

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР
ИНСТИТУТ ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ
И ТЕХНИКИ

❖ КЛАССИКИ НАУКИ ❖



Г. ГЕРЦ

ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ,
ИЗЛОЖЕННЫЕ
В НОВОЙ СВЯЗИ

ИЗДАНИЕ ПОДГОТОВИЛИ
А. Т. ГРИГОРЬЯН, А. С. ПОЛАК

ОБЩАЯ РЕДАКЦИЯ
И. И. АРТОБОЛЕВСКОГО

ПЕРЕВОД
В. Ф. КОТОВА
и А. В. СУЛИМО-САМУЙЛО

$$\delta \int \sqrt{\sum a_{ij} dq_i dq_j} = 0$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА · 1959

СЕРИЯ «КЛАССИКИ НАУКИ»

Основана академиком С. И. Вавиловым

Редакционная коллегия: академик И. Г. Петровский (председатель), академик К. М. Быков, академик Б. А. Каванский, академик Н. Н. Андреев, академик Д. И. Щербаков, академик П. Ф. Юдин, член-корреспондент АН СССР Б. Н. Делоне, член-корреспондент АН СССР Х. С. Коштоянц, член-корреспондент АН СССР А. М. Самарин, профессор Д. М. Лебедев, профессор Н. А. Фигуровский, кандидат философских наук И. В. Кузнецов (заместитель председателя)



ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ,
ИЗЛОЖЕННЫЕ
В НОВОЙ СВЯЗИ

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА *

Все физики согласны с тем, что задача физики состоит в приведении явлений природы к простым законам механики. Однако в вопросе о том, какими являются эти простые законы, мнения расходятся. Большинство понимает под этими законами просто ньютоновы законы движения. На самом же деле последние получают свой внутренний смысл и физическое значение только благодаря невысказанный явно мысли, что силы, о которых говорят эти законы, имеют простую природу и простые свойства. При этом, однако не установлено, что является простым и допустимым и что не является таковым; именно в этом пункте и начинаются разногласия. По этой причине и возникают расхождения в вопросе о том, соответствуют ли положениям обычной механики те или другие концепции или нет. Правда, эта неопределенность обнаруживается только при возникновении существенно новых задач, но здесь она становится первым препятствием к исследованию. Например, еще преждевременна попытка свести к законам механики уравнения движения эфира, поскольку еще нет единого мнения о том, что обозначается этим названием.

Задача, к решению которой стремится предлагаемое исследование, состоит в том, чтобы восполнить имеющиеся здесь пробелы и указать совершенно определенную формулировку законов механики, которая была бы совместима с уровнем современных знаний

* Цифры в квадратных скобках обозначают примечания к книге Г. Герца, составленные Л. С. Полаком (см. стр. 357—373). — Прим. ред.

и была бы не слишком узкой и не слишком широкой по отношению к их объему. Эта формулировка не должна быть слишком узкой, т. е. не должно существовать никакого естественного движения, которое не подчинялось бы ее требованиям; в то же время она не должна быть слишком широкой, т. е. она не должна разрешать никаких движений, наличие которых исключено уже современным уровнем наших знаний. Является ли формулировка законов механики, которую я даю в качестве решения поставленной задачи, единственной возможной или существуют и другие возможные формулировки, этот вопрос остается открытым. Однако тот факт, что данная формулировка во всех отношениях возможна, я доказываю тем, что вывожу на ее основе все содержание обычной механики, поскольку последняя ограничивается действительными силами и связями природы, а не рассматривается просто как арена математических упражнений.

В результате этой работы из теоретического трактата получилась книга, которая содержит полный обзор всех более или менее важных общих положений динамики и может даже считаться систематическим курсом этой науки. Конечно, она не пригодна в качестве начального введения в динамику, но она может быть полезным руководством для тех, кто уже знает механику в обычном ее изложении. Этот труд, как мы надеемся, может продемонстрировать нашу концепцию, исходя из которой более четко выявится физическое значение механических принципов, их внутренние отношения и то, как далеко простирается область их применения; на основе этого выяснится понятие силы, так же как и остальные основные понятия механики.

Задача, поставленная в настоящем исследовании, уже рассмотрена в скрытом виде и нашла одно из возможных решений в работе Гельмгольца^[2] о принципе наименьшего действия и в связанной с ней работе о циклических системах¹. В первой работе форму-

¹ H. von Helmholtz. Über die physikalische Bedeutung des Prinzips der kleinsten Wirkung. Journ. für die reine und angewandte Mathematik, 100, 1887, S. 137—166, 213—222; Prinzipien der Statik monocyklischer Systeme, ibid. 97, 1884, S. 111—140, 317—336.

лируется и доказывается тезис, что механика может охватить все процессы природы и в том случае, когда в качестве всеобщих рассматриваются не Ньютоны основания механики, а за исходные принципы принимают особые предпосылки, лежащие в основе принципа Гамильтона. Во второй из названных работ впервые разъясняется смысл и значение скрытых движений. Мое собственное исследование подверглось со стороны этих работ сильному влиянию как в общем, так и в деталях и находится в зависимости от них. Раздел о циклических системах почти полностью заимствован из них. Если не считать формы, то отклонение в моем изложении касается главным образом двух пунктов: во-первых, я с самого начала стремлюсь освободить элементы механики от того, что Гельмгольц исключает из механики в результате последующих ограничений; во-вторых, я исключаю из механики в определенном смысле слова меньше, не опираясь при этом ни на принцип Гамильтона, ни на другой интегральный принцип. Причина этого и проистекающие отсюда следствия станут ясными из самой работы. Ход мысли, аналогичный изложенным идеям Гельмгольца, развивается в замечательном трактате Дж. Дж. Томсона^[3] о физических применениях динамики². Автор развивает здесь следствия динамики, которые наряду с Ньютоновскими законами движения имеют в своей основе новые, не выраженные четко предпосылки. Я мог бы примкнуть и к этому трактату; фактически же мое собственное исследование уже значительно продвинулось, прежде чем я познакомился с этим трактатом. То же самое я могу сказать и о родственных в математическом отношении, но более старых работах Белтрами^[4] и Липшица^[5], которые тем не менее явились для меня сильным побуждающим толчком, точно

² J. J. Thomson. On some Applications of Dynamical Principles to Physical Phenomena. Philosophical Transactions, 176, II., 1885, p. 307—342.

³ Beltrami. Sulla teoria generale dei parametri differenziali. Mem. della Reale Accad. di Bologna, 25 Febbrajo 1869.

⁴ R. Lipschitz. Untersuchungen eines Problems der Variationsrechnung, in welchem das Problem der Mechanik enthalten ist. Jour. für die reine und angewandte Mathematik, 74, 1872, S. 116—149; Bemerkungen zu dem Princip des kleinsten Zwanges, ibid. 82, 1877, S. 316—342.

так же как и изложение Дарбу⁵, [6] в котором он снабдил эти работы собственными добавлениями. Некоторые математические трактаты, которые я мог бы и должен был учесть, возможно ускользнули от моего внимания. В общем я очень обязан прекрасной книге о развитии механики Маха⁶ [7]. Само собой разумеется, что я воспользовался наиболее известными учебниками по общей механике и прежде всего обширным изложением динамики в учебнике Томсона⁸ [8] и Тэта⁹ [9]. Ценой для меня была также тетрадь лекций по аналитической динамике Борхардта, которые я записал зимой 1878/79 г. Здесь я назвал использованные мною источники; в тексте я буду цитировать лишь отдельные источники, касающиеся рассматриваемого предмета. Что касается деталей, то здесь я не могу указать ничего, что не было бы заимствовано из других книг. То, что, как я надеюсь, является новым и чему я единствено придаю значение, — это систематизация и обобщение всего материала, следовательно, логическая или, если хотите, философская сторона предмета. Достигла ли моя работа цели или претерпела неудачу, это зависит от того, что она дала и в этом отношении.

⁵ G. Darboux. *Leçons sur la théorie générale des surfaces, livre V., chapitres VI, VII, VIII.* Paris, 1889.

⁶ E. Mach. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, Leipzig, 1883 (имеется английский перевод T. J. McCormack. *Sci. Mechanics*, Chicago, 1893).

⁷ Thomson a. Tait. *Natural Philosophy*.

ВВЕДЕНИЕ

Ближайшая и в определенном смысле важнейшая задача нашего сознательного познания природы заключается в том, чтобы найти возможность предвидеть будущий опыт и в соответствии с этим регулировать наши действия в настоящем. Основой для решения этой задачи познания при всех обстоятельствах служит предшествующий опыт, полученный или из случайных наблюдений или из специальных экспериментов.

Метод, которым мы всегда пользуемся при выводе будущего из прошедшего, чтобы достигнуть этого предвидения, состоит в следующем: мы создаем себе внутренние образы или символы внешних предметов, причем мы создаем их такими, чтобы логически необходимые следствия этих представлений в свою очередь были образами естественно необходимых следствий отраженных предметов. Чтобы это требование вообще было выполнимым, должно существовать некоторое соответствие между природой и нашим умом. Опыт учит нас, что это требование выполнимо и что такое соответствие существует в действительности. Если нам удалось создать из накопленного до сих пор опыта представление требуемого характера, то мы можем в короткое время вывести из них, как из моделей, следствия, которые сами по себе проявились бы во внешнем мире только через продолжительное время или же были результатом нашего вмешательства; следовательно, мы имеем возможность предвидеть факты и координировать принятые нами решения со сложившимися представлениями. Образы, о которых мы говорим, являются нашими

представлениями о вещах; они находятся с вещами лишь в одном существенном соответствии, которое состоит в выполнении упомянутого выше требования. Однако отнюдь не необходимо, чтобы они, кроме того, были в каком-либо другом соответствии с вещами. Фактически мы не знаем и не имеем способа узнать, совпадают ли наши представления о вещах с этими вещами в чем-либо другом, кроме упомянутого выше одного основного соотношения.

Образы предметов, создаваемые нами, еще не определены однозначно требованием, чтобы следствия образов были в свою очередь образами следствий. Возможны различные образы одних и тех же предметов и эти образы могут отличаться в различных отношениях. Недопустимыми образами мы должны были бы признать заранее такие, которые уже в себе содержат противоречие законам нашего мышления и, следовательно, прежде всего мы требуем, чтобы все наши образы были логически допустимы, или просто допустимы. Мы называем допустимые образы неправильными в том случае, если их существенные соотношения противоречат отношениям внешних вещей, т. е. они не удовлетворяют нашему первому основному требованию. Поэтому мы требуем, во-вторых, чтобы наши образы были правильными. Но два допустимых и правильных образа одних и тех же внешних предметов могут еще отличаться один от другого с точки зрения целесообразности. Из двух образов одного и того же предмета тот образ будет более целесообразным, который в большей степени отображает существенные отношения предмета, чем тот, который, как нам хочется особо подчеркнуть, является более ясным. Из двух образов более целесообразным при одинаковой ясности будет тот образ, который, наряду с существенными чертами, содержит меньше излишних или пустых отношений, который, следовательно, является более простым. Пустых отношений нельзя избежать полностью, ибо они привносятся в образы уже потому, что это только образы, и к тому же образы нашего ума и, следовательно, должны определяться также свойствами его способа отображения.

До сих пор мы перечисляли требования, которые мы ставим перед самими образами. Совсем другие, однако, те требования, которые мы ставим перед научным описанием таких образов. Мы требуем от

последнего, чтобы оно ясно показало, какие свойства приписываются образам ради их допустимости, какие ради их правильности и какие ради их целесообразности. Только так мы получаем возможность изменять наши образы и улучшать их. То, что приписывалось образом ради их целесообразности, содержится в обозначениях, определениях, сокращениях, одним словом, во всем том, что мы можем произвольно добавлять и отбрасывать. То, что приписывается образам ради их правильности, содержится в данных опыта, на основе которых построены образы. То, что приписывается образам ради их допустимости, дано свойствами нашего ума. Является ли образ допустимым или нет, можно решить однозначно в положительном или отрицательном смысле, и при этом наше решение сохраняет силу навсегда. Является ли картина правильной или нет, можно тоже решить однозначно в положительном или отрицательном смысле, но только по состоянию нашего теперешнего опыта и при допущении оговорки, касающейся более позднего и более зрелого опыта. Является ли образ целесообразным или нет, по этому вопросу не существует однозначного решения; здесь могут существовать различные мнения. Один образ может иметь преимущества в одном, другой — в другом отношении, и только в результате постепенной проверки многих образов с течением времени выясняются, наконец, наиболее целесообразные.

Здесь изложены точки зрения, исходя из которых, на мой взгляд, можно судить о ценности физических теорий и о ценности их изложения. Во всяком случае, мы будем рассматривать прежние изложения принципов механики, основываясь именно на этих точках зрения. При этом прежде всего необходимо с определенностью выяснить, что мы понимаем под термином «принцип».

Первоначально в механике понимали под «принципом» в строгом смысле каждое высказывание, которое нельзя было в свою очередь привести к другим положениям самой же механики, но которое можно было рассматривать как непосредственный результат, вытекающий из других источников познания. В ходе исторического развития нельзя было избежать тех положений, которые, при наличии особых предпосылок в свое время справедливо были названы

принципами, позже, хотя и неправильно, сохранили это название. Со временем Лагранжа часто указывали, что принципы центра тяжести и площадей в сущности являются только теоремами общего содержания. Однако одинаково справедливо можно отметить, что также и остальные так называемые принципы не могут носить это название независимо друг от друга и что каждый из них должен снизойти до ранга следствия или теоремы, как только изложение механики будет обосновываться одним или несколькими из них. В соответствии с этим понятие принципа механики не является строго устойчивым. Поэтому мы сохраним за упомянутыми положениями в нашем изложении их прежнее название; однако когда мы просто и в общем говорим о принципах механики, то мы не будем понимать под ними этих отдельных конкретных положений, а лишь любые произвольно выбранные из них или аналогичные им положения, удовлетворяющие условию, что вся механика может быть выведена из них чисто дедуктивно без дальнейшей ссылки на опыт. При таком методе обозначения основные принципы механики вместе со связывающими их принципами дадут простейшую картину, которую может создать физика о вещах чувственного мира и происходящих в нем процессах. И так как мы можем дать различные изложения принципов механики при различном выборе положений, лежащих в ее основе, то мы получаем различные картины вещей. Эти картины мы можем проверять и сравнивать в отношении их допустимости, правильности и целесообразности.

1

Первую картину дает нам обычное изложение механики. Мы понимаем под ним изложение почти всех учебников, которые трактуют механику в целом, почти всех лекций, охватывающих содержание этой науки, различное в деталях, но совпадающее в основном. Это изложение представляет собой широкую столбовую дорогу, по которой толпы учеников приходят к познанию механики; оно развертывается в точном соответствии с историческим развитием и последовательностью открытий; его главные вехи обозначены име-

нами Архимеда, Галилея, Ньютона, Лагранжа. В основу этого изложения кладутся понятия пространства, времени, силы и массы. Здесь сила вводится как причина движения [10], существующая до движения и независимо от него. Вначале рассматриваются только пространство и сила, и их взаимоотношения трактуются в статике. Чистое учение о движении, или кинематика, ограничивается установлением связи между понятиями пространства и времени. Представление Галилея об инерции устанавливает связь между пространством, временем и массой. В законах движения Ньютона впервые появляются все четыре основные понятия во взаимной связи между собой. Эти законы создают основу дальнейшего развития, но они все же не дают еще общего выражения влияния неподвижных пространственных связей. Решая эту задачу, д'Аламбер [11], с помощью принципа, носящего его имя, распространяет общий результат статики на случай движения и этим самым замыкает круг независимых основных положений, не выводимых один из другого. Все же оставленное является результатом дедукции. Действительно, перечисленные понятия и законы не только необходимы, но и достаточны, чтобы вывести из них с логической необходимостью все содержание механики и представить все остальные так называемые принципы как теоремы и следствия, вытекающие из общих предпосылок. Перечисленные понятия и законы дают нам, следовательно, первую систему принципов механики в нашей терминологии, а вместе с этим и первую общую картину естественных движений в мире тел.

Вначале представляется мало вероятным, что можно даже сомневаться в логической допустимости этой картины. Кажется почти невозможной сама мысль искать логические несовершенства в системе, которая разрабатывалась лучшими умами. Но прежде чем отказаться от дальнейшего исследования, следует спросить, все ли, в том числе и лучшие умы, были удовлетворены этой системой. Во всяком случае, уже с самого начала неизбежно должно показаться странным, как легко связать с основными законами соображения, которые полностью соответствуют обычному способу рассуждений в механике, но которые, несомненно, приводят в смущение здравый смысл.

Покажем это вначале на примере. Мы вращаем по окружности камень, привязанный к веревке, при этом мы сознательно прилагаем к камню силу; эта сила постоянно отклоняет камень от прямого пути и, изменяя эту силу, массу камня и длину веревки, мы находим, что движение камня все время происходит фактически в соответствии со вторым законом Ньютона [12]. Однако третий закон требует силы, противодействующей той силе, которая производится нашей рукой и прилагается к камню. На вопрос об этой противодействующей силе мы получаем трафаретный ответ: камень действует обратно на руку вследствие центробежной силы, и эта центробежная сила в точности равна и прямо противоположна силе, с которой наша рука действует на камень. Но допустимы ли такой способ и выражения? Является ли то, что мы называем здесь центробежной, или центростремительной, силой, чем-либо иным, а не инерцией камня? Можем ли мы, не нанося ущерба ясности наших концепций, вводить действие инерции дважды в наше исчисление, а именно, один раз — как массу, а другой раз — как силу? [13]. В наших законах движения сила была причиной движения, существующей до движения. Можем ли мы теперь, не запутывая наши понятия, говорить о силах, которые возникают в результате движения и являются следствием движения? Можем ли мы обойтись ссылкой на то, что мы, якобы, уже сделали в наших законах некоторые высказывания об этом новом виде сил, что термин «сила» может содержать в себе также и свойство сил? Очевидно на все эти вопросы следует дать отрицательный ответ; нам ничего больше не остается, как сказать: обозначение центробежной силы термином «сила» нельзя считать подходящим. Этот термин следует принимать, подобно термину «живая сила», как исторический пережиток, и сохранение его можно скорее извинить соображениями полезности, а не оправдать. Но как же быть тогда с третьим законом, согласно которому требуется сила, прилагаемая мертвым камнем к руке, и который может быть удовлетворен только наличием действительно существующей силы, а не одним лишь голым термином [14].

Я не думаю, чтобы эти трудности были созданы искусственно или преднамеренно; они напрашиваются сами по себе. Разве нельзя

проследить их возникновение вплоть до основных законов? Сила, о которой речь идет в определении и в обоих основных законах, действует на тело в однозначно определенном направлении. Смысл третьего закона сводится к тому, что силы, всегда связывающие два тела, могут быть направлены как от первого ко второму, так и от второго к первому [15]. Представление силы, которое формулируется в этом законе, и представления, даваемые остальными двумя законами, кажется мне несколько различными. Однако это незначительное различие, возможно, достаточно, чтобы обусловить то логическое несоответствие, последствия которого нашли выражение в нашем примере.

Нет необходимости заниматься здесь исследованием дальнейших примеров. Мы можем сослаться на наши общие восприятия для оправдания наших сомнений. По моему мнению, прежде всего надо указать на то, что как раз введение в механику очень трудно излагать вдумчивым слушателям, не ощущая при этом необходимости то тут, то там приносить этим слушателям, конечно, не без некоторого смущения, извинения, и не испытывая желания побыстрее перейти от введения к примерам, которые говорят сами за себя.

Мне кажется, что сам Ньютон испытывал некоторое смущение, когда он с известной натяжкой определял массу как произведение объема на плотность. По-видимому, Томсон и Тэт вполне это понимали, указав, что это определение в большей степени представляет собой, собственно, определение плотности, а не массы, хотя они все же удовлетворились им как единственным определением массы. Также и Лагранж, мне кажется, чувствовал смущение и во что бы то ни стало хотел продвинуться дальше, когда он во вводной части своей механики указал, что сила является причиной, которая сообщает «или стремится сообщить» движение какому-либо телу; конечно, он не мог при этом не почувствовать некоторой логической шероховатости такого искусственного определения. Второй довод я усматриваю в том, что для элементарных положений статики, для правила параллелограмма сил, для правила виртуальных скоростей и т. д., мы имеем уже много доказательств, которые даны выдающимися математиками и претендуют на строгость, однако, по

мнению других выдающихся математиков, упомянутые доказательства далеко не удовлетворяют этому требованию. В такой логически совершенной науке, как чистая математика, разногласие в такого рода вопросе просто немыслимо. Чрезвычайно вескими мне представляются также следующие чересчур часто повторяемые утверждения: сущность силы остается еще загадочной, главная задача физики — исследовать силы, и другие аналогичные высказывания.

Подобные вопросы ставятся и перед специалистами по электричеству о сущности электричества. Но почему же тогда не задают вопроса в этом же смысле о сущности золота или о сущности скорости? Разве сущность золота нам лучше известна, чем сущность электричества, или же сущность скорости лучше известна, чем сущность силы? Может ли мы исчерпывающе воспроизвести сущность какой-либо вещи с помощью наших представлений, с помощью наших слов? Конечно, нет. Мне кажется, разница заключается здесь в следующем: с терминами «скорость» и «золото» мы связываем в нашем представлении множество других терминов и между всеми этими соотношениями не обнаруживается никаких противоречий. Это нас удовлетворяет, и мы не задаем больше никаких вопросов. Однако с терминами «сила» и «электричество» связывалось большее число соотношений, чем те, которые полностью совмещались бы друг с другом. Мы это смутно чувствуем, требуем объяснений и свои неясные желания выражаем в неясном вопросе о сущности силы и электричества. Но мы, по-видимому, заблуждаемся в отношении ответа на этот вопрос. Он может быть разрешен не познанием новых и более многочисленных соотношений и связей, а устранением противоречий между уже соответствующими связями, а может быть, следовательно, и уменьшением таких. Если эти досадные противоречия устраниены, то этим, правда, еще не решен вопрос по существу, но зато наш ум, не терзаемый большими сомнениями, не будет уже в дальнейшем выдвигать этот, ставший тем самым неправомерным, вопрос.

В изложенных рассуждениях мы высказывали в отношении допустимости рассматриваемой картины такие сильные подозрения,

что могло бы показаться, что мы преднамеренно оспариваем и отрицаем эту допустимость. Однако наши намерения и наши искренние убеждения не заходят так далеко. Если даже действительно существуют логические неопределенности, которые вызывают у нас сомнения в отношении надежности основ, тем не менее они не явились помехой успехам, которых добилась механика, применяя их на практике. Следовательно, они не могут быть сведены к противоречиям между существенными чертами нашей картины, а также к противоречиям между теми соотношениями механики, которые соответствуют соотношениям между самими вещами. Ясно, таким образом, что эти логические неопределенности ограничиваются несущественными чертами и, следовательно, всем тем, что мы сами произвольно приписывали существенному содержанию, данному нам природой. Однако в этом случае упомянутых затруднений можно избежать. Возможно, наши возражения касаются не содержания набросанной картины, а только формы изложения этого содержания. Конечно, мы не будем слишком строги, утверждая, что это изложение еще не достигло научного завершения, что в нем отсутствует еще четкое разграничение между тем, что в набросанной картине является логической необходимостью, что вытекает из опыта и что произвольно. В этой оценке мы сходимся с выдающимися физиками, которые занимались этими вопросами и высказывались по ним⁸, хотя, конечно, нельзя сказать, что между ними было единодушие⁹.

Эта оценка находит затем свое подтверждение во все возрастающей тщательности, с которой в новейших учебниках механики производится логическое подразделение элементов¹⁰.

⁸ См. Э. Мах. Механика. См. затем в журнале «Nature» 1893 г. дискуссию об основных законах механики, открытую О. Лоджем и продолженную на заседаниях Физического общества в Лондоне.

⁹ См. Thomson a. Tait. Natural Philosophy, § 205 и далее.

¹⁰ См. E. B u d d e [16]. Allgemeine Mechanik der Punkte und starren Systeme. Berlin, 1890, S. 11—138.

Изложение вопроса в этой работе одновременно дает ясную картину тех трудностей, с которыми сталкивается свободное от противоречий использование основных элементов.

Вместе с авторами этих учебников и с упомянутыми физиками мы убеждены, что имеющиеся пробелы являются лишь пробелами формы и что неясности и неуверенность могут быть устранины надлежащей систематизацией определений, обозначений и осторожным выбором выражений. В этом смысле мы, как и все другие, признаем допустимость содержания механики. Однако достоинство и значение предмета требует, чтобы его логическая чистота признавалась не только по доброй воле, но чтобы она была также доказана полным и совершенным изложением механики так, чтобы была исключена даже всякая возможность для каких бы то ни было подозрений.

Легче и, по общему мнению, надежнее судить о правильности рассматриваемой нами картины. Эта правильность не встретит возражений, если мы заверим, что она соответствует всему объему накопленного до сих пор опыта, является совершенной и что все характерные черты нашей картины, которые в полном соответствии с тем, на что они вообще претендуют, воспроизводят наблюдаемые взаимоотношения между вещами фактически и правильно соответствуют этим взаимоотношениям. Правда, мы ограничиваем нашу уверенность только лишь содержанием накопленного до сих пор опыта, что же касается будущего опыта, то мы еще будем иметь случай вернуться к вопросу о правильности с этой точки зрения. Безусловно, эта осторожность покажется некоторым не только преувеличенной, но даже бессмысленной; по мнению многих физиков, просто немыслимо, чтобы даже в самых отдаленных данных опыта можно было обнаружить что-либо такое, что было бы в состоянии внести изменения в твердо установленные принципы механики. И тем не менее то, что вытекает из опыта, может быть в свою очередь отвергнуто опытом; по-видимому, слишком благоприятное мнение об основных законах могло сложиться только потому, что в этих законах элементы опыта в некоторой степени скрыты и слились с неизменными, логически необходимыми элементами.

Логическая неопределенность изложения, которую мы только что подвергли критике, имеет также некоторые преимущества; она придает основам иллюзию неизменяемости; возможно, в период

зарождения науки и было разумно вводить это представление и мириться с его существованием в течение некоторого времени. Правильность же картины в отношении всех случаев твердо установилась благодаря тому, что в случае необходимости резервировалось право использова ть опытные данные в качестве определений, и наоборот. Однако в совершенной науке такое искание ощупью, такая иллюзия надежности недопустимы. При зрелом познании в первую очередь должна учитываться логическая чистота; только логически чистые картины должны проверяться в отношении их правильности, только правильные картины — в отношении их целесообразности. В случае крайней необходимости поступают иногда наоборот; изобретаются картины, подходящие для намеченных целей, затем они проверяются в отношении правильности и, наконец, освобождаются от внутренних противоречий.

Если последнее замечание справедливо лишь в некоторой степени, то нам представляется вполне естественным, что рассматриваемая система механики обнаруживает максимальную целесообразность, когда она применяется к простым явлениям, для которых она и была создана, следовательно, прежде всего к действию силы тяжести и к задачам практической механики. Но на этом мы не должны останавливаться; следует помнить, что перед нами стоит задача проанализировать здесь не обычные потребности повседневной жизни и не точку зрения прошедших эпох, а охватить весь объем современного знания физики и, кроме того, дать оценку целесообразности в том особом смысле, который мы точно определили в самом начале. В соответствии с этим мы должны поставить перед собой прежде всего вопрос; вполне ли ясна набросанная картина? Содержит ли она все черты, которые в состоянии различать современное знание в движениях природы? На этот вопрос мы отвечаем решительным «нет». Не все движения, которые допускаются основными законами и которые механика рассматривает как математические задачи для упражнения, встречаются в природе, но, с другой стороны, о естественных движениях, силах, неподвижных соединениях мы можем сказать больше, чем это делают общепринятые основные законы.

Начиная с середины XIX столетия мы твердо убеждены в том, что в природе фактически не существует никаких сил, которые могли бы нарушить принцип сохранения энергии. Значительно более древнего происхождения убеждение, что существуют лишь такие силы, которые могут быть представлены как результат взаимодействий между бесконечно малыми элементами материи. Эти элементарные силы также не свободны. Их общепризнанные свойства состоят в том, что они не зависят от абсолютного значения времени и от абсолютного места в пространстве. Другие их свойства спорные. Выражаются ли элементарные силы только лишь в притяжениях и отталкиваниях по линии соединения действующих масс, обусловлена ли их величина только расстоянием или зависит от абсолютной и относительной скорости и только от нее, должно ли приниматься во внимание ускорение или высшие частные производные пути по времени — все это или принималось, или ставилось под сомнение.

Однако, если даже нет единого мнения по вопросу о всех определенных свойствах, которые должны приписываться элементарным силам, тем не менее все сходятся во мнении, что из имеющихся уже наблюдений может быть выведено большее число свойств, чем то, которое содержится в основных законах. Мы убеждены в том, что элементарные силы, выражаясь неопределенно, должны иметь простой характер. То, что в данном случае имеет значение в отношении сил, можно в одинаковой степени отнести также и к неподвижным связям тел, которые выражаются математически посредством уравнений условий между координатами и действие которых определено принципом д'Аламбера. Математически можно написать любое конечное или дифференциальное уравнение между координатами; при этом можно выдвинуть требование, чтобы это уравнение было удовлетворено. Однако не всегда может быть найдена существующая в природе физическая связь, соответствующая этому уравнению. Нередко мы сталкиваемся с предположением, а иногда даже и с убеждением, что такая связь исключена природой вещей. Но как же тогда можно ограничить допустимые уравнения условий? Где же граница между ними и воображаемыми уравнениями? Часто

удовлетворялись тем, что рассматривали только конечные уравнения условий. Но это ограничение заходит слишком далеко, так как в естественных проблемах неинтегрируемые дифференциальные уравнения могут фактически появляться как уравнения условий.

Одним словом, как в отношении сил, так и в отношении неподвижных связей наша система принципов содержит все существующие в природе движения, но одновременно она содержит также много таких движений, которые не существуют в природе. Система, которая исключала бы эти последние или хотя бы часть из них, лучше отражала бы действительные взаимоотношения вещей и в этом смысле была бы, следовательно, более целесообразной. Но мы должны проверить целесообразность нашей картины еще и в другом направлении. Является ли наша картина простой? Экономна ли она в отношении несущественных черт, т. е. в отношении таких черт, которые приписываются нами, правда, в допустимой форме, но все же произвольно, существенным чертам природы? При ответе на этот вопрос наши сомнения снова сталкиваются с понятием «силы».

Нельзя отрицать, что в очень многих случаях силы, вводимые нашей механикой при рассмотрении физических вопросов, аналогичны работающим на холостом ходу колесам, исключаемым из общей системы повсюду, где требуется описать действительные факты. В простых случаях, на основе которых механика трактовалась первоначально, это, правда, не имеет места. Тяжесть камня, сила руки представляются такими же реальными, такими же допустимыми для непосредственного восприятия, как и вызванные ими движения. Но стоит только перейти к движению звезд, и мы будем наблюдать уже другие соотношения. Здесь силы никогда не были предметом непосредственного опыта; весь наш прежний опыт относится только к кажущемуся месту созвездий. Также и в будущем мы не надеемся воспринимать эти силы, ибо будущий опыт, как мы ожидаем, коснется снова лишь положения светящихся точек на небе, какими нам представляются звезды.

Только при выводе данных будущего из данных прошедшего опыта временно появляются в качестве вспомогательных величин силы тяготения, которые вскоре снова исчезают из рассмотрения.

В общем точно также дело обстоит при рассмотрении молекулярных сил, химических сил, многих электрических и магнитных действий. И если теперь, опираясь на более зрелый опыт, мы вернемся к простым силам, в существовании которых у нас не было никаких сомнений, то мы увидим, что эти силы, воспринимаемые нами с убедительной достоверностью, во всяком случае не были действительными силами. Влечение каждого тела к земле, которое мы, как нам кажется, воспринимаем непосредственно, это влечение, как нам подсказывает более зрелая механика, не отражает действительности; оно является результатом необъятного числа действительных сил, которые притягивают атомы тела к атомам Вселенной, причем общий результат действия этих сил представляется нам в виде отдельной силы. Следовательно, и здесь действительные силы никогда не были предметом прошлого опыта, точно также мы не надеемся встретиться с ними и в будущем опыте. Они незаметно появляются только при выводе данных будущего опыта из прошлого опыта, а затем снова исчезают. Но даже если бы эти силы были введены в природу только нами, мы все же не могли бы считать их введение нецелесообразным. Нам заранее было ясно, что невозможно полностью исключить из наших картин несущественные соотношения. Мы можем лишь требовать максимального ограничения таких соотношений и разумной осмотрительности в их использовании.

Но можно ли утверждать, что физика всегда может экономно идти в этом направлении? Напротив, не была ли она вынуждена чрезмерно заполнить мир самыми разнообразными видами сил: силами, которые сами никогда не появляются, и даже такими силами, которые действуют вообще только в самых исключительных случаях? Мы видим, например, что на столе лежит кусок железа в состоянии покоя. В соответствии с этим мы предполагаем, что не имеется никаких причин движения, никаких сил. Физика, которая построена на основе нашей механики и которая предопределяется этой основой, учит нас другому. Каждый атом железа притягивается к каждому другому атому Вселенной посредством силы тяготения. Однако каждый атом железа, кроме того, магнетен и благодаря этому связывается с каждым другим магнитным атомом Вселенной новыми

силами. Но тела Вселенной в свою очередь наполнены движущимся электричеством, и это электричество порождает новые сложные силы, которые действуют на каждый атом железа. И поскольку частицы железа сами содержат электричество, мы снова должны будем принимать в расчет еще и другие силы, а вместе с ними еще и другие виды молекулярных сил. Некоторые из этих сил весьма значительны; если бы из всех этих сил действовала только одна часть, то железо было бы разорвано на куски. Но в действительности все эти силы так уравновешиваются друг друга, что их результирующая равна нулю, и несмотря на тысячи существующих причин движения, оно все же не наступает, и железо остается в состоянии покоя. Если мы изложим эти концепции людям, мыслящим независимо, кто же в них поверит? Кого мы сможем убедить, что мы говорим о действительных вещах, а не о картинах пылкого воображения? Но даже и мы сами невольно призадумаемся, простейшим ли образом мы описали и отобразили покой железа и его частей? Вначале кажется сомнительным, можно ли вообще избежать этого усложнения, но несомненно, что та система механики, которая избегает или исключает его, более проста и в этом смысле более целесообразна, чем рассматриваемая здесь система, которая не только допускает такие представления, но даже навязывает их нам.

Сформулируем еще раз в самой краткой форме те сомнения, с которыми мы сталкиваемся при рассмотрении обычного изложения принципов механики. Что касается формы, то нам казалось, что логическое значение отдельных высказываний установлено недостаточно ясно. Что же касается самого предмета, то нам казалось, что рассматриваемые механикой движения не полностью совпадают с естественными движениями, которые должны рассматриваться. Некоторые свойства естественных движений не учитываются в механике; многие отношения, которые рассматривает механика, в природе, по-видимому, не существуют. Если даже эти доводы будут признаны правильными, мы все же не встанем на ту точку зрения, что обычное изложение механики должно поэтому потерять или потеряет в будущем свою ценность и свое привилегированное положение. Однако эти доводы могут быть достаточным оправданием тому, что

мы обратимся к другим изложениям, имеющим некоторые преимущества в отношении указанных недостатков и более подходящих к описываемым явлениям.

2

Вторая картина механических процессов значительно более позднего происхождения, чем первая. Ее развитие из первой картины и параллельно этой картине тесно связано с успехами, достигнутыми физической наукой в последние десятилетия. Еще до середины XIX столетия казалось, что окончательная цель и окончательное объяснение явлений природы, к которому следует стремиться, состоит в приведении этих явлений к бесчисленным силам, действующим на расстоянии между атомами материи. Эта концепция полностью соответствовала системе принципов механики, которую мы назвали первой; они взаимно обусловливали друг друга. Но к концу XIX столетия физика отдала предпочтение другому способу мышления. Под влиянием открытия принципа сохранения энергии физическая наука рассматривает теперь относящиеся к ее области явления как превращения одной формы энергии в другую и считает своей конечной целью сведение явлений к законам превращения энергии.

Такая трактовка может считаться исходной при рассмотрении элементарных процессов самого движения; так стало возникать новое, отличное от первого, изложение механики, в котором понятие силы с самого начала уступает место понятию энергии. Именно эту, возникшую таким образом новую картину элементарных процессов движения мы и называем второй картиной, которой и посвящаем здесь наше внимание. Если при обсуждении первой картины у нас было то преимущество, что, как можно было предполагать, сама картина ясно стояла перед глазами физиков, то о второй картине этого, разумеется, сказать нельзя. Вторая картина, по-видимому, еще никогда не была нарисована во всех ее деталях.

Насколько мне известно, не существует ни одного учебника механики, который в своих исходных положениях был бы построен на основе учения об энергии и в котором понятие энергии было бы

введено раньше, чем понятие силы. Возможно, даже ни одна лекция по механике не была построена по этому плану. Однако возможность такого плана была ясна основателям учения об энергии; часто отмечалось, что таким путем можно было бы избежать понятия силы со всеми его трудностями. В отдельных случаях специальных применений в научной литературе все чаще и чаще излагаются взгляды, целиком примыкающие к этой точке зрения. Поэтому мы можем в общих чертах изложить план, который должен был бы лежать в основу намечаемого построения механики.

Так же как и в первой картине, мы исходим и здесь из четырех независимых одно от другого основных понятий, взаимоотношения между которыми должны образовать содержание механики. Два из них имеют математический характер: это — пространство и время; два других — масса и энергия — вводятся как неразрушимые и неизменные физические сущности. Правда, необходимо четко указать, посредством каких конкретных данных опыта мы в конечном счете собираемся доказать существование массы и энергии. Здесь мы принимаем, что это достижимо и даже уже достигнуто. Само собой разумеется, что количество энергии, связанное с определенными массами, зависит от состояния этих масс. В качестве первого общего факта опыта следует указать, что существующая энергия всегда может быть разделена на две части, из которых первая обусловлена исключительно взаимным положением масс, а вторая зависит от их абсолютной скорости. Первая часть обозначается как потенциальная энергия, вторая — как кинетическая. Форма зависимости кинетической энергии от скорости движущихся тел во всех случаях одинакова и известна; форма зависимости потенциальной энергии от положения тел не может быть указана в общих чертах; она представляет собой скорее специфическую природу и характеристическую особенность рассматриваемых масс. Задача физики состоит в том, чтобы определить эту форму для окружающих нас тел природы, основываясь на данных прежнего опыта.

До сих пор в наших рассмотрениях связывались в основном только три элемента, а именно: пространство, масса и энергия. Чтобы установить взаимоотношения всех четырех основных поня-

тий, а вместе с этим и развитие явлений во времени, мы воспользуемся одним из интегральных принципов обычной механики, которые формулируются на основе понятия энергии. Какой из принципов мы используем, практически безразлично; можно воспользоваться принципом Гамильтона, что мы имеем полное право сделать. В этом случае мы установили бы, следовательно, в качестве единственного опытного закона механики положение, что каждая система естественных масс движется так, как будто перед ней стоит задача достигнуть заданных положений в заданный отрезок времени и при этом так, чтобы разница между кинетической и потенциальной энергией была в среднем возможно малой на протяжении всего периода времени. Если даже этот закон не является простым по форме, он все же в одном единственном определении однозначно воспроизводит все естественные превращения энергии из одной формы в другую; этим самым он позволяет полностью предвидеть будущее развитие явлений.

С установлением этого нового закона достигается создание необходимых основ механики. Все, что мы можем только добавить к этому закону, — это математические выводы и некоторые упрощения или вспомогательные обозначения, которые, возможно, являются целесообразными, но не обязательными. К этим последним относится и понятие силы, которое в самих основах не фигурировало. Введение понятия силы целесообразно, когда мы рассматриваем не только такие массы, которые связаны с постоянными количествами энергии, но также и такие, которые отдают энергию другим массам или заимствуют ее у них. Однако введение силы производится не на основе новых опытных данных, а с помощью определения, которое может быть сформулировано по-разному. В соответствии с этим и свойства определенных таким образом сил должны устанавливаться не из опыта, а могут быть введены из определения и из основного закона; даже подтверждение этих свойств опытом излишне, так как в этом случае оказалось бы, что имеются сомнения в правильности всей системы. Следовательно, в этой системе понятие силы, как таковой, не может больше создать никаких логических трудностей, а также и при оценке правильности системы не должно приниматься во вни-

мание; это понятие может иметь только влияние на большую или меньшую целесообразность системы.

Мы должны были бы, следовательно, расположить принципы механики в указанном порядке, чтобы приспособить их к точке зрения учения об энергии. Однако спрашивается, имеет ли созданная таким образом вторая картина какие-либо преимущества перед первой картиной; поэтому мы проследим детальнее ее преимущества и недостатки.

На этот раз в наших интересах исходить в первую очередь из целесообразности, потому что с этой точки зрения всякий успех является наименее сомнительным. Наша вторая картина естественных движений — прежде всего значительно более ясная; она воспроизводит большее число особенностей этих движений, чем первая.

Если мы захотим вывести принцип Гамильтона из общих основ механики, мы должны будем добавить к нему некоторые предпосылки о действующих силах и о свойствах возможных неподвижных связей. Эти предпосылки имеют самый общий характер, по тем не менее они обусловливают некоторое количество важных ограничений; выраженных в этом принципе движений. И наоборот, также и из этого принципа может быть выведен ряд отношений, и в особенности взаимоотношений между такими видами возможных сил, которые отсутствуют в принципах первой картины, но которые существуют во второй картине и одновременно, что очень важно, в самой природе. Доказательство, что это именно так, составляет основное содержание и цель работ, которые опубликовал Гельмгольц под заглавием «О физическом значении принципа наименьшего действия». Мы точнее охарактеризуем положение вещей, если скажем, что уже сам факт, который должен быть доказан, является открытием, изложенным в упомянутой работе. В самом деле, понимание того, что из таких общих предпосылок могут быть сделаны такие специальные, важные и удачные выводы, является уже само по себе открытием. На эту работу мы можем, следовательно, ссылаться для иллюстрации нашего утверждения и, поскольку этот труд является в настоящее время выражением величайшего прогресса в физике, мы можем игнорировать вопрос, возможно ли еще ближе подойти

к природе вещей, например, в результате ограничения допустимых для потенциальной энергии форм. Мы лучше подчеркнем, что эта вторая картина также и в отношении простоты обходит те опасности, которые так угрожали целесообразности нашей первой картины. Если мы спросим об истинной причине, почему физика в настоящее время предпочитает пользоваться при своих рассмотрениях языком учения об энергии, то мы можем ответить на это так: потому что таким образом она может лучше всего уклониться от рассуждений о вещах, о которых она так мало знает и которые не имеют никакого влияния на сущность рассматриваемых положений.

Мы имели уже случаи заметить, что объяснение явлений на основе силы вынуждает нас постоянно связывать наши рассуждения с рассмотрением отдельных атомов или молекул. В настоящее время мы, во всяком случае, убеждены в том, что весомая материя состоит из атомов; точно так же мы имеем в известных случаях более или менее определенное представление о величине этих атомов и об их движениях. Но форма атомов, их взаимосвязь, их движения — в большинстве случаев все это от нас совершенно скрыто; число атомов во всех случаях необозримо велико. Наше представление об атомах уже само является важным и интересным объектом дальнейшего исследования; но оно ни в коем случае не пригодно для того, чтобы пользоваться им как известной и надежной основой математических теорий. Поэтому такой строгий и глубокий исследователь, каким был Густав Кирхгоф [17], реагировал почти с болезненной раздражительностью, когда он видел, что атомы и их колебания без настоятельной необходимости ставились в центр теоретических рассуждений. Допустим, что произвольно принятые свойства атомов не оказывают влияния на конечный результат. Такое допущение возможно и правильно. Но тем не менее детали самого вывода в значительной степени являются, как можно предположить, ложными и вывод представляет собой только лишь мнимое доказательство. Старая трактовка физики едва ли допускает здесь какой-либо выбор или выход из положения.

Напротив, представления учения об энергии, а вместе с этим и наша вторая картина механики имеют то преимущество, что в пред-

посылки проблемы включаются только признаки, непосредственно доступные опыту, а также параметры или произвольные координаты рассматриваемых тел; с помощью этих признаков рассмотрение проводится в конечной и замкнутой форме, а конечный результат этих рассмотрений может быть снова приведен к доступному для наблюдения опыту. Кроме самой энергии в ее немногочисленных формах, в рассмотрение не вводятся никакие вспомогательные конструкции. Наши высказывания могут ограничиться известными уже особенностями рассматриваемых систем тел, без того чтобы мы были поставлены перед необходимостью скрывать наше незнание деталей за произвольными и не имеющими никакого значения гипотезами. Не только конечный результат, но также и все пути к его выводу могут быть правильными и разумными. Вот в чем заключаются преимущества, которые сделали этот метод излюбленным в современной физике и которые свойственны, следовательно, нашей второй картине механики. Пользуясь нашей терминологией, мы характеризуем их как преимущества простоты и, следовательно, целесообразности.

К сожалению, у нас снова возникают сомнения в ценности нашей системы, когда мы ставим вопрос о ее правильности и логической допустимости. Уже сам вопрос о правильности дает повод к оправданным сомнениям. Мы ни в коем случае не можем быть уверены в соответствии рассматриваемой нами системы с природой уже потому, что принцип Гамильтона может быть, как известно, выведен из общепризнанных основ механики Ньютона. Необходимо помнить, что этот вывод может быть сделан только в том случае, если оправдываются известные предпосылки, а также и то, что наша система претендует не только на правильное описание некоторых движений природы, но и утверждает, что она охватывает все движения природы вообще. Таким образом, мы должны исследовать, имеют ли фактически эти особые предпосылки, подобно законам Ньютона, общее значение.

Было бы достаточно единственного примера из природы, который противоречил бы им, чтобы опровергнуть правильность системы как таковой, даже если бы этот пример ни в коей мере не поколебал принципа Гамильтона как общего положения. При этом возникает

сомнение не столько в том, охватывает ли наша картина все многообразие сил, сколько в том, охватывает ли она фактически все многообразие жестких связей, которые могут существовать между телами природы.

Применение принципа Гамильтона к какой-либо материальной системе не исключает того, чтобы между выбранными координатами этой системы существовали жесткие связи, но оно требует все же, чтобы эти связи могли быть выражены математически при помощи конечных уравнений между координатами. Появление таких связей, которые могут быть выражены математически только посредством дифференциальных уравнений, недопустимо. Но сама природа, по-видимому, не исключает связей последнего вида, и они появляются, например, тогда, когда трехмерные тела перекатываются без скольжения одно по поверхности другого. Благодаря этой связи, которую мы часто встречаем вокруг нас, положение тел относительно друг друга ограничено только постольку, поскольку они постоянно должны иметь одну общую точку поверхности, но свобода движений тел ограничена еще на одну степень. Следовательно, из этой связи может быть выведено больше уравнений между изменениями координат, чем между самими координатами, и должно существовать по крайней мере одно неинтегрируемое дифференциальное уравнение. К таким случаям принцип Гамильтона неприменим или, выражаясь точнее, математически возможное применение принципа приводит к физически ложным результатам.

Ограничим наши рассуждения простым случаем шара, который, следуя только инерции, катится без скольжения по твердой горизонтальной плоскости; в данном случае можно путем простого рассмотрения, без всяких математических вычислений, охватить не только движения, которые шар действительно может выполнить, но и движения, которые соответствовали бы принципу Гамильтона, согласно которому при постоянной живой силе шар должен достичь заданных положений в кратчайшее время. Можно также без вычисления убедиться в том, что оба вида движений имеют весьма различные особенности. Если мы выберем произвольно начальное и конечное положение шара, то, по-видимому, всегда имеется некоторый пере-

ход из одного положения в другое, где время перехода, т. е. интеграл Гамильтона, становится минимумом. В действительности же естественный переход из одного положения в другое невозможен без воздействия сил, если даже выбор начальной скорости совершенно свободен. Но даже в том случае, когда мы выбираем начальное и конечное положение так, что между обоими положениями возможно естественное свободное движение, то оно все же не будет таким движением, которое соответствовало бы минимуму времени. При определенных начальных и конечных положениях разница может быть поразительной. В этом случае шар, который двигается в соответствии с упомянутым принципом, был бы чрезвычайно похож на живое существо, которое целеустремленно двигается к определенному положению, в то время как рядом с ним шар, подчиняющийся закону природы, произвел бы впечатление мертвой, равномерно перекатывающейся массы.

Положение не изменилось бы, если бы мы вместо принципа Гамильтона воспользовались принципом действия или другим интегральным принципом, так как все эти принципы имеют незначительное различие в своем значении, а в рассматриваемом здесь отношении ведут себя совершенно одинаково. Впрочем, путь, который мы можем избрать, чтобы отстоять систему и опровергнуть упрек в ее неправильности, заранее преднаертан. Мы должны отрицать, что жесткие связи упомянутого вида действительно со всей строгостью существуют в природе. Мы должны показать, что каждое так называемое качение без скольжения в действительности является качением с незначительным скольжением, т. е. процессом трения. Мы можем сослаться на то, что процессы в трущихся поверхностях относятся вообще к таким процессам, которые не могут быть приведены к ясно понимаемым причинам, но для которых действующие силы определены только эмпирически; поэтому вся проблема относится к таким, при рассмотрении которых в настоящее время еще невозможно обойтись без использования понятия силы и вместе с этим нельзя избежать обычных методов механики.

Эти доводы в защиту отстаиваемых положений не являются, правда, убедительными, ибо качение без скольжения не противоре-

чит ни принципу энергии, ни какому-либо из законов, известных физике; этот процесс осуществляется в чувственном мире с таким большим приближением, что на предпосылке его точного выполнения основаны даже интегрирующие машины. Поэтому мы едва ли вправе исключать существование этого процесса как невозможное, и тем более, исходя из механики еще неизвестных систем, каковыми являются атомы или части эфира. Но если даже мы согласимся, что эти связи осуществляются в природе лишь приближенно, то и тогда недостаточность в этих случаях принципа Гамильтона поставит нас перед трудностями. От каждого основного закона нашей системы механики мы должны требовать, чтобы он, будучи применен к задаче с приблизительно точными условиями, всегда давал бы приблизительно точные результаты, но не совершенно неверные. Наконец, так как все жесткие связи, которые мы заимствуем у природы и вводим в вычисление, только приближенно соответствуют действительным условиям, то мы совершенно не будем уверены в том, к каким из них мы можем вообще применить закон, а к каким — нет. Мы не будем, однако, полностью отвергать доводы в защиту упомянутых положений; мы предупредительно согласимся с тем, что высказанные сомнения касаются только целесообразности системы, но не ее правильности, так что вытекающие отсюда недостатки могут компенсироваться другими преимуществами.

Но настоящие трудности встают перед нами только тогда, когда мы пытаемся упорядочить основные положения системы таким образом, чтобы они со всей строгостью удовлетворяли требованию логической допустимости. Мы можем при введении понятия энергии исходить из понятия сил, затем перейти к функции силы, отсюда — к потенциальной энергии и, наконец, к энергии вообще. Такой порядок соответствовал бы первому изложению механики. Однако понятие энергии можно ввести и другим путем. Не предполагая заранее собственно механических рассуждений, мы сошлемся прежде всего на тот простой непосредственный опыт, при помощи которого нам хотелось бы вообще определить существование запаса энергии и его размеры. Выше мы только приняли, но не доказали, что это возможно.

Многие выдающиеся физики так усиленно пытаются в настоящее время приписать энергии свойства вещества, что принимают, будто любая, даже малейшая часть энергии связана в любой момент с определенным местом в пространстве и при всякой перемене этого места и при всех превращениях энергии в новые формы все же сохраняет свою идентичность. Эти физики должны неизбежно стоять на той точке зрения, что определения требуемого вида могут действительно существовать, и поэтому допустимо принимать их возможность. Если бы, однако, нам самим пришлось установить конкретную форму, которая удовлетворяла бы нас и могла бы рассчитывать на всеобщее признание, то мы оказались бы в затруднительном положении, так как такой способ представления, по-видимому, не привел еще к удовлетворительному и окончательному результату. Особая трудность обусловливается уже тем обстоятельством, что энергия, имеющая, якобы, характер вещества, проявляется в двух совершенно различных формах, которые соответствуют кинетической и потенциальной формам. Кинетическая энергия не нуждается в сущности ни в каком новом основном определении, так как она может быть выведена из понятий скорости и массы; потенциальная же энергия, которая требует самостоятельного определения, не поддается вначале никакому определению, которое приписывало бы ей свойства вещества. Некоторое количество какого-либо вещества представляет собой неизбежно положительную величину; потенциальную же энергию, содержащуюся в какой-либо системе, мы без всяких опасений принимаем и в качестве отрицательной величины. Если какое-либо аналитическое выражение обозначает некоторое количество вещества, то аддитивная постоянная в этом выражении является такой же важной, как и все остальное; в выражении же потенциальной энергии системы аддитивная постоянная не имеет никакого значения. Наконец, содержание вещества в физической системе может зависеть только от состояния самой системы; содержание же потенциальной энергии в данной материи зависит от существования удаленных масс, которые, возможно, никогда не оказывали влияния на систему. Если Вселенная и вместе с этим количество упомянутых удаленных масс бесконечно, то сущ-

ствует и бесконечное число многочисленных форм потенциальной энергии в конечных количествах материи. Все это — затруднения, которые следовало бы устраниć или обойти при помощи искомого определения энергии. Хотя мы и не собираемся утверждать, что это невозможно, мы все же не имеем возможности считать, что затруднения фактически устранены; самое осторожное — считать пока открытым вопрос о том, может ли рассматриваемая система вообще быть представлена в логически безупречной форме.

Возможно, небесполезно проанализировать здесь также вопрос, справедливо ли другое возражение, которое можно было бы выдвинуть против допустимости рассматриваемой здесь системы. Если картина известных внешних вещей должна быть допустимой в нашем смысле, то ее черты должны не только гармонировать между собой, но не должны также противоречить чертам других картин, твердо установленных уже в нашем сознании. Затем можно было бы еще утверждать: немыслимо, чтобы принцип Гамильтона или другой принцип аналогичного характера представлял собой фактически основной закон механики и вместе с этим основной закон природы; ибо предпосылкой основного закона являются простота и ясность, в то время как принцип Гамильтона, если его детально проанализировать, представляет собой чрезвычайно сложное высказывание. Он не только ставит происходящее в настоящий момент движение в зависимость от последствий, которые могут выявиться в будущем, предполагая существование у неживой природы намерений, но, что еще хуже, он предполагает существование у природы бессмысленных намерений. Ибо интеграл, минимум которого требует принцип Гамильтона, не имеет простого физического значения; кроме того, представляется непонятной целью природы приведение математического выражения к минимуму или его вариации к нулю.

Обычный ответ, который современная физика всегда готова дать на подобного рода нападки, заключается в том, что предпосылки, на которых основываются эти рассмотрения, имеют метафизическое происхождение, но физика отказалась от них и не считает больше своей обязанностью удовлетворять требованиям метафизики. Она не придает большее никакого значения соображениям, которые

в свое время высказывались метафизиками в пользу принципов, указывающих на цель в природе; точно также она не может теперь прислушиваться к упрекам метафизического характера по адресу этих принципов. Если бы мы должны были решать вопрос, кто прав, то мы не поступили бы неразумно, если бы примкнули к нападающему, а не к защищаемому. Никакое сомнение, которое вообще может произвести на нас впечатление, не может быть рассеяно тем, что его назовут метафизическими; каждый пытливый ум имеет, как таковой, потребности, которые естествоиспытатель называет обычно метафизическими.

Кроме того, в нашем случае, как и во всех аналогичных случаях, может быть легко обнаружен здравый и вполне оправданный источник нашей потребности. Мы не можем, правда, a priori требовать от природы простоты, мы не можем также судить о том, что просто в ее смысле. Однако мы можем предписывать правила картинам, которые мы сами создаем себе о природе, как предметам нашего собственного творчества. Теперь мы вполне утверждать, что, если наши картины хорошо приспособлены к вещам, действительные отношения между вещами должны выражаться простыми отношениями между образами. Если же действительные отношения между вещами могут быть выражены только при помощи сложных и даже непонятных для неподготовленного ума отношений между образами, то мы говорим, что эти картины недостаточно приспособлены к вещам. Наше требование простоты касается, следовательно, не природы, а картин, которые мы создаем себе о ней. Возражение против сложной формулировки основного закона выражает только убеждение, что он может быть сформулирован в более простой форме надлежащим выбором основных представлений, если содержание высказывания правильно и достаточно широко. Другим выражением этого же убеждения являются пробуждающиеся вновь желания найти путь от внешнего понимания такого закона к его более глубокому и существенному смыслу, в существовании которого мы убеждены. Если эта концепция правильна, то изложенное возражение порождает действительно справедливые сомнения в отношении системы; но оно касается тогда не столько ее допустимости,

сколько ее целесообразности, и должно было бы приниматься во внимание при оценке этой последней. Тем не менее нет необходимости возвращаться еще раз к ее обсуждению.

Если мы обобщим еще раз то, что смогли сказать о преимуществах второй картины, то все же не почувствуем полного удовлетворения. Хотя все направление современной физики толкает нас на то, чтобы выдвинуть на передний план понятие энергии и использовать его также в механике как краеугольный камень созданной нами системы, тем не менее остается более чем сомнительным, можем ли мы при этом избежать трудностей и шероховатостей, с которыми мы сталкивались в первой картине механики. Этому второму методу изложения я уделил фактически больше внимания не потому, чтобы побудить встать именно на этот путь, а скорее потому, чтобы указать, по каким соображениям я от него отказался, после того как вначале сам делал попытки пойти по нему.

3

Третья система принципов механики — это как раз та система, которая подробно изложена в основной части этой книги, но главные черты которой мы изложим уже здесь, во введении, чтобы подвергнуть их критике в том же смысле, как и первые две части. От первых двух систем она отличается в основном тем, что исходит только из трех независимых основных представлений: из представлений времени, пространства и массы. Поэтому задача третьей системы сводится к установлению естественных отношений между этими тремя представлениями и только между ними. Четвертое понятие — понятие силы или энергии, с которым раньше были связаны все затруднения, устранено как самостоятельное основное представление. Замечание, что три независимые друг от друга представления необходимы, но также и достаточны для развития механики, уже Кирхгоф положил в основу своего учебника механики. Все то, что выпадает вместе с этим из основных представлений, не может, безусловно, оставаться без всякой замены. В нашем изложении мы попытаемся восполнить возникший пробел используя-

нием гипотезы, которая выдвигается здесь не впервые, но которую не было принято вводить в элементы механики. Сущность этой гипотезы сводится к следующему.

Если мы попытаемся понять движение окружающих нас тел и привести их к простым и понятным правилам, принимая в расчет только то, что непосредственно происходит у нас на глазах, то наша попытка в общем потерпит неудачу. Вскоре мы убеждаемся, что совокупность того, что мы можем видеть и ощущать, не создает еще закономерного мира, в котором одинаковые состояния имеют всегда одинаковые последствия. Мы убеждаемся, что многообразие действительного мира должно быть большим, чем многообразие мира, непосредственно доступного нашим чувствам.

Если мы хотим получить законченную, замкнутую в себе, закономерную картину мира, то мы должны допускать за вещами, которые мы видим, еще другие, невидимые вещи и искать за пределами наших чувств еще скрытые факторы. В первых двух картинах мы признали эти лежащие глубже влияния и представляли их себе как сущности особого вида; поэтому для воспроизведения их мы создали понятие силы и энергии. Но перед нами открыт еще и другой путь. Мы можем допустить, что одновременно действует нечто скрытое, и в то же время отвергать, что это нечто принадлежит к какой-то особой категории. Мы можем принять, что также и скрытое является не чем иным, как опять-таки движением и массой, а именно, таким движением и такой массой, которые отличаются от видимого не по своему существу, а только в отношении нас самих и наших обычных средств восприятия. Это воззрение является как раз нашей гипотезой. Мы принимаем, следовательно, что наряду с видимыми массами Вселенной можно представить себе еще другие, подчиняющиеся тем же законам массы такого вида и что благодаря им закономерность и наглядность значительно выигрывают; при этом мы принимаем, что упомянутая гипотеза возможна как вообще, так и во всех частных случаях, и что поэтому совсем не существует других причин явлений, кроме тех, которые допущены здесь. То, что мы называем обычно силой или энергией, представляет собой в нашем понимании не что иное, как действие массы и движения; однако оно

не всегда может быть таким действием массы и движения, которые могут быть доказаны в грубо чувственной форме.

Такое объяснение силы из процессов движения называют обычно динамическим, и можно утверждать, что в настоящее время физика относится в высшей степени благосклонно к такого рода объяснениям. Силы теплоты были уверено сведены к скрытым движениям ощущимых масс. Благодаря заслугам Максвелла [18], стало почти убеждением предположение, что в электродинамических силах имеет место действие движения скрытых масс. Лорд Кельвин охотно кладет в основу своих рассуждений возможность динамических объяснений сил; в своей теории вихревой природы атомов он пытался дать картину Вселенной, соответствующую этому представлению. В своем исследовании циклических систем Гельмгольц подробно и в целях общего применения рассмотрел важнейшую форму скрытого движения; благодаря ему выражения «скрытая» масса, «скрытое» движение получили на немецком языке значение технических терминов. Но если эта гипотеза обладает способностью постепенно исключить из механики таинственные силы, то она может также воспрепятствовать тому, чтобы они вообще попали в механику. И если использование гипотезы для первой цели соответствует концепции современной физики, то то же самое должно иметь силу в отношении использования ее для последней цели. Это — руководящая мысль, из которой мы исходим и в результате развития которой возникает картина, которую мы обозначили третьей и общие контуры которой мы сейчас проследим.

Сначала мы вводим, следовательно, три независимых основных понятия: времени, пространства и массы, как объекты опыта, указывая вместе с этим, при помощи каких конкретных чувственных восприятий должны быть определены, согласно нашему представлению, отрезки времени, масса и пространственные величины. Что касается масс, то мы сохраняем за собой право вводить наряду с чувственно воспринимаемыми массами также и скрытые массы, которые соответствуют выдвинутой выше гипотезе. Мы устанавливаем затем соотношения, которые всегда имеются налицо между конкретными опытными данными и которые мы должны зафиксировать как суще-

ственные взаимоотношения между основными понятиями. Естественно, что мы связываем вначале основные понятия попарно. Отношения, которые существуют только между пространством и временем, принадлежат к кинематике. Только между массой и временем не существует никакой связи. Напротив, между массой и пространством устанавливается ряд важных эмпирических отношений. А именно, мы находим между массой природы некоторые чисто пространственные связи, которые состоят в том, что с самого начала для всех моментов времени, следовательно, независимо от времени, этим массам предписаны определенные положения и определенные изменения как возможные, а все другие — как невозможные. Затем, в отношении этих взаимосвязей мы можем вообще утверждать, что они касаются только относительного положения масс между собой, и далее, что они удовлетворяют определенным условиям непрерывности, которые находят свое математическое выражение в том, что сами связи всегда могут быть выражены однородными линейными уравнениями между первыми дифференциалами тех величин, которыми мы обозначили положение масс.

Исследование связей определенных материальных систем в деталях является задачей не механики, а экспериментальной физики; характерными признаками, по которым отличаются друг от друга различные материальные системы природы, являются, по нашему представлению, исключительно лишь связи между их массами.

До сих пор мы связывали между собой только два основных понятия; теперь обращаемся собственно к механике в более узком смысле, где должны одновременно фигурировать все три основные понятия. Нам удалось сформулировать их эмпирическую, имеющую общее значение связь в форме одного единственного основного закона, имеющего очень близкую аналогию с обычным законом энергии. Он может быть выражен, если пользоваться нашей терминологией, в следующей форме: каждое естественное движение самостоятельной материальной системы состоит в том, что система движется с постоянной скоростью по одному из своих прямейших путей. Это высказывание, становится, однако, понятным только после того, как **должным образом** уточнена употребляемая здесь математическая

терминология; однако смысл положения может быть выражен также и на обычном языке механики. А именно, это положение просто объединяет обычный закон энергии и принцип наименьшего принуждения Гаусса в одно единственное утверждение. Оно, следовательно, гласит, что если бы связи системы могли быть на один момент разрушены, то ее массы рассеялись бы в прямолинейном и равномерном движении, но так как разрушить связи невозможно, то фактические движения по крайней мере приближаются к этому движению настолько, насколько это возможно. Этот основной закон является в нашей картине не только первым опытным принципом собственно механики, но также и ее последним принципом. Из него и допущенной гипотезы скрытых масс и закономерных связей мы чисто дедуктивно выводим основное содержание механики.

Вокруг основного закона мы группируем остальные общие принципы по признаку их родства с ним и между собой как следствие или как частичное высказывание. Мы попытаемся показать, что при такой систематизации содержание нашей науки оказывается ничуть не менее богатым и многообразным, чем содержание механики, построенной на четырех основных представлениях, и во всяком случае не менее богатым и разнообразным, чем это требуется для описания природы. Впрочем также и здесь оказывается целесообразным ввести понятие силы. Однако сила фигурирует здесь не как нечто независимое от нас и чуждое нам, а как математическая вспомогательная конструкция, свойства которой находятся в полной зависимости от нас и которая, следовательно, не может иметь для нас ничего загадочного. А именно, в соответствии с основным законом, везде, где два тела принадлежат к одной и той же системе, движение одного тела должно быть одновременно определено движением другого. Понятие силы возникает теперь в результате того, что мы, по понятым соображениям, находим целесообразным разложить это определение одного движения с помощью другого движения на две стадии и сказать себе: движение первого тела определяет вначале некоторую силу, и последняя определяет уже движение второго тела. Таким образом, каждая сила становится всегда причиной какого-

либо движения, но на том же основании она одновременно является всегда следствием какого-либо движения; точнее говоря, она становится мыслимым промежуточным звеном между двумя движениями. Ясно, что при таком понимании общие свойства сил должны с логической необходимостью вытекать из основного закона, и если мы видим, что эти свойства подтверждаются на опыте, то это не должно нас никакого удивлять, если мы не сомневаемся в нашем основном законе. Точно также и с понятием энергии, а также и с другими вспомогательными конструкциями, которые мы вынуждены引进ить.

То, что мы сказали до сих пор, касалось только содержания рассматриваемой нами картины и исчерпывает это содержание в рамках данного введения; будет целесообразно коротко остановиться и на особой математической форме, в которой мы будем излагать эту картину. Содержание картины совершенно не зависит от этой формы, и будет, возможно, не совсем разумно, если мы будем воспроизводить в несколько необычной форме содержание, отклоняющееся от традиционного. Поэтому как форма, так и содержание, выбранное нами, очень незначительно отличаются от формы и содержания, которые хорошо нам известны; между тем, именно эта форма и это содержание так хорошо подходят друг к другу, что их преимущества взаимно пополняют друг друга.

Существенный признак используемой нами терминологии состоит в том, что она с самого начала выражает и рассматривает системы точек, а не исходит каждый раз из отдельных точек. Каждому хорошо известны выражения: «положение системы точек» и «движение системы точек». Не будет неестественным следствием этой терминологии, если мы обозначим совокупность пройденных при движении положений системы как ее путь. Каждая наименьшая часть этого пути будет тогда элементом пути. Из двух элементов пути один может быть частью другого; в этом случае они различаются по величине и только по величине. Два элемента пути, которые исходят из одного и того же положения, могут, однако, принадлежать также к двум различным путям; в этом случае ни один из них не может быть частью другого, и они, следовательно, различаются не только

по величине; поэтому мы говорим, что они имеют также различные направления.

Правда, этим высказыванием еще не определены однозначно для движения системы понятия «величина» и «направление»; но мы можем восполнить наше определение геометрически или аналитически таким образом, что они не окажутся в противоречии ни между собой, ни с изложенным выше и что одновременно определенные величины в геометрии системы будут точно соответствовать тем величинам, которые мы обозначаем в геометрии точки теми же самыми терминами и с которыми они постоянно будут совпадать, как только система будет приводиться к точке.

Если, однако, попытания «величина» и «направление» уже определены, то естественно назвать путь системы прямым, если все его элементы имеют одинаковое направление, и кривым, если направление элементов изменяется от положения к положению. В качестве критерия кривизны напрашивается сама по себе, как и в геометрии точки, скорость изменения направления с изменением положения. Этим определением уже выражен ряд соотношений, и их число возрастает, когда свобода движения рассматриваемой системы ограничена ее связями. В этом случае особенно обращают на себя внимание некоторые классы путей, которые выделяются из всех возможных путей особыми простыми свойствами. Сюда относятся прежде всего те пути, которые во всех своих положениях искривлены так незначительно, как это только возможно, и которые мы называем прямейшими путями системы. Именно о них речь идет в основном законе, и именно о них мы упоминали выше, когда встал вопрос об основном законе. Затем сюда припадлежат пути, образующие кратчайшую связь между какими-либо двумя положениями и которые мы обозначаем как кратчайшие пути системы.

В известных условиях понятие прямейших и кратчайших путей совпадает. Это соотношение будет нам вполне понятно, если мы вспомним теорию поверхностей, но оно, безусловно, не имеет общего значения при всех условиях. Перечисление и систематизация всех возникающих при этом соотношений относится к геометрии системы точек, а разработка этой геометрии представляет особый математи-

ческий интерес; мы займемся этим вопросом только постольку, поскольку этого требует стоящая в настоящее время перед нами цель физического применения.

Так как система n -точек выражает З n -многообразие движения, которое, однако, может быть уменьшено связями системы до любого произвольного числа, то в результате возникает большое число аналогий с геометрией многомерного пространства, причем эти аналогии заходят отчасти так далеко, что те же самые положения и обозначения могут иметь место как здесь, так и там. Но в наших интересах подчеркнуть, что эти аналогии имеют только формальное значение, и наши рассмотрения, несмотря на их несколько необычную форму, относятся исключительно к конкретным образам пространства нашего чувственного мира и, следовательно, все наши высказывания выражают возможные эмпирические данные и, если бы это было необходимо, они могли бы быть подтверждены непосредственно на опыте, а именно, измерением на моделях. Следовательно, у нас нет оснований бояться упрека, что при создании эмпирической науки мы фактически оторвались от мира опыта.

Но мы должны ответить на вопрос, оправдывает ли себя широкое применение новой и необычной терминологии и какое преимущество мы можем от этого ожидать. Отвечая на этот вопрос, назовем в качестве первого преимущества большую простоту и краткость, с которой может быть воспроизведено большинство общих и широких высказываний. Фактически положения, относящиеся к целым системам, не требуют ни большего числа слов, ни большего количества понятий, чем те, которые были высказаны, если бы мы пользовались обычной терминологией для характеристики одной единственной точки. Механика материальной системы больше не представляется здесь расширенной или усложненной механикой отдельной точки, механика же точки отпадает как предмет самостоятельного исследования или же появляется только попутно как упрощение или частный случай механики системы. Если последует упрек, что эта простота создана искусственно, то мы ответим, что не существует никакого другого метода создать простые соотношения, кроме искусственного и глубоко продуманного приспособления наших пред-

ставлений к описываемым соотношениям. Если же в этом упреке об искусственности будут делать ударение на побочный смысл искомого и неестественного, то на это мы можем возразить, что с большим основанием, пожалуй, можно было бы считать естественным и понятным рассмотрение целых систем, а не отдельных точек. Ибо в действительности материальная система дана нам непосредственно, а отдельная точка массы является абстракцией; всякий действительный опыт приобретается непосредственно только на системах, а опыт, касающийся простых точек, выводится из него путем умозаключений.

Вторым, правда, не очень существенным преимуществом, является форма, которая может быть придана основному закону при его математическом выражении. Без этого математического выражения мы должны были бы разбить его на первый закон Ньютона и на принцип наименьшего принуждения Гаусса [19]. Правда, оба они, взятые вместе, представляли бы в точности одни и те же факты, но наряду с этим они выражали бы в форме намека немного большее и это немногое было бы уже лишним.

Во-первых, они породили бы чуждые для нашей механики представления, что связи материальных систем могут быть нарушены, хотя мы и охарактеризовали их как существующие с самого начала и как совершенно неразрушимые.

Во-вторых, при использовании принципа Гаусса нельзя избежать того, чтобы не возникло одновременно представление, что в данном случае имеется стремление сообщить не только о факте, но и о причине, порождающей его.

Нельзя утверждать, что природа всегда сохраняет величину, которую называют принуждением, столь малой, как это только возможно, не намекая, что это происходит именно потому, что упомянутая величина является для природы принуждением, т. е. чувством неохоты. Нельзя утверждать, что природа поступает, как разумный калькулятор, который обобщает наблюдения, не намекая на то, что как здесь, так и там в основе явления лежит детально продуманное намерение. Именно в такого рода отклонениях и заключается особая привлекательность и сам Гаусс подчеркнул это,

выражая удовлетворение своим важным для механики открытием. И все же мы должны признать, что эта привлекательность является лишь заигрыванием с таинственным; мы сами не верим серьезно в возможность решать такого рода намеками мировую загадку.

Наш собственный основной закон совершенно свободен от таких намеков. Принимая в точности форму обычного закона инерции, он выражает, подобно этому закону, голый факт без всякой претензии на его обоснование. Хотя он представляется более бедным и неприкрашенным, зато в такой же степени более честным и правдивым. Но, возможно, пристрастие к незначительному изменению, которое я сам внес в принцип Гаусса, побуждает меня к тому, чтобы я усмотрел в нем преимущества, которые скрыты для посторонних глаз. Однако, как мне кажется, каждый безоговорочно согласится, если я в качестве третьего преимущества нашего метода укажу, что этот метод бросает яркий свет на разработанный Гамильтоном способ рассмотрения проблем механики при помощи характеристических функций.

За 60 лет своего существования этот метод получил достаточное признание и славу; однако в большинстве случаев он рассматривался и трактовался как новая отрасль механики, рост и развитие которой должны идти параллельно с обычными методами механики и независимо от них. Однако в нашей форме математического выражения метод Гамильтона не носит характера параллельной науки, а представляет собой прямое, естественное и, так сказать, само собой разумеющееся продолжение элементарных высказываний во всех тех случаях, когда он вообще применим. Наш метод выражения ярко оттеняет тот факт, что метод изложения Гамильтона скрывает свои корни не в особых физических основах механики, как это обычно принимают, но что он, собственно говоря, является чисто геометрическим методом, который может быть обоснован и развит совершенно независимо от механики и который не находится с ней в более тесной связи, чем любое другое используемое механикой геометрическое познание. Впрочем, математики давно уже подметили, что метод Гамильтона содержит чисто геометрические истины, и для

четкого выражения последних этот метод требует своеобразной, приспособленной к нему терминологии. Этот факт нашел выражение, правда, в несколько запутанной форме, в аналогиях, которые были установлены при сопоставлении идей Гамильтона в обычной механике и в геометрии многомерного пространства. Наша терминология дает простое и понятное объяснение этим аналогиям; она дает также возможность воспользоваться преимуществами этого объяснения и в то же время она избегает той неестественности, которая выражается в слиянии одного раздела физики с абстракциями, выходящими за пределы наших чувств.

Мы описали нашу третью картину механики в отношении содержания и формы, насколько это было возможно, не затрагивая содержания самой книги, и, в то же время, поскольку этого было достаточно, чтобы ответить на вопрос о ее допустимости, правильности и целесообразности. Что же касается логической допустимости нарисованной картины, то мне кажется, что она удовлетворяет даже самым строгим требованиям, и я надеюсь, что это мнение встретит поддержку. Я придаю этому преимуществу, и только этому преимуществу изложения, максимальное значение.

Является ли нарисованная картина более целесообразной, чем другая, способна ли она охватить весь будущий опыт, охватывает ли она весь настоящий опыт — все это представляется мне совершенно несущественным по сравнению с вопросом, является ли она замкнутой в себе, чистой и свободной от противоречий. Ибо я пытался нарисовать ее не потому, что механика оказалась недостаточно целесообразной в отношении своих применений, и не потому, что она, якобы, оказалась в противоречии с опытом, но исключительно, чтобы освободиться от угнетающего сознания, что ее элементы не свободны от темных и непонятных для меня мест.

Я хотел найти не единственно возможную картину механических процессов и в то же время не самую лучшую, а только лишь вообще понятную картину и показать на примере, что такая картина возможна, и как она примерно должна выглядеть. Правда, достигнуть совершенства мы не в состоянии ни в одном направлении, и я должен признать, что несмотря на огромный труд, полученная картина

не во всех деталях убедительно ясна, что она вызывает сомнения и нуждается в защите. Из всех возражений общего характера только одно единственное, как мне кажется, достаточно серьезно, чтобы стоило остановиться на нем с тем, чтобы отвергнуть его. Это возражение касается характера жестких связей, которые мы принимаем между массами и без которых мы ни в коем случае не можем обойтись в нашей системе.

Многие физики вначале будут придерживаться той точки зрения, что одновременно с этими связями в элементы механики введены силы, причем это сделано тайком и, следовательно, нельзя считать допустимым. Ибо — как они будут утверждать — жесткие связи немыслимы без сил; они не могут осуществиться иначе, чем при помощи сил. На это мы ответим: Ваше утверждение правильно с точки зрения обычной механики, но оно неправильно, если отказаться от этой точки зрения; оно не представляется убедительным человеку, который рассматривает вопрос беспристрастно, как будто бы в первый раз.

Если мы допустим, что расстояние между двумя определенными точечными массами остается во все моменты времени и при всех условиях постоянным, безразлично, каким методом мы это устанавливаем, то мы сможем выразить этот факт в форме высказывания, не используя никаких других представлений, кроме пространственных, и он сохранит свое значение для предвидения будущего опыта и для всех других целей независимо от возможного объяснения, которое имеется в нашем распоряжении. Ценность факта ни в коем случае не возрастает, и наше понимание этого факта ни в коем случае не становится более глубоким, если мы сформулируем его следующим образом: между этими массами действует сила, которая сохраняет расстояние между ними постоянным, или: между массами действует сила, которая мешает тому, чтобы расстояние между ними отклонялось от постоянного значения. Но — снова возразят нам — мы видим, что это последнее объяснение, хотя оно и представляет собой только лишь смешную перефразировку, все же правильно. Ибо все связи действительного мира только приблизительно жестки, и иллюзия жесткости достигается только тем,

что силы упругости беспрерывно все снова и снова уничтожают незначительные отклонения от состояния покоя. На это мы отвечаем: о таких жестких связях осозаемых тел, которые осуществлены только лишь приближенно, наша механика, само собой разумеется, выскажет в качестве факта только лишь то, что они удовлетворяются приближенно, а для этого высказывания, к которому сводится весь вопрос, понятия силы не требуется.

Но если мы в нашей механике попытаемся учесть во втором приближении отклонения, а вместе с этим и силы упругости, то мы должны будем для них, как и для всех других сил, дать динамическое объяснение. В поисках действительно жестких связей мы, возможно, будем вынуждены погрузиться в мир атомов; но такие рассуждения здесь уже неуместны, они не касаются больше вопроса, допустимо ли логически рассматривать жесткие связи независимо от сил. Мы стремимся только доказать и надеемся, что уже доказали, что на этот вопрос следует дать положительный ответ. Если это твердо установлено, то мы можем вывести из природы жестких связей свойства сил и их поведения, не греша вместе с этим в отношении *petitio principii*. Возможны и другие возражения такого же характера, но, как я думаю, и они также могут быть отвергнуты аналогичным образом.

Желание доказать логическую чистоту системы также и во всех ее деталях я выразил тем, что использовал для изложения старую, синтетическую форму. Эта форма представляет для нашей цели определенное преимущество, состоящее в том, что она вынуждает нас каждому существенно важному высказыванию предполагать намеченнное заранее логическое определенное обозначение. Благодаря этому совершенно исключаются удобные оговорки и различные толкования, к которым так охотно прибегают в обычном языке при наличии богатства имеющихся в нем сочетаний. Важнейшее преимущество выбранной формы состоит, однако, в том, что она всегда основывается на уже доказанном и никогда не ссылается на то, что еще должно быть доказано в дальнейшем, так что можно с уверенностью полагаться на всю цепь доказательств в целом, если достаточно хорошо проверено каждое отдельное звено. В этом отноше-

нии я со всей строгостью старался удовлетворить всем требованиям этого вида изложения. Впрочем, само собой разумеется, что одна только форма не может предотвратить ошибки или некоторые упущения, и я прошу не судить меня слишком строго за вкравшиеся, возможно, ошибки при изложении этой работы, перед которой поставлены достаточно высокие требования. Я надеюсь, что эти ошибки всегда можно будет исправить и что они не затрагивают ни одного существенного момента. Впрочем, иногда, во избежание слишком большой широты, я сознательно воздерживался от той строгости, которую, собственно, требует эта форма изложения.

Конечно, не требуется особого обоснования тому, что я предпослал рассмотрениям механики, которая зависит от физического опыта, соотношения, являющиеся лишь следствием выбранных определений и математической необходимости, и которые, если они вообще связаны с опытом, то во всяком случае в ином смысле, чем упомянутые выше соотношения. Впрочем, читателю не мешает начать со второй книги. Четкая аналогия с механикой отдельной точки и знакомый материал дадут ему возможность легко улавливать смысл рассматриваемых положений. Если же он признает целесообразность используемой терминологии, то вместе с этим еще не упущено время, чтобы убедиться по первой книге в ее допустимости.

Если мы обратимся теперь ко второму существенному требованию, которому должна удовлетворять наша картина, то вначале представится несомненным, что наша система правильно описывает многие естественные достижения. Но, согласно требованиям системы, этого недостаточно; в качестве необходимого дополнения наше утверждение должно быть расширено так, чтобы система охватывала все без исключения естественные движения. По-моему, это также может иметь место, хотя бы в том смысле, что в настоящее время нельзя указать никаких определенных явлений, которые противоречили бы системе.

Конечно, распространение строгой проверки на все явления невозможно, и поэтому система несколько выходит за пределы надежного опыта и носит, следовательно, характер гипотезы, которая

принимается в виде пробы и которая стоит перед возможностью внезапного опровержения единственным примером или перед постепенным подтверждением на основе очень большого числа примеров. За пределы надежного опыта она выходит в основном в двух случаях: первый случай касается нашего ограничения возможных связей, второй — динамического объяснения сил.

Вправе ли мы утверждать, что все связи природы могут быть выражены линейными дифференциальными уравнениями первого порядка? Это допущение не является для нас второстепенным, т. е. таким, которое мы могли бы опустить; без него перестала бы существовать и наша механика, ибо сомнительно, остался ли бы наш основной закон применимым ко всем связям самого общего вида. Тем не менее связи более общего вида не только можно себе представить, но они допускаются без всяких сомнений в обычной механике. Здесь нам ничто не мешает исследовать движение точки, путь которой ограничен единственным условием, по которому он образует с некоторой заданной плоскостью заданный угол, или по которому радиус его кривизны всегда пропорционален заданной длине. Эти условия уже не относятся больше к тем, которые допускает наша механика. Но откуда у нас уверенность в том, что они исключены также и природой вещей? Мы можем указать на то, что напрасны все попытки осуществить эти или подобные им связи при помощи механизмов, которые могут быть сконструированы, и в этом отношении мы можем положиться на огромный авторитет Гельмгольца. Но в любом примере могут ускользнуть от внимания некоторые возможности, и даже весьма большого числа примеров недостаточно, чтобы доказать общее утверждение.

Мне кажется, что с большим правом мы можем обосновать наше убеждение на том, что все связи системы, которые выходят за пределы нашей механики, обозначают в том или ином смысле прерывистый ряд ее возможных движений, но что в действительности самый общий опыт показывает, что в бесконечно малом природы всегда и в любом смысле обнаруживает непрерывность. Это и есть тот опыт, который в старом высказывании «*Natura non facit saltus*» (природа не делает скачков) перешел в твердое убеждение. Поэтому я прида-

вал особое значение тому, чтобы определять допустимость связей исключительно лишь при помощи их непрерывности и только из непрерывности выводить их свойства, заключающиеся в том, что они могут быть выражены уравнениями определенной формы. Между тем, подлинная уверенность этим не достигается. Ибо неопределенность старого принципа заставляет сомневаться, достаточно ли твердо установлены границы, в которых он сохраняет силу, в какой степени он вообще является результатом действительного опыта, и в какой — результатом произвольных предпосылок. Поэтому честнее будет признать, что наше понятие допустимых связей носит характер гипотезы, принятой в виде пробы.

Совершенно аналогично обстоит дело и в отношении динамического объяснения сил. Правда, мы можем показать, что известные классы скрытых движений образуют силы, которые, так же как и силы природы, действующие на расстоянии, могут быть выражены с произвольным приближением как производные силовых функций. Оказывается также, что формы этих силовых функций могут иметь весьма общий характер, и мы фактически не устанавливаем для них никаких ограничений. Но, с другой стороны, остается еще недоказанным, может ли быть получена указанным путем любая форма силовой функции, и поэтому остается открытым вопрос, не существует ли среди форм, встречающихся в природе, хотя бы одна, которая не поддается такому объяснению. Также и здесь следует еще подождать, опровергнет ли время наше допущение или же при условии отсутствия такого опровержения это допущение будет делаться все более и более вероятным. Хороший признак мы можем усматривать в том, что точка зрения многих выдающихся физиков приближается все больше и больше к этой гипотезе. Напомню еще раз вихревую теорию атомов лорда Кельвина, которая рисует нам картину материального мира, находящуюся в полном соответствии с принципами нашей механики. И все же наша механика ни в коем случае не требует такой большой простоты и такого ограничения предпосылок, какие ввел лорд Кельвин. Мы также не отклонились бы от наших основных положений, если бы приняли, что вихри кружатся вокруг твердых или сгибаемых, но не растяжимых ядер;

также и наполняющую мир среду мы могли бы ограничить вместо простой несжимаемости значительно более сложными условиями, самую общую форму которых еще нужно было бы исследовать. Следовательно, не исключено, что гипотезы, допущенные нашей механикой, достаточны для объяснения рассматриваемых явлений.

Но и здесь мы должны сделать одну оговорку. Наша предосторожность несомненно будет оправдана, если мы в тексте четко ограничим область нашей механики неживой природой и совершенно открытым оставим вопрос, в какой степени законы механики выходят за ее пределы. В действительности дело обстоит так, что мы не можем ни утверждать, что внутренние процессы живых существ подчиняются тем же самым законам, как и движения тел неживой природы, ни настаивать на том, что они подчиняются другим законам. Однако внешнее впечатление и общепринятая точка зрения говорят в пользу принципиальной разницы в этом отношении. В то же время чувство, которое побуждает нас исключить из механики неживой природы всякий намек на намерение, на чувственное восприятие, на радость и боль, как нечто чуждое, это же самое чувство порождает у нас сомнения в том, можем ли мы лишать нашу картину неживой природы этих более богатых и более разнообразных представлений.

Наш основной закон, который является, возможно, достаточным, чтобы воспроизвести движение мертвого материала, представляется, по крайней мере на первый взгляд, слишком простым и слишком ограниченным, чтобы выразить многообразие даже самого примитивного жизненного процесса. То, что дело обстоит именно так, кажется мне не недостатком, а скорее преимуществом нашего закона. Именно потому, что он позволяет нам охватить всю механику в целом, он выявляет также и пределы этого целого. Именно потому, что он выражает только один факт, не приписывая ему характер необходимости, он позволяет нам принимать, что все могло бы быть иначе. Возможно, такого рода рассуждения некоторым покажутся в данном месте излишними. И на самом деле, мы не привыкли, чтобы при обычном изложении механики такие вопросы ставились одновременно с обсуждением отдельных элементов. Однако полная

неопределенность введенных сил оставляет здесь большой простор, и без особых оговорок при этом сохраняется право устанавливать в дальнейшем противоречие между силами живой и неживой природы. В нашем же изложении рассматриваемая картина с самого начала настолько резко очерчена, что в дальнейшем вряд ли представится возможным провести более глубокие подразделения. Если мы, вообще говоря, не хотим оставлять в стороне затронутый вопрос, то уже здесь с самого начала мы должны высказать свое отношение к нему.

О целесообразности нашей третьей картины мы ограничимся только коротким замечанием. Мы можем сказать, что целесообразность третьей картины, как это должно показать содержание книги, по ясности и простоте не уступает целесообразности второй картины; те же преимущества, которые мы превозносili там, имеются и здесь. Правда, круг допущенных возможностей здесь не так узок, как там, так как те жесткие связи, отсутствие которых мы там подчеркивали, здесь не исключаются основными допущениями. Но это расширение соответствует природе и является поэтому преимуществом; оно не мешает также выводить общие свойства естественных сил, в которых заключался смысл второй картины. Как здесь, так и там простота заключается прежде всего в физическом применении. И здесь мы можем ограничить наше рассмотрение произвольными, доступными для наблюдения признаками материальных систем и вывести из их прошлых изменений при помощи основного закона будущие изменения; при этом отпадет необходимость знать положения всех отдельных масс системы, а также замаскировать это незнание произвольными, не имеющими никакого значения и, по-видимому, ложными гипотезами.

В противоположность второй картины наша третья картина обладает простотой также и в том смысле, что ее представления в такой степени приспособлены к природе, что существенные соотношения природы воспроизводятся простыми соотношениями между понятиями. Это проявляется не только в самом основном законе, но также и в многочисленных общих выводах из него, которые соответствуют так называемым принципам механики. Во всяком случае, необходимо

признать, что эта простота наступает только в том случае, когда мы имеем дело с системами, известными полностью, и что она снова исчезает, как только появляются скрытые массы. Но и в этих случаях причина усложнения совершенно ясна; мы понимаем, что утрата простоты кроется не в самой природе, а в нашем недостаточном знании ее; мы понимаем, что появляющиеся усложнения являются не только возможным, но и необходимым следствием наших особых предпосылок. Необходимо признать также и то, что и действие скрытых масс, которое с точки зрения нашей механики представляет собой отдельный и специальный случай, в практической жизни и технике является обычным случаем. Поэтому полезно подчеркнуть здесь еще раз, что о целесообразности вообще мы говорим только в особом смысле, а именно, в смысле ума, который стремится объективно охватить все наше физическое познание и описать его простейшим образом независимо от случайного положения человека в природе; но мы ни в коем случае не говорим о целесообразности в смысле практического применения и удовлетворения потребностей человека. Если исходить из этой точки зрения, то созданное специально для практического применения обычное изложение механики, вероятно, никогда не удастся заменить более целесообразным.

Между этим изложением механики и изложением, предложенным нами, существует такая же разница, какая существовала бы между систематической грамматикой какого-либо языка и той грамматикой, которая должна была бы возможно скорее позволить учащемуся изъясняться на этом языке в соответствии с нуждами повседневной жизни. Совершенно ясно, насколько различны требования к той и другой, и как различно должно быть поэтому их изложение, если перед обеими стоит задача возможно точнее удовлетворять поставленным перед ними требованиям.

Вернемся в заключение еще раз к трем картинам механики, которые мы изложили, и попытаемся провести между ними последнее и окончательное сравнение. Вторую картину мы совсем опускаем после того, что мы сказали о ней.

Первая и третья картины с точки зрения их допустимости равноправны, если принять, что первой картине в логическом отношении

дана вполне удовлетворительная форма; это, в соответствии с нашей точкой зрения, вполне возможно. Сравним теперь обе картины в отношении их целесообразности, принимая, что в первую картину внесены подходящие дополнения и что в то же время различные преимущества обеих картин взаимно уравновешиваются. При таких условиях единственным масштабом для оценки картин будет их правильность, предопределенная силой фактов и не зависящая от нашего произвола. Здесь мы делаем только важную оговорку, что только одна из этих картин, но не обе одновременно, может быть правильной. Ибо, если мы попытаемся выразить существенное отношение обеих картин в самой короткой форме, то мы сможем сказать: первая картина принимает в качестве последних постоянных элементов природы относительные ускорения масс в отношении друг друга, и из них она выводит приблизительно и только приблизительно постоянные отношения между положениями.

Третья же картина принимает в качестве строго неизменных элементов природы постоянные отношения между положениями; из них она выводит там, где требуют явления, приблизительно и только приблизительно неизменные относительные ускорения между массами. Если бы мы могли только достаточно точно распознавать движения природы, то мы сразу же узнали бы, являются ли в них приблизительно неизменными только относительные ускорения, или относительные положения масс, или те и другие. Также и в этом случае мы сразу же увидели бы, какое из наших допущений ложно, или ложны оба; ибо оба одновременно не могут быть правильными. Наибольшей простотой обладает третья картина. В пользу первой картины нас вначале заставляет склоняться то обстоятельство, что в силах, действующих на расстоянии, мы действительно можем установить относительные ускорения, которые в пределах нашего наблюдения кажутся неизменными, в то время как все неподвижные связи между положениями осязаемых тел оказываются уже в пределах восприятий наших чувств только приблизительно постоянными. Но это соотношение изменяется в пользу третьей картины, как только более тонкое познание показывает нам, что введение неизменных сил, действующих на расстоянии, дает только первое приближение

к истине; именно так обстоит дело в области электрических и магнитных сил. И чаша весов полностью склоняется в пользу третьей картины, как только второе приближение к истине достигается благодаря тому, что мнимое действие сил на расстоянии, приводится к процессам движения в наполняющей пространство среде, между мельчайшими частицами которой существуют жесткие связи,— случай, который представляется почти осуществленным также в упомянутой области. Следовательно, здесь то поле, на котором должна быть дана решающая битва между различными рассматриваемыми нами основными допущениями механики. Но само решение этого вопроса исходит из предпосылок, что предварительно должны быть основательно взвешены во всех отношениях все имеющиеся налицо возможности. Цель настоящей работы и состоит в том, чтобы развить их в особом направлении. Эта работа была бы, следовательно, необходима даже и в том случае, если бы понадобилось еще много времени, прежде чем представилась бы возможность прийти к определенному решению, а также и в том случае, если это решение в конце концов оказалось бы не в пользу изложенной здесь картины.

КНИГА ПЕРВАЯ

ГЕОМЕТРИЯ И КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНЫХ СИСТЕМ [²⁰]

Предварительное замечание. В рассуждениях 1. первой книги опыт совершенно исключен. Все положения, изложенные в ней, суть суждения a priori в смысле Канта. Они покоятся на законах внутреннего созерцания и формах собственной логики высказывающего и не имеют с внешним опытом никакой другой связи, кроме той, которая имеется в этих созерцаниях и формах логики.

Раздел 1.

ВРЕМЯ, ПРОСТРАНСТВО, МАССА

Пояснение. Время, с которым мы будем иметь дело в первой книге, есть время нашего внутреннего созерцания. Поэтому оно является величиной, от изменения которой могут мыслиться зависимые изменения всех остальных рассматриваемых величин, в то время как само оно является независимой переменной.

Пространство, с которым мы будем иметь дело в первой книге, есть пространство нашего представления. Оно является, таким образом, пространством Евклидовой геометрии со всеми свойствами, которые приписываются ему этой геометрией. Для нас безразлично, рассматриваются ли эти свойства как данные посредством законов