ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1938
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

Ф. ФРАНКЛЬ и С. А. ХРИСТИАНОВИЧ

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В № 3 серии за 1937 г. напечатана статья группы авторов „О статье Н. П. Кастерина „Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики"». Мы вполне согласны с выводами статьи группы авторов. Считаем однако нужным сообщить, что в статье допущена одна неточность, смягчающая выводы авторов, которые в одном пункте напрасно согласились с Н. П. Кастериным.

Н. П. Кастерин утверждает, что «они (основные уравнения гидродинамики) явно недостаточны для представления тех быстрых движений воздуха, с которыми приходится иметь дело в авиации, особенно для вихревых движений» (стр. 1) и выдвигает в качестве критерия их применимости требование

$$\frac{v^2}{c^2} \ll 1, \tag{1}$$

где v — скорость потока и c — скорость звука.

Авторы правильно возражают против этого критерия в общем случае, указывая, что в действительности критерием применимости основных уравнений гидродинамики является соотношение

$$\left|\tau \frac{\partial v}{\partial x}\right| \ll 1, \tag{2}$$

где τ — время свободного пробега молекулы, v — скорость потока, а x — координата.

Но в то же время авторы соглашаются с тем, что «в некоторых случаях, например при рассмотрении движения газа относительно твердых тел, скажем стенки трубы или аэроплана, этот общий критерий применимости аэродинамики практически совпадает с критерием $v^2/c^2 \ll 1$».

На самом деле это не так. Критерий (2) очевидно может быть переписан в таком виде:

$$\left|\frac{\partial\left(\frac{v}{\bar{c}}\right)}{\partial\left(\frac{x}{L}\right)} \cdot \frac{l}{L}\right| \ll 1, \tag{3}$$

где $\bar{c}$ — средняя скорость звука в потоке, L — диаметр обтекаемого тела или трубы, l — длина свободного пробега молекулы.

Эквивалентность критериев (2) и (3) вытекает из того, что $\bar{c}$ равняется l/τ, умноженному на числовой множитель порядка единицы.

Таким образом мы видим, что для выполнения критерия (3) или (2) вовсе нет никакой необходимости в том, чтобы v^2/c^2 было мало по сравнению с единицей; величина

$$\frac{\partial\left(\frac{v}{c}\right)}{\partial\left(\frac{x}{L}\right)}$$

может быть порядка единицы, и тогда требуется только, чтобы было

$$\frac{l}{L} \ll 1, \tag{3'}$$

т. е. чтобы длина свободного пробега молекулы была мала по сравнению с диаметром обтекаемого тела или трубы.

В условиях полета аэроплана и даже снаряда, летящего со сверхзвуковой скоростью, условие (3′) выполнено; то же самое относится к аэродинамическим трубам больших скоростей. Так как в этих случаях

$$\frac{\partial\left(\frac{v}{c}\right)}{\partial\left(\frac{x}{L}\right)}$$

также порядка единицы, то критерий (3) выполнен.

Действительно в указанных случаях, вопреки утверждениям Н. П. Кастерина, справедливость основных уравнений гидродинамики подтверждена опытом *[1].

В действительности известны например следующие случаи неприменимости основных уравнений гидродинамики:

1) броуновское движение (L — мало),
2) движение метеоритов в высших слоях атмосферы (l — велико),
3) движение газа в трубах вакуумнасосов (l — велико).

Для всех этих случаев существуют соответствующие теории, которые однако ничего общего не имеют с теорией Н. П. Кастерина.

Кроме того известен еще один случай, когда условие (3′) выполнено, но зато

$$\frac{\partial\left(\frac{v}{c}\right)}{\partial\left(\frac{x}{L}\right)} \gg 1.$$

Этот случай встречается при исследовании внутренней структуры скачков уплотнения (ударных волн). Строгого решения этой задачи еще не имеется, но ясно, что и здесь теория Н. П. Кастерина не при чем.

Так как указанная нами неточность может повести к недоразумениям, просим напечатать это письмо в «Известиях ОМЕН».

*[1] Само собой разумеется, что при этом уравнение неразрывности приходится применять в его общем виде

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0,$$

а не в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

годном только для несжимаемой жидкости. Мы здесь оставляем в стороне явление турбулентности; возникновение турбулентных режимов зависит вовсе не от величины v^2/c^2, а от числа Рейнольдса $\frac{\rho L v}{\mu}$ и может иметь место и при малых значениях v^2/c^2.