

Д. И. БЛОХИНЦЕВ, М. А. ЛЕОНТОВИЧ, И. Е. ТАММ и Я. И. ФРЕНКЕЛЬ  
О СТАТЬЕ А. К. ТИМИРЯЗЕВА «ПО ПОВОДУ КРИТИКИ РАБОТЫ  
Н. П. КАСТЕРИНА»

В своем анализе<sup>\*1</sup> статьи Н. П. Кастерина «Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики» мы показали, что «вся статья в целом представляет собой сочетание неверных утверждений, физически абсурдных допущений и математических ошибок».

Приверженец «теории» Н. П. Кастерина профессор А. К. Тимирязев счел необходимым выступить с попыткой опровергнуть хотя бы часть наших утверждений<sup>\*2</sup>. Для всякого, кто, обладая хотя бы минимальной физико-математической подготовкой, возьмет на себя труд параллельного прочтения нашей статьи и упомянутой контр-критики, полная несостоятельность этой контр-критики настолько очевидна, что появление статьи Тимирязева в сущности не вносит никакого изменения в положение вопроса об оценке «теории» Н. П. Кастерина. Если мы тем не менее решили написать настоящую заметку, то лишь потому, что, во-первых, статья Тимирязева представляет собой яркое саморазоблачение научной несостоятельности ее автора и, во-вторых, потому, что Тимирязев прибегает как мы покажем, к недобросовестным приемам полемики, сознательно стремясь ввести в заблуждение советского читателя.

1. Начнем рассмотрение статьи Тимирязева с вопроса, которому он уделяет максимальное число страниц (4½ из 14): о законности «натуральных координат», которыми пользуется Н. П. Кастерин как в аэродинамике, так и в электродинамике.

По этому вопросу мы утверждали в нашей статье следующее.

1) Условием существования кастеринских координат (которые например в случае гидродинамики определяются им так, что оси  $\lambda$ ,  $\mu$  и  $\nu$  параллельны соответственно  $\Omega$ ,  $[\nu, \Omega]$  и  $[\Omega [\nu, \Omega]]$ ) является одновременное выполнение трех уравнений

$$\Omega \operatorname{rot} \Omega = 0, \quad [\nu, \Omega] \operatorname{rot} [\nu, \Omega] = 0, \quad [\Omega [\nu, \Omega]] \operatorname{rot} [\Omega [\nu, \Omega]] = 0$$

в случае гидродинамики и трех аналогичных уравнений в случае электродинамики.

2) Эти уравнения, вообще говоря, за изъятием частных случаев, не выполняются.

3) Стало быть, система координат, которой пользуется Н. П. Кастерин, как правило вообще не существует.

Очевидно, что Тимирязеву нужно было бы опровергнуть либо

\*1 Известия ОМОН, серия физич., 3, 425 (1937).

\*2 См. настоящий номер, стр. 577.

первое наше утверждение, либо же второе. Вместо этого он посвящает две с лишним страницы тому, чтобы приписать нам и попутно А. Ф. Иоффе нелепое утверждение, что будто «криволинейных ортогональных координат вообще не существует», и длиннейшей цитатой из Ламэ доказать, что выгодно выбирать координаты «в форме, наиболее подходящей к интегрированию». Так как эта азбучная истина, в которой никто никогда не сомневался, не имеет никакого отношения к нашим утверждениям, то эти страницы могли быть написаны автором только с целью создать у читателя ложное представление о предмете спора. Тот же прием повторяется и на следующих полутора страницах, где автор, ссылаясь на Н. Е. Жуковского и приводя чертежи, пространно выводит условие существования поверхностей, ортогональных к линиям тока. Весь контекст создает впечатление, что автор противопоставляет свои рассуждения (или, вернее, рассуждения Н. Е. Жуковского) нашим, тогда как выведенное Н. Е. Жуковским условие (3) только по форме записи отличается от уравнения (а) нашей статьи и не является спорным. Наконец после Ламэ и Жуковского привлекается авторитет Бьеркнеса, чтобы вновь подтвердить правильность нашего уравнения (а), причем опять вся разница заключается в обозначениях (Бьеркнес пишет  $\mathbf{V} \operatorname{curl} \mathbf{V} = 0$ , мы же пишем  $\mathbf{A} \operatorname{rot} \mathbf{A} = 0$ ).

Лишь после трех с половиной страниц этой дымовой завесы автор поместил один единственный абзац, действительно направленный к опровержению наших утверждений. Вот он: «Бьеркнес сообщает, что найденные им в 1897 г. законы возникновения вихрей он опубликовал, убедившись, что все векторы, с которыми ему пришлось иметь дело, удовлетворяют условию  $\mathbf{V} \operatorname{curl} \mathbf{V} = 0$ . Вот его слова: „После примыкающего к этой работе исследования дважды ламинарных векторов (дифференциальные уравнения которых  $\mathbf{V} \operatorname{curl} \mathbf{V} = 0$ ), которые появляются при всех применениях этих законов, я опубликовал оба связанных между собою исследования“». «Итак,—продолжает Тимирязев,—Бьеркнес показал, что для угловой скорости вихря условие  $\mathbf{\Omega} \operatorname{curl} \mathbf{\Omega} = 0$  выполняется, и стало быть применение натуральных координат законно» (стр. 587).

Таким образом вся аргументация Тимирязева основана на «перифразировке» Бьеркнеса: в его утверждение, что при всех применениях его законов встречаются дважды ламинарные векторы, Тимирязев вкладывает тот смысл, что все встречающиеся в применениях гидродинамики векторы дважды ламинарны. Это последнее утверждение неверно, и у Бьеркнеса его конечно нет. Характерно, что в поисках цитаты, в которую можно было бы попытаться вложить неправильное содержание, Тимирязев принужден был обратиться не к тексту книги Бьеркнеса, а к приложенной к ней историко-библиографической справке (из которой взята приведенная им цитата), в которой автор не стремился к точной формулировке положений, подробно развитых им в тексте.

Наконец, если даже на минуту согласиться с Тимирязевым, что Бьеркнес действительно доказал справедливость соотношения  $\mathbf{\Omega} \operatorname{curl} \mathbf{\Omega} = 0$  для угловой скорости вихря, то для существования кастеринских координат необходимо выполнение не только этого, но и двух других упомянутых выше условий, относящихся к векторам  $[\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}]$  и  $[\mathbf{\Omega} [\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}]]$ , свойства которых обычно в применениях гидродинамики не рассматриваются.

Таким образом наше утверждение о незаконности кастеринских координат остается полностью в силе.

Все предшествующее относилось к применению этих координат к гидродинамике. Что же касается применимости их в электродинамике, то Тимирязев ограничивается следующим силлогизмом:

1) Кастерин показал, что электродинамика тождественна с аэродинамикой сверх-газа. 2) Бьеркнес показал, что кастеринские координаты можно применять в гидродинамике. 3) Следовательно их можно применять и в электродинамике. В этом силлогизме неверны как обе посылки, так и вывод из них, что в частности подтверждено было в нашей статье двумя конкретными примерами, оставленными Тимирязевым без внимания.

В заключение Тимирязев обращается к нам с просьбой указать, «какие существуют электромагнитные явления, которые убедили бы нас в том, что вектор  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля — вектор закручивающийся». Отдавая должное Тимирязеву, имеющему мужество открыто признаться в незнании с элементарными физическими фактами (правда, к сожалению, лишь в этом частном случае), мы охотно выполняем его просьбу. Одним из простейших примеров вектора, для которого  $\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{E} \neq 0$ , является напряженность поля двух плоских противоположно направленных волн, поляризованных под углом друг к другу. Линии этого вектора прямые. Примером же вектора, линии которого не только не имеют ортогональных поверхностей, но и «закручиваются» подобно винтовым линиям, может служить например электрический (и магнитный) вектор в тех участках поля излучающей системы, состоящей из сочетания прямолинейной антенны (диполя) и рамки, в которых членами порядка  $1/R^2$  нельзя пренебрегать по сравнению с членами порядка  $1/R$ . Другим примером является электрическое поле трансформатора, помещенного между обкладками конденсатора, и т. д.

2. Мы так подробно рассмотрели один из пунктов статьи Тимирязева для того, чтобы проиллюстрировать его метод полемики. Так как этот метод применяется им во всей статье, то в дальнейшем мы можем быть более краткими.

Нами было показано, что уравнения Кастерина не удовлетворяют галилееву принципу относительной классической механики. В качестве возражения Тимирязев приводит два довода. Во-первых, тот, что «уравнения Н. П. Кастерина являются уравнениями Лагранжа — Гельмгольца, а эти последние как будто уравнения классической механики, и как таковые они не могут противоречить галилееву принципу относительности!» Так как мы в нашей статье доказали, что уравнения Кастерина противоречат этому принципу, то из рассуждений Тимирязева следует только, что уравнения Кастерина противоречат классической механике, что впрочем и без того очевидно. Второй довод заключается в следующем. Мы показали, что кастеринское обобщение уравнений аэродинамики эквивалентно введению в эти уравнения некоторой добавочной силы, величина которой зависит от абсолютного значения скорости газа, что противоречит принципу относительности классической механики. То обстоятельство, что эта добавочная сила зависит от квадрата скорости, дало основание Тимирязеву вспомнить, что квадрат скорости входит также в известное уравнение Бернулли, и заявить: «Если авторам отзыва не нравятся члены, содержащие квадрат скорости, то тогда, прежде чем опровергать работу Н. П. Кастерина, надо было бы опровергнуть теорему Бернулли о гидродинамическом давлении, выражение сил сопро-

тивления, пропорциональных  $v^2$ , и т. д.». Этим аргументация Тимирязева по данному пункту исчерпывается. Между тем должно же ему быть известно, что сила сопротивления, испытываемая телом, движущимся в газе, пропорциональна квадрату относительной скорости этого тела по отношению к газу, тогда как в уравнения Кастерина входит абсолютная скорость газа. Далее известно, что уравнение Бернулли является не уравнением движения, а интегралом уравнений движения, аналогичным интегралу энергии, и что зависимость кинетической энергии от квадрата абсолютного значения скорости  $v^2$  отнюдь не противоречит принципу относительности. Напротив, указанная нами зависимость от квадрата этого абсолютного значения величины силы, введенной Кастериным в уравнения движения, прямо противоречит принципам классической механики.

3. Если в приведенной выше цитате Тимирязев признавал галилеев принцип относительности, то при обсуждении кастеринского критерия применимости аэродинамики он его отвергает. Цитируя из нашей статьи фразу: «Скорость есть понятие относительное, и значение ее зависит от выбора тела отсчета», он заявляет, что этим утверждением будто бы «аннулируется... вся классическая механика и физика» и что в классической механике изучают не «кажущиеся», а «истинные» скорости, причем «„истинными“» скоростями для системы являются скорости относительно центра инерции этой системы». Между тем не может же Тимирязев не знать, что его утверждение заведомо неверно и что согласно элементарным основам классической механики все равномерно движущиеся системы отсчета совершенно равноправны и система отсчета, связанная с центром инерции, не обладает никаким преимуществом по сравнению с остальными. Ведь на стр. 582 он сам говорит, что «уравнения классической механики... не могут противоречить галилееву принципу относительности». Самое определение «истинной» скорости, даваемое Тимирязевым, является плодом его собственного творчества и совершенно несостоятельно. Действительно, что понимать под центром инерции системы, что включить в «систему»? Напомним, что весь вопрос возник в связи с критерием Кастерина, согласно которому аэродинамика применима лишь в том случае, если  $v^2 \ll c^2$ , где  $v$  — скорость газа, а  $c$  — скорость звука в нем. Пусть нас интересует температурная циркуляция воздуха в закрытой кабине самолета. Если мы «системой» будем считать самолет, то «истинная» скорость этой циркуляции (т. е. скорость по отношению к самолету) будет гораздо меньше  $c$ , т. е. согласно Кастерину классическая аэродинамика будет применима. Но если учесть, что самолет испытывает притяжение Земли и включить в «систему» и Землю, то «истинной» скоростью воздуха в кабине нужно будет уже считать скорость относительно Земли; она окажется в скоростных самолетах близка к  $c$ , и аэродинамика окажется неприменимой. Наконец ведь можно включить в систему и Солнце, и тогда «истинная» скорость воздуха в кабине будет уже в 100 раз превышать скорость звука.

Таким образом утверждения Тимирязева не только прямо противоречат классической механике, но и содержат положения, вообще лишённые физического содержания\*<sup>1</sup>.

\*<sup>1</sup> Наша критика кастеринского критерия применимости аэродинамики вызвала также возражение совсем другого характера. Ф. Франкль и

4. Помимо критерия применимости аэродинамики Кастерин указывает также своеобразный критерий применимости электродинамики Максвелла. Согласно Кастерину она применима лишь при условии  $M^2 \ll E^2$ , где  $M$  и  $E$  суть напряженности магнитного и электрического полей. Мы указали, что этот критерий не может быть правильным хотя бы уже по одному тому, что из него вытекает нелепое следствие, а именно неприменимость уравнений Максвелла к чисто магнитному полю, например к полю постоянных магнитов или электромагнитов. Вместо того чтобы высказаться по существу нашего указания, Тимирязев посвящает две с половиной страницы «аргументации» того сорта, который был подробно рассмотрен нами в разделе I, и в заключение резюмирует свои выводы следующим образом: «Во-первых, уравнение не Кастерина, а Томсона, а, во-вторых, дуализм — постоянный магнит и магнитное поле тока... был устранен гипотезой Ампера, а с 1915 г. ... гипотеза Ампера стала экспериментально установленным фактом».

Что касается второго положения Тимирязева, то оно в основном правильно, но ни в какой мере не может быть противопоставлено нашим утверждениям. Тимирязев повидимому хотел выразить ту мысль, что если есть магнитное поле, то где-то существуют и электрические заряды, движением которых оно создается. Несомненно, что например ток в электромагните создается электронами, тем не менее вне электромагнита  $E = 0$  или близко к 0, так что  $M$  гораздо больше  $E$  и критерий Кастерина в этом поле не выполнен, что мы и утверждали.

Что же касается первого положения авторов (уравнение не Кастерина, а Томсона), то, хотя весь характер изложения и создает у читателя впечатление, что это положение относится к нашей критике кастеринского критерия  $M^2 \ll E^2$ , в действительности же оно относится не к этой критике, а к кастеринскому уравнению (19). Об этом уравнении мы только вскользь упомянули в нашей статье, и критерий Кастерина отнюдь из него не вытекает. Тимирязев и в этом случае создает неправильное впечатление о предмете спора. Все же мы не можем обойти молчанием попытку Тимирязева доказать правильность уравнения (19) ссылкой на Дж. Дж. Томсона и на Лоренца. Что касается Дж. Дж. Томсона, то как для Кастерина, так и для Тимирязева характерно, что из ценнейшего научного наследия этого первоклассного ученого они выбирают как раз те положения, которые были опровергнуты дальнейшим развитием науки. Что же касается ссылки на Лоренца, то она могла быть рассчитана только на то, что читатель поленился заглянуть в цитированную Тимирязевым статью Лоренца. Лоренц подчеркивает в этой статье, что представление о движении силовых линий, которое является исходным пунктом всех построений Томсона и Кастерина, носит чисто условный характер и вводится лишь с целью графического изображения изменений поля. Лоренц указывает на противоречия, к которым в известных условиях приводит это представление (стр. 120), наконец на условия, при которых в это представление нельзя однозначно вложить определенное содержание (стр. 120).

С. А. Христианович упрекают нас в том, что, отвергая критерий Кастерина и правильно указывая вместо него совершенно иной критерий, мы однако оговорили, что в некоторых частных случаях критерий Кастерина может быть все же применим. В своем письме они показали, что критерий Кастерина неприменим даже и к этим частным случаям, и мы охотно признаем неправильность нашей оговорки.

Более того, Лоренц на стр. 121 явно указывает, что его изложение во многом отличается от теории, изложенной Томсоном в той самой статье в 1891 г., на которую ссылается Тимирязев, стремящийся создать заведомо неверное представление о совпадении взглядов Томсона и Лоренца. Тимирязев утверждает, что кастеринское (томсоновское) уравнение (19) «выведено Лоренцом в векторной форме». Правда, он все же вынужден отметить, что по Лоренцу

$$[\mathfrak{D} \cdot \mathfrak{H}] = -c\mathfrak{H} + \text{grad } \psi,$$

тогда как у Кастерина член  $\text{grad } \psi$  отсутствует, но пытается обосновать это расхождение совершенно несостоятельной ссылкой на теорию Ампера. Между тем именно отбрасывание члена  $\text{grad } \psi$  по Кастерину (и Томсону) и ведет к нелепому следствию, что магнитное поле  $\mathfrak{H}$  должно равняться нулю, если электрическое поле  $\mathfrak{D}$  равно нулю!

5. Стремясь создать впечатление, что мы в нашей статье пользовались по его выражению «специфическим методом критики», Тимирязев приводит из нашей статьи цитату: «В частности Кастерин почему-то считает парадоксальным, что в связи с увеличением скорости газа по мере приближения к вихрю плотность и давление его убывают...», затем цитирует из Кастерина несколько строк, в которых говорится только об энергии, и кончает заявлением: «Таким образом энергия подменяется плотностью!» В действительности же цитата из Кастерина *оборвана* Тимирязевым *на запятой*, за которой следуют слова: «а плотность газа возрастает от поверхности к периферии». Далее Кастерин заявляет, что будто бы на опыте наблюдается обратный ход плотности, в чем мы и выражали сомнение в нашей статье.

6. Мы указали в нашей статье на одно из утверждений Кастерина, противоречащих основам математического анализа. Вот полностью соответствующее место статьи Кастерина: «Уравнение с частными производными

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \varphi E_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \sin \varphi E_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (r E_z) = 0 \quad (2')$$

сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению, если мы примем во внимание, что оно имеет место только в пространстве, занятом полем. Интеграл его имеет вид:

$$(r^2 \sin \varphi E_r) (r \sin \varphi E_\varphi) (r E_z) = A_0^3.$$

Тимирязев упрекает нас в том, что, отмечая явную нелепость этого утверждения Кастерина, мы не привели в нашем тексте той фразы Кастерина, которая выделена в приведенной цитате разрядкой. При этом Тимирязев считает, что именно эта фраза устраняет противоречие между утверждением Кастерина и основами математики. Между тем эта фраза не только не устраняет этого противоречия, но содержит в себе еще дальнейшие ошибки, которых мы не касались только из соображений экономии места. Утверждением, что уравнение (2'), т. е. попросту уравнение  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ , справедливо только в пространстве, занятом полем, бессмысленно, ибо вне поля  $\mathbf{E} = 0$  и уравнение (2') удовлетворяется тождественно. На основании этого бессмысленного утверждения невозможно свести уравнение в частных производных (2') к обыкновенному. Наконец выражение

$$(r^2 \sin \varphi E_r) (r \sin \varphi E_\varphi) (r E_z) = A_0^3$$

не может быть интегралом обыкновенного дифференциального уравнения хотя бы уже потому, что оно содержит по меньшей мере две независимых переменных  $r$  и  $\varphi$ , так же впрочем, как оно не может быть и интегралом уравнения в частных производных (2').

Таким образом, солидаризуясь с утверждениями Кастерина, Тимирязев обнаруживает по меньшей мере незнакомство с элементами математического анализа.

7. Это печальное обстоятельство обнаруживается также при его попытке разъяснить другую математическую ошибку Кастерина. Мы указали в нашей статье, что «если вектор  $\mathbf{E}$  направлен по оси  $\lambda$ , то

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial E \mathbf{l}}{\partial t} = \mathbf{l} \frac{\partial E}{\partial t} + E \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}, \quad (\text{g})$$

где  $\mathbf{l}$  — единичный вектор по оси  $\lambda$ , а  $E$  — численное значение вектора  $\mathbf{E}$ . Между тем Кастерин в уравнениях (15\*) и (16\*) сохраняет лишь первый член правой части этого выражения, не учитывая второго». Тимирязев однако считает, что Кастерин прав, ибо, говорит он, «как это обычно делается в механике, в случае меняющихся направлений движущиеся оси в данный момент приводятся к совпадению с неподвижными, отнесенными к центру инерции». Таким образом Тимирязев считает, что приведение в совпадение движущихся и неподвижных осей в данный момент времени позволяет отбросить второй член в равенстве (g). Это утверждение находится в прямом противоречии с азбукой векторного анализа и кинематики, излагать которую на страницах этого журнала мы не считаем уместным. Заметим только, что если при выводе соотношений между значениями скорости или ускорения в неподвижной и вращающейся системах координат отбросить согласно Тимирязеву члены типа  $\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}$ , учитывающие изменение направления вращающихся координатных осей (хотя бы приведенных в любой заданный момент в совпадение с неподвижными осями), то скорости в неподвижной и вращающейся системах координат окажутся равными, а кориолисово ускорение окажется несуществующим!

8. Тимирязев обвиняет нас в том, что, иллюстрируя на одном примере несостоятельность кастеринского уравнения (17), мы умышленно заменили  $\sigma_\lambda = h_2 h_3 d\mu dv$  на  $\sigma_\lambda = h_2 h_3$  вопреки тому, что написано у Кастерина на стр. 6 и 9. В действительности же дело обстоит следующим образом. Соотношение  $\sigma_\lambda = h_2 h_3 d\mu dv$  встречается в аэродинамической части статьи Кастерина. Переходя к электродинамике, он из обычного уравнения (15a)  $\text{div} (D_0 \mathbf{E}) = 0$  простым преобразованием координат получает уравнение (15a\*)

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} (D_0 E \sigma_\lambda) = 0.$$

Хорошо известно, что если вектор  $D_0 \mathbf{E}$  направлен по оси  $\lambda$  криволинейных координат, то

$$\text{div} (D_0 \mathbf{E}) = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \cdot \frac{\partial}{\partial \lambda} (D_0 E h_2 h_3),$$

причем под знаком производной стоит  $h_2 h_3$  без множителя  $d\mu dv$ . Именно поэтому мы и сочли, что в электродинамической части статьи Кастерина под  $\sigma_\lambda$  надо понимать  $h_2 h_3$ .

Правда, поскольку в правой части уравнения (15а\*) стоит нуль, под знак производной можно ввести любую постоянную величину. Однако это не спасает ни Кастерина, ни его апологета Тимирязева. Аргументация последнего основывается на том, что «сечение фарадеевой трубки ( $dy dz$ . — Б.Л.Т.Ф.) может быть и функцией координат и функцией времени даже в декартовых координатах». Но ведь если произведение  $dy dz$  или общее  $d\mu dv$  не является постоянной величиной, то его заведомо нельзя вводить под знак производной в уравнение (15а\*), т. е. необходимо принять то определение  $\sigma_\lambda$ , которым пользовались мы. Кроме того, развертывая уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} (D_0 E \sigma_\lambda) = 0,$$

Кастерин получает уравнение (18), в которое входит только  $h_2$  и  $h_3$ , но не  $d\mu$  и  $dv$ , что означает либо независимость  $d\mu dv$  от координат и времени, либо же справедливость нашего определения  $\sigma_\lambda$ .

Мы исчерпали все возражения Тимирязева, касающиеся указанных нами конкретных физических и математических ошибок Кастерина, значительная часть которых впрочем обойдена Тимирязевым молчанием. Из изложенного явствует полная несостоятельность всех этих возражений.

В заключительных страницах своей статьи Тимирязев пытается перевести полемику в область общих проблем теоретической физики. Мы не последуем за ним потому, что считаем необходимой предпосылкой подобной дискуссии признание всеми ее участниками элементарных основ физики и математики и соблюдение ими элементарной научной добросовестности.

В заключение мы должны еще раз подчеркнуть, что, как явствует из изложенного, статья Тимирязева не только выявляет научную несостоятельность ее автора, но также и его научную недобросовестность и сознательное стремление ввести в заблуждение читателя статьи. Мы считаем своим долгом обратить на этот факт внимание советской общественности.