

ПРИЛОЖЕНИЕ ТРЕТЬЕ
ВИХРЕВАЯ ТЕОРИЯ МАТЕРИИ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВИХРЕЙ. 1)

Н. Е. ЖУКОВСКИЙ.

В своих работах по механике Гельмгольц является одним из видных представителей той школы ученых, которые, по выражению Пуансо, поставили себе задачу: „*considérer les choses en elles-mêmes*“.

Механика развивалась как глубокомысленными трудами аналитиков, так и остроумными исследованиями геометров. При этом часто бывало, что сложные аналитические формулы освещались и представлялись в ясной наглядной форме, благодаря удачным геометрическим представлениям. Такие интерпретации охватывали задачу во всей ее полноте и раскрывали многие свойства ее, не замеченные при аналитическом исследовании. Так было с решением задачи о движении твердого тела около его центра тяжести; решение сперва было получено Эйлером аналитическим путем, но оставалось затерянным среди массы формул и только благодаря простым и наглядным интерпретациям Пуансо предстало перед глазами ученых со всей ясностью.

Какая роль выпала на долю Пуансо при разъяснении вопроса о движении твердого тела, такая же принадлежит и Гельмгольцу в разъяснении вопроса о движении жидкости.

Почти все работы Гельмгольца по механике посвящены гидромеханике, которую он не перестает заниматься и до настоящего времени. При этом можно сказать, что современная гидродинамика своим развитием обязана главным образом Гельмгольцу. А между тем наиболее замечательная работа германского ученого в этой области: „*Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen*,

1) Из лекции, читанной Н. Е. Жуковским в 1891 г. в пользу Гельмгольцевского фонда. Более обстоятельное изложение теории вихрей в книге Жуковского „Основы воздухоплавания“.

welche den Wirbelbewegungen entsprechen“ появилась в 1858 году, спустя 43 года после того, как формулы, заключающие в себе принцип сохранения вихрей, были найдены Коши. Но Коши рассматривал полученный им результат только с аналитической стороны и не предвидел той массы вопросов, которые могут быть решены при надлежащем геометрическом освещении выводов.

Я постараюсь теперь с возможною простотою выяснить вам установленное Гельмгольцем понятие о вихре.

Вообразим цилиндрический сосуд конечной высоты (рис. 32) с весьма большим основанием, наполненный капельной или газо-

образной жидкостью, и предположим, что эта жидкость движется так: центральный цилиндрический столбик ее, некоторой толщины, вращается, как твердое тело, около своей оси, а вся остальная масса жидкости крутится около этого столбика по кругам со скоростями, обратно пропорциональными расстоянию от оси столбика, при чем эти скорости, убывая по мере приближения к центральному столбику, переходят на его поверхности в скорость столбика.

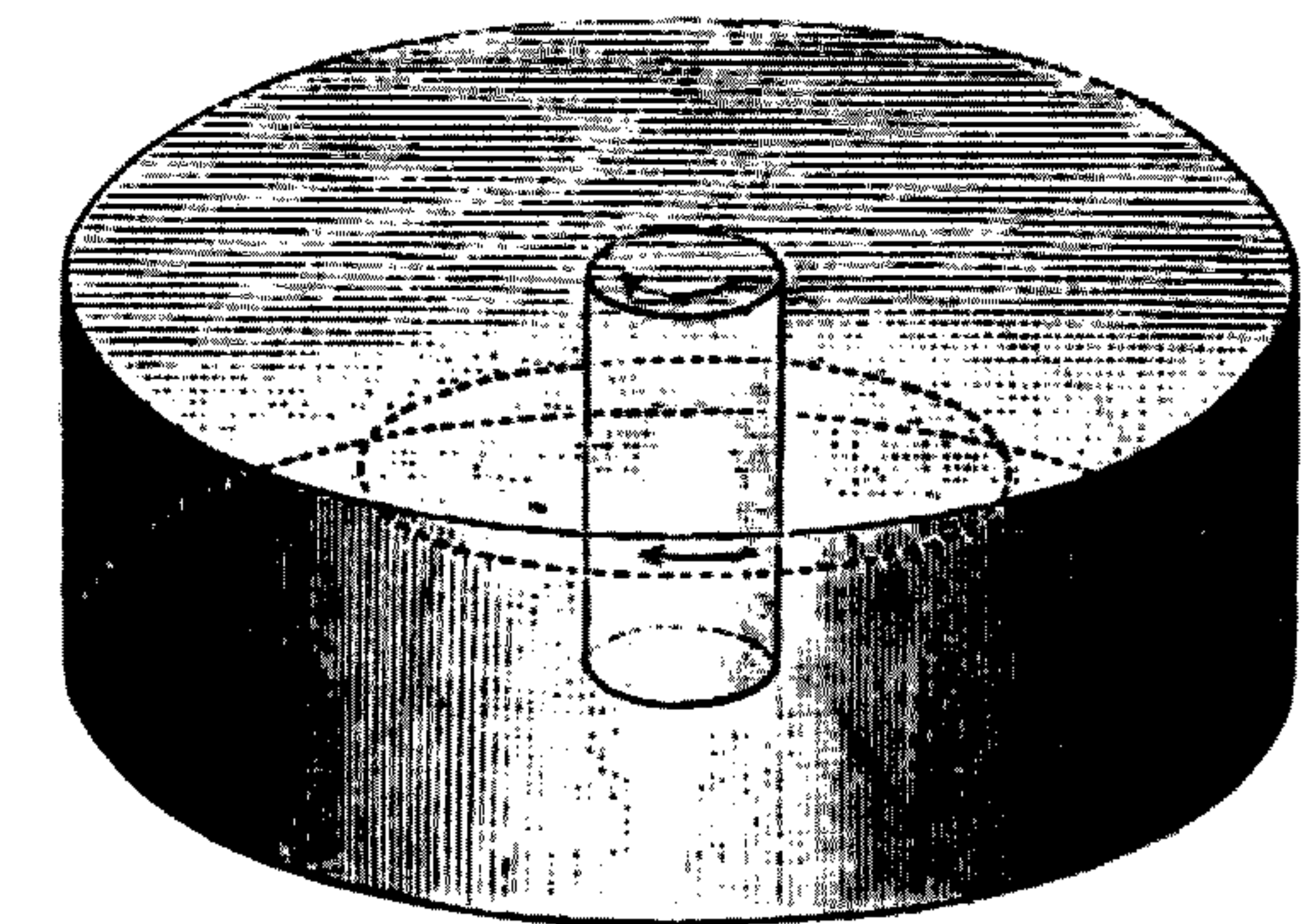


Рис. 32.

Такое движение жидкости и называется вихрем, а характеризующий его цилиндрический столбик — вихревым шнурком. Так называет Гельмгольц произведение из площади нормального (перпендикулярного) сечения столбика на его угловую скорость. Можно еще сказать, что напряжение вихря равно половине произведения скорости жидкости при поверхности вихревого шнура на периметр нормального сечения шнура. Удвоенную величину этого произведения называют циркуляцией скорости по нормальному сечению шнура. Вообще циркуляция скорости по какому-нибудь замкнутому контуру внутри движущейся жидкости есть произведение из длины контура на среднюю из всех составляющих скоростей точек контура по направлению контура.

Так как в движении жидкости, изображенном на рис. 32, скорости обратно пропорциональны радиусу, то циркуляция скорости по всем горизонтальным кругам, имеющим центр на оси столбика

и охватывающим его, равны между собою и, следовательно, равны удвоенному напряжению вихря, а циркуляция скорости его по контурам, состоящим из отрезков двух кругов между отрезками двух радиусов и лежащим вне шнура, равна нулю. Кроме этого, легко доказать, что циркуляция скорости по всяким замкнутым контурам, охватывающим шнур, равна удвоенному напряжению вихря, а циркуляция скорости по всяким замкнутым контурам, его не охватывающим, равна нулю.

Это замечание позволяет нам разыскивать вихревой шнур по данной движущейся жидкости. Для этого надо провести замкнутый контур и определить для него циркуляцию. Если она не равна нулю, то сквозь контур проходит вихревой шнур. После этого

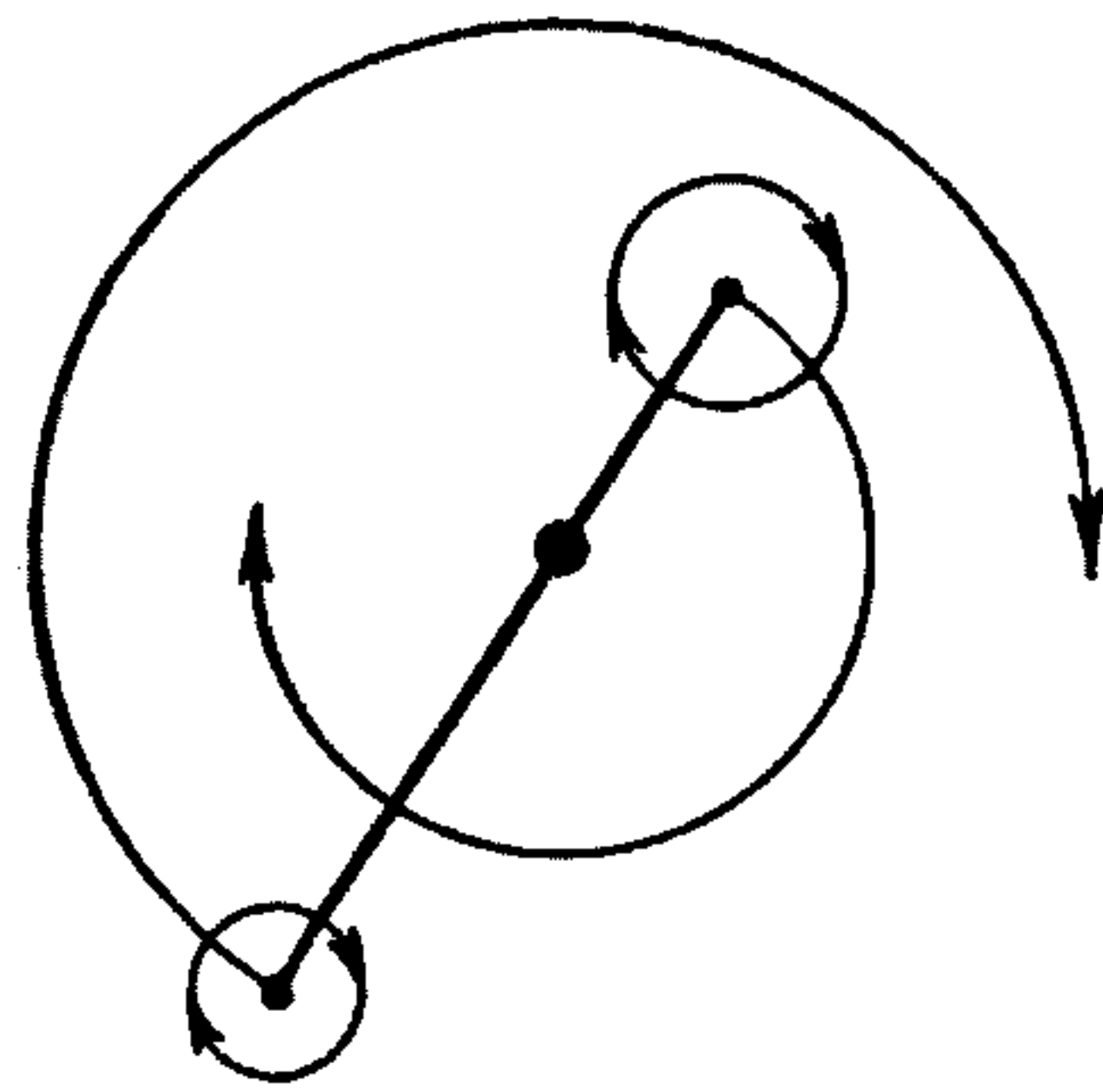


Рис. 33.

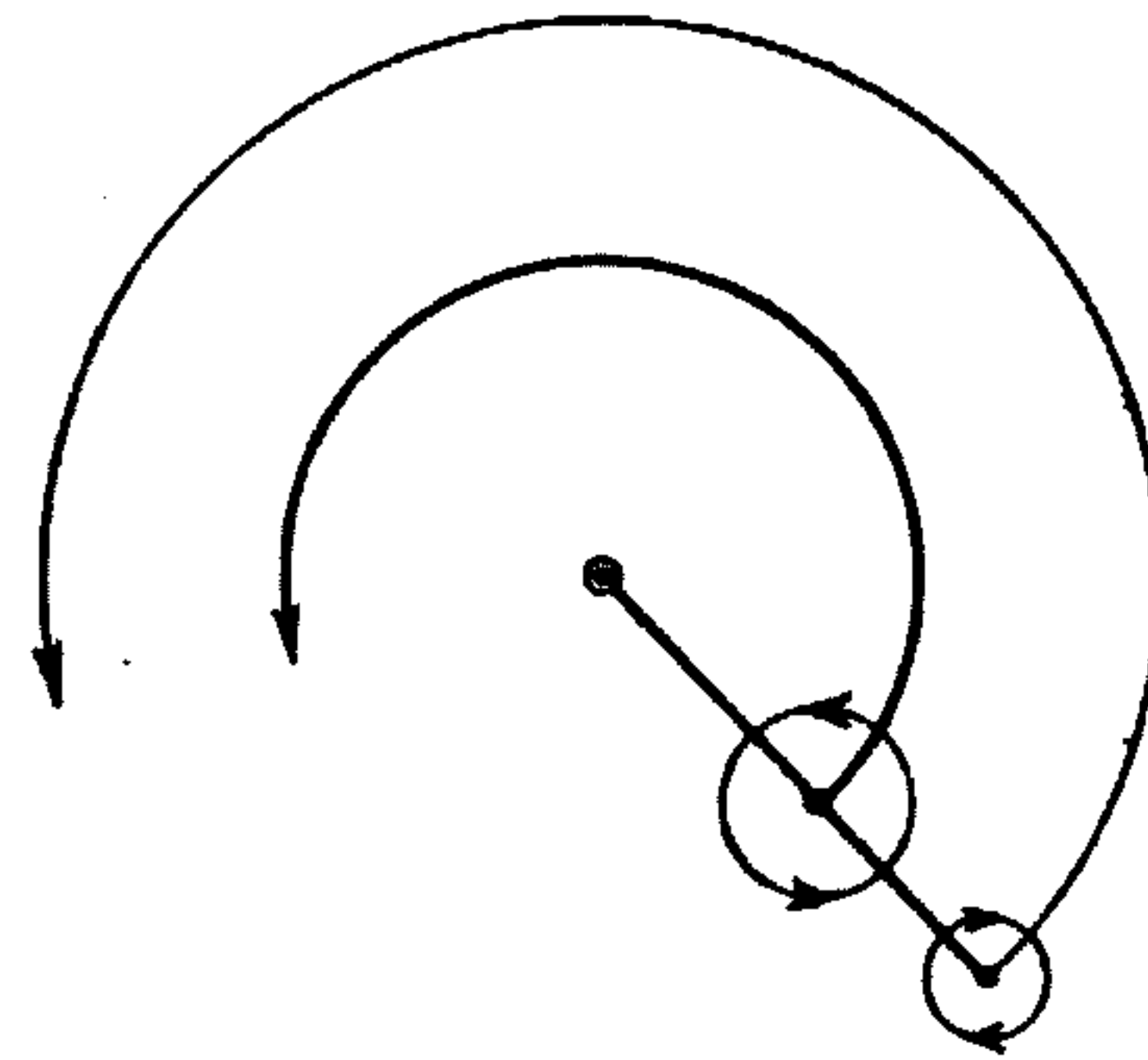


Рис. 34.

надо уменьшать контур до тех пор, пока циркуляция не изменится. Уменьшая его таким образом, мы можем подойти к поверхности шнура.

Если в рассмотренном нами весьма широком сосуде имеется только один вихрь, обусловленный прямым вихревым шнуром, то шнур будет оставаться неподвижным. Но если бы в этом сосуде образовались два такие вихря, крутящиеся около параллельных вихревых шнуров, то шнуры стали бы двигаться. На рис. 33 изображены в плане два вихревых шнура с различными напряжениями, вращающиеся в одну сторону. Так как вихрь, соответствующий левому вихревому шнуру, вращает всю жидкую массу около оси шнура по часовой стрелке, то сообщает правому шнуру скорость, направленную перпендикулярно радиусу вниз, а вихрь правого шнура по той же причине сообщает левому шнуру скорость, направленную вверх. Вследствие этого происходит то, что оба шнура вра-

щаются по часовой стрелке около некоторой точки; эта точка получится, если в центрах двух шнуров мысленно сосредоточим массы, пропорциональные напряжению соответственных вихрей, и отыщем центр тяжести этих двух масс.

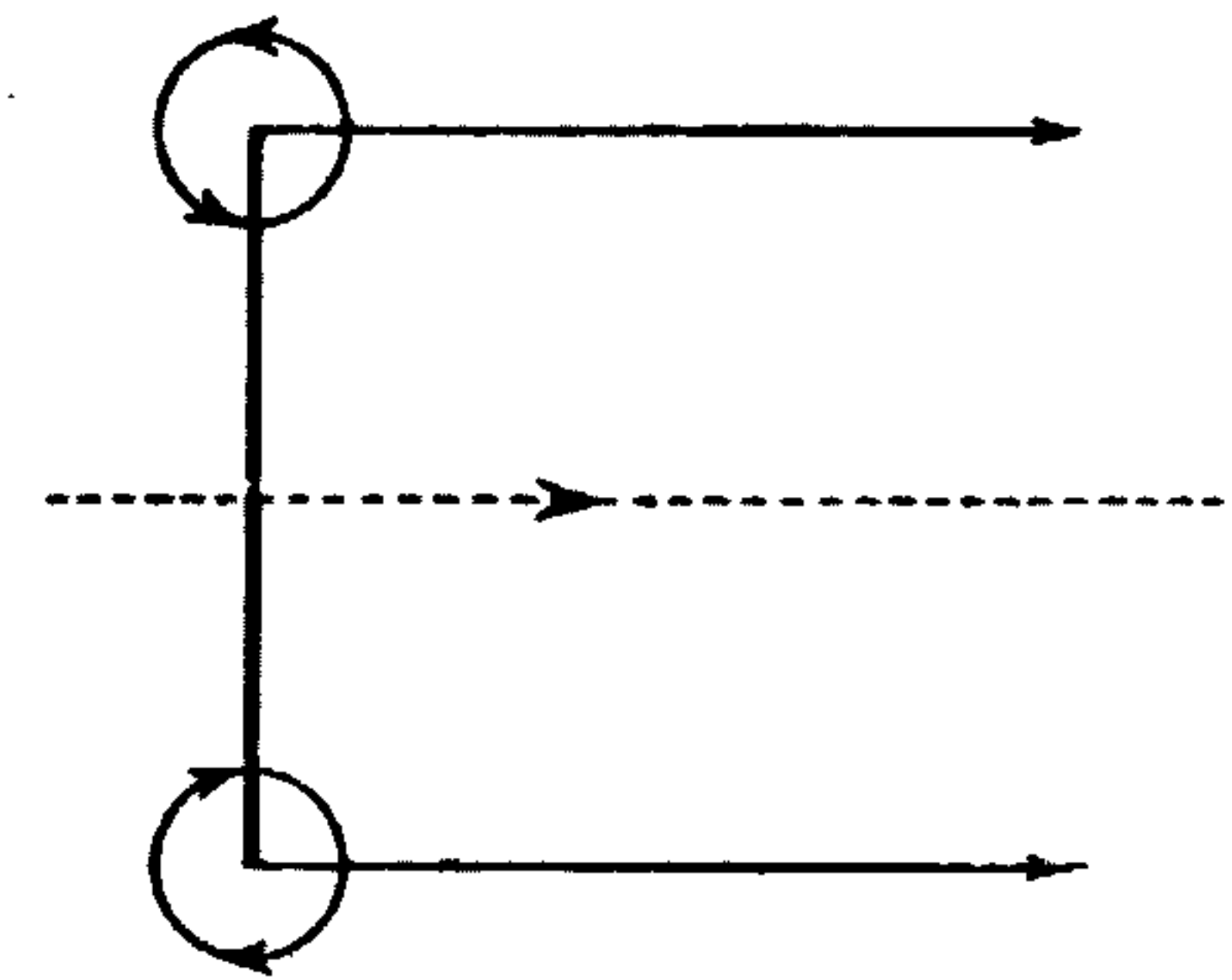


Рис. 35.

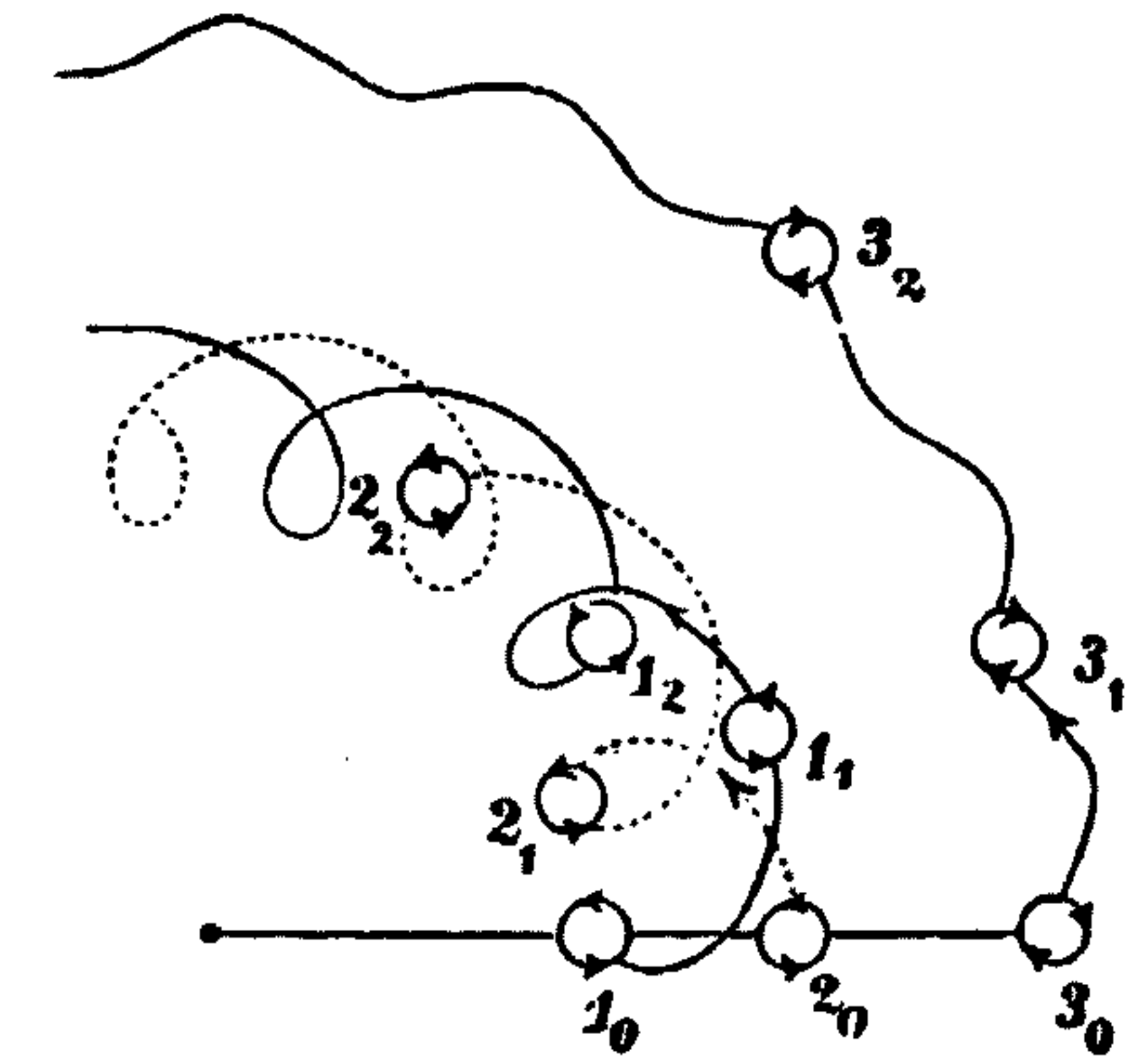


Рис. 36.

Если бы вихри крутились в различные стороны, то вихревые шнуры (рис. 34) стали бы вращаться около центра, лежащего со стороны шнура большего напряжения, и вращение совершалось бы в сторону движения вихря большего напряжения. Если бы при этом оба напряжения были равны, то этот центр удалился бы в бесконечную даль, и оба шнура бежали бы вперед (рис. 35) по направлению перпендикулярному прямой, соединяющей центры.

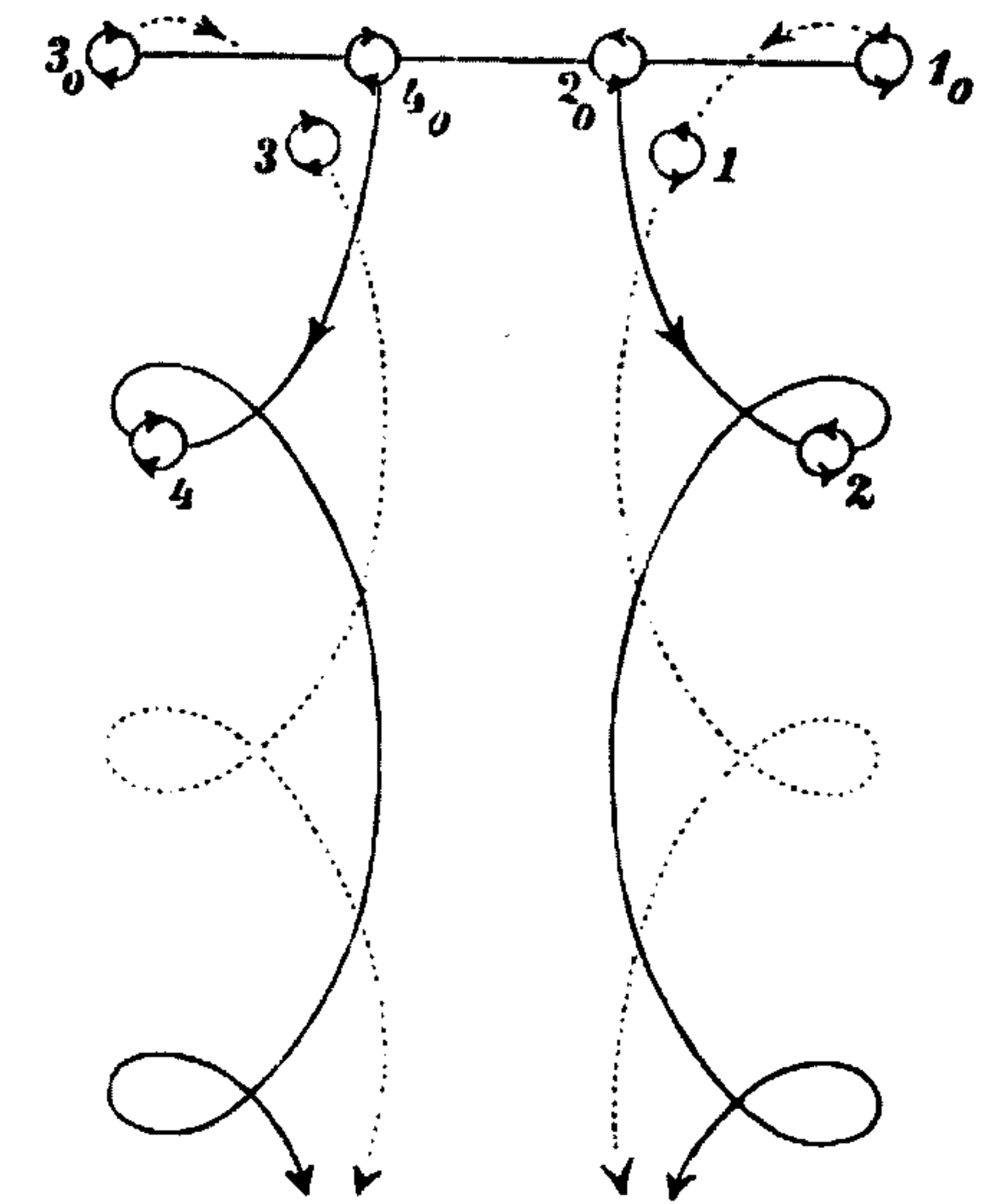


Рис. 37.

На рис. 36 представлены траектории (пути) трех вихревых шнуров, из которых (1) и (2) вращаются против часовой стрелки, а (3) по часовой стрелке. На рис. 37 представлено движение четырех прямых параллельных вихревых шнуров, равных по напряжению. При этом шнуры (3) и (4) вращаются по часовой стрелке, а шнуры (1) и (2) — против нее.

Установленное нами понятие о прямом вихревом шнуре, заключенном в весьма широком цилиндрическом сосуде, распространяется на вихревые шнуры, зародившиеся в какой угодно массе жидкости. При этом вихревые шнуры могут разыскиваться с помощью составления циркуляций по замкнутым контурам, как это было пояснено для случая прямолинейного шнура. Если рассматривается идеальная жидкость без трения, находящаяся под действием сил, удовлетворяющих закону сохранения энергии, то для нее имеет место следующая замечательная теорема: циркуляция скорости, определенная для всякого замкнутого контура в жидкости, не изменяется с передвижением частичек жидкости, образующих контур. Из этой теоремы следует, что частицы жидкости, образующие вихревой шнур, все время движения будут образовывать вихревой шнур с тем же напряжением вихря, и никакого нового вихревого шнура в жидкости не может образоваться. Действительно, разыскивая вихревой шнур с помощью составления циркуляций по замкнутым контурам, мы будем находить по всем контурам, которые сначала не охватывали шнура, циркуляцию, равную нулю, а для всех контуров, охватывающих шнур, — прежнюю циркуляцию; из этого заключим, что внутри последних проходит вихревой шнур прежнего напряжения.

Из упомянутой теоремы следует также, что вихревой шнур все время движения либо будет лежать своими концами на границах жидкости (на стенках сосуда или на свободной поверхности), либо будет оставаться замкнутым. В самом деле, для того, чтобы сойти со стенок сосуда, основание вихря должно было бы уменьшиться в размерах до нуля; а так как циркуляция скорости по контуру основания должна оставаться неизменной, то схождение потребовало бы, чтобы скорость крутящейся жидкости при подошве шнура возросла до бесконечности.

Гидродинамическое давление жидкости уменьшается при возрастании скорости; поэтому, при уменьшении основания вихря на стенке сосуда, будет быстро уменьшаться давление в этом месте, и остальная масса жидкости будет надавливать на частицы конца вихревого шнура и препятствовать их схождению со стенки. Вихревой шнур, так сказать, присасывается своими концами к стенкам сосуда. Если конец шнура лежит на свободной поверхности, то подобное присасывание можно заметить по воронке, образующейся на свободной поверхности при подошве шнура.

Если концы вихревого шнура не лежат на границах жидкости, то они должны быть между собою сомкнуты, и таким образом по-

лучается замкнутый вихревой шнур, — такой, в котором, так сказать, оба конца присасываются друг к другу.

Самый простой вид замкнутого вихревого шнура представляет нам вихревое кольцо, представленное на рис. 38. Все частицы жидкости, лежащие вне кольца, движутся при этом по замкнутым кривым, проходящим сквозь кольцо, так что циркуляция скорости по всем этим кривым одинакова и равна циркуляции скорости на контуре перпендикулярного сечения кольца; переходя же во внутрь кольца, мы будем получать для траекторий его частичек различные циркуляции. Скорости точек жидкости самые большие на поверхности кольца; они уменьшаются по мере удаления от этой поверхности внутрь кольца и равны нулю на некоторой осевой линии; они уменьшаются также и по мере удаления от кольца в окружающую его массу жидкости. Для точек жидкости, значительно удаленных от кольца, скорости обратно пропорциональны кубам расстояния от кольца.

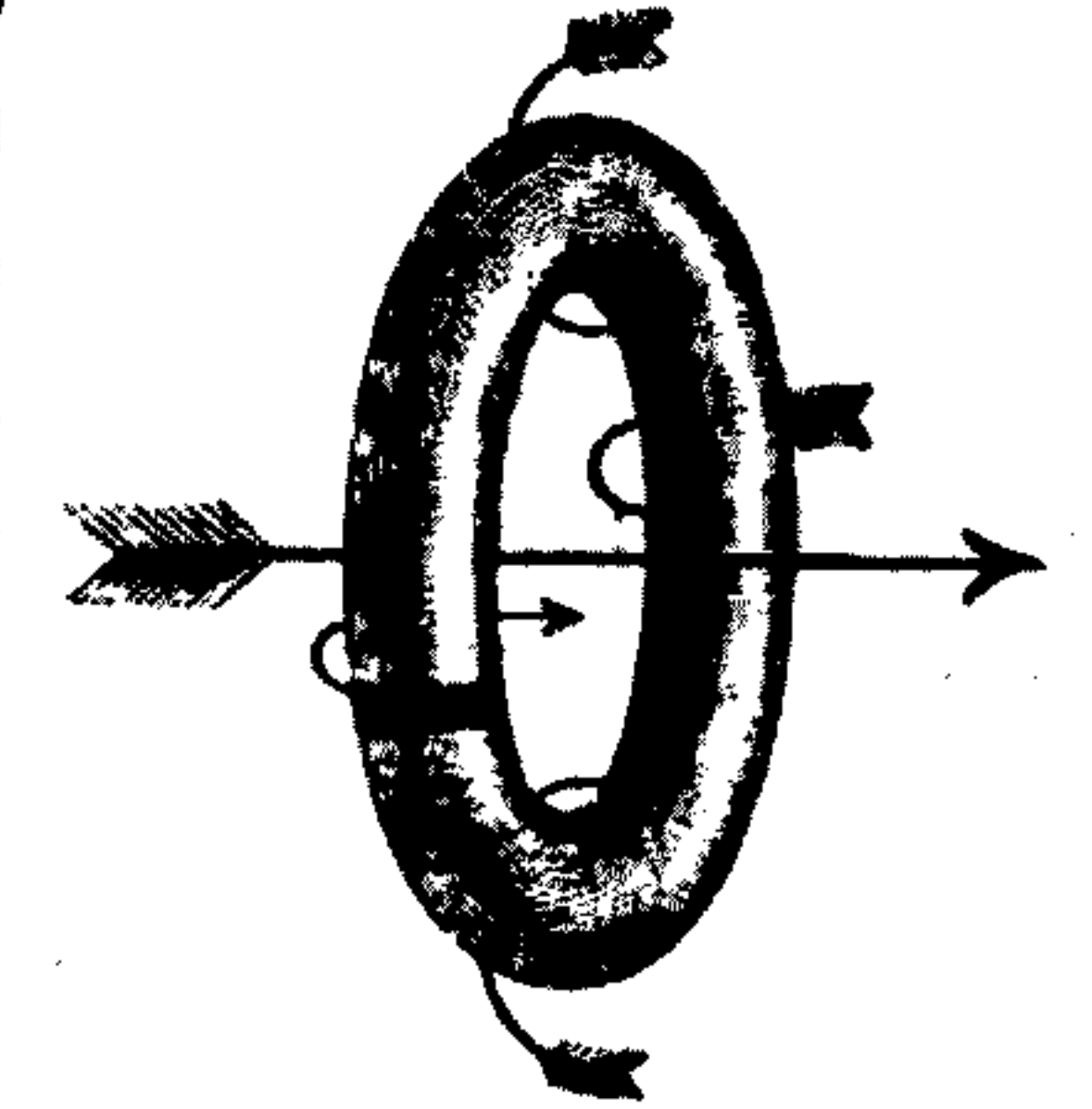


Рис. 38.

Мы видели, что зародившиеся в жидкой массе два прямые параллельные шнура, около которых жидкость крутится с равными напряжениями вихря в противоположные стороны, будут бежать по направлению, перпендикулярному к проведенной через них плоскости. По той же причине вихревое кольцо не будет оставаться неподвижным, а будет бежать по направлению, перпендикулярному к плоскости кольца, в ту сторону, в которую жидкость вытекает из кольца. Мы видим на рис. 38, что частицы жидкой массы, движущиеся по верхним замкнутым траекториям, будут надавливать на нижний край кольца и двигать его вправо; точно также частицы жидкой массы, движущиеся по нижним замкнутым траекториям, будут надавливать на верхний край кольца и тоже двигать его вправо. Все кольцо будет передвигаться равномерно в правую сторону, перенося за собою крутящуюся около него жидкость. Это движение будет тем быстрее, чем более напряжение вихря и чем менее размер кольца. ¹⁾

Мы сказали, что внутри идеальной жидкой массы зародившиеся вихревые шнуры должны всегда сохраняться, и новых шнуров обра-

¹⁾ Как доказал Love в работе «Wave Motions with Discontinuities at Wave Fronts» (1903), вихревые кольца при известных условиях движутся со скоростью света. (Прим. ред.)

зоваться не может; а между тем в природе мы часто видим зарождение и погасание вихрей. Это происходит от того, что наши вода и воздух обладают некоторою степенью вязкости, вследствие которой вышеприведенные теоретические результаты несколько видоизменяются. С одной стороны, вихри могут зарождаться (преимущественно в тех местах, в которых происходит скольжение друг по другу двух слоев жидкости с различными скоростями); с другой стороны, зарождавшиеся вихри не сохраняются, а постепенно потухают.

Гельмгольц в своем вышеупомянутом сочинении указывает на простой способ образования вихревых полукольцев при поверхности воды. Проведя полупогруженной ложечкой в сосуде воды, или

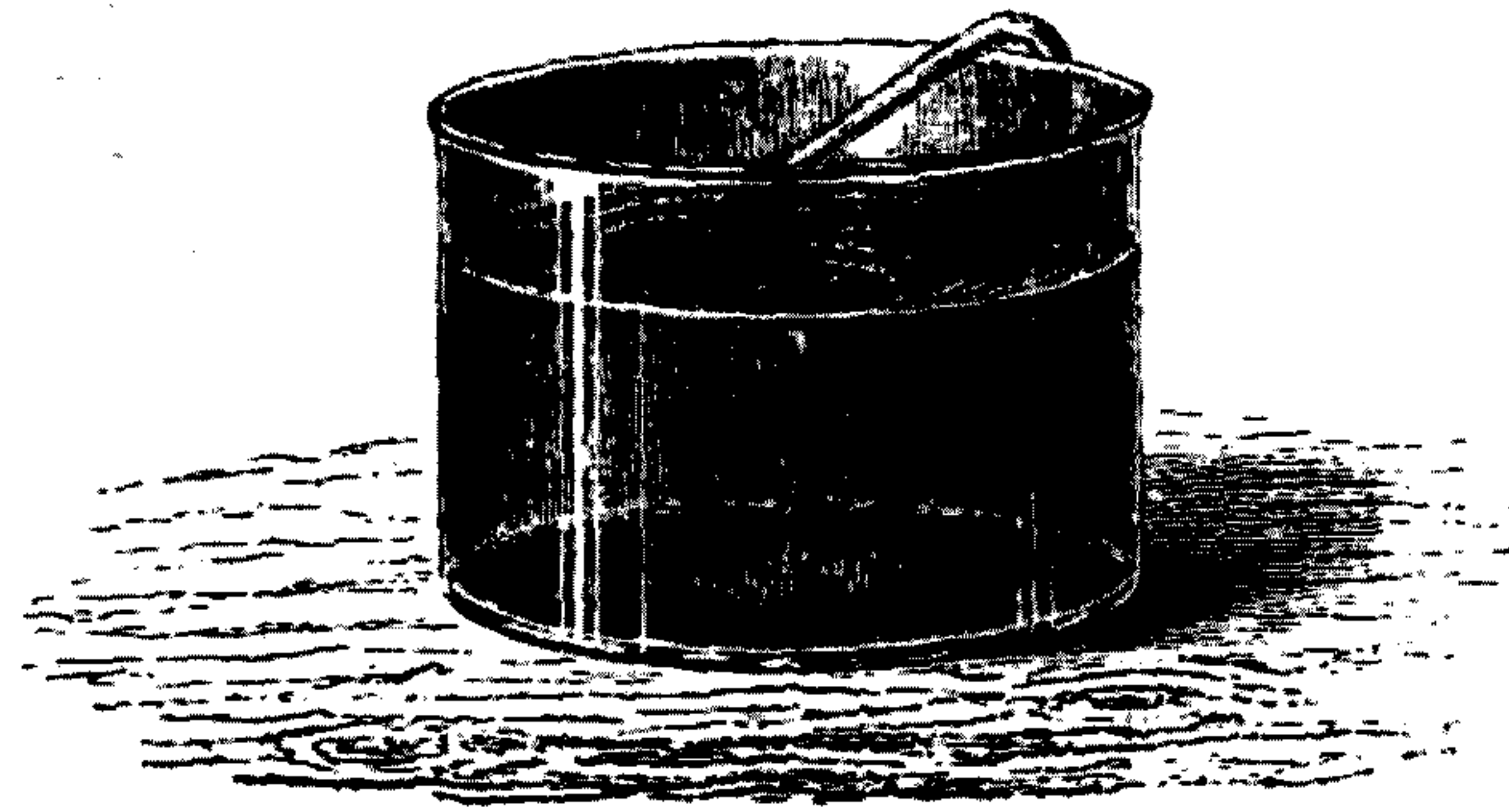


Рис. 39.

веслом с лодки по воде, мы замечаем образование двух воронок, которые бегут вперед и вращаются в противоположные стороны. Это воронки суть концы полукруглого вихревого шнура, образовавшиеся от того, что ложка или весло, унося за собою жидкую массу, заставляет ее скользить по жидкости, прилегающей с боков. Эта масса трением захватывает прилегающую жидкость и увлекает ее в вихревое движение.

Образование прямых вихрей Гельмгольц демонстрировал одним прекрасным опытом, описанным в его речи о вихревых бурях. Мы здесь повторим этот опыт. В дне цилиндрического сосуда (рис. 39) сделано небольшое отверстие, замкнутое пробкой. Сосуд наполнен водою. Посредством струй воздуха, направляемых трубкою на один край свободной поверхности воды, приводим жидкость в медленное вращательное движение. Жидкость начинает истекать из отверстия, подходя от краев сосуда к его оси. Так как циркуляции скорости по окружностям, проведенным из точки на оси цилиндра через

одни и те же частицы жидкости, не должны изменяться со временем, то с уменьшением радиусов этих окружностей будет возрастать скорость частиц жидкости. Вращение жидкости по мере приближения к оси будет становиться все быстрее и быстрее, и мы заметим резко образовавшийся вихрь, над которым появится воронка, все более и более углубляющаяся.

Я покажу еще образование вихря посредством быстро вращающегося диска. На рис. 40 представлен прибор проф. Ф. Н. Шведова. Через дно стеклянного цилиндрического сосуда проведена в сальнике вертикальная ось, оканчивающаяся небольшим диском.

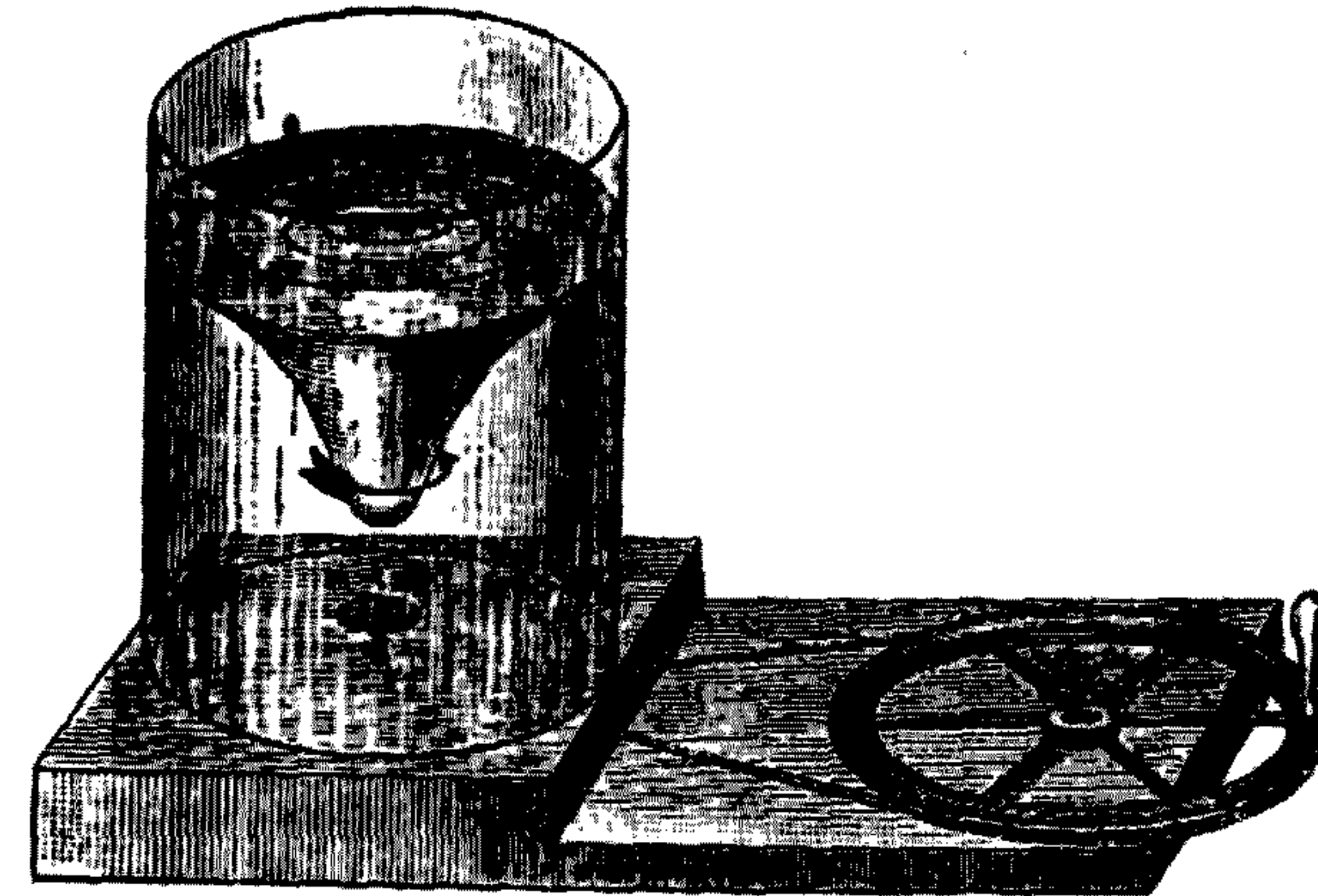


Рис. 40.

Эта ось посредством бесконечного ремня может быть приведена в быстрое вращение. В сосуд наливаются вода и масло, которое всплывает поверх воды. Вращая диск, мы заметим, что вода постепенно приходит во вращение и образует над диском вихревой шнур, который замечается по воронке на поверхности раздела воды и масла. Эта воронка заполняется маслом, которое в виде нисходящего смерча спускается к диску. В тот момент, когда масло приходит в соприкосновение с диском, вся его масса разбрасывается по воде.

Еще более интересен способ образования прямых вихрей, предложенный Вейером. Воздух, находящийся над поверхностью воды, приводят во вращение с помощью особой быстро вращающейся крылатки, помещенной на некоторой высоте над водою (рис. 41). Воздушный вихрь захватывает по своей оси воду и поднимает ее в виде восходящего смерча до самой крылатки.

Вихревые кольца в воздухе демонстрируются с помощью имеющегося здесь прибора Тэта. Он состоит из ящика (рис. 42), задняя сторона которого затянута кожей, а в передней сделано отверстие с острыми краями. Форму отверстия можно по желанию (пользуясь

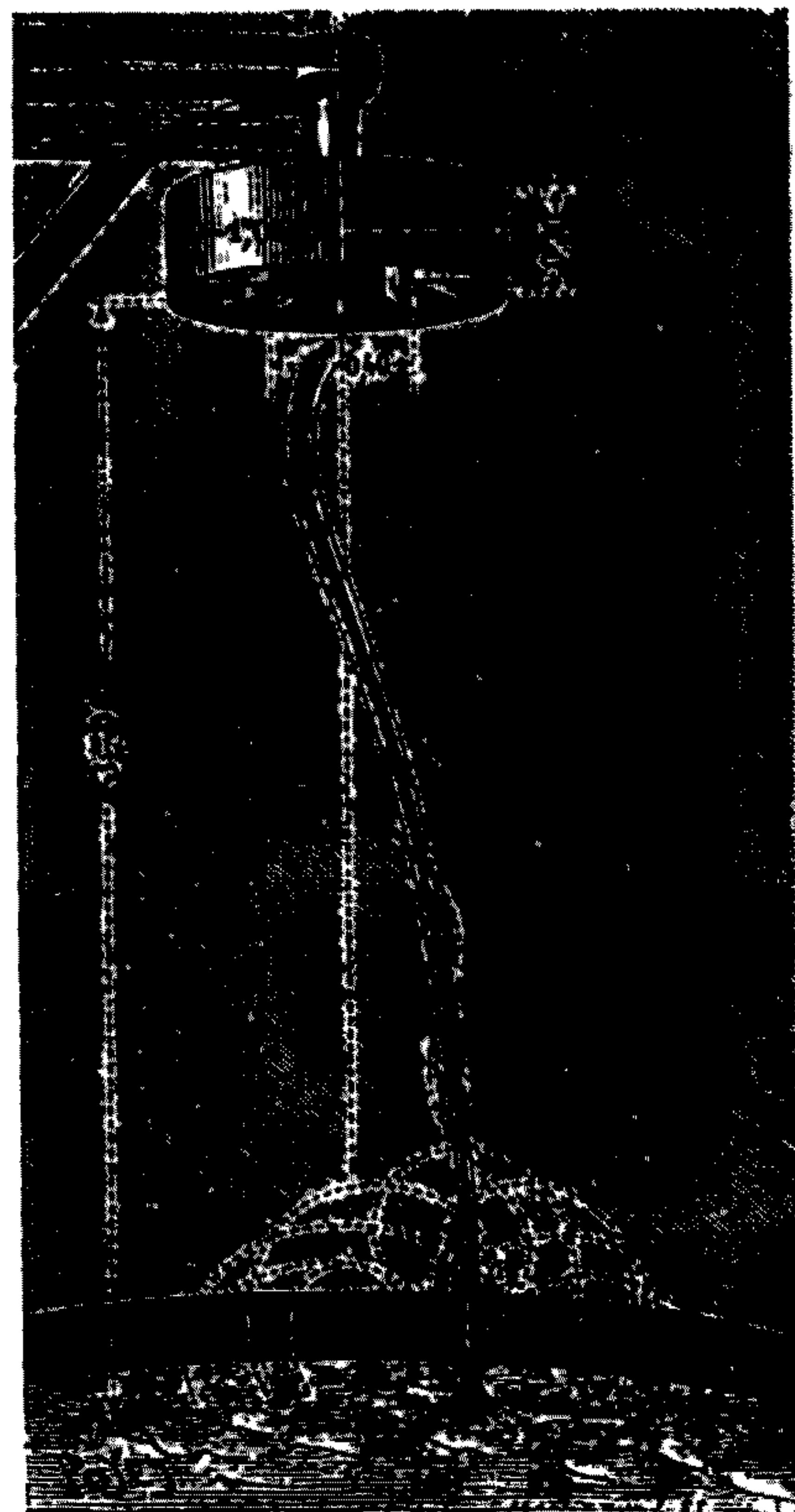


Рис. 41.

вставными пластинками) делать круглую, эллиптическую, четырехугольную и т. д. В ящик ставят два сосуда: в один наливают соляной кислоты, а в другой нашатырного спирта. Вследствие этого в нем образуется густой туман от подвешенных частичек хлористого аммония (нашатыря). Ударяя рукою или деревянным молотком по натянутой коже, мы быстро выталкиваем из ящика массу воздуха вместе с нашатырным туманом. Эта масса, скользя посреди окружающего неподвижного воздуха, увлекает его в вихревое движение, а сама закручивается в вихревое кольцо, которое будет хорошо заметно по наполняющему его туману. При этом понятно, что воздух около кольца будет вращаться так, что наблюдатель, глядящий на отверстие прибора, видит массу воздуха, выбегающую к нему из середины кольца. Из этого следует, что образовавшееся кольцо должно двигаться от отверстия прибора. Мы показали на рисунках, каково будет взаимодействие нескольких прямолинейных вихрей. Следя за кольцами, выбегающими из прибора Тэта, вы можете усмотреть случаи взаимодействия друг на друга вихревых колец. Вы видите, что кольца, подбегающие друг к другу боком, взаимно отталкиваются и проходят одно сквозь другое. Этот интересный случай подробно исследован теоретически Гельмгольцем. Он показал, что заднее кольцо должно уменьшаться в размерах и увеличивать свою

скорость, а переднее кольцо должно увеличиваться в размерах и уменьшать свою скорость. Это будет продолжаться до тех пор, пока заднее кольцо не пройдет сквозь переднее. После того переднее кольцо делается задним, и явление повторяется. К сожалению, такую игру двух колец приходится наблюдать редко, только при особенно удачном их образовании.

То обстоятельство, что кольцо несет быстро крутящийся около него воздух, мы можем сейчас же обнаружить, направляя его на зажженную свечу. Вы видите, что свеча, стоящая на большом расстоянии от прибора, потухает всякий раз, как пламя ее задевается кольцом. Я помню, что во времена моей юности я задумался над

обстоятельство, что кольцо несет быстро крутящийся около него воздух, мы можем сейчас же обнаружить, направляя его на зажженную свечу. Вы видите, что свеча, стоящая на большом расстоянии от прибора, потухает всякий раз, как пламя ее задевается кольцом. Я помню, что во времена моей юности я задумался над

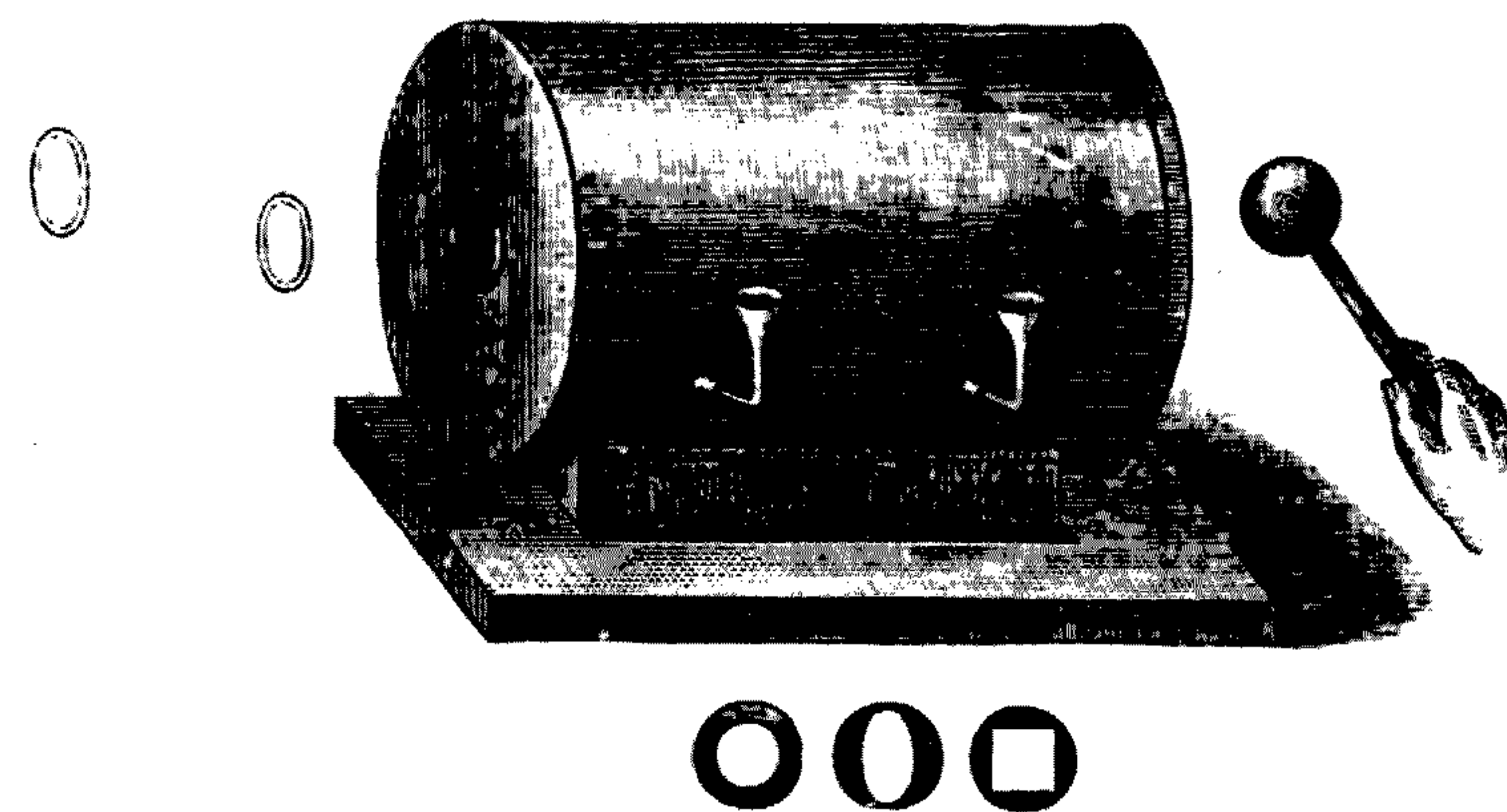


Рис. 42.

объяснением причины, вследствие которой, стреляя пистолем из пистолета, можно тушить свечу на большом расстоянии. Теперь для меня ясно, отчего это происходит: из дула пистолета выбегает вихревое кольцо, которое может перемещаться довольно далеко, не меняясь.

До сих пор кольца выпускались нами из круглого отверстия. Попробуем теперь образовать их из отверстия эллиптического и квадратного. Мы видим, что при этом кольца не сохраняют формы отверстия, но колеблются, стремясь перейти в круглое кольцо, которое является таким образом единственной устойчивой формой замкнутого вихревого шнура.

Рассмотрим теперь влияние на вихревые кольца посторонних предметов. Подводя к движущемуся кольцу твердые тела с боку, мы видим, что они отталкивают кольцо. Но если кольцо бежит на параллельную его плоскости неподвижную плоскость, то оно,

подходя к ней, все более и более увеличивается в размерах, так сказать, растекается по плоскости. Если мы дадим кольцу набежать на нож, плоскость которого проходит через ось кольца, то последнее разрежется ножом на два полукольца, концы которых будут скользить по поверхности ножа; но, пройдя эту поверхность, концы опять сомкнутся, и кольцо восстановится.

Неизменяемость и неразрушимость вихревых колец в идеальной жидкости навела В. Томсона на остроумную гипотезу вихревых атомов. Предположив, что все пространство вселенной наполнено такой жидкостью, он принимает, что в этой жидкости существует бесчисленное множество бесконечно-малых замкнутых вихрей, которые представляют вечные и неизменные атомы вещества. Взаимодействуя друг на друга, эти замкнутые вихри соединяются в группы и образуют молекулы и т. д.

Кроме дымных колец в воздухе, можно еще наблюдать воздушные кольца в воде. Это интересное явление, кажущееся на первый взгляд парадоксальным, весьма просто объясняется тем, что вследствие центробежной силы значительно понижается давление на оси вихревого кольца. Если при образовании вихревого кольца мы введем на воду несколько пузырьков воздуха, то они сейчас же заберутся в то место жидкости, где давление самое малое, т. е. на ось кольца, и будут там удерживаться все время, пока кольцо движется вдоль имеющейся массы воды, несмотря на то, что воздух в 800 раз легче воды.

Я покажу здесь прибор для образования воздушных колец в воде, который представляет видоизменение прибора проф. Осборна Рейнольдса. Здесь имеется (рис. 43) большая стеклянная ванна, наполненная водою; в нее погружена изогнутая под прямым углом широкая стеклянная трубка. На верхний конец трубки, выходящей из воды, надевают рукав от резинового шарика, посредством которого можно вгонять в трубку воздух и выталкивать из нее воду. Быстро сдавливая шарик, выталкиваем из горизонтального колена трубки столбик воды и делаем это так, чтобы воздух достиг почти до нижнего конца трубки, но не вышел из нее в большом количестве. Колонна воды, выбежав в спокойную окружающую жидкость, закручивается в вихревое кольцо. При этом, так как вместе с водою будет вытолкнуто несколько пузырьков воздуха, то они, разбившись на мелкие пузырьки, расположатся по оси кольца. Вследствие этих пузырьков вихревое кольцо будет хорошо заметно: оно будет образовано как бы из блестящих зерен бисера. Пробегая

вдоль всей ванны, кольца ударяются в противоположную стенку ее и здесь, расширяясь, пропадают.

Мы можем с помощью нашего прибора отчетливо демонстрировать отражение колец от свободной поверхности воды. Для этого стоит только повернуть трубку, чтобы она направилась своим нижним концом немного вверх. Кольцо, подбежав к свободной поверхности жидкости, от нее отражается, при чем угол падения равен углу отражения.

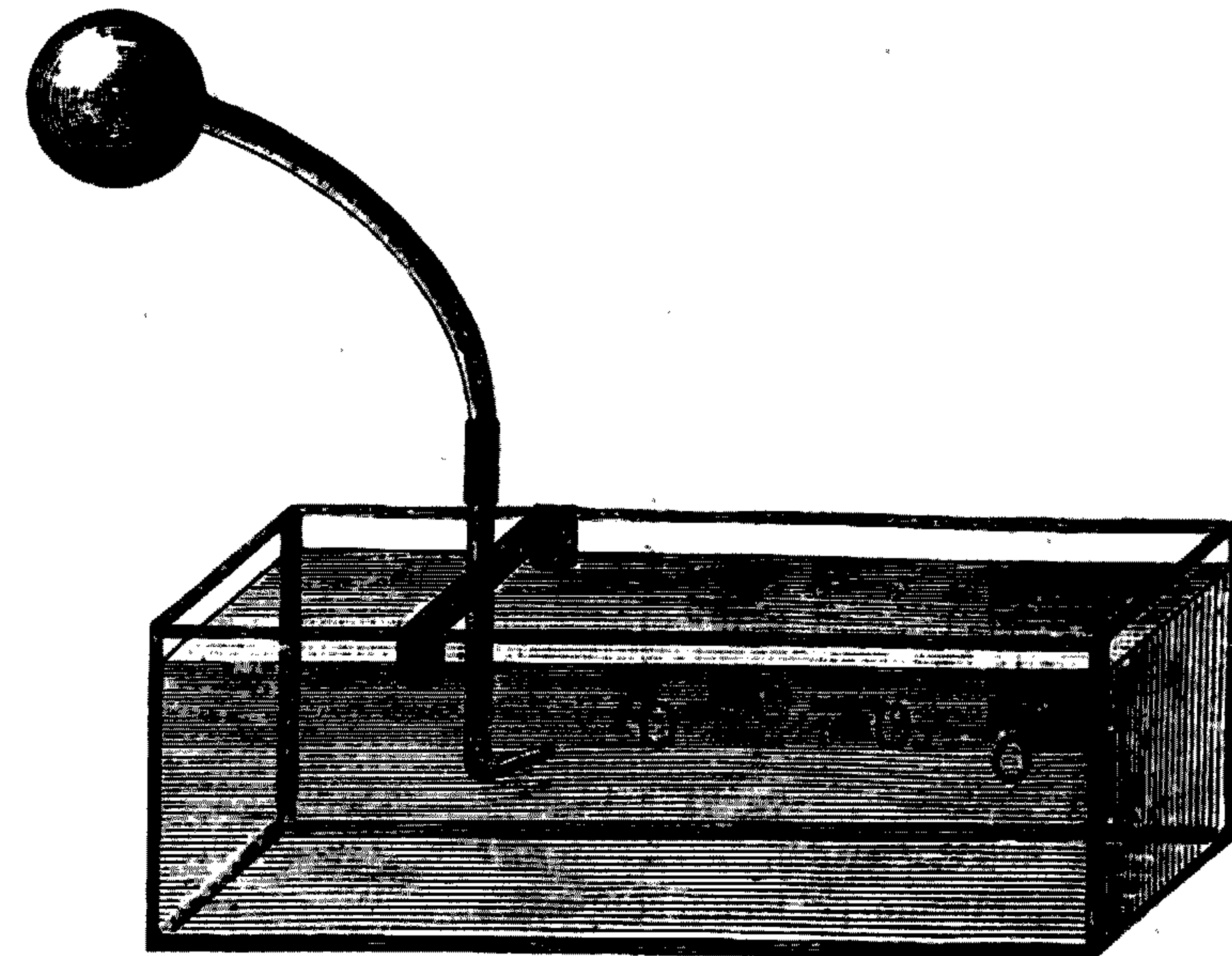


Рис. 43.

Так как действительные жидкости обладают вязкостью и трутся о стенки тех сосудов, в которых они движутся, то они при своем движении постоянно заполняются вихревыми шнурами. Гельмгольц показал, что жидкую массу во всяком воображаемом движении можно рассматривать, как непрерывно заполненную вихревыми шнурами, и дал средства исследовать движения этих шнуров.

Мы упомянули, что можно образовать вихревой шнур, проводя ложечкой по воде. Предположим, что разрез ложечки представляет стороны некоторого угла (рис. 44). Вместо того, чтобы двигать ложечку, можно держать ее неподвижно и заставить воду на нее набегать. Вникнем подробнее в причину, вследствие которой при этом образуются вихревые шнуры. Струи жидкости, обегая кон-

тур начерченного угла, будут сходиться с его углов с некоторою скоростью; жидкость же, лежащая за углом, будет оставаться почти неподвижной. Вследствие этого образуются поверхности раздела, по которым будет отделяться бегущая жидкость от неподвижной. На этих поверхностях в жидкости, обладающей некоторою степенью вязкости, зародятся вихревые шнуры, сечения которых отмечены на

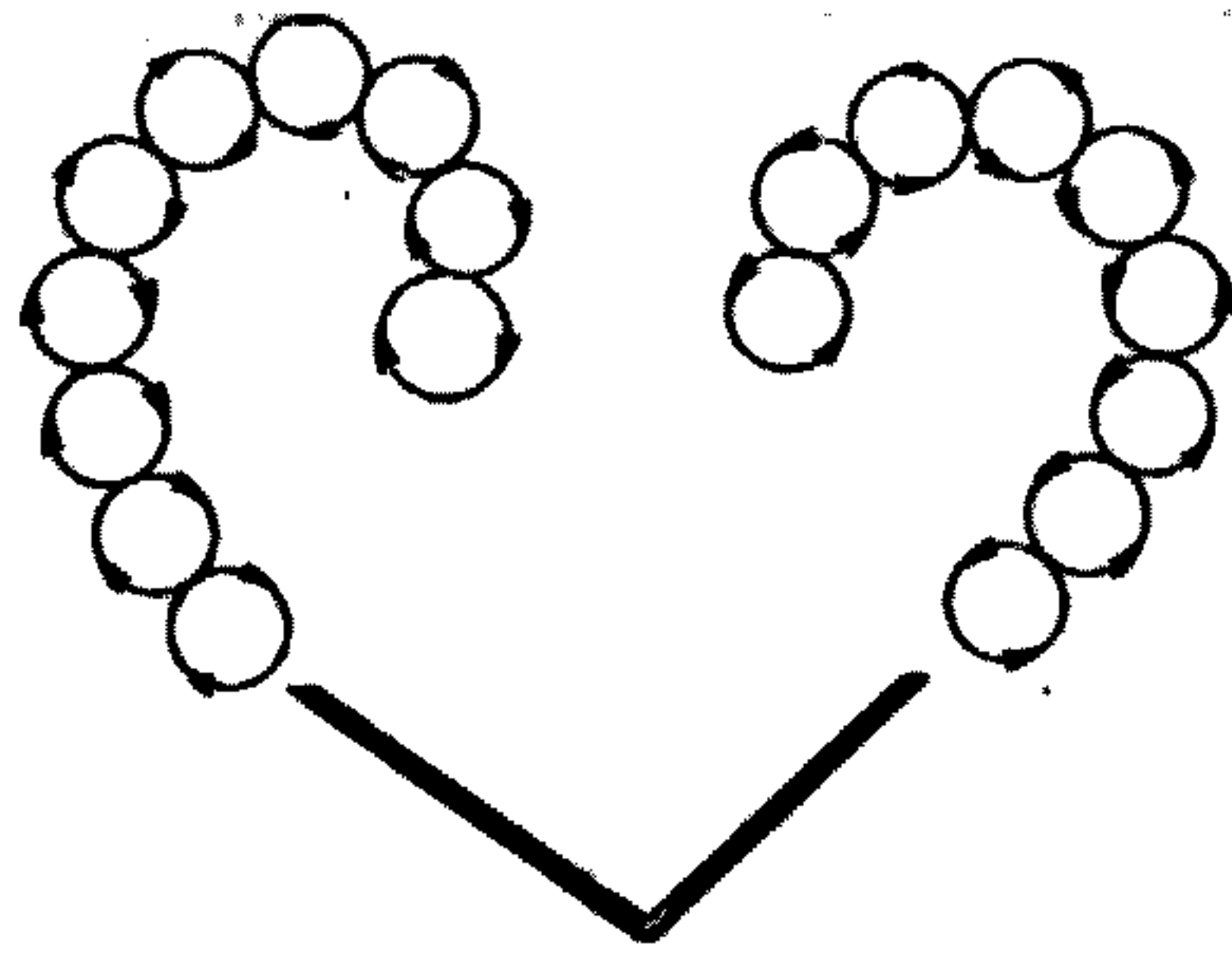


Рис. 44.

рисунке кружками. Эти шнуры закручиваются в те два вихря, которые мы замечаем за ложечкой в виде двух воронок.

Эти рассуждения показывают, как важно для гидродинамики исследовать движения жидкости, сопровождающиеся образованием поверхностей раздела. Сначала не представлялось возможным приступить к этой трудной задаче.

Гельмгольцу первому пришла мысль, могущая послужить для разрешения подобных вопросов. Он пояснил свою идею, определил форму струи, вбегающей в пространство, заключенное между двумя стенками, из сосуда, окружающего эти стенки. Статья Гельмгольца об этом предмете заключает в себе всего десяток страниц. Он, так сказать, только наметил путь исследования, по которому пошли Кирхгоф, лорд Рейли, Фохт и многие другие ученые, окончательно разработавшие решение вопроса.

2. О ВИХРЕВЫХ АТОМАХ. ¹⁾

ВИЛЬЯМ ТОМСОН КЕЛЬВИН.

Отметив замечательное открытие Гельмгольца²⁾ о законе вихревого движения в совершенной жидкости, т. е. в жидкости,

¹⁾ Сообщено автором после прочтения в „Королевском обществе“ Эдинбурга. Напечатано в „Philosophical Magazine“ 1867 г., V. 34. Перевод Н. М. Лихтейма, примечания З. Цейтлина. Точный перевод заглавия статьи („On vortex atoms“) будет: „Об атомах, как вихревых шнурах“. Vortex — вихревой шнур, состоящий из вихревых нитей.

²⁾ Это открытие изложено Гельмгольцем в работе „Об интегралах уравнений гидродинамики, соответствующих вихревым движениям“ (Crelle-Borchardt, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. LV, S. 25—55, 1858. Русский перевод С. А. Чаплыгина, Москва 1902 г.: „Два исследования по гидродинамике“).

совершенно лишенной вязкости (или жидкого трения), автор настоящей статьи указал, что это открытие неизбежно внушает мысль, что кольца Гельмгольца единственно истинные атомы. Единственным предположением, повидимому, оправдывающим чудовищное допущение бесконечно твердых (strong) и бесконечно неупругих (rigid) частей материи, существование которых утверждается, как вероятная гипотеза, некоторыми из величайших современных химиков в их беглых вступительных замечаниях, является, требуемое Лукрецием и принятое Ньютоном, повидимому, необходимое объяснение неизменных отличительных качеств разных родов материи. Но Гельмгольц доказал абсолютно неизменное качество движения части совершенной жидкости, в которой однажды вызвано особого рода движение, которое он называет вихревым — (Wirbelbewegung). Таким образом всякая часть совершенной жидкости, имеющая вихревое движение, обладает особенностью атомов Лукреция — вечным специфическим качеством. Создать или разрушить вихревое движение в совершенной жидкости может только акт творческой силы. ¹⁾ Атом Лукреция не объясняет никаких свойств материи, не приписывая их самому атому. Так, например, „столкновение атомов“, как оно

¹⁾ Первое доказательство закона сохранения вихревого движения было дано Коши („Mémoire sur la théorie des Ondes“. Mém. de l'Acad. Royal des Sciences, I, 1827), другое Стоксом (Camb. Trans., 8, 1845), который вместе с тем критически обозрел историю проблемы Лагранжа о движении с так называемым „потенциалом скоростей“ (не вихревом). Доказательство Стокса было развито Томсоном („On vortex motion, Trans. of the Royal Soc. Edin. Vol. 25, 1869). Имеется также доказательство Кирхгофа, изложенное в его „Механике“. Необходимо отметить, что все эти доказательства относятся к так называемой „совершенной (идеальной) жидкости“. Идеальная жидкость гидродинамики это, согласно определению Томсона („On vortex motion“), — „масса, непрерывно заполняющая пространство, смежные части которой везде давят друг на друга в точности по направлению перпендикуляра к поверхности, разделяющей эти части“. Последнее условие означает абсолютное отсутствие трения. Обратим внимание читателя на то, что евклидово пространство, рассматриваемое как физическое тело, является однородной, непрерывной, т. е. абсолютно несжимаемой „жидкостью“, но в этой „жидкости“ мы наблюдаем процессы „трения“, которыми и объясняется нарушение закона Гельмгольца в реальных телах природы. Это доказывает, что теория Гельмгольца еще далека от приблизительного даже охвата действительности. Подробно об этом — в прилагаемом к статье Томсона очерке развития вихревой теории материи.

Основы вихревой теории вместе с историческими указаниями хорошо изложены у Ламба (Hydrodynamik), в руководстве Винкельмана (статья Ф. Ауэрбаха) и книге Пуанкаре „Théorie des tourbillons“.