boldsymbol{q}_1.$$

Это показывает, что относительное движение определяется исключительно внутренними силами системы; оно идентично с тем движением, которое могло бы иметь место в системе, не имеющей вращения и свободной от влияния магнитного поля. Это можно выразить так, что в системе, вращающейся с вычисленной нами скоростью, нет *внутреннего* явления Зеемана; при этом слово «внутреннее» вводится по той причине, что, как я сейчас покажу, во внешнем излучении явление Зеемана все же остается. Это действие вызывается той же самой причиной, которая приводит к исчезновению внутреннего действия, а именно вращением частичек.

106. Мы уже видели (§ 99), что частичка, которая содержит некоторое число одинаково колеблющихся элек-

¹⁾ Примечание 52.

тронов и размеры которой весьма малы по сравнению с длиной волны, будет излучать совершенно таким же образом, как и одиночный электрон того же рода, который движется с ускорениями $\sum \ddot{x}$, $\sum \ddot{y}$, $\sum \ddot{z}$; здесь знак суммы распространяется на все отдельные электроны и x , y , z суть координаты последних по отношению к осям, неподвижным в пространстве. Ускорения будут иметь эти значения, если координаты эквивалентного электрона, как его можно назвать, даются в каждый момент времени значениями $\sum x$, $\sum y$, $\sum z$.

Чтобы применить эту теорему к нашей задаче, я опять приму центр положительного шара за начало координат и проведу ось OZ в направлении внешнего магнитного поля H . Пусть OX и OY будут неподвижны в пространстве, OX' и OY' — оси, вращающиеся вместе с системой, h — положительная или отрицательная скорость вращения вокруг OZ ; так как угол между OX и OX' можно принять равным kt , мы можем положить:

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos kt - y' \sin kt, \\ y &= x' \sin kt + y' \cos kt. \end{aligned} \right\} \quad (190)$$

Если теперь x'_0 , y'_0 , z'_0 суть координаты одного из отрицательных электронов в его положении равновесия, а $\alpha \cos(nt + f)$, $\beta \cos(nt + g)$, $\gamma \cos(nt + h)$ представляют собой смещения электрона из этого положения, вызываемые внутренними колебаниями и отнесенные к подвижным осям, то получим для этой частички

$$x' = x'_0 + \alpha \cos(nt + f), \quad y' = y'_0 + \beta \cos(nt + g). \quad (191)$$

Постоянные α , β , f , g (и γ , h) будут иметь различные значения для разных электронов, но частота n у всех этих корпускул будет одна и та же и будет равна частоте излучения в отсутствие магнитного поля.

Подставляя значения (191) в выражения (190) и беря сумму для всех корпускул, мы найдем координаты x , y для эквивалентного электрона. Так как $\sum x'_0 = \sum y'_0 = 0$,

результат можно представить в виде

$$x = x_1 + x_2, \quad y = y_1 + y_2,$$

где

$$x_1 = A \cos \{ (n + k)t + \varphi \}, \quad y_1 = A \sin \{ (n + k)t + \varphi \},$$

$$x_2 = B \cos \{ (n - k)t + \psi \}, \quad y_2 = -B \sin \{ (n - k)t + \psi \},$$

причем A , B , φ и ψ суть постоянные. Эти формулы показывают, что, не касаясь колебания в направлении OZ , на которое ни поле, ни вращение не оказывают никакого влияния, мы можем разложить движение эквивалентного электрона на два круговых движения в противоположных направлениях с частотами $n + k$ и $n - k$. И так как в силу (189) k дается уравнением

$$k = -\frac{e}{2mc} |H|,$$

то явление Зеемана в излучении, исходящем от вращающейся частички, в точности соответствует тому, которое мы вычислили раньше на основании элементарной теории для невращающейся частички.

107. В этом последнем видоизменении теории имеется один или два пункта, которые следует отметить особо.

Во-первых, мы можем представить себе, что система электронов внутри положительной сферы обладает фундаментальными колебаниями различного периода, образуя тем самым спектральную серию. Вследствие вращения, вызываемого полем, все эти линии превратятся в одинаковые трилеты, так что мы нашли теперь случай, в котором все линии серии расщепляются одинаковым способом, как это и имеет место в действительности. Я должен добавить, что согласно развиваемому нами взгляду явление Зеемана вызывается комбинацией внутренних колебаний с частотой n и вращения с частотой k .

Это приводит к одному еще более общему замечанию. Известно, что в акустических явлениях два тона с частотами n_1 и n_2 часто сопровождаются так называемыми комбинационными тонами с частотами $n_1 + n_2$ и $n_1 - n_2$. Нечто подобное происходит и в других случаях, в кото-

рых движение или какое-нибудь другое явление обнаруживает в одно и то же время двойную периодичность; в самом деле, в силу этих периодичностей в математические выражения войдут такие члены, как $\cos n_1 t$ и $\cos n_2 t$, а раз в формулах окажутся произведения двух величин, имеющих два различных периода, то простая тригонометрическая формула

$$\cos n_1 t \cos n_2 t = \frac{1}{2} \cos (n_1 + n_2) t + \frac{1}{2} \cos (n_1 - n_2) t$$

приведет нас к двум новым частотам $n_1 + n_2$ и $n_1 - n_2$. И действительно, в предыдущем параграфе частоты $n + k$ и $n - k$ появились именно таким путем.

Много лет назад В. А. Юлиус заметил, что можно прийти к пониманию некоторых закономерностей в спектрах элементов, если предположить, что линии вызываются комбинационными тонами, причем это слово понимается в том широком смысле, который может быть ему придан на основании вышесказанного. Если, например, мы имеем два фундаментальных колебания с частотами n_1 и n_2 , или, короче, с двумя «тонами» n_1 и n_2 , и если каждый из них входит в комбинацию с серией тонов, так что появляются вторичные тоны с частотами, равными разностям между вызывающими их тонами, мы получим серию пар, в которой составляющие каждой пары находятся на расстоянии $n_1 - n_2$ друг от друга.

В связи с этим следует также отметить, что в формуле Ридберга каждая частота представляется как разность двух основных частот.

Было бы, конечно, преждевременно придавать большое значение подобного рода рассуждениям. Однако, принимая во внимание тот факт, что все линии одной серии испытывают одинаковое магнитное расщепление, трудно удержаться от мысли, что все фундаментальные колебания, относящиеся к одной серии, каким-то образом комбинируются с одним или несколькими периодическими явлениями, происходящими в магнитном поле, как в том примере, который мы разобрали, они комбинировались с вращением частичек.

Я должен добавить, что самая форма уравнений Ридберга, в которых каждая частота представляется в виде разности двух «термов», естественным образом приводит к мысли, что под влиянием магнитного поля один или оба этих термина изменяют свое значение или, вернее, заменяются целым рядом слегка различных термов, каждому из которых соответствует отдельная магнитная составляющая. Представим себе, что для всех линий некоторой серии та часть

величины $\frac{n}{N_0}$, которая является для них общей, — например,

часть $\frac{1}{(1 + \mu_1)^2}$ во второй побочной серии I (§ 82), —

претерпевает одинаковое изменение, а другая часть $\frac{1}{(m + \sigma)^2}$

остаётся неизменной; ясно, что этим самым одинаковый характер явления Зеемана для всех членов серии получит свое полное объяснение.

108. Во-вторых, важно отметить, что для полного уничтожения внутреннего явления Зеемана скорость частички как целого должна иметь как раз то значение, какое мы для нее нашли в § 104.

Для других значений k , которые могли бы, например, появиться, если бы вращающаяся частичка имела момент инерции, отличный от того, который мы принимали раньше, q' получило бы другое значение, чем q_1 , так что на относительное движение электронов по отношению к вращающимся осям магнитная сила оказывала бы некоторое действие. В таком случае, чтобы найти явление Зеемана в том виде, в каком оно проявляется в излучении, мы должны будем комбинировать внутренние движения с вращением по способу, показанному в § 106; в результате получим, очевидно, разложение первоначальных спектральных линий на большее, чем три, число составляющих.

На первый взгляд этот результат представляется весьма обещающим, но необходимо признать, что весьма трудно указать какое-либо основание для существования момента инерции, отличного от того значения, которым мы пользовались в § 104; было бы также весьма трудно примирить

результаты с правилом Рунге относительно кратного расщепления линий.

109. Вышеизложенная теория вращающихся и излучающих частичек дает повод к некоторым возражениям. Наряду с двумя случаями, упомянутыми в § 104, следует, вероятно, признать возможным еще и третий. В трубке Гейслера или пламени мельчайшие частички, без сомнения, непрерывно соединяются и распадаются; поэтому нельзя быть уверенным в том, что излучающий атом находился в свободном состоянии в момент возникновения магнитного поля. Но в атомах, соединившихся с другими частичками, подвижность электронов, возможно, уменьшена настолько, что поле не может привести их во вращательное движение, а так как нет никакой причины, чтобы они начали вращаться в тот момент, когда атомы могли освободиться, то мы можем себе представить, что в магнитном поле имеются свободные атомы, не обладающие вращением.

Другое затруднение, которое возникает также в некоторых вопросах теории магнетизма, вытекает из того факта, что вращающаяся частичка, заряд которой распределен не вполне равномерно, необходимо должна по истечении некоторого промежутка времени потерять свою энергию путем излучения, вызываемого самим вращением. Весьма вероятно, что промежуток времени, потребный для заметного уменьшения вращения, будет весьма продолжителен. Точное определение его потребовало бы, однако, довольно сложных вычислений [24].

110. Вы видите из всех этих рассуждений, что в объяснении сложных форм явления Зеемана мы, пожалуй, потерпели неудачу. При таком положении вещей представляется интересным, что некоторые заключения, касающиеся поляризации излучения, можно вывести из общих принципов независимо от какой-либо частной теории. Для этого мы обратимся к рассмотрению того, что может быть названо отраженным изображением электромагнитной системы.

Пусть S есть система, состоящая из движущихся электронов и материальных частичек, причем движение первых сопровождается электромагнитным полем в окружающем

систему эфире. Возьмем вторую систему S' , которую можно назвать изображением S по отношению к плоскости V , определив ее следующим образом. Каждой частичке или электрону — вообще каждому заряженному элементу объема S — соответствует такая же частичка, электрон или элемент в объеме S' ; два любых соответственных элемента в двух системах движутся таким образом, что положения их в каждый данный момент времени оказываются симметричными по отношению к плоскости V ; далее, если P и P' являются соответствующими точками, вектор, выражающий диэлектрическое смещение в P' , является зеркальным изображением соответствующего смещения в P ; магнитные же силы в S и S' выражаются векторами, один из которых является *обращенным изображением* другого. При некоторых допущениях относительно сил, действующих между электронами и другими частичками, — допущениях, которые представляются достаточно общими и охватывающими все действительные случаи, — можно показать, что такая система S' является вполне возможной, если только S действительно существует.

Мы применим это рассуждение к обычному опыту, посредством которого демонстрируется явление Зеемана; мы остановимся на случае, когда лучи распространяются вдоль линий сил, и расположим плоскость V параллельно этим линиям. Имеется много положений плоскости, удовлетворяющих этому условию, но ясно, что, каков бы из них мы ни выбрали, изображение электромагнита всегда будет обладать одними и теми же свойствами. То же самое можно сказать и про источник света, поскольку его свойства доступны нашим наблюдениям; поэтому и излучение тоже должно быть одинаково во всех системах, которые могут быть получены, если строить изображение нашего опыта по отношению к плоскостям, параллельным линиям сил. Отсюда мы можем непосредственно заключить, что в свете, испускаемом вдоль линий сил, никак не может быть и следа эллиптической или прямолинейной поляризации; он должен быть или неполяризованным, или поляризованным по кругу — частично или полностью. Это заключение имеет место также для любой части излучения, кото-

рая характеризуется определенной частотой и находится поэтому в определенной части спектра.

Рассуждая подобным же образом, мы можем предсказать, что при излучении перпендикулярно линиям сил никоим образом не может существовать иной поляризации — частичной или полной — кроме плоской, и плоскость поляризации должна быть параллельна или перпендикулярна линиям сил.

Наконец, ввиду того, что изображение магнитного поля по отношению к плоскости, о которой мы говорили, есть поле, направленное в противоположную сторону, состояние излучения должно переходить в его изображение при изменении направления магнитного поля. В каждой точке спектра круговая поляризация изменит свое направление в один и тот же момент времени.



РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ТЕЛЕ, СОСТОЯЩЕМ ИЗ МОЛЕКУЛ. ТЕОРИЯ ОБРАТНОГО ЯВЛЕНИЯ ЗЕЕМАНА

111. В предыдущих рассуждениях мы имели в виду влияние магнитного поля на свет, *испускаемый* источником. Соответствующее влияние сказывается и на поглощении, как это было показано в одном из первых же опытов Зеемана. Он нашел, что темные линии, которые появляются в спектре лучей белого света, пропущенных через натровое пламя, изменяются совершенно таким же образом, как и линии испускания светящихся паров, когда пламя помещено во внешнее магнитное поле. Мы легко можем понять это обратное явление, если вспомним тесную связь между испусканием и поглощением света. Согласно известному закону резонанса тело, частички которого могут совершать свободные колебания пекоторых определенных периодов, должно обладать способностью поглощать падающий на него извне свет тех же самых периодов. Поэтому, если в натровом пламени под влиянием магнитного поля образуются вместо одного три периода свободных колебаний, мы можем ожидать, что пламя обнаружит в сплошном спектре три линии поглощения, соответствующие этим периодам, и что вообще, если нам нужно знать, какой свет испускается телом при известных обстоятельствах, нам достаточно исследовать *поглощение* проходящего через него пучка света.

Фохт¹⁾ разработал в высшей степени интересную теорию, построенную на этой основе. Ее преимущество заключается в том, что она является применимой также к телам настолько большой плотности, что между соседними молекулами уже наблюдается некоторое взаимодействие; этот случай при рассмотрении испускания света представляет значительные трудности.

Теория Фохта первоначально была изложена не на языке теории электронов; первый его метод принадлежит именно к тем упомянутым мной раньше методам, в которых делается попытка описать явления при помощи соответственно подобранных дифференциальных уравнений, причем автор не беспокоится о механизме, лежащем в их основе. Для того, однако, чтобы не удаляться от основного предмета этих лекций, я выведу уравнения Фохта или, вернее, ряд формул, им эквивалентных, применяя принципы теории электронов к распространению света в весоном теле, рассматриваемом как система молекул.

Эти формулы представляют некоторый интерес также потому, что при помощи их мы можем разобрать ряд других вопросов, относящихся к скорости распространения и поглощения света различных частот. Будет правильно, если мы начнем именно с некоторых из этих вопросов, отложив на некоторое время рассмотрение вопроса о действии магнитного поля.

112. Представим себе тело, состоящее из очень большого числа молекул и атомов, или «частичек», как я буду называть их, причем каждая частичка содержит некоторое количество электронов; все эти электроны или часть их приводятся в колебание падающим на них пучком света. Между электронами и внутри них будет находиться некоторое электромагнитное поле, которое можно определить при помощи наших основных уравнений, если известно распределение и движение зарядов; а вычислив поле, будет

1) W. Voigt, Ann. Phys. Chem. 67 (1899), стр. 345; 68 (1899), стр. 352, 604; 69 (1899), стр. 290; Ann. Phys. 1 (1900), стр. 376, 389; 6 (1901), стр. 784; см. также его книгу: Magneto- und Elektrooptik, Leipzig, 1908.

возможно определить и его действие на подвижные электроны и составить уравнение движения для каждого из них.

Но такой метод, в котором предмет наших исследований должны являться движения индивидуальных электронов и поле в их непосредственной близости и даже внутри них, оказывается совершенно неприменимым, когда, как это, например, имеет место в газообразных телах и жидкостях, частички распределены в пространстве в высшей степени неправильно. Мы не можем и думать о том, чтобы проследить путь каждого электрона или определить во всех подробностях поле в пространстве между молекулами. Мы должны поэтому прибегнуть к другому методу. К счастью, для решения этой задачи у нас есть простой способ, вполне достаточный для разбора того, что мы наблюдаем на деле; способ этот напрашивается сам собой, по самой природе явления.

В наших опытах, в которых мы всегда имеем дело с очень большим количеством частичек, мы не можем исследовать ни движения отдельного электрона, ни поля, им образуемого; наши органы чувств воспринимают только суммарное действие, вызываемое ими. Можно надеяться, что те неправильности, о которых я говорил, в суммарном действии исчезнут и что это действие мы будем в состоянии объяснить, если с самого начала обратим наше внимание не на все эти неправильности, а на некоторые *средние* значения. Перейду теперь к их определению.

113. Пусть P — какая-нибудь точка тела, S — шар, описанный вокруг нее, как центра, φ — одна из скалярных или векторных величин, встречающихся в наших основных уравнениях. Тогда среднее значение φ в точке P , которое я буду обозначать через $\bar{\varphi}$, будет дано выражением

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{S} \int \varphi dS,$$

в котором S обозначает объем шара, по которому производится интегрирование. Элементы dS должны быть взяты бесконечно малыми в математическом смысле этого слова, так что даже один электрон делится на много элементов. Что касается шара S , его не следует выбирать ни слиш-

ком большим, ни слишком малым. Так как наша цель заключается в том, чтобы освободиться от неправильностей в распределении φ , в шаре должно содержаться весьма большое число частичек. С другой стороны, мы должны быть осторожны и не пропустить тех изменений от точки к точке, которые могут наблюдаться в действительности. Радиус шара должен быть поэтому настолько малым, чтобы состояние тела, поскольку оно является доступным при наших средствах наблюдения, можно было считать одинаковым по всему шару. В тех задачах, с которыми мы будем иметь дело, это означает, что радиус должен быть мал по сравнению с длиной волны. К счастью, молекулярные расстояния настолько малы по сравнению даже с самыми короткими длинами волн, что оба условия могут выполняться одновременно.

114. Среднее значение $\bar{\varphi}$, взятое для точки P , в общем случае является функцией координат этой точки; если φ само зависит от времени, $\bar{\varphi}$ тоже будет от него зависеть. Из нашего определения мы легко можем вывести соотношения

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \dots, \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

при помощи которых просто осуществляется переход от наших основных уравнений к соответствующим формулам для средних значений. Конечно, средние значения величин в правой и левой частях уравнений должны быть равны друг другу, так что нам остается только заменить \mathbf{d} , \mathbf{h} и т. д. их средними значениями.

Окончательные формулы, а именно

$$\text{rot } \bar{\mathbf{h}} = \frac{1}{c} (\dot{\bar{\mathbf{d}}} + \bar{\rho} \mathbf{v})$$

и

$$\text{rot } \bar{\mathbf{d}} = -\frac{1}{c} \dot{\bar{\mathbf{h}}},$$

можно рассматривать как общие электромагнитные уравнения для вращающегося тела; их можно сравнить с теми, о которых

я говорил в § 4. Чтобы сделать это сходство особенно ярким, я положу

$$\bar{d} = E$$

и

$$\bar{h} = H.$$

Остается рассмотреть только член $\bar{\rho v}$. По нашему определению средних значений мы имеем для составляющих этого вектора, если x, y, z являются координатами элемента движущихся зарядов в момент времени t ,

$$\bar{\rho v}_x = \frac{1}{S} \int \rho v_x dS = \frac{1}{S} \int \rho \frac{dx}{dt} dS \quad \text{и т. д.},$$

или, если мы предположим, что поверхность шара не пересекает ни одного электрона:

$$\bar{\rho v}_x = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{S} \int \rho x dS \right] \quad \text{и т. д.}$$

Мы видели ранее, что $\int \rho x dS, \int \rho y dS, \int \rho z dS$ являются составляющими электрического момента части тела, на которую распространено интегрирование. Поэтому $\frac{1}{S} \int \rho x dS$ и два соответствующих выражения для y и z являются составляющими электрического момента тела на единицу объема¹⁾.

Мы обозначим этот момент, или, как можно сказать иначе, электрическую поляризацию тела, через P . Тогда

$$\bar{\rho v} = \dot{P}$$

и

$$\dot{\bar{d}} + \bar{\rho v} = \dot{E} + \dot{P}.$$

Вводим дальнейшее упрощение, полагая

$$E + P = D; \tag{192}$$

¹⁾ Примечание 53.

тогда мы приходим к уравнениям

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \dot{\mathbf{D}}, \quad (193)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{H}}, \quad (194)$$

которые имеют в точности ту же форму, как те, о которых мы говорили в § 4. Если угодно, можно назвать теперь \mathbf{E} и \mathbf{D} электрической силой и диэлектрическим смещением, $\dot{\mathbf{D}}$ — током смещения. Это в точности совпадает с обычной терминологией; только при нашем определении этих векторов легко проследить постепенное развитие нашего основного предположения, что система состоит из эфира и частичек с их электронами. Так, \mathbf{E} есть средняя сила, действующая на покоящийся заряд. Полное диэлектрическое смещение \mathbf{D} состоит из двух частей, из которых одна, \mathbf{E} , относится к эфиру, а другая, \mathbf{P} , — к частичкам. Соответственно этому мы различаем две части в токе $\dot{\mathbf{D}}$: первая, $\dot{\mathbf{E}}$, есть средний ток смещения в эфире, а вторая — средний конвекционный ток $\rho \mathbf{v}$.

115. Чтобы дополнить нашу систему уравнений, мы должны теперь исследовать соотношение между \mathbf{D} и \mathbf{E} , или, вернее, между \mathbf{P} и \mathbf{E} . Его можно найти, рассматривая, каким образом возникает или изменяется электрический момент частички.

Допустим, что каждая частичка содержит только один подвижный электрон с зарядом e и массой m , и обозначим через ξ , η , ζ расстояния, на которые он смещается из своего положения равновесия по направлениям осей координат. Составляющие электрического момента отдельной частички суть

$$P_x = e\xi, \quad P_y = e\eta, \quad P_z = e\zeta;$$

обозначая через N число частичек в единице объема, имеем:

$$P_x = Ne\xi, \quad P_y = Ne\eta, \quad P_z = Ne\zeta, \quad (195)$$

если частички имеют правильное геометрическое расположение. Если, наоборот, они расположены неправильно, так что значения смещений ξ , η , ζ резко изменяются от одной

частички к другой, мы можем пользоваться теми же уравнениями, но тогда мы должны под ξ , η , ζ понимать средние значения, взятые для всех частичек, расположенных в пространстве, бесконечно малом в физическом смысле этого слова. То же относится к другим величинам, встречающимся в уравнениях, которые мы установим для движения электронов.

116. Значения ξ , η , ζ , а следовательно, и значения P_x , P_y , P_z зависят от сил, действующих на подвижные электроны. Эти силы могут быть четырех разных видов.

Во-первых, может существовать некоторая упругая сила, которая возвращает электрон обратно в его положение равновесия, если он из него выведен. Мы предположим, что эта сила направлена к указанному положению равновесия и пропорциональна смещению. Обозначая через f некоторую положительную постоянную, которая зависит от строения и свойств частички, мы напишем для составляющих этой упругой силы:

$$-f\xi, \quad -f\eta, \quad -f\zeta. \quad (196)$$

Вторая сила есть сопротивление движению электрона. Мы принуждены ввести действие подобного рода, так как без него мы не могли бы объяснить поглощение света, которое является одним из главных предметов нашего исследования. Следуя примеру, данному Гельмгольцем в его теории аномальной дисперсии, с которой настоящее исследование имеет много общего, я приму, что сопротивление пропорционально скорости электрона и направлено в сторону, противоположную последней. Поэтому, если g есть новая положительная постоянная, составляющие второй силы суть

$$-g \frac{d\xi}{dt}, \quad -g \frac{d\eta}{dt}, \quad -g \frac{d\zeta}{dt}. \quad (197)$$

Мы еще вернемся к этому вопросу ниже.

117. Нам предстоит, далее, рассмотреть силу, действующую на электрон, принимая во внимание электромагнитное поле эфира. На первый взгляд может показаться, что это действие должно быть выражено членом eE .

Ближайшее рассмотрение показывает, однако, что следует сюда добавить член вида aeP , где a есть постоянная величина, значение которой несколько меньше, чем $\frac{1}{3}$. Я не буду останавливаться на несколько длинных вычислениях, которые требуются для определения этой добавочной силы. Чтобы объяснить, каким образом эта сила появляется, я должен только напомнить вам известный вывод, при помощи которого Кельвин когда-то установил различие между магнитной силой и магнитной индукцией. Он определил эти величины как силы, действующие на единичный полюс, который помещается внутри бесконечно малых полостей различной формы, окружающих рассматриваемую точку. Магнитно-поляризованные части тела, лежащие вне полости, в большей или меньшей степени поворачиваются своими полюсами по направлению к ней и вызывают, таким образом, на ее стенках некоторое распределение магнетизма, причем действие его на полюс, лежащий внутри, зависит, как оказывается, от формы полости.

В нашей задаче мы можем поступать совершенно так же, как Кельвин. Общие уравнения (33)—(36) показывают, что электромагнитное поле состоит из частей, производимых отдельными частичками системы, и если некоторые из них мы удалим, а движение электронов в остающихся частичках останется при этом без изменения, часть поля будет уничтожена. Мы должны, далее, принять во внимание, что каждая составляющая d или h , принадлежащая к тому полю, которое производят частички, получается путем сложения соответствующих величин тех отдельных полей, которые производятся каждой отдельной частичкой. В тех случаях, когда прерывность молекулярного строения не проявляется в заметной степени, сумма может быть заменена интегралом. Если нам нужно знать поле, которое в точке A производится частью тела, кратчайшее расстояние которого от A весьма велико по сравнению со взаимными расстояниями соседних частичек, мы можем заменить действительное состояние в этой части тела таким, при котором поляризованная материя распределена равномерно.

Все эти рассуждения можно приложить также к намагниченным частичкам, которые нам приходится рассматривать в теории Кельвина, хотя эти случаи и представляют известные различия, так как формулы § 42 для поля, производимого переменным электрическим моментом, менее просты, чем те формулы, которые определяют действие постоянного молекулярного магнита. Эти формулы, впрочем, становятся очень похожими друг на друга, если точка, для которой требуется вычислить поле частички, лежит от нее на расстоянии, весьма малом по сравнению с длиной волны. В этом случае можно с достаточным приближением считать поле электростатическим — таким, каким оно было бы, если бы электрический момент не изменялся с течением времени.

Положим, что мы хотим определить действие на электронов, содержащийся внутри частицы A . Вокруг этой частицы мы проведем замкнутую поверхность σ , размеры которой бесконечно малы в физическом смысле этого слова; допустим на время, что все остальные частички, которые находились внутри этой поверхности, удалены из нее. Положение вещей является тогда в точности аналогичным случаю магнита, в котором сделана полость. На поверхности установится некоторое распределение электричества, вызываемое поляризацией внешней части тела; силу E' , с которой этот поверхностный заряд будет действовать на единичный заряд в точке A , нужно добавить к силе E , которая фигурирует в (194).

Если теперь удаленные нами частички возвратят на их место, их электрические моменты вызовут в частичке A третью силу E'' ; общую электрическую силу, которая будет действовать на находящийся в точке A движущийся электрон, можно выразить в виде суммы

$$E + E' + E''.$$

Ясно, что результат не может зависеть от формы полости σ , которую мы ввели только для того, чтобы произвести наши вычисления. Эти вычисления принимают самый простой вид, когда σ имеет сферическую форму. Тогда

вычисление силы E' приводит к результату ¹⁾

$$E' = \frac{1}{3} P.$$

Задача определения силы E'' несколько труднее. Я не буду сейчас на ней останавливаться подробно; скажу только, что для системы частичек, имеющих правильное кубическое расположение ²⁾,

$$E'' = 0;$$

этот результат можно с известной степенью точности применить вообще к изотропным телам, например к стеклу, жидкостям и газам. Впрочем, для них он является не вполне правильным и должен быть в общем случае заменен выражением

$$E'' = sP,$$

где s есть величина, постоянная для каждого тела; точное определение ее встречается, однако, некоторые затруднения. Полагая

$$a = \frac{1}{3} + s,$$

мы находим для электрической силы, действующей на электрон, выражение

$$E + aP.$$

118. Последняя сила, которую мы должны ввести, выступает на сцену при магнитооптических явлениях; она вызывается внешним магнитным полем, которое мы будем обозначать символом \mathfrak{H} , чтобы отличить ее от периодически изменяющейся магнитной силы H , вызываемой самими электрическими колебаниями ³⁾ и входящей в уравнения (193) и (194).

В последующем изложении мы будем предполагать, что внешнее поле \mathfrak{H} имеет направление, совпадающее с осью OZ . Тогда его действие на колеблющийся электрон,

1) Примечание 54.

2) Примечание 55.

3) Примечание 56.

которое в общем случае представляется выражением

$$\frac{e}{c} [\mathfrak{D}\mathfrak{H}],$$

имеет составляющие

$$\frac{e\mathfrak{H}}{c} \frac{d\eta}{dt}, \quad -\frac{e\mathfrak{H}}{c} \frac{d\xi}{dt}, \quad 0,$$

где \mathfrak{H} написано вместо \mathfrak{H}_z .

Суммируя все, что было сказано про различные силы, мы получаем для уравнений движения подвижного электрона, содержащегося в частичке, выражения

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2\xi}{dt^2} &= e(E_x + aP_x) - f\xi - g \frac{d\xi}{dt} + \frac{e\mathfrak{H}}{c} \frac{d\eta}{dt}, \\ m \frac{d^2\eta}{dt^2} &= e(E_y + aP_y) - f\eta - g \frac{d\eta}{dt} - \frac{e\mathfrak{H}}{c} \frac{d\xi}{dt}, \\ m \frac{d^2\xi}{dt^2} &= e(E_z + aP_z) - f\xi - g \frac{d\xi}{dt}. \end{aligned} \right\} (198)$$

119. Для наших целей окажется более удобной другая форма этих уравнений.

Во-первых, вместо смещений подвижного электрона мы введем составляющие электрической поляризации P . Принимая во внимание соотношения (195), деля формулы (198) на e и полагая

$$\frac{m}{Ne^2} = m', \quad \frac{f}{Ne^2} = f', \quad \frac{g}{Ne^2} = g', \quad (199)$$

получаем:

$$\left. \begin{aligned} m' \frac{\partial^2 P_x}{\partial t^2} &= E_x + aP_x - f'P_x - g' \frac{\partial P_x}{\partial t} + \frac{\mathfrak{H}}{cNe} \frac{\partial P_y}{\partial t}, \\ m' \frac{\partial^2 P_y}{\partial t^2} &= E_y + aP_y - f'P_y - g' \frac{\partial P_y}{\partial t} - \frac{\mathfrak{H}}{cNe} \frac{\partial P_x}{\partial t}, \\ m' \frac{\partial^2 P_z}{\partial t^2} &= E_z + aP_z - f'P_z - g' \frac{\partial P_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} (200)$$

Эти уравнения можно преобразовать еще далее; для этого мы при нашем исследовании распространения простых гармонических колебаний воспользуемся известным методом, а именно, представим зависимые переменные

в уравнениях посредством некоторых экспоненциальных выражений с мнимыми показателями степени; при этом действительные части этих выражений, к которым в конце концов приходится обращаться, и дают решение этой системы.

Пусть e будет основание натуральных логарифмов и пусть все зависимые переменные содержат время только через посредство множителя

$$e^{int},$$

так что n является частотой колебаний. Если при этом ввести для краткости

$$\alpha = f' - a - m'n^2, \quad (201)$$

$$\beta = ng', \quad (202)$$

$$\gamma = \frac{n\delta}{cNe}, \quad (203)$$

причем все эти величины являются действительными, формулы (200) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} E_x &= (\alpha + i\beta) P_x - i\gamma P_y, \\ E_y &= (\alpha + i\beta) P_y + i\gamma P_x, \\ E_z &= (\alpha + i\beta) P_z. \end{aligned} \right\} \quad (204)$$

Так как $P = D - E$, то эти уравнения выражают соотношение между E и D , которое мы должны добавить к общим формулам (193) и (194).

120. Прежде чем подойти к решению нашей системы уравнений, полезно войти в некоторые детали, которые касаются причины, вызывающей поглощение. Так, мы допустили существование сопротивления, пропорционального скорости электрона; оно выражается членами $-g \frac{\partial \xi}{\partial t}$, $-g \frac{\partial \eta}{\partial t}$, $-g \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ в (198) и членами $i\beta P_x$, $i\beta P_y$, $i\beta P_z$ в (204). Но следует заметить, что в наших основных уравнениях о сопротивлении такого рода нет и речи; как мы видели ранее, электрон может двигаться через эфир вечно с неумещающей скоростью. В наших соображениях мы

до сих пор встречались только с одной силой, которую можно определить как сопротивление, а именно с силой

$$\frac{e^2}{6\pi c^3} \ddot{\mathbf{v}}, \quad (205)$$

которая пропорциональна скорости изменения ускорения. В случае простых гармонических колебаний составляющие этой силы могут быть представлены в виде (197) со следующим значением коэффициента:

$$g = \frac{e^2 n^2}{6\pi c^3}. \quad (206)$$

Некоторые числовые данные, которые я приведу позже, показывают, однако, что эта сила (205) слишком мала, чтобы ею можно было объяснить то поглощение, которое во многих случаях наблюдается в действительности¹⁾. Мы должны поэтому искать какое-нибудь другое объяснение.

Я в свое время нашел такое объяснение в допущении, что внутри весомой частички колебания, производимые падающими световыми волнами, не могут происходить без всякой помехи вечно. Можно легко себе представить, что частички газообразного тела претерпевают при своих взаимных столкновениях такие сильные сотрясения, что всякое правильное колебание, в них начавшееся, превращается после толчка в неправильное движение, которое мы называем теплотой. На поднятие температуры, получающееся таким образом, должна быть затрачена часть энергии падающего света, так что имеет место действительное поглощение света. Ясно также, что накопление в частичке колебательной энергии, которое иначе при полном соответствии между периодом колеблющихся электронов и периодом световой волны никогда не пришло бы к концу, теперь будет благодаря этому возмущающему влиянию столкновений удерживаться в известных границах — совсем так, как это имело бы место при сопротивлении в обычном смысле этого слова.

Разрабатывая эту мысль, мы приходим к заключению, что мы можем попрежнему пользоваться теми формулами,

¹⁾ Примечание 56*.

которые были нами установлены раньше, если только будем теперь разуметь под g ¹⁾ величину

$$g = \frac{2m}{\tau}, \quad (207)$$

где τ означает среднюю продолжительность промежутка времени, в течение которого колебания частички происходят без помехи. Так как мы можем пользоваться такими же формулами, как если бы мы имели дело с действительным сопротивлением, представляется удобным продолжать пользоваться этим термином и говорить о сопротивлении, возникающем вследствие столкновений и растущем при уменьшении промежутка времени τ .

Согласно этому представлению промежуток τ в газообразных телах должен быть равен среднему промежутку времени, протекающему между двумя последовательными столкновениями молекулы. К несчастью, оказалось, что величина τ , выведенная из экспериментальных данных, оказывается меньше, чем промежуток времени между двумя столкновениями. Отсюда мы должны заключить, что в самой молекуле имеются причины, по которым правильность колебаний нарушается раньше, чем это имело бы место при молекулярных столкновениях. Поэтому мы не можем утверждать, что удовлетворительно осветили явления поглощения; его истинная причина все еще остается неизвестной.

121. Оставив на некоторое время в стороне явления, вызываемые магнитным полем, мы перейдем теперь к рассмотрению распространения света в случае, когда $\phi = 0$, $\gamma = 0$. Предположим сначала, что нет вообще никакого сопротивления, так что β тоже равно нулю. Тогда формулы (204) можно написать так:

$$E = aP,$$

откуда выводим:

$$D = \left(1 + \frac{1}{a}\right) E. \quad (208)$$

¹⁾ Примечание 57.

Пусть свет распространяется в направлении OZ , так что составляющие E , D и H представляются выражениями, содержащими множитель

$$e^{in(t-qz)}, \quad (209)$$

где q — постоянная величина. Так как тогда все производные по x и y пропадают, мы получаем из (193) и (194):

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t}$$

и

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t},$$

или

$$qH_y = \frac{1}{c} D_x, \quad qE_x = \frac{1}{c} H_y,$$

откуда

$$D_x = c^2 q^2 E_x.$$

Сопоставляя это выражение с (208), получаем:

$$c^2 q^2 = 1 + \frac{1}{\alpha}. \quad (210)$$

Предполагая, что $1 + \frac{1}{\alpha}$ есть величина положительная, мы получаем действительное значение и для q . Действительная часть (209) есть

$$\cos n(t - qz),$$

откуда видно, что скорость распространения имеет величину

$$v = \frac{1}{q}.$$

Ее поэтому можно вычислить при помощи уравнения (210), вместо которого можно написать:

$$\mu^2 = 1 + \frac{1}{\alpha},$$

если

$$\mu = \frac{c}{v}$$

есть показатель преломления.

Следует отметить, что наш результат совпадает с известным законом Максвелла, согласно которому показатель преломления тела равен корню квадратному из его диэлектрической постоянной. В самом деле, уравнение (208) показывает, что отношение между диэлектрическим смещением D и электрической силой E дается выражением $1 + \frac{1}{a}$; поэтому именно эта величина играет роль диэлектрической постоянной уравнений Максвелла.

122. В одном отношении, однако, теория электронов позволила нам пойти дальше Максвелла. Вы видите из уравнений (201), что для данной системы a не является величиной постоянной, а изменяется с частотой λ . Поэтому наши формулы заключают в себе объяснение дисперсии света, т. е. того факта, что разные лучи света обладают различными показателями преломления.

Эта теория весьма напоминает то объяснение, которое было предложено разными физиками, разрабатывавшими волновую теорию света в ее первоначальной форме, когда эфир рассматривался как упругое тело. Зелльмейер, Кеттелер, Буссинеск и Гельмгольц показали, что скорость света должна зависеть от периода колебаний, раз тело состоит из малых частичек, которые приводятся в колебание силами падающего пучка света и подвержены внутримолекулярным силам такого рода, что могут совершать свободные колебания с некоторым определенным периодом. Амплитуда вынужденных колебаний этих частичек, которая является одной из величин, определяющих скорость распространения, будет в значительной степени зависеть от относительной величины их собственного периода колебаний и периода падающего на них света. Развиваемая здесь теория распространения света в системе молекул основана на тех же принципах, как и это старое объяснение дисперсии, и единственное различие заключается в том, что мы неизменно пользовались терминами электромагнитной теории и что малые частички Зелльмейера теперь превратились в наши электроны.

Если мы представим себе, что какая-нибудь одна молекула отрывается от тела и вследствие этого перестает

быть подвержена каким бы то ни было внешним влияниям, и если мы не будем принимать во внимание сопротивление, которое мы представили при помощи коэффициента g , то уравнения движения (198) приобретают более простую форму:

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} = -f\xi, \quad m \frac{d^2\eta}{dt^2} = -f\eta, \quad m \frac{d^2\zeta}{dt^2} = f\zeta,$$

откуда видно, что электрон может совершать свободные колебания частоты n_0 , определяемой выражением

$$n_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}.$$

Вводя это выражение и пользуясь (199), мы можем, полагая $a = \frac{1}{3}$, написать вместо (201):

$$\alpha = m' (n_0^2 - n^2) - \frac{1}{3} = \frac{m}{Ne^2} (n_0^2 - n^2) - \frac{1}{3}. \quad (211)$$

Показатель преломления определяется поэтому выражением

$$\mu^2 - 1 = \frac{1}{\frac{m}{Ne^2} (n_0^2 - n^2) - \frac{1}{3}}. \quad (212)$$

Значение μ , выведенное из этой формулы, больше чем единица, если частота n настолько меньше частоты свободных колебаний n_0 , что знаменатель имеет положительное значение; если это условие удовлетворяется, мы можем заключить далее, что μ увеличивается с частотой. Это совпадает с ходом дисперсии, наблюдаемым в прозрачных телах; нужно только сделать еще предположение, что в этих телах частота n_0 соответствует лучам ультрафиолетовой части спектра.

123. В качестве одного из дальнейших приложений наших результатов мы можем взять старую задачу о связи между показателем преломления прозрачного тела и его плотностью ρ . Как известно, Лаплас вывел из теоретических соображений, основанных на волновой теории в том

ее виде, какой она имела в те времена, что, когда плотность тела меняется, выражение

$$\frac{\mu^2 - 1}{\rho} \quad (213)$$

должно оставаться постоянным. В очень многих случаях наблюдаемые изменения рефракции совсем не следуют этому закону; было найдено, что гораздо лучшее совпадение получается в том случае, если правило Лапласа заменить эмпирической формулой

$$\frac{\mu - 1}{\rho} = \text{const.} \quad (214)$$

Электромагнитная теория света приводит к новому соотношению. В самом деле, немного видоизменяя (212), приходим к уравнению

$$\frac{m}{Ne^2} (n_0^2 - n^2) = \frac{\mu^2 + 2}{3(\mu^2 - 1)}.$$

Для данного тела и данного значения n выражение

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$$

должно быть поэтому пропорционально числу молекул в единице объема и, следовательно, плотности тела.

Этот результат был найден Лоренцом ¹⁾ в Копенгагене за несколько времени до того, как я вывел его из электромагнитной теории света, что, конечно, является любопытным случаем совпадения.

124. В известном смысле эта формула имеет гораздо большую давность. Полагая в (201) $n = 0$ и, как прежде, $a = \frac{1}{3}$, мы получаем для случая очень медленных колебаний, или для постоянного поля,

$$a = f' - \frac{1}{3} = \frac{f}{Ne^2} - \frac{1}{3}.$$

¹⁾ L. Lorenz, Über die Refraktionskonstante, Ann. Phys. Chem. **11** (1880), стр. 70.

Соответствующее значение отношения $1 + \frac{1}{\alpha}$ между D и E имеет вид

$$\varepsilon = 1 + \frac{1}{\frac{f}{Ne^2} - \frac{1}{3}}.$$

Это выражение и является поэтому значением диэлектрической постоянной для нашей системы молекул, что могло бы быть получено и прямым вычислением.

Последняя формула показывает, что при изменении N значение

$$\frac{\varepsilon - 1}{(\varepsilon + 2) N}$$

остаётся постоянным. Поэтому соотношение между диэлектрической постоянной и плотностью ρ имеет вид

$$\frac{\varepsilon - 1}{(\varepsilon + 2) \rho} = \text{const};$$

эта формула соответствует формуле, данной значительно ранее Клаузиусом и Моссотти. Подставляя в нее значение Максвелла

$$\varepsilon = \mu^2, \quad (215)$$

получаем соотношение

$$\frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2) \rho} = \text{const}. \quad (216)$$

Этим путем, однако, мы получаем доказательство формулы только для случая весьма медленных колебаний, к которым применим закон Максвелла (215), тогда как наши предшествующие рассуждения показывают, что она имеет место для любого значения λ , т. е. для любой длины волны.

125. Сравним теперь наши формулы с результатами опыта. Я могу, конечно, упомянуть только об очень немногих. Я рассмотрю сначала изменения рефракции газа, вызываемые изменением давления, а затем то изменение рефракции, которое происходит при переходе тела из жидкого состояния в газообразное. В обоих случаях я буду сравнивать результаты наших формул с теми результатами,

которые могут быть выведены из эмпирической формулы (214). Что касается закона Лапласа, о нем мы можем больше не говорить, так как во всех случаях он приводит к гораздо менее удовлетворительным результатам, чем любая из двух других формул.

Показатель преломления воздуха вплоть до очень больших плотностей был в свое время со значительной точностью измерен Магри¹⁾. Некоторые из его результатов приведены в нижеследующей таблице; там же приведены значения

$$\frac{2}{3} \frac{\mu - 1}{\rho} \quad \text{и} \quad \frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\rho}$$

Температура	Плотность	Показатель преломления	$\frac{2}{3} \frac{\mu - 1}{\rho} \cdot 10^7$	$\frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\rho} \cdot 10^7$
0°	1	1,0002929	1953	1953
14,6	14,84	1,004338	1949	1947
14,3	42,13	1,01241	1964	1959
14,4	69,24	1,02044	1968	1961
14,5	96,16	1,02842	1970	1961
14,5	123,04	1,03633	1969	1956
14,8	149,53	1,04421	1971	1956
14,9	176,27	1,05213	1972	1953

Вы видите, что формула (216) дает несколько лучшее совпадение, чем эмпирическое соотношение (214).

Различие между формулами выступает еще ярче, если мы сравним показатель преломления пара с тем значением, которое мы можем при помощи формул (214) и (216) вывести из показателя преломления жидкости. В нижеследующей небольшой табличке, относящейся к натриевому свету, показатель преломления для жидкости дан для 15°, а для пара — для 0° и 760 мм. Это значит, что наблюдаемые значения для μ были приведены к той плотности, которую пар имел бы при 0° и атмосферном давлении, если бы он следовал законам Бойля и Гэй-Люссака. Это приведение

¹⁾ L. Magri, Der Brechungsindex der Luft in seiner Beziehung zu ihrer Dichte, Phys. Zeitschr. 6 (1905), стр. 629.

можно проделать как при помощи (214), так и при помощи (216), так как обе формулы оказываются одинаково приложимыми для тех небольших изменений, о которых идет речь.

	Жидкость		Пар			
	плот- ность	показа- тель прелом- ления	плот- ность	показатель преломления		
				набл.	вычисл. по (214)	вычисл. по (216)
Вода	0,9991	1,3337	1,000809	1,000250	1,000270	1,000250
Сернистый углерод . . .	1,2709	1,6320	0,00341	1,00148	1,00170	1,00144
Этиловый эфир	0,7200	1,3558	0,00332	1,00152	1,00164	1,00151

Другими измерениями, при помощи которых можно судить о применимости той или другой формулы, являются измерения показателя преломления различных тел при разных температурах или при разных давлениях. Как общее правило, ни (214), ни (216) не воспроизводят этих измерений с достаточной точностью, причем разногласие между наблюдаемыми и измеренными значениями в обоих случаях оказывается одного порядка величины и обычно имеет разные знаки. В большинстве случаев наша формула приводит к таким изменениям рефракции, которые несколько превышают значения, полученные на опыте; кроме того, расхождения увеличиваются при переходе к большим значениям n .

Причину этого расхождения, несомненно, следует искать отчасти в том обстоятельстве, что член a в уравнении (201) не равен в точности одной трети, а отчасти в тех изменениях, которые имеют место внутри самих частичек при нагревании или сжатии тела. Эти изменения могут вызвать изменение коэффициентов f и f' .

126. С предыдущим вопросом тесно связана задача о вычислении рефракции смеси из рефракций отдельных составляющих. Тем же путем, который привел нас к уравнению (212), но только при предположении, что система

содержит два или более вида молекул, перемешанных друг с другом, можно прийти к следующей формуле¹⁾, в которой r_1, r_2, \dots суть значения

$$\frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\rho} \quad (217)$$

для каждого из смешиваемых веществ, взятых в отдельности, а m_1, m_2, \dots суть массы этих веществ в единице массы смеси:

$$\frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\rho} = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots \quad (218)$$

Оказывается, что это уравнение пригодно для разных жидких смесей в качестве грубого приближения. То же самое можно сказать про подобное же уравнение, которым часто пользуются для вычисления величины $\frac{\mu - 1}{\rho}$.

127. Весьма важно, что эти формулы для смесей могут во многих случаях служить также для вычисления рефракции химических соединений по рефракции составляющих элементов. Рассмотрим соединение, состоящее из элементов $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$; обозначим через p_1, p_2, \dots их атомные веса, через q_1, q_2, \dots числа разнородных атомов, содержащихся в молекуле, а через

$$P = q_1 p_1 + q_2 p_2 + \dots$$

молекулярный вес соединения. Тогда количества $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ в единице массы будут иметь значения

$$m_1 = \frac{q_1 p_1}{P}, \quad m_2 = \frac{q_2 p_2}{P}, \dots,$$

и (218) приобретает вид

$$P \frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\rho} = q_1 p_1 r_1 + q_2 p_2 r_2 + \dots \quad (219)$$

Поэтому, если для каждого элемента мы назовем произведение из постоянной (217) на его атомный вес p атомной

¹⁾ Примечание 58.

рефракцией и если мы будем понимать под молекулярной рефракцией соединения произведение из соответствующего ему значения (217) на молекулярный вес P , мы приходим к простому правилу: для того чтобы найти молекулярную рефракцию соединения, достаточно перемножить атомные рефракции каждого элемента на число его атомов в молекуле и результаты сложить. Многие физики и химики, определявшие рефракцию для различных соединений, в особенности органических, действительно нашли это правило приближенно верным.

128. Общий смысл этого результата совершенно ясен. Когда мы находим, что некоторая величина, определяющая рефракцию соединения, состоит из ряда частей, каждая из которых относится к одному элементу, мы можем заключить, что каждый элемент оказывает свое особое влияние на распространение света, которое не нарушается влиянием других элементов. На языке нашей теории это значит, что носителями электрических колебаний, происходящих в пучке света, поскольку они имеют место в весомой материи, являются отдельные атомы, причем движения внутри одного атома являются в большей или меньшей степени независимыми от движений, происходящих в других атомах той же самой молекулы.

Мы можем предположить, например, что в каждом атоме содержится один подвижный электрон, который, будучи смещен из положения равновесия, возвращается назад под действием упругой силы, возникающей в самом атоме и определяемой поэтому свойствами самого атома. Если мы станем на эту точку зрения, не представляет труда видоизменить уравнения для распространения света так, что они станут приложимыми к системе многоатомных молекул.

129. Обозначим величины, относящиеся к различным атомам одной молекулы, значками $1, 2, \dots, k$. Пусть e_1, e_2, \dots будут заряды подвижных электронов в первом, втором и т. д. атоме, m_1, m_2, \dots — их массы, $\xi_1, \eta_1, \zeta_1, \xi_2, \eta_2, \zeta_2, \dots$ — составляющие их смещений из положений равновесия, f_1, f_2, \dots — коэффициенты, определяющие величину упругих сил. Тогда, если не принимать во внимание сопротивлений и если нет внешнего магнитного поля,

для каждой молекулы получится не одна система уравнений вида

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = e (E_x + aP_x) - f \xi \text{ и т. д.}$$

(которую можно получить из (198), если положить $g = 0$, $\xi = 0$), но k систем вида

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} &= e_1 (E_x + aP_x) - f_1 \xi_1 \text{ и т. д.,} \\ m_2 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} &= e_2 (E_x + aP_x) - f_2 \xi_2 \text{ и т. д.} \\ &\text{и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (220)$$

Полная электрическая поляризация P тела будет теперь равна сумме электрических моментов, вызываемых отдельными атомами; ее составляющие суть:

$$\left. \begin{aligned} P_x &= N(e_1 \xi_1 + e_2 \xi_2 + \dots), \\ P_y &= N(e_1 \eta_1 + e_2 \eta_2 + \dots), \\ P_z &= N(e_1 \zeta_1 + e_2 \zeta_2 + \dots). \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

Для определенного значения частоты n мы можем вывести из (220), (221) и (192) соотношение между E и D . Сопоставляя его с уравнениями (193) и (194), получаем для показателя преломления μ ¹⁾ следующую формулу, соответствующую (212), но являющуюся более общей:

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = \frac{Ne_1^2}{3(f_1 - m_1 n^2)} + \frac{Ne_2^2}{3(f_2 - m_2 n^2)} + \dots \quad (222)$$

Таким образом, мы видим, что в согласии с нашими новыми допущениями $\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$ остается пропорциональным N и, следовательно, плотности тела. Затем, если обозначить через μ_1, μ_2, \dots показатели преломления для тех случаев, когда в единице объема нашей системы содержится

¹⁾ Примечание 59.

только N атомов группы 1 или N атомов группы 2, получится:

$$\frac{\mu_1^2 - 1}{\mu_1^2 + 2} = \frac{Ne_1^2}{3(f_1 - m_1 n^2)}, \quad \frac{\mu_2^2 - 1}{\mu_2^2 + 2} = \frac{Ne_2^2}{3(f_2 - m_2 n^2)}, \dots$$

Следовательно, (222) можно переписать так:

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = \frac{\mu_1^2 - 1}{\mu_1^2 + 2} + \frac{\mu_2^2 - 1}{\mu_2^2 + 2} + \dots,$$

что является только несколько другим видом соотношения (219).

130. Вряд ли нужно особо указывать, что сделанные нами допущения являются в лучшем случае грубыми приближениями к действительному положению вещей. Мы предположили, что действия, порождающие упругую силу, которая возвращает содержащийся в атоме подвижный электрон в его положение равновесия, ограничиваются этим самым атомом. Но, конечно, между соседними атомами во всяком случае существует взаимодействие, связанное со смещениями их электронов и имеющее электрическую природу; могут быть также и другие взаимодействия, природа которых в настоящее время для нас совершенно темна. По этим причинам мы должны ожидать больших или меньших отклонений от закона молекулярной рефракции — отклонений, которые когда-нибудь помогут нам сделать известные заключения относительно структуры молекул.

Важный результат в этом направлении уже получен Брюлем¹⁾. Он нашел, что двойная химическая связь между двумя атомами оказывает чрезвычайное влияние на рефракцию. Это влияние можно выразить, добавив в формуле (218) для каждой двойной связи член соответствующей величины.

Этот факт, подобно многим другим, показывает, что нашу теорию распространения света в весомах телах сле-

1) См., напр., J. W. Brühl, The development of spectro-chemistry, Proc. Royal Institution 18, 1 (1906), стр. 122.

дует считать только первой попыткой в этом направлении. Я должен, впрочем, повторить, что, несомненно, действия, разыгрывающиеся в отдельных атомах, должны в значительной степени быть независимыми друг от друга. Если бы это было не так и если бы, напротив, упругую силу, действующую на электрон, следовало приписать не тому атому, к которому этот электрон относится, а всей молекуле в целом, то показатель преломления соединения определялся бы главным образом междуатомными связями, а не индивидуальными свойствами атомов, как это имеет место в действительности.

131. До сих пор мы говорили о *преломлении* света; теперь мы еще раз вернемся к теории *дисперсии* света и поставим себе вопрос, что можно узнать о дисперсии из общей формулы (222). Прежде всего следует заметить, что если s есть значение $\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$, мы получим:

$$\mu^2 = \frac{1 + 2s}{1 - s},$$

а отсюда видно, что если s изменяется непрерывно от $-\frac{1}{2}$ до 1, μ^2 растет от нуля до ∞ . Если s остается все время в этом интервале, как я на некоторое время допущу, μ изменяется в том же направлении, что и s , принимая значение 1 при $s = 0$.

Последний случай мы имеем при $N = 0$, т. е. когда вообще нет весомых частичек, так что распространение происходит в чистом эфире. Наличие электронов, к которым относятся различные члены в правой части уравнения (222), меняет это положение вещей. Каждый из этих электронов имеет свой собственный период свободных колебаний. Если частоты этих колебаний будут n_1, n_2 и т. д., мы получим:

$$n_1^2 = \frac{f_1}{m_1}, \quad n_2^2 = \frac{f_2}{m_2}, \dots$$

и

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = \frac{Ne_1^2}{3m_1(n_1^2 - n^2)} + \frac{Ne_2^2}{3m_2(n_2^2 - n^2)} + \dots \quad (223)$$

Мы видим, таким образом, что влияние колебаний на атомы зависит от того, лежит ли частота лучей, для которых мы хотим определить μ , ниже или выше частоты свободных колебаний. Каждая группа электронов стремится повысить величину

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$$

и, следовательно, величину μ для всех частот, лежащих ниже ее собственной частоты, и понизит величину показателя преломления для всех частот, лежащих выше собственной частоты.

Каждый член (223) как функция n может быть изображен графически кривой вида, показанного на рис. 5, где OP соответствует в различных случаях n_1, n_2, \dots ; кривую для

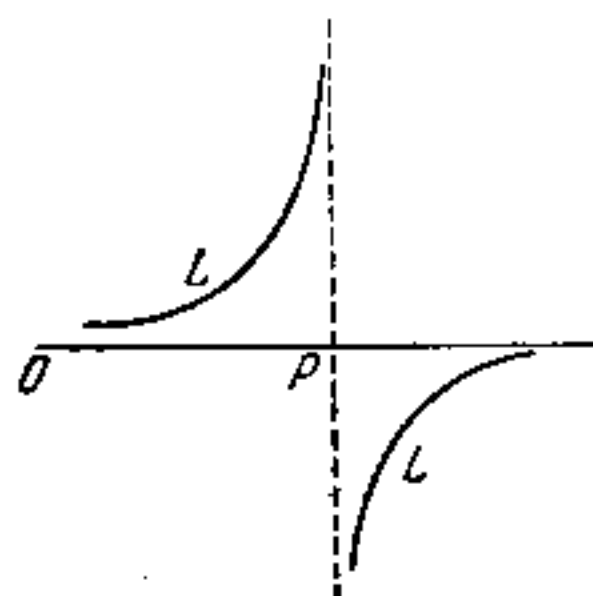


Рис. 5.

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$$

получаем, беря алгебраическую сумму ординат индивидуальных кривых L_1, L_2 и т. д.

Вид результирующей кривой будет определяться значениями n_1, n_2 и т. д. или, как можно сказать иначе, положением в спектре линий, которые возникли бы при

свободных колебаниях электронов и которые мы, забегаая вперед, можем назвать спектральными линиями тела. Если при переходе слева направо мы пересекаем одну из таких линий, ордината соответствующей кривой делает внезапный скачок от $+\infty$ до $-\infty$. Конечно, все эти разрывности повторяются в результирующей кривой дисперсии, и около каждого из значений частоты n_1, n_2, \dots будет находиться участок кривой, где s изменяется сначала от $+1$ до $+\infty$, а затем от $-\infty$ до $-\frac{1}{2}$. Можно допустить, что

эти участки, которые я буду называть разрывными частями кривой, имеют ширину, весьма малую по сравнению с ши-

ривой остающихся участков, которые я буду называть непрерывными участками спектра.

Так как все кривые L_1, L_2, \dots поднимаются слева направо, ясно, что каждый непрерывный участок результирующей кривой должен иметь такой же ход. Это требование теории совпадает с ходом дисперсии, имеющим место во всех прозрачных телах.

Вопрос о том, будет ли для определенного значения частоты показатель преломления больше или меньше единицы, зависит от следующих причин. Если все спектральные линии тела лежат в ультрафиолетовой части спектра, показатель преломления будет больше единицы на всем протяжении инфракрасного и видимого спектра. В видимом спектре он может быть больше единицы даже при наличии одной или нескольких инфракрасных линий, если только имеются также и линии в ультрафиолетовой части и если их влияние, сказывающееся в повышении показателя преломления, превалирует над противоположным влиянием инфракрасной части. Во всяком случае дисперсия света, наблюдаемая во всех прозрачных телах, требует для своего объяснения присутствия одной или нескольких линий в ультрафиолетовой части спектра.

132. Мы могли бы теперь приступить к сравнению наших формул дисперсии с измерениями показателя преломления, но я не буду касаться этого вопроса, так как мы не должны придавать слишком большого значения той частной форме, в которой мы выразили наши уравнения. Несколько изменяя те допущения, на которых она основана, мы могли бы найти уравнение несколько другого вида, хотя и совпадающее с (223) в основных чертах.

Из предшествующей теории вытекает, впрочем, одно обстоятельство, на которое я хотел бы обратить ваше внимание. Если бесконечно увеличивать частоту n , все члены в правой части (223) будут стремиться к пределу нуль; поэтому для весьма больших частот мы в пределе получим $s = 0$ и $\mu = 1$ по той простой причине, что электроны не могут следовать за электрическими силами, частота изменений которых много больше частоты их свободных колебаний. Это замечание представляется весьма

важным, так как оно объясняет, почему лучи Рентгена, проходящие через весоное тело, не испытывают при этом преломления [26]. Эти лучи, которые, правда, не представляют собой правильных колебаний, вызываются, по всей вероятности, быстро сменяющимися электромагнитными возмущениями весьма малой продолжительности ¹⁾.

133. До сих пор мы говорили только о непрерывных участках кривой дисперсии. В каждом из ее разрывных участков, как мы их назвали, правая часть (223) принимает значения от $+1$ до $+\infty$ и от $-\infty$ до $-\frac{1}{2}$.

Эти значения приводят к отрицательным значениям для μ^2 и к мнимым значениям для самого μ ; это указывает на то, что волны соответствующих частот не могут распространяться в теле таким же образом, как те волны, частоты которых соответствуют какой-нибудь точке в непрерывных участках кривой.

Нам нет, впрочем, надобности продолжать обсуждение смысла наших формул для этого случая, так как для частот, лежащих весьма близко к n_1, n_2, \dots , нельзя более пренебрегать сопротивлением колебаниям и вызываемым им поглощением. Мы должны поэтому вернуться к вопросу о поглощении света. Чтобы не слишком усложить наше рассмотрение, я остановлюсь на нашем первоначальном допущении, что в каждой частичке содержится только один подвижный электрон.

Если в уравнениях (204) коэффициент сопротивления β имеет некоторое определенное значение и если нет внешнего магнитного поля, мы можем написать:

$$E = (a + i\beta) P.$$

Это дает:

$$D = E + P = \left(1 + \frac{1}{a + i\beta}\right) E.$$

С другой стороны, уравнения, выведенные в § 121 из (193) и (194), остаются без изменения, так что мы вместо

¹⁾ Примечание 21*.

(210) находим:

$$c^2 q^2 = 1 + \frac{1}{\alpha + i\beta}. \quad (224)$$

Постоянная q в выражении (209) теперь становится комплексной величиной. Удобно выразить ее в виде

$$q = \frac{1}{v} - i \frac{k}{n}, \quad (225)$$

где v и k являются действительными величинами. Тогда (209) приобретает вид

$$e^{-kz + in \left(t - \frac{z}{v} \right)},$$

и если, чтобы найти выражения для колебаний, мы возьмем действительные части комплексных величин, при помощи которых были представлены вначале зависимые переменные E_x и т. д., мы приходим к выражению вида

$$e^{-kz} \cos n \left(t - \frac{z}{v} + p \right), \quad (226)$$

где p — некоторая постоянная. Смысл первого множителя заключается в том, что амплитуда колебаний в направлении распространения света непрерывно уменьшается. Значение поглощения зависит от коэффициента k , который я буду называть показателем поглощения. С другой стороны, второй множитель в (226) показывает, что v есть скорость, с которой распространяется фаза колебаний; отношение $\frac{c}{v}$, для которого я напишу μ , будет правильно назвать показателем преломления.

Подставляя (225) в (224) и отделяя мнимую часть от действительной, получаем следующие уравнения для определения v (или μ) и k ¹⁾:

$$2\mu^2 = \sqrt{1 + \frac{2\alpha + 1}{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} + 1, \quad (227)$$

$$2 \frac{c^2 k^2}{n^2} = \sqrt{1 + \frac{2\alpha + 1}{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} - 1. \quad (228)$$

1) Примечание 60.

134. Разбор этих формул, который в общем случае оказывается довольно сложным, можно значительно упростить, если сделать допущение, что β гораздо больше единицы.

Это оказывается в большинстве случаев верным, так как почти во всех телах поглощение в слое, толщина которого равна длине волны в воздухе, т. е. $\frac{2\pi c}{n}$, весьма мало даже для таких частот, для которых поглощение является наиболее сильным. В силу (226) амплитуда уменьшается в отношении

$$1 : e^{-\frac{2\pi ck}{n}},$$

когда пучок проходит расстояние $\frac{2\pi c}{n}$. Поэтому для тех тел, о которых идет речь,

$$\frac{ck}{n}$$

должно быть весьма малым числом. Если мы теперь будем рассматривать частоту, для которой $\alpha = 0$, (228) приобретает вид

$$2 \frac{c^2 k^2}{n^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{\beta^2}} - 1.$$

Если это должно быть весьма малой величиной, β должно быть большим числом.

Пользуясь этим обстоятельством, мы находим следующие приближенные уравнения ¹⁾:

$$\mu = 1 + \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad (229)$$

$$k = \frac{n}{2c} \cdot \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2}. \quad (230)$$

Для данного значения β дробь

$$\frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2}$$

¹⁾ Примечание 61.

достигает наибольшего значения $\frac{1}{\beta}$ при $\alpha = 0$. Для $\alpha = \pm \beta$ оно падает до половины своего максимального значения и для $\alpha = \pm \nu\beta$ равно $\frac{1}{(\nu^2 + 1)\beta}$. Если мы будем почитать под ν некоторое не слишком большое число, например, 3 или 6, можно сказать, что поглощение мало по сравнению с его максимальным значением для α , лежащих вне интервала от $-\nu\beta$ до $+\nu\beta$.

135. Мы последовательно наблюдаем эти различные случаи, если продвигаемся по спектру; при этом, несмотря на большую величину, которую мы приняли для β , переход от $-\nu\beta$ к $+\nu\beta$ может иметь место на протяжении очень узкого спектрального участка. Если мы предположим, что это так, можно принять множитель $\frac{n}{2c}$ в (230) и множитель n в (202) за величины постоянные. Кроме того, в силу (201), если n'_0 есть частота, для которой $\alpha = 0$, мы можем написать для любого другого значения α внутри рассматриваемого интервала:

$$\alpha = -2m'n'_0(n - n'_0). \quad (231)$$

Частоту, соответствующую $\alpha = 0$, я обозначил через n'_0 , так как ее значение

$$n'_0 = \sqrt{\frac{f' - a}{m'}}$$

отличается от частоты

$$n_0 = \sqrt{\frac{f'}{m'}}$$

спектральной линии изолированной молекулы, о которой мы говорили ранее. Мы можем считать эти две величины совпадающими только в том случае, когда можно пренебречь коэффициентом a .

Явления, которые система молекул вызывает в спектре проходящего через нее белого света, заключаются в следующем. Имеется полоса поглощения, в которой наиболее темное место соответствует

$$n = n'_0.$$

Распределение света симметрично по обе стороны этой точки. Так как у полосы нет резких краев, мы не можем приписать ей определенной ширины; мы можем, впрочем, сказать, что она расположена между точками, где $\alpha = -\nu\beta$ и $\alpha = \nu\beta$, причем ν есть сравнительно небольшое число. Измеряемая разностью частот «полуширина» может быть, как это легко видеть из (231), представлена выражением

$$\frac{\nu\beta}{2m'n_0}.$$

Мы можем еще сделать интересное замечание относительно интенсивности поглощения. Оказывается, что максимальное значение показателя поглощения равно

$$\frac{n}{2c\beta};$$

формулы (202), (199) и (207) показывают, таким образом, что максимум тем больше, чем меньше сопротивление или чем больше промежуток времени τ , в течение которого колебания электронов отстают невозмущенными. Этот результат, который на первый взгляд представляется странным, становится легко понятным, если мы примем во внимание, что колебания, которые возникают в частичке, можно сказать, благодаря резонансу с падающим светом, раньше или позже будут превращены в неправильное тепловое движение. Легко может случиться, что полное количество тепла, развиваемое в единицу времени, оказывается больше, когда колебательная энергия запасается в течение долгого промежутка времени и затем внезапно испытывает превращение, и, напротив, меньше в том случае, когда возмущения происходят через более короткие промежутки.

В другом смысле, однако, можно сказать, что поглощение увеличивается при увеличении сопротивления g или при уменьшении промежутка времени τ . Изменение такого рода не только увеличит ширину линии поглощения, оно повысит также общее поглощение, т. е. количество энергии (для всех длин волн), отнимаемое у падающего пучка ¹⁾.

¹⁾ Примечание 62.