

Bestimmung des Plattenabstandes in Betracht, als etwa 2 Promille. Für den variablen Teil des Feldes dagegen sind auch noch die Fehler der Schwingungsdauer maßgebend, die jedoch ihr Vorzeichen unregelmäßig wechseln, während der Abstandsfehler einen konstanten Wert hat.

Die folgende Tabelle enthält die beobachteten Feldstärken in relativem Maß; das Feld im homogenen Teile ist gleich Eins gesetzt. Abszissen sind die Entfernungen von der Bodenfläche C .

Tabelle III.

Relativer Verlauf des elektrischen Feldes.

x	$F_{\text{rel.}}$	x	$F_{\text{rel.}}$
1,493	0,997	1,805	0,375
1,562	1,003	1,840	0,247
1,665	0,994	1,874	0,170
1,735	0,796	1,909	0,104
1,770	0,557	1,943	0,050

In Fig. 9 ist der Verlauf des Feldes graphisch dargestellt. Der Teil des Feldes von $x = 0$ bis zum unteren Plattenrand ist nicht direkt gemessen, sondern aus dem Feldverlauf zwischen

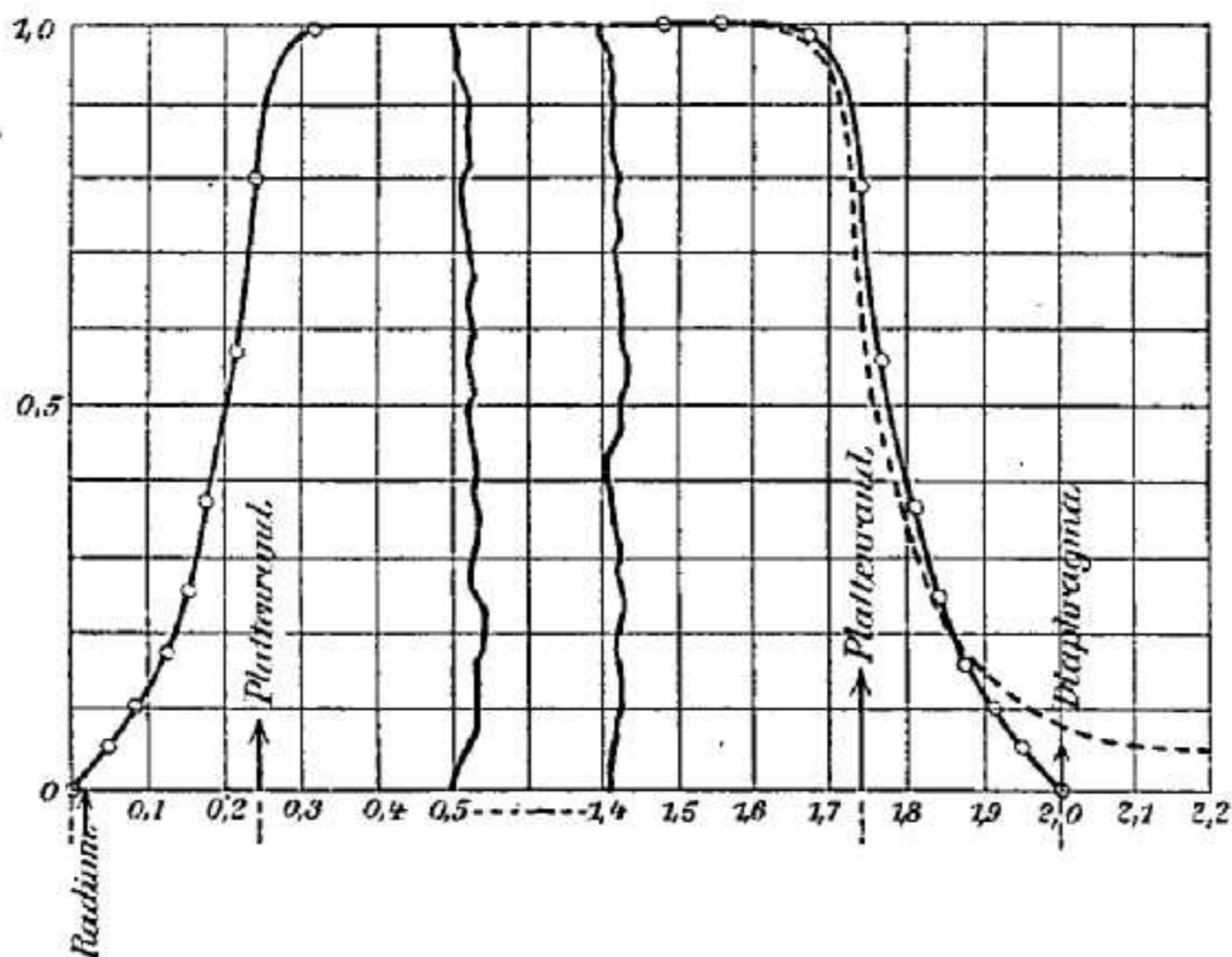


Fig. 9.

oberem Plattenrand und Diaphragma dadurch annähernd bestimmt, daß die gemessene Kurve in der Abszissenrichtung im Verhältnis 246/275 (d. i. das Verhältnis der Abstände zwischen

unterem Plattenrand und Boden einerseits und oberem Plattenrand und Diaphragma andererseits) zusammengeschoben wurde. Die weiter unten (p. 545) folgende Berechnung des Feldintegrals zeigt, daß der durch dieses Verfahren etwa verursachte Fehler sehr gering ist.

Zum Vergleich ist noch durch die gestrichelte Kurve der Feldverlauf dargestellt, wie er sich nach Maxwell¹⁾ ergibt, wenn die Platten unendlich dünn und keine anderen Leiter in der Nähe sind. Man sieht, daß die endliche Dicke der Platten den Abfall am Rande etwas verlangsamt, daß dieser Wirkung aber in weiterer Entfernung vom Rande die Wirkung des zur Erde abgeleiteten Diaphragmas entgegenarbeitet, das einen raschen Abfall des Feldes auf Null hervorbringt.

Den absoluten Wert des elektrischen Feldes im eigentlichen Apparate für eine Potentialdifferenz V erhält man durch Multiplikation der obigen Zahlen mit: $V/0,1242$ [$0,1242 =$ Plattenabstand].

Der Wert von V während der Aufnahme ist nicht völlig konstant. Eine geringe Änderung rührt von der allmählichen Abnahme der elektromotorischen Kraft der Batterie her. Die Abnahme betrug bei keiner der zur Ausmessung gelangten Aufnahmen mehr als etwa 1 Volt, ist also gegen die Gesamtspannung von rund 2500–3000 Volt zu vernachlässigen; zur Berechnung wurde stets der Mittelwert der vor und nach der Aufnahme gemessenen Batteriespannung benutzt. Viel größere und unregelmäßige zeitliche Schwankungen werden dadurch bewirkt, daß zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Wippenstellungen (vgl. p. 500) durch Isolationsfehler die Spannung etwas abnimmt. Der Betrag dieser Abnahme konnte leicht geprüft werden, wenn von Zeit zu Zeit die Wippe angehalten und am Elektrometer die Zeit gemessen wurde, während der ein Spannungsverlust von bestimmtem Betrag, etwa von 500 Volt eintrat. Sei δV der so bestimmte Spannungsverlust des ganzen Apparates pro Sekunde, also $\delta V/2$ der Verlust jeder Hälfte für sich. Sei ferner $V/2$ die Batteriespannung, also V die Spannungsdifferenz der Platten, dann ist

1) J. C. Maxwell, *El. u. Magn.*, Deutsche Ausgabe. 1. p. 321.

die mittlere Spannung jeder Platte zwischen zwei gleichen Stellungen der Wippe:

$$V/2 - \delta V/4,$$

also die mittlere Apparatspannung:

$$V - \delta V/2.$$

Es ist somit jederzeit von der mittels Kompensationsapparat gemessenen Batteriespannung der Verlust während einer halben Sekunde abzuziehen.

Die Verluste schwankten zeitlich sehr stark; bei trockner Witterung waren sie gänzlich zu vernachlässigen; an gewitterschwülen Tagen, die in Bonn im Sommer sehr häufig sind, stiegen sie bisweilen bis auf 21 Volt, d. h. bis auf etwa 1 Proz. der Spannung. Da jedoch derartige Verluste nur stundenweise vorkamen, so sind doch selbst bei nur roher Bestimmung der Verluste die zeitlichen Mittelwerte der Spannung auf etwa 1 Promille sicher.

5. *Ausmessung der Platten.* Zur Ausmessung der gewonnenen Platten diente der bereits erwähnte Abbésche Komparator, an dem jedoch für den vorliegenden Zweck einige Umänderungen vorgenommen waren. Der Komparator besteht in seiner ursprünglichen Gestalt aus zwei gleichen, fest miteinander verbundenen Mikroskopen, unter denen ein Schlitten verschiebbar, der eine in $\frac{1}{5}$ mm geteilte Skala trägt. Mittels des einen Mikroskopes werden die Verschiebungen des Schlittens abgelesen, das andere dient zur Einstellung auf die zu messenden Punkte des Objekts. Beide Mikroskope tragen Okularmikrometer mit einem Trommelteilwert von $\frac{1}{1000}$ mm. Das Objektmikroskop wurde seiner viel zu starken Vergrößerung wegen entfernt und durch eines von nur etwa 6-facher Vergrößerung ersetzt, in dem das Korn der photographischen Platte noch nicht sehr störend hervortrat. Als Einstellmarke auf die etwa 0,3 mm breite Kurve diente ein in der Brennebene befindlicher, auf eine planparallele Glasplatte geritzter Kreis von 0,2 mm Durchmesser. Der Schlittenmaßstab des Komparators sollte zur Messung der elektrischen Ablenkung (y) dienen. Um die Platte auch in Richtung der magnetischen Ablenkung (z) verschieben und die Verschiebung messen zu

können, war auf dem Komparatorschlitten ein zweiter Schlitten¹⁾, rechtwinklig zu ersterem, befestigt, der als Träger der Platte diente. Dieser Schlitten war durch eine Schraube von $\frac{1}{2}$ mm Ganghöhe verschiebbar; die Schraubendrehungen wurden jedoch, weil sich die Schraube als ziemlich minderwertig erwies, nicht direkt zur Messung benutzt, sondern es wurde auf die Platte, aus deren Schicht ein Streifen parallel der z -Richtung ausgekratzt war, ein in $\frac{1}{10}$ mm eingeteiltes Glasmikrometer geteilt. Die Verschiebungen dieses Mikrometers wurden direkt an der kreisförmigen Okularmarke mit einem Fehler von etwa $\frac{2}{1000}$ mm abgelesen. Bloß bei der Einstellung auf den Nullpunkt der Kurve, d. h. auf den unabgelenkten²⁾ Fußpunkt der α - und γ -Strahlen, dessen z -Koordinate ja nicht gerade mit einem Teilstrich des Okularmikrometers koinzidierte, wurde die Trommel der Schlittenschraube zur Interpolation benutzt.

Die Teilung des Komparatorschlittens konnte ohne weitere Prüfung für den vorliegenden Zweck als absolut genau angesehen werden. Die Teilung des Glasmikrometers wurde mit der Schlittenteilung verglichen und gefunden, daß nominelle 10 mm des Mikrometers einen wahren Wert von 9,975 mm hatten. Die abgelesenen z -Werte sind also um 2,5 Promille zu verkleinern. In den weiter unten folgenden Tabellen sind diese Korrekturen jedoch nicht angebracht, sondern die direkt abgelesenen z -Werte angegeben; die Korrektur ist vielmehr, um unnötige Rechenarbeit zu ersparen, erst an den endgültigen Konstanten angebracht (vgl. p. 533).

Der Gang der Messungen gestaltet sich nunmehr wie folgt: Zuerst wird die Platte unter dem durch Federn aufgepreßten Glasmikrometer so orientiert, daß die beiden Kurvenäste symmetrisch zur z -Richtung liegen, was daran erkannt

1) Aus Teilen eines Babinetschen Kompensators hergestellt.

2) Eine magnetische Ablenkung der α -Strahlen ist in dem schwachen Magnetfeld nicht zu erwarten. Eine elektrische Ablenkung macht sich in einer kleinen Verbreiterung des ohne Feld kreisrund erscheinenden Flecks bemerkbar. Ich habe diese Verbreiterung bereits auf meinen ersten Platten im Jahre 1901 bemerkt, damals aber fälschlicherweise einer Verwitterung und Verbreiterung der Strahlenquelle zugeschrieben. Erst die Entdeckung der Ablenkbarkeit der α -Strahlen durch Rutherford ließ mich die wahre Ursache erkennen.

wird, daß die am Komparatorschlitten abgelesenen y -Koordinaten (y_1 und y_2) zweier zusammengehöriger Punkte beider Kurvenäste gleich weit nach beiden Seiten von der y -Koordinate des Kurvennullpunktes (y_0) abstehen. Dann wird die z -Koordinate des Nullpunktes (z_0) bestimmt; mittlerer Fehler des Nullpunktes: $\frac{3}{1000}$ mm.

Hierauf wird der Abstand $2y$ der beiden Kurvenäste für willkürlich gewählte, im allgemeinen in Intervallen von je 0,5 mm wachsende z -Werte bestimmt. Die untere Grenze des ausgemessenen Intervalles hängt allein von der Sichtbarkeitsgrenze der Kurve ab. Die obere Grenze war bei den stärkeren Feldern dadurch bedingt, daß die Strahlen schließlich die Kondensatorplatten trafen. Deshalb mußte, um das ganze magnetische Spektrum zu erhalten, eine Platte (Nr. 15) bei möglichst schwachem elektrischem Felde exponiert werden. Auf jeden einzelnen Kurvenpunkt wurde je zehnmal eingestellt und zwar immer abwechselnd zweimal auf y_1 , dann zweimal auf y_2 , je einmal von links, einmal von rechts her. Durch diese Vorsicht in Verbindung mit möglichst raschem Einstellen wurde vermieden, daß irgendwelche Pünktchen und Flecken auf der Platte unbewußtermaßen als Marken dienten. Mittlerer Einstellungsfehler des Kurvenpunktes $\frac{2-4}{1000}$ mm.

Die Messungsergebnisse der zur Ausmessung gelangten fünf Platten sind in folgender Tabelle enthalten.¹⁾ Dabei bedeutet z_b die „beobachtete“ z -Koordinate vom Kurvennullpunkt aus gerechnet, y_b die zugehörige y -Koordinate, d. h. den halben Abstand beider Kurvenäste. Die Indizes dienen zur Unterscheidung von nachher folgenden „reduzierten“ Werten.

Tabelle IV.

Platte Nr.	Beobachtete Ablenkungen.		Mittlere Spannung am Kondensator (Volt)
	z_b (cm)	y_b (cm)	
10	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1771 \\ 0,2271 \\ 0,2771 \\ 0,3271 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 0,0357 \\ 0,0486 \\ 0,0639 \\ 0,0797 \end{array} \right\}$	2605

1) Die Platten 11, 13 u. 15 sind an weit auseinanderliegenden Zeiten zweimal gemessen, wobei sich ausgezeichnete Übereinstimmung innerhalb der wahrscheinlichen Fehler ergab. Ein Messungsprotokoll vgl. Anhang p. 542.

Tabelle IV (Fortsetzung).

Platte Nr.	x_b (cm)	y_b (cm)	Mittlere Spannung am Kondensator (Volt)
11 (Erste Messung)	0,2000	0,0420	2603
	0,2500	0,0546	
	0,3000	0,0695	
	0,3500	0,0866	
	0,4000	0,1083	
	0,4500	0,1300	
	0,5000	0,1540	
11 (Zweite Messung)	0,1903	0,0384	2603
	0,2403	0,0512	
	0,2903	0,0655	
	0,3403	0,0831	
	0,3903	0,1036	
	0,4403	0,1302	
12	0,1353	0,0271	2601
	0,1853	0,0395	
	0,2353	0,0529	
	0,2853	0,0688	
	0,3353	0,0863	
	0,3853	0,1051	
	0,4353	0,1263	
	0,4853	0,1493	
13 (Erste Messung)	0,1254	0,0288	3250
	0,2054	0,0511	
	0,2554	0,0688	
	0,3054	0,0894	
	0,3554	0,1123	
	0,4054	0,1392	
	0,4554	0,1664	
13 (Zweite Messung)	0,1456	0,0340	3250
	0,1956	0,0490	
	0,2456	0,0655	
	0,2956	0,0845	
	0,3456	0,1081	
	0,3956	0,1341	
	0,4456	0,1616	
15 (Erste Messung)	0,2290	0,0313	1631,5 ¹⁾
	0,3290	0,0527	
	0,4290	0,0767	
	0,5290	0,1064	
	0,5790	0,1236	
15 (Zweite Messung)	0,2487	0,0350	1631,5 ¹⁾
	0,3487	0,0568	
	0,4487	0,0814	
	0,5487	0,1119	

1) Bei Platte 15 waren die beiden Enden der in der Mitte geerdeten Batterie direkt, ohne Zwischenschaltung der Wippe, an den Apparat gelegt.

Für die weitere Verwertung der Resultate ist es am bequemsten, nicht jede Kurve für sich zu betrachten, sondern alle Kurven zu einer einzigen zusammenzuziehen, indem man die Ordinaten auf eine willkürlich gewählte elektrische Spannung reduziert. Die folgende Tabelle enthält die auf eine Spannung von 2500 Volt reduzierten Ablenkungen y_r , wobei

$$y_r = y_b \cdot \frac{2500}{V}.$$

Die Punkte sind nach wachsendem z_b geordnet.

Tabelle V.

Auf gleiches elektrisches Feld reduzierte Ablenkungen.

Laufende Nr.	Platte Nr.	z_b	y_r	p
1	13	0,1254	0,0222	1,3
2	12	0,1353	0,0261	1
3	13	0,1456	0,0262	1,3
4	10	0,1771	0,0343	1
5	12	0,1853	0,0380	1
6	11	0,1903	0,0369	1
7	13	0,1956	0,0377	1,3
8	11	0,2000	0,0403	1
9	13	0,2054	0,0393	1,3
10	10	0,2271	0,0466	1
11	15	0,2290	0,0480	0,65
12	12	0,2353	0,0509	1
13	11	0,2403	0,0492	1
14	13	0,2456	0,0504	1,3
15	15	0,2487	0,0536	0,65
16	11	0,2500	0,0524	1
17	13	0,2554	0,0529	1,3
18	10	0,2771	0,0613	1
19	12	0,2853	0,0662	1
20	11	0,2903	0,0629	1
21	13	0,2956	0,0650	1,3
22	11	0,3000	0,0668	1
23	13	0,3054	0,0688	1,3
24	10	0,3271	0,0765	1
25	15	0,3290	0,0807	0,65
26	12	0,3353	0,0830	1
27	11	0,3403	0,0798	1
28	13	0,3456	0,0832	1,3
29	15	0,3487	0,0870	0,65
30	11	0,3500	0,0832	1
31	13	0,3554	0,0863	1,3

Tabelle V (Fortsetzung).

Laufende Nr.	Platte Nr.	z_b	y_r	p
32	10	0,3771	0,0989	1
33	12	0,3853	0,1011	1
34	11	0,3903	0,0995	1
35	13	0,3956	0,1031	1,3
36	11	0,4000	0,1040	1
37	13	0,4054	0,1071	1,3
<hr/>				
38	15	0,4290	0,1175	0,65
39	12	0,4353	0,1214	1
40	11	0,4403	0,1251	1
41	13	0,4456	0,1243	1,3
42	15	0,4487	0,1247	0,65
43	11	0,4500	0,1249	1
44	13	0,4554	0,1280	1,3
<hr/>				
45	12	0,4853	0,1436	1
46	11	0,5000	0,1479	1
<hr/>				
47	15	0,5290	0,1630	0,65
48	15	0,5487	0,1714	0,65
49	15	0,5790	0,1894	0,65

Über die Bedeutung der „Gewichte“ p in der letzten Kolumne und der Einteilung der Punkte in die durch Querstriche angedeuteten Gruppen vgl. w. u.

Fig. 10, Taf. IV stellt den Verlauf der „auf gleiches Feld reduzierten Kurve“ graphisch dar. Man sieht, daß die Abweichungen vom stetigen Verlauf bedeutend größer sind, als nach dem mittleren Fehler von 2—4 μ der einzelnen Punkte zu erwarten; es kommen Abweichungen bis zu 30 μ vor. Es müssen also noch Quellen für systematische Fehler vorhanden sein, die durch Wiederholung der Beobachtungen nicht zu beseitigen sind. Ähnliche Abweichungen bei meinen früheren Versuchen hatten die Vermutung hervorgerufen, daß eine Verzerrung der Gelatineschicht während der Entwicklung der Platten die Ursache sei. Zur Aufklärung dieses Punktes wurde auf jede Platte unmittelbar nach ihrer Herausnahme aus dem Apparat eine Schablone mit sechs Löchern aufgelegt und mit einer Glühlampe etwa $\frac{1}{2}$ Sek. aus 1 m Entfernung belichtet. Es entstanden so auf jeder Platte sechs schwarze Punkte, deren Abstände nach Entwicklung und Trocknung der Platte auf dem Komparator gemessen und mit den gemessenen Ab-

ständen der Schablonenlöcher verglichen werden konnte. Die Löcher lagen auf einem Kreise von etwa 14 mm Durchmesser, also außerhalb des Bereiches der Kurve. Die Messungen ergaben tatsächlich eine Verzerrung der Schicht, und zwar hauptsächlich dort, wo infolge des bereits erwähnten Abplatzens der Schicht die Marken sich in der Nähe des Randes befanden. Die gefundenen Verzerrungen wiesen stets auf eine Vergrößerung der Schicht hin und betrug im Maximum etwa $\frac{1}{2}$ Proz. Da sie jedoch in diesem Betrage nur in der Nähe des Randes auftraten, so war anzunehmen, daß sie im Bereich der gemessenen Kurven viel kleiner waren und vernachlässigt werden konnten. In keinem Falle konnten sie die großen individuellen Abweichungen namentlich der Platten 15 und 12 erklären.¹⁾ Es scheint mir eher wahrscheinlich, daß die stets sehr starke Verschleierung der Platten (durch diffuse Strahlung, induzierte Aktivität des Apparates etc.) die mit dem Fortschreiten der Versuche immer mehr zunahm, hier die Fehlerquelle ist. Wenn nämlich an irgend einer Stelle der Schleier in seiner Intensität räumlich variiert, so wird dadurch die Mittellinie der ca. 0,3 mm breiten Kurve nach der Seite größerer Dunkelheit hin verschoben; dieselbe Wirkung haben natürlich die stets vorhandenen kleinen Flecken und Fehler auf den Platten.

Es schien deshalb das beste, eine *Ausgleichung* der Kurve dadurch vorzunehmen, daß immer eine Gruppe von Punkten, die möglichst den verschiedenen Platten angehörten, zu einem ausgeglichenen Punkte vereinigt wurde. Diese Gruppen sind in obiger Tabelle durch Querstriche, in der Kurve (Taf. IV, Fig. 10) durch Klammern zusammengefaßt.

Bei der sehr geringen Krümmung der Kurve und der engen Lage der Gruppen konnte die Ausgleichung einfach so vorgenommen werden, daß von jeder Gruppe der Schwerpunkt genommen wurde. Hierbei wurde jedoch den verschiedenen Punkten verschiedenes Gewicht beigelegt, und zwar wurde das Gewicht ungefähr proportional der wirklich gemessenen elektrischen Ablenkung, also proportional der mittleren Spannung des Kondensators während der Aufnahme gesetzt.

1) Eine probeweise ausgeführte Reduktion der Kurven mit Berücksichtigung der Schichtverzerrung vergrößerte die Abweichungen.

Demgemäß erhielten die Punkte der Platten 10, 11, 12 das Gewicht $p=1$, die Punkte der Platte 13 erhielten das Gewicht $p=1,3$ und die Punkte der Platte 15 erhielten $p=0,65$.

Die ausgeglichenen Punkte \bar{z} und \bar{y} erhält man dann aus jeder Gruppe nach der Gleichung:

$$\bar{z} = \frac{\sum(z_b \cdot p)}{\sum p},$$

$$\bar{y} = \frac{\sum(y_r \cdot p)}{\sum p}.$$

Die Gewichte der ausgeglichenen Punkte sind dann proportional $\sum p$.

Folgende Tabelle enthält die so erhaltenen neun Punkte der ausgeglichenen Kurve. Die Gewichte sind auf einfache Zahlen abgerundet.

Tabelle VI.
Ausgegliche Kurve.

\bar{z}	\bar{y}	p
0,1354	0,0247	0,5
0,1930	0,0378	1
0,2423	0,0506	1
0,2930	0,0653	1
0,3423	0,0825	1
0,3930	0,1025	1
0,4446	0,1242	1
0,4926	0,1457	0,25
0,5522	0,1746	0,25

Diese ausgeglichene Kurve dient allen weiteren Berechnungen als Grundlage; ihre Punkte sind in Taf. IV, Fig. 10 durch Doppelkreise angedeutet.

Abteilung III.

1. Allgemeine Theorie der Bahnkurve.

Wir berechnen die Bahn des Elektrons zunächst unter der Annahme, daß die Ablenkungen unendlich klein gegen die Apparatdimensionen sind. Da dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist, so müssen die beobachteten Ablenkungen „auf unendlich kleine Ablenkungen reduziert“ werden.

Im Falle unendlich kleiner Ablenkungen besteht Proportionalität zwischen den Ablenkungen und den Kräften und die gleichzeitigen elektrischen und magnetischen Ablenkungen

sind voneinander unabhängig; für endliche Ablenkungen gilt dies nicht mehr.

Es seien:

$x_0, 0, 0$ die Koordinaten der Strahlenquelle,
 $x_1, 0, 0$ „ „ des Diaphragmas,
 x_2, y', z' „ „ eines Kurvenpunktes auf der Platte.

I. *Magnetische Ablenkung.* Ist q die Bahngeschwindigkeit des Elektrons, ε seine Ladung in elektromagnetischem Maß, μ seine Masse, ρ der Krümmungsradius der Bahn, so gilt:

$$(1) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon}{\mu q} \cdot H \quad [H \text{ sei parallel } y],$$

sind die Ablenkungen sehr klein, d. h. ρ sehr groß, so ist

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 x}{dx^2},$$

also

$$(1a) \quad \frac{d^2 x}{dx^2} = \frac{\varepsilon}{\mu q} H,$$

somit unter Berücksichtigung der Bedingung, daß $z = 0$ für $x = x_0$ und $x = x_1$,

$$(2) \quad z' = \frac{\varepsilon}{\mu q} \left\{ \int_{x_0}^{x_2} dx \int_{x_0}^x H dx - \frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} dx \int_{x_0}^x H dx \right\} = \frac{\varepsilon}{\mu q} \cdot M.$$

Die Größe M werde im folgenden als das

„magnetische Feldintegral“

bezeichnet.

II. *Elektrische Ablenkung.* Es ist

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} F,$$

oder, da

$$\frac{dx}{dt} = q, \text{ also } dt = \frac{dx}{q} \text{ ist,}$$

$$(3) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} \cdot F.$$

Daraus folgt unter Berücksichtigung, daß $y = 0$ für $x = x_0$ und $x = x_1$,

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_1} = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} \left\{ \int_{x_0}^{x_1} F dx - \frac{1}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} dx \int_{x_0}^x F dx \right\}.$$

Da jenseits des Diaphragmas das elektrische Feld Null ist, so folgt:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{Y} = (x_2 - x_1) \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x_1} = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} \\ \cdot (x_2 - x_1) \left\{ \int_{x_0}^{x_1} F dx - \frac{1}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} dx \int_{x_0}^x F dx \right\} = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} \cdot E. \end{array} \right.$$

E heiße das „elektrische Feldintegral“. (Über die Berechnung der Feldintegrale vgl. Anhang p. 543.)

Falls die Ablenkungen endlich sind, gelten die Gleichungen (2) und (4) nicht mehr ohne weiteres.

Um eine Reduktion der wirklichen magnetischen Ablenkung \bar{z} auf unendlich kleine Ablenkung, d. h. auf Proportionalität mit M/q zu gewinnen, betrachten wir zunächst die Bahn als Kreisbogen, was für die Korrektionsglieder wegen der nur sehr geringen Inhomogenität des Feldes erlaubt ist.

Setzen wir zur Abkürzung $(x_1 - x_0)/2 = m$ und $x_2 - x_1 = n$, so ist zunächst:

$$\rho^2 = (m + n)^2 + (\sqrt{\rho^2 - m^2} - \bar{z})^2,$$

woraus:

$$(5) \quad \sqrt{\rho^2 - m^2} = \frac{n^2 + 2 m n + \bar{z}^2}{2 \bar{z}};$$

für sehr kleine \bar{z} wird ρ sehr groß und $\rho = n^2 + 2 m n / 2 \bar{z}$; dann ist \bar{z} proportional $1/\rho$, d. h. proportional $\varepsilon/\mu q \cdot H$.

Man führe nun eine Größe z' ein derart, daß allgemein:

$$(6) \quad \rho = \frac{n^2 + 2 m n}{2 z'} \quad \text{oder} \quad z' = \frac{n^2 + 2 m n}{2 \rho},$$

dann gilt für z' die Gleichung (2), denn es ist, wenn man zunächst ρ aus (6) in (1) einsetzt, und nach z' auflöst:

$$z' = \frac{\varepsilon}{\mu q} \cdot \left(H \cdot \frac{n^2 + 2 m n}{2} \right);$$

der Faktor von $\varepsilon/\mu q$ ist aber der Wert, den M für ein homogenes Magnetfeld annimmt. Wenn das Magnetfeld nahezu homogen ist, dann wird jedenfalls Gleichung (2) auch noch mit großer Annäherung erfüllt sein, wenn man das beobachtete \bar{z} ersetzt durch ein z' , das nach Gleichung (6) mit einem der

Ablenkung \bar{z} entsprechenden *mittleren* Krümmungsradius berechnet ist. Durch Einsetzen von (6) in (5) erhält man:

$$\sqrt{\frac{(n^2 + 2 m n)^2}{4 \bar{x}'^2} - m^2} = \frac{n^2 + 2 m n + \bar{x}^2}{2 \bar{x}}.$$

Wenn man zur Abkürzung setzt:

$$(7) \quad \frac{n^2 + 2 m n + 2 m^2}{(n^2 + 2 m n)^2} = \kappa \quad \text{und} \quad (8) \quad \frac{1}{(n^2 + 2 m n)^2} = \lambda,$$

so wird:

$$(9) \quad z'^2 = \bar{z}^2 \cdot \frac{1}{1 + 2 \kappa \bar{z}^2 + \lambda \bar{z}^4}.$$

Der größte Wert von \bar{z} ist 0,55; es läßt sich leicht zeigen, daß man selbst für diesen größten \bar{z} -Wert nur einen Fehler von 1 Promille begeht, wenn man setzt:

$$(10) \quad z' = \bar{z} (1 - \kappa \bar{z}^2) = \bar{z} (1 - 0,16 \bar{z}^2).$$

Wenn zu der magnetischen noch eine gleichzeitige elektrische Ablenkung hinzukommt, so findet die Bewegung nicht mehr in der xz -Ebene statt und für die magnetische Ablenkung kommt nicht mehr die Bahngeschwindigkeit q , sondern nur ihre Komponente q_x in Betracht, die in die xz -Ebene fällt.

Nun ist

$$q^2 = q_x^2 + q_y^2,$$

wenn q_y die Komponente in Richtung der elektrischen Kraft; die maximale elektrische Ablenkung beträgt ca. 0,17 cm. Diese tritt ein längs eines Weges s_2 gleich dem Bogen vom Diaphragma bis zur Platte; also jedenfalls $s_2 > n$ oder $s_2 > 2$ cm.

Es ist also

$$q_y < q_x \cdot \frac{0,17}{2} \quad \text{oder} \quad q_y < 0,085 q_x.$$

Somit:

$$q^2 - q_x^2 < q_x^2 \cdot 0,007 \quad \text{oder} \quad q - q_x < \frac{q}{300}.$$

Es wird also im ungünstigsten Falle ein Fehler von 3 Promille begangen, wenn man q_x durch q ersetzt.

Für die elektrische Ablenkung würde Gleichung (4) — abgesehen von der Vernachlässigung der durch elektrostatische Arbeit zwischen den Kondensatorplatten eintretenden Geschwindigkeitsvermehrung und der nicht genauen Transversalität der Ablenkung — streng gelte, wenn nicht die gleichzeitige magnetische Ablenkung vorhanden wäre. Diese bewirkt, daß

nicht $dt = dx/q$, sondern $dt = ds/q_x$ ist, wo ds ein Bogenelement der Bahnprojektion auf die yz -Ebene. Die Bahnkrümmung durch das Magnetfeld bewirkt einerseits ein längeres Verweilen im elektrischen Feld, somit eine Vergrößerung der Neigung, mit der das Elektron aus dem Diaphragma austritt, andererseits einen längeren Weg jenseits des Diaphragmas, so daß an Stelle des Faktors $(x_2 - x_1)$ in Gleichung (4) der Faktor s_2 tritt, wo s_2 die Wegprojektion vom Diaphragma bis zur Platte.

Um die Änderung des Verweilens im elektrischen Felde, also die Vermehrung des zweiten Faktors von E zu bestimmen, genügt es, das Feld als konstant zwischen den Platten, als Null außerhalb der Platten zu betrachten. Ist h die Höhe der Platten, s_1 die halbe Länge der zwischen den Platten liegenden Bahnprojektion auf die yz -Ebene, s_2 die Länge der Bahnprojektion vom Diaphragma bis zur Platte, so würde man im Falle eines zwischen den Platten homogenen Feldes erhalten:

$$\bar{y} = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} \cdot F s_1 s_2,$$

für ∞ kleine Ablenkungen dagegen wird

$$(11) \quad y' = \frac{\varepsilon}{\mu q^2} F \cdot \frac{h}{2} (x_2 - x_1) = \bar{y} \frac{h(x_2 - x_1)}{2 s_1 s_2} = \bar{y} \frac{h n}{2 s_1 s_2}.$$

Wir nehmen wieder an, daß auch für den Fall des inhomogenen Feldes die Reduktionsformel (11) Gültigkeit habe. Dies ist um so mehr berechtigt, als, wie die numerische Berechnung ergibt, $h/2 s_1$ sich im äußersten Falle nur im $1/1000$ von 1 unterscheidet; der größte Teil der Korrektur rührt von dem Faktor $(x_2 - x_1)/s_2$ her.

Es ist:

$$s_1 = \varrho \cdot \arcsin \frac{h}{2 \varrho},$$

$$s_2 = 2 \varrho \cdot \arcsin \frac{\sqrt{n^2 + \bar{z}^2}}{2 \varrho}.$$

Durch Entwicklung der arcsin-Funktion in eine Reihe, Einsetzen des Wertes von ϱ aus Gleichung (6) und Fortlassung aller höheren Potenzen von z erhält man schließlich:

$$(12) \quad y' = \bar{y} \left\{ 1 - \bar{z}^2 \left[\frac{1}{2 n^2} + \frac{1}{6} \frac{h^2 + n^2}{(n^2 + 2 m n)^2} \right] \right\} = \bar{y} \cdot \{1 - 0,145 \bar{z}^2\}.$$

Die nach Gleichungen (10) und (12) auf unendlich kleine Ablenkungen reduzierten Koordinaten sind dann ohne weiteres in die Gleichungen (2) und (4) einsetzbar. Man erhält aus (10) und (12) folgende Werte für die „reduzierte Kurve“.

Tabelle VII.

Auf unendlich kleine Ablenkung reduzierte Kurve.

x'	y'	p
0,1350	0,0246	0,5
0,1919	0,0376	1
0,2400	0,0502	1
0,2890	0,0645	1
0,3359	0,0811	1
0,3832	0,1001	1
0,4305	0,1205	1
0,4735	0,1405	0,25
0,5252	0,1667	0,25

Taf. IV, Fig. 11 stellt die reduzierte Kurve graphisch dar.

Aus den Gleichungen (2) und (4) erhält man die *Gleichung der reduzierten Kurve*, wenn man den Zusammenhang zwischen der Masse μ und der Geschwindigkeit q kennt.¹⁾

Ist μ_0 der Wert der elektromagnetischen transversalen Masse des Elektrons für $q=0$, und ist $\beta = q/c$, wo c die Lichtgeschwindigkeit, so ist allgemein:

$$(13) \quad \underline{\mu = \mu_0 \cdot \Phi(\beta)}.$$

Dabei hängt die Gestalt der Funktion $\Phi(\beta)$ von den über die Konstitution des Elektrons gemachten Grundannahmen ab und ist später bei Besprechung der einzelnen Theorien zu bestimmen.

Durch Einsetzen in (2) und (4) erhält man

$$(14) \quad z' = \frac{e}{\mu_0} \frac{M}{c} \cdot \frac{1}{\beta \cdot \Phi(\beta)}, \quad 2)$$

$$(15) \quad y' = \frac{e}{\mu_0} \cdot \frac{E}{c^2} \cdot \frac{1}{\beta^2 \Phi(\beta)}.$$

1) Genau genommen müßte hier μ als Funktion von q_x , an Stelle von q , betrachtet werden. Bei gleicher magnetischer Ablenkung ist die elektrische Ablenkung der Spannung an den Kondensatorplatten nicht genau proportional, da gleichbleibendem q_x bei größerer elektrischer Ablenkung größeres q als auch größeres μ entspricht. Die Ablenkungen wachsen also etwas langsamer als das Feldintegral.

2) Die in den folgenden Gleichungen dargelegte Berechnungsmethode ist von Hrn. C. Runge (Gött. Nachr. 1903, Heft 5) angegeben.

Setzt man zur Abkürzung:

$$(16) \quad \frac{\varepsilon}{\mu_0} \frac{M}{c} = \frac{1}{A} \quad \text{und} \quad \frac{\varepsilon}{\mu_0} \frac{E}{c^2} = B.$$

$$(17) \quad \frac{1}{\beta \cdot \Phi(\beta)} = u \quad \text{und} \quad \frac{1}{\beta^2 \cdot \Phi(\beta)} = v = f(u),$$

so kann man schreiben:

$$(18) \quad y' = B \cdot v = B \cdot f(Az').$$

Ist also eine Hilfstabelle (vgl. Anhang p. 552) berechnet, die zu einer möglichst engen Reihe von u -Werten die zugehörigen v angibt, so läßt sich, wenn A und B bekannt sind, zu jedem z' nach Gleichung (18) das zugehörige y' berechnen und mit dem beobachteten vergleichen. Es gelingt leicht, für die beiden „Kurvenkonstanten“ A und B angenäherte Werte zu finden, und die dann noch anzubringenden Verbesserungen nach der Methode der kleinsten Quadrate zu berechnen. Die so bestimmten Kurvenkonstanten kann man dann mit den durch Gleichung (16) definierten „Apparatkonstanten“ vergleichen, d. h. denjenigen Werten für A und B , die sich aus den gemessenen Feldintegralen und dem von Kathodenstrahlbeobachtungen bekannten Wert von ε/μ_0 ergeben. Über die zweckmäßigste Art der Vergleichung vgl. w. u.

2. Vergleichung mit den Theorien von Abraham, Lorentz und Bucherer.

Die die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit ausdrückende Funktion $\Phi(\beta)$ hat nach den in der Überschrift dieses Paragraphen genannten und in der Einleitung näher präzisierten drei Theorien folgenden Wert:

$$\begin{aligned} \text{I. (Abraham)} \quad \Phi(\beta) &= \frac{3}{4} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1 + \beta^2}{2\beta} \cdot \lg \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 1 \right) \\ \text{II. (Lorentz)} \quad \Phi(\beta) &= (1 - \beta^2)^{-1/2} \\ \text{III. (Bucherer)} \quad \Phi(\beta) &= (1 - \beta^2)^{-1/3}. \end{aligned}$$

Die Einsteinsche Theorie führt zu derselben Formel wie die Lorentzsche, wenn man sich an die von Hrn. Einstein (l. c.) angegebenen Bewegungsgleichungen hält; die von Hrn. Einstein gegebene etwas abweichende Definition der Masse für einen mit dem Elektron mitbewegten Beobachter entspricht nicht

den bei meinen Beobachtungen vorliegenden Verhältnissen; die Abweichung seiner Gleichung für die Masse des Elektrons von der Lorentzschen ist deshalb auch nur eine scheinbare.

In den Fällen I. und III. ergeben sich aus den Gleichungen (14) bis (16) folgende Beziehungen zwischen den Apparatkonstanten, den Kurvenkonstanten und ε/μ_0 :

$$(19) \quad A \cdot B = E/Mc = \beta \cdot y'/z',$$

$$(20) \quad \varepsilon/\mu_0 = c/AM = Bc^2/E = c\sqrt{Bc/AME}.$$

Im Falle II. ist eine Trennung der Variablen möglich und man erhält als Gleichung der reduzierten Kurve:

$$(21) \quad y'^2 = C^2 z'^2 + D^2 z'^4,$$

wobei:

$$(22) \quad C = E/Mc$$

und

$$(23) \quad \varepsilon/\mu_0 = cC/MD = c^2 C^2/ED = \frac{cC}{D} \cdot \sqrt{cC/ME}.$$

Die Gleichungen (19) und (22) gestatten die Vergleichung von AB bez. C mit einer direkt aus der Versuchsanordnung berechneten Größe. Sie sind also ein direktes Prüfungsmittel für die betreffende Theorie. Die Gleichungen (20) und (23) enthalten noch den Kathodenstrahlwert ε/μ_0 , über dessen Betrag noch keine vollkommene Einigkeit zu herrschen scheint. Er ergibt sich hier auf zwei verschiedenen Wegen, unter Berücksichtigung entweder des elektrischen oder des magnetischen Feldintegrals allein. Beide Werte weichen voneinander um so mehr ab, je weniger die Gleichungen (19) und (22) sich erfüllt zeigen. Für eine Vergleichung mit den an Kathodenstrahlen beobachteten Werten erscheint es am besten, die etwaigen Beobachtungsfehler auf magnetisches und elektrisches Feldintegral gleichmäßig zu verteilen und das geometrische Mittel aus beiden Werten zu nehmen; dies ist die Bedeutung der dritten Ausdrücke für ε/μ_0 in Gleichungen (20) und (23).

Die Methode der kleinsten Quadrate ergibt folgende Werte der Kurvenkonstanten:

I.	Nach Abraham:	$A = 2,169 \cdot 4/3$	$B = 0,08355 \cdot 3/4$
II.	„ Lorentz:	$C^2 = 0,02839$	$D^2 = 0,2672$
III.	„ Bucherer:	$A = 2,9337$	$B = 0,06234.$

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Berechnung:

Tabelle VIII.

Vergleichung der beobachteten mit der berechneten Kurve.

x'	$y'_{\text{beob.}}$	p	$y'_{\text{ber.}}$			δ			β		
			I	II	III	I	II	III	I	II	III
0,1350	0,0246	0,5	0,0251	0,0246	0,0254	- 5	0	- 8	0,974	0,924	0,971
0,1919	0,0376	1	0,0377	0,0375	0,0379	- 1	+ 1	- 3	0,922	0,875	0,919
0,2400	0,0502	1	0,0502	0,0502	0,0502	0	0	0	0,867	0,875	0,864
0,2890	0,0545	1	0,0649	0,0651	0,0647	- 4	- 6	- 2	0,807	0,823	0,805
0,3359	0,0811	1	0,0811	0,0813	0,0808	0	- 2	+ 3	0,752	0,713	0,750
0,3832	0,1001	1	0,0995	0,0997	0,0992	+ 6	+ 4	+ 9	0,697	0,661	0,695
0,4305	0,1205	1	0,1201	0,1202	0,1200	+ 4	+ 3	+ 5	0,649	0,616	0,647
0,4735	0,1405	0,25	0,1408	0,1405	0,1409	- 3	0	- 4	0,610	0,579	0,608
0,5252	0,1667	0,25	0,1682	0,1678	0,1687	-15	-11	-20	0,566	0,527	0,564

Aus der Tabelle geht zunächst hervor, daß man aus der Gestalt der Kurven allein, ohne Berücksichtigung der Absolutwerte der Konstanten keine Entscheidung zugunsten der einen oder anderen Theorie treffen kann.¹⁾ Der mittlere Fehler der einzelnen Kurvenpunkte beträgt nämlich:

Für I: 5 Mikron (Abraham)
 „ II: 5 „ (Lorentz)
 „ III: 7 „ (Bucherer).

Da aber bei der theoretischen Berechnung der Kurve mehrfach Glieder vom relativen Betrage von 1—3 Promille vernachlässigt sind, so ist der Betrag der Vernachlässigung für die mittleren und größeren y' -Werte bereits von der Ordnung des gefundenen mittleren Fehlers. Ich habe gleichwohl auf eine genauere Berechnung verzichtet, da wegen der großen individuellen Abweichungen der einzelnen Platten voneinander tatsächlich die Fortlassung einer Platte, oder Einführung anderen Gewichtes genügt, um Verschiebungen der Kurve von einigen Mikron zu bewirken.

Man kann also als Resultat der obigen Berechnung zunächst nur sagen, daß alle drei Theorien die relative Gestalt

1) Eine graphische Darstellung der berechneten Kurven vom Maßstabe der Taf. IV, Fig. 11 ist zwecklos, da die Differenzen zu klein sein würden, um mit bloßem Auge gesehen werden zu können.

der Kurve gleich gut darstellen. Aus den Werten für β ersieht man jedoch, daß die Lorentzsche Theorie ganz andere Geschwindigkeiten verlangt, als die Bucherersche und Abrahamsche. Für diese beiden sind die Geschwindigkeiten fast identisch und was noch merkwürdiger ist: Die Funktion $\psi(\beta)$ stimmt, wie man sich leicht überzeugen kann, für beide innerhalb des hier vorliegenden Geschwindigkeitsintervalls numerisch mit einer Abweichung von höchstens 2 Proz. überein.

Die Entscheidung hängt somit nur von den Gleichungen (19) und (22) bez. (20) und (23) ab.

Die im Anhang p. 543 u. ff. berechneten Werte der Feldintegrale sind:

$$E = 315 \cdot 10^{10}. \text{ Elektromagn. Einh. (bei 2500 Volt P. D.),}$$

$$M = 557,1.$$

Somit ist:

$$E/Mc = 0,1884.$$

Dagegen ergibt die Berechnung mittels der Kurvenkonstanten (unter Berücksichtigung der Korrektur wegen des auf p. 518 erwähnten Fehlers der z -Skala):

	Differenz in Proz.
I. nach Abraham: $AB = 0,1817$	- 3,5
II. „ Lorentz: $C = 0,1689$	- 10,4
III. „ Bucherer: $AB = 0,1831$	- 2,8

Die Werte für ε/μ_0 sind:

a) Für Kathodenstrahlen: ¹⁾	$1,878 \cdot 10^7$.			
b) Für β -Strahlen:				Differenz in Proz.
nach Abraham	1,858	1,788	1,823	- 2,9
„ Lorentz	1,751	1,569	1,660	- 11,6
„ Bucherer	1,833	1,780	1,808	- 3,7

Endlich kann man noch eine Vergleichung der verschiedenen Theorien dadurch ausführen, daß man die Konstanten A und B , bez. C und D selbst aus den Gleichungen (16) mittels der gemessenen Werte von M und E und des Kathoden-

1) Aus dem von S. Simon (Ann. d. Phys. 69. p. 589. 1899) gefundenen Werte $1,865 \cdot 10^7$ für ∞ kleine Geschwindigkeiten korrigiert. Vgl. Anhang p. 548.

strahlwertes von ε/μ_0 bestimmt, und mit ihnen die Kurve berechnet. Die berechneten Werte der Konstanten sind:

$$A = \frac{c}{M} \frac{\mu_0}{\varepsilon} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{557,1 \cdot 1,878 \cdot 10^7} = 2,867$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\mu_0} \frac{E}{c^2} = \frac{1,878 \cdot 10^7 \cdot 315 \cdot 10^{10}}{9 \cdot 10^{20}} = 0,0658$$

$$C = 0,1884$$

$$D = \frac{c}{M} \frac{C}{\varepsilon} \frac{\mu}{\varepsilon} = \frac{E}{M^2} \frac{\mu_0}{\varepsilon} = 0,539.$$

Mittels dieser Zahlenwerte läßt sich dann die Kurve nach Gleichung (18) oder (21) berechnen. Es ergibt sich:

Tabelle IX.

Aus Apparatkonstanten berechnete Kurven.

x'	y'		
	Abraham	Lorentz	Bucherer
0,1	0,0191	0,0196	0,0190
0,2	0,0413	0,0434	0,0407
0,3	0,0712	0,0745	0,0696
0,4	0,1104	0,1144	0,1080
0,5	0,1595	0,1642	0,1568

Die so berechneten Punkte sind in Taf. IV, Fig. 11 eingetragen. Man sieht an ihnen, daß die Abweichungen der Lorentzschen Kurve die Beobachtungsfehler weit übersteigen. Doch sei nochmals darauf aufmerksam gemacht, daß die zuletzt ausgeführte Vergleichung auf der Annahme beruht, daß der Simonsche Wert von ε/μ_0 richtig sei. Von dieser Annahme frei ist nur die weiter oben ausgeführte Vergleichung der Größe E/Mc .

Die vorstehenden Ergebnisse sprechen entschieden gegen die Richtigkeit der Lorentzschen und somit auch der Einsteinschen Theorie; betrachtet man diese aber als widerlegt, so wäre damit auch der Versuch, die ganze Physik einschließlich der Elektrodynamik und der Optik auf das Prinzip der Relativbewegung zu gründen, einstweilen als mißglückt zu bezeichnen. Eine Betrachtung der Einsteinschen Theorie zeigt, daß man, um bei Beibehaltung dieses Prinzipes dennoch Übereinstimmung mit meinen Resultaten zu erhalten, bereits die Maxwell'schen Gleichungen für ruhende Körper modifizieren müßte, ein Schritt, zu dem sich wohl einstweilen schwer jemand wird entschließen wollen.

Wir werden vielmehr einstweilen bei der Annahme verbleiben müssen, daß die physikalischen Erscheinungen von der Bewegung relativ zu einem ganz bestimmten Koordinatensystem abhängen, das wir als den *absolut ruhenden Äther* bezeichnen. Wenn es bis jetzt nicht gelungen ist, durch elektrodynamische oder optische Versuche einen derartigen Einfluß der Bewegung durch den Äther nachzuweisen, so darf daraus noch nicht auf die Unmöglichkeit eines solchen Nachweises geschlossen werden.

Es erscheint schließlich noch angebracht, die Frage nach der Möglichkeit einer Entscheidung zwischen den vorläufig allein restierenden Theorien von Abraham und Bucherer zu diskutieren. Eine Entscheidung mittels β -Strahlen würde eine noch bedeutend vermehrte Genauigkeit erfordern. Da jedoch jetzt schon die Hauptfehler von der photographischen Platte herrühren, nämlich von Plattenkorn, Verschleierung und Verzerrung der Schicht, so wäre zunächst eine beträchtliche Vergrößerung der Apparatdimensionen und damit auch der Kurve erforderlich, da ja die Plattenfehler sich nicht mit vergrößern, und, was die Schichtverzerrung anbetrifft, sogar verkleinern. Will man bei n -facher Vergrößerung aller Dimensionen des Apparates auch eine n -fache Vergrößerung der Kurve haben, so muß das Magnetfeld auf den n^{ten} Teil verkleinert werden. Permanente Magnete von genügender Größe (etwa für $n = 5$) zu erhalten, dürfte Schwierigkeiten und jedenfalls enorme Kosten verursachen. Man müßte also doch wieder Elektromagnete anwenden, was wiederum nur dann möglich ist, wenn eine Akkumulatorenbatterie zu alleiniger Verfügung steht. Um das elektrische Feld, daß bei n -fachem Plattenabstand bei gleichbleibender Spannung von selbst auf den n^{ten} Teil sinkt, völlig konstant zu halten, ist eine Batterie von mindestens 3000 Volt nötig, die ebenfalls während der Expositionsdauer nicht anderweitig benutzt werden darf. Endlich würde auch für die Ausmessung des Magnetfeldes die Herstellung einer genügend starken Präzisionsstromspule nötig sein. Mit einem Worte, eine weitere Vergrößerung der Genauigkeit auf dem bisher eingeschlagenen Wege würde Mittel erfordern, die die laufenden Institutsmittel weit übersteigen.

Ein anderer Weg bietet sich noch durch Verfeinerung

der von Hrn. Starke¹⁾ ausgeführten Messungen an schnellen Kathodenstrahlen. Vielleicht gelingt es durch Anwendung Wehneltscher glühender Oxydkathoden auch bei noch höheren Spannungen als 38000 Volt — der oberen Grenze, bis zu der Hr. Starke gelangt ist — genügend stetige Entladungen zu erhalten. Dann erscheint es nicht unmöglich, zu entscheiden, mit welchem Faktor, ob $\frac{2}{5}$, oder $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$, man das von β^2 abhängige Glied zu multiplizieren hat, um genaue Übereinstimmung mit der beobachteten Veränderlichkeit von ε/μ_0 zu erhalten.²⁾ Aber auch hier handelt es sich um die äußerste erreichbare Präzision in Messung und Berechnung, also um Aufwendung außerordentlicher Mittel.

Anhang I.

Messungs- und Beobachtungsprotokolle.

I. *Apparatdimensionen.* Folgendes sind die gefundenen Einstellungen: (Alle Zahlen bedeuten Zentimeter):

$A_1 = 8,5306$	$B_1 = 6,5612$	$C_1 = 4,2953$	$C_4 = 4,2964$
$A_2 = 8,5307$	$B_2 = 6,5615$	$C_2 = 4,2957$	$C_5 = 4,2961$
$A_3 = 8,5318$	$B_3 = 6,5622$	$C_3 = 4,2967$	
$D_1 = 6,0275$	$D_4 = 6,0232$		
$D_2 = 6,0227$	$D_5 = 6,0251$		
$D_3 = 6,0292$	$D_6 = 6,0259$		

Dicke der planparallelen Glasplatte: 4 Einstellungen ergaben in genauer Übereinstimmung

$$4,2691 - 4,0081 = 0,2610.$$

Aus obigen Zahlen berechnet sich zunächst:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= (C_2 + C_5)/2 = 4,2959 \\ &= (C_1 + C_4)/2 = 4,29585 \end{aligned} \right\} \text{im Mittel: } C_0 = 4,2959.$$

Ferner

$$C_6 = C_0 - (C_3 - C_0) = 4,2951.$$

1) H. Starke, l. c.

2) Vgl. auch Anhang p. 548 u. ff.

Aus diesen Zahlen berechnet sich:

$$\left. \begin{aligned} A - C &= A_1 - (C_1 + C_5)/2 = 4,2349 \\ &= A_2 - (C_2 + C_6)/2 = 4,2353 \\ &= A_3 - (C_3 + C_8)/2 = 4,2352 \end{aligned} \right\} \text{im Mittel: } A - C = 4,2351 .$$

$$\left. \begin{aligned} B - C &= B_1 - (C_1 + C_6)/2 = 2,2660 \\ &= B_2 - (C_2 + C_4)/2 = 2,2655 \\ &= B_3 - (C_3 + C_5)/2 = 2,2658 \end{aligned} \right\} \text{im Mittel: } B - C = 2,2658 .$$

Somit

$$\begin{aligned} A' - B' &= A - B = (A - C) - (B - C) = 1,9693 \\ B' - C &= (B - C) - d = 2,0048. \end{aligned}$$

Die Orientierung des Kondensators ist durch folgende Zahlen bestimmt:

$$\begin{aligned} \text{Platte } P_2: & \left\{ \begin{array}{l} D_1 - (C_1 + C_6)/2 = 1,7318 \\ D_5 - (C_3 + C_8)/2 = 1,7292 \\ D_2 - (C_2 + C_4)/2 = 1,7266 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Differenz: } 0,0026 \\ \text{Differenz: } 0,0026 \end{array} \\ \text{Platte } P_1: & \left\{ \begin{array}{l} D_3 - (C_1 + C_6)/2 = 1,7335 \\ D_6 - (C_3 + C_8)/2 = 1,7300 \\ D_4 - (C_2 + C_4)/2 = 1,7271 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Differenz: } 0,0035 \\ \text{Differenz: } 0,0029 \end{array} \end{aligned}$$

Man sieht aus den angegebenen Differenzen, daß die Oberkanten der Platten nicht ganz genau parallel C sind, sondern eine kleine Neigung haben. Ferner ist die Kante von P_1 , wie aus der Ungleichheit der Differenzen hervorgeht, ein wenig konkav. Endlich weisen die Mitten beider Kanten eine Höhendifferenz von nicht ganz $1/1000$ cm auf; das ist aber, da die Platten selbst (vgl. w. u.) eine Höhe von etwa 1,5 cm haben, ein Fehler von bloß $2/3$ Promille bez. des „elektrischen Feldintegrals“ (vgl. w. u. p. 544 u. ff.).

Für die Feldberechnung kommt nur die Lage der Kantenmitte in Betracht, also:

$$D - C = (1,7292 + 1,7300)/2 = 1,7296 .$$

Die Höhe der Platten längs der Mittellinie wurde bei Platte P_1 direkt gemessen; bei P_2 mußte wegen des Befestigungswinkels in gleichen Abständen links und rechts von der Mitte gemessen und das Mittel genommen werden. Es ergab sich:

$$\begin{aligned} \text{Für } P_1: & h_1 = 1,4835 \\ \text{„ } P_2: & h_2 = (1,4845 + 1,4836)/2 = 1,4840 . \end{aligned}$$

$$\text{Also im Mittel: } h = (h_1 + h_2)/2 = 1,4838 .$$