18. Аналитическую функцию, однозначную и непрерывную во всех точках некоторой области D, содержащей всюду разрывное [и необходимо совершенное] множество P особых точек этой функции, называем: функция типа Pompéiu-Denjoy [1]) [по имени геометров, открывших такие функции], — сокращенно: функция типа P. D.

Если область D есть вся сфера комплексного аргумента такой функции, то подобную функцию называем: функция Pompéiu-Denjoy (сокращенно: функция P. D.) [1]). На основании §§ 16, 17 имеем теоремы:

Теорема. Функция типа P. D. вполне определяется своими значениями на какой-нибудь отделимой части множества P [2]).

Эта теорема есть очевидное следствие следующей теоремы:

Теорема единственности [3]):

Аналитическая функция, голоморфная во всех точках плоскости вблизи совершенного, всюду разрывного множества точек, в которых эта функция принимает значение нуль [4]), такая функция равна тождественно нулю.

Док.: Пусть $f(x)$ есть данная функция. Строим соответствующие функции $F(x)$ и $\varphi(x)$: $f(x) = \varphi(x) + F(x)$ [5]).

В точках ζ упомянутого разрывного множества имеем: $F(\zeta) = -\varphi(\zeta)$. Поэтому есть $F'(\zeta)$ и $F'(\zeta) = \varphi'(\zeta)$ и следовательно число нулей $F'(\zeta)$ есть число конечное. На основании рассуждений § 16 заключаем: $F(x) = \text{const.}$ и поэтому $f(x)$ есть функция голоморфная вблизи и на самом разрывном мн-ве точек ζ, а т. к. $f(\zeta) = 0$, то имеем: $f(x) = 0$ (ч. и т. д.).

19. В случаях справедливости гипотезы D. Pompèiu выясняются различные обстоятельства возможности аналитического продолжения [6]) за различные линии, в точках которых аналитические функции принимают по непрерывности те или иные непрерывные ряды значений [7]).

Иваново-Вознесенск,
15 января (н. с.) 1919 года.

[1]) Названия, данные Н. Лузиным.

[2]) Эту теорему г. Pompèiu выводит, как следствие своего предложения, данного им без доказательства в l. c.

Отделимая часть [так мы переводим термин Pompèiu (l. c.) une partie de] есть такая часть P, которую можно отделить от остальных точек P замкнутой кривой, лежащей вне P.

[3]) Доказана [указанным здесь приемом] нами в 1918 году.

[4]) По непрерывности — как непрерывная и притом равномерно непрерывная функция точки вблизи множества.

[5]) Употребляем обозначения § 17.

[6]) В обычном или обобщенном смысле этого слова.

[7]) По этому поводу см. D. Pompèiu l. c.

К статье Н. Кастерина:

„Sur la non concordance du principe de relativité d'Einstein [1])“.

К. Шапошникова.

Bucherer [2]) в своей работе, посвященной опытной проверке принципа относительности, получил характерные кривые почернения фотографической пленки, возникающие от действия на пленку „компенсированных электронов“. Принцип его опытов заключался в следующем: крупинка радия, расположенная в центре плоского кругового конденсатора, испускала лучи β по всем возможным направлениям. Сквозь узкую-же щель конденсатора проходили главным образом те электроны, для которых взаимно компенсировались действия электрического поля конденсатора и перпендикулярного к нему магнитного поля. „Компенсированные электроны“ по выходе из конденсатора попадали в одно магнитное поле, испытывали в нем отклонения, достигали фотографической пленки, наклеенной на внутреннюю сторону концентрического с конденсатором цилиндра и производили ее почернение. Таким образом получились три „кривые Bucherer'а“, соответствующие №№ 7 и 15 его опытов.

Закон компенсации по теории Lorentz'а выражается так:

$$\beta \sin \varphi = \frac{E}{H}, \tag{1}$$

где E электрическое напряжение, H—магнитное, $\beta = u/c$ отношение скорости движения электрона к скорости света, φ угол между H и u. Если электрон движется перпендикулярно магнитному напряжению, то $\varphi = 90^0$ и

$$\beta = \frac{E}{H}. \tag{2}$$

При проверке теории Bucherer измерял по фотографической пленке наибольшее отклонение электрона, соответствующее формуле (2). Воспользоваться остальными точками кривой почернения Bucherer'у, по его собственным словам, помешало связанное с этим усложнение рассчетов.

Wolz [3]) и Neumann [4]) методом, принципиально не отличающимся

[1]) Н. Кастерин. Изв. Росс. Ак. Наук за 1917 г.

[2]) A. H. Bucherer. Ann. d. Phys. **28**, 513, 1909; см. также Tafel VIII.

[3]) K. Wolz. Ann. d. Phys. **30**, 273, 1909.

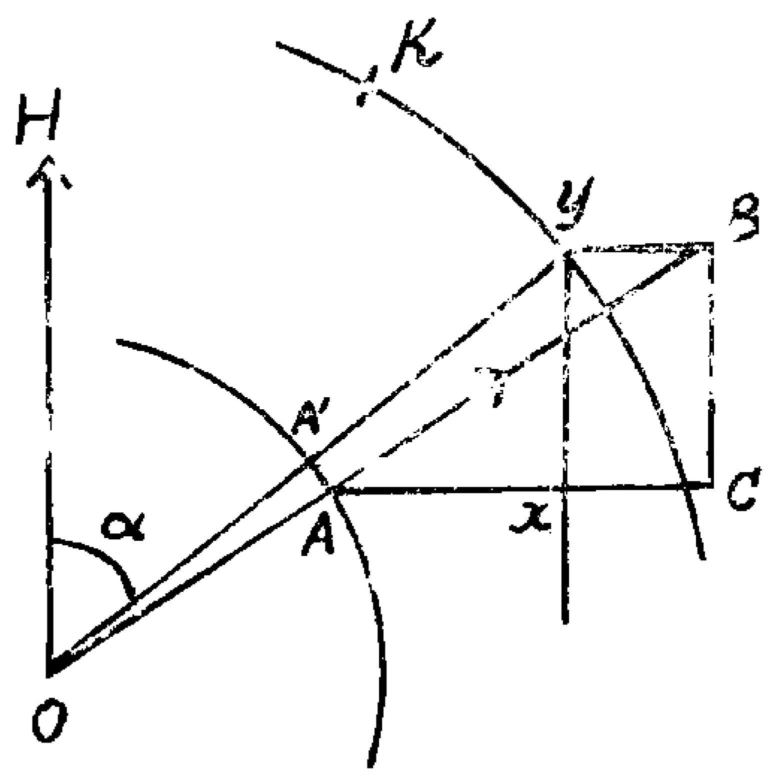
[4]) G. Neumann. Ann. d. Phys. **45**, 529, 1914; C. Schäfer. Ann. d. Phys. за 1916 г.

от изложенного, получили уже только отрезки „кривых Bucherer'a“ и также измеряли только одно максимальное отклонение. Все цитированные выше авторы пришли к выводу, что и принцип относительности и закон компенсации (2) оправдываются на опыте наилучшим образом (в пределах от $\beta = 0{,}3$ до $\beta = 0{,}85$).

Недавно Кастерин [1]) подверг подробному рассмотрению „кривые Bucherer'a“ в их целом и указал на значительное несогласие формулы (1) с опытными данными. Он отметил два характерных факта: 1. Вычисленное теоретически на основании формулы (1) расстояние между двумя точками пересечения „кривой β“ и „прямой γ“ на 1—3 *cm.* короче промеренного непосредственно. 2. Теоретические радиусы кривизны траекторий электрона систематически больше опытных.

Последний из указанных сейчас фактов Кастерин установил, промерив ординаты z кривой почернения в непосредственной близости к точке $z = 0$. В связи с этим возникает вопрос, нельзя-ли чисто геометрически исследовать теоретическую кривую в этой области и сравнить выводы этого исследования с выводами Кастерина. Оказывается, что такое исследование возможно и оно приводит к результатам, вполне отвечающим результатам Кастерина.

„Компенсированные электроны“ по выходе из конденсатора двигаются под влиянием магнитного поля по винтовой линии геометрического цилиндра радиуса R_φ, ось которого параллельна магнитному напряжению. Из простых геометрических соображений получается величина отклонения z (ордината кривой почернения) в зависимости от этого радиуса. Пусть окружность A (см. рис.) есть граница конденсатора, окружность K проэкция цилиндра, несущего пленку, на плоскость чертежа, H направление магнитного поля, AB направление движения электрона в момент его вылета из конденсатора. Если навить треугольник ABC на упомянутый выше геометрический цилиндр, то AB обратится в винтовую линию—траекторию электрона. Точка B сместится за чертеж, где получится точка почернения фотографической пленки. Расстояние между смещенной за чертеж точкой B и ее проекцией на плоскость чертежа Y является искомым отклонением z, соответствующим углу $\angle HOY = \alpha$. С другой стороны это отклонение равно расстоянию от смещенной за чертеж (при навивании треугольника на цилиндр) точки C до ее проэкции X. Так как далее при навивании



треугольника ABC на поверхность геометрического цилиндра линия AC обращается в дугу окружности радиуса R_φ, то:

$$z = R_\varphi - R_\varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2_\varphi}} \tag{3}$$

где $x = AX$.

Обратим внимание на то, что при малых z точка B должна лежать близко к дуге K. В пределе, когда $z = 0$, B перейдет на эту дугу в точку K и угол α сделается равным $\angle HOB = \varphi$. Кроме того $\lim (d\varphi/d\alpha) \mp 0$.

По принципу относительности [1]):

$$R_\varphi = \frac{1697{,}8\,\beta \sin\varphi}{H\sqrt{1-\beta^2}} \tag{4}$$

Величина $\beta \sin\varphi$ согласно формуле (1) для каждого опыта величина постоянная. Так для кривой № 15 Bucherer дает: при $\varphi = 90^0, \beta = 0{,}5154$. Следовательно вообще для этой кривой $\beta \sin\varphi = 0{,}5154$. Ввиду этого формулу (4) можно переписать так:

$$R_\varphi = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5}$$

где C величина постоянная (для кривой № 15 $C = 6{,}861$ *cm*).

Из формулы (3) следует:

$$\frac{dz}{d\alpha} = -\frac{z}{R_\varphi - z}\,\frac{dR_\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z}\,\frac{dx}{d\alpha}.$$

Откуда, принимая во внимание (1) и (5), находим:

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{R^3_\varphi\, z\, \beta^2 \operatorname{ctg}\varphi}{C^2 (R_\varphi - z)}\,\frac{d\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z}\,\frac{dx}{d\alpha} \tag{6}$$

По мере приближения β к единице, R_φ согласно формуле (5) начинает сильно возрастать и при $\beta = 1$ обращается в бесконечность. Так как далее при $\beta = 1$ $R_\varphi z = \frac{x^2}{2}$ (см. форм. 3), $\varphi = \alpha = \angle HOK$ (для кривой № 15—31°1′), $d\varphi/d\alpha \mp 0$, то и первый член правой части равенства (6) возрастает и обращается в безконечность одновременно с R_φ, второй-же член все время конечен и имеет пределом нуль. Следовательно:

$$\lim \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)_{\beta = 1} = \infty, \tag{7}$$

т. е. обе линии β и γ пересекаются под прямым углом.

Сравнивая этот результат с тем, что дают все без исключения фотографии Bucherer'a, мы видим резкую разницу: при взгляде на опытные кривые создается определенное впечатление об асимптотическом [2]) приближении „кривой β“ к „прямой γ“, теория-же требует пересечения под прямым углом.

[1]) Н. Кастерин. l. c.

[2]) На это обстоятельство обратил мое внимание А. А. Эйхенвальд.

Для правильной оценки полученной разницы надо иметь ввиду, что на протяжении 1,3 *cm.* ординаты теоретической кривой убывают от значения $z = 0{,}31$ *cm.* до значения $z = 0$. Эти числа получены из опытных данных для кривой № 15 при помощи формул (1), (3) и (5) Подобного резкого поворота „кривой β" к „прямой γ" фотографии не. дают. Это следствие нашей теории находится в полном соответствии с первым из обнаруженных Кастериным фактов: вычисленное теоретически расстояние между точками пересечения потому короче промеренного, что теоретическая кривая круче спускается к „прямой γ", чем опытная.

Далее из нашего вывода (7) следует, что вблизи точки пересечения теоретическая кривая обращена вогнутостью к „прямой γ". Таким образом, если опытная кривая в своей центральной части накладывается на теоретическую, то в области $z = 0$ последняя, более круто спускаясь к „прямой γ", должна давать меньшие величины отклонения, чем фотографии Bucherer'a. При подстановке-же в формулу (3) двух значений z: опытного и теоретического, меньшее из них (теоретическое) дает, как это легко заключить из самой формулы, большее значение для R_φ. Таким образом в области, близкой к $z = 0$, R_φ теоретическое систематически больше опытного. А этот результат получен Кастериным [1]) непосредственно из промера фотографий Bucherer'a.

Может быть причина найденных Кастериным отступлений лежит в формуле (1). Даже если ее частный вид (2) отвечает опытам Bucherer'a, Wolz'a, Neumann'a и Schäfer'a, то это нисколько не доказывает, что сама она, как общее соотношение, справедлива. Кастерин делает более определенный вывод: он говорит о несостоятельности принципа относительности. Присоединиться к этому выводу нам мешают опыты указанных исследователей, которые, как мы уже упоминали, проведены в интервале, от $\beta = 0{,}3$ до $\beta = 0{,}85$. Кастерин уже для $\beta = 0{,}75$ констатирует резкое расхождение между теорией и опытом. С другой стороны и наш метод приводит к аналогичным результатам. Но эти результаты тесно связаны с тем обстоятельством, что φ отлично от 90^0: отступления резко проявляются, начиная от $\varphi = 40^0$ приблизительно, и только на участке в $1 - 1^1/_2$ *cm.*, считая по „прямой γ".

Иваново-Вознесенск,
Политехнический Институт.
Февраль 1919.

[1]) Вычисления Кастерина дают собственно систематический рост величины $HR_\varphi \sin\varphi$, откуда, так как известно H и φ, может быть найдено R_φ.

Зависимость свойств химических соединений от их молекулярных объемов и от степени их сжатия.

И. И. Заславского.

В то время как изучению различных правильностей в области атомных и молекулярных весов сотни химиков издавна посвящали тысячи научных работ, вопрос об изучении подобных-же правильностей в области атомных и молекулярных объемов, как жидких так равно и твердых тел, неизменно оставался в тени. И это тем более странно, что атомные и молекулярные объемы, то-есть объемы грамм-атома или грамм-молекулы вещества, выраженные в кубических сантиметрах, несомненно являются крайне характерными величинами для данного соединения и во всяком случае более пригодны для выражения химических закономерностей, чем просто плотности веществ. Очевидно, что те своеобразные затруднения, с которыми приходится встречаться каждому изучающему объемные соотношения соединений, оказались в большинстве случаев до сих пор трудно преоделимыми. В настоящей краткой статье не место вдаваться в исторические подробности вопроса и я ограничусь лишь беглым обзором важнейших работ в данной области.

Уже Ле-Руайе и Дюма (1821), Герапат (1823), Карстен (1824) и Булле (1830) опубликовали ряд работ относительно объемных отношений твердых и жидких тел. Каких-либо выдающихся результатов они не достигли. Карстен и Булле установили однако, что объем химического соединения твердых элементов не равен сумме объемов составных частей. Первая закономерность в этой области была найдена Аммермюллером (1840), который заметил, что закись и окись меди, Cu_2O и CuO, имеют один и тот-же молекулярный объем, если сравнивать Cu_2O и Cu_2O_2; в других примерах он наблюдал подобные-же закономерности, но встречал и многочисленные исключения [1]).

Значительно плодотворнее были работы Коппа (1841), этого классика в области изучения объемных соотношений твердых и жидких тел. Копп нашел целый ряд частичных закономерностей, обнимающих более или менее тесные группы главным образом органических соединений. Однако центр тяжести работ Коппа заключается в

[1]) В. Оствальд. Основания теоретической химии. Перевод Корбе.