

## Глава 11

# ДАННЫЕ О СЖИМАЕМОСТИ ВЕЩЕСТВА ЗЕМЛИ

Связь между модулем сжатия  $k$  и плотностью  $\rho$ , выраженная соотношением (7.15), показывает, что данные, связанные с  $k$ , имеют непосредственное отношение к определению изменения плотности в Земле. Это уже было проиллюстрировано использованием информации о  $\phi$ , т.е.  $k/\rho$ , полученной из сейсмических данных при помощи (10.7), для оценки градиентов плотности в ряде областей Земли. В настоящей главе используется некоторое количество дополнительных данных, теоретических и экспериментальных, связанных с величиной  $k$ .

Часть наиболее важных данных первоначально была получена при изучении на моделях типа А характера изменения  $k$  в зависимости от давления  $p$ . Это привело к основанной на эксперименте пробной гипотезе, касающейся поведения сжимаемости в Земле в зависимости от давления, меняющегося в широком диапазоне. Последующие теоретические и экспериментальные исследования укрепили основные положения гипотезы и позволили численно оценить достоверность отдельных ее сторон, в результате чего были осуществлены более точные определения  $k$ ,  $\rho$  и жесткости  $\mu$  в различных частях Земли.

Один из имеющих важные последствия выводов, в которых эта гипотеза играла главную роль (разд. 11.7), состоит в том, что внутреннее ядро Земли твердое (в смысле, определенном в разд. 7.7).

Подробные данные относительно  $k$  позволяют продвинуться значительно дальше в исследовании (см. § 10.8.4) степени неоднородности отдельных областей Земли. Результаты этого исследования не только обеспечивают дополнительную информацию о том, допустимо или нет применение (10.7) для определения градиентов  $d\rho/dz$ , но и, кроме того, дают прямые оценки  $d\rho/dz$  в некоторых заметно неоднородных областях.

В настоящей главе наряду с  $k$ - $p$ -гипотезой рассматриваются и используются там, где это оправданно, данные о  $k$  из других ис-

точников, включая работы Берча [6, 7] по применению теории конечных деформаций и лабораторные исследования. В обзор включены модели типа Б, которые в значительной степени основаны на  $k$ - $p$ -гипотезе.

Глава касается в основном тех областей, которые расположены достаточно глубоко от поверхности Земли и для которых, следовательно, правомерна гипотеза о гидростатическом равновесии. Поэтому мы будем предполагать, что соотношение (10.4) имеет силу.

В случаях, когда необходимо различать адиабатический и изотермический модули сжатия, мы будем обозначать адиабатический модуль  $k$ , а изотермический модуль  $k'$  — точно так же, как в § 7.9.5.

### 11.1. СЖАТИЕ ВЕЩЕСТВА В ЗЕМЛЕ

Представление о величине сжатия среды  $f$  (как определено в § 7.8.2) иногда бывает нужным, и поэтому прежде, чем приступать к основным рассуждениям относительно  $k$ , приведем некоторые результаты для  $f$ .

Логарифмируя и затем дифференцируя (7.28), имеем

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{3 df}{1 + 2f}. \quad (11.1)$$

Исходя из теории конечных деформаций Мурнагана, Берч вывел (§ 7.9.7) соотношение (7.49), связывающее  $p$  и  $f$  и справедливое для однородных сред (это понятие определено в § 10.1.4). Используя (7.49), имеем

$$\frac{dp}{p} = \left( \frac{1}{f} + \frac{5}{1 + 2f} \right) df. \quad (11.2)$$

Маловероятно, чтобы поправки, которые могут понадобиться для (7.49), были важны для целей этой главы, ибо здесь требуется только грубое первое приближение. В данном разделе можно считать допустимым, что изменения  $p$ ,  $\rho$  и  $f$  происходят адиабатически. Поэтому мы можем также написать (§ 7.5.1)

$$\frac{d\rho}{d\rho} = \frac{\rho}{k}. \quad (11.3)$$

[Строго говоря, формула Берча (7.49) выведена для изотермических условий. Детальное изложение в §§ 11.2.4 и 11.2.5 показывает, как можно было бы учесть в случае необходимости отклонения от

адиабатических условий при использовании (11.2) и (11.3).] \* Из (11.1), (11.2) и (11.3) вытекает [28]

$$f = \frac{P}{3k - 7p} . \quad (11.4)$$

Хотя соотношение (11.4) получено для однородного материала, тем не менее его можно применять в точках  $P$  внутренних областей Земли, где химический состав непрерывно изменяется. Это объясняется тем, что  $dp$ ,  $dp$  и  $df$  в (11.1) – (11.3) необязательно относить к изменениям, зависящим от глубины  $z$ , отсчитываемой от поверхности Земли, – их можно, кроме того, относить к изменениям, связанным с  $p$ , тем самым удовлетворяя условию неизменности химического состава вещества в точке  $P$ .

Однако вопрос о возможных фазовых переходах, возникающих при изменениях  $p$ , может быть источником осложнений при применении (11.4). Представим себе образец материала при нулевом давлении с тем же самым составом, что и в точке  $P$ , и предположим, что давление растет (адиабатически) до величины  $p$ . Тогда (11.4) дает ту часть полного сжатия, которая не связана с фазовыми переходами. Если значительная часть полного изменения плотности, вызванного ростом давления от нуля, обусловлена фазовыми переходами, тогда (11.4) сильно занижает найденное полное сжатие. Следовательно, значения  $f$ , полученные с помощью (11.4) для точек  $P$  внутри Земли, следует рассматривать как минимальные значения. Предполагается, что в мантии Земли потребуется только небольшое увеличение значений  $f$ , полученных по (11.4), если будет обнаружено наличие фазовых переходов. Однако если бы переходная зона между мантией и ядром была в основном связана с фазовым переходом (см. § 17.2.3), то получаемые по (11.4) значения  $f$  для ядра были бы заметно занижены.

С помощью (11.4) были формально получены [28] значения  $f$  для шести различных моделей Земли, в том числе для двух моделей типа А. Результаты вычислений показали, что, по-видимому, значения  $f$  (как минимумы) для моделей типа А достоверны: для мантии – в пределах 0,003, для ядра – в пределах 0,02. Оценки минимальных значений  $f$  в Земле, предпочитаемые автором, приведены в табл. 11.1.

Берч [7] еще раньше получил распределение  $f$  только в мантии, но при помощи более сложного метода – с использованием приближе-

\*Формула (7.49) справедлива и для адиабатических условий, если в ней заменить  $k_0$  на  $k_0$ , а при выводе исходить не из свободной энергии, а из внутренней. – Прим. ред.

Таблица 11.1

Предпочтительные оценки сжатия  $f$  в Земле  
(без учета возможных фазовых переходов)

Глубина, км	$f$	Глубина, км	$f$
200	0,018	2200	0,103
400	0,029	2600	0,120
600	0,034	2900	0,132
800	0,041	3200	0,16
1000	0,050	3600	0,17
1400	0,070	4400	0,19
1800	0,087	6371	0,19

ний, в которых, как теперь известно, нет необходимости. Этот метод неприменим в ядре. Полученные Берчем значения  $f$  также минимальные, так как они найдены без учета фазовых переходов. Для мантии результаты Берча близки к результатам автора этой книги, полученным им для исходной модели А, и в этом отношении они могут служить полезным контролем достоверности (11.4).

Настоятельно необходимо учитывать влияние фазовых переходов при решении смежных вопросов. Многие авторы, используя приведение плотностей к нормальным условиям, в своих рассуждениях недостаточно (или вовсе не) учитывали неизвестные фазовые переходы в процессе снятия давления. В частности, таким способом получили ложную поддержку некоторые геохимические теории внутреннего строения не только Земли, но и других планет.

## 11.2. ИЗМЕНЕНИЕ $k$ В ОДНОРОДНЫХ ОБЛАСТЯХ ЗЕМЛИ

Плотность  $\rho$  и модуль сжатия  $k$  на глубине  $z$  в Земле вообще зависят от переменных  $p$ ,  $t$ ,  $n_i$  и  $q_i$ , введенных в § 10.1.1. В последующих разделах обозначение  $d\rho/dp$  следует трактовать (в отличие от интерпретации в третьем абзаце разд. 11.1) как  $(d\rho/dz)/(dp/dz)$ ; подобным же образом  $dk/dp \equiv (dk/dz)/(dp/dz)$ . Другие символы определяются так же, как в параграфах разд. 10.1.

§§ 11.2.1 – 11.2.7 в основном посвящены выводу выражений для  $dk/dp$ . Во всех этих параграфах (за исключением мест, где оговаривается иное) предполагается однородность, как она определена в § 10.1.4, т.е.  $n_i$  и  $q_i$  считаются постоянными в рассматриваемых областях.

### § 11.2.1. ФОРМУЛА ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА НЕ УЧИТЫВАЮТСЯ ОТКЛОНЕНИЯ ОТ АДИАБАТИЧЕСКОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Беря  $\varphi = \alpha^2 - 4\beta^2/3$  (§ 10.1.2), где  $\alpha$  и  $\beta$  — соответственно скорости волн  $P$  и  $S$ , имеем

$$\varphi = k/\rho, \quad (11.5)$$

$$\frac{dk}{d\rho} = \varphi \frac{d\rho}{d\rho} + \rho \frac{d\varphi}{d\rho}. \quad (11.6)$$

Если пренебречь превышением  $\theta$  градиента  $d\tau/dz$  над адиабатическим температурным градиентом (§ 10.1.3), то (11.3) и (11.5) дают

$$\frac{d\rho}{d\rho} = \frac{1}{\varphi}. \quad (11.7)$$

Тогда из (11.6) и (10.4) следует [18]

$$\frac{dk}{d\rho} = 1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz}. \quad (11.8)$$

Формула (11.8) оказалась очень полезной. [Но см. также § 11.5.2, где дано сильное обобщение (11.8).] Формула (11.8) дает возможность оценить  $dk/d\rho$  в однородных областях Земли, если имеются значения  $d\varphi/dz$  и  $g$ ; кроме того, она обеспечивает проверку однородности, если есть независимая информация о  $dk/d\rho$ . Иллюстрации даны в §§ 11.2.2 и 11.2.3.

### § 11.2.2. ПРИЛОЖЕНИЕ К ЗОНЕ $D$

Как видно из описаний в § 10.3.4 и 10.8.4, зона  $D'$ , по-видимому, довольно однородна. В нижней части зоны  $D'$   $d\varphi/dz \approx 20 \text{ м/с}^2$  и  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ , так что (11.8) здесь дает  $dk/d\rho \approx 3,0$  [17, 18]. Это находится в согласии с результатами § 10.7.2 для модели типа А.

Формула (11.8) сыграла также большую роль в дискуссии [18] о том, что зону  $D'$  ( $2700 < z < 2900 \text{ км}$ ) следует рассматривать (см. § 10.3.4) отдельно от  $D'$ . В распределениях скоростей и Джеффриса и Гутенберга (§ 9.6.2)  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$  в зоне  $D''$  уменьшаются быстро и непрерывно почти до нуля. При  $d\varphi/dz \approx 0$  формальное применение (11.8) дало бы в таком случае  $dk/d\rho \approx 1$ , в то время как существует веское доказательство (§§ 11.2.6, 11.4.4), что в этой части Земли  $dk/d\rho \approx 3$ . Исходя из этого, распределения скоростей Джеффриса и Гутенберга повлекли бы за собой значительные отклонения

от (11.8) в зоне  $D''$  и, следовательно, свидетельствовали бы об ее неоднородности. При учете (11.6) и (10.4) предположения  $d\varphi/dz = 0$  и  $dk/d\rho = 3$  формально дают  $d\rho/dz = 3 g\rho/\varphi$ , т.е. в три раза больший градиент плотности, чем для случая (10.7) чистого сжатия; вследствие этого приращение плотности в зоне  $D''$  увеличилось бы с 0,1 до 0,3 г/см<sup>3</sup> [18].

Пересмотр значений  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$  мог бы повлиять на эту оценку приращения плотности в зоне  $D''$ . Достаточно хорошо установлено, что как  $d\alpha/dz$ , так и  $d\beta/dz$  быстро уменьшаются при переходе от  $D'$  к  $D''$ . Но если хотя бы один из градиентов  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$  значительно отличался от нуля в зоне  $D''$ , то  $d\varphi/dz$ , т.е.  $d(\alpha^2 - 4\beta^2/3)/dz$ , не обязательно было бы равно нулю. В частности, если бы уменьшение  $d\beta/dz$  в достаточной степени превысило уменьшение  $d\alpha/dz$ , то значение  $d\varphi/dz$  в зоне  $D''$  могло бы остаться равным его значению в нижней части  $D'$ . В этом случае в зоне  $D''$  (11.8) было бы совместимо с  $dk/d\rho \approx 3$  и зона  $D''$  рассматривалась бы как однородная; тогда вместо аномального увеличения плотности в  $D''$  имело бы место ярко выраженное уменьшение жесткости. Клири [43] предположил (§ 12.4.4), что это, может быть, так и есть. Самые последние исследования благоприятствуют гипотезе неоднородности  $D''$ , но, может быть, имеется также и некоторое уменьшение жесткости в этой области.

В зоне  $D$  скорости сейсмических волн  $\alpha$  и  $\beta$  и их градиенты, по-видимому, изменяются (в целом) непрерывно с глубиной  $z$ , и, по-видимому, то же самое относится, в частности, к химическим и физическим свойствам в зоне  $D''$ . Поэтому толщина  $D''$  определяется не очень точно и приписываемая ее верхней границе в настоящее время глубина 2700 км только условна.

Рассмотрение условий в  $D''$  иллюстрирует чувствительность соотношения (11.8) к вопросам нормального поведения  $d\varphi/dz$ , однородности и значений  $dk/d\rho$  (см. также § 11.5.2). Однако можно произвести более точную проверку на однородность. Мы рассмотрим ее подробно в разд. 11.5, используя обобщение (11.8).

### § 11.2.3. ПРИМЕНЕНИЕ К ЗОНЕ $E$

В зоне  $E$  можно пренебречь величиной  $\mu/k$ , так что здесь  $d\varphi/dz \approx d\alpha^2/dz$ . В первом приближении поведение  $d\alpha/dz$  в зоне  $E$  нормально, поэтому зону  $E$  можно рассматривать как приблизительно однородную и применять к ней (11.8). При значениях  $\alpha$  Джеффриса и Гутенберга из соотношения (11.8) следует, что  $dk/d\rho$  изменя-

ется в зоне  $E$  от значения 2,8 у кровли до 3,5 у подошвы. (Во втором приближении — см. разд. 12.2 — допускается возможность того, что зона  $E$  умеренно неоднородна.)

Разница 0,2 между значениями  $dk/dp$  для нижней части  $D'$  и кровли  $E$  меньше, чем неопределенности величины  $g^{-1}d\varphi/dz$ , и, следовательно, отличие этой разницы от нуля незначимо.

#### § 11.2.4. ПОПРАВКА ЗА ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГРАДИЕНТ

Используя обозначения §§ 10.1.1 — 10.1.3 и применяя соотношения (10.1, 4, 6, 11), мы получаем, что в однородной области  $d\rho/dz = P + S$ ;  $d\rho/dz = g\rho$ ;  $P = g\rho/\varphi$ ;  $S = -\gamma\varphi\theta$ . Эти соотношения дают

$$\frac{d\rho}{d\rho} = \frac{1}{\varphi} (1 - \gamma\varphi\theta g^{-1}). \quad (11.9)$$

Отсюда, используя (11.6) и (10.13), имеем

$$\frac{dk}{d\rho} = 1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} - \omega. \quad (11.10)$$

Здесь  $\omega = \gamma\varphi\theta g^{-1} = \lambda c \theta g^{-1} = -S/P$  — температурная поправка, а  $\lambda$  — параметр Грюнайзена (§ 10.1.3). На практике при определении  $dk/d\rho$  численные оценки  $\omega$  используются только в нижней мантии и в ядре, где в основном применяются (11.8) и (11.10). Оценки  $\omega$  получаются непосредственно из данных § 10.8.2.

У подошвы  $D'$   $g^{-1}d\varphi/dz \approx 2$  и  $\omega = 0,04$ . На основе этих результатов температурная поправка для  $dk/d\rho$ , получаемого с помощью (11.8), меньше 2%. Поправка в  $D'$  самое большое может достигать 3%. Эти поправки ничтожно малы, они не больше, чем неопределенности в  $g^{-1}d\varphi/dz$ .

Обычно (11.8) и (11.10) не применяются в  $D''$ , так как в этой области возможна значительная неоднородность. Предполагается, что значение  $\omega$  в  $D''$  примерно такое же, как в нижней части  $D'$ .

Изложенное в § 10.8.2 показывает, что пока целесообразно пренебрегать в ядре температурной поправкой к  $dk/d\rho$ .

#### § 11.2.5. ГРАДИЕНТЫ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО И АДИАБАТИЧЕСКОГО МОДУЛЕЙ СЖАТИЯ

Для некоторых целей необходимо оценить различие между градиентами функции модуль сжатия — давление при адиабатических и изотермических изменениях, применяя теорию несжимаемости

к недрам Земли\*. С помощью (7.42) и (10.12) получаем

$$k - k' = \tau k'^2 \gamma^2 / \rho c \approx \tau \gamma \lambda k'. \quad (11.11)$$

Из (10.4), (10.8) и (10.10) имеем

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial \rho} \right)_p \left( \frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_p \frac{ds}{d\rho} = \frac{\theta}{g\rho}. \quad (11.12)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{dk}{d\rho} &= \left( \frac{\partial k}{\partial \rho} \right)_s + \left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)_p \frac{ds}{d\rho} = \\ &= \left( \frac{\partial k}{\partial \rho} \right)_s + \frac{\theta}{g\rho} \left( \frac{\partial k}{\partial \tau} \right)_p. \end{aligned} \quad (11.13)$$

Используя (11.5), приводим (11.10) к виду:

$$1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} = \left( \frac{\partial k}{\partial \rho} \right)_s + \gamma \varphi \theta g^{-1} \left\{ 1 + \frac{1}{(\gamma k)} \left( \frac{\partial k}{\partial \tau} \right)_p \right\}. \quad (11.14)$$

При помощи (11.11) и (11.14) Берч [7, p. 237] получил

$$1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} = \left( \frac{\partial k'}{\partial \rho} \right)_\tau + \tau \gamma \lambda A + (\tau \gamma \lambda)^2 B + \gamma \varphi \theta g^{-1} C, \quad (11.15)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  — некоторые безразмерные функции аргументов  $k'$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ ,  $\lambda$ ,  $c$  и  $\gamma$ . Исходя из экспериментальных данных, он нашел, что  $A \approx -5$  и  $C \approx -2$ . Член, содержащий  $B$ , не учитывался, т.к.  $\tau \gamma \lambda$  мало (порядка 0,05 — об этом см. ниже), а  $B$  оценивается величиной того же порядка, что  $A$  и  $C$ . Таким образом, (11.15) принимает вид

$$\left( \frac{\partial k'}{\partial \rho} \right)_\tau \approx 1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} + 5 \tau \gamma \lambda + 2 \gamma \varphi \theta g^{-1}. \quad (11.16)$$

Обозначив

$$\delta = \frac{dk}{d\rho} - \left( \frac{\partial k'}{\partial \rho} \right)_\tau, \quad (11.17)$$

\* В термин "теория несжимаемости" автор, видимо, вкладывает двойный смысл: это зависимость модуля сжатия от давления и выводы из его гипотезы, согласно которой модуль сжатия является универсальной (не зависящей от химического состава) функцией давления для глубин, больших 1000 км. — Прим. ред.



мы имеем из (11.10) и (11.16)

$$\delta = -5 \tau \gamma \lambda - 3 \gamma \varphi \theta g^{-1}. \quad (11.18)$$

Из § 10.8.2 совместно с данными по  $\varphi$ , полученными из табл. 9.1 (§ 9.6.2), получается  $\gamma \varphi g^{-1} \approx 0,14$  км/град и  $\gamma \lambda \approx 2,2 \cdot 10^{-5}$  град $^{-1}$  вблизи кровли и  $\gamma \varphi g^{-1} \approx 0,09$  км/град и  $\gamma \lambda \approx 0,7 \cdot 10^{-5}$  град $^{-1}$  вблизи подошвы зоны  $D$ . Полагая  $\tau$  (для целей пробного вычисления) равным  $2500^\circ$  у кровли и  $4000^\circ$  у подошвы, при  $\theta = 0,5$  град/км получаем для  $\delta$  в зоне  $D$  соответственно значения  $-0,5$  и  $-0,3$ . Самая большая неопределенность  $\delta$  связана с  $\tau$  и  $\theta$ , но, по-видимому,  $|\delta|$  незначительно превышает значение  $0,3$  вблизи подошвы мантии; в мантии  $|\delta|$  могло бы достигнуть самое большое примерно  $0,7$ . Подобные вычисления для ядра показывают, что здесь, вероятно,  $|\delta| < 0,3$  [ $< 0,1$ , если воспользоваться результатами Хиггинса и Кеннеди (§ 10.8.2), — члены, стоящие справа в (11.18), в этом случае имели бы противоположные знаки].

Поскольку в проведенном выше рассмотрении используются уравнения (11.7), (11.8) и (11.10), то, строго говоря, полученные результаты применимы только к однородным областям Земли. Но внутри Земли  $k$  изменяется довольно медленно с изменением химического состава (см. ниже), и поэтому  $\delta$ , по-видимому, не нуждается ни в каких серьезных поправках за неоднородность.

### § 11.2.6. ПРИБЛИЖЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Используя свою теорию, которая была им создана на основе теории конечных деформаций Мурнагана, Берч попытался оценить  $dk/d\rho$  для однородных областей Земли с помощью методики, в которой основную роль играет формула (§ 7.9.7):

$$\left( \frac{\partial k'}{\partial \rho} \right)_\tau = \frac{12 + 49 f}{3 + 21 f}. \quad (11.19)$$

Формула (11.19), относящаяся к изотермическим условиям, дает  $(\partial k'/\partial \rho)_\tau$ , равное 4 при нулевом сжатии и монотонно уменьшающееся при увеличении  $f$ . В мантии и в ядре, где  $f$  устойчиво растет с увеличением  $z$  (разд. 11.1), соотношение (11.19) приводит к устойчиво уменьшающемуся  $(\partial k'/\partial \rho)_\tau$ . Значения  $f$  из табл. 11.1 и соотношение (11.19) дали бы значения  $(\partial k'/\partial \rho)_\tau$ , уменьшающиеся в зоне  $D$  от 3,6 до 3,2, а в ядре — примерно от 3,2 до 3,0. [Сам Берч применял (11.19) только в мантии.] Чтобы получить адиабатический гради-

ент  $dk/dp$ , эти значения следует немного уменьшить. Если использовать данные § 11.2.4, то теория Берча привела бы к  $dk/dp \approx 3,0 \div 2,8$  для большей части недр Земли глубже 1000 км. Если бы поправки к  $f$ , вызванные фазовыми переходами (разд. 11.1), были существенны, они только слегка уменьшили бы  $dk/dp$ .

При исследовании однородности и других физических и химических свойств отдельных областей Земли Берч часто пользовался соотношением (11.19) вместе с (11.8) и такими термодинамическими обобщениями, как (11.15). При этом он учитывал и результаты лабораторных исследований на горных породах.

В зонах  $D'$  и  $E$  оценки, сделанные на основе (11.19), достаточно хорошо согласовались с более ранними оценками, полученными для моделей типа А (§ 10.7.2) и, следовательно, также с оценками (§§ 11.2.2, 11.2.3), сделанными на основе (11.8) по данным о  $d\varphi/dz$ . Таким образом, теория конечных деформаций подтвердила, что предположение об однородности этих областей является по крайней мере удовлетворительным первым приближением.

Соответствие  $dk/dp$  особенно хорошо вблизи границы мантия — ядро, где методика Берча дает  $dk/dp \approx 2,9$ . Методика автора этой книги дала  $dk/dp \approx 3,0$  на глубине 2700 км и 2,8 у кровли ядра, и, согласно  $k$ - $p$ -гипотезе (разд. 11.4),  $dk/dp$  в зоне  $D''$  не должно сильно отличаться от этих значений. Если бы удалось подтвердить, что в зоне  $D''$   $dk/dp \approx 3$ , то это повлияло бы и на некоторые другие применения теории сжимаемости к Земле; один такой пример уже приводился в § 11.2.2.

Выше зоны  $D$  соотношение (11.19) применимо, но со значительной большей неопределенностью (§ 15.1.1); в частности, оно дает некоторое подтверждение хорошо обоснованному теперь выводу, что зона  $C$  существенно неоднородна.

В ядре Берч детально не применял (11.19), предпочитая использовать (11.8). Некоторые данные свидетельствуют о том (разд. 11.4.5 и 15.1.1), что, может быть, нужны значительные поправки к (11.19) для нижнего ядра.

Для целей настоящей главы важно, в какой степени теория конечных деформаций Берча подтверждает общие выводы относительно  $k$  и  $dk/dp$  в Земле, полученные иным путем, особенно вблизи границы мантия — ядро. Более того, в §§ 11.5.1 и 11.5.2 мы увидим, что, даже если для какой-нибудь зоны у нас имеются только грубые оценки  $dk/dp$ , существует независимый мощный способ проверить, насколько ее состав отличается от однородного.

§ 11.2.7. МОДЕЛИ С ПОСТОЯННЫМ  $dk/d\rho$ 

Из результатов, полученных при помощи модели А (§ 7.2), следует, что в большей части Земли  $dk/d\rho$  изменяется медленно с изменением  $\rho$  (см. также § 11.2.6 и разд. 11.4). Таким образом, для некоторых целей удобно рассматривать упрощенные модели (при рассмотрении ограниченных или протяженных областей Земли или других планет), в которых  $dk/d\rho$  принимается постоянным.

Величина  $dk/d\rho$  в модели Лежандра – Лапласа (§ 6.4.2) постоянна и равна 2. Результаты, полученные на модели А, показали, что для Земли это значение слишком мало.

Для модели Земли, в которой  $dk/d\rho = 3$ , уравнение Эмдена (6.19) принимает вид

$$\frac{d}{dr} \left\{ r^2 \rho \frac{d\rho}{dr} \right\} = -Ar^2\rho. \quad (11.20)$$

Это уравнение можно решить с помощью построенных Эмденем таблиц или в наше время с помощью ЭВМ. [Кстати, предположение  $dk/d\rho = 3$  дает  $k \sim \rho^3$  (§ 6.4.2), и, следовательно,  $\alpha \sim \rho$  для области, находящейся в жидком состоянии. Берч считал, что при оценке  $\rho$  в ядре эти простые пропорциональные зависимости могут оказаться полезными. Таким образом, на самом деле описанная методика все же позволяет получить полезное приближение для распределений  $\rho$  и  $k$  во внешнем ядре, но применение (10.7), даже без поправок, дает лучшие результаты.]

11.3. ДАЛЬНЕЙШИЕ СЛЕДСТВИЯ ТЕОРИИ  
КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Чтобы облегчить сопоставления, которые нам предстоит сделать в разд. 11.4, опишем теперь (§§ 11.3.1 – 11.3.5) получение некоторых других формальных результатов [29], которые следуют из теории конечных деформаций Берча. Эти результаты, конечно, подвержены тем же ошибкам, которые могут быть в теории Берча.

Здесь мы будем пренебрегать различием между адиабатическим и изотермическим модулями сжатия, так как в тех случаях, которые нас интересуют, оно оказывает влияние второго порядка малости. Это соображение позволяет записать соотношения Берча (7.49) и (7.52) в виде

$$\rho = 3 K f(1 + 2f)^{1/2}, \quad (11.21)$$

$$k = K(1 + 2f)^{1/2} (1 + 7f), \quad (11.22)$$

где  $K$  — модуль сжатия при нулевой деформации, т.е. при  $f = p = 0$ . Конечно, когда  $p$  увеличивается,  $f$  и  $k$  для данного материала устойчиво возрастают.

### § 11.3.1. ИЗМЕНЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ МОДУЛЕЙ СЖАТИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Пусть индексы 1 и 2 относятся к двум материалам, отличающимся химическим составом; тогда при одном и том же давлении они имеют сжатия  $f_1$  и  $f_2$ . В этом случае (11.21) и (11.22) дают

$$K_1 f_1 (1 + 2f_1)^{1/2} = K_2 f_2 (1 + 2f_2)^{1/2}, \quad (11.23)$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{7 + f_2^{-1}}{7 + f_1^{-1}}. \quad (11.24)$$

Удобно ввести обозначение  $x$ , определяемое соотношением

$$x = \frac{K_2/K_1 - k_2/k_1}{K_2/K_1 - 1}. \quad (11.25)$$

В табл. 11.2 [29] приведены значения  $f_2$ ,  $k_2/k_1$ ,  $x$  и  $(k_2 - k_1)/p$ , вычисленные при помощи (11.21) — (11.25) для ряда заданных значений  $f_1$  и  $K_2/K_1$ .

Таблица 11.2

Значения различных величин, полученные на основе теории конечных деформаций Берча и соответствующие заданным значениям  $K_2/K_1$  и  $f_1$

$f_1 \backslash K_2/K_1$	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
	$f_2$					
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,05	0,050	0,043	0,038	0,034	0,030	0,028
0,14	0,140	0,124	0,112	0,102	0,094	0,087
0,20	0,200	0,179	0,163	0,150	0,139	0,130
	$k_2/k_1$					
0,00	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
0,05	1,00	1,12	1,24	1,36	1,48	1,60
0,14	1,00	1,06	1,13	1,19	1,25	1,31
0,20	1,00	1,05	1,09	1,14	1,18	1,22

Продолжение табл. 11.2

$f_1 \backslash K_2/K_1$	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
	$x$					
0,00	(0,00)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,14	0,67	0,67	0,68	0,69	0,69	0,69
0,20	0,76	0,76	0,77	0,77	0,77	0,78
	$(k_2 - k_1)/p$					
0,05	0,00	1,09	2,15	3,22	4,29	5,36
0,14	0,00	0,30	0,60	0,89	1,17	1,45
0,20	0,00	0,19	0,37	0,55	0,73	0,90

Значения  $f_1 = 0,14$  и  $0,20$  в табл. 11.2 приблизительно соответствуют (см. табл. 11.1) условиям на границе мантия – ядро и в центре Земли. Таким образом, если только изменение сжатия из-за фазовых переходов незначительно, заданные значения  $f_1$  в табл. 11.2 охватывают весь нужный нам в недрах Земли диапазон. Диапазон значений  $K_2/K_1$  в табл. 11.2, по-видимому, также более чем достаточен для исследования недр Земли. При рассмотрении основных выводов, вытекающих из этой таблицы, мы не будем учитывать небольшие изменения химического состава, которые могут иметь место в зоне  $D''$ .

### § 11.3.2. УПРОЩЕНИЕ

С помощью (11.21) и (11.24) можно вывести [29, p. 298], что при  $K_2/K_1 \rightarrow 1$

$$1 - x \rightarrow (1 + 2 f_1)/(1 + 7 f_1)^2. \quad (11.26)$$

Интересной особенностью табл. 11.2 является то, что для каждого из приведенных в ней значений  $f_1$  отношение  $x$  остается приблизительно постоянным, когда  $K_2/K_1$  меняется от 1,0 до 2,0. Эта особенность позволяет предположить, что для  $K_2/K_1 \gg 1$  выражения, стоящие в (11.26) по разные стороны от стрелки, приблизительно равны. Отсюда, учитывая (11.25), имеем

$$k_2/k_1 = 1 + (K_2/K_1 - 1)(1 + 2 f_1)(1 + 7 f_1)^{-2}. \quad (11.27)$$

Более детальный аналитический разбор, проведенный в той же работе [29, р. 300], показал, что на самом деле соотношение (11.27) выполняется очень точно для  $0 \leq f_1 \leq 0,27$  и  $1,0 \leq K_2/K_1 \leq 2,0$  и, следовательно, для всех тех значений  $f_1$ ,  $f_2$  и  $K_2/K_1$ , которые могут нас интересовать при изучении земных недр.

Отношение  $K_2/K_1$  — показатель различия химического состава двух материалов. Если  $K_2/K_1$  задано, то из (11.27) просто и без сложных алгебраических выкладок, необходимых при применении (11.21) — (11.24), можно найти изменение  $k_2/k_1$  в зависимости от  $f_1$ . Тогда (11.21) дает изменение  $k_2/k_1$  в зависимости от  $p$ .

### § 11.3.3. СТРЕМЛЕНИЕ К ЕДИНИЦЕ ОТНОШЕНИЯ МОДУЛЕЙ СЖАТИЯ

Интересный для последующего рассмотрения результат состоит в том, что  $|k_2/k_1 - 1|$  устойчиво и неограниченно уменьшается с увеличением  $p$ . Это легко найти, если продифференцировать (11.24) и применить (11.21). [Результат очевиден, если воспользоваться (11.27), и имеет смысл в тех пределах, в каких справедливо само (11.27).] Таким образом, из теории Берча следует, что с увеличением давления модули сжатия различных материалов стремятся к выравниванию. Впервые это соображение было высказано Берчем [7] в ходе единственного пробного вычисления, которое приблизительно соответствует значению  $k_2/k_1 = 1,25$  из табл. 11.2 при  $K_2/K_1 = 1,80$  и  $f_1 = 0,14$ .

Табл. 11.2 довольно подробно демонстрирует это стремление к единице. Например, когда  $p$  возрастает от нуля до значения, соответствующего границе мантия — ядро (где  $f_1 = 0,14$ ), для всех значений  $K_2/K_1$  в таблице избыток  $k_2/k_1$  над единицей уменьшается более чем на  $2/3$ .

### § 11.3.4. ФОРМАЛЬНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ОКРЕСТНОСТИ ГРАНИЦЫ МАНТИЯ — ЯДРО

Пусть теперь индексы 1 и 2 обозначают величины, относящиеся соответственно к подошве мантии и кровле ядра. Пусть  $\Delta k = k_2 - k_1$  — скачок  $k$  при переходе от мантии к ядру.

Для  $K_2/K_1 = 1,00; 1,20; 1,40$  и  $f_1 = 0,14$  из табл. 11.2 следует  $\Delta k/k_1 = 0; +0,06; +0,13$  соответственно. Предположим, что вещество у подошвы мантии по химическому составу подобно веществу зоны В. Тогда из табл. 10.2 (§ 10.7.2) получается  $K_1 \approx 1,15 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>

(поправки к табл. 10.2 не сильно повлияют на эту оценку  $K_1$ ). Также предположим, что вещество вблизи кровли ядра состоит из железа с  $K_2 \approx 1,6 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Тогда  $K_2/K_1 \approx 1,4$ , и табл. 11.2 дает  $\Delta k/k_1 \approx +0,13$ .

Изменение химического состава вещества в зоне  $C$  могло бы несколько увеличить предыдущую оценку  $K_1$ , в то время как доказательство [21, 58] того факта, что средний атомный номер вещества внешнего ядра несколько меньше, чем у чистого железа, слегка уменьшило бы оценку  $K_2$ . Но если считать, что нижняя мантия и внешнее ядро состоят в основном из ультраосновных пород (или вещества эквивалентного суммарного химического состава) и железа, то не представляется возможным понизить оценку  $K_2/K_1$  ниже 1,2.

Исходя из этого предположения, мы находим из табл. 11.2, что теория конечных деформаций Берча требует, чтобы  $\Delta k/k_1$  было равно по меньшей мере +0,06 и, возможно, доходило бы до +0,13. Это следствие теории Берча помогает проверять другие приближения (см. § 11.4.1).

### § 11.3.5. ФОРМАЛЬНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ГЛУБИНАМ ЯДРА

Пусть индексы 1 и 2 теперь относятся соответственно к веществу у подошвы внешнего ядра и у кровли внутреннего (здесь не рассматриваются никакие переходные слои между внутренним и внешним ядром). В настоящее время наиболее широко распространены теории (но см. также § 17.2.4), по которым изменения химического состава при переходе от внешнего ядра к внутреннему сравнительно слабы, — например, от сплава, состоящего в основном из железа и вещества несколько меньшей плотности, к довольно чистому железу с никелем. Вытекающее отсюда превышение  $K_2/K_1$  над единицей было бы тогда весьма мало, — по-видимому, заметно меньше чем 0,2. Поскольку в нижнем ядре  $f_1 \geq 0,19$ , то из табл. 11.2 тогда получилось бы  $(k_2 - k_1)/k_1$  заметно меньше 0,05. Самое большое изменение химического состава по любой теории, которая не совсем уж неправдоподобна, дало бы  $K_2/K_1 \approx 1,4$ , что соответствует изменению от модифицированной формы ультраосновной породы внешнего ядра к железо-никелю внутреннего ядра; в таком случае табл. 11.2 дает  $(k_2 - k_1)/k_1 < 0,09$ .

Таким образом, из теории конечных деформаций Берча можно установить довольно жесткую верхнюю границу для резких изменений  $k$  в ядре. Хотя, как мы увидим позднее, теорию Берча нельзя считать полностью достоверной, остается маловероятным, чтобы лю-

бые необходимые поправки заметно повлияли на этот конкретный результат (см. также [44, p. 324]).

#### 11.4. ГИПОТЕЗА СЖИМАЕМОСТЬ – ДАВЛЕНИЕ

Вычисления, связанные с исходной моделью А, позволили заметить [17] замечательную особенность в поведении модуля  $k$  в окрестности границы  $N$ , разделяющей мантию и ядро. В то время как на границе  $N$  задавались большие скачки плотности  $\rho$  (от 5 – 6 до 9 – 10 г/см<sup>3</sup>) и жесткости  $\mu$  [(3,0 – 0,0) · 10<sup>11</sup> Н/м<sup>2</sup>], соответствующие изменения и  $k$ , и  $dk/d\rho$  были так малы, что оказались в пределах ошибок вычислений. Эта особенность проявляется в таблице результатов для модели А'' (§ 10.7.2).

Вычисления, проведенные на основе исходной модели А, дали  $k = 6,5 \cdot 10^{11}$  и  $6,2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> для подошвы мантии и кровли ядра соответственно, откуда (в обозначениях § 11.3.4)  $\Delta k/k_1 = -0,05$ . Для модели А''  $\Delta k/k_1 = +0,02$ . Для всех остальных моделей, которые позднее были построены на основе методики автора этой книги (см. гл. 12 – 14), значения  $\Delta k/k_1$  лежат между  $-0,05$  и  $+0,02$ .

Как видно из § 11.2.3, вычисления, выполненные с моделью А, кроме того, дали приблизительно непрерывное  $dk/d\rho$  в окрестности  $N$ .

Более того, результаты лабораторных исследований (например, [13]) при доступных в то время давлениях до 10<sup>10</sup> Н/м<sup>2</sup> продемонстрировали стремление  $k$  и  $dk/d\rho$  к выравниванию при увеличении  $\rho$  для широкого класса веществ.

Все эти данные привели к формулировке [17, 18] гипотезы "модуль сжатия – давление" ( $k$ - $p$ -гипотезы), смысл которой состоит в том, что в нижней мантии (глубже 1000 км) и в ядре Земли независимо от изменений химического состава, которые могут иметь место в этих областях,  $k$  изменяется непрерывно и плавно с изменением давления  $p$ . Следовательно,  $k$ - $p$ -гипотеза относится к давлениям, лежащим примерно в диапазоне  $0,4 \cdot 10^{11} \leq p \leq 4,0 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. [В первоначальном варианте гипотезы [17] рассматривалась возможность, что при давлениях порядка 10<sup>11</sup> Н/м<sup>2</sup>  $k$  в широких пределах не зависит от химического состава. Однако работа Фейнмана и др. [48] показала, что гипотеза в такой формулировке является слишком широкой (см. [22, p. 83]), и тогда действие гипотезы было ограничено веществами, преобладающими в Земле при указанных давлениях.]

$k$ - $p$ -гипотеза, первоначально задуманная как пробная, которую следует проверять дополнительными данными, вскоре получила (см. ниже) значительную поддержку (в ее ограниченной форме). С ее по-



мощью были получены приближения для условий, близких к условиям в Земле при давлениях более  $0,4 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Наибольшая польза *k-p*-гипотезы состоит в том, что она по существу обеспечивает дополнительные условия (см., например, [24]) для значений  $\rho$ ,  $k$  и  $\mu$  в Земле; в некотором смысле она с успехом дополняет более прямые данные сейсмологических наблюдений.

*k-p*-гипотеза была применена при оценке изменения плотности в некоторых зонах, где соотношение (10.7) непригодно и где, как, например, во внутреннем ядре, неоставало прямых сейсмических данных о скоростях волн *S* (по крайней мере до недавнего времени – см. § 12.6.2).

Данные, касающиеся степени пригодности *k-p*-гипотезы, рассматриваются ниже:  $k$  – в §§ 11.4.1 – 11.4.3 и  $dk/d\rho$  – в §§ 11.4.4 и 11.4.5.

#### § 11.4.1. ДАННЫЕ, КАСАЮЩИЕСЯ $k$ НА ГРАНИЦЕ МАНТИЯ – ЯДРО

Как методика получения модели А, так и теория конечных деформаций Берча дают довольно мало согласующиеся (положительные или отрицательные) скачки  $\Delta k/k_1$  на границе *N* (разд. 11.3.4, 11.4). Значение, получающееся на основе теории Берча, значительно больше, чем получаемое по методике построения модели А. Поскольку из теории Берча был сделан ряд многообещающих выводов, желательнее тщательно и по возможности подробнее исследовать ее связь с *k-p*-гипотезой вместе с другими имеющимися данными.

Если бы удалось разрешить противоречие между максимальным значением  $+0,02$ , указанным автором этой книги для  $\Delta k/k_1$  (это значение он получил при расчетах на моделях типа А), и минимальным значением  $+0,06$  (§ 11.3.4), вытекающим из теории Берча, то это явилось бы хорошей проверкой того, какая из гипотез верна.

При анализе [30, 40] влияния допустимых поправок к моделям типа А учитывались пересмотренная оценка момента инерции *I* Земли, неопределенности в зоне *D''*, степени неопределенности в оцениваемых значениях  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\rho$  (особенно в верхней мантии и нижнем ядре), влияние принятого среднего значения толщины коры и радиуса ядра. Этот анализ показал, что маловероятно, чтобы  $\Delta k/k_1$  лежало далеко за пределами интервала  $(-0,01; +0,02)$ . [Пересмотренное значение *I* (разд. 5.7) потребовало увеличить оценку  $\Delta k/k_1$ , полученную на модели А, со значения  $-0,05$  до  $-0,01$ ; неопределенности в  $\Delta k/k_1$ , возникающие от других упомянутых источников, влияют меньше.] Можно было прийти к значению  $+0,06$ , но только предполо-

жив маловероятную и достаточно крайнюю ситуацию, когда все ошибки, влияющие на  $\Delta k/k_1$ , действуют в одном и том же направлении. Следовательно, теория Берча, по-видимому, завышает значение  $\Delta k/k_1$ , и данные, полученные на моделях типа А, кажутся предпочтительнее при оценке  $k$ - $p$ -гипотезы.

В результате анализа было попутно найдено, что те обстоятельства, которые приводят к  $\Delta k/k_1 = +0,06$ , потребовали бы уменьшить средний градиент плотности в зоне  $D'$  примерно на 20% по сравнению с тем, который получается по (10.7), т.е. потребовали бы, чтобы показатель  $\eta$  (§ 11.5.2) был равен приблизительно 0,8. Это также привело бы к тому, что средний наадиабатический температурный градиент в зоне  $D'$  был бы равен по крайней мере 1,3 град/км (больше, если бы зона  $D'$  содержала любые неоднородности). Такой температурный градиент скорее лежит вне тех границ, которым отдают предпочтение для зоны  $D'$ , но эту возможность следует упомянуть.

Кроме того, необходимо отметить, что при применении теории Берча (как это сделано выше) предполагалось, что нижняя мантия состоит главным образом из вещества, эквивалентного по химическому составу, ультраосновной породе а внешнее ядро — из сплава железа. Если бы внешнее ядро состояло в основном из соответствующей высокому давлению модификации вещества, слагающего нижнюю мантию (см. § 17.2.3), то оценка  $\Delta k/k_1$ , сделанная на основе теории Берча, могла бы существенно уменьшиться. Трудности с  $\Delta k/k_1$  можно было бы также заметно уменьшить исходя из теории  $\text{Fe}_2\text{O}$  (§ 17.2.4).

Однако вероятность того, что теория Берча относительно  $k$  нуждается в некотором изменении, была также доказана при попытке применить ее уравнение (11.22) к веществу мантии Земли вблизи ее нижней границы  $N$ . Если взять  $K = 1,15 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$  и  $f = 0,138$  (такими должны быть по Берчу значения этих величин на  $N$ ), то это дало бы  $k = 4,2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , что составляет только 2/3 от фактического значения  $k$  на  $N$  (см. табл. 10.2). Наоборот, если на  $N$  взять  $k = 6,5 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$  и  $f = 0,138$ , это дало бы  $K = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , которое слишком велико для любой правдоподобной теории. С другой стороны, если принять  $K = 1,15$  и  $k = 6,5 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , то это дало бы  $f = 0,20$  вблизи  $N$  — результат, который потребовал бы значительно больших фазовых переходов, чем те, которые можно предположить в мантии. Исходя из этих аргументов (11.22) кажется несовместимым с условиями на границе  $N$ .

Также интересны некоторые результаты изменения  $k$  в зависимости от  $Z$ , где  $Z$  — средний атомный номер вещества. [Для хими-

ческих смесей  $Z$  – взвешенное среднее атомных номеров составляющих элементов [55]. Для магнезиального ортосиликата, железа и никеля  $Z \approx 10, 26$  и  $28$  соответственно.] Эльзассер [46] попытался получить данные относительно изменения  $\rho$  и  $\rho/k$  в зависимости от  $\rho$  и  $Z$  при давлениях порядка  $10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, интерполируя между результатами лабораторных исследований при давлениях  $10^{10}$  Н/м<sup>2</sup> и теоретическими результатами Фейнмана [48], относящимися к давлениям более  $10^{12}$  Н/м<sup>2</sup>. Оказалось, что результаты интерполяции серьезно не согласуются с хорошо установленными данными, полученными при вычислениях на модели А. Автор этой книги основательно пересмотрел [21] результаты интерполяции Эльзассера, с тем чтобы добиться их согласования с данными своих вычислений. (Хотя Эльзассер сразу принял эту ревизию, множество других авторов продолжало использовать его первоначальные результаты и получать совершенно неправильные выводы.) Пересмотр Буллена уменьшил неопределенности интерполяции, но они до сих пор еще значительны, особенно для  $10^{11} < p < 10^{12}$  Н/м<sup>2</sup>, в основном из-за того, что пока не имеется удовлетворительных данных о фазовых переходах при давлениях  $10^{11} < p < 10^{13}$  Н/м<sup>2</sup>. В предположении  $10 \leq Z \leq 28$  пересмотренная методика интерполяции дала  $\Delta k/k_1 \approx 0,010 \Delta Z$ , где  $\Delta Z$  – скачок  $Z$  на границе  $N$ . Если предположить, что в зоне  $D$   $Z = 12$ , а во внешнем ядре  $Z = 23$  [21, 54], то формальное вычисление ведет к значению  $\Delta k/k_1$ , близкому к тому, что дает теория Берча. Но неопределенности вычислений не позволяют придавать этому результату больший вес, чем результатам Берча.

Из сказанного выше вытекают следующие важные результаты. Рассмотрение моделей Земли показывает, что  $\Delta k/k_1$ , по-видимому, незначительно превышает значение  $+0,02$ . Анализ не определяет точно нижнюю границу  $\Delta k/k_1$ , но теория Берча и теория с  $Z$  (несмотря на их ограничения) делают крайне маловероятным то, что  $\Delta k/k_1$  может иметь большое отрицательное значение. Поэтому в настоящее время все имеющиеся данные благоприятствуют предположению о непрерывном или почти непрерывном  $k$  при переходе через границу  $N$ .

#### § 11.4.2. ВЫВОДЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ $k$ В ЯДРЕ

Возможность любых резких изменений  $k$  в ядре, по-видимому, допустима лишь для небольшого диапазона глубин между внешним и собственно внутренним ядром. Вычисления, проделанные в § 11.3.3 и 11.3.5, показывают, что для этой части Земли из-за большего давления и сжатия из теории Берча вытекает меньший, чем на грани-

це  $N$ , скачок  $k$ : оценка соответствующего значения колеблется от нуля до крайнего верхнего предела 0,09, который зависит от того, насколько значительным предполагается изменение химического состава вещества между внутренним и внешним ядром. Теория с  $Z$  [21] дает подобные результаты: для скачков  $Z$  в 5 и 10 единиц она дает  $\Delta k/k$ , соответственно 0,04 и 0,08.

Возможно, что, как и для границы  $N$ , обе эти теории дают завышенные значения скачков  $k$  в ядре. Но в любом случае важно отметить, что указанные верхние пределы скачков весьма малы.

Из приведенного рассмотрения далее следует: любой скачок  $\rho$  в области между внешним и внутренним ядром (гл. 12) заметно меньше, чем скачок на  $N$ .

Следовательно, поскольку  $k$ , скорее всего, почти непрерывно во всей мантии и на границе  $N$ , было бы удивительно, если бы где-нибудь в ядре его изменение сильно отличалось от непрерывного.

#### § 11.4.3. ДАЛЬНЕЙШИЕ ДАННЫЕ О СТЕПЕНИ ЗАВИСИМОСТИ $k$ ОТ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

Степень зависимости  $k$  от химического состава изучали другие исследователи, в том числе Такеучи и Канамори [67], Боски и Капуто [12] и Кук [44]; Боски и Капуто подтвердили значения  $k$ , полученные примерно для 20 металлов Альтшулером и др. [3] и Маккуином и Маршем [59] в экспериментах с ударными волнами. Для этих металлов при давлениях, достигающих  $4 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, были указаны значительные изменения  $k$  с изменением  $Z$ . Это подтвердило, что область применимости  $k$ - $p$ -гипотезы необходимо ограничить материалами, которые преобладают в глубоких недрах Земли. В то же время значения  $k$ , определенные различными авторами для одного и того же вещества при одном и том же давлении, существенно расходятся (иногда на 20 – 30%). Таким образом, нельзя считать, что эти эксперименты точно определяют изменения  $k$  в зависимости от  $Z$  при давлениях, имеющихся в ядре.

Кук [44] собрал данные, из которых получаются приблизительно одинаковые значения  $k$  (лежащие в пределах 3% от  $6,5 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>) при давлениях, соответствующих границе  $N$ , для веществ, встречающихся в Земле, – таких, как окись железа (FeO), стишовит (SiO<sub>2</sub>), окись алюминия (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) и окись магнезия (MgO). Но он считал, что значения  $k$  могут различаться, если  $p > 1,4 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Это расхождение основывалось на экстраполяции, при которой были сделаны некоторые предположения. Подробное рассмотрение того, как стре-

мится к единице отношение модулей сжатия (§ 11.3.3) и как  $k$  зависит от  $Z$  (§ 11.4.1), показывает, что трудно переносить эти предположенные экстраполяции на весь диапазон давлений, характерных для ядра. В то же время данные Кука, по-видимому, все-таки подтверждают необходимость соблюдать некоторую осторожность, применяя теорию Берча в ядре. Однако, даже если взять самую благоприятную интерпретацию результатов Кука, вывод § 11.4.2 о том, что любой скачок  $k$  на границе внутреннего ядра невелик, останется незадетым. (Между прочим некоторые из утверждений Кука требуют исправления. Например, он утверждает, что  $k$ - $p$ -гипотеза непосредственно применима к Луне и, возможно, к Марсу, но не к другим планетам. Здесь оставлен без внимания тот факт, что  $k$ - $p$ -гипотеза всегда ограничивалась давлениями, большими, чем  $0,4 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, а поэтому очевидно, что она неприменима к Луне и Марсу. Кроме того, гипотеза с должной осторожностью применима к Венере [37]. Уравнения состояния для планет рассматриваются в гл. 17).

#### § 11.4.4. ДАННЫЕ О $dk/dp$ НА ГРАНИЦЕ МАНТИЯ — ЯДРО

У подошвы мантии, где  $f = 0,14$ , теория конечных деформаций Берча дает  $dk/dp \approx 2,9$  (§ 11.2.6).

Рассмотрим теперь самое большое правдоподобное изменение  $dk/dp$  на границе  $N$ , которое соответствует теории Берча. Пусть  $\Delta f/f_1$  — соответствующий скачок  $f$  на границе  $N$ . Тогда из (11.4) следует

$$\frac{\Delta f}{f_1} \approx - \frac{3 \Delta k}{3k_1 - 7p_1}. \quad (11.28)$$

Здесь  $p_1$  обозначает давление на границе  $N$ . Подстановка  $k_1 \approx 6,5 \cdot 10^{11}$  и  $p_1 = 1,36 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> (см. табл. 10.2) в (11.28) приводит к  $\Delta f/f_1 \approx -2,0 \cdot \Delta k/k_1$ , откуда  $|\Delta f| \leq 0,26 f_1$ , если взять  $|\Delta k|/k_1 \leq 0,13$  (см. §§ 11.3.4, 11.4.1). Тогда, предполагая, что справедливо (11.19), и обозначая  $(\partial k'/\partial p)_T$  через  $X$ , получаем

$$\frac{3 |\Delta X|}{X_1} = \frac{35 |\Delta f|}{(12 + 49 f_1)(1 + 7 f_1)} \leq \frac{9,1 f_1}{(12 + 49 f_1)(1 + 7 f_1)}.$$

Последнее выражение имеет максимум, приблизительно равный 0,03 (при  $f_1 = 0,19$ ), так что  $|\Delta X|/X_1 < 0,012$ . Таким образом, на основании теории Берча изменение  $(\partial k'/\partial p)_T$  при переходе от мантии к ядру должно составить самое большее 1%. Подробное рассмотре-

ние  $\delta$  в § 11.2.5 показывает, что соответствующее изменение  $dk/d\rho$  должно быть того же самого порядка. Таким образом, теория дает приблизительно непрерывное  $dk/d\rho$  на границе  $N$ .

Хотя теория Берча в отношении  $\Delta k$ , вероятно, нуждается в некотором исправлении (§ 11.4.1), всякое исправление  $\Delta (dk/d\rho)$ , по-видимому, должно быть соответственно много меньше, так как  $dk/d\rho$  изменяется с изменением  $\rho$  гораздо медленнее, чем  $k$ .

Как уже говорилось, данные, полученные на моделях типа  $A$ , независимо показывают, что  $\Delta (dk/d\rho)$  на  $N$  мало, возможно, равно нулю. Кроме того, оценки  $dk/d\rho$  на  $N$ , полученные на основании различных теорий, согласуются довольно хорошо; поэтому утверждение о квазинепрерывности  $dk/d\rho$  можно считать весьма точным.

#### § 11.4.5. ДАННЫЕ О $dk/d\rho$ В ЯДРЕ

Используя значения  $f$  из табл. 11.1 и применяя поправку  $\delta$  из § 11.2.5, мы можем получить на основе формулы Берча (11.19), что  $dk/d\rho$  очень медленно уменьшается от значения 2,9 у кровли ядра до 2,8 в центре. Следовательно, эта формула совместима с приближительной непрерывностью  $dk/d\rho$  в ядре. Если бы из-за фазовых переходов значения  $f$  в табл. 11.1 пришлось увеличить,  $dk/d\rho$  не испытало бы значительного изменения: с  $f = 0,3$  (довольно крайнее значение) (11.17) – (11.19) дают  $dk/d\rho \approx 2,7$ .

Полученная с помощью (11.8) оценка  $dk/d\rho = 2,8$  у кровли ядра в первом приближении (§ 11.2.3) хорошо согласуется со значением 2,9, соответствующим (11.19). Оценку 2,8, возможно, пришлось бы увеличить, но не более чем на 0,3, если бы подтвердилось предположение о слабой неоднородности зоны  $E$  (разд. 12.2); но согласие все же оставалось бы довольно хорошим.

Ниже кровли ядра с увеличением  $z$  превышение оценок  $dk/d\rho$ , полученных на основе (11.8) [или лучше с помощью обобщенного соотношения (11.36)], над оценками, выводимыми на основе теории Берча, становится все большим. Если принять распределение Джеффриса или Гутенберга для  $\alpha$ , то (11.8) для  $z = 3600 \div 4500$  км дает  $dk/d\rho \approx 3,5$  вместо 2,9 по Берчу.

Данное расхождение, по-видимому, можно уменьшить, допустив другие значения  $\alpha$  (разд. 12.2). Теоретически к этому же ведет предположение (для данного случая) большего значения  $g$  во внешнем ядре. Это лучше всего видно из уравнения (11.36) (§ 11.5.2), которое показывает, что для заданных  $d\varphi/dz$  и  $\eta$  получаемое по (11.36) значение  $dk/d\rho$  можно формально уменьшить, если увеличить зна-

чение, принимаемое для  $g$ . Пусть  $m$  и  $\sigma$  — масса и средняя плотность в пределах расстояния  $r$  от центра Земли; тогда  $g = Gm/r^2 = 4\pi Gr\sigma/3$ . Поэтому увеличение  $g$  влечет за собой увеличение  $\sigma$  и, следовательно, большую допустимую плотность в нижнем ядре. Однако для полного устранения расхождения таким путем потребовалась бы заметно большая плотность в центре  $\rho_0$ , чем допускают предельные значения (разд. 12.5), включая собственную оценку Берча для  $\rho_0$ , полученную по ударным волнам. Следует отметить, что расхождение увеличилось бы, а не уменьшилось, если допустить любую неоднородность на глубинах 3600 — 4500 км, так как при увеличении  $\eta$  в (11.36) значение  $dk/dr$  увеличивается.

Следовательно, теория Берча, по-видимому, дает слишком малое значение  $dk/dr$  во внешнем ядре (примерно на 25%). Независимые оценки Дэвиса и Андерсона [45] и Кука [44] (при многочисленных сделанных допущениях), по-видимому, подтверждают этот вывод (см. также разд. 12.2 и § 15.1.1).

В нижнем ядре трудно с удовлетворительной точностью оценить  $dk/dr$ , если не прибегать к помощи самой  $k$ - $p$ -гипотезы. Ошибки значений, получаемых по теории Берча, вполне могут превышать 25%. Неопределенности, связанные с использованием (11.8), здесь также становятся довольно заметными из-за неопределенностей как в распределении  $\alpha$ , так и в возможном протяжении неоднородности.

Используя независимые данные из экспериментов с ударными волнами (§ 12.5.3), Берч [8, 9] получил кривые, по которым для железа при  $p \approx 3 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> получается  $dk/dr \approx 6$ ; здесь  $dk/dr$  относится к ударной адиабате Гюгонио (§ 12.5.3). Если данные были проинтерпретированы правильно (что остается спорным), этот результат можно было бы применить для нахождения  $dk/dr$  в нижнем ядре, если бы существовали надежные способы для выведения адиабатического  $k$ - $p$ -градиента из адиабаты Гюгонио. Исследования Аренса, Андерсона и Рингвуда [1] и Дэвиса и Андерсона [45] указывают на значение, близкое к 4. Это, по-видимому, согласуется с простой экстраполяцией от внешнего ядра вниз на основе  $k$ - $p$ -гипотезы. См. также [66].

Дальнейшее рассмотрение теории Берча включено в разд. 15.1. См. также [35].

#### § 11.4.6. ДАЛЬНЕЙШАЯ ПРОВЕРКА $k$ - $p$ -ГИПОТЕЗЫ

Как будет показано ниже,  $k$ - $p$ -гипотеза приводит к некоторым важным формальным следствиям, самое существенное из которых состоит в том, что внутреннее ядро Земли твердое (разд. 11.7). Изу-

чая независимые данные, относящиеся к этим следствиям, можно проверить степень достоверности гипотезы.

Ранкорн [63] предложил обоснование для  $k$ - $p$ -гипотезы весьма фундаментальными положениями, касающимися плотнейшей упаковки ионов в глубинах мантии и ядра и отсутствия сильной зависимости сил отталкивания между ионами от химического состава.

### 11.5. ТЕОРИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Большая часть формальной теории, изложенной в предшествующих разделах, относится главным образом к однородным областям Земли. Но теперь даже в первом приближении некоторые области нельзя рассматривать как однородные. Теперь уже достигнута такая стадия исследований, на которой нужна более общая теория даже в том случае, когда предположение об однородности все же дает полезное первое приближение. Опишем здесь некоторые шаги в этом направлении.

Сделаем упрощающее предположение, что средний атомный номер  $Z$  является (для наших целей) достаточным показателем химического состава. Будем считать, что в какой-нибудь одной области  $Z$  изменяется непрерывно с глубиной  $z$ . За исключением тех мест, где делаются оговорки, мы не будем учитывать члены, содержащие  $\theta$ , считая их малыми по сравнению с главными эффектами неоднородности, которые мы будем здесь исследовать. Поэтому теперь независимыми переменными будут только  $p$  и  $Z$ . В приложениях к недрам Земли обе эти переменные — функции  $z$ .

Обозначение дифференциалов здесь будет соответствовать методике разд. 11.2. Таким образом, если  $\chi$  — произвольная функция  $z$ ,  $d\chi/dp$  будет означать  $(d\chi/dz)/(dp/dz)$ . Обозначения  $\partial\chi/\partial p$  и  $\partial\chi/\partial Z$  будут соответственно относиться к изменениям при постоянном составе и постепенном давлении; все частные производные по другим переменным, например  $\partial\rho/\partial k$ , будут относиться к изменениям при постоянном давлении.

Соотношения (11.5) и —(11.6) из § 11.2.1 остаются справедливыми, но левую сторону (11.7) теперь надо заменить на  $\partial\rho/\partial p$ . Таким образом, мы теперь имеем

$$\frac{\partial\rho}{\partial p} = \varphi^{-1} = \frac{\rho}{k}, \quad (11.29)$$

$$dk = \varphi dp + \rho d\varphi. \quad (11.30)$$



Согласно (11.29) и (11.30),

$$\frac{\partial k}{\partial \rho} = 1 + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} . \quad (11.31)$$

Мы продолжаем использовать соотношение элементарной гидростатической теории:

$$d\rho = g\rho dz . \quad (11.32)$$

#### § 11.5.1. УЛУЧШЕННОЕ СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ

Из (11.29), (11.30) и (11.32) имеем

$$\frac{dk}{d\rho} = \frac{\varphi}{g\rho} \frac{d\rho}{dz} + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} . \quad (11.33)$$

Отсюда [23]

$$\frac{d\rho}{dz} = \left( \frac{dk}{d\rho} - g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} \right) \frac{g\rho}{\varphi} . \quad (11.34)$$

При помощи (11.8) уравнение (11.34) сводится к уравнению Вильямсона – Адамса (10.7) для однородной области. В тех случаях, когда о  $dk/d\rho$  имелась только скудная информация, было целесообразно, по крайней мере для пробных целей, при оценке  $d\rho/dz$  допускать однородность в любой области Земли и делать поправки, когда возникли противоречия, как в случае с зоной *C* (разд. 10.5). Как было показано выше, предположение об однородности продолжает давать в некоторых областях полезные приближения для  $d\rho/dz$ . Однако теперь рост информации о  $dk/d\rho$  достиг такой стадии, на которой уравнение Вильямсона – Адамса фактически вытеснено из употребления соотношением (11.34) и соответствующей теорией. Даже если (10.7) дает полезное первое приближение, важно иметь способ находить, как сильно коэффициент  $g\rho/\varphi$  в (11.34) отличается от единицы. Иногда (см., например, разд. 14.7) этот коэффициент можно оценить независимо от знания  $dk/d\rho$ . В последующих разделах мы исследуем ряд свойств соотношения (11.34).

#### § 11.5.2. ПОКАЗАТЕЛЬ $\eta$

Удобно записать (11.34) в форме

$$\frac{d\rho}{dz} = \eta g\rho/\varphi , \quad (11.35)$$

где

$$\eta = \frac{dk}{dp} - g^{-1} \frac{d\phi}{dz} . \quad (11.36)$$

Легко вывести, что

$$\eta = \frac{k}{\rho} \frac{d\rho}{dp} = \frac{d\rho}{dp} / \frac{\partial\rho}{\partial p} , \quad (11.37)$$

$$\eta - 1 = \left( \frac{\partial\rho}{\partial Z} / \frac{\partial\rho}{\partial p} \right) \frac{dZ}{dp} . \quad (11.38)$$

Для частного случая однородной среды  $\eta = 1$ . Тогда (11.35) сводится к уравнению Вильямсона – Адамса:

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\rho g}{\phi} , \quad (11.39)$$

(11.36) сводится к (11.8) и (11.37) дает  $k = \rho dp/d\rho$ .

Вообще вклад в  $d\rho/dz$ , обусловленный изменением химического состава, т.е.  $(\partial\rho/\partial Z) dZ/dz$ , положителен. Отсюда из (11.38) следует, что в общем случае  $\eta \geq 1$ . (Однако в областях, где  $\theta$  значительно,  $\eta$  может быть меньше единицы и даже отрицательным. См. последующие главы.)

Грубое пробное вычисление показывает, что  $\eta$  весьма чувствительно к изменениям химического состава (см. также § 11.2.2). Представим себе гипотетическое непрерывное изменение химического состава в области  $R$ , имеющей толщину 100 км, которое вызвало бы увеличение  $\rho$  на  $1 \text{ г/см}^3$  в дополнение к увеличению, вызванному возрастанием давления. Это дает  $(\partial\rho/\partial Z) dZ/dz \approx 10^{-7} \text{ г/см}^4$ . В области  $R$  внутри зоны  $D$ , мы получаем с помощью табл. 10.2 (§ 10.7.2)  $(\partial\rho/\partial p) dp/dz \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ г/см}^4$ . Тогда, согласно (11.38),  $\eta$  в области  $R$  было бы порядка 20. Эта чувствительность делает  $\eta$  важным показателем отклонений от однородного химического состава в Земле.

Показатель  $\eta$  особенно полезен на практике, так как, согласно соотношению (11.36), он зависит только от  $dk/dp$ ,  $g$  и  $d\phi/dz$ ; для большей части Земли все эти величины можно численно оценить в полезных для практики пределах. Численные данные относительно  $dk/dp$  рассматривались в разд. 11.2 и 11.4 (см. также § 11.5.4). Для  $g$  пригодны оценки, получаемые на моделях Земли (см., например, § 10.7.2). При рассмотрении  $g$  для широкого набора моделей Земли найдено, что эти оценки для наших целей имеют более чем достаточную точность. Величина  $d\phi/dz$  оценивается с помощью (10.3) из опре-

деленных по сейсмическим наблюдениям  $\alpha$  и  $\beta$ . В основном из-за того, что теперь доступны данные относительно  $\eta$ , соотношение (10.7) следует считать ненужным.

Поскольку уравнение Эмдена (6.19) включает в себя уравнение Вильямсона – Адамса, то оно также ненужно. Взяв (11.35) и (11.37) вместо (6.14), (6.15), мы получаем

$$\frac{d}{dr} \left\{ r^2 k \rho^{-2} \eta^{-1} \frac{d\rho}{dr} \right\} = -4 \pi G r^2 \rho \quad (11.40)$$

как обобщение (6.17). Полагая  $dk/d\rho = n$ , где  $n$  – константа (как в разд. 6.4.2), и используя (11.37), находим  $dk/k = n' d\rho/\rho$ , где  $n' = n/\eta$ . В большинстве областей Земли (главное исключение – зона C) в полезном первом приближении  $\eta$  можно рассматривать как константу. В этом случае  $k = C \rho^{n'}$ , и отсюда, как обобщение (6.19), получаем

$$\frac{d}{dr} \left\{ r^2 \rho^{n'-2} \frac{d\rho}{dr} \right\} = -A'^2 r^2 \rho, \quad (11.41)$$

где  $A' = \sqrt{4 \pi G \eta / C}$ . Однако в (11.41) мы имеем уравнение Эмдена, поэтому с известной осторожностью все же можно использовать свойства уравнения Эмдена для оценки соотношений плотность – глубина даже в тех случаях, когда отклонения от уравнения Вильямсона – Адамса значительны [36]. Но замена  $n$  и  $A$  в (6.19) на  $n'$  и  $A'$  может иметь существенный численный эффект. Следует заметить, что в (11.41), как и в (6.19), подразумевается линейная зависимость  $k$  от  $\rho$ : там, где имели бы место заметные отклонения от линейности, ни одно из этих уравнений не было бы достоверным.

### § 11.5.3. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ПОПРАВКА

В анализе, описанном в §§ 11.5 – 11.5.2, не учитываются отклонения от адиабатических температурных градиентов. В этом разделе мы будем рассматривать  $\rho$  и  $k$  как функции  $\theta$ ,  $\rho$  и  $Z$ . Повторяя вывод уравнений предыдущего раздела, но с учетом зависимости от  $\theta$ , найдем, что все соотношения (11.29) – (11.37) и (11.40) остаются в силе; при этом  $\partial/\partial\rho$  относится к адиабатическим изменениям при постоянном составе. В частности, важная формула (11.36) остается неизменной.

Но теперь  $\eta$  связано с  $\theta$  через  $dk/d\rho$ . Эту зависимость можно сделать явной следующим образом. Из теории, изложенной в §§ 10.1.1 и 10.1.3, имеем [27]

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\xi\rho}{\varphi} + \frac{\partial\rho}{dZ} \frac{dZ}{dz} - \gamma\rho\theta, \quad (11.42)$$

а отсюда в силу (11.35), (11.29) и (11.32)

$$\eta - 1 = \frac{\varphi}{g\rho} \frac{\partial\rho}{\partial Z} \frac{dZ}{dz} - \gamma\varphi\theta g^{-1} \quad (11.43)$$

$$= \left( \frac{\partial\rho}{\partial Z} / \frac{\partial\rho}{\partial p} \right) \frac{dZ}{dp} - \gamma\varphi\theta g^{-1}. \quad (11.44)$$

Для некоторых целей удобно иметь соответствующее соотношение для  $dk/dp$ , а именно

$$\frac{dk}{dp} = 1 + g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} + \varphi \frac{\partial\rho}{\partial Z} \frac{dZ}{dp} - \gamma\varphi\theta g^{-1}, \quad (11.45)$$

которое получается при использовании (11.36) и (11.43). Соотношение (11.38) теперь непригодно, и его следует заменить соотношением (11.44).

Ранее было указано (разд. 10.8.4), что в общем случае положительный наднадиабатический градиент и химическая неоднородность влияют на  $dp/dz$  в противоположных направлениях. Соотношение (11.43) выражает этот факт через показатель  $\eta$ , который теперь становится показателем комбинированного влияния на  $dp/dz$  неоднородности и наднадиабатического температурного градиента. Чтобы  $\eta = 1$ , т.е. чтобы было пригодно уравнение (11.39) Вильямсона – Адамса, либо не должно быть никаких отклонений от однородного химического состава, никаких фазовых переходов и никаких отклонений от адиабатического температурного градиента, либо должна иметь место такая случайная комбинация эффектов всех трех факторов, которая заставляет их аннулировать действие друг друга.

Для простоты изложения в приведенном выше обсуждении  $Z$  было введено в качестве единственной химической переменной. Основные результаты остаются без изменения, когда эта теория обобщается дальше путем введения вместо  $Z$  набора переменных, как это сделано в разд. 10.1. Подобным же образом можно учесть в этой теории также фазовые переходы. Все, что формально необходимо, это добавить в каждое уравнение, в котором  $Z$  фигурирует в явном виде, члены, аналогичные членам с  $Z$ . Явная поправка за фазовые переходы необходима только в тех случаях, когда хотят разделить эффекты изменения химического состава и фазовых переходов.

§ 11.5.4. ПОПРАВКА ЗА ИЗМЕНЕНИЕ  $k$  В ЗАВИСИМОСТИ  
ОТ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

Часто при использовании (11.36) на практике значения, подставляемые на место  $dk/d\rho$ , на самом деле есть  $\partial k/\partial\rho$ . В этом случае [например, когда используется соотношение Берча (11.19) и применяется поправка  $\delta$ ] зависимость  $k$  от химического состава не учитывается. Как описано в разд. 11.3 и 11.4, изменение  $k$  в зависимости от  $Z$  при постоянном давлении фактически довольно слабое для тех материалов и давлений, которые преобладают в нижней мантии и ядре Земли. Тем не менее желательно постараться оценить возможное влияние этой зависимости на вычисления, в которых участвует  $\eta$ . В §§ 11.5.4 и 11.5.5 мы не будем учитывать зависимость от  $\theta$ .

Пусть функция  $j$  определяется соотношением

$$f = \left[ \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial k} \right) - 1 \right]^{-1}. \quad (11.46)$$

Вообще при тех обстоятельствах, которые нас интересуют,  $\rho$  возрастает с  $Z$ , поэтому  $j$  может быть полезной мерой степени зависимости  $k$  от  $Z$ . Если бы  $k$  совсем не зависело от  $Z$ , то  $dk/d\rho$  и  $j$  были бы равны нулю.

Пусть  $\eta_0$  — значение, которое приобретает  $\eta$  при помощи (11.36) в том случае, когда зависимость  $k$  от химического состава не учитывается. Тем самым

$$\eta_0 = \frac{\partial k}{\partial\rho} - g^{-1} \frac{d\varphi}{dz} \quad (11.47)$$

и

$$\eta - \eta_0 = \frac{dk}{d\rho} - \frac{\partial k}{\partial\rho} = \frac{\partial k}{\partial Z} \frac{dZ}{d\rho}. \quad (11.48)$$

Тогда в силу (11.29) и (11.38)

$$\frac{\eta - 1}{\eta - \eta_0} = \frac{k}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial k}, \quad (11.49)$$

откуда, применяя (11.46), получаем

$$\eta - \eta_0 = j(\eta_0 - 1) \quad (11.50)$$

(см. [25]). Если имеются численные данные относительно  $j$ , то (11.50) можно использовать для оценки поправки  $(\eta - \eta_0)$ .

Точной теории для нахождения оценок  $\partial\rho/\partial k$  и  $j$  не имеется, поэтому можно дать только общее представление о поправке  $(\eta - \eta_0)$ . Для  $\rho = 3 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> путем интерполяции, упомянутой в § 11.4.1, было формально получено [21]  $\partial\rho/\partial Z \approx 0,3$  и  $\partial k/\partial Z \approx 8 \cdot 10^9$  (здесь  $\rho$  измерено в г/см<sup>3</sup>, а  $k$  — в  $10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>). Если взять из табл. 10.2 значения  $\rho$  и  $k$  для подошвы зоны  $E$ , то получится  $j \approx 0,3$ . Интерполяция сопряжена с довольно грубым упрощением зависимостей  $\rho$  и  $k$  от химического состава при давлениях, не превышающих  $10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Но возможно, что заметное отличие  $j$  от 0,3 в некоторых частях нижней мантии и ядра Земли обычно является результатом того, что  $\partial\rho/\partial k$  заметно больше, чем интерполяционное значение. Например, если изменения  $\rho$  на границе мантия — ядро искусственно трактовать (только для этих целей) как быстрые, но непрерывные, то  $j$  в этом случае было бы бесконечно мало.

Если предположить, что  $j = 0,3$ , то при  $\eta_0 = 1, 2, 3, 6, 11, 21, 31$  (11.50) формально дает  $\eta - \eta_0 = 0; 0,3; 0,6; 1,5; 3; 6; 9$ . Для больших значений  $\eta_0$   $\eta \rightarrow 1,3 \eta_0$ . В областях, состав которых лишь незначительно отклоняется от однородного, конечно, следует ожидать, что поправки  $(\eta - \eta_0)$  будут малы. Но там, где отклонения значительны, данные, касающиеся  $j$  (в той степени, в какой можно на них полагаться), показывают, что при использовании (11.36) поправки за изменение  $k$  с изменением состава могут повлечь за собой поправки  $\eta$  иногда на 30%. Однако неопределенность  $(\eta - \eta_0)$  меньше, чем общая неопределенность оценок  $d\rho/dz$  в несомненно неоднородных областях, и, следовательно, она не очень сильно влияет на применение (11.36).

### § 11.5.5. ОДНОРОДНОСТЬ И НОРМАЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ

Для целей применения лучевой теории поведение сейсмических скоростей  $\alpha$  и  $\beta$  в зависимости от глубины  $z$  грубо разделялось на нормальное и аномальное (разд. 9.3). Области нормального изменения, вероятно, должны быть приблизительно однородными (если не считать эффектов сверхадиабатических градиентов, которые здесь не учитываются). Связь между  $\eta$  и  $d\rho/dz$ , которую дает (11.36), и между  $\eta_0$  и  $d\rho/dz$ , которая выражена (11.47), позволяет несколько прояснить этот вопрос. Следует отметить, что здесь участвует изменение  $\varphi$ , т.е. комбинации  $\alpha^2 - 4\beta^2/3$ , а не отдельно  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$ , как в разд. 9.3.

Ограничим рассмотрение нижней мантией и ядром; существуют надежные данные (§ 11.4.4, 11.4.5), что в них  $\partial k/\partial\rho$  лежит пример-

но в интервале между 3 и 4. Подстановка (например)  $\partial k/\partial p = 3,4 \pm 0,6$  и  $\eta_0 = 1$  в (11.47) дает

$$\frac{d\varphi}{dz} = 2,4 g \pm 25\%. \quad (11.51)$$

Чтобы узнать, близка ли данная область к однородной, полезно проверить полученные из наблюдений изменения сейсмических скоростей с помощью (11.51). Действительно, можно считать, что соотношение (11.51) дает полезное определение нормального изменения  $\varphi$ . Такое определение неидентично с тем, которое дано в разд. 9.3, но, поскольку оба определения предназначены только для общих целей, формальная разница между ними не имеет большого значения.

Следует отметить, что в то время, как данные наблюдений об изменении  $\varphi$ , которые согласуются с (11.51), совместимы с приближительной однородностью, они являются индикатором квазиоднородности только в том случае, если  $(\eta - \eta_0)$  мало при  $\eta_0 \approx 1$ . Детальный анализ в § 11.5.4 показывает, что скорее всего так оно и есть в действительности, но сам этот анализ основан на предположении, что коэффициент  $j$  невелик. Если бы  $j$  было аномально большим, т.е. если бы  $(\rho/k) \partial k/\partial p$  было близко к единице на некотором интервале глубин, то там могла бы существовать значительная неоднородность несмотря на нормальное изменение  $\varphi$ . Для этого потребовалось бы необычное сочетание условий, и данная область существовала бы на очень ограниченном диапазоне глубин в Земле, но эту возможность нельзя полностью исключить. Таким образом, если в области имеет место нормальное изменение скорости, то это есть сильное, но не достаточное свидетельство квазиоднородности.

## 11.6. СТЕПЕНЬ НЕОДНОРОДНОСТИ В ОТДЕЛЬНЫХ ЗОНАХ ЗЕМЛИ

Рассмотрим теперь значения  $\eta$  для отдельных зон  $A - G$  (разд. 10.3) одновременно с вопросами химической однородности или неоднородности, фазовых переходов и температурного градиента.

### § 11.6.1. ЗОНА $A$

Зона  $A$  имеет слишком сложную структуру, и поэтому рассмотрение  $\eta$  не может добавить чего-либо полезного к информации, уже описанной в § 10.3.1.

## § 11.6.2. ЗОНА В

Кажущуюся нормальность значений  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$ , полученных Джеффрисом для зоны В (§ 10.3.2), первоначально считали [14, 15] свидетельством квазиоднородности и использовали при построении моделей типа А. Берч [7,8] привел два аргумента в поддержку квазиоднородности зоны В. Первый аргумент был основан на соотношении (11.8), на следствиях из теории конечных деформаций и данных лабораторных исследований порядка величины температурной поправки, фигурирующей в (11.16). Второй аргумент был связан с эмпирическим соотношением (10.14).

Однако с тех пор были обнаружены отклонения от нормального изменения градиентов скоростей в зоне В (§ 10.3.2 и см. также § 12.1.1). Указание Берча на квазиоднородность зоны В заставляет предположить, что эти отклонения, по крайней мере в самых верхних 200 км, в основном связаны с наадиабатическими градиентами. Согласно (11.43), это должно свидетельствовать о том, что в большей части зоны В  $\eta \ll 1$ . Этот вывод подтверждается независимыми данными, о которых речь будет идти в разд. 14.7. Пока невозможно точно оценить  $\eta$  в зоне В, пользуясь теорией, изложенной в предыдущих разделах. Главные причины этого состоят в том, что до сих пор для большинства глубин в этой части Земли оценки  $d\alpha/dz$ ,  $d\beta/dz$  и  $\theta$  довольно неопределенны, а сложности, вызванные горизонтальными изменениями скоростей, исключительно велики. Наилучшие оценки  $\eta$  в зоне В пока получены с помощью данных о свободных колебаниях Земли (гл. 14).

## § 11.6.3. ЗОНА С

Методика, использованная в § 10.7.1 для определения  $d\rho/dz$  в зоне С, не зависит от соотношений (11.35) и (11.39) и не требует никакой априорной оценки  $\eta$ . Последующее применение (11.35) дает значения  $\eta$ , устойчиво уменьшающиеся с глубиной. У кровли зоны С его значение несколько больше 2, а у подошвы оно приблизительно равно 1. Первое указание [14] на то, что зона С значительно неоднородна, было поддержано во всех последующих работах, включая работу Берча, в которой используются приближения, упомянутые в § 11.6.2. Не исключено, что (11.39) очень неточно для зоны С.

Следуя работе автора этой книги, Джеффрис [51] предположил, что 20°-ная граница может быть связана с переходом обычного оливина в модификацию, соответствующую высокому давлению, а Бернал



[5] в поддержку этой точки зрения привел данные о превращении германата магния. Рингвуд [61] продемонстрировал переход фаялита (ортосиликат железа) в структуру шпинели при давлении  $0,4 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> и температуре 600° С. Этот переход связан с увеличением плотности на 12%. Он также построил геохимические модели, совместимые с непрерывным фазовым переходом в зоне *C* (см. также [2].)

Берч [8] сомневался, достаточно ли двойной системы ( $Mg_2SiO_4 - Fe_2SiO_4$ ) для объяснения указанных изменений плотности в зоне *C*. Он высказал мысль, что требуется по крайней мере тройная система. В настоящее время многие пытаются получить тонкую структуру зоны *C* (и других областей в недрах Земли), основываясь на данных геохимии и результатах лабораторных исследований. Но тенденция исследователей, работающих в этой области, безапелляционно принимать или отвергать что-либо вместо вероятностного рассмотрения не позволяет приписать их выводам определенной степени точности. Тем не менее их работа свидетельствует в пользу общего утверждения, что неоднородность зоны *C*, вероятно, складывается из небольших по протяженности, но значительных изменений состава, так же как и фазового состояния вещества.

В § 10.3.2 и 10.3.3 (см. также § 12.1.2) упоминались данные, требующие некоторого пересмотра очертаний зон *B* и *C*, включая их подзоны. На распределение  $\eta$  этот пересмотр влияет незначительно.

#### § 11.6.4. ЗОНА *D*

При расчетах модели *A* зона *D* считалась квазиоднородной; такое рассмотрение получило общую поддержку в исследованиях Берча [7]. После подразделения зоны *D* на *D'* и *D''* (§ 11.2.2 – [17, 18]) зона *D'* стала единственной частью мантии, где изменение скоростей можно было бы считать приблизительно нормальным и где  $\eta \approx 1$ . В некоторых работах (например, [47]) указывалось на значительное отклонение от нормального изменения в нескольких узких интервалах глубин в зоне *D'*, но подтвердить это могло бы только более тонкое исследование градиентов  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$ . Радикально отличное предположение, что  $\eta \approx 0$  в большей части зоны *D'*, возникло в ходе работы Ландисмана, Сато и Нейфа [56] по свободным колебаниям Земли (§ 14.6.2). Остается возможность, что среднее значение  $\eta$  в зоне *D'* имеет порядок 0,8 (§ 11.4.1), но значение  $\eta < 0,8$  весьма маловероятно. При  $\eta = 0,8$  соотношение (11.39) может еще давать грубое первое приближение для  $d\rho/dz$ .

Значения  $\alpha$  и  $\beta$  как функции  $p$  для зоны  $D'$  нельзя получить простой экстраполяцией данных, относящихся к любой силикатной породе, встречающейся на поверхности Земли, но они могут быть совместимы с присутствием соответствующей высокому давлению модификации оливина или сходной с ним по составу породы в форме плотно упакованных оксидов магния, кремния и железа. Берч предположил, что в зоне  $D'$  также может слабо увеличиваться с глубиной содержание железа, но суммарное изменение средней атомной массы при этом должно составить только примерно 0,5.

Как отмечено в § 11.2.2, аномальность градиентов  $d\alpha/dz$  и  $d\beta/dz$  указывает на то, что либо зона  $D''$  существенно неоднородна, либо в ней происходит довольно быстрое уменьшение жесткости. Но на плотность это должно повлиять мало и повлечь за собой значение  $\eta \leq 3$ , и, следовательно, добавление к оценке плотности у подошвы  $D''$  самое большее 0,2 г/см<sup>3</sup>.

Берч предположил некоторое накопление свободного железа в зоне  $D''$ , чтобы объяснить возможное увеличение значения  $\eta$ . Другие, например Рингвуд [61], считали, что некоторое количество вещества, слагающего ядро, могло проникнуть через границу мантия — ядро благодаря диффузии. (Подробности см. в книге ["Б", § 13.9.2].)

### § 11.6.5. ЗОНА E

Как говорилось в § 11.2.3, зона  $E$ , собственно внешнее ядро, по-видимому, довольно однородна; возможно, что имеет место небольшая неоднородность, главным образом в самой верхней части (см. также § 12.2.1). Предпочитаемые в настоящее время оценки  $\eta$  в зоне  $E$  колеблются между 1 и 1,4 [32].

Используя таблицы  $(\rho, p)$  для моделей типа A и других соответствующих моделей, Буллен [21], Кнопов и Макдональд [54] и другие исследовали средний атомный номер  $Z$  для зоны  $E$ . Все оценки  $Z$  для зоны  $E$  по крайней мере на несколько единиц меньше, чем  $Z$  для железа (26) и никеля (28). Независимо от теории, основанной на использовании  $Z$ , опираясь на свою формулу (7.51) и на данные экспериментов с ударными волнами, Берч [8] вывел, что средняя плотность в зоне  $E$  примерно на 15% меньше плотности железа. Таким образом, оказалось довольно хорошо установленным, что внешнее ядро содержит значительное количество вещества, плотность которого меньше плотности железа. Большинство исследователей высказали предположение, что зона  $E$  сложена сплавом железа с такими элементами, как кремний [58, 62], углерод, сера и, возможно, даже

водород (см. [7]). Берч [10] нашел, что сплав кремния с железом, в котором по массе содержится 15% кремния, соответствует тем данным, на которые он опирался. Согласно другой точке зрения, зона *E* состоит в основном из фазовой модификации вещества нижней мантии (§ 17.2.3). Не так давно было высказано предположение, что зона *E* образована окислом железа  $Fe_2O_3$ , который неустойчив при давлениях, меньших чем те, что имеют место в ядре (§ 17.2.4). Попытки оценить состав зоны *E* зависят в основном от оценок  $\rho$ , найденных геофизическим путем, но сами они до сих пор не дали полезных сведений о распределении плотности в Земле.

### § 11.6.6. НИЖНЕЕ ЯДРО

Ранние распределения скорости  $\alpha$  между внешним и собственно внутренним ядром, полученные Джеффрисом и Гутенбергом (§ 10.3.6), позднее были так основательно пересмотрены, что теперь нецелесообразно применять их для точного определения плотности и несжимаемости в нижнем ядре. Действительно, теперь вероятность того, что между внешним и собственно внутренним ядром нет никакого переходного слоя *F*, значительна. Соответствующие данные рассматриваются в разд. 12.3, 12.7 и 15.6. Тем не менее поучительно, так же как и интересно с исторической точки зрения, изложить некоторые формальные следствия, вытекающие из применения теории, в которой используется величина  $\eta$ , к первоначальным распределениям скорости.

В зоне *F* условное распределение скорости, выбранное Джеффрисом (§ 10.3.6), дало  $d\alpha^2/dz \approx -0,15 \text{ км/с}^2$ . Беря значения  $g$  и  $\partial k/\partial r$  в допустимых пределах, рассматривая зону *F* как жидкую и используя (11.36), мы получаем  $\eta \approx 30$  (возможно, на несколько единиц больше за счет поправки  $\eta - \eta_0$ ). Таким образом, из распределения скорости по Джеффрису вытекают существенная неоднородность в зоне *F* и градиент плотности, в 30 раз больший, чем тот, который получается из уравнения Вильямсона – Адамса (11.39). Пусть  $\Delta\rho$  и  $\Delta Z$  – приращения  $\rho$  и  $Z$  между кровлей и подошвой зоны *F*. Значение  $\eta$  порядка 30 дает  $\Delta\rho \approx 3 \text{ г/см}^3$  и  $\Delta Z \approx 12$ . (Оценка  $\Delta Z$  очень грубая из-за неопределенностей в данных по  $\partial\rho/\partial Z$ .)

В зоне *G* – собственно внутреннем ядре (§ 10.3.7) –  $d\alpha^2/dz$ , данное Джеффрисом (так же, как и большинством авторов последующих работ), меньше нормального. Если предположить, что  $d\rho^2/dz$  здесь тоже мало, то из (11.36) следует  $\eta \approx 4$ , и это говорило бы о существовании умеренной неоднородности в зоне *G* с увеличением

плотности на  $2 - 3 \text{ г/см}^3$ . (Этот результат не зависит от того, считается ли внутреннее ядро твердым или жидким.) Неоднородность, если она действительно существует, частично могла бы быть вызвана изменением отношения содержания железа к содержанию никеля.

Предыдущие результаты, которые очень сильно зависят от принятого значения  $d\rho/dz$ , неожиданны, если учесть, что они были получены исходя из прежней оценки [19] порядка  $18 \text{ г/см}^3$ , т.е. более чем на  $5 \text{ г/см}^3$  выше вероятного минимума (разд. 10.6) плотности  $\rho_0$  в центре Земли. Как мы увидим (разд. 12.5), поправки для  $d\alpha/dz$  в зоне  $F$  и другие данные требуют, чтобы эта оценка  $\rho_0$  была существенно уменьшена.

Гутенберг привел большое и положительное значение  $d\alpha^2/dz$  для диапазона глубин, которые приблизительно соответствуют зоне  $F$  (см. § 10.3.6). Согласно теории § 11.5.2, это потребовало бы, либо чтобы  $\eta$  и  $d\rho/dz$  здесь были отрицательными, либо чтобы функция  $j$  из уравнения (11.50) на этих глубинах вела себя весьма необычным образом [23]. Таким образом, распределение скорости в зоне  $F$  по Гутенбергу было *априори* невероятным. В зоне  $G$  результаты Гутенберга находились в согласии с результатами Джеффриса и давали  $d\alpha^2/dz$  меньше нормального.

Приведенные выше подробные результаты, помимо их исторического интереса, иллюстрируют чувствительность  $\eta$  к отклонениям от однородности, а также тот факт, насколько ошибочным может быть соотношение (11.39), если эти отклонения значительны. Результаты также проливают свет на то, в какой степени оценки изменения плотности зависят от наблюдаемых значений  $d\rho/dz$  в отдельных областях Земли. (См. также § 12.7.2.).

## 11.7. ТВЕРДОЕ СОСТОЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ЯДРА

Важнейшая наблюдаемая особенность, характеризующая переход от внешнего к собственно внутреннему ядру, состоит в весьма заметном увеличении скорости  $\alpha$  сейсмических волн  $P$ . Только так можно проинтерпретировать главные ветви годографов для ядерных фаз, выделенных всеми исследователями, начиная с первой работы Леманн 1936 г. Суммарное увеличение составляет примерно 10%, и его основная часть — или скачок, или протяженное изменение, сосредоточенное на весьма узком интервале глубин. Для общих целей можно предположить, что  $\alpha^2$  изменяется скачком примерно на 20% на небольшом интервале глубин непосредственно над внутренним ядром.

Согласно (8.6),

$$\alpha^2 \rho = k + 4 \mu / 3, \quad (11.52)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига. Таким образом, внезапное увеличение  $\alpha^2$  следует связывать с соответствующим внезапным увеличением  $k$  и (или)  $\mu$ , так как  $\rho$  не может (значительно) уменьшиться с глубиной. Согласно  $k$ - $\rho$ -гипотезе, заметный скачок  $k$  запрещен. А поскольку данные сейсмических наблюдений свидетельствуют о скачке  $\alpha^2$  на 20%, то из этой гипотезы [17, 19] следует, что  $\mu$  должно быть значительно больше во внутреннем ядре, чем во внешнем, т.е. внутреннее ядро должно быть твердым (в смысле, определенном в разд. 7.7).

Учитывая, что функция  $k(\rho)$  не сильно отклоняется от непрерывной на границе внутреннего ядра (назовем ее  $L$ ), данные § 11.4.2 дают довольно значительную поддержку этому выводу. Следовательно, даже если бы  $Z$  изменилось скачком на границе  $L$  на 5 единиц, скачок в  $k$ , по-видимому, не превышал бы 1/5 от 20%. Даже в гипотетическом крайнем случае, когда на  $L$  происходило бы изменение от модифицированной формы вещества нижней мантии к железо-никелю, нельзя было бы надеяться, что скачок  $k$  превысит 9%; скорее всего, он был бы намного меньше.

Другое доказательство следует из законов термодинамики. В 1940 г. Берч высказал предположение о том, что, возможно, внутреннее ядро состоит из кристаллического железа. Саймон [64], приняв модель ядра, целиком состоящего из железа, пришел к выводу, что переход от жидкого железа к твердому на границе внутреннего ядра может иметь место при температуре порядка 3600° С. Такая температура хорошо согласуется с другими данными. Опираясь на сходные предположения, Джекобс [50] рассмотрел кривые зависимости адиабатической температуры и точки плавления от глубины в Земле и пришел к выводу, что пересечение кривых у границы внутреннего ядра согласуется со всеми данными по температуре. Он рассматривал возможность, что первоначально расплавленная Земля начала затвердевать от центра и от границы мантия — ядро, в обоих случаях вверх, поймав таким образом расплавленное внешнее ядро в ловушку. Вычисления, выполненные Любимовой [57], также показали, что температура во внутреннем ядре ниже точки плавления. Кеннеди и Краут (см. [65]) нашли эмпирическим путем, что для различных веществ сжатие и температура точки плавления связаны линейным соотношением. Это привело их к предварительной оценке температуры у границы внутреннего ядра: 3700° С. Этот результат очень бли-

зок к оценке Саймона и получен совершенно иным методом (см. также [10, 49]).

Альтшулер и Кормер [4] в экспериментах с ударными волнами при давлениях порядка  $3 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> тоже пришли к выводу, что внутреннее ядро твердое.

Изучая способы реализации конвективных течений, наличие которых во внешнем ядре диктуется динамо-теорией главного магнитного поля Земли, Чандрасекхар [42] нашел, что необходима граница такого типа, которую давало бы твердое внутреннее ядро. Данные о магнитном поле Земли также заставили Кнопова и Макдональда [58] считать маловероятным, чтобы внутреннее ядро было жидким.

Довольно прямым подтверждением твердого состояния внутреннего ядра явилось бы обнаружение фазы типа *PKJKP* (§ 9.4.2), включающей в себя *S*-волны во внутреннем ядре. Однако при падении *P*-волн во внешнем ядре трудно возбудить волны *S*, достаточно интенсивные, чтобы их можно было наблюдать. Расчеты [20] показали, что при сильнейших землетрясениях и в наиболее благоприятном случае, если существует одна-единственная резкая граница между внешним и внутренним ядром, фаза *PKJKP* могла бы стать наблюдаемой на ограниченном интервале эпицентральных расстояний. До сих пор на обычных сейсмических станциях не удавалось надежно зарегистрировать эту фазу, но взросшая разрешающая способность больших сейсмических групп станций увеличила вероятность ее обнаружения (§ 12.6.2). Возможна другая прямая сейсмическая проверка: изучение амплитуд фазы *PKiKP* (соответствующей волнам, отраженным вверх на границе внутреннего ядра — § 9.4.2). Калои [41] обнаружил такие волны и тем самым подтвердил твердое состояние внутреннего ядра. (См. также [11, 60].)

Дополнительные данные о твердом состоянии внутреннего ядра рассматриваются в разд. 12.6 и 14.9.

## 11.8. МОДЕЛИ ЗЕМЛИ ТИПА Б

*k*-*p*-гипотеза явилась основой для создания второго типа моделей Земли, который был назван типом Б. Было формально положено, что, начиная с глубины 1000 км, *k* и  $dk/d\rho$  изменяются в зависимости от  $\rho$  плавно и непрерывно. В первоначальной модели Б [19] для коэффициента  $\gamma$  в выражении для момента инерции Земли использовалось старое значение 0,3335 и для глубин больше 1000 км были взяты значения  $\alpha$  и  $\beta$ , найденные Джеффрисом в 1939 г. Другие мо-

дели типа Б, опирающиеся на существенно пересмотренные данные наблюдений, были созданы позднее [26, 38, 39].

### § 11.8.1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ Б

Уравнение (11.52) представляет собой одно условие, накладываемое на значения  $\rho$ ,  $k$  и  $\mu$  в Земле; его надежность зависит только от надежности получаемых из наблюдений значений скорости  $\alpha$  волн  $P$ . Второе условие накладывается для мантии соотношением  $\mu/\rho = \beta^2$  и наблюдаемыми значениями  $\beta$ ; для внешнего ядра ( $E$ ) вторым условием является  $\mu = 0$  (разд. 10.2, 10.3.5). Эти условия использовались при создании модели Б, так же как и модели А.

Дальнейшая методика построения модели Б была связана главным образом с  $k$ - $p$ -гипотезой и была эквивалентна использованию уравнений (11.35) и (11.36). [Первоначальная модель Б была сконструирована прежде, чем (11.35) и (11.36) были выведены в явной форме.] Применение (11.35) и (11.36) также требует знания  $\alpha$  и  $\beta$ .

Для зон  $D'$  и  $E$  (11.35) было использовано  $\eta = 1$ .

В зоне  $D''$   $d\varphi/dz$  было положено равным 0, поэтому из  $k$ - $p$ -гипотезы получается  $\eta \approx 3$ , как в § 11.2.2, свидетельствуя об умеренном накоплении более плотного вещества вблизи подошвы мантии (см. также § 11.6.4). На границе  $N$ , разделяющей мантию и ядро,  $k$  считалось непрерывным, и в этом случае знание  $\alpha$  и  $\beta$  по обе стороны границы формально определило скачок  $\rho$  на  $N$ .

В соответствии с аргументами, изложенными в разд. 11.7, применение  $k$ - $p$ -гипотезы потребовало, чтобы внутреннее ядро в модели Б было твердым.

Оценки  $\eta$  в нижнем ядре (§ 11.6.6) были найдены с помощью (11.36) на основе предположения о плавном изменении  $dk/d\rho$ . (Необходимые значения  $g$  были получены посредством последовательных приближений к распределению плотности в нижнем ядре: любое заданное распределение  $\rho$  определяет единственное распределение  $g$ .) Для внутреннего ядра не имеется прямых данных наблюдений  $\beta$ , и первоначально было принято, что здесь  $d\varphi/dz$ , подобно  $d\alpha^2/dz$ , мало, откуда  $\eta \approx dk/d\rho$ . Соотношение (11.35) применялось в зонах  $F$  и  $G$ , причем использовались значения  $\eta$ , полученные таким путем.

Описанная выше методика формально не устанавливает величины скачков плотности на границах  $E - F$  и  $F - G$ , и до сих пор ничего не было сказано о детальном поведении плотности в зонах  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Но обнаружилось, что фактически, когда заданы значения массы Земли  $M$  и безразмерного момента инерции  $y$ , эта методика с высо-

кой точностью определяет значения  $\rho$  почти во всей Земле. Небольшая гибкость допускалась в выборе возможных скачков плотности в ядре или отклонений в зонах  $B$  и  $C$  от значения  $d\rho/dz$ , найденного для кровли зоны  $D'$ .

Вследствие этой небольшой свободы выбора пришлось экстраполировать вверх приблизительно до кровли зоны  $B$  распределение плотности в зоне  $D'$ , введя небольшое изменение градиента плотности в противоположность сравнительно высокой скорости уменьшения  $\rho$  с уменьшением  $z$  для зоны  $C$  модели  $A$ . Таким образом, в первоначальной модели  $B$  средняя плотность в зонах  $B$  и  $C$  была взята значительно большей, чем в модели  $A$ . В пределах небольшого допустимого диапазона модель  $B$  была выбрана как параметрически наиболее простая, удовлетворяющая приведенным выше требованиям: в ядре  $\rho$  было взято непрерывным, вверх от зоны  $D'$  до глубины 80 км была осуществлена плавная экстраполяция плотности; выше этих 80 км было принято распределение  $\rho$ , как в модели  $A$ , в результате чего на этой глубине получился скачок плотности от 3,36 до 3,87 г/см<sup>3</sup>. Другие результаты для плотности в первоначальной модели  $B$  были следующими: 4,41 г/см<sup>3</sup> на глубине 1000 км, скачок плотности от 5,57 до 9,74 г/см<sup>3</sup> на границе мантия — ядро и  $\rho \approx 18$  г/см<sup>3</sup> в центре Земли.

Значения  $g$  и  $p$  были получены из значений  $\rho$  обычным путем при помощи (10.4), (10.5). Значения  $k$  и  $\mu$  в мантии и  $k$  во внешнем ядре были выведены из значений  $\rho$  при  $\alpha$  и  $\beta$ , найденных Джеффрисом. Значения  $k$  и  $\mu$  ниже внешнего ядра были получены на основе  $k$ - $p$ -гипотезы.

### § 11.8.2. РАЗБОР МОДЕЛИ Б

Первоначально модель  $B$  была создана для проверки  $k$ - $p$ -гипотезы. Поскольку в некотором смысле модель  $B$  выросла из модели  $A$ , то различие между этими моделями на большинстве уровней, конечно, довольно мало. Но некоторые из различий значительны.

Первое основное различие состоит в том, что в модели  $B$  внутреннее ядро твердое. В этом отношении благодаря тому, что ее основой служили более поздние данные, модель  $B$  явилась улучшением по сравнению с моделями типа  $A$ , которые были созданы до того, как была сформулирована  $k$ - $p$ -гипотеза. Однако применение данной гипотезы во внутреннем ядре весьма незначительно повлияло на поведение плотности вне него, поэтому модели типа  $A$  можно легко исправить, с тем чтобы учесть твердое состояние внутреннего ядра.



Второе различие состоит в том, что градиент плотности в зоне  $D''$  в модели Б больше, чем соответствующий градиент в модели А. Но по той причине, что  $D''$  занимает сравнительно малый диапазон глубин, влияние этого различия довольно мало вне  $D''$ , так что снова легко сделать соответствующие поправки к модели А. Следует помнить о возможной альтернативе (§ 11.2.2), что в зоне  $D''$  жесткость уменьшается.

Несомненно, более серьезное различие моделей состоит в избытке плотности в верхней мантии первоначальной модели Б по сравнению с моделью А. Этот избыток, равный примерно  $0,5 \text{ г/см}^3$  на глубине 80 км, остается положительным вплоть до глубины 600 км; он явился прямым следствием уменьшения до нуля значения  $|\Delta k|$  на границе  $N$  при переходе от модели А к модели Б. Геохимические исследования не подтвердили те высокие значения плотности в верхней мантии, которые были получены в первоначальной модели Б, и некоторые исследователи рассматривали это как решительное свидетельство против  $k$ - $p$ -гипотезы. Однако, когда в 1963 г. было найдено новое значение  $\gamma$  (0,3308 вместо 0,3335 – разд. 5.7), ситуация полностью изменилась. Изменение  $\gamma$  потребовало некоторого перемещения массы из мантии в ядро в моделях Земли, созданных до 1963 г., включая первоначальную модель Б. В результате (см. также § 12.7.2) значительно увеличилась упомянутая в § 11.8.1 гибкость модели, что позволило иметь в моделях типа Б то же самое распределение плотности в верхней мантии, как в моделях типа А. Тем самым данные о плотности в верхней мантии больше не ставили модели типа Б или  $k$ - $p$ -гипотезу в неблагоприятные условия.

Еще одна особенность модели Б состоит в том, что она дает первую экспериментально обоснованную оценку плотности  $\rho_0$ . (Вычисления, связанные с моделью А, дали только минимальную оценку – разд. 10.6.) Хотя полученная с помощью исходной модели Б оценка  $\rho_0 = 18 \text{ г/см}^3$  в настоящее время изменена в результате пересмотра старых и получения новых данных наблюдений, лежащая в основе теория осталась незатронутой (разд. 12.5).

До 1963 г. различие между моделями А и Б служило для того, чтобы открыто указывать на неопределенность в нахождении распределения плотности в Земле до глубины примерно 5000 км. Однако последующие пересмотры привели оба типа моделей к вполне близкому согласию, причем теперь модели типа А имеют  $\Delta k$  на границе  $N$ , незначительно отличающееся от нуля (§ 11.4.1). Следовательно, необходимость различать модели типов А и Б в значительной мере

потеряла смысл, если только будущие данные неожиданно не изменят найденное в настоящее время значение  $\Delta k'$ .

Таким образом, общие принципы, лежащие в основе построения модели Б, были довольно хорошо обоснованы, хотя и приходилось пересматривать численные детали, с тем чтобы удовлетворить новым данным наблюдений. Первоначальная модель Б была заменена набором моделей типа Б [38, 39], в которых учитывалось пересмотренное значение  $\gamma$  и т.д. Эти модели описаны в § 12.7.2.

### § 11.8.3. ЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ $k$ И $p$

Для всех глубин в Земле, больших 1000 км, результатам, относящимся к модели Б, с точностью до 2% соответствует квадратичная зависимость  $k$  от  $p$  [19]. Поправленная формула, учитывающая более поздние данные наблюдений [31], такова:

$$k = 2,34 + 3,00 p + 0,10 p^2, \quad (11.53)$$

где  $p$  измеряется в  $10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>.

Ввиду неудачных применений, предпринятых некоторыми исследователями, необходимо подчеркнуть, что (11.53) относится только к диапазону давлений приблизительно  $0,4 \cdot 10^{11} < p < 4,0 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Для глубин менее 1000 км нельзя предполагать, что там уже установилось умеренно гладкое изменение  $k$  в зависимости от  $p$ . Если (11.53) применить к кровле зоны В, то оно дало бы  $k$ , вдвое большее, чем его фактическое значение.

Некоторые исследователи предпочли представлять зависимость  $k$  от  $p$  в виде линейных соотношений отдельно для нижней мантии и для ядра. Соотношения

$$k = 2,29 + 3,16 p, \quad k = 1,84 + 3,44 p \quad (11.54)$$

[28 – 31] представляют собой самые лучшие линейные описания для нижней мантии и ядра моделей типа Б. Другие примеры линейных соотношений ( $k$ ,  $p$ ) можно найти в [44] и в § 15.1.2.

Соотношения (11.53) и (11.54) хорошо описывают экспериментальные данные. Их можно использовать для общих целей в некоторых задачах, касающихся других космических тел, например для тех частей планет земной группы, где давления лежат в указанном диапазоне.

### Литература

1. Ahrens T.J., Anderson D.L., Ringwood A.E., Equations of state and crystal structures of high-pressure phases of shocked silicates and oxides, Rev. Geophys., 7, 667 – 707, 1969.

2. *Akimoto S., Ida Y.*, High-pressure synthesis of  $Mg_2SiO_4$  spinel, *Earth Planet. Sci. Letters*, **1**, 358, 1966.
3. *Альтшулер Л.В. и др.*, Динамическая сжимаемость металлов при давлениях от четырехсот тысяч до четырех миллионов атмосфер, *ЖЭТФ*, **4**, 874, 1958.
4. *Альтшулер Л.В., Кормер С.Б.*, О внутреннем строении Земли, *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 1, 33, 1961.
5. *Bernal J.D.*, Hypothesis on  $20^\circ$  discontinuity, *Observatory*, **59**, 268, 1936.
6. *Birch F.*, The variation of seismic velocities within a simplified Earth model, in accordance with the theory of finite strain, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **29**, 463 – 479, 1939.
7. *Birch F.*, Elasticity and constitution of the Earth's interior, *J. Geophys. Res.*, **57**, 227 – 286, 1952.
8. *Birch F.*, Composition of the Earth's mantle, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **4**, 295 – 311, 1961.
9. *Birch F.*, Some geophysical applications of high-pressure, in *Solids under Pressure*, McGraw-Hill, New York, 1963, pp. 137 – 162.
10. *Birch F.*, The melting relations of iron, and temperatures in the Earth's core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **29**, 373 – 387, 1972.
11. *Bolt B.A., O'Neill M.E.*, Times and amplitudes of the phases *PKiKP* and *PKIKP*, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **9**, 223 – 231, 1965.
12. *Boschi E., Caputo M.*, Equations of state at high pressure and the Earth's interior, *Riv. Nuovo Cim.*, **1**, 441 – 513, 1969.
13. *Bridgman P.W.*, *The Physics of High Pressure*, Bell, London, 1931.
14. *Bullen K.E.*, The variation of density and the ellipticities of strata of equal density within the Earth, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **3**, 395 – 401, 1936.
15. *Bullen K.E.*, The problem of the Earth's density variation, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **30**, 235 – 250, 1940.
16. *Bullen K.E.*, The density variation of the Earth's central core, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **32**, 19 – 29, 1942.
17. *Bullen K.E.*, A hypothesis on compressibility at pressures of the order of a million atmospheres, *Nature, Lond.*, **157**, 405, 1946.
18. *Bullen K.E.*, Compressibility-pressure hypothesis and the Earth's interior, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **5**, 355 – 368, 1949.
19. *Bullen K.E.*, An Earth model based on a compressibility-pressure hypothesis, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **6**, 50 – 59, 1950.
20. *Bullen K.E.*, Theoretical amplitudes of the seismic phase *PKJKP*, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **6**, 163 – 167, 1951.
21. *Bullen K.E.*, On density and compressibility at pressures up to thirty million atmospheres, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **6**, 383–401, 1952.
22. *Bullen K.E.*, Seismology and the broad structure of the Earth's interior, *Phys. Chem. Earth*, **1**, 68 – 93, 1956. (Русский перевод в кн. "Физика и химия Земли", ИЛ, М., 1958.)
23. *Bullen K.E.*, An index of degree of chemical inhomogeneity in the Earth, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **7**, 584 – 592, 1963.
24. *Bullen K.E.*, New evidence on rigidity in the Earth's core, *Proc. Nat. Acad. Sci., Wash.*, **52**, 38 – 42, 1964.

25. Bullen K.E., On compressibility and chemical inhomogeneity in the Earth's core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **9**, 195 – 202, 1965.
26. Bullen K.E., Models for the density and elasticity of the Earth's core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **9**, 233 – 252, 1965.
27. Bullen K.E., Note on the coefficient  $\eta$ , *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **13**, 459, 1967.
28. Bullen K.E., Compression in the Earth, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **16**, 31 – 36, 1968.
29. Bullen K.E., Dependence of compressibility and compression on chemical composition in finite-strain theory, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **1**, 297 – 301, 1968.
30. Bullen K.E., Incompressibility at the Earth's mantle-core boundary, *Proc. Nat. Acad. Sci., Wash.*, **60**, 752 – 757, 1968.
31. Bullen K.E., Empirical equations of state for the Earth's lower mantle and core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **16**, 235 – 238, 1968.
32. Bullen K.E., Compressibility-pressure gradient and the constitution of the Earth's outer core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **18**, 73 – 79 (1969).
33. Bullen K.E., Seismic and related evidence on compressibility in the Earth, in *The Application of Modern Physics to the Earth and Planetary Interiors*, ed. S.K. Runcorn, Wiley-Intersci., London, 1969, pp. 287 – 297.
34. Bullen K.E., The interiors of the planets, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **7**, 177 – 200 (1969).
35. Bullen K.E., Comparison of sources of evidence on the variation of incompressibility in the Earth's deeper interior, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **3**, 36 – 40, 1970.
36. Bullen K.E., Note on application of Emden's equation to planetary interiors, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **149**, 51 – 52, 1970.
37. Bullen K.E., Compressibility and planetary interiors, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **6**, 131 – 135, 1972.
38. Bullen K.E., Haddon R.A., Earth models based on compressibility theory, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **1**, 1 – 13, 1967.
39. Bullen K.E., Haddon R.A., Corrections to three Earth models, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **1**, 401 – 402, 1968.
40. Bullen K.E., Haddon R.A., Upper bound to change in incompressibility at the Earth's inner core boundary, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **17**, 179 – 183, 1969.
41. Caloi P., Seismic waves from the outer and inner core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **4**, 139 – 150, 1961.
42. Chandrasekhar S., The thermal instability of a fluid sphere heated within, *Phil. Mag.*, **7**, 1317 – 1329, 1952.
43. Cleary J., The  $S$  velocity at the core-mantle boundary, from observations of diffracted  $S$ , *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **59**, 1399 – 1405, 1969.
44. Cook A.H., The dynamical properties and internal structures of the Earth, the Moon and the planets, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A328**, 301 – 336, 1972.
45. Davies G.F., Anderson D.L., Revised shock-wave equations of state for high-pressure phases of rocks and minerals, *J. Geophys. Res.*, **76**, 2617 – 2627, 1971.

46. *Elsasser W.M.*, Quantum-theoretical densities of solids at extreme compression, *Science*, **113**, 105 – 107, 1951.
47. *Evernden J.F., Clark D.M.*, Study of teleseismic *P*, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **4**, 1 – 31, 1970.
48. *Feynman R.P., Metropolis N., Teller E.*, Equations of state of elements based on the generalized Fermi-Dirac theory, *Phys. Rev.*, **75**, 1561 – 1572, 1949.
49. *Higgins G., Kennedy G.C.*, The adiabatic gradient and the melting point gradient in the core of the Earth, *J. Geophys. Res.*, **76**, 1870 – 1878, 1971.
50. *Jacobs J.A.*, Temperature distribution within the Earth's core, *Nature, Lond.*, **173**, 258, 1954.
51. *Jeffreys H.*, Hypothesis on  $20^\circ$  discontinuity, *Observatory*, **59**, 268, 1936.
52. *Jeffreys H.*, The times of *P*, *S* and *SKS* and the velocities of *P* and *S*, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **4**, 498 – 533, 1939.
53. *Jeffreys H.*, The times of the core waves, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, **4**, 548 – 561, 594 – 615, 1939.
54. *Knopoff L., MacDonald G.J.F.*, An equation of state for the Earth, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **3**, 68 – 77, 1960.
55. *Knopoff L., Uffen R.J.*, The density of compounds at high pressures and the state of the Earth's interior, *J. Geophys. Res.*, **59**, 471 – 484, 1954.
56. *Landisman M., Satô Y., Nafe J.*, Free vibrations of the Earth and the properties of its deep interior regions, Part 1: Density, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **9**, 439 – 502, 1965.
57. *Любимова Е.А.*, О термической истории Земли и ее геофизических последствиях, *ДАН СССР*, **107** (11), 55 – 58, 1956.
58. *MacDonald G.J.F., Knopoff L.*, The chemical composition of the outer core, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **1**, 284 – 297, 1958.
59. *McQueen R.G., Marsh S.P.*, Equation of state for nineteen metallic elements from shock-wave experiments to two megabars, *J. Appl. Phys.*, **31**, 1253 – 1269, 1960.
60. *Мелик-Гайказян И.А.*, О строении земного ядра, *Труды ГеоФИАН*, **26** (153), 117, 1955.
61. *Ringwood A.E.*, The constitution of the mantle – I, II and III, *Geochim. et Cosmochim. Acta*, **13**, 303 – 321; **15**, 18 – 29, 195 – 212, 1958.
62. *Ringwood A.E.*, On the chemical evolution and densities of the planets, *Geochim. et Cosmochim. Acta*, **15**, 267 – 283, 1959.
63. *Runcorn S.K.*, A physical interpretation of Bullen's compressibility-pressure hypothesis, *Proceedings of NATO Conference, Newcastle-upon-Tyne*, April 1974.
64. *Simon Lord (F.E.)*, The melting point of iron at high pressures, *Nature, Lond.*, **172**, 746, 1953.
65. *Slichter L.B.*, A glimpse at the geophysical scene, *Trans. Amer. Geophys. Union*, **47**, 346 – 354, 1966.
66. *Stewart R.M.*, Composition and temperature of the outer core, *J. Geophys. Res.*, **78**, 2586 – 2597, 1973.
67. *Takeuchi H., Kanamori H.*, Equations of state of matter from shock wave experiments, *J. Geophys. Res.*, **71**, 3985 – 3994, 1966.