**Сохраняется ли энергия в системе 2-х зарядов, взаимодействующих через потенциалы Дарвина.**

Строго говоря, это вопрос уже разобран и объяснен - почему такое происходит. Но т.к. к теме спора с Перегудовым это не относится (давать соответствующие ссылки), то...

В Ландавшицах-2 [1] дан (ошибочный) вывод гамильтониана для лагранжиана Дарвина (§ 65): "*С другой стороны, из механики известно, что...*" (далее по тексту). Ошибки разбирать не будем, но ф-ла (65.8) пригодится.

Выведем еще раз, используя стандартную ф-лу:

$$\mathcal{H} = \sum_i \boldsymbol{v}_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{v}_i} - \mathcal{L}$$

где лагранжиан для 2-х зарядов ([1], (65.7))

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = {} & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{8c^2} m_1 v_1^4 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{8c^2} m_2 v_2^4 + \\ & \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \left\{ -1 + \frac{1}{2c^2} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \right\} \end{aligned} \tag{1}$$

Вычислим обобщенные импульсы, умноженные на соответствующие скорости:

$$\boldsymbol{v}_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{v}_1} = m_1 v_1^2 + \frac{1}{2c^2} m_1 v_1^4 + \frac{q_1 q_2}{2c^2 r_{12}} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \tag{2}$$

$$\boldsymbol{v}_2 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{v}_2} = m_2 v_2^2 + \frac{1}{2c^2} m_2 v_2^4 + \frac{q_1 q_2}{2c^2 r_{12}} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \tag{3}$$

Вычисляя гамильтониан, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = {} & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{3}{8c^2} m_1 v_1^4 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{3}{8c^2} m_2 v_2^4 + \\ & \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \left\{ 1 + \frac{1}{2c^2} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

Из тех же Ландавшицей-1 § 6 **должно следовать**, что если лагранжиан не зависит от времени, то гамильтониан системы есть интеграл движения, т.е.

$$\mathcal{H} = E = const$$

Сл-но, выражение (4) описывает некую сохраняющуюся во времени величину. Однако, настоящий гамильтониан (соответствующий сохраняющейся энергии) дается выражением (65.8) Ландавшицей-2 (пропажа коэффициента 3/8 у Ландавшицей только доказывает на неправильность их вывода; впрочем, ошибки Ландавшицей уже разобраны, не они являются предметом спора)

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' = {} & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{3}{8c^2} m_1 v_1^4 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{3}{8c^2} m_2 v_2^4 + \\ & \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \left\{ 1 - \frac{1}{2c^2} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \right\} = E = const \end{aligned} \tag{5}$$

Из (4) и (5) получаем:

$$\mathcal{H} - E = \frac{q_1 q_2}{c^2 r_{12}} \left[ (\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + \frac{(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{r}_{12})(\boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{r}_{12})}{r_{12}} \right] \tag{6}$$

Доказательство того, что последнее выражение сохраняется во времени только для круговых орбит, любезно предоставляется Перегудову.

*Вывод*: Энергия системы двух зарядов, описываемая лагранжианом Дарвина, не сохраняется. Добавлю, что если следовать формальным вычислениям.

Владимир Онучин,
28 сентября 2008.