

$$S_m^0 = \frac{\left(\frac{m+1}{y} - D_{m+1/2}(y)\right)(G_{m+1/2}(n_1 y) + B_m)}{\left(\frac{m+1}{n_1 y} - F_{m+1/2}(n_1 y)\right)G_{m+1/2}(n_1 y) + n_2 B_m \left(\frac{m+1}{n_1 y} - D_{m+1/2}(n_1 y)\right)};$$

$$S_m^1 = \frac{\left(\frac{m+1}{y} - F_{m+1/2}(y)\right)(G_{m+1/2}(n_1 y) + B_m)}{n_1 \left(\frac{m+1}{n_1 y} - F_{m+1/2}(n_1 y)\right)G_{m+1/2}(n_1 y) + n_2 B_m \left(\frac{m+1}{n_1 y} - D_{m+1/2}(n_1 y)\right)}.$$

При этом

$$A_m = G_{m+1/2}(n_1 x) \frac{n_1 \left[\frac{m+1}{n_2 x} - F_{m+1/2}(n_2 x)\right] - n_2 \left[\frac{m+1}{n_1 x} - F_{m+1/2}(n_1 x)\right]}{-n_1 \left[\frac{m+1}{n_2 x} - F_{m+1/2}(n_2 x)\right] + n_2 \left[\frac{m+1}{n_1 x} - D_{m+1/2}(n_1 x)\right]};$$

$$B_m = G_{m+1/2}(n_1 x) \frac{F_{m+1/2}(n_1 x) - F_{m+1/2}(n_2 x)}{F_{m+1/2}(n_2 x) - D_{m+1/2}(n_1 x)},$$

а функции

$$G_{m+1/2}(z) = \frac{J_{m+1/2}(z)}{N_{m+1/2}(z)}; \quad F_{m+1/2}(z) = \frac{J_{m+1/2}(z)}{J_{m-1/2}(z)}; \quad D_{m+1/2}(z) = \frac{N_{m+1/2}(z)}{N_{m-1/2}(z)}.$$

Результаты модельных исследований с использованием рекуррентных соотношений для функций  $G_{m+1/2}(z)$ ,  $F_{m+1/2}(z)$  и  $D_{m+1/2}(z)$  из [4] для расчета  $K_{\text{рас}}$ ,  $K_{\text{осл}}$  и  $K_{\text{рад}}$  показаны на рисунке.

- Рассмотренная методика позволяет полностью исключить вычисление функций Бесселя и Неймана при решении задачи дифракции на двухслойной диэлектрической сфере, что повышает точность и снижает время расчетов в области больших значений аргументов.

## Литература

1. *Оное М.* Tables of modified quotients of Bessel Functions of the First Kind for real and imaginary arguments.— Columbia Univ. Press., N. Y., 1958.
2. *Советов Н. М., Авербух М. Э.* Разностные Бесселевы функции и их применение в технике.— Саратов: СГУ, 1968.
3. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.— М.: Мир, 1971.
4. *Воронцов А. А., Мировицкая С. Д.* — Радиотехника, 1988, № 3.
5. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами.— М.: Мир, 1986.

Поступила после доработки 11 апреля 1990 г.

ДЕПОНИРОВАННАЯ СТАТЬЯ

УДК 621.371:539.12.01

## Электромагнитные уединенные волны в средах с мнимой проводимостью

Н. П. Хворостенко

В работе показана возможность существования в однородных линейных средах с мнимой проводимостью электромагнитных уединенных волн (УВ) — локализованных бегущих волновых процессов. К таким средам относится, например, бесстолкновительная ионосфера.

Возможность существования УВ обосновывается наличием однозначной взаимосвязи между решениями уравнений Максвелла и Дирака. Для этого уравне-

ния Максвелла  $\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} - \text{rot } \mathbf{H} = 0$ ,  $\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ , где  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — абсолютные проницаемости среды;  $\sigma$  — ее удельная проводимость, динамическим нормированием волновых функций  $\mathbf{E} = (\mu/\varepsilon)^{1/4} e^{i\omega_0 t} \bar{\psi}_E$ ,  $\mathbf{H} = (\varepsilon/\mu)^{1/4} e^{i\omega_0 t} \bar{\psi}_H$ ,  $\omega_0 = i\sigma/(2\varepsilon)$  приводятся к симметричной форме

$$(p_t - ik_0)\bar{\psi}_E - \text{rot } \bar{\psi}_H = 0, (p_t + ik_0)\bar{\psi}_H + \text{rot } \bar{\psi}_E = 0, \text{div } \bar{\psi}_E = 0, \text{div } \bar{\psi}_H = 0, \quad (1)$$

где  $p_t = \frac{1}{c} \partial/\partial t$ ,  $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ ,  $k_0 = \omega_0 c = i\sigma\sqrt{\mu/\varepsilon}/2$ .

Такая форма уравнений Максвелла позволяет использовать преобразование

$$\psi_{Ex} = \frac{1}{2}(\varphi_{11} + \varphi_{21}), \quad \psi_{Ey} = \frac{i}{2}(\varphi_{11} - \varphi_{12}), \quad \psi_{Ez} = \varphi_{12} = \varphi_{22};$$

$$\psi_{Hx} = \frac{i}{2}(\varphi_{23} - \varphi_{13}), \quad \psi_{Hy} = \frac{1}{2}(\varphi_{13} + \varphi_{23}), \quad \psi_{Hz} = -i\varphi_{14} = i\varphi_{24}$$

и представить их в виде двух уравнений Дирака для четырехкомпонентных спинорных волновых функций  $(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13}, \varphi_{14})$  и  $(\varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}, \varphi_{24})$ .

Из линейности этого преобразования следует, что каждому решению уравнений Дирака однозначно соответствует аналогичное решение (1). Этот результат позволяет свести проблему существования спинорных УВ к уже решенной проблеме существования спинорных УВ, описываемых локализованными в пространстве решениями уравнений Дирака. Приводятся примеры решений, соответствующих как неподвижным, так и равномерно движущимся УВ.

В уравнениях Дирака величина  $k_0 = 2\pi m_0 c/h$  ( $m_0$  — масса покоя дираковской частицы,  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света в вакууме) вещественная. Поэтому рассмотренным методом доказываем возможность существования электромагнитных УВ в средах с чисто мнимой проводимостью  $\sigma$ . В этом случае УВ, описываемые (1), обладают свойствами массивных векторных частиц, в общем случае заряженных.

Механизм устойчивости волновых образований такого вида можно определить представлением (1) в виде уравнений 2-го порядка для каждой из компонент векторов  $\bar{\psi}_E, \bar{\psi}_H$ :  $(p_t^2 - \Delta)\psi = -k_0^2\psi$ . Представляя правую часть этих уравнений как объемную плотность источников, возбуждающих поле  $\psi$ , можно воспользоваться известным решением неоднородного волнового уравнения и получить интегральное уравнение для  $\psi$

$$\psi(x, y, z, t) = -\frac{k_0^2}{4\pi} \int \frac{1}{R} \psi(x', y', z', t - R/c) dV', \quad (2)$$

где  $dV' = dx' dy' dz'$ ;  $R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$ .

Отсюда видно, что поле  $\psi$  в каждой пространственно-временной точке создается суперпозицией сферических волн, излученных этим полем в более ранние моменты времени  $t - R/c$ . Это позволяет трактовать механизм существования локализованных УВ как механизм Гюйгенса, состоящий в переизлучении вторичных сферических волн каждым осциллятором среды, которого достигла первичная волна. Сферичность вторичных волн в механизме Гюйгенса обуславливает появление возвратного потока энергии, который компенсирует ее потери, связанные с расходящимся потоком первичных волн, и в неограниченной среде без потерь обеспечивает устойчивость УВ. Из (2) видно, что механизм Гюйгенса действует лишь при ненулевой проводимости среды  $\sigma$ .

Если стороннее электромагнитное поле с потенциалами  $A_0^{\text{ст}}, A^{\text{ст}}$  и напряженностями  $\mathbf{E}^{\text{ст}}, \mathbf{H}^{\text{ст}}$  не изменяет  $k_0$ , то его воздействие на заряженную электромагнитную УВ можно учитывать по методике, используемой в теории уравнений Дирака, т. е. заменой в (1)  $p_t$  на  $(p_t - i\gamma A_0^{\text{ст}})$ ,  $\partial/\partial x$  на  $(\partial/\partial x + i\gamma A_x^{\text{ст}})$  и т. д., где  $\gamma$  — параметр, пропорциональный заряду УВ. В этом случае из (1) имеем

$$(\square' + k_0^2)\bar{\psi}_E + i\gamma(\mathbf{H}^{\text{ст}} \times \bar{\psi}_E + \mathbf{E}^{\text{ст}} \times \bar{\psi}_H) = 0;$$

$$(\square' + k_0^2)\bar{\psi}_H + i\gamma(\mathbf{H}^{\text{ст}} \times \bar{\psi}_H - \mathbf{E}^{\text{ст}} \times \bar{\psi}_E) = 0;$$

$$\bar{\psi}_E \mathbf{E}^{\text{ст}} = \bar{\psi}_H \mathbf{H}^{\text{ст}}, \quad \bar{\psi}_E \mathbf{H}^{\text{ст}} = -\bar{\psi}_H \mathbf{E}^{\text{ст}},$$

где  $\square' = (p_t - i\gamma A_0^{\text{ст}})^2 - \left(\frac{\partial}{\partial x} + i\gamma A_x^{\text{ст}}\right)^2 - \left(\frac{\partial}{\partial y} + i\gamma A_y^{\text{ст}}\right)^2 - \left(\frac{\partial}{\partial z} + i\gamma A_z^{\text{ст}}\right)^2$ .

Решения этих уравнений показывают, что электромагнитные УВ, в отличие от спинорных, могут находиться только на основном энергетическом уровне Ландау.

Полученные в статье математические результаты обеспечивают методологическую базу исследований электромагнитных УВ.

Рукопись можно заказать в ЦНТИ «Информсвязь» по адресу: 107061, Москва, Преображенский вал, д. 17, корп. 4, где она хранится под № 1726.

\*\*\*\*\*

(Окончание. Начало на с. 9.)

<b>CMOSFET</b>	complementary metal-oxide-semiconductor field effect transistor	КМОП
<b>CMOS/FET</b>	полевой транзистор	
<b>CMOSIC</b>	complementary metal-oxide-semiconductor integrated circuit	КМОП интегральная схема
<b>CMOS/SIS</b>	complementary metal-oxide-semiconductor / silicon-in-supphire	КМОП структура типа «кремний на сапфире»
<b>CMOSSOS</b>	complementary metal-oxide-semiconductor/silicon on supphire	КМОП
<b>CMOS/SOS</b>	схема, изготовленная по технологии «кремний на сапфире»	
<b>CMOS-SOS</b>	CMOS-SOS-LSI complementary metal-oxide-semiconductor/silicon-on-supphire/large scale integration	КМОП БИС структура по технологии «кремний на сапфире»
<b>CMOS-ULA</b>	complementary metal-oxide-semiconductor uncommitted logic array	не коммутированная логическая КМОП матрица
<b>CMR</b>	cellular mobile radio	сотовая система радиотелефонной связи с подвижными объектами
	common mode rejection	подавление синфазного сигнала
	communication moon relay	использование Луны в качестве ретранслятора в системе связи
<b>CMRR</b>	common mode rejection ratio	уровень ослабления синфазного сигнала
<b>CMS</b>	cellular mobile system	сотовая система радиотелефонной связи с подвижными объектами
	circuit multiplication system	система мультиплексирования каналов
	compositionally modulated structure	структура из материала с модуляцией состава
<b>CMTM</b>	communication and telemetry (system)	система связи и телеметрии
<b>CMU</b>	central microprocessor unit	центральный микропроцессор
<b>CMX</b>	code multiplexer	мультиплексор кодовых комбинаций
<b>CN</b>	combinational network	комбинационная схема
	commutated network	коммутируемая сеть (схема)
	conferencing network	сеть конференц — связи
	control number	контрольный номер, контрольное число
<b>C&amp;N</b>	communication and navigation	связь и навигация
<b>C/N</b>	carrier-to-noise	отношение мощности несущей к мощности шумов
<b>CNA</b>	cosmic noise absorption	поглощение космических шумов
<b>CNL</b>	circuit net loss	полные потери в схеме (канале)
	circuit noise level	уровень шума в схеме (канале)
<b>CNR</b>	carrier-to-noise ratio	отношение мощности несущей к мощности шумов
<b>CNS</b>	channeled-substrate narrow stripe	узкополосковая структура с каналом в подложке
	control network system	управляющая система сети
<b>CNTR</b>	carrier-to-noise temperature ratio	отношение мощности несущей к шумовой температуре
<b>CO</b>	crystal oscillator	кварцевый генератор
<b>COAM</b>	customer owned and maintained (communication equipment)	аппаратура связи, принадлежащая потребителю и обслуживаемая им
<b>COC</b>	character-oriented communication	посимвольная передача данных
<b>COD</b>	catastrophic optical damage	катастрофическое оптическое разрушение
	conductor-oxide diffusion	структура типа «запоминающий конденсатор», полученная диффузией окисла
<b>CODIP-HASE</b>	coherent digital phased array system	когерентная цифровая фазированная антенная решетка
<b>CODYMOS</b>	complementary dynamic-metal-oxide-semiconductor (memory)	динамическое КМОП ЗУ
<b>COEDL</b>	CO electric discharge laser	СО газоразрядный лазер