

Н.А. КОЗЫРЕВ

## ТЕОРИЯ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗВЕЗД И ИСТОЧНИКИ ЗВЕЗДНОЙ ЭНЕРГИИ

### Часть II

Диаграмма Рессела–Гертцшпрунга, преобразованная к физическим условиям внутри звезд, показывает, что производительность энергии в звездах является однозначной функцией физических условий. Вместо линии пересечения поверхности тепловыделения и поверхности теплоотдачи получается заполнение звездами некоторой области в плоскости плотности и температуры. Поверхности сливаются, и это доказывает, что из двух условий существует только одно – условие теплоотдачи. Таким образом, выделение энергии звездами происходит не в результате реакций. Звезды – это машины, вырабатывающие радиацию. Наблюдаемое соотношение теплоотдачи, т.е. зависимость «масса–яркость–радиус», не может быть объяснено обычными физическими законами. Звезды существуют как раз в тех условиях, где классические законы нарушаются и становится возможным особый механизм выделения энергии. Эти условия определяются основным направлением и лежащей на нем основной точкой. Физические координаты основной точки найдены при помощи наблюдательных данных. Эти постоянные должны входить в теорию внутреннего строения звезд, адекватную наблюдениям. Подробно показана несостоятельность объяснения звездной энергии ядерными реакциями и соответствующих расчетов процентного содержания в звездах водорода и гелия. Рассмотрены особенности некоторых последовательностей диаграммы Рессела–Гертцшпрунга, имеющие теоретический интерес.

### ГЛАВА I

#### ДИАГРАММА РЕССЕЛА—ГЕРТЦШПРУНГА И ПРИРОДА ЗВЕЗДНОЙ ЭНЕРГИИ

##### §1. ОБЪЯСНЕНИЕ ДИАГРАММЫ ТЕОРИЕЙ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗВЕЗД

Диаграмма Рессела–Гертцшпрунга связывает абсолютную яркость звезды  $L$  со спектральным типом или с эффективной температурой звезды  $T_{\text{ef}}$ . С точки зрения теории внутреннего строения звезд вместо эффективной температуры удобнее пользоваться радиусом  $R$ , который получается при помощи  $L$  и  $T_{\text{ef}}$  по закону Стефана–Больцмана

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4, \quad \sigma = \frac{1}{4} \alpha c,$$

где  $c$  – скорость света и  $\alpha$  – постоянная плотности лучистой энергии. Таким образом, диаграмма Рессела–Гертцшпрунга равносильна зависимости  $L(R)$  или  $M(R)$ , если воспользоваться соотношением «масса–яркость». Благодаря существованию ряда последовательностей звезд: главной, гигантов, карликов и т.п., эти зависимости не однозначны и выражены не четко. В настоящем параграфе мы покажем, что для большинства звезд зависимости  $L(R)$  или  $M(R)$  самым тесным образом связаны с характером выделения звездной энергии. Сущность зависимости  $L(R)$  станет ясна, если перейти от наблюдаемых характеристик звезд: массы  $M$ , яркости  $L$  и радиуса  $R$  – к параметрам, определяющим физические условия внутри звезд. Вопрос о методе таких расчетов и их точности подробно рассматривался в первой части настоящей работы [1]. Полезно будет воспроизвести сущность этих расчетов элементарным образом.

Прежде всего получается средняя плотность звезды

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}. \quad (1.1)$$

Далее из условия механического равновесия легко находим некоторое среднее давление. Это давление должно уравнивать столб с основанием в один квадратный сантиметр и длиной порядка  $R$ :  $p \approx gR$ . Так как  $g \approx GM/R^2$ , то

$$p \approx \frac{3G}{4\pi} \frac{M^2}{R^4}. \quad (1.2)$$

Что касается температуры, то ее естественно вычислять по потоку выходящей из звезды энергии  $F_R$ :

$$F_R = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (1.3)$$

поскольку поток всегда связан с перепадом температур. Зная характер энергетического транспорта и пользуясь выражениями (1.1) или (1.2), получим

$$T = f(L, M, R). \quad (1.4)$$

Например, при лучевом транспорте ((1.16), ч.1)

$$F_R = -\frac{c}{\kappa\rho} \frac{dB}{dr}, \quad (1.5)$$

где  $\kappa$  – коэффициент поглощения на единицу массы и  $B$  – лучевое давление:

$$B = \frac{1}{3} \alpha T^4. \quad (1.6)$$

Лучевым давлением  $B$  будет часто удобно пользоваться вместо температуры. По формуле (1.5) приближенно можно писать

$$B \approx \frac{\kappa F_R}{c} \rho R,$$

откуда при помощи (1.1) и (1.3) находим

$$B \approx \frac{3LM}{(4\pi)^2 c R^4} \kappa. \quad (1.4a)$$

При известной зависимости  $\kappa$  от  $B$  и  $\rho$  формула (1.4a) полностью приводит к выражению (1.4). Итак, выражения (1.1), (1.2) и (1.4a) позволяют вычислить для любых звезд некоторые средние значения плотности, давления и температуры. Точные значения физических параметров для какой-нибудь точки в звезде, например в центре, могут быть получены умножением этих же выражений на некоторые безразмерные «структурные» множители. Структурные коэффициенты были подробно изучены в первой части настоящей работы как математически, посредством решения безразмерных дифференциальных уравнений механического и лучевого равновесий, так и эмпирически – анализом динамических свойств некоторых звезд.

Значения  $\rho$ ,  $p$  и  $T$ , вычисляемые по формулам (1.1), (1.2) и (1.4), должны быть связаны между собой уравнением фазового состояния материи. Следовательно, получается первая связь

$$F_1(L, M, R) = 0, \quad (1.7)$$

практически не зависящая от характера выделения энергии в звездах.

Например, для звезды, построенной из идеального газа,

$$p = \frac{\mathcal{R}T}{\mu} \rho.$$

Деля выражение (1.2) на выражение (1.1), находим

$$T \approx \frac{G}{\mathfrak{R}} \mu \frac{M}{R}; \quad B \approx \frac{\alpha G^4}{3\mathfrak{R}^4} \mu^4 \frac{M^4}{R^4} \quad (1.8)$$

и

$$\gamma = \frac{B}{p} \approx M^2 \mu^4. \quad (1.9)$$

Сравнивая выражение (1.8) с формулой (1.4а), справедливой при лучевом транспорте энергии, получим зависимость (1.7) в явном виде

$$L \approx M^3 \frac{\mu^4}{\kappa}. \quad (1.7а)$$

В качестве другого примера рассмотрим звезду, состоящую из вырожденного газа

$$p \approx \rho^{5/3}.$$

Тогда из формул (1.1) и (1.2) следует

$$RM^{1/3} = \text{const}. \quad (1.7б)$$

Таким образом, здесь сразу получается зависимость типа (1.7), из которой выпало  $L$ .

В формулу (1.7а), справедливую для идеального газа,  $R$  может войти только через  $\kappa$ . Поэтому эта формула представляет собой соотношение «масса–яркость», которое приблизительно согласуется с наблюдениями ( $L \sim M^3$ ) в предположении  $\mu^4/\kappa = \text{const} = 0,08$ . Приведенные расчеты справедливы при малом лучевом давлении:  $\gamma < 1$ . Как видно из формулы (1.9), для достаточно массивных звезд  $\gamma$  может стать больше единицы. Тогда формула (1.2) будет определять не газовое давление, а лучевое:

$$B \approx \frac{M^2}{R^4}.$$

Сравнивая теперь это выражение с формулой (1.4а), находим

$$L \approx \frac{M}{\kappa} \quad (1.7в)$$

У сверхгигантов с известными  $L$  и  $M$  мы не наблюдаем таких громадных вариаций  $M$ , которые вытекают из этой формулы. Поэтому в главе 2, ч. I, мы пришли к заключению, что для  $M \leq 100M_{\odot}$   $\gamma \leq 1$ , откуда по формуле типа (1.9) получается  $\mu = 1/2$ . Следовательно,  $\kappa = 0,8 \approx$  коэффициенту томсоновского рассеяния. Весьма интересно, что лучевое давление, по-видимому, накладывает предел существованию больших звездных масс, хотя такой предел и не следует из рассмотрения возможностей равновесия звезд.

До сих пор мы не пользовались условием теплового равновесия звезды, которое требует равенства теплопроизводительности и теплоотдачи. Средняя теплопроизводительность одного грамма материи звезды может, следовательно, вычисляться по формуле

$$\varepsilon = L/M. \quad (1.10)$$

С другой стороны, если производительность энергии определяется некоторыми реакциями, то  $\varepsilon$  будет функцией  $\rho$  и  $T$ , характер которой зависит от кинетики данной реакции. Таким образом, формулы (1.10), (1.1), (1.4) и уравнение реакции требуют существования второй зависимости

$$F_2(L, M, R) = 0, \quad (1.11)$$

которая целиком определяется типом выделения звездной энергии. Для идеального газа  $R$  из первой зависимости  $F_1 = 0$  выпадало; поэтому (1.11) преобразуется в соотношение  $L(R)$  или  $M(R)$ , зависящее непосредственно от характера источников звездной энергии.

Для вырожденного газа картина получается обратной. Как мы видели, в этом случае соотношение  $M(R)$  не зависит от источников энергии, связь же между массой и яркостью получается из уравнения (1.11).

## §2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДИАГРАММЫ РЕССЕЛА–ГЕРТЦШПРУНГА К ФИЗИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ ЗВЕЗД

Наша задача заключается в выяснении тех процессов, которые происходят в звездах и приводят к образованию энергии. Для ее решения мы должны знать физические условия внутри звезд, т.е. должны от наблюдаемых характеристик  $L$ ,  $M$  и  $R$  перейти к физическим параметрам.

Будем обозначать штрихом сверху величины, выраженные в долях их значений для Солнца. Допуская, что все звезды имеют одинаковые структуры, можно совершенно строго по формулам (1.1), (1.2), (1.10) вычислить следующие центральные характеристики звезд:

$$\bar{p}_c = \bar{M}^2/\bar{R}^4; \quad \bar{\rho}_c = \bar{M}/\bar{R}^3; \quad \bar{\varepsilon}_c = \bar{L}/\bar{M}. \quad (1.12)$$

Даже при различных звездных структурах маловероятно, чтобы эти формулы могли привести к принципиально искаженным результатам. Как выяснилось в предыдущем параграфе, для вычисления температуры или лучевого давления существуют два пути, однако каждый из них связан с определенными гипотезами. Во-первых, лучевое давление может быть вычислено через поток энергии, т.е. через  $\varepsilon$  по формуле (1.4а). Точное выражение этого соотношения [см. ч.I (1.27)] имеет следующий вид:

$$B_c = \frac{\varepsilon_c \kappa_c}{4\pi G c \lambda} p_c, \quad (1.13)$$

где  $\lambda$  – параметр системы безразмерных уравнений равновесия, численное значение которого порядка единицы. Во-вторых, лучевое давление может быть вычислено в случае идеального газа из формул (1.12) непосредственно:

$$\bar{B}_c \bar{\mu}^{-4} = (\bar{p}_c/\bar{\rho}_c)^4 = \bar{M}^4/\bar{R}^4. \quad (1.14)$$

Формулы (1.13) и (1.14) должны приводить к одному результату. Напомним, что из этого требования и вытекает соотношение «масса–яркость». Гипотеза идеального газа для всех звезд, за исключением белых карликов, кажется столь обоснованной, что совершенно естественно пользоваться для расчета температуры или лучевого давления простой формулой (1.14). Действительно, как было указано еще Эддингтоном [2], при температурах в несколько миллионов градусов атомы даже тяжелых элементов будут из-за ионизации занимать столь малые объемы (порядка одной миллионной нормальных размеров), что поправки Ван-дер-Ваальса будут малы и при плотностях, намного превышающих единицу. Однако в плазме могут оказаться существенными электростатические взаимодействия между частицами, которые приведут к отрицательному давлению, сообщаемому газу свойства «сверхидеального газа». Приближенная теория этих явлений для сильных электролитов была разработана Дебаем и Хюккелем и применена к звездному газу Эддингтоном и Росселландом. Эти авторы пришли к согласному результату о том, что электрическое давление не может оказывать существенного влияния на внутреннее строение звезды. Не вдаваясь в подробности этой сложной теории, можно сразу показать, что электрическое давление не существенно для звезд, построенных из водорода. Сравним для этого кинетическую энергию частиц с энергией кулоновского взаимодействия:

$$kT > z^2 e^2/r.$$

При соблюдении этого неравенства газ будет идеальным. Возводя в куб, получаем

$$(kT)^3/n = (kT)^4/p > z^6 e^6,$$

где  $n$  – число частиц в единице объема. Так как лучевое давление  $B$  выражается формулой

$$B = \frac{\pi^2}{45} \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3}, \quad (1.6a)$$

то можно сказать, что газ будет идеальным при условии, когда отношение лучевого давления к газовому

$$\gamma > \frac{\pi^2 z^6}{45} \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^3.$$

Это отношение по формуле (1.9) определяется массой звезды. Так как  $\gamma = 1$  при  $\bar{M} = 100$ , то  $\gamma^{1/2} \approx \bar{M}/100$ . Итак, для идеального газа получается условие, зависящее только от массы звезды:

$$100M_{\odot} > M > \frac{100\pi}{\sqrt{45}} z^3 \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^{3/2} M_{\odot}. \quad (1.15)$$

Для водорода или один раз ионизованных элементов  $z = 1$ . Постоянная тонкой структуры в степени  $3/2$  – порядка  $(1/2) \cdot 10^{-3}$ . Следовательно, в водородной звезде электрическое давление может играть роль только при массах, меньших одной-двух сотых массы Солнца.

Поразительно, что из возможных состояний материи в звездах осуществляются как раз те состояния, которые с теоретической точки зрения кажутся наиболее простыми.

Для каждой звезды, зная  $\bar{M}$  и  $\bar{R}$ , мы можем теперь по формулам (1.12) и (1.14) вычислить  $\bar{\rho}_c$  и  $\bar{T}_c$  в предположении одинакового молекулярного веса для всех звезд ( $\bar{\mu} = 1$ ). Диапазон, в котором заключены параметры физического состояния материи различных звезд, очень велик:  $10^{-8} < \bar{\rho}_c < 10^6$ ;  $10^{-2} < \bar{T}_c < 10^2$ ;  $10^{-3} < \bar{\epsilon}_c < 10^4$ . Поэтому для графического представления приходится пользоваться логарифмическим масштабом. Будем откладывать по оси абсцисс  $\lg \bar{\rho}_c$ , а по оси ординат для однородности масштабов  $4 \lg \bar{T}_c$ , т.е.  $\lg \bar{B}_c$ . Если существует закон образования энергии типа  $\epsilon_c = \varphi(\rho_c, T_c)$ , то, откладывая  $\lg \bar{\epsilon}_c$  по оси аппликат, мы получим некоторую поверхность. С другой стороны, условие равновесия требует выполнения формулы (1.13). Поэтому конфигурации равновесия будут возможны только по линии пересечения этих двух поверхностей. Следовательно, в плоскости  $\lg \bar{\rho}_c$ ,  $\lg \bar{B}_c$  звезды должны расположиться по некоторой кривой, являющейся преобразованием зависимости  $M(R)$  к физическим характеристикам звезд. На этой кривой можно разметить значения отрезков аппликат, т.е. значения  $\lg \bar{\epsilon}_c$ .

### §3. КРИВАЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Уравнение выделения энергии при термонуклеарных реакциях имеет следующий вид:

$$\epsilon = A \rho \tau^2 e^{-\tau}; \quad \tau = \frac{a}{T_M^{1/3}}, \quad (1.16)$$

где через  $T_M$  обозначается температура, выраженная в миллионах градусов. Например, для протон-протонной реакции постоянные имеют следующие значения:

$$a = 33,8; \quad A = 4 \cdot 10^3. \quad (1.17)$$

Чтобы найти интересующую нас кривую зависимости  $\rho_c$  от  $B_c$ , по которой при ядерных источниках энергии должны расположиться звезды, исключим  $\epsilon_c$  из этой формулы при помощи условия (1.13):

$$\lambda 4\pi G c B_c = A \kappa_c \rho_c \tau_c^2 e^{-\tau_c}. \quad (1.18)$$

Как показывает экспоненциальный множитель формулы (1.16),  $\varepsilon$  весьма чувствительно к изменениям температуры. Поэтому внутри таких звезд должно существовать ядро свободной конвекции, как это было подробно разобрано в §8 гл.2, ч.I. В этом же параграфе было показано что для звезд с конвективным ядром параметр  $\lambda$  не вычисляется отдельно: совместность уравнений равновесия определяет лишь произведение  $\lambda L_{x_0}$ , где  $L_{x_0}$  – безразмерная яркость:

$$L_{x_0} = \int_0^{x_0} \varepsilon_1 \rho_1 x^2 dx. \quad (1.19)$$

В этом выражении  $x_0$  обозначает безразмерный радиус (см. гл.1, ч.I). Значки при функциях обозначают, что эти функции выражены в долях их значений в центре. В нашем случае

$$L_{x_0} = \int_0^{x_0} \rho_1^2 \tau_1^2 e^{-(\tau_1 - \tau_c) x^2} dx.$$

Так как этот интеграл распространен на конвективную зону, в которой  $\rho_1 = T_1^{3/2}$ , то

$$L_{x_0}(\tau_c) = \int_0^{x_0} T_1^{7/3} x^2 e^{-\tau_c \left[ \frac{1}{T_1^{1/3}} - 1 \right]} dx. \quad (1.20)$$

Интеграл  $L_{x_0}(\tau_c)$  может быть легко вычислен численно, пользуясь решением Эмдена  $T_1(x)$  для политропы класса 3/2. Вычисления показывают, что значения этого интеграла при разных  $\tau_c$  практически мало отличаются от единицы. Например,

$$L_{x_0}(33,8) = 0,67; \quad L_{x_0}(7,3) = 1,15.$$

В случае протон-протонной реакции (см. (1.17)) первое значение  $L_{x_0}$  отвечает температуре в центре, равной одному миллиону градусов, а второе – ста миллионам. Принимая  $L_{x_0} \approx 1$ , из табл.3 (ч.I) находим, что для звезд с постоянным коэффициентом поглощения  $\lambda \approx 3$ .

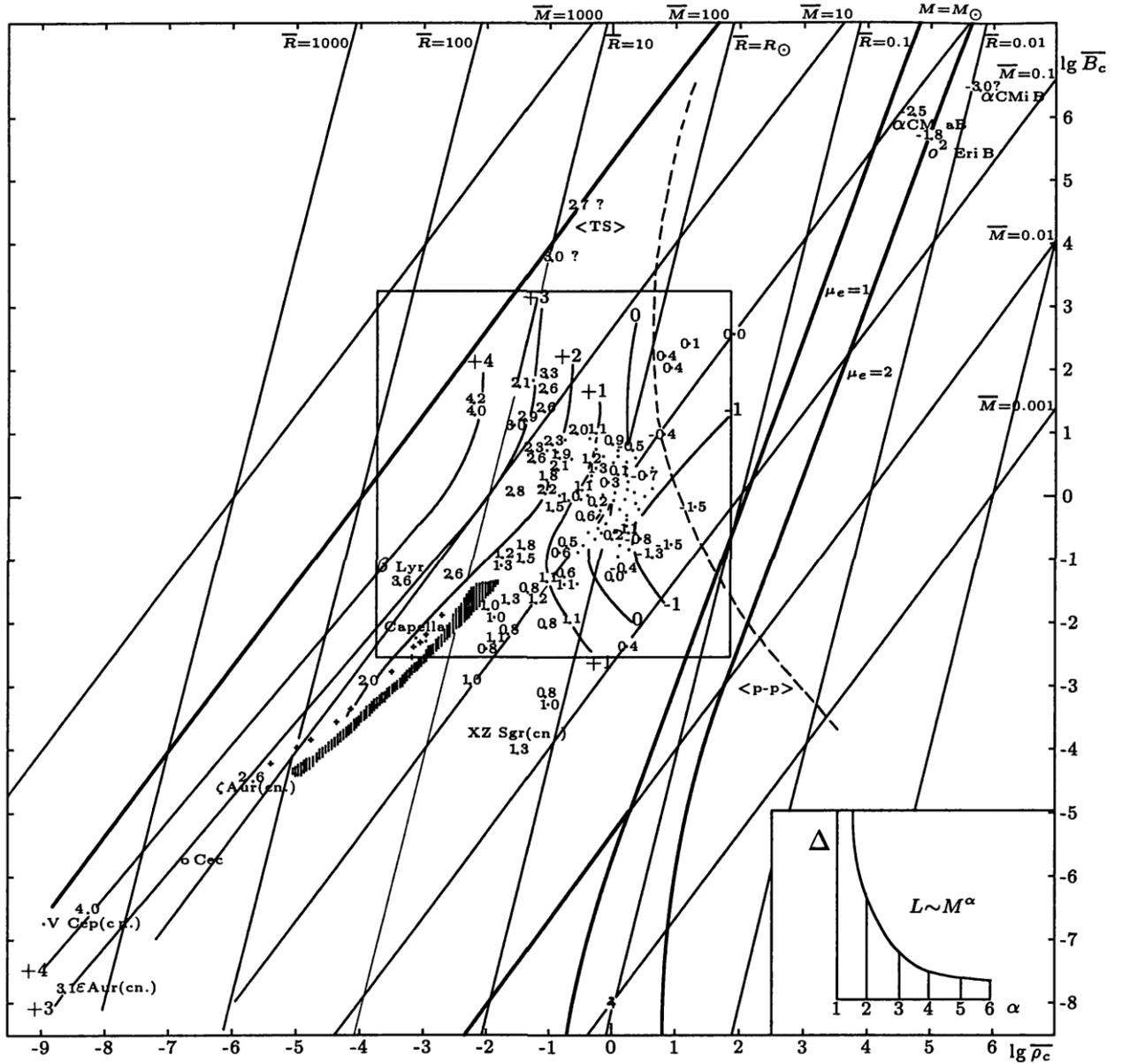
В первой части настоящей работы было подробно обосновано, что средний молекулярный вес в звездах равен 1/2 и что звезды имеют структуры, близкие к политропе класса 3/2. При таких условиях для Солнца получается температура порядка  $6 \cdot 10^6$  градусов. Поэтому углеродно-азотный цикл Бете как источник звездной энергии маловероятен, и мы в качестве примера ядерных реакций рассмотрим только протон-протонную реакцию. Пользуясь значениями постоянных (1.17), из формулы (1.18) получаем

$$\lg_{10} \rho_c = +0,217\tau_c - 5,5\lg_{10}\tau_c + 5,26 - \frac{1}{2}\lg_{10} \frac{\kappa_c}{\mu}. \quad (1.21)$$

При постоянном  $\kappa_c/\mu$  из этой формулы видно, что  $\rho_c$  имеет очень пологий минимум в зависимости от температуры, когда  $\tau_c = 11$ , что соответствует  $T_c \approx 30 \cdot 10^6$  град. Для чисто водородной звезды с томсоновским коэффициентом поглощения последний член формулы (1.21) равен нулю и минимальное значение  $\rho_c = 100$ . Следовательно, на диаграмме  $\rho_c, V_c$  звезды должны располагаться около этой точки почти на прямой:  $\rho_c \approx 100$ . В грубом приближении звезды главной последовательности удовлетворяют этим требованиям. Поэтому может казаться, что механизм выделения энергии ядерными реакциями объясняет свечение большинства звезд. Однако эта иллюзия совершенно исчезает при переходе к практическому расчету диаграммы ( $\lg \bar{\rho}_c, \lg \bar{V}_c$ ) по имеющемуся материалу звездной астрономии.

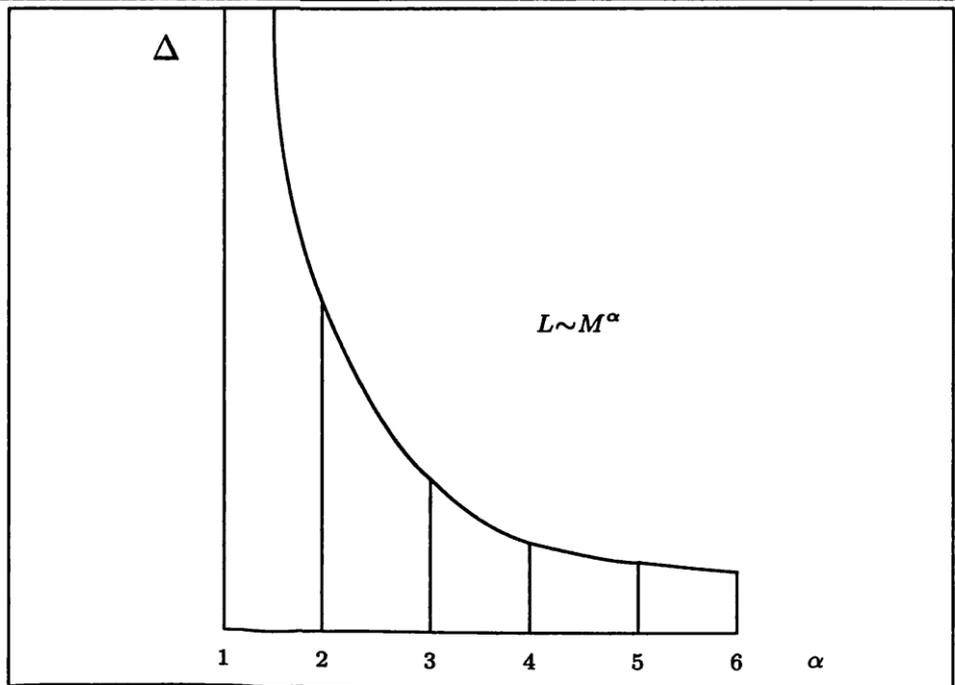
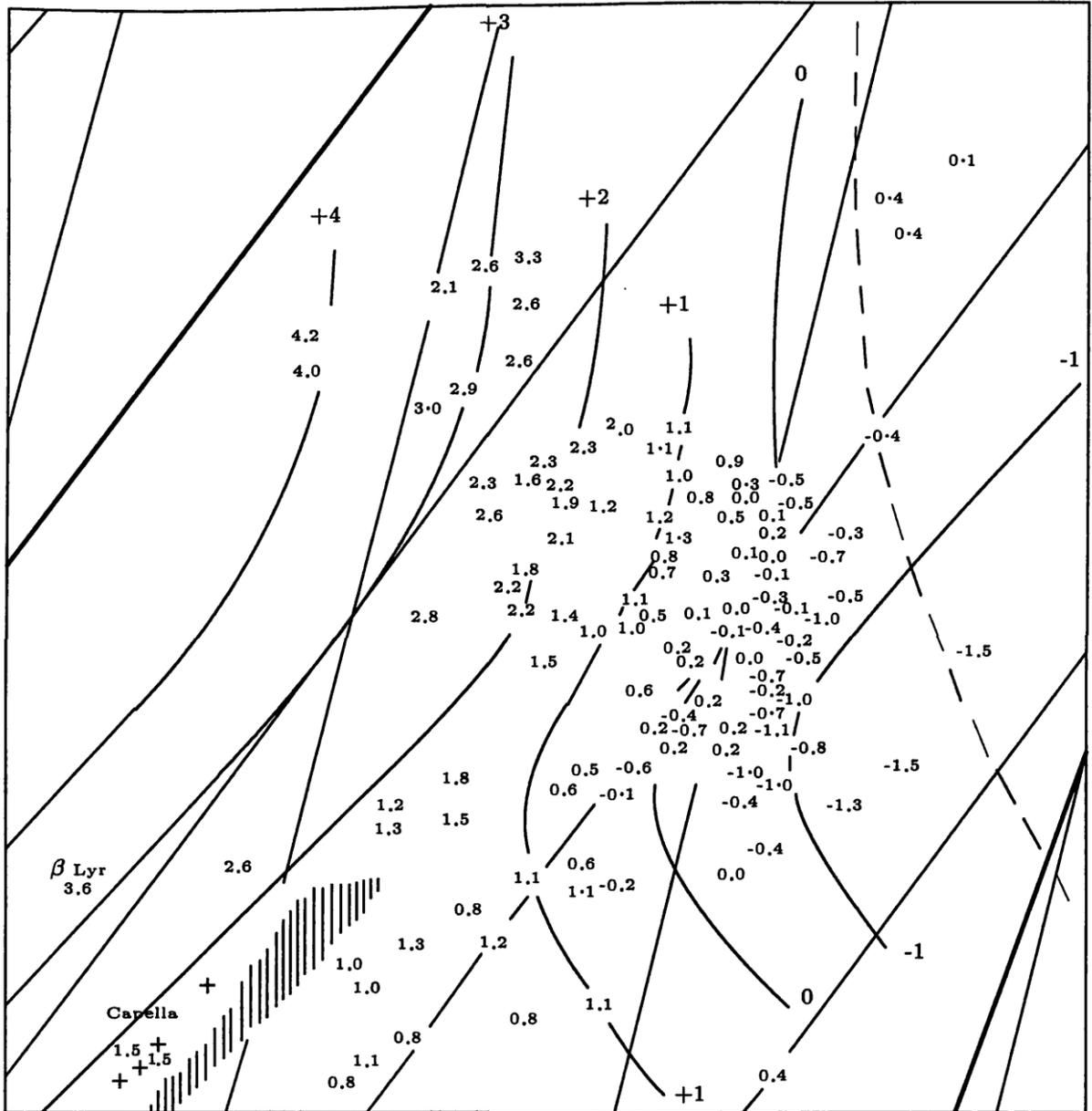
#### §4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗВЕЗД НА ДИАГРАММЕ ФИЗИЧЕСКИХ УСЛОВИИ

В настоящее время приблизительно для двухсот звезд известны все три параметра: масса, абсолютная болометрическая величина и спектральный тип. При наших исследованиях мы должны пользоваться только независимыми определениями этих величин. Поэтому нельзя пользоваться абсолютными величинами, найденными методом спектроскопических параллаксов, поскольку этот метод в принципе основывается на зависимости «масса–яркость».



**Фиг.1.** Производительность энергии и распределение звезд в зависимости от внутренних физических условий.

Ось абсцисс –  $\lg_{10}$  плотности материи, ось ординат –  $\lg_{10}$  плотности лучистой энергии. (Диаграмма состоит из трех частей.)



Для звезд главной последовательности мы использовали опубликованную Ломаном [3] в 1948г. сводку этих данных по работам П.П. Паренаго и Койпера. По затменным переменным – сводки Д.Я. Мартынова [4], Гапошкина [5] и некоторые другие данные. Наконец, особо интересные данные, касающиеся сверхгигантов, субкарликов и субгигантов, были взяты из работ П.П. Паренаго [6], Койпера [7] и Струве [8]. Ряд важных сведений о массах субкарликов был лично сообщен профессором П.П. Паренаго, которому автор глупо признателен за эту помощь и за критическую дискуссию разбираемых материалов. В результате было использовано около ста пятидесяти звезд.

Абсолютные болометрические величины были получены упомянутыми авторами при помощи тригонометрических параллаксов и болометрических поправок, найденных эмпирически (Петтит и Никольсон, Койпер). Для перехода от спектрального типа к эффективным температурам мы пользовались температурной шкалой Койпера, после чего радиус звезды вычислялся по формуле

$$5\lg\bar{R} = +4,62 - m_b - 10\lg\bar{T}_{ef}, \quad (1.22)$$

где  $m_b$  – болометрическая величина звезды. Далее при помощи формул (1.12) и (1.14) были вычислены для каждой звезды:  $\lg\bar{\rho}_c$ ,  $\lg\bar{B}_c$  и  $\lg\bar{\epsilon}_c$ . Результаты этих вычислений представлены на прилагаемой диаграмме (фиг. 1), на которой по оси абсцисс отложены  $\lg\bar{\rho}_c$ , а по оси ординат –  $\lg\bar{B}_c$ , т.е. логарифмы плотности лучистой энергии. Каждая звезда изображается точкой, заменяющей запятую в написанном значении  $\lg\bar{\epsilon}_c$ , т.е. логарифм производительности энергии одним граммом в секунду по отношению к производительности энергии грамма Солнца. На этой диаграмме для удобства ориентации построена сетка линий постоянных масс и постоянных радиусов. Жирные линии слева и справа ограничивают область, в которой с теоретической точки зрения должен выполняться закон идеальных газов; в этой области как раз и располагаются звезды. Линия слева ограничивает область существенных лучевых давлений ( $\gamma = 1$ ). Прямая линия внизу (справа) – область больших электрических давлений; она построена согласно формуле (1.15) для водорода. Эта линия приводит к границам вырождения газа, вычисленным для водорода и для случая тяжелых элементов. Обозначим через  $n_e$  число свободных электронов в кубическом сантиметре. Вводя  $\mu_e$  – молекулярный вес, рассчитанный на один электрон,

$$\rho = \mu_e m_H n_e,$$

можно условие вырождения Зоммерфельда

$$\frac{n_e h^3}{2} \frac{1}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} > 1 \quad (1.23)$$

переписать в следующем виде:

$$\rho > \mu_e T^{3/2} \cdot 10^{-8}. \quad (1.24)$$

Переходя в этой формуле к переменным  $p$  и  $\rho$ , получим уравнение границы вырождения

$$p = k \mu_e^{5/3} \rho^{-5/3},$$

$$\bar{p} = k \frac{\rho_{\odot}^{5/3}}{p_{\odot}} \rho^{-5/3} \mu_e^{-5/3}, \quad (1.25)$$

которое практически совпадает с уравнением состояния газа Ферми

$$k \approx k_H = 9,89 \cdot 10^{12}.$$

Мы будем пользоваться для Солнца значениями, найденными в первой части настоящей работы (3.34):

$$\rho_c = 9,2; \quad p_c = 9,5 \cdot 10^{15};$$

$$\gamma_c = 0,4 \cdot 10^{-3}; \quad B_c = 3,8 \cdot 10^{12}; \quad (1.26)$$

$$T = 6,3 \cdot 10^6,$$

Тогда:

$$\bar{\rho} = 4 \cdot 10^{-2} \rho^{-5/3} \mu^{-5/3}.$$

Изображенные на фигуре границы построены для:  $\mu_e = 1$  и  $\mu_e = 2$ . Вместе с тем это линии, по которым должны располагаться звезды, построенные из вырожденного газа, т.е. линия зависимости «масса–радиус» Чандрасекара. При этом, разумеется, ось ординат имеет смысл как ось  $\lg(\bar{\rho}/\rho)^4$ , превращающаяся только для идеального газа в ось логарифмов плотности лучистой энергии. В этом же смысле на эту диаграмму нанесены белые карлики и из планет – Юпитер. При малых давлениях, вблизи границы больших электрических взаимодействий, линии вырождения изгибаются и переходят в линии постоянной плотности, что связано с уменьшением ионизации давлением и образованием нормальных атомов. Эти кривые построены согласно теории Котари [9] «ионизации давлением». Здесь видно одно из замечательных следствий теории Котари, что максимальный радиус, который может иметь холодное тело, порядка радиуса Юпитера.

Наконец, на этой же диаграмме изображена кривая, по которой должны располагаться звезды в случае протон-протонной реакции. Эта кривая построена согласно формуле (1.21), причем для Солнца использованы приведенные выше значения  $\rho_c$  и  $T_c$  (1.26).

Написанные у каждой звезды значения  $\lg \bar{\epsilon}_c$  позволяют построить систему «изоэрг» – линий одинаковой производительности энергии. На диаграмме эти линии проведены через интервал, соответствующий десятикратному изменению  $\bar{\epsilon}_c$ . Если для звезд существует соотношение «масса–яркость», в которое не входит радиус, то  $\bar{\epsilon}_c$  должно быть также функцией только массы. Следовательно, изоэрги должны быть параллельны линиям постоянных масс. Допустим, что соотношение «масса–яркость» имеет вид

$$L \sim M^\alpha, \quad (1.27)$$

тогда интервал между соседними изоэргами должен уменьшаться с увеличением  $\alpha$  так, как это представлено масштабом в третьей части диаграммы. Мы видим, что реальная картина совершенно не соответствует формуле (1.27). Только для гигантов и в центральной части главной последовательности (центр диаграммы) изоэрги идут приблизительно параллельно линиям постоянных масс с интервалом, соответствующим  $\alpha = 3,8$ . В остальных линиях постоянных  $\bar{\epsilon}_c$  удивительно симметрично изгибаются, особенно в области субгигантов (нижняя часть чертежа) и в области горячих субкарликов (верх чертежа справа). Как видно из следующих соображений, эти искривления вполне реальны. В центральном сгущении звезд, соответствующем главной последовательности, уже намечаются две противоположные тенденции искривления. Здесь имеется большой материал, и изоэрги проводятся вполне уверенно. Эти искривления в точности соответствуют нарушениям зависимости «масса–яркость» для звезд главной последовательности, обнаруженные Ломаном в цитированной выше работе. Замечательно, что, усиливая эту тенденцию книзу, мы получим для субгигантов – спутников Алголей – наблюдаемые аномально большие яркости – обстоятельство, рассмотренное Струве [8]. Например, для спутника XZ Sagittarii согласно Струве яркость в десять тысяч раз превосходит яркость, вычисляемую по обычной зависимости «масса–яркость». Получаются также обнаруженные П.П. Паренаго [6] аномально большие яркости субкарликов малых масс. Увеличение противоположной тенденции вверх подтверждается пониженными светимостями особо горячих звезд и ведет далее к звездам Трюмплера. Реальность масс звезд Трюмплера, определенных только по красному смещению Эйнштейна, вызывает сомнения. Поэтому на диаграмме помещены только две из этих звезд умеренной массы. В области субгигантов и субкарликов больших и малых масс  $\epsilon$  почти постоянно и не зависит от массы. Лишь для всех звезд в среднем

чрезвычайно грубым приближением получается результат, использованный в первой части настоящей работы:  $L \sim M^3$ .

Итак, первый вывод, который можно сделать из рассмотрения диаграммы, заключается в том, что отклонения от зависимости «масса–яркость» реальны и не могут быть отнесены за счет систематических неточностей материала. Возможность надежного проведения линий постоянных  $\bar{\epsilon}_c$  сама по себе замечательна: она показывает, что по крайней мере в первом приближении  $\epsilon$  есть однозначная функция  $\rho$  и  $B$ . Следовательно, и  $L$  есть однозначная функция  $M$  и  $R$ . Сомнения вызывает лишь область, расположенная внизу, слева от центра диаграммы, где получается некоторое несоответствие значений  $L$  у субкарликов типа F–G и нормальных карликов типа M. Скорее всего, это несоответствие только кажущееся, вызванное неточностью оценок масс и радиусов субкарликов.

В целом участке плоскости  $\rho, B$  наша диаграмма воспроизводит в горизонталях поверхность  $\epsilon(\rho, B)$ . Получилось значительно больше того, на что можно было рассчитывать теоретически; мы должны были получить не поверхность, а только одно из сечений этой поверхности. Особенно это заметно в центральной части диаграммы, где расположены звезды главной последовательности. По сути дела здесь нет никакой последовательности; звезды совершенно не обнаруживают тенденции располагаться на какой-либо кривой. Таким образом, из двух уравнений, определяющих  $\epsilon$ , на самом деле существует только одно. Получается следующий, весьма ответственный вывод: теплопроизводительность звезды определяется только теплоотдачей. Таким образом, механизм выделения энергии звездами не типа реакций, а типа выделения энергии при остывании или освобождении гравитационной энергии при сжатии. Действительно, при остывании и сжатии количество выделяемой энергии определяется скоростью процесса; скорость же регулируется теплоотдачей. Из-за неприемлемо коротких сроков остывания механизм Гельмгольца–Кельвина, разумеется, только пример. Но явления в звездах должны быть того же типа саморегулирования. В отличие от реакций такой процесс выделения энергии может быть назван машиной. Однако надо иметь в виду, что, несмотря на многообразие осуществляемых конфигураций, заполнение звездами плоскости  $\rho, B$  имеет существенные ограничения. Наблюдаемое распределение можно описать следующим образом.

Во-первых, существует одно основное направление, около которого группируются звезды в громадном диапазоне состояний, – это последовательность гигантов, середина главной последовательности, субкарлики типа A и белые карлики. Для того чтобы подчеркнуть существенность этого направления, на диаграмму нанесена штрихованной полоской главная масса нормальных гигантов, положение которых найдено при помощи изображенных на фигуре изоэрг. Отмеченное основное направление удивительно точно идет под углом  $45^\circ$ . Следовательно, звезды группируются по линии, определяемой уравнением

$$B \sim \rho \mu^4. \quad (1.28)$$

Так как этому направлению удовлетворяют звезды, состоящие, возможно, из вырожденно-го газа, то строгой формулировкой будет условие

$$p \sim \rho^{5/4}. \quad (1.28a)$$

Во-вторых, на основном направлении (1-28) существует точка – центр главной последовательности, вокруг которой звезды разбросаны на большие расстояния, чем обычно, и здесь их особенно много.

Таким образом, должны существовать две универсальные константы, от которых зависит поведение материи в звездах: 1) коэффициент уравнения (1.28) и 2) одна из координат основной точки, поскольку вторая координата определяется тем же уравнением (1.28). С этими же константами связана отмеченная выше симметрия поверхности  $\epsilon$ .

Заканчивая общее описание диаграммы, заметим, что эта диаграмма может иметь и практическое значение для оценок массы звезд по яркости и спектральному типу. Дейст-

вительно, вычислив радиус звезды, можно, передвигаясь по соответствующей линии  $R = \text{const}$ , найти точку, для которой  $\lg \bar{\epsilon}_c + \lg M$  дает наблюдаемое значение  $\lg \bar{L}$ .

### **§5. НЕСОСТОЯТЕЛЬНОСТЬ ОБЪЯСНЕНИЯ ЗВЕЗДНОЙ ЭНЕРГИИ ТЕРМОНУКЛЕАРНЫМИ РЕАКЦИЯМИ БЕТЕ**

Может казаться, что существование отмеченного выше основного направления, по которому располагаются звезды, говорит в пользу механизма выделения энергии типа реакций. На самом же деле уравнение этого направления (1.28) противоречит кинетике любой возможной реакции. Действительно, уравнение (1.28) может вытекать из условия (1.13) в случае

$$\epsilon \sim \frac{1}{T} \quad \text{при } \rho \sim T^4, \quad (1.29)$$

т.е. когда при понижении температуры или при понижении плотности увеличивается выход энергии. Не только ход  $\epsilon$  (1.29), но и численное значение  $\epsilon \approx 10^3 - 10^4$  у гигантов и сверхгигантов при низких температурах этих звезд (порядка сотен тысяч градусов) не может быть, как хорошо известно, объяснено ядерными реакциями. Поэтому возможность ядерных реакций сразу же ограничивается областью главной последовательности звезд.

Изображенная на диаграмме кривая протон-протонной реакции не проходит через область главной последовательности. Чтобы сдвинуть эту кривую, придется или изменить постоянную  $A$  уравнения реакции (1.16), или изменить принятые нами физические характеристики центра Солнца (1.26). Из уравнения (1.18) видно, что сдвиг кривой реакции вдоль оси плотностей равен корню квадратному из изменения постоянной  $A$ . Следовательно, согласовать протон-протонную реакцию с главной последовательностью звезд можно, принимая  $A = 10^5, 10^6$  вместо  $4 \cdot 10^3$ . Столь большая неточность в теоретической оценке постоянной реакции  $A$  кажется едва ли допустимой. Поэтому остается отказаться от принятых нами центральных характеристик Солнца и, следовательно, игнорировать, всю аргументацию первой части работы в пользу водородного состава звезд и перечисленные там наблюдательные данные, показывающие малую степень концентрации материи в звездах. Тогда для звезд главной последовательности можно получить температуры около 20 миллионов градусов, при которых будет идти не только протон-протонная реакция, но и углеродно-азотный цикл Бете.

В настоящее время все теоретические исследования по внутреннему строению звезд следуют этому пути. Единственный довод, который приводится в пользу большой концентрации материи в звездах, — это медленные движения линий апсид тесных звездных пар. Однако сводка движений линий апсид, опубликованная Лейтенем, Струве и Морганом [10], показывает полное отсутствие корреляции между скоростью этого движения и отношением радиуса звезды к полуоси орбиты. Между тем эта корреляция должна быть обязательно, если движение апсид связано с деформацией фигур тела. Поэтому можно вполне согласиться с заключением упомянутых авторов, что не существует теории, удовлетворительно объясняющей наблюдаемые движения апсид. Допустим все же, что кривая ядерных реакций может пройти через область главной последовательности. Тогда остается еще объяснить, почему звезды не следуют этой кривой, а заполняют некоторую область. Это обстоятельство относят на счет дисперсии параметров, входящих в основные уравнения, т.е. допускают различие химического состава звезд, их структур и т.п. Остановимся несколько подробнее на возможности такого рода объяснений.

Идея переменного химического состава звезд была введена в теорию внутреннего строения звезд Стремгеном [11] в 1932г., еще до появления гипотезы ядерных источников энергии. Теоретически было известно лишь условие теплоотдачи (1.13), которое для идеального газа приводило к зависимости «масса—абсолютная яркость» (1.7а). В главе 2, ч. I, было подробно показано, что теоретическая зависимость (1.7а) согласуется в пределах точности материалов Стремгена с наблюдаемой зависимостью простейшим предположе-

нием рассеивающих звезд, состоящих из водорода (томсоновский коэффициент рассеяния, не зависящий от физических условий). В силу некоторых априорных представлений (см. гл.2, ч.I, §7) Эддингтон, Стремгрен и другие авторы пошли иным путем, относя непрозрачность звездной материи за счет тяжелых элементов, образующих так называемую ресселову смесь. Однако теория поглощения этой смеси дает такую зависимость  $\kappa(\rho, B)$ , которая, будучи подставлена в формулу (1.7а), не приводит к удовлетворительному согласию с наблюдениями. Стремгрен показал, что выход из этой трудности получается при предположении различного процентного содержания в звездах тяжелых элементов (I-X), от которого зависит результирующий эффект поглощения  $\kappa$ . Содержание легких элементов  $X$  может при этом рассматриваться как процентное содержание водорода. Согласование теоретической формулы с наблюдаемой зависимостью «масса–яркость» позволяет вычислить функцию  $X(\rho, B)$  или  $X(M, R)$ . С физической точки зрения эта поверхность Стремгрена может иметь следующий смысл. Как мы знаем, уравнение теплоотдачи накладывает определенное условие на теплообразование. Это условие вида (1.13), которое через  $\kappa$  и  $\mu$  зависит от химического состава звезды. Допустим, что состав характеризуется одним параметром  $X$ . Тогда

$$\varepsilon = f_1(\rho, B, X). \quad (I)$$

При процессах типа реакций теплообразование  $\varepsilon$  будет зависеть от тех же переменных по закону данной реакции:

$$\varepsilon = f_2(\rho, B, X). \quad (II)$$

Получается условие  $f_1 = f_2$ , которое будет тождественно выполняться лишь при определенной зависимости  $X(\rho, B)$ . Параметр  $X$  меняется в ограниченных пределах:  $0 \leq X \leq 1$ , и соответственно звезды будут заполнять некоторую область плоскости  $\rho, B$ . Некоторые детали диаграммы Ресселла–Гертцшпрунга могут получиться в результате дополнительного условия, налагаемого на  $X(M, R)$ . Так, Стремгрен показал, что кривые  $X = \text{const}$  напоминают отчасти распределения звезд на этой диаграмме. В этом направлении были особенно интересны исследования Койпера [12], который нашел, что звезды открытых скоплений располагаются по одной из кривых Стремгрена  $X = \text{const}$  и значения  $X$  различны для разных скоплений. В этом результате, показывающем, что скопления звезд отличаются процентным содержанием водорода, можно было видеть глубокий эволюционный смысл – указание на роль ядерных превращений в жизни звезд.

Работа Стремгрена подготовила возможность проверки выдвигаемых гипотез звездной энергии: подставляя в уравнение реакции (II) найденную зависимость  $X(\rho, B)$ , мы должны получить хорошо известную зависимость (I). Уравнение ядерных реакций (1.16), в которое через  $A$  входит  $X$ , не выдержало этого контроля. Поэтому в теорию пришлось ввести второй независимый параметр  $Y$  – процентное содержание гелия. Теперь получается возможность каждую функцию  $f_1$  и  $f_2$  в отдельности приравнять функции  $\varepsilon(\rho, B)$ , известной из наблюдений. Производя такие вычисления для многих звезд, можно в идеале получить две поверхности:  $X(\rho, B)$  и  $Y(\rho, B)$ . Однако существование этих двух поверхностей уже не вытекает из условия равновесия звезд. Остается непонятным, почему такие поверхности существуют, т.е. почему наблюдаемое  $\varepsilon$  является однозначной функцией  $\rho$  и  $B$ . Такой результат очень трудно объяснить и эволюционными изменениями  $X$  и  $Y$  при одностороннем превращении элементов. Конечно, для малого избранного участка плоскости  $(\rho, B)$  эволюционное толкование изменений  $X$  и  $Y$  может оказаться удовлетворительным. Так, например, в расчетах А.Г. Масевич [13] для некоторым образом расположенных звезд между спектральными типами В и G получилось монотонное убывание водорода. Вместе с тем далее от типа G к M содержание водорода опять увеличивается (см. цитированную выше работу Ломанна, табл.5). Придется считать, что эволюция идет разными путями; но тогда результат, согласно которому химический состав полностью определяется физическими условиями, может быть естественным лишь при равновесном

превращении элементов. В этом случае механизм свечения звезд становится тем же процессом Гельмгольца–Кельвина. Ядерные превращения будут при этом обстоятельством второстепенным, изменяющим только теплоемкость газа. Но равновесное превращение элементов совершенно исключается, так как оно возможно при температурах в десятки миллиардов градусов, которые заведомо не осуществляются в звездах.

Изложенное показывает, что полученные поверхности  $X(\rho, B)$  и  $Y(\rho, B)$  являются, скорее всего, вычислительным результатом, результатом подгонок формул (I) и (II) к наблюдаемой зависимости  $\varepsilon(\rho, B)$ . Следуя этому пути, мы едва ли придем к решению загадки энергетики и эволюции звезд. Приведенные соображения относятся не только к ядерным реакциям; они показывают также малую правдоподобность любых источников энергии, производительность которых не зависит от условий теплоотдачи. Действительно, совпадение поверхностей (I) и (II) говорит об их математической тождественности, т.е. что второго условия просто не существует<sup>1</sup>. Мы возвращаемся к заключению предыдущего параграфа: существуют некоторые специальные физические условия – основное направление (1.28) и основная точка плоскости  $\rho, B$ , вблизи которых материя звезды может производить столько энергии, сколько требуется на покрытие расхода. Иными словами, звезды – это машины, вырабатывающие энергию; теплоотдача же является регулятором мощности этих машин.

#### **§6. ЗАВИСИМОСТЬ «МАССА–АБСОЛЮТНАЯ ЯРКОСТЬ» В СВЯЗИ С ДИАГРАММОЙ РЕССЕЛА–ГЕРТЦШПРУНГА**

Яркость звезд, состоящих из идеального газа, при передаче энергии лучеиспусканием и малом лучевом давлении определяется формулой (1.7а). Точное выражение этой формулы приведено в первой части настоящей работы (2.38). Перепишем эту формулу в следующем виде:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{L}}{\bar{M}} = 1,04 \cdot 10^4 \frac{\mu^4}{\kappa_c} \left( \frac{\lambda L_{x_0}}{M_{x_0}^3} \right) \bar{M}^2, \quad (1.30)$$

где  $M_{x_0}$  – безразмерная масса и  $\kappa_c$  – значение коэффициента поглощения в центре звезды. Там же было показано, что структурный множитель этой формулы для всех физически обоснованных звездных моделей приблизительно одинаков и имеет значение

$$\lambda L_{x_0} / M_{x_0}^3 \cong 2 \cdot 10^{-3}. \quad (1.31)$$

Истинный вид зависимости «масса–яркость» представлен на диаграмме (фиг.1) системой изоэрг:  $\bar{\varepsilon} = \bar{L} / \bar{M} = \text{const}$ . Если не обращать внимания на значения радиусов и строить график зависимости  $\bar{L}$  только от  $\bar{M}$ , то получается при большой дисперсии точек некоторая усредненная зависимость вида, изображенного на фиг.1, ч.I. Приблизительно яркость оказывается пропорциональной кубу массы. Как уже упоминалось, сопоставление этого результата с формулой (1.30) показывает, что лучевое давление не играет большой роли в звездах и что звезды почти целиком состоят из водорода.

Теперь, зная, что дисперсия точек на усредненной зависимости «масса–яркость» не случайна, следует произвести сопоставление точной зависимости с формулой (1.30) и проверить справедливость упомянутых выводов.

Первый вывод о малой роли лучевого давления в механическом равновесии гигантов получает полное подтверждение. Действительно, сравнение формул (1.7в) и (1.7а) показывает, что с усилением роли лучевого давления зависимость  $\varepsilon$  от  $M$  должна сильно ослабевать, т.е. расстояния между соседними изоэргами должны увеличиваться при переходе к большим массам. Такая тенденция у звезд больших масс совершенно отсутствует; по-

---

<sup>1</sup> Для реакций выход энергии увеличивается с возрастанием плотности. Для теплоотдачи зависимость обратная – уравнение (1.13). Поэтому над плоскостью  $\rho, B$  поверхности (I) и (II) должны быть наклонены в противоположные стороны и их пересечение должно быть весьма резким.

стоянство  $\varepsilon$  получается совсем в других условиях – выше справа и ниже слева центра диаграммы. Из этого результата при помощи формулы (1.9) (точное выражение (2.47), ч.1) следует, что гиганты состоят в основном из водорода ( $\mu = 1/2$ ). Вычислим далее значение коэффициента поглощения для гигантов. Из диаграммы видно, что красные гиганты с массой  $\approx 20M_{\odot}$  имеют  $\lg \bar{\varepsilon} = 3$ . Пользуясь формулами (1.30) и (1.31), находим

$$\kappa_c/\mu^4 = 8. \quad (1.32)$$

При  $\mu = 1/2$  отсюда следует  $\kappa_c = 0,5$ . Этот результат показывает, что непрозрачность гигантов обусловлена томсоновским рассеянием света на свободных электронах ( $\kappa_T = 0,40$ ), как это и должно быть в чисто водородной звезде.

Основной особенностью зависимости «масса–яркость» является систематическое искривление изоэрг в плоскости  $\rho, B$ . Покажем, что эти искривления трудно объяснить изменениями коэффициента при  $\bar{M}^2$  в формуле (1.30). Сначала рассмотрим множитель, содержащий молекулярный вес и коэффициент поглощения.

Характер искривления изоэрг показывает, что при одной и той же плотности вверху диаграммы располагаются аномально слабые звезды, а внизу – аномально яркие. Следовательно, левая часть выражения (1.32) должна увеличиваться при высокой температуре и уменьшаться при низкой. С физической точки зрения такой ход изменения коэффициента поглощения с температурой весьма неправдоподобен. Кроме того, для случаев крайних уклонений получаются неприемлемые численные значения коэффициента (1.32). Так, для субгигантов – звезд с низкой температурой – этот коэффициент в 100 раз меньше, чем у гигантов. Даже для звезд из тяжелых элементов отсюда получается значение  $\kappa$  всего лишь около единицы. Для горячих же сверхгигантов (в направлении к звездам Трюмплера) коэффициент (1.32) порядка 200. При высоких температурах этих звезд коэффициент поглощения вряд ли может иметь необходимое для этого столь большое значение.

Остается рассмотреть возможность уклонений зависимости «масса–яркость» из-за изменений структурного множителя (1.31). Тогда этот коэффициент должен быть аномально большим у звезд с увеличенной светимостью (субгигантов) и аномально малым у звезд типа Трюмплера. Прежде всего заметим, что безразмерная масса  $M_{x_0}$ , входящая в структурный коэффициент, не может сильно меняться, как это было подробно показано в первой части. Большие изменения коэффициента могут поэтому происходить только благодаря изменениям  $\lambda L_{x_0}$ . Из системы безразмерных дифференциальных уравнений равновесия звезд легко получается уравнение ((2.22) ч.1)

$$\frac{dB_1}{dp_1} = \frac{\lambda L_x}{M_x}, \quad (1.33)$$

где  $B_1$  и  $p_1$  – значения лучевого давления и газового, выраженные в долях их значений в центре звезды. Кроме того, здесь для простоты коэффициент поглощения принят постоянным:  $\kappa_1 = 1$ . Применяя это уравнение к наружным слоям, получаем следующее значение структурного коэффициента:

$$\lambda L_{x_0}/M_{x_0} = B_1/p_1. \quad (1.34)$$

Обозначим значком 0 значения функций на границе перехода наружных слоев в зону глубоких, с особым режимом физических условий. Рассмотрим два крайних случая температурных градиентов этой глубокой зоны:

1) внутренняя зона изотермична:

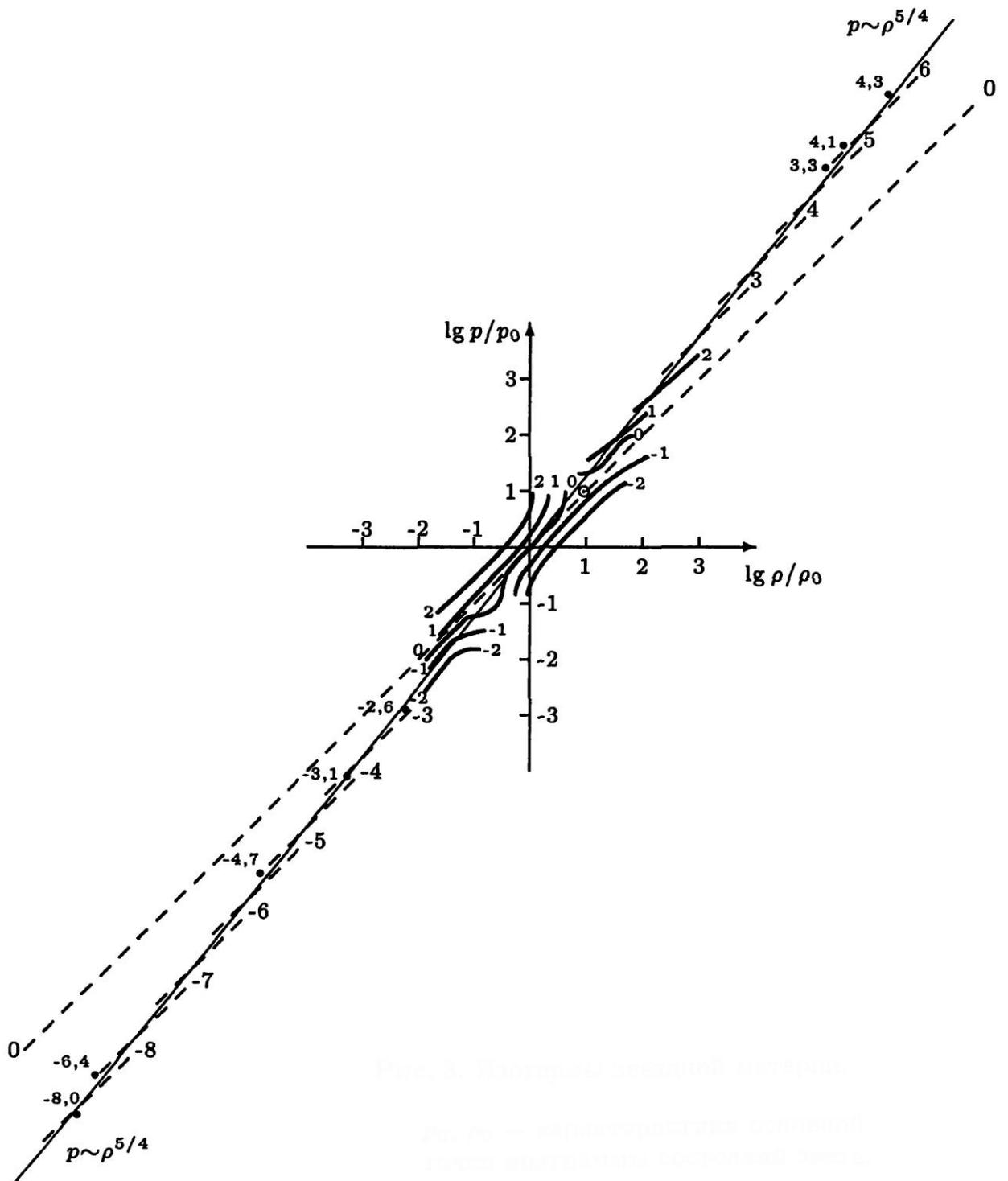
тогда

$$\lambda L_{x_0}/M_{x_0} = 1/\rho_{1_0}; \quad (1.34a)$$

2) внутренняя зона конвективна:  $B_1 = p_1^{8/5}$

и

$$\lambda L_{x_0}/M_{x_0} = \rho_{1_0}. \quad (1.346)$$



**Фиг.2. Изотермы звездной материи.**

Оси координат – десятичные логарифмы плотности и давления. Пунктиром показаны изотермы идеального газа.

В первом случае, распространяя изотермическую зону до поверхности звезды, можно получить структурный коэффициент сколь угодно большим. Таким образом, этот случай соответствует субгигантам и вообще anomalно ярким звездам. Второй случай может объяснять anomalно слабые звезды. Этим путем расширения конвективной зоны внутри звезд Туоминен [14] пытался объяснить слабые светимости звезд Трюмплера.

Приблизительная изотермия появится в том случае, когда энергия вырабатывается преимущественно в наружных слоях звезды. Расширение же конвективной зоны за пределы, допускаемые критерием Шварцшильда, может произойти, если выделение энергии сопровождается перемещениями газовых масс, т.е. в случае вынужденной конвекции. Настоящее физическое объяснение должно связать эти особенности выделения энергии с условиями внутри звезд или с общими характеристиками звезд:  $L$ ,  $M$ ,  $R$ . Прежде чем пытаться исследовать теоретическую возможность такой связи, следует установить ее характер по наблюдательному материалу. Деля значения  $\bar{\epsilon}$  для каждой звезды на  $\bar{M}^2$ , можно получить зависимость коэффициента при  $\bar{M}^2$  формулы (1.30) от  $\rho$  и  $B$ . Построенная таким образом диаграмма имеет настолько путаный вид, без ясных закономерностей, так что ее нет смысла и воспроизводить. Само же  $\epsilon$  является значительно более простой функцией  $\rho$  и  $B$ . Вообще говоря, причина должна быть проще следствий. Поэтому скорее всего структурный коэффициент является вычисляемым результатом, и причина наблюдаемых ответствий зависимости «масса–яркость» с формулой (1.30) заключается в том, что само это уравнение (1.30) составлено неправильно. Это значит, что неверно формулированы основные уравнения равновесия звезд. Такое заключение согласуется с выводом предыдущих параграфов о том, что выделение звездной энергии происходит по типу машин, длительность работы которых не совместима с обычными принципами термодинамики и механики.

#### §7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПОСТОЯННЫХ СОСТОЯНИЯ ЗВЕЗДНОЙ МАТЕРИИ

Теоретическое соотношение «масса–абсолютная яркость» (1.30) получается в результате сравнения значений  $B$ , вычисленных по потоку выходящей из звезды энергии, т.е. по формулам (1.4а) или (1.13) и по уравнению фазового состояния материи – при помощи  $p$  и  $\rho$  (1.14). Несоответствие теоретической зависимости (1.30) наблюдениям можно поэтому рассматривать как несоответствие между собой этих значений  $B$ . Обозначим через  $B^*$  лучевое давление, вычисляемое по потоку энергии, сохранив обозначение  $B$  для лучевого давления, вычисляемого по уравнению идеального газа. Из формул (1.4а) или (1.13) видно, что при лучевом транспорте энергии

$$\bar{B}^*/\bar{\kappa} = \bar{\epsilon}\bar{\rho}. \quad (1.35)$$

По этой формуле для каждой звезды, отмеченной на диаграмме (фиг.1), можно сосчитать  $\bar{B}^*/\bar{\kappa}$  и в результате найти зависимость этой величины от  $p$  и  $\rho$ . Фиг.2 изображает преобразованную таким образом диаграмму. На этом чертеже по оси абсцисс отложены  $\lg p$ , а по оси ординат  $\lg p$ . Чтобы не усложнять чертеж, все звезды не показаны: нанесено лишь положение Солнца, белых карликов, некоторых гигантов и проведены линии постоянных  $\bar{B}^*/\bar{\kappa}$  через интервал десятикратного изменения. Эти линии воспроизводят поверхность  $\lg B^*/\kappa$  ( $\lg p, \lg \rho$ ) и при постоянном  $\kappa$  дают систему изотерм. Если  $B^* = B$ , то должна получиться система параллельных прямых, расположенных под углом  $45^\circ$ , с интервалом 0,25 по оси  $\lg p$ . Как видно, реальная картина совершенно иная. Поразительна симметрия поверхности  $\bar{B}^*/\bar{\kappa}$ . Начало координат помещено в центре симметрии – это и есть основная точка, о которой упоминалось в §4. Координаты этой точки по отношению к Солнцу получаются следующими:

$$\begin{aligned} \lg \bar{\rho}_0 &= -0,58; & \lg \bar{p}_0 &= -0,53; \\ \lg \bar{B}_0 &= +0,22; & \lg \bar{B}_0^* &= +0,50; \\ \lg \bar{\epsilon}_0 &= +1,03. \end{aligned} \quad (1.36)$$

По этим данным можно вычислить, что основной точке соответствует звезда главной последовательности спектрального типа  $A_4$ . Поворачивая около этой точки диаграмму

(фиг.2) на  $180^\circ$ , мы получим почти прежнюю картину, и только логарифмы изотерм переменят знаки. Следовательно, если

$$\frac{B^*/\kappa}{B_0^*/\kappa} = f\left(\frac{p}{p_0}, \frac{\rho}{\rho_0}\right),$$

то

$$f\left(\frac{p}{p_0}, \frac{\rho}{\rho_0}\right) f\left(\frac{p_0}{p}, \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 1. \quad (1.37)$$

Соотношение (1.37) справедливо для центральной части диаграммы. Исключение составляют белые карлики, для которых значение  $B^*/\kappa$  приблизительно в 100 раз меньше требуемого формулой (1.37), т.е. значения, необходимого для согласования с гигантами после поворота диаграммы. Это обстоятельство, вероятно, связано с особенностью положения белых карликов вблизи области вырожденного газа.

Помимо изотерм на диаграмму нанесено основное направление, по которому располагаются звезды. Теперь уравнение этого направления (1.28) может быть уточнено:

$$\lg \frac{\bar{B}}{\bar{\rho}} = +0,80. \quad (1.38)$$

Простые показатели величин, входящих в уравнение (1.38), не могут быть случайными. Благодаря большому диапазону состояний это направление намечается весьма точно, и ошибка показателей не больше 5%. Существенно отметить, что, несмотря на многие особенности, белые карлики этому направлению удовлетворяют так же, как и обычные звезды.

Теория внутреннего строения звезд, которая сможет объяснить наблюдательный материал, например соотношение (1.37), должна содержать в своих уравнениях физические координаты основной точки. Это обстоятельство в высшей степени интересно; оно показывает, что существует некоторая абсолютная система измерений, благодаря которой в теории могут комбинироваться физические величины, имеющие разные размерности. Эти комбинации и смогут привести к неожиданному, с теоретической точки зрения, источнику звездной энергии. Поэтому очень существенно определить абсолютные значения постоянных (1.36). Полагая, что звезды состоят из водорода ( $\mu = 1/2$ ), можно воспользоваться ранее вычисленными физическими характеристиками центра Солнца (1.26). Тогда согласно (1.36) получим

$$\rho_0 = 2,4; \quad p_0 = 2,8 \cdot 10^{15}; \quad B_0 = 6,3 \cdot 10^{12}. \quad (1.39)$$

Значение  $B_0^*$  можно вычислить по формуле (1.13). Вводя среднюю производительность энергии звезды  $\varepsilon$ , имеем

$$B_c^* = \frac{\varepsilon \kappa_c p_c}{4\pi G c} \frac{M_{x_0}}{\lambda L_{x_0}}. \quad (1.40)$$

Принимая  $\kappa_c$  равным томсоновскому коэффициенту поглощения,  $\varepsilon_\odot = 1,9$ ,  $M_{x_0} = 11$  и пользуясь значением структурного множителя (1.31), вычисляем для Солнца:  $B_{c_\odot}^* = 1,1 \times 10^{12}$  вместо  $B_{c_\odot} = 3,8 \cdot 10^{12}$ , и, следовательно,

$$B_0^* = 4,1 \cdot 10^{12} \approx B_0. \quad (1.41)$$

Введем вместо плотности число электронов  $n_e$  в кубическом сантиметре:  $\rho = n_e \cdot 1,66 \times 10^{-24}$ . Тогда уравнению основного направления можно придать следующий вид:

$$\frac{3B}{n_e} = 1,4 \cdot 10^{-11} = 8,7 \text{эВ} \approx \chi_0, \quad (1.42)$$

где  $\chi_0 = 13,5$  эВ – потенциал ионизации водорода. Таким образом, для основного направления вычисленное по формуле идеального газа среднее количество лучистой энергии, приходящееся на одну частицу, постоянно и имеет порядок энергии ионизации атома водорода. Рассмотрение диаграммы (фиг.2) показывает, что помимо основного направления существенна также ось  $\rho = \rho_0$ . Уравнение этой оси можно формулировать при помощи среднего расстояния между частицами

$$r = 0,55(n_e)^{-1/3}$$

следующим образом:

$$r = 0,51 \cdot 10^{-8} = r_H = \frac{e^2}{2\chi_0}, \quad (1.43)$$

где  $r_H$  – радиус атома водорода и  $e$  – заряд электрона. Получается простая связь постоянных основных осей (1.42) и (1.43), и в этой связи может заключаться определенный физический смысл.

В предыдущем параграфе было показано, что особенности зависимости «масса–яркость» не могут быть объяснены изменениями  $\kappa$ . Поэтому линии  $B^*/\kappa = \text{const}$  должны передавать особенности изотерм. Изотермы диаграммы на фиг.2 очень похожи на изотермы газа Ван-дер-Ваальса. Смысл этой аналогии заключается в том, что существует некоторая граница, вблизи которой получается искажение изотерм, т.е. происходит нарушение обычных законов термодинамики. Асимптотами этой граничной линии (в теории Ван-дер-Ваальса – границы разделения двух фаз) являются оси (1.42) и (1.43). Искажение изотерм усиливается с приближением к оси  $\rho = \rho_0$  или  $r = r_H$ . В этой области располагаются звезды главной последовательности. Поразительное отличие от формулы Ван-дер-Ваальса заключается в том, что существуют две системы искажений (уравнение (1.37)), сглаживающихся по мере удаления от оси  $\rho = \rho_0$  как со стороны малых, так и со стороны больших плотностей.

Только в условиях, близких к границам (1.42) и (1.43), могут длительное время существовать излучающие тела – звезды. Вероятно, это происходит потому, что только при нарушении обычных физических законов возможен механизм энергии, т.е. возможны процессы, при помощи которых вырабатывается энергия звезд.

Полученные результаты совершенно неожиданны с точки зрения теоретической физики. Они показывают, что нарушения законов классической механики и термодинамики наступают значительно раньше и при других обстоятельствах, чем это следует из теории относительности Эйнштейна. Из характера постоянных основного направления (1.42) и оси (1.43) видно, что источником звездной энергии является не комбинация массы и энергии, т.е. не принцип эквивалентности Эйнштейна, а возможность некоторого иного сочетания физических величин. Здесь мы нарочно ограничиваемся изложением только тех выводов, которые непосредственно вытекают из обзора наблюдательных данных. Обобщению этих результатов и дальнейшим теоретическим следствиям будет посвящена третья часть настоящего исследования. В следующей же главе остановимся на некоторых деталях диаграммы Рессела–Гертцшпрунга, которые были опущены при ее общем описании.

## ОСОБЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДИАГРАММЫ РЕССЕЛА–ГЕРТЦШПРУНГА

### §1. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ГИГАНТОВ

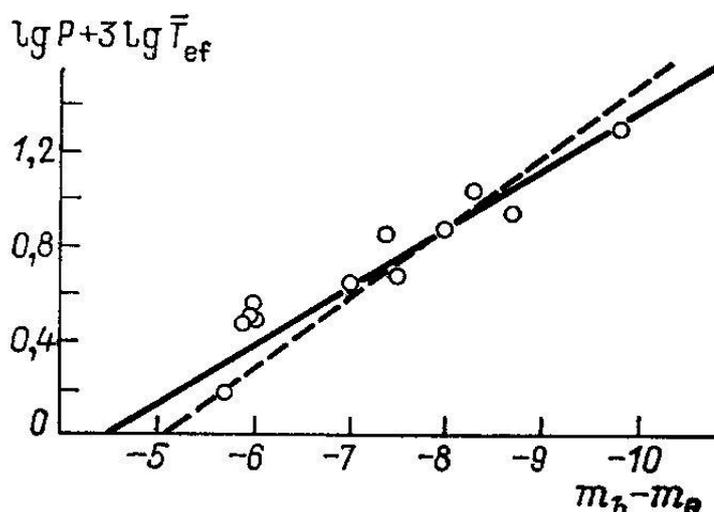
Диаграмма 1 показывает, что для звезд последовательности гигантов соотношение «масса–абсолютная яркость» имеет наиболее простой вид. Приблизительно

$$L \sim M^\alpha; \quad \alpha = 3,8. \quad (2.1)$$

Отмеченное крестиками на диаграмме приблизительное положение цефеид позволяет ожидать, что цефеиды также удовлетворяют соотношению (2.1). Из уравнений пульсации  $P\sqrt{\rho} = c_1$  следует, что

$$\left(0,30 - \frac{1}{5\alpha}\right) (m_b - 4,62) + \lg P + 3\lg \bar{T}_{\text{ef}} = \lg c_1, \quad (2.2)$$

где  $\bar{T}_{\text{ef}}$  – эффективная температура звезды, выраженная в долях эффективной температуры Солнца;  $m_b$  – болометрическая абсолютная величина и  $P$  – период, выраженный в днях. Нанося по оси абсцисс  $m_b - 4,62$ , а по оси ординат  $\lg P + 3\lg \bar{T}_{\text{ef}}$ , мы должны получить прямую, положение которой позволит определить не только постоянную  $c_1$  (см. гл.3, ч.1, §3), но и угловой коэффициент  $0,30 - 1/(5\alpha)$ . На фиг.3 воспроизведен построенный таким образом график по материалам Беккера [15], специально определявшего  $T_{\text{ef}}$  и  $m_b$  независимо от расстояний при помощи кривых лучевых скоростей. Прямая, которой лучше всего удовлетворяет расположение звезд, имеет угловой коэффициент, равный 0,25, и  $c_1 = 0,075$ . Отсюда следует, что  $\alpha = 4$  – в прекрасном соответствии с ожидаемым результатом. Такое совпадение делает маловероятным вывод проф. О.А. Мельникова [16] о том, что цефеиды имеют одинаковые массы ( $\alpha = \infty$ ). На фиг.3 пунктиром показана прямая, соответствующая этому случаю.



Фиг.3. Определение показателя  $\alpha$  зависимости  $L \sim M^\alpha$  у Цефеид.  
Ось абсцисс  $m_b - m_\odot$ , ось ординат  $\lg P + 3\lg \bar{T}_{\text{ef}}$ .

В гл.1, §5, мы видели, что соотношение «масса–яркость» гигантов объясняется предположением самых обычных структур – структурный множитель (1.31). Для устранения трудностей, возникающих при объяснении свечения гигантов ядерными реакциями, этим звездам приходилось приписывать особую структуру (большую оболочку, окружающую нормальную звезду). Поэтому полученная простая структура гигантов дает еще одно доказательство несостоятельности ядерных источников энергии звезд. Вместе с тем благодаря этим простым структурам гиганты и сверхгиганты оказываются удивительными

звездами. Для такого сверхгиганта, как спутник  $\epsilon$  Aurigae, центральная плотность получается порядка  $10^{-4}$  плотности воздуха при давлении около 1 ат. Поэтому очень возможно, что, двигаясь дальше по основному направлению, мы встретим туманности, удовлетворяющие условию типа (1.42), которые могут производить собственную энергию наподобие звезд.

Очень трудно объяснить реакциями большой выход энергии при физических условиях гигантов. Но совершенно непреодолимым затруднением являются получаемые при этом короткие сроки этой стадии жизни звезд. Для реакций верхний предел жизни звезды, соответствующий возможности полного превращения массы в энергию, получим, разделив  $c^2$  на  $\bar{\epsilon}$ . Таким образом, это время  $t$  можно найти по формуле (1.40):

$$t = \frac{t_0}{4\gamma_c} \left( \frac{M_{x_0}}{\lambda L_{x_0}} \right), \quad (2.3)$$

где

$$t_0 = \frac{\kappa_T c}{\pi G} = 6 \cdot 10^{16} = 2 \cdot 10^9 \text{ лет} \quad (2.4)$$

и  $\gamma_c$  – отношение лучевого давления к газовому. Структурный множитель формулы (2.3), как мы знаем, имеет значение около четырех. Поэтому

$$t = \frac{t_0}{\gamma_c}. \quad (2.5)$$

Для гигантов  $\gamma_c \approx 1$  и  $t$  получается порядка  $t_0$ . Даже этот максимальный срок едва ли можно считать удовлетворительным. При ядерных реакциях запас энергии, который может быть освобожден, составляет не более 0,008 принятого количества. Следовательно, продолжительность жизни гигантов сокращается до  $1,6 \cdot 10^7$  лет. Этот срок неприемлем для Солнца (шкала Гельмгольца–Кельвина); естественно не удовлетворяться этим сроком и для других звезд. Скорее всего, мы имеем здесь веский аргумент в пользу того, что механизм звездной энергии не типа реакций.

Обращает на себя внимание, что простая постоянная (2.4) имеет значение постоянной времени соотношения Хаббла – красного смещения туманностей. Точное уравнение Хаббла, вероятно, должно быть следующего вида:

$$v = v_0 e^{-\frac{t}{t_0}}, \quad (2.6)$$

где  $v$  – частота линии туманности на расстоянии  $t$  световых лет и  $v_0$  – ее нормальная частота. Общая теория относительности отметила соотношение между постоянной  $t_0$  и средней плотностью наблюдаемой части вселенной  $\bar{\rho}$ :

$$t_0 \approx \frac{1}{\sqrt{\pi G \bar{\rho}}}, \quad (2.7)$$

которое независимо от теоретических основ является интересной эмпирической зависимостью. Теперь при помощи (2.4) и (2.7) уравнение (2.6) можно переписать следующим образом:

$$v = v_0 e^{-\kappa_T \bar{\rho} x}, \quad (2.8)$$

где  $x = ct$  – пройденный фотоном линейный путь. Характер выражения (2.8), напоминающего формулу поглощения, быть может, говорит в пользу объяснения красного смещения туманностей некоторыми необычными процессами, происходящими в пути с фотоном. Возможно, что при этом достаточно придавать  $\bar{\rho}$  смысл средней плотности межгалактического газа.

## §2. ГЛАВНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

С ростом наблюдательного материала диаграмма Ресселла–Гертцшпрунга, т.е. плоскость «яркость–спектральный тип», все больше заполняется звездами. Это обстоятельство показывает, что существуют не кривые  $L(\bar{T}_{ef})$  и  $L(R)$ , а только области различной заполненности звездами. В предыдущей главе было показано, что отсюда вытекает весьма существенное следствие относительно природы звездной энергии: выделение энергии регулируется только теплоотдачей и, значит, не является результатом обычных реакций. Собственно только главная последовательность звезд создает впечатление определенного направления, по которому располагаются звезды. Согласно П.П. Паренаго [17] это направление приблизительно следует прямой

$$m_b = m_{\odot} - 1,62x; \quad x = 10 \lg \bar{T}_{ef}. \quad (2.9)$$

Аналогичное соотношение, только в виде зависимости  $M(R)$ , было найдено Койпером [7]:

$$\lg \bar{R} = 0,7 \lg \bar{M}. \quad (2.10)$$

Пользуясь формулами (1.12), (1.14), выражение (2.10) можно преобразовать к зависимости  $B(\rho)$ . На диаграмме 1 видно, что как раз для звезд главной последовательности нет никакой зависимости  $B(\rho)$  и звезды располагаются в некоторой, почти круговой области. Это несоответствие следует рассмотреть подробнее.

Главная последовательность в плоскости физических условий диаграммы 1 представляется, грубо говоря, кругом некоторого радиуса  $c$ , заполненным звездами. Следовательно, уравнение границы этой области звезд будет

$$\lg^2 \bar{B} + \lg^2 \bar{\rho} = c^2. \quad (2.11)$$

Преобразуем уравнение (2.11) к переменным  $\bar{M}$  и  $\bar{R}$ . При помощи формул (1.12), (1.14) находим

$$17 \lg^2 \bar{M} - 38 \lg \bar{M} \lg \bar{R} + 25 \lg^2 \bar{R} = c^2. \quad (2.12)$$

Диаграмма 1 показывает, что для звезд главной последовательности показатель зависимости «масса–яркость» приблизительно равен четырем. Поэтому, пользуясь формулами

$$\lg \bar{M} = -0,1m_b; \quad 5 \lg \bar{R} = -m_b - x,$$

выражение (2.2) можно преобразовать к виду

$$m_b^2 + 2 \cdot 1,51m_b x + 2,44x^2 = c_1^2. \quad (2.13)$$

Левая часть этой формулы является почти полным квадратом; следовательно, мы имеем уравнение весьма вытянутого эллипса, ось которого имеет угловой коэффициент, близкий к 1,51. Точное решение можно найти, преобразуя (2.13) к главным осям при помощи соответствующего векового уравнения. Получаются следующие элементы эллипса:

$$a/b = 8,2; \quad \operatorname{tg} \alpha = -1,58, \quad (2.14)$$

где  $a$  и  $b$  соответственно – большая и малая оси и  $\alpha$  – угол наклона большой оси эллипса к оси абсцисс. При столь большой вытянутости эллипса должно получиться впечатление группировки звезд вдоль прямой – большой оси эллипса. Вычисленный угловой коэффициент этой последовательности (2.14) замечательно совпадает с эмпирически найденным значением (2.9). Таким образом, направление главной последовательности не имеет физического смысла и получается в результате вытягивания масштабов, которыми пользуются в наблюдательной астрофизике (естественность масштабов диаграммы 1 подчеркивается равномерным распределением изоэрг). С точки зрения внутреннего строения звезды концов спектральной последовательности О и М отличаются друг от друга в той же мере, как

и звезды одного спектрального типа, но разной яркости. Поэтому и понятие: «эволюция звезды вдоль главной последовательности» оказывается не имеющим ясного смысла.

Изложенное показывает, что термин «последовательность» для групп звезд диаграммы Рессела–Гертцшпрунга является весьма неудачным. Полезно изменить терминологию и пользоваться выражением «область» вместо «последовательность». Например, область гигантов, главная область и т.п.

### §3. БЕЛЫЕ КАРЛИКИ

Наблюдательный материал, относящийся к белым карликам, очень скуден. Только для спутника Сириуса и  $\alpha^2$ Eridani имеются надежные определения всех трех величин  $L$ ,  $M$ ,  $R$ . Для спутника Сириуса получаются следующие данные:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= 0,95; \quad \bar{R} = 0,030; \quad \varepsilon = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ эрг,} \\ \rho &= 10^4; \quad \rho_c = 3 \cdot 10^5; \quad p_c = 1 \cdot 10^{22}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

В случае идеального газа отсюда следует: при  $\mu = 1/2$   $T_c = 2 \cdot 10^8$  градусов. Эти данные показывают, что белые карлики производят в сотни раз меньше энергии, чем обычные звезды. Из хода изоэрг и «изотерм» диаграмм 1 и 2 видно, что нарушение зависимости «масса–яркость» имеет особый характер. Вероятно, состояние белых карликов принципиально отличается от состояния других звезд. Вместе с тем белые карлики удовлетворяют основному направлению, т.е. лежат на продолжении последовательности гигантов. Поэтому естественно начать рассмотрение внутреннего строения белых карликов, исходя из предположения, что это горячие звезды, находящиеся на границе вырождения:

$$\rho = AT^{3/2}; \quad A = \mu_e \cdot 10^{-8}. \quad (2.16)$$

Покажем, что в этих звездах благодаря большим плотностям лучевой транспорт энергии  $F_R$  меньше транспорта энергии электронной теплопроводности  $F_T$ :

$$F_T = -\frac{1}{3} \bar{v}_e \lambda c_v n_e \frac{dT}{dr}, \quad (2.17)$$

где  $v_e$  – скорость электронов;  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега электронов, имеющих скорость  $v_e$ , и  $c_v$  – теплоемкость одной частицы;

$$\lambda = \frac{1}{n_i \sigma}; \quad n_i = \frac{n_e}{z}; \quad \sigma = \pi r^2; \quad c_v = \frac{3}{2} k. \quad (2.18)$$

Здесь  $n_i$  – число отклоняющих частиц-ионов и  $\sigma$  – поперечное сечение иона, которое может быть определено условием отклонения на  $90^\circ$ , т.е. условием движения по равнобочной гиперболе:

$$m_e v_e^2 = \frac{ze^2}{r}. \quad (2.19)$$

Подставляя выражения (2.19), (2.18) в формулу (2.17) и заменяя усредненную скорость по формуле

$$\bar{v}^5 = \frac{12}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{2kT}{m_e} \right)^{5/2},$$

находим

$$F_T = -\frac{24}{ze^4} \left( \frac{2k^7 T^5}{\pi^3 m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dT}{dr}. \quad (2.20)$$

Поток радиации  $F_R$  можно представить в следующем виде:

$$F_R = -\frac{4}{3} \frac{c\alpha T^3}{\kappa\rho} \frac{dT}{dr}. \quad (2.21)$$

Следовательно,

$$\frac{F_R}{F_T} = \frac{zT^{\frac{1}{2}}}{\kappa\rho} \left( \frac{\alpha c e^4 \pi^{3/2} m_e^{\frac{1}{2}}}{k^{7/2} 18\sqrt{2}} \right) = \frac{2,6zT^{\frac{1}{2}}}{\kappa\rho}. \quad (2.22)$$

Пользуясь данными (2.15), легко видеть, что даже при  $\kappa \approx 1$  во внутренних областях белых карликов  $F_R < F_T$ . Можно сохранить ранее полученные формулы лучевого равновесия и для случая теплопроводности, если заменить в этих формулах  $\kappa$  эффективным коэффициентом поглощения  $\kappa^*$ :

$$\kappa^* = \frac{2,6zT^{\frac{1}{2}}}{\rho}. \quad (2.23)$$

Таким образом, если белые карлики состоят из идеального газа на границе вырождения, то их яркость должна быть еще больше, чем вычисленная по формуле «масса–яркость» лучевого равновесия. Рассмотрим теперь обычную трактовку белых карликов, т.е. будем считать их звездами, состоящими из полностью вырожденного газа.

В случае полного вырождения по формуле Chandrasekara «масса–радиус» (2.32), ч.1, при  $\bar{M} = 1$  получаются следующие значения радиусов:

$$\bar{R} = 0,042 \quad (\mu_e = 1); \quad \bar{R} = 0,013 \quad (\mu_e = 2).$$

Наблюдаемый радиус (2.15) не может быть уменьшен вдвое; остается считать, что спутник Сириуса по крайней мере на 50% состоит из водорода. Отсюда возникает очень большая трудность, связанная с тем, что при плотности белых карликов протон-протонная реакция уже при температурах в несколько миллионов градусов будет давать недопустимо большой выход энергии. Покажем, что такие температуры обязательно достигаются внутри белых карликов.

Применяя основные уравнения равновесия (1.1) к наружным слоям звезды, находим

$$\frac{B}{p} = \frac{L\kappa}{4\pi GcM} = \frac{\epsilon\kappa}{4\pi Gc}, \quad (2.24)$$

где  $\kappa$  – некоторое среднее значение коэффициента поглощения наружных слоев. Для границы вырождения преобразуем левую часть этого равенства при помощи условия (2.16):

$$\rho_0 = \frac{3\epsilon\kappa}{4\pi Gc} \frac{A^2 \mathfrak{R}}{\mu\alpha}.$$

Таким образом,

$$\rho_0 = 125\epsilon\kappa \left( \frac{\mu_e^2}{\mu} \right), \quad (2.25)$$

$$T_0^{3/2} = 1,25 \cdot 10^{10} \epsilon\kappa \left( \frac{\mu_e}{\mu} \right).$$

Как видно из формулы (2.22), уже в наружных слоях  $F_T$  может стать больше  $F_R$ . Подставляя поэтому в формулу (2.25) значение  $\kappa^*$  (2.23), находим

$$T_0 = 2,5 \cdot 10^7 \epsilon^{2/5} \left( \frac{Z}{\mu} \right)^{2/5}. \quad (2.26)$$

Из этого выражения при  $\varepsilon = 10^{-2}$ ,  $\mu = 1$ ,  $z = 1$  получается

$$T_0 = 4 \cdot 10^6; \quad \rho_0 = 80 \quad \text{и} \quad \kappa_0^* = 65.$$

Вероятно, при этих условиях  $\kappa > \kappa^*$ , что оправдывает расчет, выполненный при помощи  $\kappa^*$ . В наружных слоях звезд температура, как известно, связана с глубиной  $h$  следующим образом:

$$T = \frac{g\mu}{4\mathfrak{R}} h. \quad (2.27)$$

На поверхности спутника Сириуса  $g = 3 \cdot 10^7$ . Следовательно,  $h_0 = 4 \cdot 10^7$ . Таким образом, толщина наружного газового слоя составляет около двух процентов радиуса. Поэтому радиус вырожденного ядра с большой точностью должен равняться наблюдаемому радиусу звезды.

В вырожденном ядре должна быть приближительная изотермия, так как эффективный коэффициент поглощения быстро уменьшается с увеличением плотности. Для вырожденного газа легко получается видоизменение формулы (2.23), если учесть, что теплоемкость вырожденного газа пропорциональна температуре. Тогда в выражении для потока  $F_T$  (2.20) останется температура в первой степени, а  $T^{3/2}$  должно быть заменено плотностью по формуле (2.16).

В результате имеем  $F_T \sim \rho T$  и

$$x_1^* \cong 2,6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{T}{\rho}\right)^2 z\mu_e. \quad (2.28)$$

Но даже в случае, когда во всей звезде сохраняется температура около  $4 \cdot 10^6$  град, средний выход энергии по формуле протон-протонной реакции (1.16) получается значительно больше наблюдаемого:  $\varepsilon = 10^2$  эрг/с. Поэтому допустимое содержание водорода оказывается очень незначительным, и остается совершенно необъяснимым наблюдаемое большое значение радиуса спутника Сириуса.

Итак, следует возвратиться к исходной точке зрения и считать белые карлики горячими звездами на границе вырождения, но состоящими из тяжелых элементов. Малые яркости белых карликов, вероятно, связаны с тем, что в этих звездах происходят явления эндотермического типа, т.е. помимо источников имеются стоки энергии или отрицательные значения  $\varepsilon$ . Рассмотренная проблема еще раз показывает, что свечение звезд едва ли объяснимо в рамках законов обычной термодинамики.

#### УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козырев Н.А. [Источники звездной энергии и теория внутреннего строения звезд](#) // Изв. Крымск. астрофиз. обсерв. 1948. Т.2. С.3–43.
2. Eddington A.S. The internal constitution of the stars. Cambridge, 1926. P.163.
3. Lohmann W. Die innere Struktur der Masse-Leuchtkraftfunktion und die chemische Zusammensetzung der Sterne der Hauptreihe // Zeitschrift für Astrophysik. 1948. Bd 25. H.1/2. S.104.
4. Мартынов Д.Я. Затменные переменные звезды. М.; Л., 1939. 151с. (Переменные звезды/ М.С. Зверев и др.; Т.2).
5. Gaposchkin S. Die Bedeckungsveränderlichen // Veröffentlichungen der Universitätssternwarte zu Berlin-Babelsberg. 1932. Bd 9. H.5. S.1–141.
6. Паренаго П.П. Физические характеристики субкарликов // Астрон. журн. 1946. Т.23. Вып.1. С.31–39.
7. Kuiper G.P. The Empirical Mass-Luminosity Relation // The Astrophys. Journ. 1938. Vol.88. N4. P.472–507.

8. Struve O. The masses and mass-ratios of close binary systems // *Annales d'Astrophys.* 1948. T.11. N2. P.117–123.
9. Kothari D.S. The theory of pressure-ionization and its applications // *Proceedings of the Royal Society of London. Ser. A.* 1938. Vol.165. N A923. P.486–500.
10. Luyten W.J., Struve O., Morgan W.W. Reobservation of the orbits of ten spectroscopic binaries with a discussion of apsidal motions // *Publications of the Yerkes Observatory [of The University of Chicago]*. 1939. Vol.7. Part 4. P.251–300.
11. Strömgren B. 1) The opacity of stellar matter and the hydrogen content of the stars // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1932. Bd 4. H.2. S.118–152; 2) On the Interpretation of the Hertzsprung-Russell-Diagram // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1933. Bd 7. H.3. S.222–248.
12. Kuiper G.P. On the Hydrogen Content of Clusters // *The Astrophys. Journ.* 1937. Vol.86. N2. P.176–197.
13. Масевич А.Г. Звездная эволюция, сопровождаемая корпускулярным излучением, с точки зрения теории внутреннего строения звезд // *Астрон. журн.* 1949. Т.26. Вып.4. С.207–218.
14. Tuominen J. Über den inneren Aufbau der TRÜMPLERschen Sterne // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1943. Bd 22. H.2. S.90–110.
15. Becker W. 1) Spektralphotometrische Untersuchungen an  $\delta$  Cephei-Sternen. X // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1940. Bd 19. H. 4/5. S.297; 2) Spektralphotometrische Untersuchungen an  $\delta$  Cephei-Sternen. XI // *Zeitschrift für Astrophysik.* 1941. Bd 20. H.3. S.229.
16. Мельников О.А. О постоянстве масс долгопериодических цефеид // *Изв. Гл. астрон. обсерв. в Пулкове.* 1948. Т.17. Вып.2. №137. С.47–62.
17. Паренаго П.П. Обобщенная зависимость масса-светимость // *Астрон. журн.* 1939. Т.16. Вып.6. С.13.

Адрес страницы: <http://www.nkozyrev.ru/bd/019.php>